

Перелік питань на залік з курсу “Теорія мартингалів та її застосування”

1. Первинні цінні папери. Загальний опис математичної моделі фінансового ринку. Еталонний актив (облігація). Біноміальна модель акції.
2. Портфель інвестора. Арбітраж. Безарбітражні ринки. Одноперіодні моделі фінансового ринку.
3. Міри, нейтральні до ризику. Фундаментальна теорема оцінювання фінансових активів в одноперіодній моделі. Геометрична інтерпретація відсутності арбітражу.
4. Платіжні зобов'язання та похідні цінні папери. Опціони купівлі та продажу. Справедливі ціни платіжних зобов'язань. Досяжні та недосяжні платіжні зобов'язання. Закон однієї ціни. Структура множини справедливих цін на прямій.
5. Повнота фінансового ринку. Означення. Критерій повноти ринку. Приклад.
6. Відносний дохід платіжних зобов'язань.
7. Динамічна теорія портфеля. Стохастичний базис, узгоджені та передбачувані випадкові процеси. Самофінансовані стратегії та дисконтований ціновий процес. Поняття арбітражу в багатоперіодній моделі. Елементи теорії мартингалів з дискретним часом. Мартингальні міри, безарбітражність та гіпотеза ефективності ринку.
8. Багатоперіодний варіант фундаментальної теореми оцінювання активів. Європейські платіжні зобов'язання. Дисконтовані платіжні зобов'язання. Досяжні платіжні зобов'язання та їхні властивості. Справедливі ціни Європейських платіжних зобов'язань. Багатоперіодні моделі повних ринків. Умови безарбітражності і повноти багатоперіодної біноміальної моделі. Обчислення хеджуючих стратегій та справедливих цін платіжних зобов'язань в біноміальній моделі.
9. Американські платіжні зобов'язання. Розклад Дуба для випадкових процесів. Означення і приклади Американських платіжних зобов'язань. Моменти зупинки і пов'язані з ними σ -алгебри. Хеджування продавцем Американських платіжних зобов'язань. Оптимальні стратегії покупця Американського опціону. Огинаюча Снелла. Порівняння дисконтованих Американських і Європейських платіжних зобов'язань.
10. Теорема Гірсанова для дискретного часу.
11. Перехід від моделі з дискретним часом до неперервного часу. Математичні умови на модель з дискретним часом, які дають можливість граничного переходу.
12. Формула Блека-Шоулса справедливої ціни Європейського деривативу в моделі з неперервним.
13. Залежність ціни Блека-Шоулса від параметрів моделі.
14. Рівняння Блека-Шоулса як результат аналізу зміни портфеля інвестора.
15. Теорія арбітражу для ринків з неперервним часом. Модель Блека-Шоулса. Поняття самофінансованої стратегії. Арбітраж та мартингальні міри. Породжувальні стратегії. Повні ринки.
16. Американські платіжні зобов'язання у неперервній моделі. Задача з вільною межею.
17. Екзотичні деривативи у неперервній моделі. Азійські опціони: приклади і застосування. Деривативи з післядією: приклади і застосування. Оцінювання деривативів з післядією у моделі Блека-Шоулса.
18. Вінерівський процес.
19. Інтеграл Іто. Формула Іто. Стохастичні диференціальні рівняння. Зв'язок з рівняннями математичної фізики. Теорема Гірсанова.
20. Мартингальне зображення. Стохастична похідна.