

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Механіко-математичний факультет**  
**Кафедра вищої математики**

**Затверджено**

На засіданні кафедри вищої математики  
механіко-математичного факультету  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка  
(протокол № 9 від 28 травня 2021 р.)

Завідувач кафедри Гаталевич А.І.



**Силабус з навчальної дисципліни**  
**“ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ ТА ІНТЕГРАЛЬНІ РІВНЯННЯ”,**  
що викладається в межах ОПП “Фізика та астрофізика”,  
ОПП “Комп'ютерна фізика”,  
ОПП “Квантові комп'ютери та квантове програмування”  
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти  
для здобувачів з спеціальності  
104 – Фізика та астрономія,  
ОПП “Нанофізика та астрономія”,  
ОПП “Комп'ютерні технології у прикладній фізиці”  
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти  
для здобувачів з спеціальності  
105 – Прикладна фізика та наноматеріали

Львів 2021 р.

<b>Назва дисципліни</b>	Диференціальні та інтегральні рівняння
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	Корпус ЛНУ імені Івана Франка м. Львів, вул. Драгоманова, 19
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Механіко-математичний факультет Кафедра вищої математики
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	10 Природничі науки 104 Фізика та астрономія 105 Прикладна фізика та наноматеріали
<b>Викладачі дисципліни</b>	Цапівська Жаннета Ярославівна, доцент кафедри вищої математики
<b>Контактна інформація викладачів</b>	<a href="mailto:zhanneta.tsapovska@lnu.edu.ua">zhanneta.tsapovska@lnu.edu.ua</a> ; <a href="mailto:zh.tsapovska@gmail.com">zh.tsapovska@gmail.com</a>  Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 370 (кафедра вищої математики) м. Львів, вул. Університетська, 1
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b>	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю)
<b>Сторінка курсу</b>	<a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/vyscha-matematyka-alggem-2">https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/vyscha-matematyka-alggem-2</a>
<b>Інформація про дисципліну</b>	Дисципліна “Диференціальні та інтегральні рівняння” є нормативною навчальною дисципліною циклу професійної і практичної підготовки з спеціальностей 104 – Фізика та астрономія, 105 – Прикладна фізика та наноматеріали для освітньої програми “Природничі науки”, яка викладається у 4-му семестрі в обсязі 4-х кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS)
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	Предметом навчальної дисципліни “Диференціальні та інтегральні рівняння” є математичні поняття та методи диференційного та інтегрального числення функцій однієї та багатьох змінних, математичні поняття та методи теорії рядів і диференціальних рівнянь. Всі математичні поняття, що вивчаються ілюструються застосуваннями
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	Метою вивчення нормативної навчальної дисципліни “Диференціальні та інтегральні рівняння” є засвоєння студентами теоретичних основ курсу, застосування здобутих знань до розв’язування задач теоретичного та прикладного характеру, вироблення навиків математичного дослідження прикладних задач, зокрема, побудови математичних моделей фізичних процесів та їх аналізу за допомогою математичних методів, вміння користуватися математичною літературою і довідниками
<b>Література для вивчення дисципліни</b>	1. С.П. Лавренюк. Курс диференціальних рівнянь. – Львів: Видавництво науково-технічної літератури, 1997. – 215 с. 2. Ю.Д. Головатий, В.М. Кирилич, С.П. Лавренюк. Диференціальні рівняння: навчальний посібник. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2011. – 470 с. 3. Бугрій О.М., Н.П. Процах, Н.В. Бугрій. Основи диференціальних рівнянь: теорія, приклади та задачі: навчальний посібник. – Львів: Видавець І. Чижиков, 2011. – 348 с.

	<p>4. Ляшко І.І., Боярчук О.К., Гай Я.Г., Калайда О.Ф. Диференціальні рівняння. Київ: “Вища школа”, 1981. – 503 с.</p> <p>5. А. Ф. Филиппов. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. Москва: Государственное издательство физико-математической литературы, 1961. – 100 с.</p> <p>6. Лизоркин П.И. Курс дифференциальных и интегральных уравнений с дополнительными главами анализа. М.: “Наука”, 1981. – 381 с.</p> <p>7. Мильо О.Я., Цапівська Ж.Я. Методичні рекомендації, приклади та завдання для самостійної роботи до вивчення розділу вищої математики “Диференціальні рівняння” для студентів факультету електроніки. – Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2013. – 54 с.</p> <p>8. Колодій І.М., Верба І.І., Барабаш Г.М. Курс лекцій з теорії диференціальних та інтегральних рівнянь.– Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2003. – 117 с.</p>
<b>Обсяг курсу</b>	<p>Загальний обсяг: <b>120</b> годин.</p> <p>Аудиторних занять – <b>64</b> години, з них: лекції – <b>32</b> години, практичні заняття – <b>32</b> години.</p> <p>Самостійна робота – <b>56</b> годин.</p>
<b>Очікувані результати навчання</b>	<p>Після завершення цього курсу студент буде:</p> <p><b>Знати:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• поняття та методи розв’язування звичайних диференціальних рівнянь;</li> <li>• поняття та методи розв’язування лінійних, нормальних і симетричних систем диференціальних рівнянь;</li> <li>• поняття та методи розв’язування диференціальних рівнянь в частинних похідних;</li> <li>• поняття та методи теорії стійкості;</li> <li>• поняття та методи дослідження лінійних інтегральних рівнянь;</li> </ul> <p><b>Вміти:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• класифікувати диференціальні рівняння першого порядку та знати методи їх розв’язування;</li> <li>• понижувати порядок диференціальних рівнянь, коли це можливо;</li> <li>• будувати загальний розв’язок лінійного рівняння <math>n</math>-го порядку;</li> <li>• знаходити загальний розв’язок лінійних систем;</li> <li>• знаходити загальний інтеграл нормальних і симетричних систем;</li> <li>• розв’язувати лінійні рівняння в частинних похідних першого порядку;</li> <li>• класифікувати та досліджувати лінійні інтегральні рівняння;</li> <li>• застосовувати математичний апарат при розв’язанні інженерних та фізичних задач;</li> <li>• визначати межу можливих застосувань математичних методів.</li> </ul>
<b>Ключові слова</b>	Звичайні диференціальні рівняння, диференціальні рівняння в частинних похідних, інтегральні рівняння, системи диференціальних рівнянь, теорія стійкості
<b>Формат курсу</b>	<p>Очний</p> <p>Викладання здійснюється з використанням основних засад: проблемно-орієнтованого та особистісно-орієнтованого навчання; електронного навчання в системі Moodle.</p> <p>Викладання проводиться у вигляді: лекцій, практичних занять і консультацій.</p>
<b>Теми</b>	<p>1. Диференціальні рівняння першого порядку, розв’язані стосовно похідної.</p> <p>2. Теорема існування та єдності розв’язку задачі Коші для рівняння</p>

	$y' = f(x, y).$ <ol style="list-style-type: none"> <li>3. Рівняння першого порядку, нерозв'язані стосовно похідної.</li> <li>4. Рівняння вищих порядків.</li> <li>5. Лінійні рівняння <math>n</math>-го порядку.</li> <li>6. Системи диференціальних рівнянь.</li> <li>7. Рівняння в частинних похідних першого порядку.</li> <li>8. Елементи теорії стійкості.</li> <li>9. Лінійні інтегральні рівняння.</li> </ol>
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	Письмовий екзамен у кінці 4-го семестру
<b>Пререквізити</b>	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з <ul style="list-style-type: none"> <li>• математичного аналізу</li> </ul>
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	Лекції Практичні заняття
<b>Необхідне обладнання</b>	Комп'ютер із загально вживаним програмним забезпеченням, доступ до Internet мережі
<b>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</b>	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням: 50 балів в семестрі, 50 балів за екзамен. Підсумкова максимальна кількість балів в семестрі – 100.</p> <p><b>Письмові роботи:</b> Очікується, що студенти виконають: Колоквіум: 1 – 20 балів; Контрольна робота: 3 по 10 балів кожна.</p> <p><b>Академічна доброчесність.</b> Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p><b>Відвідання занять</b> є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та здачі колоквіумів, передбачених курсом.</p> <p><b>Література.</b> Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p><b>Політика виставлення балів.</b> Враховуються бали, набрані при виконанні контрольних робіт та здачі колоквіуму. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та</p>

	<p>плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.  Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
<b>Питання до заліку чи екзамену</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Поняття диференціального рівняння та його розв'язку. Класифікація диференціальних рівнянь.</li> <li>2. Задачі, що призводять до складання ДР.</li> <li>3. Диференціальні рівняння першого порядку, що інтегруються в квадратурах. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними.</li> <li>4. Диференціальні рівняння першого порядку, що зводяться до диференціальних рівнянь з відокремлюваними змінними: однорідні, узагальнено однорідні, рівняння вигляду <math>y' = f\left(\frac{ax + by + c}{a_1x + b_1y + c_1}\right)</math>.</li> <li>5. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку.</li> <li>6. Диференціальні рівняння першого порядку, що зводяться до лінійних. Рівняння Бернуллі та Рікатті.</li> <li>7. Диференціальні рівняння в повних диференціалах.</li> <li>8. Інтегруючий множник.</li> <li>9. Геометрична інтерпретація розв'язку ДР 1-ого порядку.</li> <li>10. Задача Коші для диференціального рівняння першого порядку.</li> <li>11. Поняття про особливі точки диференціального рівняння.</li> <li>12. ДР не розв'язані стосовно похідної. Загальна схема методу введення параметра.</li> <li>13. Рівняння Лагранжа і Клеро.</li> <li>14. ДР вищих порядків. Задача Коші для диференціального рівняння <math>n</math>-го порядку: теорема існування та єдиності її розв'язку.</li> <li>15. Диференціальні рівняння <math>n</math>-го порядку, що допускають пониження порядку.</li> <li>16. Лінійні диференціальні рівняння <math>n</math>-го порядку зі змінними коефіцієнтами.</li> <li>17. Однорідні лінійні диференціальні рівняння <math>n</math>-го порядку зі змінними коефіцієнтами.</li> <li>18. Неоднорідні лінійні диференціальні рівняння <math>n</math>-го порядку зі змінними коефіцієнтами.</li> <li>19. Метод варіації сталих для лінійних диференціальних рівнянь <math>n</math>-го порядку зі змінними коефіцієнтами.</li> <li>20. Лінійні однорідні диференціальні рівняння <math>n</math>-го порядку зі сталими коефіцієнтами.</li> <li>21. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння <math>n</math>-го порядку зі сталими коефіцієнтами. Метод невизначених коефіцієнтів.</li> <li>22. Рівняння Ейлера.</li> <li>23. Канонічна форма лінійного однорідного рівняння другого порядку.</li> <li>24. Самоспряжена форма лінійного однорідного рівняння другого порядку.</li> <li>25. Інтегрування лінійних рівнянь за допомогою степеневих рядів.</li> <li>26. Системи звичайних ДР: основні поняття та властивості розв'язків. Задача Коші для систем звичайних ДР.</li> <li>27. Поняття першого інтеграла для нормальної системи ДР.</li> <li>28. Зведення диференціального рівняння <math>n</math>-го порядку до нормальної системи диференціальних рівнянь і обернена задача.</li> <li>29. Системи лінійних ДР зі змінними коефіцієнтами. Основні поняття теорії лінійних систем. Існування та єдність розв'язку задачі Коші.</li> <li>30. Структура загального розв'язку лінійної однорідної системи.</li> <li>31. Формула остроградського-Ліквіля.</li> <li>32. Структура загального розв'язку лінійної неоднорідної системи. Метод варіації сталих.</li> </ol>

	<p>33. Системи лінійних однорідних ДР зі сталими коефіцієнтами. Метод Ейлера.</p> <p>34. Системи лінійних неоднорідних ДР зі сталими коефіцієнтами. Метод варіації сталих. Метод невизначених коефіцієнтів.</p> <p>35. Поняття рівняння з частинними похідними. Порядок такого рівняння. Приклади.</p> <p>36. Зв'язок лінійного однорідного рівняння з частинними похідними першого порядку з відповідною системою характеристик.</p> <p>37. Побудова загального розв'язку лінійного однорідного рівняння з частинними похідними.</p> <p>38. Задача Коші для лінійного однорідного рівняння з частинними похідними.</p> <p>39. Побудова загального розв'язку квазілінійного рівняння першого порядку з частинними похідними.</p> <p>40. Задачі Коші для квазілінійного рівняння першого порядку з частинними похідними.</p> <p>41. Основи теорії стійкості розв'язків диференціальних рівнянь. Основні означення й поняття.</p> <p>42. Дослідження на стійкість точок спокою.</p> <p>43. Критерії Гурвіца стійкості розв'язків системи ДР.</p> <p>44. Дослідження на стійкість за методом функцій Ляпунова.</p> <p>45. Класифікація точок спокою автономної системи.</p> <p>46. Лінійні інтегральні рівняння: основні означення і поняття. Класифікація інтегральних рівнянь.</p> <p>47. Зв'язок між інтегральними рівняннями та задачею Коші для звичайних диференціальних рівнянь.</p> <p>48. Рівняння Вольтерри. Рівняння Вольтерри з виродженим ядром.</p> <p>49. Рівняння Фредгольма. Рівняння Фредгольма з виродженим ядром.</p> <p>50. Метод послідовних наближень для рівняння Фредгольма.</p> <p>51. Метод послідовних наближень для рівняння Вольтера.</p> <p>52. Метод ітерованих ядер для рівняння Фредгольма.</p> <p>53. Метод ітерованих ядер для рівняння Вольтерра.</p>
<b>Опитування</b>	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.