

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра математичної економіки, економетрії,
фінансової та страхової математики

Затверджено

На засіданні кафедри математичної
економіки, економетрії, фінансової
та страхової математики

Львівського національного
університету імені Івана Франка

(протокол № 41 від 18.06.2021 р.)

В.о. завідувача кафедри Оліскевич М.О.



Силабус з навчальної дисципліни
„Математичний аналіз II”,
що викладається в межах ОПП „Статистичний аналіз даних”
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
для здобувачів зі спеціальності 112 „Статистика”

Львів – 2021

Назва дисципліни	Математичний аналіз II
Адреса викладання дисципліни	Львівський національний університет імені Івана Франка, вул. Університетська 1, м. Львів, Україна, 79000
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет Кафедра математичної економіки, економетрії, фінансової та страхової математики
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	Галузь знань: 11 Математика і статистика Спеціальність: 112 Статистика Спеціалізації: 1) Статистичний аналіз даних; 2) Актуарна та фінансова математика.
Викладачі дисципліни	Червінка Костянтин Андрійович, к. ф.-м. н., доцент, доцент кафедри математичної економіки, економетрії, фінансової та страхової математики
Контактна інформація викладачів	Електронна пошта: kostiantyn.tchervinka@lnu.edu.ua, веб-сторінка: https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/chervinka-k-a
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення практичних занять (за розкладом або попередньою домовленістю). В іншому випадку можливі он-лайн консультації через Zoom, Skype, MSTeams, Viber тощо. Для погодження часу он-лайн консультацій слід писати на електронну пошту викладача
Сторінка курсу	https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/matematychnyy-analiz-ii-funktsii-bahatokh-zminnykh-112-statystyka-sad-afm
Інформація про дисципліну	Курс розроблено таким чином, щоб надати учасникам необхідні теоретичні і практичні навички з диференціального та інтегрального числення функції багатьох змінних, включаючи кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли, інтеграли залежні від параметра, теорії рядів Фур'є та перетворення Фур'є, теорії поля та векторного аналізу.
Коротка анотація дисципліни	Дисципліна «Математичний аналіз II» є нормативною дисципліною зі спеціальності Статистика для освітньої програми «Статистика», яка викладається протягом другого року навчання в першому та другому семестрах в обсязі 13,5 (6,5 + 7) кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Мета та цілі дисципліни	Метою нормативної навчальної дисципліни «Математичний аналіз II» є оволодіння студентами класичними методами математичного аналізу, теоретичними положеннями та основними застосуваннями математичного аналізу в різноманітних задачах математики, механіки та прикладної математики, їх використання в подальших курсах з математики та статистики, сприяння розвитку логічного та аналітичного мислення студентів.
Література для вивчення дисципліни	<i>Основна література:</i> 1. Заблоцький М.В., Сторож О.Г., Тарасюк С.В. Математичний аналіз. Київ: Знання, 2008 2. Заблоцький М.В., Фединяк С.І., Філевич П.В., Червінка К.А. Практикум з математичного аналізу: Навчальний посібник. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2009. – 312 с. 3. Zorich, V. A. (2016). Mathematical analysis II. Springer. 4. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука, 1979. 5. Кудрявцев Л.Д. и др. Сборник задач по математическому анализу. ч.1,2. М.: Наука, 1984, 1986.

	<p><i>Додаткова література</i></p> <p>6. Malik, S. C., & Arora, S. (1992). Mathematical analysis. New Age International.</p> <p>7. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления в 3-х томах. М.:Наука,1970.</p> <p>8. Жалдак, М. І., Михалін, Г. О., & Деканов, С. Я. (2012). Математичний аналіз з елементами інформаційних технологій: навчальний посібник.</p>
Обсяг курсу	192 (96 + 96) години аудиторних занять. З них 96 (48 + 48) годин лекційних занять, 96 (48 + 48) годин лабораторних занять та 213 (99 + 114) години самостійної роботи.
Очікувані результати навчання	<p>Після завершення цього курсу студент буде :</p> <p>- Знати основні поняття математичного аналізу, зокрема: розвинення елементарних функцій в степеневі ряди та ряди Фур'є; диференціювання функцій багатьох змінних та їх властивості, дослідження функцій на екстремум і умовний екстремум, означення і властивості кратних, криволінійних та поверхневих інтегралів, їх зв'язок, властивості інтегралів залежних від параметру, означення та властивості перетворення Фур'є;</p> <p>- Вміти розвивати функції в степеневі ряди та ряди Фур'є, досліджувати функції багатьох змінних на диференційованість, екстремум, умовний екстремум, обчислювати кратні, криволінійні, поверхневі інтеграли, досліджувати на збіжність невластиві інтеграли залежні від параметру, знаходити основні характеристики скалярних та векторних полів.</p>
Формат курсу	Очний
Теми	<p style="text-align: center;"><u>Теми та плани лекцій</u> <u>Другий курс</u></p> <p><u>І-й семестр.</u></p> <p style="text-align: center;">Ряди Фур'є.</p> <p><i>Загальне поняття ряду Фур'є.</i> Ортогональні системи функцій. Теорема про екстремальну властивість коефіцієнтів Фур'є. Нерівність Беселя. Повні системи функцій. База векторів в нормованому просторі. Критерій повноти системи векторів в гільбертовому просторі.</p> <p><i>Тригонометричний ряд Фур'є.</i> Означення тригонометричного ряду Фур'є. Лема Рімана. Ядро Діріхле. Принцип локалізації. Достатні умови збіжності ряду Фур'є в точці (умова Діні). Ядро Фейєра. Терема Вейерштраса про апроксимацію. Зв'язок між гладкістю функцій та наявністю спадання її коефіцієнтів Фур'є. Теорема про повноту тригонометричної системи. Рівність Парсеваля. Теорема про єдиність ряду Фур'є.</p> <p style="text-align: center;">Диференціальне числення функцій багатьох змінних.</p> <p><i>Метричні та топологічні простори.</i> Поняття метричного простору. Відкриті і замкнені підмножини метричного простору. Поняття топологічного простору. Компактність. Абсолютна властивість множини бути компактом. Властивості компактів в \mathbf{R}^n. Критерій метричного компакту. Зв'язність. Критерій зв'язності множини в \mathbf{R}. Лінійна зв'язність лінійної підмножини в \mathbf{R}^n. Повні метричні простори. Неперервні відображення метричних та топологічних просторів. Границя відображення. Загальні властивості. Границя композиції. Критерій Коші існування границі відображення. Неперервність відображення в точці.</p>

Критерій відображення топологічних просторів. Локальні властивості неперервних відображень. Образ компакта при неперервному відображенні. Теорема Больцано-Коші про проміжне значення. Теорема Вейерштраса. Теорема Кантора про рівномірну неперервність. Образ зв'язної множини при неперервному відображенні. Поняття стислого відображення. Принцип нерухомої точки Пікара-Банаха. Існування та єдинність розв'язку звичайного диференціального рівняння. Диференційовані відображення \mathbf{R}^m в \mathbf{R}^n .

Лінійні відображення \mathbf{R}^m в \mathbf{R}^n . Лінійна структура в \mathbf{R}^m . Норма в \mathbf{R}^m . Евклідова структура в \mathbf{R}^m . Диференційовність відображення в точці. Зв'язок між диференціалом і частинними похідними відображення в точці. Матриця Якобі. Лінійність операції диференціювання та арифметичні властивості диференціалу. Диференціал композиції відображень. Диференціал оберненого відображення. Теорема про середнє. Достатня умова диференційовності функції в точці.

Частинні похідні вищих порядків. Формули Тейлора із залишковими членами у формах Лагранжа, Пеано, інтегральній формі. Необхідна та достатня умова точки екстремуму. Критерій Сильвестра.

Неявно задані функції та умовний екстремум

Необхідна умова локального екстремуму. Дотична площина і дотичний вектор до графіка функції. Теорема про неявну функцію. Функціональна залежність функцій. Розклад дифеоморфізму в композицію найпростіших.

Кратні інтеграли.

Інтеграл Рімана на n -вимірному проміжку.

Властивості мір n -вимірних проміжків. Означення інтеграла Рімана. Критерій Коші інтегрованості функції за Ріманом. Необхідна умова інтегрованості функції за Ріманом. Достатня умова інтегрованості функції. Нижня і верхня суми Дарбу. Інтеграл Дарбу. Теорема Дарбу. Критерій Дарбу інтегрованості функції. Множини Лебегової міри нуль. Критерій Лебега інтегрованості функції за Ріманом.

Інтеграл функції по множині.

Допустимі множини. Означення інтеграла по множині. Міра Жордана множини. Множини вимірні за Жорданом. Критерій Лебега існування інтеграла по допустимій множині. Лінійність інтеграла. Адитивність інтеграла. Теорема про середнє для інтеграла. Теорема Фубіні. Теорема про заміну змінної в кратному інтегралі.

Невластиві кратні інтеграли.

Вичерпання множини. Означення збіжності невластивого інтегралу.

II-й семестр.

Криволінійні інтеграли.

Означення та теореми існування криволінійних інтегралів I та II родів. Фізичний зміст та властивості. Формула Гріна. Критерій незалежності криволінійного інтеграла другого роду від шляху інтегрування в довільній та однозв'язній областях.

Поверхневі інтеграли.

Означення поверхні. Гладкі поверхні. Дотична площина та нормаль. Орієнтація гладких поверхонь. Формула для обчислення площі поверхні. Означення та властивості поверхневих інтегралів першого та другого родів. Фізичний зміст. Формули Гауса-Остроградського та Стокса.

Елементи векторного аналізу і теорії поля.

Диференціальні оператори **grad**, **rot**, **div**, ∇ . Векторний запис класичних інтегральних формул. Поняття потенціального і соленоїдального полів. Критерій потенціальності і соленоїдальності поля

Інтеграли, залежні від параметру.

Теорема про комутування двох граничних переходів.

Властиві інтеграли залежні від параметру.

Неперервність інтегралів залежних від параметру. Диференціювання інтегралів залежних від параметру. Інтегрування інтегралів залежних від параметру.

Невластиві інтеграли залежні від параметру.

Рівномірна збіжність невластивих інтегралів залежних від параметру. Граничний перехід під знаком інтегралу залежного від параметру. Неperервність невластивих інтегралів залежних від параметру. Диференціювання невластивих інтегралів залежних від параметру. Інтегрування невластивих інтегралів залежних від параметру.

Ейлерові інтеграли.

Бета-функція. Гама-функція. Формула пониження. Формула Ейлера-Гауса. Формула доповняння. Зв'язок між бета- і гама-функціями.

Перетворення Фур'є.

Означення перетворення Фур'є та інтегралу Фур'є. Теорема про властивості перетворення Фур'є. Достатні умови зображення функції інтегралом Фур'є (умови Діні). Обернене перетворення Фур'є. Зв'язок між гладкістю функції та швидкістю спадання її перетворення Фур'є. Простір швидкоспадних функцій

Диференціальні форми.

Зовнішні форми в \mathbf{R}^m . Зовнішній добуток форм. Зв'язок векторного добутку та скалярного добутку із зовнішнім добутком форм. Властивості відображення f^* . Означення диференціальної p -форми на многовиді. Теорема про загальний вигляд диференціальної p -форми в локальних координатах. Означення зовнішнього диференціала. Властивості. Означення відображення f^* . Властивості.

Теми лабораторних робіт.

I-й семестр.

Тема 1: Ряди Фур'є.

Тема 2: Границя функції багатьох змінних.

Тема 3: Неperервність та диференційованість функцій.

Тема 4: Похідні композиції функцій.

Тема 5: Похідна за напрямком. Диференціали вищих порядків.

Тема 6: Формула Тейлора.

Контрольна робота 1.

Тема 7: Екстремуми функцій багатьох змінних.

Тема 8: Неявно задані функції.

Тема 9: Диференціювання неявно заданих функцій.

Тема 10: Умовний та абсолютний екстремум.

Тема 11: Задачі на екстремум.

Контрольна робота 2.

Тема 12: Означення подвійного інтеграла.

Тема 13: Зведення подвійного інтеграла до повторних.

Тема 14: Заміна змінних в подвійному інтегралі.

Тема 15: Обчислення об'ємів та площ поверхонь.

Тема 16: Потрійні та n -кратні інтеграли.

Контрольна робота 3.

II-й семестр.

Тема 1: Обчислення криволінійних інтегралів першого роду.

Тема 2: Обчислення криволінійних інтегралів другого роду.

Тема 3: Умови незалежності криволінійного інтегралу від шляху інтегрування.

Тема 4: Формула Гріна.

	<p>Контрольна робота 1. Тема 5: Дотична площина та нормаль до поверхні. Тема 6: Поверхневі інтеграли. Тема 7: Формула Стокса. Тема 8. Формула Остроградського. Тема 9: Елементи теорії поля.</p> <p>Контрольна робота 2. Тема 10: Властиві інтеграли залежні від параметра. Диференціювання та інтегрування. Тема 11: Области збіжності невластивих інтегралів залежних від параметра. Тема 12: Рівномірна збіжність невластивих інтегралів. Тема 13: Диференціювання та інтегрування невластивих інтегралів. Тема 14: Інтеграли Ейлера. Тема 15: Диференціювання та інтегрування інтегралів Ейлера.</p> <p>Контрольна робота 3.</p>
<p>Підсумковий контроль, форма</p>	<p>екзамен в кінці кожного семестру</p>
<p>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</p>	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням: Протягом кожного семестру відбувається 3 контрольні роботи, кожна з яких оцінюється в 10 балів, та письмовий колоквиум – 20 балів. Разом за семестр студент може отримати 50 балів. Іспит оцінюється в 50 балів. Максимальна кількість балів 100</p> <p>Очікується, що протягом кожного семестру студенти виконають 3 контрольних роботи та напишуть письмовий колоквиум. Ці роботи є допуском до складання іспиту. Головна їх мета – перевірка самостійної роботи студентів в процесі навчання, виявлення ступеня засвоєння ними теоретичних положень курсу. При розв’язанні задач необхідно детально вказувати, яким саме був хід роздумів, які формули було використано. Списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі заняття курсу. Студенти мають інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов’язані дотримуватися усіх строків визначених для виконання усіх видів робіт, передбачених курсом.</p> <p>Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p>

Політика виставлення балів в III семестрі.

Поточне тестування та самостійна робота															Колоквіум	Екзамен	Сума
Модуль 1					Модуль 2					Модуль 3							
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12	T13	T14	T15	20	50	100
2	2	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2			

Політика виставлення балів в IV семестрі.

Поточне тестування та самостійна робота															Колоквіум	Екзамен	Сума
Модуль 1					Модуль 2					Модуль 3							
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12	T13	T14	T15	20	50	100
2	3	2	3	2	2	2	2	2	2	1	1	2	2	2			

При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.

Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.

Питання до заліку чи екзамену.

I-й семестр

I. Ряди Фур'є.

1. Нескінченновимірні лінійні евклідові простори. Нерівність Коші-Буняковського. Приклади ортонормованих систем.
2. Означення ряду Фур'є.
3. Теорема про найменше відхилення часткових сум ряду Фур'є.
4. Замкнені системи. Рівність Парсеваля. Єдиність ряду Фур'є.
5. Збіжність в середньому. Зв'язок з рівномірною збіжністю.
6. Нерівність Бесселя для коефіцієнтів ряду Фур'є.
7. Означення повної системи. Зв'язок між повними та замкнутими системами.
8. Тригонометричний ряд Фур'є. Наслідки з замкненості тригонометричної системи.
9. Найпростіші достатні умови розвинення в тригонометричний ряд Фур'є
10. Теорема про почленне диференціювання тригонометричних рядів Фур'є.

II. Функції багатьох змінних.

11. Простір \mathbf{R}^n . Границя послідовності точок, властивості границь.
12. Відкриті та замкнені множини в \mathbf{R}^n ; властивості.
13. Компакт та його властивості.
14. Функції багатьох змінних, їх границі та властивості.
15. Неперервність функцій багатьох змінних, їх властивості.
16. Теорема Вейерштраса про неперервність функцій на компактi.
17. Аналог теореми Больцано-Коші, теорема Кантора, рівномірна неперервність.
18. Часткові похідні та диференціал функції.

19. Зв'язок між неперервністю, диференційованістю та існуванням частинних похідних. Приклади.
20. Достатня умова диференційованості.
21. Теорема про часткові похідні від композиції функцій. Диференційованість складної функції.
22. Інваріантність 1-го диференціалу.
23. Похідна за напрямком. Терма існування. Градієнт.
24. Часткові похідні вищих порядків. Рівність мішаних похідних.
25. Диференціали вищих порядків.
26. Формула Тейлора для функцій багатьох змінних.
27. Означення точки локального екстремуму. Необхідна умова точки екстремуму.
28. Достатня умова точки екстремуму. Критерій Сильвестра.

III. Неявно задані функції.

29. Неявно задані функції, що визначаються одним рівнянням, їх існування.
30. Обчислення часткових похідних неявно заданих функцій. Похідна оберненої функції.
31. Теорема існування неявно заданих функцій, що задані системою.
32. Поняття умовного екстремуму, необхідна умова.
33. Достатня умова точки умовного екстремуму.

IV. Кратні інтеграли.

34. Означення подвійного інтегралу, необхідна умова інтегрованості.
35. Суми Дарбу. Критерій інтегрованості.
36. Класи інтегрованих функцій.
37. Зведення подвійного інтегралу до повторного.
38. Основні властивості подвійних інтегралів.
39. Заміна змінних. Геометричний зміст модуля і знаку якобіану.
40. Потрійні інтеграли, сферична та циліндрична системи координат.
41. Невластиві кратні інтеграли. Критерій збіжності для невід'ємних функцій. Ознака порівняння.
42. Невластивий кратний інтеграл від довільних функцій. Еквівалентність збіжності та абсолютної збіжності.
43. Статичні моменти фігури. Центр ваги. II-га теорема Гульдена.

V. Метричні простори.

44. Означення метричного простору, приклади. Означення кулі, околу, внутрішньої точки.
45. Відкриті та замкнені множини, їх властивості.
46. Збіжність в метричних просторах. Компакти. Необхідна та достатня умови компакту.
47. Неперервні відображення в метричних просторах. Теорема Вейєрштраса..
48. Повні метричні простори. Критерій повноти.
49. Теорема про нерухому точку.
50. Лінійні нормовані простори. Банахів простір. Приклади.
51. Евклідові простори. Теорема про повноту скінченновимірного евклідового простору.
52. Лінійні оператори в нормованих просторах. Норма лінійного оператора. Необхідна та достатня умови неперервності.
53. Диференціювання в нормованих просторах. Похідна Фреше („сильна похідна”).
54. Відображення з \mathbb{R}^n в \mathbb{R}^m .
55. Лінійні відображення з \mathbb{R}^n в \mathbb{R}^m . Диференційовність. Властивості диференційованих відображень.

56. Відображення з ненульовим якобіаном (принцип збереження області, теорема про обернену функцію).

II-й семестр

I. Криволінійний інтеграл.

1. Означення та теорема існування криволінійного інтегралу першого роду.
2. Означення та теорема існування криволінійного інтегралу другого роду. Фізичний зміст та властивості.
3. Формула Гріна.
4. Критерій незалежності криволінійного інтегралу другого роду від шляху інтегрування.
5. Критерій незалежності криволінійного інтегралу 2-го роду від шляху інтегрування в однозв'язній області.

II. Поверхневі інтеграли.

6. Означення поверхні., гладкі поверхні.
7. Дотична площина та нормаль.
8. Площа поверхні. Формула до обчислення площ.
9. Орієнтація гладких поверхонь. Операція склеювання поверхонь.
10. Поверхневий інтеграл 1-го роду. (Властивості. Фізичний зміст)
11. Поверхневий інтеграл 2-го роду.

III. Елементи теорії поля.

12. Основні характеристики векторних полів.
13. Плоско-паралельне векторне поле. Необхідна і достатня умови потенціальності.
14. Теорема Гауса-Остроградського. Геометричний зміст дивергенції.
15. Формула Стокса. Геометричний зміст ротора.
16. Соленоїдальне векторне поле.
17. Потенціальні векторні поля.

IV. Інтеграли залежні від параметра.

18. Рівномірна збіжність по одній змінній функції двох змінних. Зв'язок з рівномірно збіжними функціональними послідовностями.
19. Властивості рівномірно збіжної сім'ї функцій.
20. Достатня умова рівномірної збіжності.
21. Неперервність та інтегровність властивого інтегралу залежного від параметру.
22. Теорема про диференційовність властивого інтегралу залежного від параметру.
23. Неперервність властивого інтегралу залежного від параметру, межі якого залежать від параметру.
24. Диференційовність властивого інтегралу залежного від параметру. Формула Лейбніца.

V. Невластиві інтеграли залежні від параметра.

25. Рівномірна збіжність невластивого інтегралу залежного від параметру. Критерій Коші рівномірної збіжності.
26. Ознака Вейерштраса рівномірної збіжності.
27. Ознака Діріхле та Абеля.
28. Терема про граничний перехід під знаком невластивого інтегралу.
29. Неперервність невластивого інтегралу та наслідки.
30. Інтегровність невластивого інтегралу залежного від параметру.
31. Диференційовність невластивого інтегралу залежного від параметру.
32. Інтегровність невластивого інтегралу залежного від параметру по нескінченному проміжку.
33. Інтеграл Діріхле.

	34. Інтеграл Пуассона 35. Гама функція та її властивості. 36. Бета функція та її властивості. 37. Зв'язок між гама та бета функціями. VI. Перетворення та інтеграл Фур'є. 38. Інтеграл Фур'є, його властивості. 39. Достатні умови зображення функції інтегралом Фур'є. 40. Перетворення Фур'є та його властивості. 41. Обернена формула перетворення Фур'є.
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

Схема курсу

Тиж- день, се- местр	Лекційний курс		Практичні заняття	
	Зміст теми	к-сть год	Зміст теми	к-сть год
1.	2.	3.	4.	5.
1/1	Загальне поняття ряду Фур'є	2	Розвинення функції у тригонометричний ряд Фур'є	4
2/1	Тригонометричний ряд Фур'є	4	ОДЗ та лінії рівня ФБЗ	2
3/1	Метричні та топологічні простори. Простір \mathbb{R}^m	2	Подвійні границі. Частинні похідні.	4
4/1	Неперервні відображення у метричних просторах, компакти	4	Частинні похідні та диференціал. Похідна за напрямом та градієнт	2
5/1	Диференціальне числення ФБЗ, частинні похідні та диференціали	2	Неявно задані ФБЗ: похідні та диференціал	4
6/1	Геометричний зміст частинних похідних і першого диференціалу	4	Формула Тейлора для ФБЗ	2
7/1	Формула Тейлора для ФБЗ	2	Задачі на екстремум для ФБЗ	4
8/1	Екстремум ФБЗ	4	Контрольна робота	2
9/1	Теорія неявних функцій	2	Умовний екстремум, ф.Лагранжа	4
10/1	Площа плоскої фігури та подвійний інтеграл	4	Подвійні інтеграли. Зведення подв. інтегралу до повторного	2
11/1	Класи інтегровних функцій	2	Обчислення подвійних інтегралів	4
12/1	Властивості подвійних інтегралів	4	Геом. та фізич. застосування	2
13/1	Теорема Фубіні.	2	Заміна змінних у подв. інтегралі	4
14/1	Заміна змінних	4	Потрійні інтеграли	2
15/1	Потрійні та n -кратні інтеграли	2	Циліндрична і сферична СК	4
16/1	Невластиві кратні інтеграли	4	Контрольна робота	2
	Усього за 1 семестр	48		48

1.	2.	3.	4.	5.
1/2	Крива. Криволінійний інтеграл першого роду.	4	Криві на площині та у просторі, їх параметризація	2
2/2	Криволінійний інтеграл другого роду.	2	Обчислення криволінійних інтегралів першого роду.	4
3/2	Формула Гріна. Незалежність від шляху	4	Обчислення криволінійних інтегралів другого роду.	2
4/2	Поняття поверхні	2	Застосування кр.інтегралів. Інтеграл від повного диференціалу	4
5/2	Поверхневі інтеграли	4	Інт. по замкнутому контурі, застосування ф.Гріна	2

6/2	Контрольна робота	2	Обчислення криволінійних інтегралів першого та другого роду	4
7/2	Векторні та скалярні поля	4	Застосування криволінійних інтегралів	2
8/2	Формула Гауса-Остроградського	2	Формула Гауса-Остроградського	4
9/2	Формула Стокса	4	Формула Стокса	2
10/2	Соленоїдні та потенціали векторні поля	2	Знаходження градієнту, ротору та дивіргенції	4
11/2	Рівномірна збіжність функції двох змінних до граничної	4	Дослідження на рівномірну збіжність функції двох	2
12/2	Властиві інтеграли, залежні від параметру	2	Інтегрування та диференціювання інтегралів, залежних від параметру	4
13/2	Рівномірна збіжність інтегралів	4	Дослідження на рівномірну збіжність невластивих ІЗВП	2
14/2	Невластиві інтеграли ЗВП	2	Інтеграл Пуассона, Діріхле, Фрулані, Френеля	4
15/2	Інтеграл Ейлера	4	Гамма і бета-функції	2
16/2	Контрольна робота	2	Консультація	4
	Усього за 2 семестр	48		48
	Усього за рік	96		96