

# ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ І МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА

## ПИТАННЯ НА ІСПИТ (економічний ф-т, фізичний ф-т)

### ПЕРША ГРУПА

1. Формула для кількості перестановок з повтореннями.
2. Теорема додавання ймовірностей.
3. Означення несумісних подій і теорема додавання для них.
4. Класичне означення ймовірності.
5. Означення геометричної ймовірності.
6. Умовна ймовірність (формула).
7. Теорема множення ймовірностей.
8. Теорема множення ймовірностей для незалежних подій.
9. Формула повної ймовірності та формули Байєса.
10. Біномна формула та пояснення до неї.
11. Функція Лапласа (формула).
12.  $\Phi(x)$  – функція Лапласа,  $\Phi(0) = \dots$ ;  $\Phi(-\infty) = \dots$ ;  $\Phi(\infty) = \dots$ .
13. Означення функції розподілу ймовірностей випадкової величини.
14. Означення дискретної випадкової величини.
15. Якщо  $X$  – дискретна випадкова величина і  $p_k = P\{X = x_k\}$ , то  $\sum_{k=1}^{\infty} p_k = \dots$ .
16. Формула для функції розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини.
17.  $X$  – довільна випадкова величина,  $P\{a \leq X < b\} = \dots$ .
18.  $X$  – неперервна випадкова величина,  $P\{a \leq X < b\} = P\{a < X < b\} = \dots$ .
19.  $p(x)$  – щільність розподілу ймовірностей,  $\int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = \dots$ .
20.  $F(x)$  – функція розподілу,  $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = \dots$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = \dots$ .
21. Означення математичного сподівання дискретної випадкової величини.
22. Означення математичного сподівання неперервної випадкової величини.
23. Означення дисперсії випадкової величини.
24. Математичне сподівання та дисперсія випадкової величини, розподіленої за законом Пуассона.
25. Математичне сподівання рівномірно розподіленої випадкової величини.
26.  $X$  – неперервна випадкова величина,  $E(f(X)) = \dots$ .
27.  $X$  – дискретна випадкова величина,  $E(f(X)) = \dots$ .
28. Якщо випадкові величини  $X$  і  $Y$  – незалежні, то  $E(XY) = \dots$ ,  $D(X + Y) = \dots$ ,  $\rho(X, Y) = \dots$ .
29. Математичне сподівання та дисперсія нормально розподіленої випадкової величини.
30. Нерівність Чебишова (перша форма).
31. Нерівність Чебишова (друга форма).
32. Означення збіжності за ймовірністю послідовності випадкової величин.
33. Початкові та центральні моменти випадкової величини.
34. Означення емпіричної функції розподілу.
35. Означення незміщеної точкової оцінки параметра розподілу.
36. Означення слушної точкової оцінки параметра розподілу.
37. Означення ефективної точкової оцінки параметра розподілу.
38. Формула для вибіркового середнього.
39. Формула для вибіркової дисперсії.
40. Формула для підправленої дисперсії.

### **ДРУГА ГРУПА, ТРЕТЯ ГРУПА (жирний шрифт)**

41. Означення суми, добутку та різниці подій  $A$  і  $B$ .
42. Означення повної групи подій.
43. Закони де Морґана.
44. Формула множення ймовірностей для  $n$  подій.
45. Теорема про найімовірнішу кількість успіхів у випробуваннях за схемою Бернуллі.
- 46. Гранична теорема Пуассона.**
47. Локальна формула Муавра-Лапласа та умови її застосування.
- 48. Інтегральна теорема Муавра-Лапласа.**
49. Наближена формула для  $P\{k_1 \leq \mu_n \leq k_2\}$  для великих  $n$ .
- 50. Теорема Бернуллі про стійкість відносних частот.**

51. Наближена формула для  $P\left\{\left|\frac{\mu_n}{n} - p\right| \leq \varepsilon\right\}$  для великих  $n$ .
52.  $X$  – довільна випадкова величина,  $P\{X = x\} = \dots$
53. Закон розподілу дискретної випадкової величини.
54. Поняття про розподіл Пуассона.
55. Щільність розподілу ймовірностей для рівномірного закону.
56. Функція розподілу ймовірностей для рівномірного закону.
57. Щільність розподілу ймовірностей для нормального закону.
58. Щільність розподілу ймовірностей для показникового закону.
59. Функція розподілу ймовірностей для показникового закону.
60.  $X$  – нормально розподілена випадкова величина,  $P\{|X - a| < \varepsilon\} = \dots$
61.  $X$  – нормально розподілена випадкова величина,  $P\{\alpha < X < \beta\} = \dots$
62. Означення незалежності випадкових величин.
63. Математичне сподівання та дисперсія випадкової величини, розподіленої за біномним законом.
64. Формула для дисперсії дискретної випадкової величини (ряд).
65. Формула для дисперсії неперервної випадкової величини (інтеграл).
66. Означення коваріації випадкових величин.
67. Означення коефіцієнта кореляції.
68.  $|\rho(X, Y)| = 1$  тоді і лише тоді, коли ...
- 69. Формули для  $\alpha$ ,  $\beta$  у рівнянні прямої регресії  $Y$  на  $X$ .**
70. Суть закону великих чисел.
- 71. Теорема Маркова (закон великих чисел).**
- 72. Теорема Чебишова (закон великих чисел).**
73. Суть центральної граничної теореми.
74. Теорема Глівенка.
75. Умова слухності незміщеної оцінки.
76. Незміщена і слухна оцінка математичного сподівання це – ...
77. Точкова оцінка дисперсії це – ...
78. Незміщена точкова оцінка дисперсії це – ...
79. Означення інтервальної оцінки параметра розподілу.
- 80. Дві теореми про надійні межі для математичного сподівання у випадку відомого середнього квадратичного відхилення.**
- 81. Інтервали довіри для математичного сподівання у випадку відомого середнього квадратичного відхилення.**
- 82. Інтервали довіри для математичного сподівання у випадку невідомого середнього квадратичного відхилення.**
- 83. Інтервали довіри для середнього квадратичного відхилення нормального розподілу.**
- 84. Формула для вибіркового коефіцієнта кореляції.**
- 85. Формули для  $\alpha$ ,  $\beta$  у вибіркового рівнянні прямої регресії  $Y$  на  $X$ .**
86. Формула для критерію згоди К.Пірсона.
87. Знаходження теоретичних частот для інтервального статистичного розподілу.
- 88. Правило перевірки гіпотези про закон розподілу з використанням критерію згоди К.Пірсона.**
89. Статистичний критерій для перевірки гіпотези  $a=a_0$  для генерального середнього у випадку відомої дисперсії нормальної генеральної сукупності.
- 90. Перевірка гіпотези  $a=a_0$  для генерального середнього у випадку відомої дисперсії нормальної генеральної сукупності (випадок альтернативної гіпотези  $H_1 : a \neq a_0$ ).**
- 91. Перевірка гіпотези  $a=a_0$  для генерального середнього у випадку відомої дисперсії нормальної генеральної сукупності (випадок альтернативної гіпотези  $H_1 : a > a_0$ ).**
- 92. Перевірка гіпотези  $a=a_0$  для генерального середнього у випадку відомої дисперсії нормальної генеральної сукупності (випадок альтернативної гіпотези  $H_1 : a < a_0$ ).**
93. Статистичний критерій для перевірки гіпотези  $a=a_0$  для генерального середнього у випадку невідомої дисперсії нормальної генеральної сукупності.
- 94. Перевірка гіпотези  $a=a_0$  для генерального середнього у випадку невідомої дисперсії нормальної генеральної сукупності.**
95. Статистичний критерій для перевірки гіпотези  $\sigma^2=\sigma_0^2$  для дисперсії нормальної генеральної сукупності.
- 96. Перевірка гіпотези  $\sigma^2=\sigma_0^2$  для дисперсії нормальної генеральної сукупності (випадок альтернативної гіпотези  $H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$ ).**

97. Перевірка гіпотези  $\sigma^2 = \sigma_0^2$  для дисперсії нормальної генеральної сукупності (випадок альтернативної гіпотези  $H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ ).

98. Перевірка гіпотези  $\sigma^2 = \sigma_0^2$  для дисперсії нормальної генеральної сукупності (випадок альтернативної гіпотези  $H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2$ ).

99. Задача типу: Кубик кинули  $n$  разів. Знайти ймовірність випадання  $k$  „шісток”.

100. Задача типу: Кубик кинули  $n$  разів. Знайти найімовірнішу кількість випадань „шістки”.

101. Задача типу: Імовірність влучання в ціль для першого стрільця рівна  $p_1$ , а для другого –  $p_2$ . Стрільці незалежно один від одного зробили по одному пострілу. Знайти ймовірність того, що: а) у ціль влучить хоча б один з них; б) влучить лише один з них; в) влучать двоє; г) не влучить жоден.

102. Задача типу: Кубик кинули  $n$  разів. Знайти математичне сподівання і дисперсію кількості випадань „шістки”.

103. Задача типу: Закон розподілу дискретної випадкової величини  $X$  має вигляд:

$x_i$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$p_i$	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$

Обчислити  $E(X)$ .

104. Задача типу: Закон розподілу дискретної випадкової величини  $X$  має вигляд:

$x_i$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
$p_i$	$p_1$	$p_2$	$p_3$

Обчислити  $E(X)$  і  $D(X)$ .

105. Задача типу: Закон розподілу дискретної випадкової величини  $X$  має вигляд:

$x_i$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
$p_i$	$p_1$	$p_2$	$p_3$

Обчислити  $P\{X < a\}$ ,  $P\{X > b\}$ , де  $a$ ,  $b$  – задані числа.

106. Задача типу: Дискретна випадкова величина  $X$  задана законом розподілу

$$P\{X = k\} = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \quad k = 0; 1; 2; \dots$$

Обчислити  $E(X)$  і  $D(X)$ .

107. Задача типу: Щільність розподілу ймовірностей випадкової величини  $X$  має вигляд:

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < x < \infty.$$

Обчислити  $E(X)$  і  $D(X)$ .

108. Задача типу: Щільність розподілу ймовірностей випадкової величини  $X$  має вигляд:

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & x \in [a, b]; \\ 0, & x \notin [a, b]. \end{cases}$$

Обчислити  $E(X)$ .