

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра вищої математики

Затверджено

На засіданні кафедри вищої математики
механіко-математичного факультету
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № 1 від 30 серпня 2023 р.)

Завідувач кафедри Гаталевич А.І.

Силабус з навчальної дисципліни
“ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ ТА ІНТЕГРАЛЬНІ РІВНЯННЯ”,
що викладається в межах ОПІ
“Квантові комп’ютери та квантове програмування”
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
для здобувачів спеціальності
104 – Фізика та астрономія

Львів 2023 р.

Назва дисципліни	Диференціальні та інтегральні рівняння
Адреса викладання дисципліни	Корпус ЛНУ імені Івана Франка м. Львів, вул. Драгоманова, 19
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет Кафедра вищої математики
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	Галузь знань – 10 Природничі науки Спеціальність – 104 Фізика та астрономія
Викладачі дисципліни	Цапівська Жаннета Ярославівна, доцент кафедри вищої математики
Контактна інформація викладачів	zhanneta.tsapovska@lnu.edu.ua ; zh.tsapovska@gmail.com Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 370 (кафедра вищої математики) м. Львів, вул. Університетська, 1
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю)
Сторінка курсу	https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/vyscha-matematyka-alggem-2
Інформація про дисципліну	Дисципліна “Диференціальні та інтегральні рівняння” є нормативною навчальною дисципліною циклу професійної і практичної підготовки з спеціальностей 104 – Фізика та астрономія для освітньої програми “Природничі науки”, яка викладається у 3-му семестрі в обсязі 4-х кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS)
Коротка анотація дисципліни	Предметом навчальної дисципліни “Диференціальні та інтегральні рівняння” є математичні поняття та методи вивчення диференціальних та інтегральних рівнянь, а також систем диференціальних рівнянь. Теоретичний матеріал ілюструється прикладами
Мета та цілі дисципліни	Метою вивчення нормативної навчальної дисципліни “Диференціальні та інтегральні рівняння” є засвоєння студентами теоретичних основ курсу, застосування здобутих знань до розв’язування задач теоретичного та прикладного характеру, вироблення навиків математичного дослідження прикладних задач, зокрема, побудови математичних моделей фізичних процесів та їх аналізу за допомогою математичних методів, вміння користуватися математичною літературою і довідниками
Література для вивчення дисципліни	1. С.П. Лавренюк. Курс диференціальних рівнянь. – Львів: Видавництво науково-технічної літератури, 1997. – 215 с. 2. Ю.Д. Головатий, В.М. Кирилич, С.П. Лавренюк. Диференціальні рівняння: навчальний посібник. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2011. – 470 с. 3. Бугрій О.М., Н.П. Процах, Н.В. Бугрій. Основи диференціальних рівнянь: теорія, приклади та задачі: навчальний посібник. – Львів: Видавець І. Чижиков, 2011. – 348 с. 4. Ляшко І.І., Боярчук О.К., Гай Я.Г., Калайда О.Ф. Диференціальні рівняння. Київ: “Вища школа”, 1981. – 503 с.

	<p>5. Ф.І. Гудименко, А.І. Павлюк, В.О. Волкова. Збірник задач з диференціальних рівнянь. К.: “Вища школа”, 1972. – 156 с.</p> <p>6. Мильо О.Я., Цаповська Ж.Я. Методичні рекомендації, приклади та завдання для самостійної роботи до вивчення розділу вищої математики “Диференціальні рівняння” для студентів факультету електроніки. – Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2013. – 54 с.</p> <p>7. Колодій І.М., Верба І.І., Барабаш Г.М. Курс лекцій з теорії диференціальних та інтегральних рівнянь.– Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2003. – 117 с.</p> <p>8. Цаповська Ж.Я. Атестований електронний курс “Диференціальні та інтегральні рівняння” у системі Moodle.</p>
<p>Обсяг курсу</p>	<p>Загальний обсяг: 120 годин.</p> <p>Аудиторних занять – 64 години, з них: лекції – 32 години, практичні заняття – 32 години.</p> <p>Самостійна робота – 56 годин.</p>
<p>Очікувані результати навчання</p>	<p style="text-align: center;">Спеціальні (фахові) компетентності (К)</p> <p>К01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.</p> <p>К12. Здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово.</p> <p>К17. Здатність використовувати на практиці базові знання з математики як математичного апарату фізики і астрономії при вивченні та дослідженні фізичних та астрономічних явищ і процесів.</p> <p>К18. Здатність оцінювати порядок величин у різних дослідженнях, так само як точності та значимості результатів.</p> <p>К20. Здатність виконувати обчислювальні експерименти, використовувати чисельні методи для розв’язування фізичних та астрономічних задач і моделювання фізичних систем.</p> <p>К24. Здатність працювати з джерелами навчальної та наукової інформації.</p> <p>К29. Здатність здобувати додаткові компетентності через вибіркові складові освітньої програми, самоосвіту, неформальну та інформальну освіту.</p> <p style="text-align: center;">Програмні результати навчання (ПР)</p> <p>ПР04. Вміти застосовувати базові математичні знання, які використовуються у фізиці та астрономії: з аналітичної геометрії, лінійної алгебри, математичного аналізу, диференціальних та інтегральних рівнянь, теорії ймовірностей та математичної статистики, теорії груп, методів математичної фізики, теорії функцій комплексної змінної, математичного моделювання.</p> <p>ПР08. Мати базові навички самостійного навчання: вміти відшукувати потрібну інформацію в друкованих та електронних джерелах, аналізувати, систематизувати, розуміти, тлумачити та використовувати її для вирішення наукових і прикладних завдань.</p> <p>ПР11. Вміти упорядковувати, тлумачити та узагальнювати одержані наукові та практичні результати, робити висновки.</p> <p>ПР12. Вміти представляти одержані наукові результати, брати участь у дискусіях стосовно змісту і результатів власного наукового дослідження.</p> <p>ПР25. Мати навички самостійного прийняття рішень стосовно своїх освітньої траєкторії та професійного розвитку.</p> <p>Після завершення цього курсу студент буде:</p> <p>Знати:</p> <ul style="list-style-type: none"> • поняття та методи розв’язування звичайних диференціальних рівнянь; • поняття та методи розв’язування лінійних, нормальних і симетричних систем диференціальних рівнянь;

	<ul style="list-style-type: none"> • поняття та методи розв'язування диференціальних рівнянь в частинних похідних; • поняття та методи теорії стійкості; • поняття та методи дослідження лінійних інтегральних рівнянь; <p>Вміти:</p> <ul style="list-style-type: none"> • класифікувати диференціальні рівняння першого порядку та знати методи їх розв'язування; • понижувати порядок диференціальних рівнянь, коли це можливо; • будувати загальний розв'язок лінійного рівняння n-го порядку; • знаходити загальний розв'язок лінійних систем; • знаходити загальний інтеграл нормальних і симетричних систем; • розв'язувати лінійні рівняння в частинних похідних першого порядку; • класифікувати та досліджувати лінійні інтегральні рівняння; • застосовувати математичний апарат при розв'язанні інженерних та фізичних задач; • визначати межу можливих застосувань математичних методів.
Ключові слова	Звичайні диференціальні рівняння, диференціальні рівняння в частинних похідних, інтегральні рівняння, системи диференціальних рівнянь, теорія стійкості
Формат курсу	Очний, дистанційний Викладання здійснюється з використанням основних засад: проблемно-орієнтованого та особистісно-орієнтованого навчання; електронного навчання в системі Moodle. Викладання проводиться у вигляді: лекцій, практичних занять і консультацій.
Теми	<ol style="list-style-type: none"> 1. Диференціальні рівняння першого порядку, розв'язані стосовно похідної. 2. Теорема існування та єдності розв'язку задачі Коші для рівняння $y' = f(x, y)$. 3. Рівняння першого порядку, нерозв'язані стосовно похідної. 4. Рівняння вищих порядків. 5. Лінійні рівняння n-го порядку. 6. Системи диференціальних рівнянь. 7. Рівняння в частинних похідних першого порядку. 8. Елементи теорії стійкості. 9. Лінійні інтегральні рівняння.
Підсумковий контроль, форма	Письмовий екзамен у кінці 3-го семестру
Пререквізити	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з <ul style="list-style-type: none"> • математичного аналізу
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Лекції Практичні заняття
Необхідне обладнання	Комп'ютер із загально вживаним програмним забезпеченням, доступ до Internet мережі
Критерії	Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за

<p>оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</p>	<p>наступним співвідношенням: 50 балів в семестрі, 50 балів за екзамен. Підсумкова максимальна кількість балів в семестрі – 100.</p> <p>Протягом семестру студент повинні виконати наступні форми контролю: Колоквіум: 1 – 5 балів; Контрольна робота: 2 по 15 балів кожна; Перевірка виконання домашнього завдання з використанням тестових завдань у системі Moodle – 15 балів.</p> <p>Екзаменаційна робота містить: Теоретичну частину, що оцінюється у 25 балів: 10 тестів по 1 балу кожний; 5 завдань по 3 бали кожне, в яких потрібно сформулювати означення або теорему. Практичну частину, що оцінюється у 25 балів, і передбачає розв’язання диференціальних рівнянь та їх систем, що вивчались у курсі.</p> <p>Академічна доброчесність. Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов’язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та здачі колоквіумів, передбачених курсом.</p> <p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали, набрані при виконанні контрольних робіт та здачі колоквіуму. При цьому обов’язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов’язаних з навчанням; списування та плагіат; несвочасне виконання поставленого завдання і т. ін. Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
<p>Питання до заліку чи екзамену</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Поняття диференціального рівняння та його розв’язку. Класифікація диференціальних рівнянь. 2. Задачі, що призводять до складання ДР. 3. Диференціальні рівняння першого порядку, що інтегруються в квадратурах. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними. 4. Диференціальні рівняння першого порядку, що зводяться до диференціальних рівнянь з відокремлюваними змінними: однорідні, узагальнено однорідні, рівняння вигляду $y' = f\left(\frac{ax + by + c}{a_1x + b_1y + c_1}\right)$. 5. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. 6. Диференціальні рівняння першого порядку, що зводяться до лінійних.

	<p>Рівняння Бернуллі та Рікатті.</p> <ol style="list-style-type: none"> 7. Диференціальні рівняння в повних диференціалах. 8. Інтегруючий множник. 9. Геометрична інтерпретація розв'язку ДР 1-ого порядку. 10. Задача Коші для диференціального рівняння першого порядку. 11. Поняття про особливі точки диференціального рівняння. 12. ДР не розв'язані стосовно похідної. Загальна схема методу введення параметра. 13. Рівняння Лагранжа і Клеро. 14. ДР вищих порядків. Задача Коші для диференціального рівняння n-го порядку: теорема існування та єдиності її розв'язку. 15. Диференціальні рівняння n-го порядку, що допускають пониження порядку. 16. Лінійні диференціальні рівняння n-го порядку зі змінними коефіцієнтами. 17. Однорідні лінійні диференціальні рівняння n-го порядку зі змінними коефіцієнтами. 18. Неоднорідні лінійні диференціальні рівняння n-го порядку зі змінними коефіцієнтами. 19. Метод варіації сталих для лінійних диференціальних рівнянь n-го порядку зі змінними коефіцієнтами. 20. Лінійні однорідні диференціальні рівняння n-го порядку зі сталими коефіцієнтами. 21. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння n-го порядку зі сталими коефіцієнтами. Метод невизначених коефіцієнтів. 22. Рівняння Ейлера. 23. Канонічна форма лінійного однорідного рівняння другого порядку. 24. Самоспряжена форма лінійного однорідного рівняння другого порядку. 25. Інтегрування лінійних рівнянь за допомогою степеневих рядів. 26. Системи звичайних ДР: основні поняття та властивості розв'язків. Задача Коші для систем звичайних ДР. 27. Поняття першого інтеграла для нормальної системи ДР. 28. Зведення диференціального рівняння n-го порядку до нормальної системи диференціальних рівнянь і обернена задача. 29. Системи лінійних ДР зі змінними коефіцієнтами. Основні поняття теорії лінійних систем. Існування та єдність розв'язку задачі Коші. 30. Структура загального розв'язку лінійної однорідної системи. 31. Формула остроградського-Ліквіля. 32. Структура загального розв'язку лінійної неоднорідної системи. Метод варіації сталих. 33. Системи лінійних однорідних ДР зі сталими коефіцієнтами. Метод Ейлера. 34. Системи лінійних неоднорідних ДР зі сталими коефіцієнтами. Метод варіації сталих. Метод невизначених коефіцієнтів. 35. Поняття рівняння з частинними похідними. Порядок такого рівняння. Приклади. 36. Зв'язок лінійного однорідного рівняння з частинними похідними першого порядку з відповідною системою характеристик. 37. Побудова загального розв'язку лінійного однорідного рівняння з частинними похідними. 38. Задача Коші для лінійного однорідного рівняння з частинними похідними. 39. Побудова загального розв'язку квазілінійного рівняння першого порядку з частинними похідними.
--	---

	<p>40. Задачі Коші для квазілінійного рівняння першого порядку з частинними похідними.</p> <p>41. Основи теорії стійкості розв'язків диференціальних рівнянь. Основні означення й поняття.</p> <p>42. Дослідження на стійкість точок спокою.</p> <p>43. Критерії Гурвіца стійкості розв'язків системи ДР.</p> <p>44. Дослідження на стійкість за методом функцій Ляпунова.</p> <p>45. Класифікація точок спокою автономної системи.</p> <p>46. Лінійні інтегральні рівняння: основні означення і поняття. Класифікація інтегральних рівнянь.</p> <p>47. Зв'язок між інтегральними рівняннями та задачею Коші для звичайних диференціальних рівнянь.</p> <p>48. Рівняння Вольтерри. Рівняння Вольтерри з виродженим ядром.</p> <p>49. Рівняння Фредгольма. Рівняння Фредгольма з виродженим ядром.</p> <p>50. Метод послідовних наближень для рівняння Фредгольма.</p> <p>51. Метод послідовних наближень для рівняння Вольтера.</p> <p>52. Метод ітерованих ядер для рівняння Фредгольма.</p> <p>53. Метод ітерованих ядер для рівняння Вольтерра.</p>
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

Схема курсу

1 семестр

Тиж.	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності (заняття)	Література. Ресурси в інтернеті	Завдання, год.	Термін виконання
Лекції					
1	Лекція 1. Основні поняття та об'єкти теорії диференціальних рівнянь. Основні задачі, що призводять до складання ДР. ДР 1-ого порядку. Рівняння з відокремлюваними змінними.	лек.	[1-4, 6, 8] Система Moodle	2	1 тиждень
2	Лекція 2. Однорідні ДР і ті, що зводяться до них. Узагальнені однорідні ДР. Лінійні ДР 1-ого порядку. Метод Лагранжа і метод Бернуллі.	лек.	[1-4, 6, 8] Система Moodle	2	2 тиждень
3	Лекція 3. Рівняння Бернуллі та Рікатті. Рівняння в повних диференціалах. Інтегруючий множник.	лек.	[1-4, 6, 8] Система Moodle	2	3 тиждень
4	Лекція 4. Геометрична інтер-	лек.	[1-4, 6, 8] Система	2	4 тиждень

	претація розв'язку ДР 1-ого порядку. Задача Коші для ДР 1-ого порядку: існування та єдність розв'язку.		Moodle		
5	Лекція 5. ДР не розв'язані стосовно похідної. Загальна схема методу введення параметра. Рівняння Лагранжа і Клеро. Особливі розв'язки.	лек.	[1-4, 6, 8] Система Moodle	2	5 тиждень
6	Лекція 6. ДР вищих порядків. Задача Коші для диференціального рівняння n -ого порядку: теорема існування та єдиності її розв'язку. Диференціальні рівняння n -ого порядку, що допускають пониження порядку.	лек.	[1-4, 6, 8] Система Moodle	2	6 тиждень
7	Лекція 7. Лінійні диференціальні рівняння n -ого порядку зі змінними коефіцієнтами. Рівняння Ейлера. Метод варіації сталих..	лек.	[1-4, 6, 8] Система Moodle	2	7 тиждень
8	Лекція 8. Лінійні диференціальні рівняння n -ого порядку зі сталими коефіцієнтами. Метод невідзначених коефіцієнтів.	лек.	[1-4, 6, 8] Система Moodle	2	8 тиждень
9	Лекція 9. Лінійні диференціальні рівняння 2-ого порядку. Інтегрування ДР за допомогою степеневих рядів. Метод узагальнених степеневих рядів.	лек.	[1-4, 6, 8] Система Moodle	2	9 тиждень
10	Проведення колоквиуму		Система Moodle		
11	Лекція 10.	лек.	[1-4, 8]	2	10 тиждень

	Нормальні системи ДР: основні поняття та властивості розв'язків.		Система Moodle		
12	Лекція 11. Системи лінійних ДР зі сталими коефіцієнтами.	лек.	[1-4, 8] Система Moodle	2	11 тиждень
13	Лекція 12. Системи лінійних неоднорідних ДР зі сталими коефіцієнтами.	лек.	[1-4, 8] Система Moodle	2	12 тиждень
14	Лекція 13. Рівняння в частинних похідних першого порядку: методи відшукування загального розв'язку. Задача Коші.	лек.	[1-4, 8] Система Moodle	2	13 тиждень
15	Лекція 14. Елементи теорії стійкості.	лек.	[1-4, 8] Система Moodle	2	14 тиждень
16	Лекція 15. Лінійні інтегральні рівняння. Класифікація. Рівняння Фредгольма з виродженим ядром.	лек.	[1-4, 8] Система Moodle	2	15 тиждень
17	Лекція 16. Альтернатива Фредгольма. Резольвента інтегрального рівняння. Інтегральні рівняння з симетричним ядром. Рівняння Вольтерри.	лек.	[1-4, 8] Система Moodle	2	16 тиждень
Практичні заняття					
1	Заняття 1. Фізичні задачі на складанні ДР. Рівняння з відокремлюваними змінними.	практ.	[5, 6, 8] Система Moodle	2	1 тиждень
2	Заняття 2. Однорідні ДР і ті, що зводяться до них.	практ.	[5, 6, 8] Система Moodle	2	2 тиждень
3	Заняття 3. Лінійні ДР 1-ого порядку. Рівняння Бернуллі та Рікатті.	практ.	[5, 6, 8] Система Moodle	2	3 тиждень
4	Заняття 4. Рівняння в повних диференціалах. Інтег-	практ.	[5, 6, 8] Система Moodle	2	4 тиждень

	руючий множник.				
5	Заняття 5. ДР не розв'язані стосовно похідної. Рівняння Лагранжа і Клеро.	практ.	[5, 6, 8] Система Moodle	2	5 тиждень
6	Заняття 6 Контрольна робота № 1	практ.		2	6 тиждень
7	Заняття 7. ДР вищих порядків, що допускають пониження порядку.	практ.	[5, 6, 8] Система Moodle	2	7 тиждень
8	Заняття 8. Лінійні однорідні ДР вищих порядків зі сталими коефіцієнтами.	практ.	[5, 6, 8] Система Moodle	2	8 тиждень
9	Заняття 9. Лінійні неоднорідні ДР вищих порядків зі сталими коефіцієнтами. Метод варіації сталих.	практ.	[5, 6, 8] Система Moodle	2	9 тиждень
10	Заняття 10. Лінійні неоднорідні ДР вищих порядків зі сталими коефіцієнтами. Метод невизначених коефіцієнтів.	практ.	[5, 6, 8] Система Moodle	2	10 тиждень
11	Заняття 11. Лінійні неоднорідні ДР вищих порядків зі сталими коефіцієнтами. Рівняння Ейлера.	практ.	[5, 6, 8] Система Moodle	2	11 тиждень
12	Заняття 12. Нормальні системи ДР.	практ.	[5, 6, 8] Система Moodle	2	12 тиждень
13	Заняття 13. Системи лінійних ДР.		[5, 6, 8] Система Moodle		13 тиждень
14	Заняття 14. Системи нелінійних ДР.	практ.	[5, 6, 8] Система Moodle	2	14 тиждень
15	Заняття 15. Рівняння в частинних похідних першого порядку.	практ.	[5, 6, 8] Система Moodle	2	15 тиждень
16	Заняття 16 Контрольна робота № 2	практ.		2	16 тиждень