

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра алгебри, топології та основ математики

Затверджено

На засіданні кафедри алгебри, топології та
основ математики
механіко-математичного факультету
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № _____ від _____ 2021 р.)

Завідувач кафедри

Банах Т.О.

Силабус з навчальної дисципліни
“Алгебра і геометрія”,
що викладається в межах ОПП “Системний аналіз і управління.
Інтелектуальний аналіз даних”
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів з
спеціальності 124 – системний аналіз

Львів 2021 р.

Назва дисципліни	Алгебра і геометрія
Адреса викладання дисципліни	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет Кафедра алгебри, топології та основ математики
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	12 – інформаційні технології 124 – системний аналіз
Викладачі дисципліни	Іщук Юрій Богданович, доцент кафедри алгебри, топології та основ математики.
Контактна інформація викладачів	yuriy.ishchuk@lnu.edu.ua ; http://www.mmf.lnu.edu.ua/algstaff/1445 ; https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/ischuk-yu-b Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 375. м. Львів, вул. Університетська, 1
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю).
Сторінка курсу	http://e-learning.lnu.edu.ua/course/view.php?id=783
Інформація про дисципліну	Дисципліна покликана надати студентам знання із алгебри і аналітичної геометрії та практичні навички, необхідні для розв'язування теоретичних і практичних задач математичного моделювання та аналізу даних.
Коротка анотація дисципліни	Дисципліна “Алгебра і геометрія” є нормативною дисципліною з спеціальності 124 – системний аналіз для освітньої програми “Системний аналіз і управління. Інтелектуальний аналіз даних ” і викладається впродовж першого року навчання в обсязі 6-и кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Мета та цілі дисципліни	Метою вивчення “Алгебри і геометрії” є забезпечення належної базової підготовки з лінійної алгебри та аналітичної геометрії, формування особистості, розвиток інтелекту студентів та їх здатності до логічного і алгоритмічного мислення.
Література для вивчення дисципліни	<ol style="list-style-type: none"> 1. Андрійчук В.І., Забавський Б.В. Лінійна алгебра. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2008. – 238 с. 2. Завало С.Т. Курс алгебри. – К.: Вища школа, 1985. – 503 с. 3. Завало С.Т., Левіщенко С.С., Пилаєв В.В., Рокицький І.О. Алгебра і теорія чисел. Практикум. Ч.І. – К.: Вища школа, 1983. – 232с. 4. Завало С.Т., Левіщенко С.С., Пилаєв В.В., Рокицький І.О. Алгебра і теорія чисел. Практикум. Ч.ІІ. – К.: Вища школа, 1986. – 264с. 5. Зеліско В.Р., Зеліско Г.В. Основи лінійної алгебри і аналітичної геометрії. – Львів: Львівський національний університет імені Івана Франка, 2011. – 326 с. 6. Калужнін Л.А., Вишенський В.А., Шуб Ц.О. Лінійні простори. – К.: Вища школа, 1971. – 343 с. 7. Сборник задач по алгебре. Под редакцией А.И. Кострикина. – М.: Наука, 1987. – 352 с. 8. Моденов П.С., Пархоменко А.С. Сборник задач по аналитической геометрии. – М.: Наука, 1970. – 384 с. 9. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. – М.: Наука,

	<p>1974. – 384 с.</p> <p>10. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. – М.: Наука, 1977. – 307 с.</p> <p>11. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. – М.: Наука, 1968. – 336с.</p> <p>12. В.Р. Зеліско, Г.В. Зеліско. Лінійна алгебра і аналітична геометрія. Практикум. – Львів: Львівський національний університет імені Івана Франка, 2014. – 374 с..</p>
Обсяг курсу	Загальний обсяг: 180 годин. Аудиторних занять: 96 год., з них 32 год. лекційних та 64 годин лабораторних занять. Самостійної роботи: 84 год.
Очікувані результати навчання	<p>У результаті вивчення даного курсу студент буде:</p> <p>знати: основні поняття, твердження, алгоритми та методи алгебри та аналітичної геометрії.</p> <p>вміти: розв'язувати теоретичні та практичні задачі: досліджувати на сумісність та розв'язувати системи лінійних рівнянь, виконувати дії над матрицями та розв'язувати матричні рівняння, зображувати елементи скінченних груп підстановками, шукати порядки їх елементів та розв'язки рівнянь в групі, знаходити найбільші спільні дільники та найменші спільні кратні для елементів комутативних кілець, розв'язувати лінійні порівняння та системи порівнянь, застосовувати розширений алгоритм Евкліда та схему Горнера в кільці поліномів, розкласти поліном у добуток незвідних множників над полем та дробово-раціональну функцію у суму простих дробів, оперувати з комплексними числами, застосовувати формулу Муавра для піднесення до степеня та добування коренів з комплексних чисел, розв'язувати алгебраїчні рівняння над арифметичними полями, застосовувати координатний метод для дослідження властивостей геометричних об'єктів, оперувати векторами прямої, площини, простору, класифікувати і досліджувати властивості алгебраїчних многовидів I-II-го порядку у двох та трьох вимірному арифметичному просторі над полем дійсних чисел, шукати базу і вимірність скінченновимірного лінійного простору (підпростору) та координати вектора в цій базі, знаходити матрицю переходу від одної до іншої бази, виконувати операції над підпросторами, шукати матрицю лінійного оператора та його інваріантні підпростори, знаходити власні значення і вектори лінійного оператора, зводити матрицю лінійного оператора до канонічної форми, обчислювати метричні властивості векторів у просторах із скалярним добутком, застосовувати алгоритм ортогоналізації, знаходити властивості лінійних операторів скінченновимірних евклідових (унітарних) просторів та канонічний вигляд їх матриць, шукати координати полілінійних функцій (білінійних форм) у різних базах лінійного простору, зводити квадратичні форми до головних осей, застосовувати критерії знаковизначеності квадратичних форм для відшукування екстремумів функцій від кількох змінних.</p>
Ключові слова	Алгебра матриць, системи лінійних рівнянь, алгебраїчні структури та алгоритми, векторна алгебра, алгебраїчні криві (поверхні) I-го та II-го порядків, лінійні простори та оператори, білінійні та квадратичні форми.
Формат курсу	Очний, дистанційний Проведення лекційних, лабораторних занять і консультацій.

<p>Теми</p>	<p>1 Змістовий модуль 1. Матриці, визначники і системи лінійних рівнянь – 6 год.</p> <p>Тема 1. Матриці та дії з ними – 1 год.</p> <ul style="list-style-type: none"> о поняття матриці; о види матриць: квадратна, діагональна, одинична, нульова, симетрична, транспонована; о дії з матрицями: множення матриці на скаляр, додавання і віднімання матриць, множення матриць. <p>Література. [5]: с.13-20.</p> <p>Тема 2. Метод Гаусса розв’язування систем лінійних рівнянь – 1 год.</p> <ul style="list-style-type: none"> о системи лінійних рівнянь; о східчасті системи лінійних рівнянь та східчасті матриці; о елементарні перетворення систем лінійних рівнянь та матриць; о метод Гаусса; о дослідження системи лінійних рівнянь. <p>Література. [5]: с.20-27.</p> <p>Тема 3. Визначники квадратних матриць, методи їх обчислення та властивості – 2 год.</p> <ul style="list-style-type: none"> о поняття визначників 2-го і 3-го порядків та їх обчислення; о поняття визначника n-го порядку; о поняття мінора та алгебраїчного доповнення елементів квадратної матриці; о теорема Лапласа; о властивості визначника n-го порядку та їх використання для спрощення його обчислення; о означення оберненої матриці; о властивості оберненої матриці. <p>Література. [5]: с.27-47.</p> <p>Тема 4. Лінійна залежність – 2 год.</p> <ul style="list-style-type: none"> о три означення рангу матриці; о лема про базовий мінор; о теорема про ранг матриці; о обчислення рангу матриці методом елементарних перетворень; о теорема Кронекера-Капеллі; о правило Крамера; о загальний розв’язок системи лінійних рівнянь; о системи лінійних однорідних рівнянь. <p>Література. [5]: с.47-60.</p> <p>Змістовий модуль 2. Алгебричні структури (групи, кільця, поля) – 6 год.</p> <p>Тема 1. Алгебричні операції. Групи, кільця та поля – 2 год.</p> <ul style="list-style-type: none"> о означення та приклади алгебричних операцій; о властивості алгебричної операції; о поняття групи та підгрупи; о циклічні підгрупи та групи; о симетрична та знаковмінна групи; о ізоморфізм груп. о означення, приклади та властивості кільця; о поля. <p>Література. [5]: с.61-78.</p> <p>Тема 2. Поле комплексних чисел – 2 год.</p> <ul style="list-style-type: none"> о побудова поля комплексних чисел о дії з комплексними числами; о геометрична інтерпретація поля комплексних чисел;
--------------------	--

	<ul style="list-style-type: none"> o модуль і аргумент комплексного числа; o тригонометрична форма комплексного числа; o формула Муавра; o добування кореня з комплексного числа; o корені з одиниці. <p>Література. [5]: с.78-89.</p> <p>Тема 3. Кільце многочленів від однієї змінної – 2 год.</p> <ul style="list-style-type: none"> o побудова кільця многочленів; o ділення многочленів з остачею; o подільність многочленів; o алгоритм Евкліда; o звідність многочлена; o розклад многочлена в добуток незвідних множників; o корені та виділення лінійного множника; o схема Горнера; o кратні множники та кратні корені; o формули Вієта; o рівняння третього та четвертого степенів. <p>Література. [5]: с.89-111.</p> <p>Змістовий модуль 3. Елементи аналітичної геометрії – 4 год.</p> <p>Тема 1. Вектори на площині і в просторі та дії з ними – 1 год.</p> <ul style="list-style-type: none"> o поняття вектора на площині і в просторі; o лінійні операції над векторами: геометричне та аналітичне додавання векторів, множення вектора на скаляр; o лінійна залежність і незалежність векторів; o база векторного простору; o розклад вектора за базою, перехід від однієї бази до іншої; o системи координат o перетворення координат; o проєкція вектора на вісь; o координати вектора; o поділ відрізка у даному відношенні; o довжина і напрямні косинуси вектора; o скалярний добуток векторів і кут між векторами; o векторний добуток двох векторів; o мішаний добуток векторів. <p>Література. [5]: с.121-134.</p> <p>Тема 2. Пряма на площині – 1 год.</p> <ul style="list-style-type: none"> o поняття рівняння лінії на площині; o рівняння прямої: а) з кутовим коефіцієнтом; б) яка проходить через дві точки; в) яка відсікає дані відрізки на осях координат; г) канонічне; д) параметричне; е) нормоване; o кут між двома прямими, умови паралельності і перпендикулярності прямих; o загальне рівняння прямої та його дослідження; o відстань точки до прямої. <p>Література. [5]: с.134-147.</p> <p>Тема 3. Площина і пряма у просторі – 1 год.</p> <ul style="list-style-type: none"> o поняття рівняння поверхні у просторі; o рівняння площини, яка проходить через дану точку і перпендикулярно до даного вектора; o загальне рівняння площини у просторі та його дослідження; o кут між двома площинами та умови паралельності і
--	--

перпендикулярності двох площин;

- o рівняння прямої у просторі, яка проходить через дану точку і паралельно до даного вектора (канонічне рівняння прямої);
- o пряма як перетин двох площин у просторі та зведення його до канонічного рівняння;
- o кут між двома прямими у просторі та умови паралельності і перпендикулярності двох прямих ;
- o кут між прямою і площиною у просторі та умови паралельності і перпендикулярності прямої і площини у просторі.

Література. [5]: с.147-165.

Тема 4. Криві другого порядку. Поверхні у просторі – 1 год.

- o загальне рівняння лінії 2-го порядку на площині;
- o нормальне рівняння кола. Знаходження центру і радіуса кола за загальним його рівнянням;
- o канонічне рівняння еліпса та його основні характеристики;
- o канонічне рівняння гіперболи та її основні характеристики;
- o канонічне рівняння параболі та її основні характеристики.
- o параметричні та полярне рівняння еліпса, гіперболи і параболі;
- o основні типи поверхонь у просторі : конічні, циліндричні;
- o поверхні обертання : еліпсоїд, однопорожнинний гіперболоїд, двопорожнинний гіперболоїд, конус другого порядку, еліптичний параболоїд, гіперболічний параболоїд, еліптичний циліндр, параболічний циліндр.

Література. [5]: с.165-177, 302-315.

Змістовий модуль 4. Лінійні простори – 4 год.

Тема 1. Основні поняття з теорії лінійних просторів – 2 год.

- o означення лінійного простору;
- o приклади лінійних просторів;
- o лінійна залежність та незалежність;
- o підпростори лінійних просторів та лінійні оболонки;
- o база, координати вектора та розмірність лінійного простору;
- o перетворення координат;
- o перетин і сума підпросторів;
- o теорема про розмірність суми підпросторів;
- o пряма сума підпросторів.

Література. [5]: с.179-202.

Тема 2. Евклідові та унітарні простори – 2 год.

- o означення скалярного добутку;
- o моделі евклідових і унітарних просторів;
- o метричні поняття в просторі ;
- o матриця Грама
- o ортогональність в евклідових і унітарних просторах;
- o ортонормована база;
- o алгоритм ортогоналізації;
- o ортогональні підпростори;
- o ортогональне доповнення простору.

Література. [5]: с.202-213.

Змістовий модуль 5. Лінійні оператори – 8 год.

Тема 1. Лінійні оператори та їхні матриці – 2 год.

- o означення лінійного оператора;
- o матриця лінійного оператора;
- o дії над лінійними операторами;
- o матриця лінійного оператора в різних базах;

	<ul style="list-style-type: none"> o ядро і образ лінійного оператора; o невивроджені оператори; o обернений оператор. <p>Література. [5]: с.215-232.</p> <p>Тема 2. Власні підпростори. Діагоналізація лінійних операторів – 3 год.</p> <ul style="list-style-type: none"> o власні значення та власні вектори; o характеристичний многочлен; o власні підпростори; o оператори простої структури; o оператори з простим спектром; o інваріантні підпростори; o поняття про жорданову нормальну форму матриці лінійного оператора; o застосування жорданової форми. <p>Література. [5]: с.232-254.</p> <p>Тема 3. Лінійні оператори в евклідових та унітарних просторах – 3 год.</p> <ul style="list-style-type: none"> o спряжений оператор та спряжена матриця; o нормальний оператор та його власні вектори; o унітарність та ізометрія; o матриця і спектр унітарного оператора; o ортогональні оператори та ортогональні матриці; o ермітові оператори та ермітові матриці; o симетричні оператори; o додатно визначені оператори. <p>Література. [5]: с.254-277.</p> <p>Змістовий модуль 6. Квадратичні форми – 4 год.</p> <p>Тема 1. Білінійні та квадратичні форми. Зведення до канонічного вигляду – 2 год.</p> <ul style="list-style-type: none"> o лінійні функціонали та форми; o білінійні форми; o квадратичні форми; o канонічний та нормальний вигляд квадратичної форми; o зведення квадратичної форми до головних осей; o метод Лагранжа зведення квадратичної форми до канонічного вигляду; o закон інерції квадратичних форм; o додатно визначені квадратичні форми; o критерій Сильвестра. <p>Література. [5]: с.280-297.</p> <p>Тема 2. Застосування квадратичних форм – 2 год.</p> <ul style="list-style-type: none"> o дослідження функцій багатьох змінних на екстремум; o загальне рівняння кривої другого порядку; o класифікація кривих другого порядку; o рівняння поверхні другого порядку; o паралельне перенесення та центр квадратики; o зведення квадратики до головних осей; o класифікація поверхонь другого порядку. <p>Література. [5]: с.297-315.</p>
Підсумковий контроль, форма	Перший семестр – залік. Другий семестр – іспит.
Пререквізити	Для вивчення даного курсу студентам потрібно знати елементарну математику за програмою основної та старшої школи.
Постреквізити	Засвоєння окремих тем даного курсу та оволодіння програмними

	вміннями є необхідними передумовами вивчення таких дисциплін освітньої програми, як математичний аналіз, диференціальні рівняння, чисельні методи лінійної алгебри, функціональний аналіз, машинне навчання, методи оптимізації та дослідження операцій.
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Презентації, лекції, дискусії, консультації.
Необхідне обладнання	Комп'ютер із необхідним програмним забезпеченням, доступ до Internet мережі.
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	<p>I-ий семестр. Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> • контрольні роботи: 50% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 50. • написання двох тестових модулів (колоквіумів): по 20% семестрової оцінки кожен; максимальна кількість балів 40. • оцінка за поточну успішність і виконання завдань на лабораторних заняттях: 10% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 10. <p>Підсумкова залікова оцінка: максимальна кількість балів 100.</p> <p>II-ий семестр. Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> • контрольні роботи: 30% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 30. • написання двох тестових модулів (колоквіумів): по 5% семестрової оцінки кожен; максимальна кількість балів 10. • оцінка за поточну успішність і виконання завдань на лабораторних заняттях: 10% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 10. • іспит: 50% семестрової оцінки, максимальна кількість балів 50. <p>Підсумкова максимальна кількість балів 100.</p> <p>Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в написанні контрольних робіт, колоквіумів є підставою для їх незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та лабораторні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.</p> <p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали набрані при поточному тестуванні (виконання завдань контрольних робіт, колоквіумів), самостійній роботі та бали підсумкового іспиту. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час лабораторного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття;</p>

	<p>користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін. Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
Питання до заліку чи екзамену.	<p>Модуль_1.(Залік)={Колоквіум_1=КР_1={Матриці та дії з ними. Метод Гаусса. Визначники. Обчислення визначників. Визначники n-го порядку. Обернена матриця. Лінійна залежність векторів. Ранг матриці. Системи лінійних рівнянь.}, Колоквіум_2={КР_2={Алгебраїчні структури: групи, кільця і поля. Поле комплексних чисел. Кільце многочленів.}, КР_3={Вектори. Пряма на площині. Площина та пряма в просторі. Криві другого порядку. Поверхні другого порядку.}}}</p> <p>Модуль_2.(Іспит)={Колоквіум_3=КР_4={Лінійні простори та підпростори. База простору. Координати і перетворення координат в лінійних просторах. Ізоморфізм лінійних просторів. Сума, перетин і пряма сума підпросторів. Евклідові та унітарні простори. Ортогональні підпростори і ортогональні доповнення.}, Колоквіум_4={КР_5={Лінійні оператори та їх матриці. Ядро та образ лінійного оператора. Власні значення і власні вектори. Оператори простої структури. Поняття про жорданову форму матриці лінійного оператора. Спряжений оператор. Нормальні оператори. Унітарні та ортогональні оператори. Самоспряжені оператори.}, КР_6={Зведення квадратичних форм до канонічного та нормального виглядів. Додатно визначені квадратичні форми. Зведення до канонічного вигляду загальних рівнянь ліній та поверхонь другого порядку.}}}</p>
Опитування	<p>Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.</p>