

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Механіко-математичний факультет**  
**Кафедра вищої математики**

**Затверджено**

На засіданні кафедри вищої математики  
механіко-математичного факультету  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка  
(протокол № 9 від 28 травня 2021 р.)

Завідувач кафедри Гаталевич А.І.



**Силабус з навчальної дисципліни**  
**“МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ”,**  
**що викладається в межах ОПП**  
**“Комп’ютерні науки”**  
**першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів з**  
**спеціальності 122 – Комп’ютерні науки**

Львів 2021 р.

<b>Назва дисципліни</b>	Математичний аналіз
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	Корпус ЛНУ імені Івана Франка м. Львів, вул. Драгоманова, 50
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Механіко-математичний факультет Кафедра вищої математики
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	12 Інформаційні технології 122 Комп'ютерні науки
<b>Викладачі дисципліни</b>	Цаповська Жаннета Ярославівна, доцент кафедри вищої математики
<b>Контактна інформація викладачів</b>	<a href="mailto:zhanneta.tsapovska@lnu.edu.ua">zhanneta.tsapovska@lnu.edu.ua</a> ; <a href="mailto:zh.tsapovska@gmail.com">zh.tsapovska@gmail.com</a>  Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 370 (кафедра вищої математики) м. Львів, вул. Університетська, 1
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b>	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю)
<b>Сторінка курсу</b>	<a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/matematychnyj-analiz">https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/matematychnyj-analiz</a>
<b>Інформація про дисципліну</b>	Дисципліна “Математичний аналіз” є нормативною навчальною дисципліною циклу професійної і практичної підготовки з спеціальності 122 – Комп'ютерні науки для освітньої програми “Інформаційні технології”, яка викладається в 1-му та 2-му семестрах в обсязі 9-ти кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS)
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	Предметом навчальної дисципліни “Математичний аналіз” є математичні поняття та методи диференційного та інтегрального числення функцій однієї та багатьох змінних, математичні поняття та методи теорії рядів і диференціальних рівнянь. Всі математичні поняття, що вивчаються ілюструються застосуваннями
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	Метою вивчення нормативної навчальної дисципліни “Математичний аналіз” є освоєння студентами теоретичних і практичних основ математичного аналізу, застосування здобутих знань до розв'язування задач теоретичного та прикладного характеру, вміння користуватися математичною літературою і довідниками, набуття навиків втілювати в математичну форму відповідні конкретні задачі та доводити задачі до практично прийняттого вигляду – числа або графіка
<b>Література для вивчення дисципліни</b>	1. Б. М. Тріщ. Основи вищої математики: Навч. пос. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2006. – 388 с. 2. В.В. Бабенко, А.Г. Зіневич, С.М. Кічура, Б.М. Тріщ, Ж.Я. Цаповська. Збірник задач з вищої математики. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2005. – 256 с. 3. Ковальчук Б.В., Шіпка Й.Г. Основи математичного аналізу. Частина 1. Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2010. – 374 с. 4. Ковальчук Б.В., Шіпка Й.Г. Основи математичного аналізу. Частина 1. Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2010. – 418 с. 5. М.О. Давидов. Курс математичного аналізу. Т. 1. – Київ: “Вища

	<p>школа”, 1990. – 380 с.</p> <p>6. М.О. Давидов. Курс математичного аналізу. Т. 2. – Київ: “Вища школа”, 1991. – 365 с.</p> <p>7. О.Я. Мильо, Ж.Я. Цаповська. Методичні рекомендації, приклади та індивідуальні завдання до вивчення розділу вищої математики “Диференціальне числення функції однієї змінної” для студентів факультету електроніки. – Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2011. – 62 с.</p> <p>8. Мильо О.Я., Цаповська Ж.Я. Методичні рекомендації, приклади та завдання для самостійної роботи до вивчення розділу вищої математики “Диференціальні рівняння” для студентів факультету електроніки. – Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2013. – 54 с.</p>
<b>Обсяг курсу</b>	<p>Загальний обсяг: <b>270</b> годин.</p> <p>Аудиторних занять – <b>192</b> години, з них:</p> <p>лекції – <b>96</b> годин,</p> <p>практичні заняття – <b>96</b> годин.</p> <p>Самостійна робота – <b>78</b> годин.</p>
<b>Очікувані результати навчання</b>	<p>Після завершення цього курсу студент буде:</p> <p><b>Знати:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• поняття та методи диференційного та інтегрального числення функцій однієї та багатьох змінних;</li> <li>• поняття та методи векторного аналізу і теорії поля;</li> <li>• поняття та методи дослідження числових і функціональних рядів, рядів Фур’є;</li> <li>• чисельні методи диференціювання та інтегрування функцій, підсумовування числових рядів;</li> <li>• поняття та методи розв’язування звичайних диференціальних рівнянь.</li> </ul> <p><b>Вміти:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• обчислювати границі послідовностей та функцій;</li> <li>• обчислювати похідні та інтеграли від функцій однієї та багатьох змінних;</li> <li>• виконувати операції з векторними полями в диференційній та інтегральній формах;</li> <li>• досліджувати збіжність числових рядів, розкладати функції в степеневі та тригонометричні ряди;</li> <li>• розв’язувати диференціальні системи рівнянь;</li> <li>• застосовувати математичний апарат при розв’язанні інженерних задач;</li> <li>• застосовувати чисельні методи при диференціюванні та інтегруванні функцій, підсумовуванні числових рядів;</li> <li>• визначати межу можливих застосувань математичних методів.</li> </ul>
<b>Ключові слова</b>	<p>Функції однієї та багатьох змінних, границя послідовності, границя функції, неперервність функції, диференційне та інтегральне числення функцій однієї та багатьох змінних, ряди, диференціальні рівняння</p>
<b>Формат курсу</b>	<p>Очний</p> <p>Викладання здійснюється з використанням основних засад: проблемно-орієнтованого та особистісно-орієнтованого навчання; електронного навчання в системі Moodle.</p> <p>Викладання проводиться у вигляді: лекцій, практичних занять і консультацій.</p>

<b>Теми</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Предмет і метод математики. Елементи математичної логіки.</li> <li>2. Числові множини.</li> <li>3. Числові послідовності.</li> <li>4. Границя функції однієї змінної. Властивості границь.</li> <li>5. Неперервність функції однієї змінної.</li> <li>6. Похідна функції, її практичний зміст і правила диференціювання.</li> <li>7. Похідні та диференціали вищих порядків.</li> <li>8. Основні теореми диференціального числення. Правило Лопітала. Формули Тейлора та Маклорена.</li> <li>9. Застосування диференціального числення до дослідження функцій.</li> <li>10. Поняття функції багатьох змінних, її границя та неперервність.</li> <li>11. Частинні похідні і диференційовність функції багатьох змінних. Похідні складених та неявних функцій багатьох змінних. Повний диференціал функції багатьох змінних.</li> <li>12. Частинні похідні вищих порядків функцій багатьох змінних. Формула Тейлора для функції багатьох змінних.</li> <li>13. Екстремум функції багатьох змінних.</li> <li>14. Невизначений інтеграл, його властивості і методи обчислення.</li> <li>15. Визначений інтеграл, його властивості, обчислення.</li> <li>16. Невласні інтеграли. Інтеграли Ейлера.</li> <li>17. Застосування визначених та невластних інтегралів.</li> <li>18. Подвійні інтеграли.</li> <li>19. Потрійні інтеграли.</li> <li>20. Криволінійні інтеграли.</li> <li>21. Поверхневі інтеграли.</li> <li>22. Диференціальні рівняння першого порядку.</li> <li>23. Диференціальні рівняння другого порядку.</li> <li>24. Лінійні диференціальні рівняння <math>n</math>-го порядку зі змінними коефіцієнтами.</li> <li>25. Лінійні диференціальні рівняння <math>n</math>-го порядку зі сталими коефіцієнтами.</li> <li>26. Числові ряди та їх збіжність.</li> <li>27. Степеневі ряди.</li> <li>28. Ряди Фур'є.</li> </ol>
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	Письмовий екзамен у кінці 1-го та 2-го семестрів
<b>Пререквізити</b>	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з <ul style="list-style-type: none"> <li>• шкільного курсу математики</li> </ul>
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	Лекції Практичні заняття
<b>Необхідне обладнання</b>	Комп'ютер із загально вживаним програмним забезпеченням, доступ до Internet мережі
<b>Критерії оцінювання (окремо для</b>	Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням: 50 балів в семестрі, 50 балів за екзамен. Підсумкова максимальна кількість балів в кожному семестрі – 100.

<p><b>кожного виду навчальної діяльності)</b></p>	<p><b>Письмові роботи:</b> Очікується, що студенти виконують:</p> <p><i>I семестр</i></p> <p>Колоквіум: 2 по 10 балів кожен; Контрольна робота: 6 по 5 балів кожна.</p> <p><i>II семестр</i></p> <p>Колоквіум: 1 – 20 балів; Контрольна робота: 3 по 10 балів кожна.</p> <p><b>Академічна доброчесність.</b> Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p><b>Відвідання занять</b> є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та здачі колоквіумів, передбачених курсом.</p> <p><b>Література.</b> Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p><b>Політика виставлення балів.</b> Враховуються бали, набрані при виконанні контрольних робіт та здачі колоквіуму. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін. Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
<p><b>Питання до заліку чи екзамену</b></p>	<p><b>I семестр</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Аксиоматика множини дійсних чисел.</li> <li>2. Абсолютна величина числа та її властивості.</li> <li>3. Множина комплексних чисел.</li> <li>4. Геометрична інтерпретація комплексних чисел.</li> <li>5. Алгебраїчна, тригонометрична форми запису комплексних чисел. Дії над комплексними числами. Формула Муавра. Корінь <math>n</math>-ого степеня з комплексного числа.</li> <li>6. Поняття числової послідовності. Операції над числовими послідовностями.</li> <li>7. Поняття обмеженої послідовності. Приклади.</li> <li>8. Поняття збіжної числової послідовності. Властивості збіжних послідовностей.</li> <li>9. Граничний перехід і арифметичні операції над числовими послідовностями.</li> <li>10. Теорема про суму, добуток і частку збіжних послідовностей.</li> <li>11. Нескінченно великі і нескінченно малі числові послідовності, їх властивості.</li> </ol>

12. Монотонні послідовності. Теорема про збіжність монотонної послідовності.
13. Число  $e$ .
14. Означення границі функції. Односторонні границі.
15. Теореми про границі функції.
16. Перша визначна границя.
17. Друга визначна границя.
18. Нескінченно малі та нескінченно великі функції. Теореми про властивості нескінченно малих функцій.
19. Порівняння нескінченно малих і нескінченно великих функцій.
20. Означення неперервної функції. Операції над неперервними функціями.
21. Теорема про неперервність складеної функції.
22. Одностороння неперервність. Точки розриву функції, їх класифікація.
23. Основні властивості неперервних функцій.
24. Перша і друга теореми Больцано-Коші.
25. Перша і друга теореми Вейерштрасса.
26. Поняття рівномірної неперервності. Теорема Кантора.
27. Поняття оберненої функції. Теорема про неперервність оберненої функції.
28. Поняття похідної, геометричний зміст похідної. Права і ліва похідні.
29. Поняття диференційовності функції в точці. Теореми про зв'язок між диференційовністю та неперервністю функції, диференційовність та існуванням похідної.
30. Похідна суми, частки, добутку функцій.
31. Теорема про похідну оберненої функції.
32. Теорема про диференціювання складеної функції.
33. Таблиця похідних елементарних функцій.
34. Поняття диференціалу функції. Геометричний зміст диференціалу.
35. Наближені обчислення за допомогою диференціалу.
36. Похідні та диференціали вищих порядків.
37. Похідна параметричної функції.
38. Основні теореми диференціального числення: теорема Ферма, Лагранжа, Ролля, Коші.
39. Розкриття невизначеностей. Правила Лопіталю.
40. Формули Тейлора та Маклорена.
41. Розклад елементарних функцій за формулою Маклорена.
42. Ознака монотонності функції.
43. Точки локального екстремуму.
44. Теорема про необхідну умову локального екстремуму.
45. Теореми про достатню умову локального екстремуму.
46. Опуклість кривих, точки перегину.
47. Теорема про необхідні умови існування точки перегину.
48. Теорема про достатні умови існування точки перегину.
49. Асимптоти кривих.
50. Схема дослідження функції.
51. Поняття функції багатьох змінних. Геометричне зображення функції двох змінних.
52. Границя функції багатьох змінних.
53. Неперервність функції багатьох змінних.
54. Основні властивості неперервних функцій.
55. Поняття частинної похідної функції багатьох змінних.
56. Поняття диференційовності функції багатьох змінних. Необхідні

	<p>умови диференційовності.</p> <p>57. Достатні умови диференційовності функції багатьох змінних.</p> <p>58. Частинні похідні складених функцій багатьох змінних.</p> <p>59. Диференціал функції багатьох змінних.</p> <p>60. Дотична площина і нормаль до поверхні. Геометричний зміст диференціалу.</p> <p>61. Похідна за напрямком. Градієнт функції багатьох змінних.</p> <p>62. Частинні похідні вищих порядків функції багатьох змінних.</p> <p>63. Диференціали вищих порядків функції багатьох змінних.</p> <p>64. Формула Тейлора для функції багатьох змінних.</p> <p>65. Поняття неявної функції. Теорема існування і диференційовності неявної функції.</p> <p>66. Екстремум функції двох та багатьох змінних.</p> <p>67. Необхідні і достатні умови екстремуму функції двох та багатьох змінних.</p> <p>68. Умовний екстремум функції багатьох змінних.</p> <p>69. Найбільше та найменше значення функції багатьох змінних в замкнутій обмеженій області.</p> <p>70. Поняття первісної. Невизначений інтеграл.</p> <p>71. Невизначений інтеграл. Основні властивості невизначеного інтегралу.</p> <p>72. Таблиця основних інтегралів.</p> <p>73. Методи інтегрування: безпосереднє інтегрування, метод підстановки, інтегрування частинами.</p> <p>74. Інтегрування дробово-раціональних функцій.</p> <p>75. Інтегрування ірраціональних функцій.</p> <p>76. Інтегрування тригонометричних функцій.</p> <p>77. Поняття визначеного інтегралу.</p> <p>78. Умови існування визначеного інтегралу. Суми Дарбу.</p> <p>79. Необхідна і достатня умови інтегровності функції.</p> <p>80. Інтегрування неперервних і деяких розривних функцій.</p> <p>81. Основні властивості визначеного інтегралу.</p> <p>82. Визначений інтеграл зі змінною верхньою межею інтегрування.</p> <p>83. Формула Ньютона-Лейбніца.</p> <p>84. Заміна змінної у визначеному інтегралі.</p> <p>85. Інтегрування частинами у визначеному інтегралі.</p> <p>86. Площа криволінійної трапеції. Площа криволінійного сектора.</p> <p>87. Довжина дуги кривої.</p> <p>88. Об'єм тіла обертання.</p> <p>89. Площа поверхні тіла обертання.</p> <p>90. Невласні інтеграли першого роду. Ознака збіжності.</p> <p>91. Невласні інтеграли другого роду. Ознака збіжності.</p> <p>92. Визначення подвійного інтегралу. Необхідні та достатні умови інтегровності функції двох змінних.</p> <p>93. Геометричний зміст подвійного інтегралу.</p> <p>94. Основні властивості подвійного інтегралу.</p> <p>95. Зведення подвійного інтегралу до послідовного.</p> <p>96. Заміна змінних у подвійному інтегралі, перехід до полярної системи координат.</p> <p>97. Обчислення площ та об'ємів за допомогою подвійних інтегралів.</p> <p>98. Обчислення площі поверхні за допомогою подвійних інтегралів.</p> <p>99. Обчислення маси, координат центру мас та моментів інерції матеріальної пластинки.</p> <p>100. Поняття потрійного інтегралу. Необхідні та достатні умови</p>
--	---

інтегровності функції трьох змінних.

101. Зведення потрійного інтегралу до послідовного.

102. Заміна змінних у потрійному інтегралі, перехід до циліндричної та сферичної систем координат.

## II семестр

1. Означення криволінійного інтегралу першого роду. Геометричний зміст криволінійного інтегралу першого роду.

2. Обчислення криволінійного інтегралу першого роду.

3. Означення криволінійного інтегралу другого роду.

4. Зведення криволінійного інтегралу другого роду до визначеного.

5. Зв'язок між криволінійними інтегралами першого та другого роду.

6. Формула Гріна.

7. Умови незалежності криволінійних інтегралів від шляху інтегрування.

8. Інтегрування повних диференціалів.

9. Застосування криволінійних інтегралів другого роду до обчислення площ.

10. Означення поверхневого інтегралу першого роду

11. Обчислення поверхневого інтегралу першого роду.

12. Означення поверхневого інтегралу другого роду.

13. Зв'язок між поверхневими інтегралами першого та другого роду.

14. Формула Остроградського.

15. Формула Стокса.

16. Поняття диференціального рівняння та його розв'язку. Класифікація диференціальних рівнянь.

17. Диференціальні рівняння першого порядку, що інтегруються в квадратурах. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними.

18. Диференціальні рівняння першого порядку, що зводяться до диференціальних рівнянь з відокремлюваними змінними: однорідні, узагальнено однорідні.

19. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку.

20. Диференціальні рівняння першого порядку, що зводяться до лінійних.

21. Диференціальні рівняння в повних диференціалах.

22. Задача Коші для диференціального рівняння першого порядку.

23. Поняття про особливі точки диференціального рівняння.

24. Диференціальні рівняння другого порядку. Теорема Коші для диференціального рівняння другого порядку.

25. Диференціальні рівняння другого порядку, що допускають пониження порядку.

26. Лінійні диференціальні рівняння  $n$ -ого порядку зі змінними коефіцієнтами.

27. Однорідні лінійні диференціальні рівняння  $n$ -ого порядку зі змінними коефіцієнтами.

28. Неоднорідні лінійні диференціальні рівняння  $n$ -ого порядку зі змінними коефіцієнтами.

29. Метод варіації сталих для лінійних диференціальних рівнянь  $n$ -ого порядку зі змінними коефіцієнтами.

30. Лінійні однорідні диференціальні рівняння  $n$ -ого порядку зі сталими коефіцієнтами.

31. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння  $n$ -ого порядку зі



	<p>сталими коефіцієнтами. Метод невизначених коефіцієнтів.</p> <p>32. Поняття числового ряду.</p> <p>33. Властивості збіжних рядів.</p> <p>34. Необхідна умова збіжності ряду.</p> <p>35. Ряди з невід'ємними членами. Достатні умови збіжності: ознака порівняння, ознака Даламбера, ознака Коші, інтегральна ознака.</p> <p>36. Знакопочережні ряди. Ознака Лейбніца.</p> <p>37. Знакозмінні ряди. Абсолютна і умовна збіжність ряду.</p> <p>38. Степеневі ряди. Радіус та інтервал збіжності степеневого ряду.</p> <p>39. Властивості степеневих рядів.</p> <p>40. Теорема про розклад функції в степеневий ряд Маклорена.</p> <p>41. Теорема про збіжність ряду Маклорена.</p> <p>42. Розклад в ряд Маклорена деяких елементарних функцій: <math>e^x</math>, <math>\sin x</math>, <math>\cos x</math>, <math>\ln(1+x)</math>, <math>\operatorname{arctg} x</math>, <math>(1+x)^m</math>.</p> <p>43. Тригонометричний ряд та його основні властивості.</p> <p>44. Ряд Фур'є.</p> <p>45. Збіжність ряду Фур'є.</p> <p>46. Ряди Фур'є для парних та непарних функцій.</p> <p>47. Ряд Фур'є для функцій з періодом <math>2l</math>.</p>
<b>Опитування</b>	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.