НАВЧАЛЬНИЙ ПЛАН КУРСУ
«ТЕОРІЯ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ»

І семестр

Тема 1. ***Вступ до теорії випадкових процесів.***

Предмет та аналітичний апарат теорії випадкових процесів. Означення випадкової функції. Приклади: процес очікування, процес Пуассона, броунівський рух. Скінченновимірні розподіли випадкового процесу та їх узгодженість. Теорема Колмогорова про представлення сім'ї узгоджених розподілів випадковою функцією. Класифікація процесів за властивостями скінченновимірних розподілів (процеси з незалежними значеннями, процеси з незалежними приростами, загальні пуасонівські процеси, харківські процеси, процеси другого порядку).

Тема2. ***Властивості реалізації випадкових процесів.***

Стохастично неперервні випадкові процеси. Сепарабельні випадкові процеси. Теорема Дуба про існування сепарабельної модифікації. Теорема Колмогорова про неперервність випадкового процесу. Неперервність вінерівського процесу. Процеси без розриву другого роду. Критерій відсутності розривів другого роду. Неперервність процесів з незалежними приростами.

Тема3. ***Процес Пуассона і споріднені з ним процеси.***

Неоднорідний процес Пуассона. Змішаний пуассонівський процес. Процес Кокса.

Тема4. ***Процеси відновлення***.

Функція відновлення. Асимптотична функції відновлення. Рівняння відновлення. Асимптотична поведінка рівняння відновлення. Не рекурентні процеси відновлення.

Тема5. ***Мартингали.***

Фільтрація. Моменти зупинки. Мартингали і напівмартингали з дискретним часом. Приклади. Основні нерівності для напівмартингалів і мартингалів. Рівність Вальда. Збіжність рядів з незалежними членами. Теореми про границі мартингалів. Мартингали з неперервним часом. Теорема про перетворення вільного вибору. Процеси, що передбачаються. Розклад Дуба Майєра.

Тема6. ***Випадкові процеси другого порядку.***

Означення. Кореляційна функція випадкового процесу та її властивість. Числення випадкових процесів другого порядку у середньому квадратичному: неперервність, диференційованість, інтегрованість випадкових процесів другого порядку. Випадкові міри з ортогональними значеннями. Стохастичний інтеграл по мірі з ортогональними значеннями та його властивості. Гауссівські

випадкові міри. Інтегральні зображення випадкових функцій. Теорема Карунена – Лоева. Інтеграл за вінерівським процесом. Інтеграл за процесом з ортогональними приростами.

Тема7. ***Стаціонарні випадкові процеси і послідовності.***

Означення. Приклади. Спектральне зображення стаціонарного випадкового процесу. Спектральна функція та спектральна щільність стаціонарного випадкового процесу. Диференціальні оператори від стаціонарних процесів. Спектральне зображення стаціонарної послідовності. Задачі прогнозу для стаціонарних послідовностей та процесів. Задача про фільтрацію. Побудова найкращого прогнозу стаціонарної послідовності на один крок.

II семестр

Тема1. ***Марковські процеси.***

Означення марківського процесу. Чисто розривні марківські процеси. Рівняння Колмогорова для чисто розривних процесів. Однорідний марківський процес та пов'язана з ним напівтрупа операторів. Приклади однорідних процесів зі скінченою множиною станів. Однорідні чисто розривні процеси. Строго марківська властивість. Загальні чисто розривні процеси. Умови регулярності. Марківські процеси із зліченою множиною станів: рівняння Колмогорова. Мінімальний розв'язок системи Колмогорова. Регулярність і єдиність розв'язку рівнянь Колмогорова. Друга система рівнянь Колмогорова.

Тема2. ***Процеси розмноження та загибелі і гіллясті процеси.***

Означення процесів розмноження та загибелі. Умова регулярності. Приклади (процес чистого розмноження, процес лінійного росту, системи масового обслуговування). Гіллясті процеси з одним типом частинок. Випадок дискретного часу. Задача про виродження процесу. Процеси з неперервним часом. Умова виродження неперервного процесу.

Тема3. ***Однорідні процеси і сильно неперервні напівгрупи.***

Однорідні процеси у локально-компактному метричному просторі та їх напівгрупа. Генератор напівгрупи. Резольвента напівгрупи. Теорема Хіллє-Іосіда. Оператори, що задовольняють принцип максимуму.

Тема4. ***Процеси з незалежними приростами.***

Загальні поняття. Будова розривної частини. Загальний вигляд стохастичного неперервного процесу з незалежними приростами.

Тема5. ***Дифузійні випадкові процеси.***

Означення та властивості. Рівняння Колмогорова.

Тема6. ***Стохастичні інтеграли Ito та диференціальні рівняння.***

Стохастичні інтеграли Ітo: означення, властивості, інтеграли зі змінною верхньою межею. Стохастичний диференціал. Стохастичне диференціальне рівняння для процесу на прямій. Існування, єдиність та властивості розв’язків. Формула Ітo перетворення стохастичних диференціалів. Застосування формули Ітo до розв’язків стохастичних диференціалів рівнянь.