**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**

**Львівський національний університет імені Івана Франка**

**Механіко-математичний факультет**

**Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь**

**Затверджено**

На засіданні

кафедри математичної статистики і   
диференціальних рівнянь

механіко-математичного факультету

Львівського національного університету імені Івана Франка

(протокол № 1 від 28.08.2020 р.)

В.о. завідувача кафедри: Бугрій О.М.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Силабус з навчальної дисципліни**

**“ Варіаційне числення ”,**

**що викладається в межах ОПП “Математична економіка та економетрія”**

**першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів з спеціальності 111 – Математика**

**Львів 2020 р.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Назва дисципліни** | Варіаційне числення |
| **Адреса викладання дисципліни** | Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка  м. Львів, вул. Університетська 1 |
| **Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна** | Механіко-математичного факультет  Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь |
| **Галузь знань, шифр та назва спеціальності** | 11 – Математика та статистика  111 – Математика |
| **Викладачі дисципліни** | Бугрій О.М., доктор фізико-математичних наук, доцент, в.о. завідувача кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь,  Скіра І.В., магістр, асистент кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь |
| **Контактна інформація викладачів** | [oleh.buhrii@lnu.edu.ua](mailto:oleh.buhrii@lnu.edu.ua) , <http://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/buhrii_o_m> ;  [iryna.skira@lnu.edu.ua](mailto:iryna.skira@lnu.edu.ua) , <https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/skira_i_v>  Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 267.  м. Львів, вул. Університетська, 1 |
| **Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються** | Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за поперед­ньою домовленістю). |
| **Сторінка курсу** | <https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/vc_for_111-m> |
| **Інформація про дисципліну** | Курс розроблено для ознайомлення студентів з основними поняттями та методами оптимізації функцій багатьох змінних, класичного варіаційного числення та оптимального керування. |
| **Коротка анотація дисципліни** | Дисципліна “Варіаційне числення” є нормативною дис­ципліною з спеціальності 111 – Математика для освітньої програми “Математична економіка та економетрія”, яка викладається в 8-му семестрі в обсязі 3-ох кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS). |
| **Мета та цілі дисципліни** | Мета: ознайомлення з основними поняттями та методами теорії оптимізації функцій багатьох змінних, оптимізації інтегральних та термінальних функціоналів, теорії оптимального керування.  Цілі: ознайомити з методами розв’язування задач математичного, опуклого та лінійного програмування, з властивостями інтегральних та термінальних функціоналів, з основами класичного варіаційного числення та основами теорії оптимального керування. |
| **Література для вивчення дисципліни** | 1) Лавренюк С.П. *Варіаційне числення й оптимальне керування*. – К.: НМК ВО, 1992.  2) Козицький В.А., Бугрій М.І. *Методичні вказівки з методів оптимізації*. – Львів, 1996.  3) Бугрій М.І. *Індивідуальні завдання з варіаційного числення та оптимального керування*. – Львів, 1997.  4) Моклячук М.П. *Варіаційне числення. Екстремальні задачі*: підручник. – К., 2003.  5) Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В. *Курс методов оптимизации*. – М., 1986.  6) Кігель В.Р. *Оптимізація логістичних рішень*. – К., 2007.  7) Буслаев В.С. *Вариационное исчисление*. – Л., 1980.  8) Пантелеев А.В. *Вариационное исчисление в примерах и задачах*. – М., 2000.  9) Пантелеев А.В., Летова Т.А. *Методы оптимизации в примерах и задачах*. – М., 2005. |
| **Обсяг курсу** | Загальний обсяг: 90 годин. Аудиторних занять: 56 год., з них 28 год. лекційних та 28 годин лабораторних робіт. Самостійної роботи: 34 год. |
| **Очікувані результати навчання** | У результаті вивчення даного курсу студент буде:  **знати**:  формулювання основних задач оптимізації функцій багатьох змінних, формулювання класичних варіаційних задач оптимізації функціоналів, формулювання задач оптимального керування, доведення теорем розв’язності;  **вміти**:  розрізняти типи задач оптимізації функцій та функціоналів, типи задач оптимального керування, знаходити розв’язки задач класичної оптимізації, знаходити розв’язки та екстремалі варіаційних задач Лагранжа, задач з вільними та закріпленими кінцями, задач оптимального керування. |
| **Ключові слова** | Варіаційне числення, методи оптимізації, оптимальне керування. |
| **Формат курсу** | Очний, дистанційний  Проведення лекційних, практичних робіт і консультацій. |
| **Теми** | Тема 1. Класична задача умовної оптимізації. Метод невизначених множників Лагранжа.  Тема 2. Основи опуклого аналізу.  Тема 3. Мінімізаційна задача математичного про¬грамування.  Тема 4. Задача опуклого про¬грамування. Теорія двоїстості.  Тема 5. Геометричний зміст задач лінійного програмування.  Тема 6. Варіація функціоналів та її застосування. Колоквіум 1.  Тема 7. Слабкий та сильний екстремум в задачі з закріпленими кінцями.  Тема 8. Варіаційна задача Лаг¬ран-жа з алгебричними в’язями.  Тема 9. Задача Лаг¬ран¬жа з диференціальними в’язями.  Тема 10. Ізопериметрична задача класичного ва¬ріа¬цій¬но¬го числення.  Тема 11. Необхідні умови екстремуму в задачі з рухомими кінцями.  Тема 12. Задача керування для функціоналу Майєра.  Тема 13. Принцип максимуму Понтрягіна для задачі термінального ке¬ру¬ван¬ня.  Тема 14. Задача керування для функціоналу Больца. Колоквіум 2. |
| **Підсумковий контроль, форма** | Іспит |
| **Пререквізити** | Для вивчення даного курсу студенти потрібні базові знаня з:   * Математичний аналіз. * Функціональний аналіз. * Диференціальні рівняння. * Рівняння математичної фізики. |
| **Навчальні ме­тоди та тех­ніки, які будуть ви­користовува­тися під час викладання курсу** | Презентації, лекції, інтерактивна комунікація |
| **Необхідне об­ладнання** | Комп’ютер із необхідним програмним забезпеченням, доступ до Internet мережі. |
| **Критерії оці­нювання (ок­ремо для кож­ного виду нав­чальної діяль­ності)** | Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:  • Змістовий модуль 1: 10% семестрової оцінки за контрольну роботу, максимальна кількість балів 10.  • Змістовий модуль 2: 10% семестрової оцінки за контрольну роботу,  10% семестрової оцінки за колоквіум, максимальна кількість балів 20.  • Змістовий модуль 3: 10% семестрової оцінки за контрольну роботу,  10% семестрової оцінки за колоквіум, максимальна кількість балів 20.  • іспит: 50% семестрової оцінки, максимальна кількість балів 50.  Підсумкова максимальна кількість балів 100.  **Академічна доброчесність**: Очікується, що роботи студентів будуть оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Списування та втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади мож­ли­вої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоб­ро­чесності в написанні завдань є підставою для її незарахуванння викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.  **Відвідання занять** є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та лабораторні зайняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов’язані дотримуватися термінів виз­начених для виконання всіх видів робіт, передбачених курсом.  **Література.** Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.  П**олітика виставлення балів.** Враховуються бали, набрані при по­точ­ному контролі та бали підсумкового тестування. При цьому обов’язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнень на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мо­більними пристроями під час заняття в цілях не пов’язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.  Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються. |
| **Питання до заліку чи екзамену.** | Означення і властивості опуклих множин і функцій; методи оптимізації функцій багатьох змінних; означення та властивості першої та другої варіації функціоналів; формулювання і доведення принципів Лагранжа для задач математичного та опуклого програмування; теорію двоїстості; симплекс-метод; формулювання основних задач класичного варіаційного числення, умови їх розв'язності; вигляд рівнянь Ейлера та крайових умов, які виникають при оптимізації функціоналів; формулювання основних задач теорії оптимального керування, умови їх розв'язності; вигляд функції Гамільтона, формулювання і доведення принципу Понтрягіна. |
| **Опитування** | Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завер­шенню курсу. |

**Схема курсу “** **Варіаційне числення”  
для студентів спеціальності 111 – Математика**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Тиж­ні | Лекційний курс | | Практичні заняття | | К-сть год сам. роб. |
| Назва теми | К-сть год | Назва теми | К-сть год |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | *Класична задача умовної оптимізації. Метод невизначених множників Лагранжа* | 2 | *Загальні принципи оптимізації функцій багатьох змінних* | 2 | 2 |
| 2 | *Основи опуклого аналізу* | 2 | *Задачі математичного і опуклого програмування* | 2 | 2 |
| 3 | *Мінімізаційна задача математичного про­гра­мування* | 2 | *Симплекс-метод розв’язування канонічної задачі лінійного програмування* | 2 | 2 |
| 4 | *Задача опуклого про­гра­мування. Теорія двоїстості* | 2 | *Основи теорії двоїстості* | 2 | 2 |
| 5 | *Геометричний зміст задач лінійного програмування* | 2 | *Контрольна робота 1* | 2 | 2 |
| 6 | *Варіація функціоналів та її застосування. Колоквіум 1* | 2 | *Варіаційні задачі безумовного екстремуму* | 2 | 2 |
| 7 | *Слабкий та сильний екстремум в задачі з закріпленими кінцями* | 2 | *Варіаційна задача з закріпленими кінцями* | 2 | 2 |
| 8 | *Варіаційна задача Лаг­ран­жа з алгебричними в’язями* | 2 | *Варіаційна задача Лагранжа* | 2 | 2 |
| 9 | *Задача Лаг­ран­жа з диференціальними в’язями* | 2 | *Контрольна робота 2* | 2 | 2 |
| 10 | *Ізопериметрична задача класичного ва­ріа­цій­но­го числення* | 2 | *Ізопериметрична задача* | 2 | 2 |
| 11 | *Необхідні умови екстремуму в задачі з рухомими кінцями* | 2 | *Задача з рухомими кінцями* | 2 | 2 |
| 12 | *Задача керування для функціоналу Майєра* | 2 | *Основи оптимального керування* | 2 | 4 |
| 13 | *Принцип максимуму Понтрягіна для задачі термінального ке­ру­ван­ня* | 2 | *Контрольна робота 3* | 2 | 4 |
| 14 | *Задача керування для функціоналу Больца. Колоквіум 2* | 2 | *Підсумкове заняття* | 2 | 4 |
|  | Разом | 28 |  | 28 | 34 |
|  | Викладач: Бугрій О.М. |  | Викладач: Скіра І.В.  . |  |  |