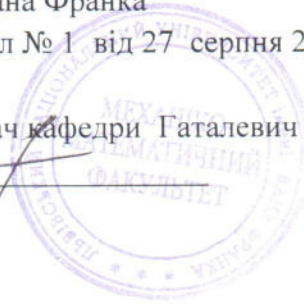



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра вищої математики

Затверджено

на засіданні кафедри вищої математики
механіко-математичного факультету
Львівського національного університету
імені Івана Франка
протокол № 1 від 27 серпня 2025 р.

Завідувач кафедри Гаталевич А.І.



Силабус

навчальної дисципліни

“ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ ТА ІНТЕГРАЛЬНІ РІВНЯННЯ”

підготовки бакалаврів
фізичного факультету

галузі знань
“10 Природничі науки”
спеціальності
“104 Фізика та астрономія”

освітньо-професійна програма
“Квантові комп’ютери та квантове програмування”

Назва дисципліни	Диференціальні та інтегральні рівняння
Адреса викладання дисципліни	Корпус ЛНУ імені Івана Франка м. Львів, вул. Драгоманова, 19
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет Кафедра вищої математики
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	10 Природничі науки 104 Фізика та астрономія
Викладачі дисципліни	Цаповська Жаннета Ярославівна, доцент кафедри вищої математики
Контактна інформація викладачів	zhanneta.tsapovska@lnu.edu.ua ; zh.tsapovska@gmail.com Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 370 (кафедра вищої математики) м. Львів, вул. Університетська, 1
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю)
Сторінка курсу	https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/matematychnyj-analiz
Інформація про дисципліну	Дисципліна “Диференціальні та інтегральні рівняння” є нормативною навчальною дисципліною циклу професійної і практичної підготовки спеціальності “104 Фізика та астрономія” для освітньо-професійної програми “Квантові комп’ютери та квантове програмування”, яка викладається у 3-му семестрі в обсязі 4-х кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS)
Коротка анотація дисципліни	Предметом навчальної дисципліни “Диференціальні та інтегральні рівняння” є математичні поняття та методи диференціальних та інтегральних рівнянь. Усі математичні поняття, що вивчаються ілюструються застосуваннями
Мета та цілі дисципліни	Метою вивчення нормативної навчальної дисципліни “Диференціальні та інтегральні рівняння” є засвоєння студентами теоретичних основ курсу, застосування здобутих знань до розв’язування задач теоретичного та прикладного характеру, вироблення навиків математичного дослідження прикладних задач, зокрема, побудови математичних моделей фізичних процесів та їх аналізу за допомогою математичних методів, вміння користуватися математичною літературою і довідниками
Література для вивчення дисципліни	1. С.П. Лавренюк. Курс диференціальних рівнянь. – Львів: Видавництво науково-технічної літератури, 1997. – 215 с. 2. Ю.Д. Головатий, В.М. Кирилич, С.П. Лавренюк. Диференціальні рівняння: навчальний посібник. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2011. – 470 с. 3. Бугрій О.М., Н.П. Процах, Н.В. Бугрій. Основи диференціальних рівнянь: теорія, приклади та задачі: навчальний посібник. – Львів: Видавець І. Чижиков, 2011. – 348 с. 4. Ляшко І.І., Боярчук О.К., Гай Я.Г., Калайда О.Ф. Диференціальні

	<p>рівняння. Київ: “Вища школа”, 1981. – 503 с.</p> <p>5. Колодій І.М., Верба І.І., Барабаш Г.М. Курс лекцій з теорії диференціальних та інтегральних рівнянь.– Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2003. – 117 с.</p> <p>6. Ф.І. Гудименко, А.І. Павлюк, В.О. Волкова. Збірник задач з диференціальних рівнянь. К.: “Вища школа”, 1972. – 156 с.</p> <p>7. О.Я. Мильо, Ж.Я. Цаповська. Методичні рекомендації, приклади та завдання для самостійної роботи до вивчення розділу вищої математики “Диференціальні рівняння” для студентів факультету електроніки. – Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2013. – 54 с.</p> <p>8. Електронний курс “Диференціальні рівняння”. – https://e-learning.lnu.edu.ua/course/view.php?id=6403</p>
Обсяг курсу	<p>Загальний обсяг: 120 годин.</p> <p>Аудиторних занять –64 години, з них: лекції – 32 години, практичні заняття – 32 години.</p> <p>Самостійна робота – 56 годин.</p>
Очікувані результати навчання	<p>Після завершення цього курсу студент буде:</p> <p>Знати:</p> <ul style="list-style-type: none"> • поняття та методи розв’язування звичайних диференціальних рівнянь; • поняття та методи розв’язування лінійних, нормальних і симетричних систем диференціальних рівнянь; • поняття та методи розв’язування диференціальних рівнянь з частинними похідними; • поняття та методи дослідження лінійних інтегральних рівнянь; <p>Вміти:</p> <ul style="list-style-type: none"> • класифікувати диференціальні рівняння першого порядку та знати методи їх розв’язування; • понижувати порядок диференціальних рівнянь, коли це можливо; • будувати загальний розв’язок лінійного рівняння n-го порядку; • знаходити загальний розв’язок лінійних систем; • знаходити загальний інтеграл нормальних і симетричних систем; • розв’язувати лінійні рівняння з частинними похідними першого порядку; • класифікувати та досліджувати лінійні інтегральні рівняння; • застосовувати математичний апарат при розв’язанні інженерних та фізичних задач; • визначати межу можливих застосувань математичних методів.
Ключові слова	Звичайні диференціальні рівняння, диференціальні рівняння з частинними похідними, інтегральні рівняння, системи диференціальних рівнянь
Формат курсу	<p>Очний, дистанційний</p> <p>Викладання здійснюється з використанням основних засад: проблемно-орієнтованого та особистісно-орієнтованого навчання; електронного навчання в системі Moodle.</p> <p>Викладання проводиться у вигляді: лекцій, практичних занять і консультацій.</p>
Теми	<p>1. Диференціальні рівняння першого порядку, розв’язані стосовно похідної. Теорема існування та єдності розв’язку задачі Коші для рівняння $y' = f(x, y)$.</p> <p>2. Рівняння першого порядку, нерозв’язані стосовно похідної.</p>

	<p>3. Диференціальні рівняння вищих порядків, що допускають пониження порядку.</p> <p>4. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків.</p> <p>5. Системи диференціальних рівнянь.</p> <p>6. Рівняння з частинними похідними першого порядку.</p> <p>7. Лінійні інтегральні рівняння.</p>
Підсумковий контроль, форма	Письмовий екзамен у кінці 3-го семестру
Пререквізити	<p>Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з</p> <ul style="list-style-type: none"> • математичного аналізу • лінійної алгебри та аналітичної геометрії
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	<p>Лекції</p> <p>Практичні заняття</p>
Необхідне обладнання	Комп'ютер із загально вживаним програмним забезпеченням, доступ до Internet мережі
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням: 50 балів в семестрі, 50 балів за екзамен. Підсумкова максимальна кількість балів в семестрі – 100.</p> <p>Письмові роботи: Очікується, що студенти виконають: Колоквіум: 1 – 10 балів; Контрольна робота: 2 по 10 балів кожна; Перевірка засвоєння практичного матеріалу у вигляді самостійної роботи у системі Moodle – 20 балів за семестр.</p> <p>Академічна доброчесність. Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та здачі колоквіумів, передбачених курсом.</p> <p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали, набрані при виконанні контрольних робіт, здачі колоквіуму та виконання практичних завдань у системі Moodle. При цьому обов'язково враховуються присутність на</p>

	<p>заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
<p>Питання до заліку чи екзамену</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Поняття диференціального рівняння та його розв'язку. Класифікація диференціальних рівнянь. 2. Задачі, що призводять до складання ДР. 3. Диференціальні рівняння першого порядку, що інтегруються в квадратурах. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними. 4. Диференціальні рівняння першого порядку, що зводяться до диференціальних рівнянь з відокремлюваними змінними: однорідні, узагальнено однорідні, рівняння вигляду $y' = f\left(\frac{ax + by + c}{a_1x + b_1y + c_1}\right)$. 5. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. 6. Диференціальні рівняння першого порядку, що зводяться до лінійних. Рівняння Бернуллі та Рікатті. 7. Диференціальні рівняння в повних диференціалах. 8. Інтегруючий множник. 9. Геометрична інтерпретація розв'язку ДР 1-ого порядку. 10. Задача Коші для диференціального рівняння першого порядку. 11. Поняття про особливі точки диференціального рівняння. 12. ДР не розв'язані стосовно похідної. Загальна схема методу введення параметра. 13. Рівняння Лагранжа і Клеро. 14. ДР вищих порядків. Задача Коші для диференціального рівняння n-го порядку: теорема існування та єдиності її розв'язку. 15. Диференціальні рівняння n-го порядку, що допускають пониження порядку. 16. Лінійні диференціальні рівняння n-го порядку зі змінними коефіцієнтами. 17. Однорідні лінійні диференціальні рівняння n-го порядку зі змінними коефіцієнтами. 18. Неоднорідні лінійні диференціальні рівняння n-го порядку зі змінними коефіцієнтами. 19. Метод варіації сталих для лінійних диференціальних рівнянь n-го порядку зі змінними коефіцієнтами. 20. Лінійні однорідні диференціальні рівняння n-го порядку зі сталими коефіцієнтами. 21. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння n-го порядку зі сталими коефіцієнтами. Метод невизначених коефіцієнтів. 22. Рівняння Ейлера. 23. Канонічна форма лінійного однорідного рівняння другого порядку. 24. Самоспряжена форма лінійного однорідного рівняння другого порядку. 25. Інтегрування лінійних рівнянь за допомогою степеневих рядів. 26. Системи звичайних ДР: основні поняття та властивості розв'язків. Задача Коші для систем звичайних ДР. 27. Поняття першого інтеграла для нормальної системи ДР. 28. Зведення диференціального рівняння n-го порядку до нормальної системи диференціальних рівнянь і обернена задача. 29. Системи лінійних ДР зі змінними коефіцієнтами. Основні поняття теорії

	<p>лінійних систем. Існування та єдність розв'язку задачі Коші.</p> <p>30. Структура загального розв'язку лінійної однорідної системи.</p> <p>31. Формула Остроградського-Ліувілля.</p> <p>32. Структура загального розв'язку лінійної неоднорідної системи. Метод варіації сталих.</p> <p>33. Системи лінійних однорідних ДР зі сталими коефіцієнтами. Метод Ейлера.</p> <p>34. Системи лінійних неоднорідних ДР зі сталими коефіцієнтами. Метод варіації сталих. Метод невизначених коефіцієнтів.</p> <p>35. Поняття рівняння з частинними похідними. Порядок такого рівняння. Приклади.</p> <p>36. Зв'язок лінійного однорідного рівняння з частинними похідними першого порядку з відповідною системою характеристик.</p> <p>37. Побудова загального розв'язку лінійного однорідного рівняння з частинними похідними.</p> <p>38. Задача Коші для лінійного однорідного рівняння з частинними похідними.</p> <p>39. Побудова загального розв'язку квазілінійного рівняння першого порядку з частинними похідними.</p> <p>40. Задачі Коші для квазілінійного рівняння першого порядку з частинними похідними.</p> <p>41. Лінійні інтегральні рівняння: основні означення і поняття. Класифікація інтегральних рівнянь.</p> <p>42. Зв'язок між інтегральними рівняннями та задачею Коші для звичайних диференціальних рівнянь.</p> <p>43. Рівняння Вольтерри. Рівняння Вольтерри з виродженим ядром.</p> <p>44. Рівняння Фредгольма. Рівняння Фредгольма з виродженим ядром.</p> <p>45. Метод послідовних наближень для рівняння Фредгольма.</p> <p>46. Метод послідовних наближень для рівняння Вольтерри.</p> <p>47. Метод ітерованих ядер для рівняння Фредгольма.</p> <p>48. Метод ітерованих ядер для рівняння Вольтерри.</p>
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

Схема курсу

1 семестр

№ з/п	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності (заняття)	Література. Ресурси в інтернеті	Завдання, год.	Термін виконання
Лекції					
1	Тема 1. Основні поняття та об'єкти теорії диференціальних рівнянь. Основні задачі, що призводять до складання ДР. ДР 1-ого порядку. Рівняння з відокремлюваними змінними.	лек.	[1-4, 7] Теоретичний матеріал в системі Moodle	2	1 заняття

2	Тема 2. Однорідні ДР і ті, що зводяться до них. Узагальнено однорідні ДР. Лінійні ДР 1-ого порядку. Метод Лагранжа.	лек.	[1-4, 7] Теоретичний матеріал в системі Moodle	2	2 заняття
3	Тема 3. Рівняння Бернуллі та Рікатті. Рівняння в повних диференціалах. Інтегруючий множник.	лек.	[1-4, 7] Теоретичний матеріал в системі Moodle	2	3 заняття
4	Тема 4. Геометрична інтерпретація розв'язку ДР 1-ого порядку. Задача Коші для ДР 1-ого порядку: існування та єдність розв'язку. Особливі розв'язки.	лек.	[1-4, 7] Теоретичний матеріал в системі Moodle	2	4 заняття
5	Тема 5. ДР нерозв'язані стосовно похідної. Загальна схема методу введення параметра. Рівняння Лагранжа і Клеро.	лек.	[1-4] Теоретичний матеріал в системі Moodle	2	5 заняття
6	Тема 6. ДР вищих порядків. Задача Коші для диференціального рівняння n -ого порядку: теорема існування та єдності її розв'язку. Диференціальні рівняння n -ого порядку, що допускають пониження порядку.	лек.	[1-4, 7] Теоретичний матеріал в системі Moodle	2	6 заняття
	Проведення колоквиуму				
7	Тема 7. Лінійні диференціальні рівняння n -ого порядку зі змінними коефіцієнтами. Метод варіації сталих.	лек.	[1-4, 7] Теоретичний матеріал в системі Moodle	2	7 заняття
8	Тема 8. Лінійні однорідні диференціальні рівняння n -ого порядку	лек.	[1-4, 7] Теоретичний матеріал в системі Moodle	2	8 заняття

	зі сталими коефіцієнтами.				
9	Тема 9. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння n -ого порядку зі сталими коефіцієнтами: метод невизначених коефіцієнтів. Рівняння Ейлера.	лек.	[1-4, 7] Теоретичний матеріал в системі Moodle	2	9 заняття
10	Тема 10. Лінійні диференціальні рівняння 2-ого порядку. Інтегрування ДР за допомогою степеневих рядів. Метод узагальнених степеневих рядів.	лек.	[1-4, 7] Теоретичний матеріал в системі Moodle	2	10 заняття
11	Тема 11. Нормальні системи ДР: основні поняття та властивості розв'язків.	лек.	[1-4] Теоретичний матеріал в системі Moodle	2	11 заняття
12	Тема 12. Системи лінійних однорідних ДР зі сталими коефіцієнтами.	лек.	[1-4] Теоретичний матеріал в системі Moodle	2	12 заняття
13	Тема 13. Системи лінійних неоднорідних ДР зі сталими коефіцієнтами.	лек.	[1-4] Теоретичний матеріал в системі Moodle	2	13 заняття
14	Тема 14. Рівняння з частинними похідними першого порядку. Задача Коші.	лек.	[1-4] Теоретичний матеріал в системі Moodle	2	14 заняття
15	Тема 15. Лінійні інтегральні рівняння: класифікація, основні поняття. Зв'язок між інтегральними рівняннями та задачею Коші для звичайних ДР. Метод послідовних наближень для рівнянь Фредгольма та Вольтерри другого роду.	лек.	[1-4] Теоретичний матеріал в системі Moodle	2	15 заняття

16	Тема 16. Метод ітерованих ядер для рівнянь Фредгольма та Вольтерри другого роду. Резольвента інтегрального рівняння. Інтегральні рівняння з симетричним ядром	лек.	[1-4] Теоретичний матеріал в системі Moodle	2	16 заняття
Практичні заняття					
1	Тема 1. Фізичні задачі на складанні ДР. Рівняння з відокремлюваними змінними.	практ.	Практичні завдання в системі Moodle	2	1 заняття
2	Тема 2. Однорідні ДР і ті, що зводяться до них.	практ.	Практичні завдання в системі Moodle	2	2 заняття
3	Тема 3. Лінійні ДР 1-ого порядку. Рівняння Бернуллі та Рікатті.	практ.	Практичні завдання в системі Moodle	2	3 заняття
4	Тема 4. Рівняння в повних диференціалах. Інтегруючий множник.	практ.	Практичні завдання в системі Moodle	2	4 заняття
5	Тема 5. ДР не розв'язані стосовно похідної. Рівняння Лагранжа і Клеро.	практ.	Практичні завдання в системі Moodle	2	6 заняття
6	Тема 6. ДР вищих порядків, що допускають пониження порядку.	практ.	Практичні завдання в системі Moodle	2	6 заняття
7	Контрольна робота № 1	практ.		2	7 заняття
8	Тема 7. Лінійні однорідні ДР вищих порядків зі сталими коефіцієнтами. Лінійні неоднорідні ДР вищих порядків зі сталими коефіцієнтами. Метод варіації сталих.	практ.	Практичні завдання в системі Moodle	2	8 заняття
9	Тема 8. Лінійні неоднорідні ДР вищих порядків зі сталими коефі-	практ.	Практичні завдання в системі Moodle	2	9 заняття

	цієнтами: метод ва- ріації сталих.				
	Тема 8. Лінійні неоднорідні ДР вищих порядків зі сталими коефі- цієнтами. Метод ва- ріації сталих.				
10	Тема 9. Лінійні ДР вищих порядків зі сталими коефіцієнтами і звідні до них.	практ.	Практичні завдання в системі Moodle	2	10 заняття
11	Тема 10. Лінійні ДР вищих порядків зі змін- ними коефіцієнт- тами.	практ.	Практичні завдання в системі Moodle	2	11 заняття
12	Тема 12. Нормальні системи ДР.	практ.	Практичні завдання в системі Moodle	2	12 заняття
13	Тема 13. Системи лінійних однорідних ДР.		Практичні завдання в системі Moodle		13 заняття
14	Тема 14. Системи лінійних неоднорідних ДР.	практ.	Практичні завдання в системі Moodle	2	14 заняття
15	Тема 15. Рівняння з частин- ними похідними пер- шого порядку.	практ.	Практичні завдання в системі Moodle	2	15 заняття
16	Контрольна робота № 2	практ.		2	16 заняття