

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка

ПРОГРАМА
навчальної дисципліни
“ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ ТА ІНТЕГРАЛЬНІ РІВНЯННЯ”

підготовки бакалаврів
галузі знань
“Фізико-математичні науки”
напряму підготовки
104 “Фізика і астрономія”
105 “Прикладна фізика і наноматеріали”

1. ВСТУП

Предметом вивчення навчальної дисципліни “Диференціальні та інтегральні рівняння” є математичні поняття та методи диференціальних та інтегральних рівнянь.

Міждисциплінарні зв’язки: для вивчення дисципліни необхідні знання з математичного аналізу та фізики.

Програма навчальної дисципліни складається з таких змістовий модулів:

Змістовий модуль 1. Звичайні диференціальні рівняння першого порядку

Змістовий модуль 2. Диференціальні рівняння вищих порядків

Змістовий модуль 3. Системи диференціальних рівнянь та інтегральні рівняння

1. Мета та завдання навчальної дисципліни

1.1. **Метою** викладання навчальної дисципліни “Диференціальні та інтегральні рівняння” є засвоєння студентами теорії, вміння застосовувати її до розв’язування задач, набуття практичних навиків у використанні математичної літератури і довідників, набуття навиків у вмінні втілювати у математичну форму конкретні задачі, доведення задачі до практично прийняттого вигляду – числа або графіка.

1.2. **Основними завданнями** вивчення дисципліни “Диференціальні та інтегральні рівняння” є допомога студентам у засвоєнні основ математичного апарату, необхідного для розв’язування теоретичних і практичних задач фізики; вироблення навиків математичного дослідження прикладних задач, зокрема, побудови математичних моделей фізичних процесів та їх аналізу при допомозі математичних методів; прищеплення студентам уміння самостійно вивчати літературу з математики та її прикладних питань.

1.3. Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні:

знати

- поняття та методи розв’язування звичайних диференціальних рівнянь;
- поняття та методи розв’язування лінійних, нормальних і симетричних систем диференціальних рівнянь;
- поняття та методи розв’язування диференціальних рівнянь в частинних похідних;
- поняття та методи теорії стійкості;
- поняття та методи дослідження лінійних інтегральних рівнянь;

вміти:

- класифікувати диференціальні рівняння першого порядку та знати методи їх розв’язування;
- понижувати порядок диференціальних рівнянь, коли це можливо;
- будувати загальний розв’язок лінійного рівняння n -го порядку;
- знаходити загальний розв’язок лінійних систем;
- знаходити загальний інтеграл нормальних і симетричних систем;
- розв’язувати лінійні рівняння в частинних похідних першого порядку;
- класифікувати та досліджувати лінійні інтегральні рівняння;

- застосовувати математичний апарат при розв'язанні інженерних та фізичних задач;
- визначати межу можливих застосувань математичних методів.

2. ІНФОРМАЦІЙНИЙ ОБСЯГ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Змістовий модуль 1. Звичайні диференціальні рівняння першого порядку

Тема 1. Диференціальні рівняння першого порядку, розв'язані стосовно похідної

Поняття звичайного диференціального рівняння. Основні означення та поняття. Задачі, які зводяться до диференціальних рівнянь. Диференціальні рівняння першого порядку, які інтегруються в квадратурах. Рівняння з відокремлюваними змінними і ті, що зводяться до них. Однорідні рівняння і звідні до них. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. структура загального розв'язку лінійних диференціальних рівнянь. Метод варіації сталої та метод Бернуллі. Рівняння, що зводяться до лінійних. Рівняння в повних диференціалах. Інтегруючий множник, методи знаходження інтегруючого множника.

Тема 2. Теорема існування та єдності розв'язку задачі Коші для рівняння $y' = f(x, y)$

Геометричний тлумачення диференціального рівняння та його розв'язків. Постановка задачі Коші для нормального диференціального рівняння першого порядку. Теорема існування та єдності розв'язку задачі Коші для диференціального рівняння першого порядку, розв'язаного відносно похідної. Геометричне тлумачення задачі Коші.

Тема 3. Рівняння першого порядку, нерозв'язані стосовно похідної

Основні означення та поняття. Окремі випадки інтегрованих неявних диференціальних першого порядку. Рівняння Лагранжа і Клеро. Особливі розв'язки. Особливі точки. Постановка задачі Коші для загального диференціального рівняння першого порядку. Теорема існування та єдності розв'язку задачі Коші для загального диференціального рівняння першого порядку.

Змістовий модуль 2. Диференціальні рівняння вищих порядків

Тема 4. Рівняння вищих порядків

Основні означення та поняття. Задача Коші для рівняння вищого порядку. Теорема Коші для рівняння вищого порядку. Рівняння вищих порядків, які інтегруються в квадратурах: неповні та однорідні рівняння.

Тема 5. Лінійні рівняння n -го порядку

Основні означення та поняття. Лінійне однорідне диференціальне рівняння. Загальні властивості розв'язків лінійного однорідного диференціального

рівняння. Лінійно залежні і незалежні системи функцій. Визначник Вронського. Його властивості. Фундаментальна система розв'язків лінійного однорідного рівняння. Структура загального розв'язку лінійного однорідного рівняння n -го порядку. Формула Остроградського–Ліувілля. Лінійне неоднорідне диференціальне рівняння. Загальний розв'язок цього рівняння. Метод варіації сталих. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння з сталими коефіцієнтами. Метод невизначених коефіцієнтів. Диференціальні рівняння, звідні до рівнянь зі сталими коефіцієнтами: рівняння Ейлера, рівняння Чебишева та рівняння Бесселя. Лінійні однорідні диференціальні рівняння другого порядку. Канонічна та самоспряжена форма лінійного однорідного рівняння другого порядку. Побудова загального розв'язку у випадку, якщо відомий один частковий розв'язок. Інтегрування ДР за допомогою степеневих рядів.

Змістовий модуль 3. Системи диференціальних рівнянь та інтегральні рівняння

Тема 6. Системи диференціальних рівнянь

Основні означення та поняття: загальний розв'язок і загальний інтеграл нормальної системи, перші інтеграли, необхідна і достатня умова першого інтеграла. Задача Коші для нормальної системи диференціальних рівнянь першого порядку. Зведення диференціального рівняння n -го порядку до нормальної системи та обернена задача. Лінійні системи диференціальних рівнянь. Лінійні однорідні системи. Лінійно залежні та лінійно незалежні сукупності функцій. Формула Остроградського-Якобі. Теорема про структуру загального розв'язку лінійної однорідної системи. Лінійні однорідні системи зі сталими коефіцієнтами. Метод Ейлера. Лінійні неоднорідні системи ДР. Структура загального розв'язку лінійної неоднорідної системи. Метод варіації довільних сталих. Лінійні неоднорідні системи ДР зі сталими коефіцієнтами. Метод невизначених коефіцієнтів розв'язування лінійних систем зі сталими коефіцієнтами.

Тема 7. Рівняння в частинних похідних першого порядку

Поняття рівняння в частинних похідних. Порядок такого рівняння. Приклади. Зв'язок лінійного однорідного рівняння з частинними похідними першого порядку з відповідною системою характеристик. Побудова загального розв'язку лінійного однорідного рівняння.

Задача Коші для лінійного однорідного рівняння.

Побудова загального розв'язку квазілінійного рівняння першого порядку.

Задачі Коші для квазілінійного рівняння першого порядку.

Нелінійне рівняння в частинних похідних першого порядку. Рівняння Пфаффа.

Тема 8. Елементи теорії стійкості

Основні означення та поняття: означення стійкості та асимптотичної стійкості розв'язку нормальної системи диференціальних рівнянь, геометрична

інтерпретація стійкості нульового розв'язку нормальної системи на фазовій площині, зведення задачі дослідження на стійкість розв'язку нормальної системи до задачі до задачі дослідження на стійкість нульового розв'язку, дослідження на стійкість нульового розв'язку ЛОС диференціальних рівнянь з сталими коефіцієнтами за коренями характеристичного рівняння, дослідження на стійкість нульового розв'язку нелінійних систем за першим наближенням.

Тема 9. Лінійні інтегральні рівняння

Основні означення та поняття. Фізичні задачі, які призводять до інтегральних рівнянь. Класифікація інтегральних рівнянь: рівняння Фредгольма та Вольтерри. Зв'язок між інтегральними рівняннями та задачею Коші для звичайних ДР. Метод послідовних наближень для рівнянь Фредгольма та Вольтерри другого роду. Метод ітерованих ядер для рівнянь Фредгольма та Вольтерри другого роду. Інтегральні рівняння Фредгольма другого роду з виродженими ядрами, основні означення та поняття. Теорема Фредгольма. Інтегральні рівняння Фредгольма і Вольтерри першого роду.

3. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. С.П. Лавренюк. Курс диференціальних рівнянь. – Львів: Видавництво науково-технічної літератури, 1997. – 215 с.
2. Ю.Д. Головатий, В.М. Кирилич, С.П. Лавренюк. Диференціальні рівняння: навчальний посібник. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2011. – 470 с.
3. Бугрій О.М., Н.П. Процах, Н.В. Бугрій. Основи диференціальних рівнянь: теорія, приклади та задачі: навчальний посібник. – Львів: Видавець І. Чижиков, 2011. – 348 с.
4. Ляшко І.І., Боярчук О.К., Гай Я.Г., Калайда О.Ф. Диференціальні рівняння. Київ: “Вища школа”, 1981. – 503 с.
5. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1958. – 468 с.
6. Лизоркин П.И. Курс дифференциальных и интегральных уравнений с дополнительными главами анализа. М.: “Наука”, 1981. – 381 с.
7. Колодій І.М., Верба І.І., Барабаш Г.М. Курс лекцій з теорії диференціальних та інтегральних рівнянь.– Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2003. – 117 с.
8. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: “Наука”, 1985. – 448 с.
9. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М.: “Наука”, 1980. – 233 с.
10. Бугров Я.С., С.М. Никольский. Высшая математика. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного. М.: “Наука”, 1987. – 448 с.
11. Амелькин В.В. Дифференциальные уравнения в приложениях. М. “Наука”, 1987. – 160 с.
12. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: “Наука”, 1969. – 424 с.
13. Петровский И.Г. Лекции по теории интегральных уравнений. М.: “Наука”, 1960. – 128 с.
14. Зельдович Я.Б., Мышкис А.Д. Элементы прикладной математики. М.: “Наука”, 1972. – 592 с.
15. А. Ф. Филиппов. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. Москва: Государственное издательство физико-математической литературы, 1961. – 100 с.
16. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. М: “Наука”, 1971. – 352 с.
17. О.Я. Мильо, Ж.Я. Цаповська. Методичні рекомендації, приклади та завдання для самостійної роботи до вивчення розділу вищої математики “Диференціальні рівняння” для студентів факультету електроніки. – Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2013. – 54 с.

4. ФОРМА ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ УСПІШНОСТІ НАВЧАННЯ

Підсумкову оцінку якості засвоєння навчальної програми з дисципліни “Диференціальні та інтегральні рівняння” визначають за результатами іспиту, порядок проведення якого встановлює робоча навчальна програма.

5. ЗАСОБИ ДІАГНОСТИКИ УСПІШНОСТІ НАВЧАННЯ

Оцінювання знань студентів з дисципліни “Диференціальні та інтегральні рівняння” здійснюється за рейтинговою системою, яка є основою кредитно-модульного процесу навчання.

Бально-рейтингова система оцінювання знань студентів складається з таких головних складових:

III семестр

Загальна кількість годин – 120, з них: лекцій – 32, практичних занять – 32, самостійна робота – 56.

Курс поділяється на 3 змістові модулі, за кожен з яких студент може отримати по 15, 20 та 15 балів відповідно, разом це складає 1 модуль, оцінений у 50 балів.

№ з/п	Модуль	Види контролю	К-сть видів	Максимальний бал
1.	Звичайні диференціальні рівняння першого порядку	Контрольне опитування	1	15
2.	Диференціальні рівняння вищих порядків	Колоквіум	1	10
		Контрольне опитування	1	10
3.	Системи диференціальних рівнянь та інтегральні рівняння	Контрольне опитування	1	15

Рейтингова оцінка контролю знань студентів (у балах)

№ з/п	Види контролю	К-сть видів	Сума балів
1.	Колоквіум	1	10
2.	Контрольне опитування	3	40
Загальна сума балів			50

Примітка 1. За пропущені контрольні або колоквіуми без поважних причин студентів виставляється 0 балів.

Примітка 2. Для одержання допуску до іспиту студент повинен набрати не менше 26 балів.

Студент обов'язково складає іспит, де він максимально може набрати 50 балів. Отримані на іспиті бали додаються до балів, набраних студентом під час семестру, і оцінка за іспит ставиться згідно з приведеною нижче таблицею оцінювання знань.

Таблиця оцінювання знань

Бали	Оцінка
90-100	відмінно
81-89	дуже добре
71-79	добре
61-69	задовільно
51-59	достатньо
< 50	незадовільно