

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра вищої математики

Затверджено

На засіданні кафедри вищої математики
механіко-математичного факультету
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № 9 від 28 травня 2021 року)

Завідувач кафедри Гаталевич А.І.

Силабус з навчальної дисципліни
“МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ”,
що викладається в межах ОПП “Фізика та астрофізика”
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів з
спеціальності 104 – Фізика та астрономія

Львів 2021 р.

Назва дисципліни	Математичний аналіз
Адреса викладання дисципліни	Корпус ЛНУ імені Івана Франка м. Львів, вул. Драгоманова, 19
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет Кафедра вищої математики
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	10 Природничі науки 104 Фізика та астрономія
Викладачі дисципліни	Мильо Ольга Ярославівна, доцент кафедри вищої математики
Контактна інформація викладачів	olga.mylyo@lnu.edu.ua ; olga.mylyo@gmail.com Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 370 (кафедра вищої математики) м. Львів, вул. Університетська, 1
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю)
Сторінка курсу	https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/matematychnyy-analiz-napriam-104-fizychnyy-f-t
Інформація про дисципліну	Дисципліна “Математичний аналіз” є нормативною навчальною дисципліною циклу професійної і практичної підготовки з спеціальності 104 – Фізика та астрономія для освітньої програми “Фізика та астрофізика”, яка викладається в 1, 2, 3 семестрах в обсязі 15,5 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Коротка анотація дисципліни	Курс розроблено таким чином, щоб надати учасникам основні поняття і висвітлити сучасний стан розвитку математичного аналізу.
Мета та цілі дисципліни	Метою вивчення нормативної навчальної дисципліни “Математичний аналіз” є освоєння студентами теоретичних і практичних основ математичного аналізу, застосування здобутих знань до розв’язування задач теоретичного та прикладного характеру, вміння користуватися математичною літературою і довідниками, набуття навиків втілювати в математичну форму відповідні конкретні задачі та доводити задачі до практично прийняттого вигляду – числа або графіка.
Література для вивчення дисципліни	1. Ковальчук Б.В., Шіпка Й.Г. Основи математичного аналізу. У 2-х ч. Частина 1. Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2010. – 374 с., Частина 2. Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2010. – 418 с. 2. Ковальчук Б.В., Шіпка Й.Г. Математичний аналіз. Навчальний посібник. У 3-х ч. Частина 1: Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2002. – 270 с. Частина 2: Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2004. – 282 с. Частина 3: Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2006. – 184 с. 3. Шкіль М.І. Математичний аналіз. Підручник. У 2-х ч. Ч.І. – К.: Вища школа, 1994. – 423 с. Ч.ІІ. – К.: Вища школа, 1995. – 510 с. 4. Ляшко І.І., Ємельянов В.Ф., Боярчук О.К. Математичний аналіз. У 2-х ч. Ч.І. – К.: Вища школа, 1992. – 495с. Ч.ІІ. – К.: Вища школа, 1993. –

	<p>375с.</p> <ol style="list-style-type: none"> 5. Лісевич Л.М., Бабенко В.В., Бокало М.М., Тріщ Б.М. Математичний аналіз у задачах і вправах: Вступ в аналіз. Диференціальне числення функцій однієї змінної. Київ, НМК ВО, 1993- 208 с. 6. Лісевич Л.М., Бабенко В.В., Бокало М.М., Тріщ Б.М. Математичний аналіз у задачах і вправах. Київ, НМК ВО, 1993- 200 с. 7. Лісевич Л.М., Бабенко В.В., Бокало М.М., Тріщ Б.М. Математичний аналіз у задачах і вправах. Львів, Вид. центр ЛНУ ім.Івана Франка, 2001-170 с. 8. Мильо О.Я. Границя послідовності. Границя функції. Методичні рекомендації та індивідуальні завдання для студентів природничих факультетів // Львів: ЛНУ ім. Івана Франка. – 2003. - 50 стор. 9. Мильо О.Я., Цапівська Ж.Я. Методичні рекомендації, приклади та індивідуальні завдання до вивчення розділу вищої математики «Диференціальне числення функцій однієї змінної» для студентів факультету електроніки. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. _ 2011.- 62 с. 10. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. – М.: Наука, 1990. – 624 с. <p style="text-align: center;">Допоміжна</p> <ol style="list-style-type: none"> 11. М.О. Давидов. Курс математичного аналізу. Т. 1. – Київ: “Вища школа”, 1990. – 380 с. 12. М.О. Давидов. Курс математичного аналізу. Т. 2. – Київ: “Вища школа”, 1991. – 365 с. 13. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. – М.: Наука, 1985. – 384с. 14. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т.1-3, М., Высшая школа, 1988.
<p>Обсяг курсу</p>	<p>Загальний обсяг: 465 годин. Аудиторних занять – 224 години, з них: лекції – 96 годин, практичні заняття – 128 годин. Самостійна робота – 241 година.</p>
<p>Очікувані результати навчання</p>	<p>Після завершення цього курсу студент буде:</p> <p>Знати:</p> <ul style="list-style-type: none"> поняття та методи диференційного та інтегрального числення функцій однієї та багатьох змінних; поняття та методи векторного аналізу і теорії поля; поняття та методи дослідження числових і функціональних рядів, рядів Фур’є; <p>Вміти:</p> <ul style="list-style-type: none"> обчислювати границі послідовностей та функцій; обчислювати похідні та інтеграли від функцій однієї та багатьох змінних; виконувати операції з векторними полями в диференційній та інтегральній формах; досліджувати збіжність числових рядів, розкласти функції в степеневі та тригонометричні ряди; обирати методи математичного аналізу для розв’язування фізичних задач; набути навичок самостійного використання та вивчення літератури з математичних дисциплін;

	визначати межу можливих застосувань математичних методів.
Ключові слова	Функції однієї та багатьох змінних, границя послідовності, границя функції, неперервність функції, диференціальне та інтегральне числення функцій однієї та багатьох змінних, ряди
Формат курсу	Очний, дистанційний Викладання здійснюється з використанням основних засад: проблемно-орієнтованого та особистісно-орієнтованого навчання; електронного навчання в системі Moodle. Викладання проводиться у вигляді: лекцій, практичних занять і консультацій.
Теми	<ol style="list-style-type: none"> 1. Множини. Аксиоматика множини дійсних чисел. Числові множини. 2. Множина комплексних чисел. 3. Числові послідовності. 4. Границя функції однієї змінної. Властивості границь. 5. Неперервність функції однієї змінної. 6. Похідна функції, її практичний зміст і правила диференціювання. 7. Похідні та диференціали вищих порядків. 8. Основні теореми диференціального числення. Правило Лопіталя. Формули Тейлора та Маклорена. 9. Застосування диференціального числення до дослідження функцій. 10. Поняття функції багатьох змінних, її границя та неперервність. 11. Частинні похідні і диференційовність функції багатьох змінних. Похідні складених та неявних функцій багатьох змінних. Повний диференціал функції багатьох змінних. 12. Частинні похідні та диференціали вищих порядків функцій багатьох змінних. Формула Тейлора для функції багатьох змінних. 13. Екстремум функції багатьох змінних. 14. Невизначений інтеграл, його властивості і методи обчислення. 15. Визначений інтеграл, його властивості, обчислення. 16. Застосування визначених інтегралів. 17. Невласні інтеграли. Інтеграли Ейлера. 18. Подвійні інтеграли. 19. Потрійні інтеграли. 20. Криволінійні інтеграли. 21. Поверхневі інтеграли. 22. Числові ряди та їх збіжність. 23. Функціональні послідовності та функціональні ряди. 24. Степеневі ряди. 25. Ряди Фур'є.
Підсумковий контроль, форма	Письмовий екзамен у кінці 1, 2, 3 семестрів.
Пререквізити	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з шкільного курсу математики
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Лекції, практичні заняття, самостійна робота студентів, консультації

<p>Необхідне обладнання</p>	<p>Комп'ютер із загально вживаним програмним забезпеченням, доступ до Internetмережі.</p>
<p>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</p>	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням: 50 балів в семестрі, 50 балів за екзамен</p> <p>Підсумкова максимальна кількість балів в кожному семестрі – 100.</p> <p>Письмові роботи: Очікується, що студенти виконають:</p> <p>I семестр Колоквіум: 2 по 10 балів кожен; Контрольна робота: 3 по 10 балів кожна.</p> <p>II семестр Колоквіум: 2 по 10 балів кожен; Контрольна робота: 3 по 10 балів кожна.</p> <p>III семестр Колоквіум: 2 по 10 балів кожен; Контрольна робота: 3 по 10 балів кожна.</p> <p>Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та здачі колоквіумів, передбачених курсом.</p> <p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали, набрані виконанні контрольних робіт та здачі колоквіуму. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвочасне виконання поставленого завдання і т. ін. Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
<p>Питання до заліку чи екзамену</p>	<p>Питання до екзамену (I семестр)</p> <ol style="list-style-type: none"> Дії з множинами. Аксиоматика множин дійсних чисел. Межі числових множин. Комплексні числа, їх різні форми запису, дії над ними. Модуль та аргумент комплексного числа. Формули Муавра. Означення границі числової послідовності. Геометричний зміст. Властивості послідовностей, які мають границю. Нескінченно мала та нескінченно велика послідовності та їх властивості. Арифметичні властивості границі. Перехід до границі в нерівностях. Границя монотонної послідовності. Число e. Принцип вкладених відрізків.

8. Підпослідовності. Теорема Больцано.
9. Фундаментальні послідовності. Критерій Коші збіжності послідовності.
10. Означення границі функції за Коші та за Гейне та їх еквівалентність.
11. Границя функцій у нескінченності. Критерій Коші. Однобічні границі.
12. Властивості функцій, які мають границю.
13. Арифметичні властивості границі функції.
14. Перша та друга важливі границі.
15. Порівняння нескінченно малих. Символи O та o . Еквівалентність нескінченно малих функцій. Шкала нескінченно малих.
16. Неперервність функції в точці та на множині. Арифметичні властивості неперервних функцій. Неперервність складеної функції.
17. Неперервність елементарних функцій.
18. Класифікація точок розриву функції.
19. Властивості неперервних на відрізку функцій.
20. Рівномірна неперервність функції. Теорема Кантора.
21. Поняття похідної. Односторонні похідні.
22. Диференційованість функції. Неперервність диференційованих функцій.
23. Арифметичні властивості похідних.
24. Похідна складеної функції. Похідна оберненої функції.
25. Похідні елементарних функцій.
26. Диференціал функції, його властивості. Геометричне тлумачення диференціала. Застосування до наближених обчислень.
27. Інваріантність форми першого диференціала.
28. Похідні та диференціали вищих порядків. Формула Лейбниця. Неінваріантність форми диференціалів вищих порядків.
29. Похідна параметрично заданої функції. Логарифмічна похідна.
30. Теорема Ферма.
31. Теорема Ролля.
32. Теорема Лагранжа. Наслідки
33. Теорема Коші.
34. Правило Лопітала.
35. Формула Тейлора.
36. Формули Маклорена для функцій e^x , $\cos x$, $\sin x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^\alpha$.
37. Екстремум функції. Необхідна умови екстремуму.
38. Достатні умови екстремуму. Найбільше та найменше значення функції на замкненому проміжку.
39. Інтервали опуклості графіка функції. Точки перегину функції.
40. Асимптоти кривих.
41. Метрика n -вимірного евклідова простору. Окіл точки в \mathbb{R}^n . Внутрішні, граничні, межові, ізолюювані точки множини. Відкриті та замкнені множини в \mathbb{R}^n . Поняття області в евклідовому просторі.
42. Границя послідовності в \mathbb{R}^n .
43. Границя функції кількох змінних та неперервність функції. Властивості неперервних функцій.
44. Частинні похідні та диференційованість функцій декількох змінних.
45. Неявні функції та їх похідні.
46. Похідна за напрямком.
47. Градієнт функції, його властивості.
48. Дотична площина та нормаль до поверхні.

49. Похідні вищих порядків. Теорема про незалежність мішаної похідної від порядку диференціювання.
50. Диференціали вищих порядків. Неінваріантність форми диференціала вищих порядків.
51. Формула Тейлора для функції кількох змінних.
52. Екстремум функції кількох змінних. Необхідні та достатні умови екстремуму. Випадок n змінних.
53. Умовний екстремум. Метод множників Лагранжа. Найбільше та найменше значення функції в замкненій області.

Питання до екзамену (II семестр)

1. Первісна. Основні властивості. Невизначений інтеграл.
2. Замін змінних в невизначеному інтегралі. Інтегрування частинами.
3. Інтегрування простих дробів виду $\int \frac{dx}{x+a}$, $\int \frac{dx}{(x+a)^k}$.
4. Інтегрування простих дробів виду $\int \frac{Mx+N}{x^2+px+q} dx$.
5. Інтегрування простих дробів виду $\int \frac{Mx+N}{(x^2+px+q)^k} dx$.
6. Інтегрування дробово-раціональних функцій.
7. Інтегрування функції виду $R\left(x, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{\alpha_1}, \dots, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{\alpha_k}\right)$, де $\alpha_i = \frac{m_i}{n_i}$, $m_i \in Z, n_i \in N$; $a, b, c, d \in R$.
8. Інтегрування ірраціональних функцій: підстановки Чебишова. Показати раціоналізацію виразу при першій підстановці.
9. Інтегрування ірраціональних функцій: підстановки Чебишова. Вивести раціоналізацію виразу другою підстановкою.
10. Інтегрування ірраціональних функцій: підстановки Чебишова. Вивести раціоналізацію виразу для третьої підстановки.
11. Інтегрування ірраціональних функцій: підстановки Ейлера. Показати раціоналізацію підінтегрального виразу другою підстановкою.
12. Інтегрування ірраціональних функцій: підстановки Ейлера. Показати раціоналізацію підінтегрального виразу третьою підстановкою.
13. Інтегрування ірраціональних функцій: підстановки Ейлера. Показати раціоналізацію підінтегрального виразу першою підстановкою.
14. Інтегрування тригонометричних виразів.
15. Визначений інтеграл: означення, необхідна умова інтегровності.
16. Властивості визначеного інтеграла.
17. Заміна змінної у визначеному інтегралі. Інтегрування частинами у визначеному інтегралі.
18. Властивості визначеного інтеграла. Теореми про середнє.
19. Суми Дарбу, їх властивості.
20. Класи інтегровних функцій. Теорема про інтегровність неперервних функцій
21. Класи інтегровних функцій. Теорема про інтегровність монотонної функції.

22. Класи інтегровних функцій. Теорема про інтегровність обмеженої функції.
23. Визначений інтеграл як функція верхньої межі.
24. Формула Ньютона-Лейбніца.
25. Обчислення площ плоских фігур.
26. Довжина дуги кривої..
27. Об'єм тіла обертання.
28. Площа поверхні обертання.
29. Застосування визначеного інтеграла до задач механіки: обчислення статичних моментів, моментів інерції та координат центру маси. Перша та друга теореми Гульдіна.
30. Невласні інтеграли першого роду: означення, властивості. Збіжність інтеграла виду $\int_a^{+\infty} \frac{dx}{x^p}$, $a > 0$.
31. Невласні інтеграли другого роду: означення, властивості. Інтегрування невластного інтегралу виду $\int_0^a \frac{dx}{x^p}$, $a > 0$.
32. Ознаки збіжності невластних інтегралів.
33. Абсолютна та умовна збіжність невластних інтегралів.
34. Ознаки Діріхле та Абеля збіжності невластних інтегралів.
35. Головне значення в сенсі Коші.
36. Гамма функція. Бета функція.
37. Подвійний інтеграл: означення, властивості.
38. Обчислення подвійного інтеграла по прямокутній області.
39. Обчислення подвійного інтеграла по довільній області в декартовій системі координат.
40. Обчислення площі при переході до криволінійної системи координат.
41. Перехід до полярних координат в подвійному інтегралі.
42. Застосування подвійного інтеграла до обчислення площ плоских фігур.
43. Обчислення площ поверхонь за допомогою подвійних інтегралів.
44. Знаходження об'ємів тіл за допомогою подвійного інтеграла.
45. Застосування подвійного інтеграла до задач механіки: обчислення статичних моментів, моментів інерції та координат центру маси.

Питання до екзамену (ІІІ семестр)

1. Потрійні інтеграли. Означення, властивості.
2. Обчислення потрійного інтеграла по прямокутній області.
3. Обчислення потрійного інтеграла по довільній області.
4. Заміна змінних у потрійному інтегралі.
5. Циліндричні та сферичні координати.
6. Застосування потрійного інтеграла до задач геометрії та до задач механіки.
7. Криволінійний інтеграл 1-го роду. Означення, властивості і фізичний зміст.
8. Криволінійний інтеграл 2-го роду його означення, властивості і фізичний зміст.
9. Обчислення криволінійних інтегралів 1-го роду.
10. Обчислення криволінійного інтегралів 2-го роду.

	<ol style="list-style-type: none"> 11. Формула Гріна . 12. Умови незалежності криволінійного інтеграла від форми шляху інтегрування. 13. Поверхневий інтеграл 1-го роду. Означення, властивості. 14. Обчислення поверхневого інтегралів 1-го роду. 15. Поверхневий інтеграл 2-го роду. Означення, властивості. 16. Обчислення поверхневого інтегралів 2-го роду. 17. Фізичне тлумачення поверхневого інтегралу 2-го роду. Потік векторного поля через поверхню. 18. Формула Остроградського-Гауса. 19. Формула Стокса. 20. Поняття числового ряду. Часткова сума, залишок ряду. Сума ряду. Збіжність і розбіжність ряду. 21. Основні властивості збіжних числових рядів. 22. Необхідна умова збіжності числового ряду. Необхідна та достатня умова збіжності числового ряду (критерій Коші). 23. Необхідна та достатня умова збіжності додатного ряду. 24. Перша теорема порівняння. 25. Друга теорема порівняння 26. Ознака д'Аламбера. 27. Радикальна ознака Коші. 28. Інтегральна ознака Коші-Маклорена. 29. Ознака Раабе. Ознака Гаусса. 30. Ряди, в яких знаки членів строго чергуються. Теорема Лейбніца. Наслідок. 31. Поняття абсолютної та умовної збіжності. Теорема про абсолютну збіжність. 32. Властивості абсолютно та умовно збіжних рядів. 33. Ознаки Діріхле та Абеля. 34. Функціональні послідовності. Рівномірна збіжність. Необхідні та достатні умови рівномірної збіжності функціональної послідовності. 35. Функціональний ряд. Рівномірна збіжність. Теорема Вейерштрасса. 36. Теорема про неперервність суми функціонального ряду. 37. Теорема про почленне інтегрування функціонального ряду. 38. Теорема про почленне диференціювання функціонального ряду. 39. Степеневий ряд. Теорема Абеля. Радіус та інтервал збіжності степеневого ряду. 40. Теорема про рівномірну збіжність степеневого ряду. Теорема про неперервність суми степеневого ряду. 41. Теореми про почленне диференціювання та інтегрування степеневого ряду. 42. Теорема про необхідну та достатню умову розкладу функції у ряд Тейлора. 43. Теорема про достатню умову розкладу функції у ряд Тейлора. 44. Розклад в степеневі ряди функцій e^x, $\cos x$, $\sin x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^\alpha$. 45. Тригонометричний ряд Фур'є. Коефіцієнти Фур'є. 46. Теорема про достатню умову подання функції через її ряд Фур'є. 47. Ряд Фур'є для парних і непарних функцій. 48. Ряд Фур'є для $2l$- періодичної функції, $l \neq \pi$. 49. Ряд Фур'є для неперіодичної функції, заданої на півперіоді.
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

