

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

(найменування центрального органу управління освітою, власника)

ВИЩА МАТЕМАТИКА

(назва навчальної дисципліни)

ПРОГРАМА
навчальної дисципліни

підготовки бакалаврів
(назва освітньо-кваліфікаційного рівня)

спеціальності 014 Середня освіта
(шифр і назва напрямку)

спеціалізації 014.06 Середня освіта (хімія)
(шифр і назва напрямку)

(шифр за ОПП ПП 2.02)

РОЗРОБЛЕНО ТА ВНЕСЕНО: ЛЬВІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
імені ІВАНА ФРАНКА

(повне найменування вищого навчального закладу)

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ: кандидат фізико-математичних наук, доцент Синюта В.М.

Схвалено Вченою радою хімічного факультету

“ ” _____ року, протокол №

Голова Вченої ради _____ проф. Каличак Я.М.

_____ (підпис)

ВСТУП

Програма вивчення нормативної навчальної дисципліни “Вища математика” складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалаврів спеціальності “014 Середня освіта”, спеціалізації “014.06 Середня освіта (хімія)”.

Предметом вивчення навчальної дисципліни є загальні математичні властивості і закономірності та математичний апарат для побудови і дослідження математичних моделей різноманітних процесів.

Міждисциплінарні зв'язки: фізика, інформатика і програмування, аналітична хімія, фізична хімія, математичні методи моделювання та оптимізації в хімії, квантова механіка і квантова хімія, фізичні методи дослідження, основи стандартизації, хімічна технологія.

Програма навчальної дисципліни складається з таких змістових модулів:

1. Лінійна алгебра і аналітична геометрія.
2. Диференціальне числення функцій однієї змінної.
3. Інтегральне числення функцій однієї змінної.
4. Диференціальне числення функцій багатьох змінних.
5. Інтегральне числення функцій багатьох змінної.
6. Ряди.
7. Диференціальні рівняння.

Мета та завдання навчальної дисципліни

1.1. Мета викладання навчальної дисципліни “Вища математика”: в результаті вивчення дисципліни студенти повинні засвоїти теорію і вмінні застосовувати її до розв'язування задач, навчитися користуватися математичною літературою і довідниками, набути навиків у вмінні втілювати в математичну форму відповідні конкретні задачі, навчитися доводити задачі до практично прийняттого вигляду – числа або графіка.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни “Вища математика” є вивчення основних методів вищої математики, необхідних для засвоєння фізики, фізичної хімії та інших загальних та спеціальних дисциплін.

1.3. Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні:

знати : основні методи вищої математики та їх теоретичні основи

вміти :

- надавати математичного змісту певній практичній задачі
- застосовувати основні методи вищої математики до розв'язування задач
- навчитись доводити розв'язок задачі до прийняттого вигляду – числа, графіка
- навчитись користуватись математичною літературою

На вивчення навчальної дисципліни відводиться 450 годин / 15 кредитів ECTS.

2. Інформаційний обсяг навчальної дисципліни

Змістовий модуль 1. Лінійна алгебра і аналітична геометрія.

Тема 1.1. *Матриці.*

- поняття матриці, рівність матриць;
- види матриць: квадратна, діагональна, одинична, нульова, верхня (нижня) трикутна;
- дії з матрицями: множення матриці на скаляр, додавання і віднімання матриць, транспонування матриці.

Тема 1.2. *Визначники. Обернена матриця.*

- поняття визначника n -го порядку;
- визначники 2-го і 3-го порядків;
- поняття мінора та алгебраїчного доповнення елемента квадратної матриці;
- властивості визначників n -го порядку;
- обчислення визначників n -го порядку;
- обернена матриця, умови існування та алгоритм її обчислення;
- властивості обернених матриць.

Тема 1.3. Системи лінійних рівнянь.

- поняття системи лінійних рівнянь та її запис у матричному вигляді;
- метод оберненої матриці розв'язування системи рівнянь;
- формули Крамера;
- системи двох лінійних рівнянь з двома невідомими та системи трьох лінійних рівнянь з трьома невідомими, умови сумісності, визначеності та невизначеності цих систем;
- ранг матриці та теорема Кронекера–Капеллі;
- метод Гаусса.

Тема 1.4. Вектори на площині і в просторі та дії з ними. Декартова система координат.

- поняття вектора на площині та в просторі;
- лінійні операції над векторами;
- база і координати вектора;
- декартова система координат;
- скалярний, векторний та мішаний добутки векторів, їх властивості, координатні формули та застосування.

Тема 1.5. Перетворення декартових прямокутних координат. Полярні, циліндричні та сферичні координати.

- перетворення прямокутних координат на площині та в просторі;
- полярна система координат, зв'язок між полярними та декартовими координатами точки;
- циліндричні та сферичні координати точки, зв'язок циліндричних та сферичних координат точки з декартовими координатами.

Тема 1.6. Пряма на площині.

- поняття рівняння лінії на площині;
- параметричне рівняння лінії;
- різні рівняння прямої на площині, рівняння жмутка прямих;
- відстань від точки до прямої;
- кут між двома прямими, умови паралельності та перпендикулярності прямих.

Тема 1.7. Лінії другого порядку на площині.

- означення еліпса, вивід його канонічного рівняння та дослідження форми еліпса, рівняння кола;
- означення гіперболи, вивід її канонічного рівняння та дослідження форми гіперболи;
- ексцентриситет та директриси еліпса та гіперболи, формули фокальних радіусів, фокальна властивість еліпса та гіперболи;
- означення параболи, вивід її канонічного рівняння та дослідження форми параболи;
- полярне рівняння еліпса, гіперболи, параболи;
- приведення загального рівняння лінії другого порядку до найпростішого вигляду.

Тема 1.8. Площина та пряма у просторі.

- поняття рівняння поверхні та лінії у просторі;
- різні рівняння площини у просторі, рівняння жмутка площин;

- відстань від точки до площини;
- кут між двома площинами, умови паралельності та перпендикулярності площин;
- різні рівняння прямої у просторі;
- кут між двома прямими, умови паралельності та перпендикулярності прямих, умова перетину двох прямих;
- кут між прямою та площиною, умови паралельності та перпендикулярності прямої та площини.

Тема 1.9. *Поверхні другого порядку.*

- канонічне рівняння еліпсоїда та дослідження його форми;
- канонічні рівняння гіперболоїдів та дослідження їх форми;
- канонічне рівняння еліптичного конуса та дослідження його форми;
- канонічні рівняння параболоїдів та дослідження їх форми;
- канонічні рівняння циліндрів другого порядку та дослідження їх форми;
- поняття про спрощення загального рівняння поверхні другого порядку.

Тема 1.10. *Лінійні та евклідові простори. Лінійні оператори їхні власні числа та власні вектори.*

- поняття лінійного та евклідового просторів;
- лінійний оператор та його матриця;
- добуток операторів, обернений оператор;
- власні числа та власні вектори лінійних операторів.

Змістовий модуль 2. Диференціальне числення функцій однієї змінної.

Тема 2.1. *Множини та дії з ними. Комплексні числа.*

- множини та дії з ними;
- множина дійсних чисел, точна верхня (нижня) межа числової множини;
- комплексні числа, форми їх запису та дії з комплексними числами.

Тема 2.2. *Функція однієї змінної. Числові послідовності.*

- поняття функції однієї змінної;
- область визначення та область значень функції;
- способи задання функції;
- властивості функцій: парність, непарність, монотонність, обмеженість, періодичність;
- явна і неявна функції, обернена функція, складена функція, параметрично задана функція;
- основні елементарні функції, їх властивості та графіки, гіперболічні функції;
- класифікація елементарних функцій: раціональні, ірраціональні, трансцендентні функції;
- поняття числової послідовності.

Тема 2.3. *Границя послідовності та функції. Основні теореми про границі.*

- поняття границі послідовності;
- нескінченно малі та нескінченно великі послідовності;
- основні теореми про границі послідовностей;
- границя функції у точці;
- односторонні границі функції у точці;
- границя функції у безмежності;
- нескінченно малі функції та їх властивості;
- нескінченно великі функції, їх зв'язок з нескінченно малими функціями;
- основні теореми про границі функцій;

- перша і друга чудові границі;
- порівняння нескінченно малих функцій;
- асимптоти графіка функції.

Тема 2.4. *Неперервність функції однієї змінної.*

- поняття неперервності функції в точці та на проміжку;
- властивості неперервних функцій;
- неперервність елементарних функцій;
- точки розриву функції та їх класифікація.

Тема 2.5. *Похідна функції та правила диференціювання.*

- задачі, які приводять до поняття похідної функції;
- поняття похідної, її геометричний та фізичний зміст;
- односторонні похідні;
- зв'язок між диференційовністю та неперервністю функцій;
- правила диференціювання суми, різниці, добутку та частки функцій;
- похідна складеної, оберненої, неявної та параметрично заданої функції;
- похідні елементарних функцій;
- похідні вищих порядків.

Тема 2.6. *Диференціал функції.*

- поняття диференціала функції, його геометричний та фізичний зміст;
- правила обчислення диференціала та інваріантність його форми;
- застосування диференціала до наближених обчислень;
- диференціали вищих порядків.

Тема 2.7. *Основні теореми диференціального числення. Правило Лопітала*

- теореми Ферма, Ролля, Лагранжа, Коші;
- правило Лопітала для розкриття невизначеностей $\frac{0}{0}$ та $\frac{\infty}{\infty}$.

Тема 2.8. *Формули Тейлора та Маклорена.*

- формули Тейлора та Маклорена;
- формули Маклорена деяких елементарних функцій;
- застосування формул Маклорена для обчислення границь функцій та наближених значень функцій.

Тема 2.9. *Застосування похідної для дослідження функцій та побудова їх графіків.*

- ознаки монотонності функції;
- поняття локального екстремуму функції;
- необхідна умова локального екстремуму функції;
- достатні умови локального екстремуму функції;
- найбільше та найменше значення функції на проміжку;
- напрям опуклості графіка функції;
- поняття точки перегину графіка функції;
- необхідна умова точки перегину;
- достатня умова точки перегину;
- загальна схема дослідження функції та побудова її графіка.

Тема 2.10. *Вектор–функція скалярного аргументу.*

- поняття вектор–функції;
- границя та неперервність вектор–функції;
- диференціювання вектор–функції;

- геометричний та фізичний зміст похідної вектор–функції.

Змістовий модуль 3. Інтегральне числення функцій однієї змінної.

Тема 3.1. *Невизначений інтеграл та його властивості. Основні методи інтегрування.*

- поняття первісної функції та невизначеного інтеграла;
- властивості невизначеного інтеграла;
- таблиця невизначених інтегралів;
- безпосереднє інтегрування;
- метод підстановки;
- метод інтегрування частинами.

Тема 3.2. *Інтегрування раціональних, деяких ірраціональних та трансцендентних функцій.*

- інтегрування простих дробів;
- інтегрування раціональних функцій;
- інтегрування дробово–лінійних ірраціональностей;
- інтегрування квадратичних ірраціональностей;
- інтегрування деяких трансцендентних функцій;
- інтеграл, незображувані через елементарні функції.

Тема 3.3. *Визначений інтеграл, його властивості та обчислення.*

- поняття визначеного інтеграла;
- геометричний зміст визначеного інтеграла;
- властивості визначеного інтеграла;
- формула середнього значення;
- інтеграл із змінною верхньою межею;
- обчислення визначеного інтеграла, формула Ньютона–Лейбніца;
- заміна змінної у визначеному інтегралі;
- формула інтегрування частинами визначеного інтеграла.

Тема 3.4. *Застосування визначених інтегралів.*

- площі криволінійних фігур;
- довжина дуги кривої;
- об'єм тіла обертання;
- площа поверхні обертання;
- робота змінної сили.

Тема 3.5. *Невласні інтеграли.*

- невластні інтеграли з нескінченними межами інтегрування;
- невластні інтеграли від необмежених функцій;
- ознаки збіжності невластних інтегралів;
- абсолютна та умовна збіжність невластних інтегралів;
- застосування невластних інтегралів;
- поняття про Ейлерові інтегралі, гамма–функція.

Тема 3.6. *Наближене обчислення визначених інтегралів.*

- формули прямокутників;
- формула трапецій
- формула парабол.

Змістовий модуль 4. Диференціальне числення функцій багатьох змінних.

Тема 4.1. *Функція багатьох змінних, її границя та неперервність.*

- n -вимірний евклідів простір R^n ;
- множини точок в R^n ;
- поняття функції багатьох змінних;
- границя функції багатьох змінних;
- неперервність функції багатьох змінних.

Тема 4.2. *Частинні похідні та повний диференціал функції багатьох змінних.*

- частинні похідні функції та їх геометричний зміст;
- диференційовні функції багатьох змінних;
- повний диференціал функції багатьох змінних;
- застосування повного диференціала до наближених обчислень;
- диференціювання складеної функції;
- інваріантність форми першого диференціала;
- існування та диференційованість неявної функції;
- рівняння дотичної площини та нормалі до поверхні, геометричний зміст повного диференціала.

Тема 4.3. *Похідна за напрямом та градієнт функції.*

- похідна за напрямом;
- градієнт функції та його властивості.

Тема 4.4. *Частинні похідні та диференціали вищих порядків. Формула Тейлора.*

- похідні вищих порядків функції багатьох змінних;
- диференціали вищих порядків функції багатьох змінних;
- формула Тейлора для функції багатьох змінних.

Тема 4.5. *Екстремум функції багатьох змінних.*

- поняття локального екстремуму функції багатьох змінних;
- необхідна умова екстремуму функції;
- достатні умови екстремуму функції;
- метод найменших квадратів.

Тема 4.6. *Умовний екстремум функції багатьох змінних.*

- поняття умовного екстремуму функції;
- метод вилучення змінних;
- метод множників Лагранжа;
- глобальний екстремум функції багатьох змінних.

Змістовий модуль 5. Інтегральне числення функцій багатьох змінних.

Тема 5.1. *Подвійні інтеграли.*

- поняття подвійного інтеграла та його властивості;
- обчислення подвійного інтеграла в декартових координатах;
- заміна змінних у подвійних інтегралах;
- подвійний інтеграл у полярних координатах;
- застосування подвійних інтегралів.

Тема 5.2. *Потрійні інтеграли.*

- поняття потрійного інтеграла та його властивості;

- обчислення потрійного інтеграла в декартових координатах;
- заміна змінних у потрійних інтегралах;
- потрійний інтеграл у циліндричних та сферичних координатах;
- застосування потрійних інтегралів.

Тема 5.3. *Криволінійні інтеграли.*

- поняття криволінійного інтеграла першого роду та його обчислення;
- властивості криволінійних інтегралів першого роду;
- застосування криволінійних інтегралів першого роду;
- поняття криволінійного інтеграла другого роду та його обчислення;
- властивості криволінійних інтегралів другого роду;
- фізичний зміст криволінійного інтеграла другого роду;
- зв'язок між криволінійними інтегралами першого та другого роду;
- формула Гріна;
- умови незалежності криволінійного інтеграла від контуру інтегрування.

Тема 5.4. *Поверхневі інтеграли. Формули Остроградського–Гаусса та Стокса.*

- поняття поверхневого інтеграла першого роду та його обчислення;
- поняття поверхневого інтеграла другого роду та його обчислення;
- зв'язок між поверхневими інтегралами першого та другого роду;
- формули Остроградського–Гаусса та Стокса.

Тема 5.5. *Векторне поле.*

- поняття скалярного та векторного полів;
- потік векторного поля через поверхню та дивергенція;
- циркуляція та ротор;
- окремі випадки векторних полів;
- оператори Гамільтона та Лапласа.

Змістовий модуль 6. Ряди .

Тема 6.1. *Числові ряди та їх збіжність.*

- поняття числового ряду та його суми, залишок ряду;
- ряд геометричної прогресії;
- властивості збіжних числових рядів;
- необхідна умова збіжності числового ряду;
- необхідна й достатня умова збіжності числового ряду (критерій Коші);
- гармонічний ряд.

Тема 6.2. *Ознаки збіжності числових рядів з невід'ємними членами.*

- ознака порівняння, гранична ознака порівняння;
- ознака Даламбера;
- ознака Коші;
- інтегральна ознака збіжності числового ряду;
- умови збіжності узагальненого гармонічного ряду.

Тема 6.3. *Знакозмінні ряди, їх абсолютна та умовна збіжність.*

- поняття знакозмінного ряду;
- теорема Лейбніца для знакопозначених рядів;
- поняття абсолютної та умовної збіжності знакозмінного ряду;
- властивості абсолютно та умовно збіжних числових рядів.

Тема 6.4. Функціональні ряди.

- поняття функціональної послідовності;
- поняття функціонального ряду, його області збіжності;
- рівномірна збіжність функціонального ряду;
- теорема Вейєрштрасса;
- властивості рівномірно збіжних функціональних рядів.

Тема 6.5. Степеневі ряди.

- поняття степеневого ряду;
- теорема Абеля, радіус та область збіжності степеневого ряду;
- властивості степеневих рядів;
- ряди Тейлора та Маклорена;
- розвинення деяких елементарних функцій в степеневі ряди;
- застосування степеневих рядів;
- степеневі ряди з комплексними членами, формули Ейлера.

Тема 6.6. Ряди Фур'є.

- тригонометрична система функцій;
- тригонометричний ряд Фур'є 2π -періодичної функції;
- збіжність тригонометричного ряду Фур'є;
- тригонометричні ряди Фур'є парних і непарних функцій;
- тригонометричний ряд Фур'є $2l$ -періодичної функції;
- комплексна форма тригонометричного ряду Фур'є.

Змістовий модуль 7. Диференціальні рівняння.

Тема 7.1. Звичайні диференціальні рівняння першого порядку.

- основні відомості про звичайні диференціальні рівняння, їх частинні та загальні розв'язки, задача Коші;
- поняття диференціального рівняння першого порядку;
- поле напрямків, ізокліни;
- диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними;
- однорідні диференціальні рівняння першого порядку;
- лінійні диференціальні рівняння першого порядку;
- рівняння Бернуллі;
- рівняння в повних диференціалах;
- наближене розв'язування диференціальних рівнянь;
- деякі застосування диференціальних рівнянь першого порядку.

Тема 7.2. Звичайні диференціальні рівняння вищих порядків.

- диференціальні рівняння, які допускають зниження порядку;
- лінійне однорідне диференціальне рівняння n -го порядку та властивості його розв'язків;
- лінійна залежність та незалежність функцій, визначник Вронського;
- структура загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння n -го порядку;
- лінійні однорідні диференціальні рівняння n -го порядку зі сталими коефіцієнтами;
- лінійне неоднорідне диференціальне рівняння n -го порядку та структура його загального розв'язку;
- метод варіації сталих;
- метод невизначених коефіцієнтів;

- рівняння коливань.

Тема 7.3. *Нормальні системи диференціальних рівнянь.*

- поняття нормальної системи диференціальних рівнянь;
- інтегрування нормальної системи методом виключення.

Тема 7.4. *Диференціальні рівняння з частинними похідними другого порядку.*

- основні відомості про диференціальні рівняння з частинними похідними;
- класифікація лінійних диференціальних рівнянь з частинними похідними другого порядку та зведення їх до канонічного вигляду;
- деякі властивості розв'язків лінійних однорідних рівнянь з частинними похідними другого порядку.

Тема 7.5. *Найпростіші диференціальні рівняння математичної фізики.*

- рівняння коливань струни;
- початкові та граничні умови, задача Коші;
- коливання необмеженої струни, метод Даламбера;
- коливання обмеженої струни, метод Фур'є;
- рівняння теплопровідності;
- початкові та граничні умови для рівняння теплопровідності;
- теплопровідність в стержні, метод Фур'є;
- рівняння Лапласа, граничні умови для рівняння Лапласа;
- оператор Лапласа в полярних, циліндричних та сферичних координатах.

3. Рекомендована література

Базова

1. Соколенко О.І. Вища математика: Підручник. – К.: Видавничий центр “Академія”, 2003. – 432 с. (Альма–матер)
2. Вища математика: Підручник: У 2 кн. – К.: Либідь, 2003. – Кн. 1. Основні розділи / За редакцією Г. Л. Кулініча. – 400 с.
3. Вища математика: Підручник: У 2 кн. – К.: Либідь, 2003. – Кн. 2. Спеціальні розділи / За редакцією Г. Л. Кулініча. – 368 с.
4. Брик О. М. , Онисько М. П. , Синюта В. М. , Холявка Я. М. Геометрія і алгебра: Навчальний посібник. – Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2008. – 164 с.
5. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної: навч. – метод. посібник / О. Я. Мильо, В. М. Синюта, Я. М. Холявка, М. П. Онисько, О. М. Брик. – ЛНУ імені Івана Франка, 2011, -268 с.
6. Гусак А.А. Высшая математика. Т.1. Минск: Изд-во БГУ, 1983. – 462 с.
7. Гусак А.А. Высшая математика. Т.2. Минск: Изд-во БГУ, 1983. – 383 с.
8. Шипачев В.С. Высшая математика. М.: Высшая школа, 1985.– 471 с.
9. В.В.Бабенко, А.Г.Зіневич, С.М.Кічура, Б.М.Триш, Ж.Я.Цаповська. Збірник задач з вищої математики.– Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2005. – 256 с.
10. Збірник задач з вищої математики. / За редакцією Ф.С. Гудименка. – Вид-во Київ. ун-ту, 1967. – 352 с.
11. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. – М.: Наука, 1987. – 352 с.
12. Дюженкова Л.І., Дюженкова О.Ю., Михалін Г.О. Вища математика: Приклади і задачі. К.: Видавничий центр “Академія”, 2002. – 624 с. (Альма–матер)

Допоміжна

13. М.П.Онисько, В.М.Синюта, Я.М.Холявка. Методичні рекомендації з вищої математики до розділу “Лінійна алгебра та аналітична геометрія” для студентів природничих факультетів // Львів: ЛНУ ім. Івана Франка. – 2006. - 108 стор.
14. Синюта В.М. Методичні вказівки та індивідуальні завдання з вищої математики до теми “Звичайні диференціальні рівняння” // Львів, ЛДУ ім.Івана Франка.–1997–28 с.
15. Зіневич А.Г., Кічура С.М., Холявка Я.М., Синюта В.М. Методичні вказівки та індивідуальні завдання з вищої математики до теми

“Невизначені та визначені інтеграли “ для студентів I курсу природничих факультетів // Львів, ЛДУ ім.Івана Франка. – 1997. – 18 с.

16. Й.Г. Шіпка, Г.М. Барабаш. Методичні рекомендації до практичних занять з розділу математичного аналізу “ Кратні та криволінійні інтеграли“ для студентів фізичного та хімічного факультетів // Львів: ЛНУ ім. Івана Франка. – 2000. - 52 стор.
17. О.Я. Мильо, Й.Г. Шіпка. Методичні рекомендації , вправи та індивідуальні завдання до розділу математичного аналізу “ Криволінійні та поверхневі інтеграли“ для студентів природничих факультетів // Львів: ЛНУ ім. Івана Франка. – 2002. - 60 стор.
18. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навч. посібн. – К.: А.С.К., 2006. – 648 с.
19. Шкіль М.І., Колесник Т.В. Вища математика: Підручник: У 3 кн. – К., 1994.
20. Пак В.В., Носенко Ю.Л. Вища математика.– К.: Либідь, 1996, 440 с.
21. Кудрявцев В.А., Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики. – М.: Высш. шк., 1986. – 576 с.
22. Кулініч Г.Л., Максименко Л.О., Плахотник В.В., Призва Г.Й. Вища математика: основні означення, приклади і задачі. У 2–х кн. – К.: Либідь, 1994.
23. Задачи и упражнения по математическому анализу. / Под редакцией Б.П. Демидовича. М.: Наука, 1968. – 472 с .

4. Форма підсумкового контролю успішності навчання: перший семестр – іспит; другий семестр – іспит.

5. Засоби діагностики успішності навчання: завдання для самостійної роботи, модульні контрольні роботи, екзаменаційні білети.