

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь



Затверджено
на засіданні кафедри математичної
статистики і диференціальних рівнянь
механіко-математичного факультету
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № 1 від 29.08.2022)

Завідувач кафедри:

проф. Бугрій О.М.

Силабус з навчальної дисципліни
“Теорія узагальнених функцій”,
що викладається в межах ОПШ
“Комп’ютерний аналіз математичних моделей”
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
для здобувачів зі спеціальності

111 Математика

Львів 2022

Назва дисципліни	Теорія узагальнених функцій
Адреса викладання дисципліни	м. Львів, вул. Університетська 1
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичного факультет Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	Галузь знань: 11 Математика і статистика Спеціальність: 111 Математика;
Викладачі дисципліни	Лопушанська Галина Петрівна , доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь
Контактна інформація викладачів	halyna.lopushanska@lnu.edu.ua;
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультацію з теоретичної чи практичної частини курсу можна отримати на нараді Zoom у будь-який зручний для студентів та викладача час, а також очно в день проведення лекцій чи практичних занять за попередньою домовленістю.
Сторінка курсу	http://new.mmf.lnu.edu.ua/course/tgf
Інформація про дисципліну	Дисципліна “Теорія узагальнених функцій” є нормативною дисципліною зі спеціальності 111 Математика для освітньої програми “Комп’ютерний аналіз математичних моделей”. Вона викладається в 3-му семестрі в обсязі 3-ох кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Коротка анотація дисципліни	Курс розроблено таким чином, щоб надати учасникам знання з основ теорії узагальнених функцій, інтегральних перетворень (Фур’є і Лапласа) у просторах узагальнених функцій і їх застосування.
Мета та цілі дисципліни	Математичні моделі природознавства, економіки і суспільних наук не завжди описуються за допомогою регулярних функцій. Часто в таких моделях зустрічаються дані з різними особливостями. При розв’язуванні задач для диференціальних рівнянь, у вигляді яких записані такі математичні моделі, треба вміти працювати з узагальненими розв’язками, використовувати різні інтегральні перетворення, які для регулярних функцій не завжди визначені. Мета курсу полягає у вивченні основ теорії узагальнених функцій, інтегральних перетворень (Фур’є і Лапласа) у просторах узагальнених функцій і їх застосувань.
Література для вивчення дисципліни	1. Бондаренко В.Г. Рівняння математичної фізики: [Електронний ресурс] : навч. посіб. Р. 5 / В.Г. Бондаренко – КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 100 с.

	<ol style="list-style-type: none"> 2. Городецький В.В. Узагальнені функції. Методи розв'язування задач. Ч.1. Навч.посібник / В.В. Городецький, Я.М. Дрінь, М.І. Нагнибіда -- -- Чернівці: Книги - XXI, 2010. -- 242 с. 3. Городецький В.В. Узагальнені функції. Методи розв'язування задач. Ч.2. Навч.посібник / В.В. Городецький, Я.М. Дрінь, М.І. Нагнибіда -- Чернівці: Книги - XXI, 2010. -- 216 с. 4. Городецький В.В. Властивість локалізації для згортки узагальнених періодичних функцій / В.В. Городецький, О.В. Мартинюк // Доповіді НАН України. – 2020. – 4. – С. 1-7. 5. Гупало Г.-В. С. Елементарна теорія узагальнених функцій та деякі її застосування / Г.-В.С. Гупало, Г.П. Лопушанська. -- К.: НМК ВО, 1992. -- 123 с. 6. Лопушанська Г.П. Перетворення Фур'є та Лапласа: узагальнення, застосування. Навч.-метод. посібник / Г.П. Лопушанська, А.О. Лопушанський, О.М. М'яус - Вид-во Львів. ун-ту, 2014 -- 153 с. 7. Лопушанська Г. П. Методи рядів і перетворення Фур'є: методичні рекомендації до виконання лабораторних робіт / Г. П. Лопушанська, О. М. Бугрій, А. О. Лопушанський – 2022, 59 с. http://new.mmf.lnu.edu.ua/department/msde 8. Кэч В. Введение в теорию обобщенных функций с приложениями в технике / В. Кэч, П.Т. Теодореску -- М.: Мир,1978. -- 518 с. 9. Романенко І.Б. Узагальнені функції в математичній фізиці. Навч.-метод. вказівки до практ. занять / І. Б Романенко.--Київ: ВПЦ "Київ. ун-т", 2008. 10. Lewis B.J. Laplace and Fourier transforms / B. J. Lewis, E. N. Onder, A.A. Prudil // Advanced Mathematics for Engineering Students. Chapter 3. – 2022, pp. 75-109. https://doi.org/10.1016/B978-0-12-823681-9.00011-3 11. Strauss W.A. Partial Differential Equations. An introduction. Chapter 12 / W.A. Strauss.—John Wiley and Sons, Ltd. – 2021, 466 p.
Обсяг курсу	<p>Загальний обсяг: 90 годин. Аудиторних занять: 48 год., з них 32 год. лекцій та 16 годин практичних робіт.</p> <p>Самостійна робота: 42 год. Кредитів: 3.</p>
Очікувані результати навчання	<p><u>В результаті вивчення даного курсу студент повинен</u></p> <p>знати: основні дії над узагальненими функціями, основні простори узагальнених функцій, основні властивості інтегрального перетворення Фур'є звичайних та узагальнених функцій, основні властивості інтегрального перетворення Лапласа звичайних та узагальнених функцій;</p> <p>вміти: виконувати основні дії над узагальненими функціями, розв'язувати звичайні диференціальні рівняння та задачі Коші у просторі узагальнених функцій, будувати фундаментальні розв'язки диференціальних рівнянь та застосовувати їх до побудови та дослідження основних задач для диференціальних рівнянь та рівнянь у згортках, застосовувати інтегральне перетворення Фур'є до побудови фундаментальних функцій диференціальних операторів, до дослідження та розв'язування основних задач для диференціальних рівнянь, застосовувати інтегральне</p>

	<p>перетворення Лапласа до дослідження та розв'язування основних задач для диференціальних рівнянь.</p> <p>Після успішного завершення курсу студент має набути такі загальні компетентності (ЗК) та спеціальні (фахові) компетентності (СК):</p> <p>ЗК-1 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу; ЗК-3 Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності; ЗК-7 Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями; ЗК-9 Здатність приймати обґрунтовані рішення;</p> <p>ЗК-11 Здатність спілкуватися з представниками інших професійних груп різного рівня (з експертами з інших галузей знань);</p> <p>СК-1 Здатність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання; СК-3 Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок; СК-4 Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганних; СК-8 Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів,</p> <p>і здобути такі програмні результати навчання (РН):</p> <p>РН-1 Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці; РН-3 Знати принципи <i>modus ponens</i> (правило виведення логічних висловлювань) та <i>modus tollens</i> (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень;</p> <p>РН-7 Пояснювати математичні концепції мовою, зрозумілою для нефаківців у галузі математики; РН-10 Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями;</p> <p>РН-11 Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей;</p> <p>РН-22 Уміти досліджувати математичні моделі з використанням результатів сучасних розділів теорії диференціальних рівнянь.</p>
Ключові слова	Узагальнена функція, задача Коші, узагальнений розв'язок, згортка, прямий добуток узагальнених функцій, перетворення Фур'є, перетворення Лапласа
Формат курсу	Лекції та практичні заняття, контрольні роботи, колоквиуми і консультації.

Теми	Див. Схема курсу
Підсумковий контроль, форма	Іспит в 3-ому семестрі.
Пререквізити	Для вивчення даного курсу студенти повинні мати базові знання з математичного аналізу і диференціальних рівнянь, достатніх для сприйняття категоріального апарату методів диференціювання, інтегрування, степеневих і функційних рядів. лінійної алгебри та аналітичної геометрії.
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Проведення лекцій і практичних занять.
Необхідне обладнання	Комп'ютер із необхідним програмним забезпеченням, доступ до Internet мережі.
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються так: контрольні роботи №1, №2, колоквіум : $15 + 15 + 20 = 50$; премія за активну роботу на заняттях -- 2; всього – 50 за роботу в семестрі. Іспит – 50. Всього – 100. Остаточна кількість балів, які отримує студент на іспиті: загальна кількість балів, набраних за семестр і на іспиті, плюс бонусні бали (їх максимум -- 10).</p> <p>Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Списування та втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в написанні завдань є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У</p>

	<p>будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів робіт, передбачених курсом.</p> <p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали, набрані при поточному контролі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
<p>Питання до заліку чи екзамену</p>	<p>Поняття узагальненої функції однієї змінної. Приклади.</p> <p>Основні дії над узагальненими функціями. Приклади.</p> <p>Порядок сингулярності узагальненої функції.</p> <p>Простір D^+.</p> <p>Первісна узагальненої функції. Властивість первісної у D^+.</p> <p>Звичайні диференціальні рівняння в просторі узагальнених функцій.</p> <p>Фундаментальна функція лінійного диференціального рівняння та її побудова методом варіації сталих.</p> <p>Основна властивість фундаментальної функції.</p> <p>Узагальнена задача Коші.</p> <p>Простір узагальнених функцій багатьох змінних. Основні дії. Простір фінітних узагальнених функцій.</p> <p>Збіжність у просторі узагальнених функцій. Дельта-видні послідовності.</p> <p>Довести, що із збіжності послідовності функцій у просторі L випливає її збіжність у просторі D'.</p> <p>Довести, що із збіжності послідовності звичайних функцій випливає її збіжність у просторі D'.</p> <p>Згортка звичайних та узагальнених функцій. Її існування.</p> <p>Лінійність згортки.</p> <p>Умови неперервності згортки.</p> <p>Теорема про диференціювання згортки. Застосування згортки.</p> <p>Прямий добуток узагальнених функцій.</p> <p>Згортка у просторі D^+.</p> <p>Узагальнені розв'язки диференціальних рівнянь і рівнянь у згортках.</p> <p>Перетворення Фур'є основних функцій. Основні властивості.</p> <p>Простори S та S'.</p> <p>Перетворення Фур'є узагальнених функцій. Основні властивості. Приклади.</p> <p>Перетворення Фур'є у S, S' та L_2.</p> <p>Перетворення Фур'є фінітних узагальнених функцій.</p> <p>Структура фінітної узагальненої функції.</p> <p>Простори Соболева. Еквівалентність двох різних означень.</p> <p>Теорема Соболева про вкладення.</p>

	Перетворення Лапласа і його застосування.
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

Схема курсу

Тиж-ні	Лекційний курс		Практичні заняття		К-сть год сам. роб.	Література
	Назва теми	К-сть год	Назва теми	К-сть год		
1	2	3	4	5	6	7
1	Тема 1. <i>Необхідність розширення класів функцій. Поняття узагальненої функції однієї змінної. Приклади</i>	2	<i>Основні дії над узагальненими функціями.</i>	2	3	[1-6,8-9,11]
2	Тема 2. <i>Основні дії над узагальненими функціями.</i>	2			2	[1-3,9,11]
3	Тема 3. <i>Узагальнені розв'язки звичайних лінійних диференціальних рівнянь. Узагальнена задача Коші.</i>	2	<i>Узагальнені розв'язки диференціальних рівнянь</i>	2	3	[1-3,5,6]
4	Тема 4. <i>Простори узагальнених функцій багатьох змінних. Основні дії.</i>	2			2	[1-3,5,9]
5	Тема 5. <i>Простір фінітних узагальнених функцій. Розкладення одиниці.</i>	2	<i>Згортка і прямий добуток</i>	2	3	[2,3,5,6]
6	Тема 6. <i>Збіжність у просторі узагальнених функцій. Дельта-видні послідовності</i>	2			2	[2,3,5,9]
7	Тема 7. <i>Згортка звичайних та узагальнених функцій. Її існування.</i>	2	<i>Контрольна робота № 1</i>	2	3	[1-6,9]

8	Тема 8. Прямий добуток та композиція узагальнених функцій	2			2	[5,6]
9	Тема 9. Простори S та S' .	2	Рівняння у згортках.	2	3	[2-6]
10	Тема 10. Перетворення Фур'є основних та узагальнених функцій. Основні властивості.	2			2	[2,3,5-11]
11	Тема 11. Приклади перетворень Фур'є і його застосування	2	Перетворення Фур'є	2	3	[2,3-11]
12	Тема 12. Перетворення Фур'є фінітних узагальнених функцій. Структура узагальнених функцій	2			2	[3,5,6]
13	Тема 13. Перетворення Фур'є у L_2 . Простори Соболева	2	Колоквіум	2	3	[5,6]
14	Тема 14. Перетворення Лапласа. Основні властивості	2			2	[5,6,10]
15	Тема 15. Приклади застосувань перетворення Лапласа	2	Перетворення Лапласа Контрольна робота № 2	2	3	[5,6,10]
16	Тема 16. Застосування перетворень Фур'є і Лапласа до розв'язання задач для диференціальних рівнянь і побудови фундаментальних функцій	2			2	[3,5-7,11]
	Разом	32		16	42	