

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка

ПРОГРАМА
навчальної дисципліни
“МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ”
підготовки бакалаврів
галузі знань
12 “Інформаційні технології”
напряму підготовки
122 “Комп’ютерні науки та інформаційні технології”

1. ВСТУП

Предметом вивчення навчальної дисципліни “Математичний аналіз” є математичні поняття та методи диференційного та інтегрального числення функцій однієї та багатьох змінних, математичні поняття та методи теорії рядів, математичні поняття та методи диференціальних рівнянь.

Міждисциплінарні зв'язки: для вивчення дисципліни необхідні знання з елементарної математики. Знання, отримані під час вивчення дисципліни, будуть використовуватися при вивченні наступних дисциплін: загальна фізика, теорія ймовірностей та математична статистика, дискретна математика, чисельні методи, математичні методи дослідження операцій, теорія прийняття рішень, моделювання систем, теорія управління, системний аналіз.

Програма навчальної дисципліни складається з таких змістових модулів:

МОДУЛЬ 1

Змістовий модуль 1. Функції однієї змінної

Змістовий модуль 2. Функції багатьох змінних

Змістовий модуль 3. Інтегральне числення функцій однієї змінної

Змістовий модуль 4. Кратні інтеграли

МОДУЛЬ 2

Змістовий модуль 5. Криволінійні та поверхневі інтеграли

Змістовий модуль 6. Диференціальні рівняння

Змістовий модуль 7. Числові та функціональні ряди

1. Мета та завдання навчальної дисципліни

1.1. **Метою** викладання навчальної дисципліни “Математичний аналіз” є засвоєння студентами теорії, вміння застосовувати її до розв'язування задач, набуття практичних навиків у використанні математичної літератури і довідників, набуття навиків у вмінні втілювати у математичну форму конкретні задачі, доведення задачі до практично прийняттого вигляду – числа або графіка.

1.2. **Основними завданнями** вивчення дисципліни “Математичний аналіз” є допомога студентам у засвоєнні основ математичного апарату, необхідного для розв'язування теоретичних і практичних задач електроніки та фізики; вироблення навиків математичного дослідження прикладних задач, зокрема, побудови математичних моделей фізичних процесів та їх аналізу за допомогою математичних методів; прищеплення студентам уміння самостійно вивчати літературу з математики та її прикладних питань.

1.3. Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні:

знати

- поняття та методи математичної логіки;
- поняття та методи диференційного та інтегрального числення функцій однієї та багатьох змінних;
- поняття та методи векторного аналізу і теорії поля;
- поняття та методи дослідження числових і функціональних рядів, рядів Фур'є;
- чисельні методи диференціювання та інтегрування функцій, підсумовування числових рядів;
- поняття та методи розв'язування звичайних диференціальних рівнянь;

вміти:

- обчислювати границі послідовностей та функцій, похідні та інтеграли від функцій однієї та багатьох змінних, виконувати операції з векторними полями в диференційній та інтегральній формах, досліджувати збіжність числових рядів, розкласти функції в степеневі та тригонометричні ряди, виконувати перетворення зазначених об'єктів;
- застосовувати математичний апарат при розв'язанні інженерних задач;
- застосовувати чисельні методи при диференціюванні та інтегруванні функцій, підсумовуванні числових рядів;
- визначати межу можливих застосувань математичних методів.

На вивчення навчальної дисципліни відводиться **270** годин, що складає (**9** кредитів ЄКТС).

2. ІНФОРМАЦІЙНИЙ ОБСЯГ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Змістовий модуль 1. Функції однієї змінної

Тема 1. Предмет і метод математики. Елементи математичної логіки

Основні етапи розвитку математики. Математичні поняття і методи як моделі процесів природи. Поняття методу математичної індукції та схема його застосування.

Тема 2. Числові множини

Поняття множини як первісного поняття математики. Операції над множинами. Поняття функції однієї та багатьох змінних, область визначення та область значень функції, способи задання функції. Аксиоматика множини дійсних чисел. Числові множини: множина натуральних чисел, множина цілих чисел, множини раціональних та ірраціональних чисел. Абсолютне значення дійсного числа, його властивості та геометричний зміст. Межі числових множин. Множина комплексних чисел. Дії з комплексними числами в алгебраїчній формі. Модуль, аргумент і тригонометрична форма комплексного числа. Дії з комплексними числами у тригонометричній формі. Геометрична інтерпретація комплексного числа. Формула Муавра та корінь n -го степеня з комплексного числа. Геометричне розміщення коренів з комплексного числа на площині.

Тема 3. Числові послідовності

Поняття функції однієї змінної. Поняття неявної функції, оберненої та складеної функцій. Основні властивості функції: парність, монотонність, обмеженість, періодичність. Основні елементарні функції та їхні графіки. Перетворення графіків елементарних функцій. Класифікація функцій. Поняття числової послідовності як функції натурального аргументу. Обмежені та необмежені послідовності. Збіжні послідовності. Властивості збіжних послідовностей. Граничний перехід в нерівностях. Граничний перехід і арифметичні операції. Поняття нескінченно малої та великої послідовності. Властивості нескінченно малих та нескінченно великих послідовностей. Монотонні послідовності. Число e .

Тема 4. Границя функції однієї змінної. Властивості границь

Поняття границі функції. Односторонні границі. Теореми про границі функцій. Дві визначні границі. Нескінченно малі та нескінченно великі функції. Порівняння нескінченно малих та нескінченно великих функцій.

Тема 5. Неперервність функції однієї змінної

Поняття неперервності функції в точці і на проміжку. Приріст функції і друге визначення неперервності функції. Операції над неперервними функціями. Неперервність оберненої та складеної функцій. Одностороння неперервність. Точки розриву функції та їх класифікація. Неперервність елементарних функцій. Основні властивості непевних функцій. Поняття рівномірної неперервності функції.

Тема 6. Похідна функції, її практичний зміст і правила диференціювання

Поняття похідної функції. Геометричний та фізичний зміст похідної функції. Права та ліва похідні. Поняття диференційовності функції. Зв'язок між диференційовністю і неперервністю функції. Похідна алгебраїчної сума, добутку та частки функцій. Правило диференціювання складеної, оберненої та неявної функцій. Похідні елементарних функцій. Поняття диференціалу функції. Наближені обчислення за допомогою диференціалу.

Тема 7. Похідні та диференціали вищих порядків

Похідні та диференціали вищих порядків. Формула Лейбніца. Інваріантність форми диференціалу першого порядку. Похідна параметрично заданої функції.

Тема 8. Основні теореми диференціального числення. Правило Лопіталя. Формули Тейлора та Маклорена

Основні теореми диференціального числення: теореми Ферма, Ролля, Лагранжа та Коші. Розкриття невизначеностей. Правило Лопіталя. Формули Тейлора та Маклорена. Розклад елементарних функцій за формулою Маклорена.

Тема 9. Застосування диференціального числення до дослідження функцій

Умови монотонності функції однієї змінної. Поняття локального екстремуму функції та необхідна умова локального екстремуму. Достатня умова екстремуму функції. Найбільше і найменше значення функції на проміжку. Опуклість кривих. Точки перегину графіка функції. Необхідна та достатня умови існування точки перегину графіка функції. Асимптоти графіка функції та їх знаходження. Загальна схема дослідження функції і побудова її графіка

Змістовий модуль 2. Функції багатьох змінних

Тема 1. Поняття функції багатьох змінних, її границя та неперервність

Поняття функції багатьох змінних. Область визначення, область значень та графічне зображення функції багатьох змінних. Границя функції багатьох змінних. Неперервність функції багатьох змінних. Основні властивості функції багатьох змінних.

Тема 2. Частинні похідні і диференційовність функції багатьох змінних. Похідні складених та неявних функцій багатьох змінних. Повний диференціал функції багатьох змінних

Частковий і повний прирости функції багатьох змінних. Частинні похідні функції багатьох змінних. Необхідні умови диференційовності функції багатьох змінних. Достатні умови диференційовності функції багатьох змінних. Похідні складених функцій багатьох змінних. Похідна неявної функції багатьох змінних. Повний диференціал функції та його геометричний зміст. Застосування повного диференціалу функції до наближених обчислень. Похідна за напрямом та градієнт функції багатьох змінних.

Тема 3. Частинні похідні вищих порядків функцій багатьох змінних. Формула Тейлора для функції багатьох змінних

Часткові похідні та диференціали вищих порядків функції багатьох змінних. Формула Тейлора для функції багатьох змінних.

Тема 4. Екстремум функції багатьох змінних

Поняття локального екстремуму функції багатьох змінних. Необхідна умова екстремуму функції багатьох змінних. Достатні умови екстремуму функції багатьох змінних. Метод найменших квадратів. Умовний екстремум функції багатьох змінних. Найбільше і найменше значення функції багатьох змінних.

Змістовий модуль 3. Інтегральне числення функції однієї змінної

Тема 1. Невизначений інтеграл, його властивості і методи обчислення

Поняття первісної функції та невизначеного інтеграла. Основні властивості невизначеного інтеграла. Таблиця основних невизначених інтегралів.

Методи обчислення невизначеного інтеграла: метод підстановки, метод інтегрування частинами. Інтегрування дробово-раціональних функцій. Інтегрування ірраціональних функцій.

Інтегрування трансцендентних функцій.

Тема 2. Визначений інтеграл, його властивості, обчислення

Задачі, які приводять до поняття визначеного інтеграла. Поняття інтегральної суми і визначеного інтеграла. Геометричний зміст визначеного інтеграла. Необхідна умова існування визначеного інтеграла. Нижня і верхня суми Дарбу. Критерій інтегрованості функції на відріжку. Інтегрування неперервних та деяких розривних функцій. Основні властивості визначеного інтеграла. Визначений інтеграл зі змінною верхньою межею інтегрування. Формула Ньютона-Лейбніца обчислення визначеного інтеграла. Методи обчислення визначеного інтеграла: метод підстановки; формула інтегрування частинами.

Тема 3. Невласні інтеграли. Інтеграли Ейлера

Невласні інтеграли по нескінченному проміжку інтегрування. Невласні інтеграли від необмежених функцій. Ознака порівняння збіжності невластних інтегралів. Інтеграл Ейлера.

Тема 4. Застосування визначених та невластних інтегралів

Застосування визначеного інтеграла. Обчислення площі криволінійної трапеції. Обчислення площі криволінійного сектора. Обчислення довжини дуги кривої. Обчислення об'ємів тіл обертання. Обчислення площі поверхні обертання.

Змістовий модуль 4. Кратні інтеграли

Тема 1. Подвійні інтеграли

Поняття подвійного інтегралу. Достатні умови інтегрованості функції двох змінних. Геометричний зміст подвійного інтегралу. Властивості подвійного інтегралу. Зведення подвійного інтегралу до повторного. Заміна змінних у подвійному інтегралі. Геометричні та фізичні застосування подвійного інтегралу: обчислення об'єму криволінійного циліндра, площі області, площі поверхні, маси пластинки, координат центру мас пластинки, моменту інерції пластинки.

Тема 2. Потрійні інтеграли

Поняття потрійного інтегралу. Обчислення потрійних інтегралів. Заміна змінних у потрійному інтегралі. Деякі застосування потрійних інтегралів.

Змістовий модуль 5. Криволінійні та поверхневі інтеграли

Тема 1. Криволінійні інтеграли

Поняття криволінійного інтегралу першого роду. Геометричний зміст криволінійного інтегралу першого роду. Правила обчислення криволінійного інтегралу першого роду. Поняття криволінійного інтегралу другого роду. Правила обчислення криволінійного інтегралу другого роду. Зв'язок між криволінійними інтегралами першого і другого роду. Формула Гріна. Умови незалежності криволінійного інтегралу від шляху інтегрування. Інтегрування повних диференціалів. Застосування криволінійних інтегралів.

Тема 2. Поверхневі інтеграли

Поняття поверхневого інтегралу першого роду. Обчислення поверхневого інтегралу першого роду. Поняття поверхневого інтегралу другого роду. Обчислення поверхневого інтегралу другого роду. Зв'язок між поверхневими інтегралами першого і другого роду. Формула Остроградського. Формула Стокса. Елементи теорії поля.

Змістовий модуль 6. Диференціальні рівняння

Тема 1. Диференціальні рівняння першого порядку

Поняття диференціального рівняння та його розв'язку. Класифікація диференціальних рівнянь. Диференціальні рівняння першого порядку, що інтегруються у квадратурах: диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними, диференціальні рівняння першого порядку, що зводяться до рівнянь з відокремлюваними змінними: однорідні, узагальнено однорідні. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Диференціальні рівняння 1-го порядку, що зводяться до лінійних. Диференціальні рівняння в повних диференціалах. Інтегруючий множник. Задача Коші для диференціального рівняння 1-го порядку і теорема про існування і єдиність її розв'язку.

Тема 2. Диференціальні рівняння другого порядку

Поняття диференціального рівняння другого порядку та його часткового і загального розв'язків. Задача Коші для диференціального рівняння 2-го порядку і теорема про існування і єдиність її розв'язку. Диференціальні рівняння 2-го порядку, що допускають пониження порядку.

Тема 3. Лінійні диференціальні рівняння n -го порядку зі змінними коефіцієнтами

Лінійні однорідні диференціальні рівняння n -го порядку: загальний і частковий розв'язки рівняння. Структура загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння n -го порядку. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння n -го порядку. Знаходження часткового розв'язку лінійного неоднорідного рівняння методом варіації сталої.

Тема 4. Лінійні диференціальні рівняння n -го порядку зі сталими коефіцієнтами

Лінійні однорідні диференціальні рівняння n -го порядку зі сталими коефіцієнтами: структура загального розв'язку. Структура загального розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння n -го порядку. Знаходження часткового розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння n -го порядку методом варіації сталих. Знаходження часткового розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння n -го порядку методом невизначених коефіцієнтів. Застосування лінійних диференціальних рівнянь до вивчення явищ коливання.

Змістовий модуль 7. Числові та функціональні ряди

Тема 1. Числові ряди та їх збіжність

Поняття числового ряду та його суми. Збіжні числові ряди. Властивості збіжних числових рядів. Необхідна умова збіжності числового ряду. Ряди з невід'ємними членами. Ознаки збіжності числових рядів з невід'ємними членами: ознака порівняння, ознака Даламбера, ознака Коші, інтеграла ознака. Поняття знакопозначеного ряду. Ознака Лейбніца збіжності знакопозначеного ряду. Поняття знакозмінного ряду. Абсолютна та умовна збіжність знакозмінного ряду. Властивості абсолютно та умовно збіжних рядів.

Тема 2. Степеневі ряди

Поняття степеневих рядів. Теорема Абеля. Радіус та інтервал збіжності степеневих рядів. Властивості степеневих рядів. Ряди Маклорена і Тейлора. Розклад елементарних функцій у степеневі ряди. Комплексні числові ряди. Степеневі ряди з комплексними членами. Формули Ейлера.

Тема 3. Ряди Фур'є

Тригонометричний ряд та його основні властивості. Ряд Фур'є 2π - періодичної функції. Збіжність ряду Фур'є. Ряди Фур'є парних і непарних функцій. Ряд Фур'є $2l$ - періодичної функції. Ряд Фур'є неперіодичної функції.

3. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Б. М. Тріщ. Основи вищої математики: Навч. пос. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2006. – 388 с.
2. В.В. Бабенко, А.Г. Зіневич, С.М. Кічура, Б.М. Тріщ, Ж.Я. Цаповська. Збірник задач з вищої математики. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2005. – 256 с.
3. Б.В.Ковальчук, Й.Г. Шіпка. Математичний аналіз. Ч. 1. Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2002. – 270 с.
4. Б.В.Ковальчук, Й.Г. Шіпка. Математичний аналіз. Ч. 2. Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2004. 280 с.
5. Б.В.Ковальчук, Й.Г. Шіпка. Математичний аналіз. Ч. 3. Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2006. 270 с.
6. Шкіль М.І., Колесник Т.В., Котлова В.М. Вища математика: Елементи аналітичної геометрії. Диференціальне та інтегральне числення функції однієї змінної. К. – 1984.
7. Лісевич Л.М., Бабенко В.В., Бокало М.М., Тріщ Б.М. Математичний аналіз у задачах і вправах: частина I (Вступ в аналіз. Диференціальне числення функції однієї змінної), Київ, 1993.
8. Лісевич Л.М., Бабенко В.В., Бокало М.М., Тріщ Б.М. Математичний аналіз у задачах і вправах: частина II (Інтегральне числення функції однієї змінної. Числові та функціональні ряди), Київ, 1993.
9. Лісевич Л.М., Бабенко В.В., Бокало М.М., Тріщ Б.М. Математичний аналіз у задачах і вправах: частина III (Диференціальне числення функцій багатьох змінних), Київ, 2001.
10. М.О. Давидов. Курс математичного аналізу. Т. 1. – Київ: “Вища школа”, 1990. – 380 с.
11. М.О. Давидов. Курс математичного аналізу. Т. 2. – Київ: “Вища школа”, 1991. – 365 с.
12. Кудрявцев В.А., Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики: Учебное пособие. М. 1985.
13. В.С. Шипачев. Курс высшей математики. Т.1. – Издательство Московского университета, 1981. – 275 с.
14. В.С. Шипачев. Курс высшей математики. Т.2. – Издательство Московского университета, 1982. – 320 с.
15. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. М.:, 1971.
16. О.Я. Мильо, Ж.Я. Цаповська. Методичні рекомендації, приклади та індивідуальні завдання до вивчення розділу вищої математики “Диференціальне числення функції однієї змінної” для студентів факультету електроніки. – Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2011. – 62 с.
17. Мильо О.Я., Цаповська Ж.Я. Методичні рекомендації, приклади та завдання для самостійної роботи до вивчення розділу вищої математики “Диференціальні рівняння” для студентів факультету електроніки. – Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2013. – 54 с.

4. ФОРМА ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ УСПІШНОСТІ НАВЧАННЯ

Підсумкову оцінку якості засвоєння навчальної програми з дисципліни “Математичний аналіз” визначають за результатами іспиту, порядок проведення якого встановлює робоча навчальна програма.

5. ЗАСОБИ ДІАГНОСТИКИ УСПІШНОСТІ НАВЧАННЯ

Оцінювання знань студентів з дисципліни “Математичний аналіз” здійснюється за рейтинговою системою, яка є основою кредитно-модульного процесу навчання.

Бально-рейтингова система оцінювання знань студентів складається з таких головних складових:

І семестр

Загальна кількість годин – 180, з них: лекцій – 64, практичних занять – 64, самостійна робота – 52.

Курс поділяється на 4 змістові модулі, за кожен з яких студент може отримати по 20, 5, 20 і 5 балів відповідно, разом це складає 1 модуль, оцінений у 50 балів.

№ з/п	Модуль	Види контролю	К-сть видів	Максимальний бал
1.	Функції однієї змінної	Колоквіум	1	10
		Контрольне опитування	2	10
2.	Функції багатьох змінних	Контрольне опитування	1	5
3.	Інтегральне числення функції однієї змінної	Колоквіум	1	10
		Контрольне опитування	2	10
4.	Кратні інтеграли	Контрольне опитування	1	5

Рейтингова оцінка контролю знань студентів (у балах)

№ з/п	Види контролю	К-сть видів	Сума балів
1.	Колоквіум	2	20
2.	Контрольне опитування	6	30
Загальна сума балів			50

II семестр

Загальна кількість годин – 90, з них: лекцій – 32, практичних занять – 32, самостійна робота – 26.

Курс містить 3 змістові модулі, за кожен з яких студент може отримати по 15, 25 і 10 балів відповідно, разом це складає 1 модуль, оцінений у 50 балів.

№ з/п	Модуль	Види контролю	К-сть видів	Максимальний бал
1.	Криволінійні та поверхневі інтеграли	Контрольне опитування	2	10
2.	Диференціальні рівняння	Контрольне опитування	3	15
3.	Числові та функціональні ряди	Колоквіум	1	10
		Контрольне опитування	3	15

Примітка. За пропущені контрольні або колоквіуми студентів виставляється 0 балів.

Рейтингова оцінка контролю знань студентів (у балах)

№ з/п	Види контролю	К-сть видів	Сума балів
1.	Колоквіум	1	10
2.	Контрольне опитування	8	40
Загальна сума балів			50

Примітка 1. За пропущені контрольні або колоквіуми без поважних причин студентів виставляється 0 балів.

Примітка 2. Для одержання допуску до іспиту студент повинен набрати не менше 26 балів.

Студент обов'язково складає іспит, де він максимально може набрати 50 балів. Отримані на іспиті бали додаються до балів, набраних студентом під час семестру, і оцінка за екзамен ставиться згідно з приведеною нижче таблицею оцінювання знань.

Таблиця оцінювання знань

Бали	Оцінка
90-100	відмінно
81-89	дуже добре
71-79	добре
61-69	задовільно
51-59	достатньо
< 50	незадовільно