МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ЛЬВІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ІВАНА ФРАНКА

Факультет механіко-математичний

Кафедра математичної статистики та диференціальних рівнянь

**Затверджено**

на засіданні кафедри математичної статистики

та диференціальних рівнянь

факультету механіко-математичного

Львівського національного університету

Імені Івана Франка

(протокол № 1 від 4 вересня 2020 року)

Завідувач кафедри \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Бугрій О.М.

**Силабус з навчальної дисципліни**

**«Теорія ймовірностей»**

**що викладається в межах ОПП (ОПН)**

**«Статистика в ІТ»**

**першого (бакалавського) рівня вищої освіти для здобувачів з**

**спеціальності «Статистика»**

**Львів**

|  |  |
| --- | --- |
| **Назва дисципліни** | Теорія ймовірностей |
| **Адреса викладання дисципліни** | Львівський національний університет ім. Івана Франка |
| **Факультет та кафедра за якою закріплена дисципліна** | Механіко-математичний факультет, кафедра математичної статистики та диференціальних рівнянь |
| **Галузь знань, шифр та назва спеціальності** | «Математика та статистика» -11, «Статистика» -111 |
| **Викладачі дисципліни** | Базилевич Ірина Богданівна, канд. фіз. -мат. наук, доцент, доцент |
| **Контактна інформація викладачів** | iryna.bazylevych@lnu.edu.ua, сайт кафедри «Математична статистика та диференціальні рівняння» механіко-математичного факультету Львівського національного університету ім. Івана Франка |
| **Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються** | Середа, 16.30. (он-лайн на даний момент або 267 ауд., головний корпус Львівського національного університету ім. Івана Франка) Можливі консультації в інші дні при узгодженні викладача та студентів. |
| **Сторінка дисципліни** | Сайт кафедри математичної статистики та диференціальних рівнянь механіко-математичного факультету Львівського національного університету ім. Івана Франка |
| **Інформація про дисципліну** | Дисципліна «Теорія ймовірностей» є нормативною дисципліною з спеціальності «Статистика» для освітньої програми «Статистика в ІТ», яка викладається в 5 і 6 семестрі в обсязі 4 і 3,5 кредитів (за Європейською Кредитно-Транссферною Системою ECTS) |
| **Коротка анотація дисципліни** | Теорія ймовірностей займається математичним аналізом випадкових явищ. Предмет містить такі розділи «Випадкові події», «Випадкові величини та випадкові вектори», «Послідовності випадкових величин», «Граничні теореми», «Ланцюги Маркова» |
| **Мета вивчення дисципліни** | Теорія ймовірностей є базовою дисципліною для вивчення стохастичних явищ. У процесі вивчення вводиться поняття випадкової величини, випадкового вектора. Вона є базою для вивчення таких дисциплін як «Математична статистика», «Теорія випадкових процесів», «Методи прикладної статистики», «Додаткові розділи теорії випадкових процесів», «Фінансова математика», «Актуарна математика»  |
| **Література для вивчення дисципліни** | 1. Боровков А.А. Теория вероятностей. – М. Наука, 1987. – 431 с.
2. Гнєденко Б.В. Курс теорії ймовірностей. - К.: Видавництво Київського університету, 2010. – 464 с.
3. Гихман И.И., Скороход А.В., Ядренко М.И. Теория вероятностей.- К.: Вища школа, 1988. – 439 с.
4. Севастьянов Б.А. Курс теории вероятностей и математической статистики. – М.: Наука, 1982. – 255 с.
5. Ширяев А.Н. Вероятность. – М. Наука, 1980. -574 с.
6. Збірник задач з теорії ймовірностей під ред. Скорохода А.В. – К.: Вища школа, 1976.- 384 с.
7. Севастьянов Б.А, Чистяков В.П., Зубков А.М. Сборник задач по теории вероятностей. – М. Наука, 1980 – 160 с.
8. Прохоров А.В., Ушаков В.Г., Ушаков Н.Г. Задачи по теории вероятностей. – М.: Наука, 1986. – 327 с.
 |
| **Обсяг курсу**  | 144 годин аудиторних. З них - 48(5 семестр )+32 (6 семестр) лекцій, 32 (5 семестр) + 32 (6 семестр) та 81 годин самостійної роботи. |
| **Очікувані результати** | Після завершення цього курсу студент повиненЗнати – поняття випадкової події, випадкової величини, дискретної випадкової величини, абсолютно неперервної випадкової величини, математичного сподівання та дисперсії, основні розподіли, види збіжностей послідовностей випадкових величин, закон великих чисел, посилений закон великих чисел, центральну граничну теорему, ланцюги Маркова.Уміти знаходити ймовірності випадкових подій, математичне сподівання та дисперсію випадкових величин, розподіл суми, різниці, добутку, частки, добутку випадкових величин, перевіряти чи для послідовності має місце ЗВЧ, знаходити матрицю перехідних ймовірностей у довільний момент часу. |
| **Ключові слова** | Ймовірність, випадкова подія, простір елементарних подій, сігма-алгебра, ймовірнісна міра, ймовірнісний простір, випадкова величина, випадковий вектор, функція розподілу випадкової величини, дискретна випадкова величина, абсолютно неперервна випадкова величина, сингулярна випадкова величина, математичне сподівання, дисперсія |
| **Формат курсу** | ОчнийПроведення лекцій, практичних занять та консультацій для кращого розуміння тем |
| **Теми** |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Тиж- день | Тема | Форма | Літе-ратура | Завдання | Термін вико- нання |
|  | 1 семестр |  |  |  |  |
| 1,2 | Основні поняття теорії ймовірностей. Класичне означення ймовірності | 2 лекції, 1прак- тика | [1],[3], [6], [8],[5] | Розв’язування задач на класичне означення ймовірностей | 1 тиж-день |
| 2 | Статистичне означення ймовірності, ймовірність в дискретному просторі елементарних подій | 1 лек-ція, 1 прак- тика | [2],[3], [5],[6], [8]  | Розв’язування задач на знаходження ймовірностей | 1 тиж- день |
| 3 | Геометричні ймовірності | 1 лек-ція, 1 практ. | [1], [2],[3], [6], [7] | Розв’язування задач на геометричні ймовірності | 1 тиж- день |
| 3,4 | Поняття сигми-алгебри, ймовірнісної міри. Аксі- оматика теорії ймовірностей | 2 лек-ції,1 прак-тика | [1], [3], [2],[6], [8] | Побудова сигма-алгебр | 1 тиж- день |
| 5 | Умовні ймовірності, Формула повної ймовірності, формула Байєса | 1 лек-ція, 1 прак-тика | [1], [2],[3],[4], [6], [7], [8], | Знаходження умовних ймовірностей,Знаходження ймовірностей за допомогою формули пов-ної ймовір-ності, форму- ли Байєса | 1 тиж- день |
| 5,6 | Незалежні події. Формула схеми Бернулі. Найімовірніше число в схемі Бернуллі | 2 лек-ції, 1 прак-тика | [1], [3], [2],[4], [6], [8] | Перевірка подій на незалежність, знаходження ймовірностей в схемі Бер- нуллі, знахо- дження най- імовірнішого числа | 1 тиж-день |
| 7,8 | Асимптотичні формули в схемі Бернуллі | 2лек-ції, 1 прак-тика | [2], [3],[4],[8] | Застосування асимптоти-них формул в схемі Бернуллі | 1 тиж-день |
| 8 | Поняття випадкової величини.Функція розподілу випадкової величини | 1 лек-ція, 1 прак-тика | [1], [2], [3,],[4], [6], [8], | Знаходження функції розподілу випадкової величини | 1 тиж- день |
| 9 | Дискретні випадкові величини | 1 лек-ція, 1 прак-тика | [1], [2], [3],[6], [8], | Знаходження математично- го сподівання та дисперсії  | 1 тиж-день |
| 9, 10 | Випадкові події, породжені випадковими велитчинами | 1 лек-ція, 1 прак-тика | [1], [2], [3,],[4] [6],[8], | Знаходження функції розподілу випадкових величин | 1 тиж день |
| 10, 11 | Абсолютно неперервні випадкові величини. Найважливіші розподіли | 2 лек-ції, 1 прак-тика | [1], [2], [3] | Знаходження функції розподілу та щільності для абсолютно неперервних випадкових величин. | 1 тиж-день |
| 11, 12 | Загальне поняття випадкової величини | 2 лек-ції, 1 прак-тика | [1], [2], [3,],[4], [6], [8], | Приклад відображення, яке не є випадковою величиною | 1 тиж-день |
| 13, 14 | Загальне поняття математичного сподівання. Властивості математичного сподівання | 2 лекції,1прак-тика | [1], [2], [3,],[4], [6], [8] | Знаходження математичного сподівання та дисперсії | І тиж-день |
| 14 | Поняття дисперсії та її властивості | 1 лек-ція, 1 прак-тика | [1], [2], [3,],[4] | Знаходження дисперсій | 1 тиж-день |
| 15, 16 | Незалежні випадкові величини | 2 лек-ції, 1 прак- ка | [1], [2], [3,],[4] | Приклади на використання незалежності випадкових величин | 1 тиж-день |
| 16 | Розподіл суми незалежних випадкових величин | 1 лек-ція, 1 практ. | [1], [2], [3,],[4] | Знаходження суми незалежних випадкових величин | 1 тиж-день |

 |
| **Підсумковий контроль** | 2 семестр – іспит комбінований |
| **Пререквізити** | Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з, математичного аналізу, алгебри, диференціальних рівнянь, теорії міри, функціонального аналізу, комплексного аналізу достатніх для сприйняття категоріального апарату теорії ймовірностей. |
| **Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватись під час викладання курсу** | Читання лекцій з використання презентацій, застосування програмних методів для розв’язування задач, проектно-орієнтовне навчання. |
| **Необхідне обладнання** |  |
| **Критерії оцінювання** | Оцінювання проводиться за 100-бальною системою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням: 5 семестр* Практичні самостійні тощо – 50 % семестрової оцінки, максимальна кількість балів – 50
* Контрольні заміри – 50 % семестрової оцінки, максимальна кількість – 50

6 семестр* Практичні самостійні тощо – 5 % семестрової оцінки, максимальна кількість балів – 25
* Контрольні заміри – 25 % семестрової оцінки, максимальна кількість -25
* Іспит – 50 % семестрової оцінки. Максимальна кількість – 50 балів
 |
| **Питання до екзамену** | 1 . Означення:А) простору елементарних подійБ) елементарної подіїВ) достовірної подіїГ) неможливої подіїД) протилежної подіїЕ) несумісних подійЄ) незалежних подійЖ) повної групи подійЗ) умовних ймовірностейИ) класичне означення ймовірностіІ) означення ймовірності в дискретному просторі елементарних подійЇ) геометричне означення ймовірностіЙ) статистичне означення ймовірностіК) випадкової величиниЛ) функції розподілу випадкової величиниМ) дискретної випадкової величиниН) алгебри і сігма-алгебриО) ймовірнісної міриП) ймовірнісного просторуР) аксіоматика теорії ймовірностейС) монотонного класуТ) найімовірнішого числа в схемі БернулліУ) суми, добутку, різниці, симетричної різниці подійФ) найменша сігма-алгебра, що містить К, найменший монотонний клас, що містить КЧ) Борелівської множини на площині та в n-вимірному просторіХ) попарної незалежності, незалежності в сукупності.Ш) математичного сподівання дискретної випадкової величиниЩ) початкового моменту вв, центрального моменту, дисперсії, середньо-квадратичного відхилення, асиметрії, ексцесу.2. Поняття А)випадкової подіїБ) постановка задачі для схеми Бернуллі3. Формули А) множення ймовірностейБ) БайєсаВ) повної ймовірності.4. Теореми:А) Формула повної ймовірностіБ) формула БайєсаВ) вивід формули схеми БернулліГ) вивід формули для найімовірнішого числа в схемі Бернуллі.Д) закон ПуассонаЕ) локальна теорема Муавра-ЛапласаЄ) інтегральна теорема Муавра-ЛапласаЖ) відхилення відносної частоти від теоретичної ймовірностіЗ ) про існування мінімальної сігми-алгебриИ) про існування мінімального монотонного класу.І) Критерій для того, щоб алгебра була сігма-алгеброюЇ )Теорема про еквівалентності для скінченно-адитивної міри на алгебріЙ) КаратеодоріК) про неперервність ймовірнісної міри для монотонних класів (стор. 41 Г, С, Я)Л) приклад попарно незалежних подій, але не незалежних подій в сукупності5. Властивості:А) ймовірностейБ) умовних ймовірностейВ) незалежних подійГ) функції розподілуД) дій над подіями2-га частина.1. Дискретна випадкова величина.
2. Математичне сподівання диск. вип. величини та його властивості.
3. Біноміальний розподіл, його числові характеристики (вивід).
4. Геометричний розподіл, його числові характеристики (вивід).
5. Розподіл Пуассона розподіл, його числові характеристики (вивід).
6. Гіпергеометричний розподіл, його числові характеристики (вивід).
7. Від’ємний біноміальний розподіл, його числові характеристики (вивід).
8. Дискретний рівномірний розподіл, його числові характеристики (вивід).
9. Випадкові події породжені випадковими величинами.
10. Абсолютно неперервні випадкові величини та властивості щільності.
11. Сингулярна випадкова величина. Теорема про структуру довільної випадкової величини.
12. Інтеграл Лебега та математичне сподівання довільної випадкової величини.
13. Властивості математичного сподівання (властивості інтеграла Лебега).
14. Інтеграл Лебега-Стільтьєса та математичне сподівання довільної випадкової величини.
15. Числові характеристики випадкових величин. Дисперсія.
16. Властивості дисперсії.
17. Рівномірний розподіл, його числові характеристики (вивід).
18. Показниковий розподіл, його числові характеристики (вивід).
19. Нормальний розподіл, його числові характеристики (вивід).
20. Гамма-розподіл, його числові характеристики (вивід).
21. Розподіл Коші.
22. Розподіл функції випадкової величини.
23. Незалежні випадкові величини.
24. Дискретні випадкові вектори.
25. Абсолютно неперервні випадкові вектори. Розподіл функції випадкового вектора.

2 СЕМЕСТРОЗНАЧЕННЯ.1. Характеристична функція.
2. Твірна функція
3. Симетричний розподіл
4. Збіжність за ймовірністю.
5. Збіжність в середньому.
6. Збіжність в середньоквадратичному.
7. Збіжність з ймовірністю 1.
8. Означення слабої збіжності.
9. Збіжність за розподілом.
10. Збіжність в основному.
11. Нескінченно-подільного розподілу.
12. Означення елементарних систем.
13. Закон великих чисел.
14. Посилений закон великих чисел.
15. Центральна гранична теорема.
16. Ланцюг Маркова.
17. Ймовірність переходу на  кроці.
18. Рівняння Колмогорова-Чепмена.
19. Однорідний ланцюг Маркова.
20. Стаціонарний розподіл.
21. Рекурентний та нерекурентний стани.
22. Досяжний стан.
23. Сполучні стани.

ФОРМУЛИ 1. Для щільності суми незалежних абсолютно-неперервних випадкових величин. (Вигляд і виведення)
2. Для щільності різниці незалежних абсолютно-неперервних випадкових величин. (Вигляд і виведення).
3. Для щільності добутку незалежних абсолютно-неперервних випадкових величин (Вигляд і виведення).
4. Для щільності частки незалежних абсолютно-неперервних випадкових величин. (Вигляд і виведення).

ВЛАСТИВОСТІ.1. Властивості характеристичних функцій 1.
2. Властивості характеристичних функцій 2.
3. Властивості характеристичних функцій 3.
4. Властивості твірних функцій 1.
5. Властивості твірних функцій 2.
6. Властивості збіжності за ймовір., в середньому, в середньо квадр. 1
7. Властист. збіжності за ймовір., в середньому, в середньо квадр. 2
8. Власт. збіжності за ймовір., в середньому, в середньо квадр. 3

Теореми.1. Теорема про розподіл суми незалежних вв., які мають нормальний розподіл (використовуючи характеристичну функцію).
2. Теорема про розподіл суми незалежних вв., які мають гамма-розподіл (використовуючи характеристичну функцію).
3. Нерівність Колмогорова.
4. Теореми Чебишова, Хінчина, Бернуллі, Маркова ЗВЧ.
5. Теорема Колмогорова про необхідні та достатні умови ЗВЧ.
6. Теорема про необхідні та достатні умови збіжності з ймов. 1
7. Лема Бореллі-Кантеллі.
8. Теорема (наслідок) про існування підпослідовності збіжної за ймовірністю послідовності, яка збігається з ймовірністю 1.
9. Необхідні і достатні умови збіжності за ймовірністю
10. Теореми Колмогорова ПЗВЧ.
11. Теореми про обернення для характеристичних функцій.
12. Граничні теореми для твірних функцій.(Пряма)
13. Граничні теореми для характеристичних функцій (обернена).
14. Теорема Бохнера-Хінчина, теорема Марцинкевича, теорема Пойа.
15. Центральна гранична теорема. Випадок однаково розподілених незалежних випадкових величин.
16. ЦГТ. Теорема Ляпунова.
17. Теореми Хеллі.
18. Властивості нескінченно-подільних розподілів.
19. Теорема про канонічне подання характеристичної функції нескінченно-подільного розподілу.
20. Гранична теорема для нескінченно-подільних розподілів.
21. Граничні теореми для сум.
22. Умови збіжності до нормального розподілу.
23. Теорема про ланцюги Маркова.
24. Теорема про існування граничного розподілу ланцюга Маркова.
25. Теорема про необхідну та достатню умову рекурентності стану ланцюга Маркова.

ВИВЕДЕННЯ.1. Уміти знаходити математичне сподівання, дисперсію, характеристичні та твірні функції найважливіших розподілів.
 |
| **Опитування** | Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано в кінці вивчення курсу. |