

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**

**Кафедра Теоретичної та прикладної статистики**

**ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ СПЕЦІАЛІЗАЦІЇ**  
**“МАРКОВСЬКІ МОДЕЛІ ТЕОРІЇ МАСОВОГО**  
**ОБСЛУГОВУВАННЯ”**

Галузь знань: 0402 «Фізико-математичні науки»  
 Спеціальність 8.04020501 «Прикладна та теоретична статистика»  
 механіко-математичного факультету

Форма навчання	Курс	Семестр	Кредитів ECTS	Загальний обсяг (год.)	Всього аудит. (год.)	У тому числі (год.):			Самостійна робота (год.)	Контрольні (модульні) роботи (шт.)	Розрахунково-графічні роботи (шт.)	Курсові проекти (роботи), (шт.)	Залік (сем.)	Екзамен (сем.)
						Лекції	Лабораторні	Практичні						
Денна	5	9	5	104	64	32	32	-	40	-	-	-	+	-

Робоча програма складена кандидатом фізико-математичних наук, доцентом Жерновим Ю.В.

## I. МЕТА І ЗАВДАННЯ ДИСЦИПЛІНИ, ЇЇ МІСЦЕ У НАВЧАЛЬНОМУ ПРОЦЕСІ

Теорія масового обслуговування вивчає методи розв'язання різноманітних інженерних задач, спільними для яких є такі положення як наявність замовлень, що потребують обслуговування, та наявність каналів, де здійснюється обслуговування замовлень, що надійшли. Такі задачі виникають у зв'язку з експлуатацією телефонних мереж, раціональною організацією торгівлі, доцільною експлуатацією виробничого устаткування, розрахунком пропускної здатності доріг, мостів, переїздів, аеродромів, шлюзів, морських портів і т.д.

Проблеми теорії масового обслуговування досить багатогранні. В них виявляються технологічні, економічні, конструктивні і організаційні аспекти і разом з тим виникає також необхідність розробки розвинутого математичного апарату, пристосованого до специфіки поставлених завдань.

В курсі розглянуто марковські моделі масового обслуговування, які ґрунтуються на теорії найпростішого та пуассонівського потоків та теорії марковських випадкових процесів. Умови ергодичності марковських процесів вивчено у зв'язку з вимогами до структури графа станів системи масового обслуговування. Розглянуто інтегрування систем звичайних диференціальних рівнянь для ймовірностей станів пуассонівської системи масового обслуговування за допомогою перетворення Лапласа. Теорію проілюстровано детальним аналізом граничних стаціонарних режимів роботи важливих для практики розімкнених і замкнених систем масового обслуговування та розрахунками їхньої ефективності.

*Основна мета дисципліни* – формування у майбутніх фахівців повноцінних теоретичних знань та практичних навичок по застосуванню ймовірнісних методів для оцінки стохастичних процесів.

*Основні завдання дисципліни:*

- допомогти студентам засвоїти основи теорії масового обслуговування та основні методи розв'язання конкретних задач, пов'язаних з процесами обслуговування;
- сформувати вміння проводити стохастичний аналіз математичних моделей, що описують реальні явища і процеси.

## II. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН

№	Назва розділів та тем	Лекції	Лабораторні	Індивідуаль на робота	Самостійна робота	Всього
	<b>Розділ 1. Потoki випадкових подій та їх властивості</b>					
1	Класифікація потоків подій. Найпростіший потік	4	4		2	10
2	Граничні теореми для сумарних потоків	4	4		2	10
	<b>Розділ 2. Марковські процеси в системах масового обслуговування</b>					
3	Дискретні марковські випадкові процеси в системах масового обслуговування	2	2		2	6
4	Ергодичні марковські процеси. Теорема Маркова	2	2		2	6
5	Процеси загибелі та розмноження. Теорема Феллера	2	2		2	6
6	Інтегрування системи диференціальних рівнянь для ймовірностей станів	2	2		2	6
	<b>Розділ 3. Розімкнені і замкнені системи масового обслуговування. Імітаційні моделі</b>					
7	Системи масового обслуговування з відмовами	2	2		2	6
8	Класична система масового обслуговування з очікуванням	2	2		2	6
9	Системи масового обслуговування з обмеженнями на час перебування в системі	2	2		2	6
10	Замкнені системи масового обслуговування	2	2		2	6
11	Основи мови імітаційного моделювання GPSS	8	8		20	36
	<b>Всього</b>	<b>32</b>	<b>32</b>		<b>40</b>	<b>104</b>

### III. ЗМІСТ ДИСЦИПЛІНИ

#### Розділ 1. Потоки випадкових подій та їх властивості

##### **Тема 1.1. Класифікація потоків подій. Найпростіший потік.**

Класифікація потоків подій. Найпростіший потік. Інтенсивність найпростішого потоку. Потік зі змінним параметром (пуассонівський потік). Потік подій як випадковий процес. Основна властивість стаціонарних потоків. Загальна форма стаціонарного потоку без післядії.

##### **Тема 1.2. Граничні теореми для сумарних потоків.**

Функції Пальма. Формули Пальма. Інтенсивність стаціонарного потоку, теорема Корольюка. Найпростіший потік як границя суми великого числа незалежних потоків. Теорема Пальма. Гранична теорема Хінчина про збіжність сумарного потоку до найпростішого. Закон розподілу інтервалу часу, на який падає точка. Закон розподілу часу до настання чергової події. Найпростіший потік як частковий випадок стаціонарного потоку Пальма. Потік Ерланга, нормований потік Ерланга. Випадкове розрідження потоків подій. Гранична теорема для розріджених потоків.

#### Розділ 2. Марковські процеси в системах масового обслуговування

##### **Тема 2.1. Дискретні марковські випадкові процеси в системах масового обслуговування.**

Дискретні марковські випадкові процеси в системах масового обслуговування. Граф можливих станів системи. Система рівнянь для ймовірностей станів для пуассонівської системи масового обслуговування.

##### **Тема 2.2. Ергодичні марковські процеси. Теорема Маркова.**

Рівняння Чепмана-Колмогорова. Ергодичні марковські процеси. Транзитивний марковський процес. Теорема Маркова. Ймовірність стану в стаціонарному режимі як середній відносний час перебування в цьому стані.

##### **Тема 2.3. Процеси загибелі та розмноження. Теорема Феллера.**

Поняття про процеси загибелі та розмноження. Знаходження ймовірностей станів для стаціонарного режиму. Теорема Феллера для процесу чистого розмноження з необмеженим числом станів. Визначення закону розподілу часу перебування в групі станів.

## **Тема 2.4. Інтегрування системи диференціальних рівнянь для ймовірностей станів.**

Перетворення Лапласа. Інтегрування системи диференціальних рівнянь для ймовірностей станів.

## **Розділ 3. Розімкнені і замкнені системи масового обслуговування. Імітаційні моделі.**

### **Тема 3.1. Системи масового обслуговування з відмовами.**

Основні параметри системи масового обслуговування. Розімкнені системи масового обслуговування. Класична система масового обслуговування з відмовами. Система масового обслуговування з відмовами і повною взаємодопомогою між каналами. Система масового обслуговування з відмовами і випадковим розподілом замовлень по всіх каналах.

### **Тема 3.2. Класична система масового обслуговування з очікуванням.**

Класична система масового обслуговування з очікуванням. Система з необмеженою чергою.

### **Тема 3.3. Системи масового обслуговування з обмеженнями на час перебування в системі.**

Система масового обслуговування з відмовами та обмеженим часом перебування замовлення на обслуговуванні. Система масового обслуговування з очікуванням і обмеженим часом перебування замовлення в системі.

### **Тема 3.4. Замкнені системи масового обслуговування.**

Замкнена система масового обслуговування без взаємодопомоги між каналами. Замкнена система масового обслуговування з одним каналом. Замкнена система масового обслуговування з повною взаємодопомогою між каналами.

### **Тема 3.5. Основи мови імітаційного моделювання GPSS.**

Методи побудови імітаційних моделей розімкнених і замкнених систем масового обслуговування за допомогою інструментальних засобів GPSS World.

## **IV. ЛІТЕРАТУРА**

1. Жерновий Ю.В. Марковські моделі масового обслуговування: Тексти лекцій. – Львів: ЛНУ ім. І.Франка, 2004. – 154 с.
2. Жерновий Ю.В. Імітаційне моделювання систем масового обслуговування: Практикум. – Львів: ЛНУ ім. І.Франка, 2007. – 312 с.
3. Хинчин А.Я. Работы по математической теории массового обслуживания. – М.: ГИФМЛ, 1963.

4. Боев В.Д. Моделирование систем. Инструментальные средства GPSS World. – С.-П.: БХВ-Петербург, 2004.
5. Ивченко Г.И., Каштанов В.А., Коваленко И.Н. Теория массового обслуживания. – М.: Высшая школа, 1982.
6. Кудрявцев Е.М. GPSS World. Основы имитационного моделирования различных систем. – М.: ДМК Пресс, 2004.