Аксіома вибору та еквівалентні їй твердження

Топологія

Лекція 6

Лекція 6: Аксіома вибору та еквівалентні їй твердження

Аксіома вибору часто використовується в цих лекціях, хоча на факт її використання зазвичай не звертають уваги. Однак інколи зручно користуватися аксіомою вибору не в її первинному вигляді, а в одній з її альтернативних форм, які є важливими теоремами теорії множин. Далі ми сформулюємо теорему Цермело про цілком впорядкування та два принципи максимума, які є альтернативними формами аксіоми вибору.

Нехай дано множину X і властивість $\mathscr{P}$, яку можуть задовольняти підмножини множини X. Будемо говорити, що $\mathscr{P}$ є *властивістю скінченного характеру*, якщо порожня множина задовольняє властивість $\mathscr{P}$, а множина $A \subseteq X$ задовольняє властивість $\mathscr{P}$ тоді і лише тоді, коли її задовольняє кожна скінченна підмножина A.

Аксіома вибору

Для кожної сім'ї $\{X_s\}_{s\in\mathcal{S}}$ непорожніх множин існує відображення $f\colon \mathcal{S} \to \bigcup\limits_{s\in\mathcal{S}} X_s$ таке, що $f(x) \in X_s$ для всіх $s \in \mathcal{S}$.

Аксіома вибору часто використовується в цих лекціях, хоча на факт її використання зазвичай не звертають уваги. Однак інколи зручно користуватися аксіомою вибору не в її первинному вигляді, а в одній з її альтернативних форм, які є важливими теоремами теорії множин. Далі ми сформулюємо теорему Цермело про цілком впорядкування та два принципи максимума, які є альтернативними формами аксіоми вибору.

Нехай дано множину X і властивість $\mathscr{P}$, яку можуть задовольняти підмножини множини X. Будемо говорити, що $\mathscr{P}$ є *властивістю скінченного характеру*, якщо порожня множина задовольняє властивість $\mathscr{P}$, а множина $A \subseteq X$ задовольняє властивість $\mathscr{P}$ тоді і лише тоді, коли її задовольняє кожна скінченна підмножина A.

Аксіома вибору

Для кожної сім'ї $\{X_s\}_{s\in\mathcal{S}}$ непорожніх множин існує відображення $f\colon \mathcal{S} \to \bigcup\limits_{s\in\mathcal{S}} X_s$ таке, що $f(x) \in X_s$ для всіх $s \in \mathcal{S}$.

Аксіома вибору часто використовується в цих лекціях, хоча на факт її використання зазвичай не звертають уваги. Однак інколи зручно користуватися аксіомою вибору не в її первинному вигляді, а в одній з її альтернативних форм, які є важливими теоремами теорії множин. Далі ми сформулюємо теорему Цермело про цілком впорядкування та два принципи максимума, які є альтернативними формами аксіоми вибору.

Нехай дано множину X і властивість $\mathscr{P}$, яку можуть задовольняти підмножини множини X. Будемо говорити, що $\mathscr{P}$ є *властивістю скінченного характеру*, якщо порожня множина задовольняє властивість $\mathscr{P}$, а множина $A \subseteq X$ задовольняє властивість $\mathscr{P}$ тоді і лише тоді, коли її задовольняє кожна скінченна підмножина A.

Аксіома вибору

Для кожної сім'ї $\{X_s\}_{s\in S}$ непорожніх множин існує відображення $f\colon S \to \bigcup\limits_{s\in S} X_s$ таке, що $f(x) \in X_s$ для всіх $s \in S$.

Аксіома вибору часто використовується в цих лекціях, хоча на факт її використання зазвичай не звертають уваги. Однак інколи зручно користуватися аксіомою вибору не в її первинному вигляді, а в одній з її альтернативних форм, які є важливими теоремами теорії множин. Далі ми сформулюємо теорему Цермело про цілком впорядкування та два принципи максимума, які є альтернативними формами аксіоми вибору.

Нехай дано множину X і властивість $\mathscr{P}$, яку можуть задовольняти підмножини множини X. Будемо говорити, що $\mathscr{P}$ є *властивістю скінченного характеру*, якщо порожня множина задовольняє властивість $\mathscr{P}$, а множина $A \subseteq X$ задовольняє властивість $\mathscr{P}$ тоді і лише тоді, коли її задовольняє кожна скінченна підмножина A.

Аксіома вибору

Для кожної сім'ї $\{X_s\}_{s\in\mathcal{S}}$ непорожніх множин існує відображення $f\colon \mathcal{S} \to \bigcup\limits_{s\in\mathcal{S}} X_s$ таке, що $f(x) \in X_s$ для всіх $s \in \mathcal{S}$.

Лекція 6: Аксіома вибору та еквівалентні їй твердження

Аксіома вибору часто використовується в цих лекціях, хоча на факт її використання зазвичай не звертають уваги. Однак інколи зручно користуватися аксіомою вибору не в її первинному вигляді, а в одній з її альтернативних форм, які є важливими теоремами теорії множин. Далі ми сформулюємо теорему Цермело про цілком впорядкування та два принципи максимума, які є альтернативними формами аксіоми вибору.

Нехай дано множину X і властивість $\mathscr{P}$, яку можуть задовольняти підмножини множини X. Будемо говорити, що $\mathscr{P}$ є *властивістю скінченного характеру*, якщо порожня множина задовольняє властивість $\mathscr{P}$, а множина $A \subseteq X$ задовольняє властивість $\mathscr{P}$ тоді і лише тоді, коли її задовольняє кожна скінченна підмножина A.

Аксіома вибору

Для кожної сім'ї $\{X_s\}_{s\in S}$ непорожніх множин існує відображення $f\colon S \to \bigcup\limits_{s\in S} X_s$ таке, що $f(x) \in X_s$ для всіх $s \in S$.

Лекція 6: Аксіома вибору та еквівалентні їй твердження

Аксіома вибору часто використовується в цих лекціях, хоча на факт її використання зазвичай не звертають уваги. Однак інколи зручно користуватися аксіомою вибору не в її первинному вигляді, а в одній з її альтернативних форм, які є важливими теоремами теорії множин. Далі ми сформулюємо теорему Цермело про цілком впорядкування та два принципи максимума, які є альтернативними формами аксіоми вибору.

Нехай дано множину X і властивість $\mathscr{P}$, яку можуть задовольняти підмножини множини X. Будемо говорити, що $\mathscr{P}$ є *властивістю скінченного характеру*, якщо порожня множина задовольняє властивість $\mathscr{P}$, а множина $A \subseteq X$ задовольняє властивість $\mathscr{P}$ тоді і лише тоді, коли її задовольняє кожна скінченна підмножина A.

Аксіома вибору

Для кожної сім'ї $\{X_s\}_{s\in\mathcal{S}}$ непорожніх множин існує відображення $f\colon \mathcal{S} \to \bigcup\limits_{s\in\mathcal{S}} X_s$ таке, що $f(x) \in X_s$ для всіх $s \in \mathcal{S}$.

Лекція 6: Аксіома вибору та еквівалентні їй твердження

Аксіома вибору часто використовується в цих лекціях, хоча на факт її використання зазвичай не звертають уваги. Однак інколи зручно користуватися аксіомою вибору не в її первинному вигляді, а в одній з її альтернативних форм, які є важливими теоремами теорії множин. Далі ми сформулюємо теорему Цермело про цілком впорядкування та два принципи максимума, які є альтернативними формами аксіоми вибору.

Нехай дано множину X і властивість $\mathscr{P}$, яку можуть задовольняти підмножини множини X. Будемо говорити, що $\mathscr{P}$ є *властивістю скінченного характеру*, якщо порожня множина задовольняє властивість $\mathscr{P}$, а множина $A \subseteq X$ задовольняє властивість $\mathscr{P}$ тоді і лише тоді, коли її задовольняє кожна скінченна підмножина A.

Аксіома вибору

Для кожної сім'ї $\{X_s\}_{s\in S}$ непорожніх множин існує відображення $f\colon S \to \bigcup\limits_{s\in S} X_s$ таке, що $f(x) \in X_s$ для всіх $s \in S$.

Аксіома вибору часто використовується в цих лекціях, хоча на факт її використання зазвичай не звертають уваги. Однак інколи зручно користуватися аксіомою вибору не в її первинному вигляді, а в одній з її альтернативних форм, які є важливими теоремами теорії множин. Далі ми сформулюємо теорему Цермело про цілком впорядкування та два принципи максимума, які є альтернативними формами аксіоми вибору.

Нехай дано множину X і властивість $\mathscr{P}$, яку можуть задовольняти підмножини множини X. Будемо говорити, що $\mathscr{P}$ є *властивістю скінченного характеру*, якщо порожня множина задовольняє властивість $\mathscr{P}$, а множина $A \subseteq X$ задовольняє властивість $\mathscr{P}$ тоді і лише тоді, коли її задовольняє кожна скінченна підмножина A.

Аксіома вибору

Для кожної сім'ї $\{X_s\}_{s\in S}$ непорожніх множин існує відображення $f\colon S \to \bigcup\limits_{s\in S} X_s$ таке, що $f(x) \in X_s$ для всіх $s \in S$.

Аксіома вибору часто використовується в цих лекціях, хоча на факт її використання зазвичай не звертають уваги. Однак інколи зручно користуватися аксіомою вибору не в її первинному вигляді, а в одній з її альтернативних форм, які є важливими теоремами теорії множин. Далі ми сформулюємо теорему Цермело про цілком впорядкування та два принципи максимума, які є альтернативними формами аксіоми вибору.

Нехай дано множину X і властивість $\mathscr{P}$, яку можуть задовольняти підмножини множини X. Будемо говорити, що $\mathscr{P}$ є *властивістю скінченного характеру*, якщо порожня множина задовольняє властивість $\mathscr{P}$, а множина $A \subseteq X$ задовольняє властивість $\mathscr{P}$ тоді і лише тоді, коли її задовольняє кожна скінченна підмножина A.

Аксіома вибору

Для кожної сім'ї $\{X_s\}_{s\in\mathcal{S}}$ непорожніх множин існує відображення $f\colon \mathcal{S} \to \bigcup\limits_{s\in\mathcal{S}} X_s$ таке, що $f(x) \in X_s$ для всіх $s \in \mathcal{S}$.

Лекція 6: Аксіома вибору та еквівалентні їй твердження

Аксіома вибору часто використовується в цих лекціях, хоча на факт її використання зазвичай не звертають уваги. Однак інколи зручно користуватися аксіомою вибору не в її первинному вигляді, а в одній з її альтернативних форм, які є важливими теоремами теорії множин. Далі ми сформулюємо теорему Цермело про цілком впорядкування та два принципи максимума, які є альтернативними формами аксіоми вибору.

Нехай дано множину X і властивість $\mathscr{P}$, яку можуть задовольняти підмножини множини X. Будемо говорити, що $\mathscr{P}$ є *властивістю скінченного характеру*, якщо порожня множина задовольняє властивість $\mathscr{P}$, а множина $A \subseteq X$ задовольняє властивість $\mathscr{P}$ тоді і лише тоді, коли її задовольняє кожна скінченна підмножина A.

Аксіома вибору

Для кожної сім'ї $\{X_s\}_{s\in\mathcal{S}}$ непорожніх множин існує відображення $f\colon \mathcal{S} \to \bigcup\limits_{s\in\mathcal{S}} X_s$ таке, що $f(x) \in X_s$ для всіх $s \in \mathcal{S}$.

Аксіома вибору часто використовується в цих лекціях, хоча на факт її використання зазвичай не звертають уваги. Однак інколи зручно користуватися аксіомою вибору не в її первинному вигляді, а в одній з її альтернативних форм, які є важливими теоремами теорії множин. Далі ми сформулюємо теорему Цермело про цілком впорядкування та два принципи максимума, які є альтернативними формами аксіоми вибору.

Нехай дано множину X і властивість $\mathscr{P}$, яку можуть задовольняти підмножини множини X. Будемо говорити, що $\mathscr{P}$ є *властивістю скінченного характеру*, якщо порожня множина задовольняє властивість $\mathscr{P}$, а множина $A \subseteq X$ задовольняє властивість $\mathscr{P}$ тоді і лише тоді, коли її задовольняє кожна скінченна підмножина A.

Аксіома вибору

Для кожної сім'ї $\{X_s\}_{s\in\mathcal{S}}$ непорожніх множин існує відображення $f\colon \mathcal{S} \to \bigcup\limits_{s\in\mathcal{S}} X_s$ таке, що $f(x) \in X_s$ для всіх $s \in \mathcal{S}$.

Аксіома вибору часто використовується в цих лекціях, хоча на факт її використання зазвичай не звертають уваги. Однак інколи зручно користуватися аксіомою вибору не в її первинному вигляді, а в одній з її альтернативних форм, які є важливими теоремами теорії множин. Далі ми сформулюємо теорему Цермело про цілком впорядкування та два принципи максимума, які є альтернативними формами аксіоми вибору.

Нехай дано множину X і властивість $\mathscr{P}$, яку можуть задовольняти підмножини множини X. Будемо говорити, що $\mathscr{P}$ є *властивістю скінченного характеру*, якщо порожня множина задовольняє властивість $\mathscr{P}$, а множина $A \subseteq X$ задовольняє властивість $\mathscr{P}$ тоді і лише тоді, коли її задовольняє кожна скінченна підмножина A.

Аксіома вибору

Для кожної сім'ї $\{X_s\}_{s\in\mathcal{S}}$ непорожніх множин існує відображення $f\colon \mathcal{S} \to \bigcup\limits_{s\in\mathcal{S}} X_s$ таке, що $f(x) \in X_s$ для всіх $s \in \mathcal{S}$.

Лекція 6: Аксіома вибору та еквівалентні їй твердження

Аксіома вибору

Для кожної сім'ї $\{X_s\}_{s\in\mathcal{S}}$ непорожніх множин існує відображення $f\colon \mathcal{S} \to \bigcup\limits_{s\in\mathcal{S}} X_s$ таке, що $f(x) \in X_s$ для всіх $s \in \mathcal{S}$.

Теорема Цермело про цілком впорядкованість

На кожній множині X існує відношення $\leq$, яке цілком впорядковує множину X.

Лема Тейхмюллера–Т'юкі

Нехай дано множину X і деяку властивість $\mathscr{P}$ її підмножин. Якщо $\mathscr{P}$ є властивістю скінченного характеру, то кожна множинв $A \subseteq X$, яка задовольняє властивість $\mathscr{P}$, міститься в множині $B \subseteq X$, яка задовольняє властивість $\mathscr{P}$ і є максимальним елементом у впорядкований за включенням сім'ї всіх підмножин множини X, що задовольняють властивість $\mathscr{P}$.

Лема Куратовського–Цорна

Якщо для кожної лінійно впорядкованої підмножини A множини X, упорядкованої відношенням $\leq$, існує такий елемент $x_0 \in X$, що $x \leq x_0$ для всіх $x \in A$, то в X існує максимальний елемент.

Доведення еквівалентності аксіоми вибору, теореми Цермело про цілком впорядкованість, леми Тейхмюллера–Т'юкі та леми Куратовського–Цорна можна знайти в кожній класичній монографії з теорії множин.

Аксіома вибору

Для кожної сім'ї $\{X_s\}_{s\in\mathcal{S}}$ непорожніх множин існує відображення $f\colon \mathcal{S} \to \bigcup\limits_{s\in\mathcal{S}} X_s$ таке, що $f(x) \in X_s$ для всіх $s \in \mathcal{S}$.

Теорема Цермело про цілком впорядкованість

На кожній множині X існує відношення $\leq$, яке цілком впорядковує множину X.

Лема Тейхмюллера–Т'юкі

Нехай дано множину X і деяку властивість $\mathscr{P}$ її підмножин. Якщо $\mathscr{P}$ є властивістю скінченного характеру, то кожна множинв $A \subseteq X$, яка задовольняє властивість $\mathscr{P}$, міститься в множині $B \subseteq X$, яка задовольняє властивість $\mathscr{P}$ і є максимальним елементом у впорядкований за включенням сім'ї всіх підмножин множини X, що задовольняють властивість $\mathscr{P}$.

Лема Куратовського–Цорна

Якщо для кожної лінійно впорядкованої підмножини A множини X, упорядкованої відношенням $\leq$, існує такий елемент $x_0 \in X$, що $x \leq x_0$ для всіх $x \in A$, то в X існує максимальний елемент.

Доведення еквівалентності аксіоми вибору, теореми Цермело про цілком впорядкованість, леми Тейхмюллера–Т'юкі та леми Куратовського–Цорна можна знайти в кожній класичній монографії з теорії множин.

Аксіома вибору

Для кожної сім'ї $\{X_s\}_{s\in\mathcal{S}}$ непорожніх множин існує відображення $f\colon \mathcal{S} \to \bigcup\limits_{s\in\mathcal{S}} X_s$ таке, що $f(x) \in X_s$ для всіх $s \in \mathcal{S}$.

Теорема Цермело про цілком впорядкованість

На кожній множині X існує відношення $\leq$, яке цілком впорядковує множину X.

Лема Тейхмюллера–Т'юкі

Нехай дано множину X і деяку властивість $\mathscr{P}$ її підмножин. Якщо $\mathscr{P}$ є властивістю скінченного характеру, то кожна множинв $A \subseteq X$, яка задовольняє властивість $\mathscr{P}$, міститься в множині $B \subseteq X$, яка задовольняє властивість $\mathscr{P}$ і є максимальним елементом у впорядкований за включенням сім'ї всіх підмножин множини X, що задовольняють властивість $\mathscr{P}$.

Лема Куратовського–Цорна

Якщо для кожної лінійно впорядкованої підмножини A множини X, упорядкованої відношенням $\leq$, існує такий елемент $x_0 \in X$, що $x \leq x_0$ для всіх $x \in A$, то в X існує максимальний елемент.

Доведення еквівалентності аксіоми вибору, теореми Цермело про цілком впорядкованість, леми Тейхмюллера–Т'юкі та леми Куратовського–Цорна можна знайти в кожній класичній монографії з теорії множин.

Аксіома вибору

Для кожної сім'ї $\{X_s\}_{s\in\mathcal{S}}$ непорожніх множин існує відображення $f\colon \mathcal{S} \to \bigcup_{s\in\mathcal{S}} X_s$ таке, що $f(x) \in X_s$ для всіх $s \in \mathcal{S}$.

Теорема Цермело про цілком впорядкованість

На кожній множині X існує відношення $\leq$, яке цілком впорядковує множину X.

Лема Тейхмюллера–Т'юкі

Нехай дано множину X і деяку властивість $\mathscr{P}$ її підмножин. Якщо $\mathscr{P}$ є властивістю скінченного характеру, то кожна множинв $A \subseteq X$, яка задовольняє властивість $\mathscr{P}$, міститься в множині $B \subseteq X$, яка задовольняє властивість $\mathscr{P}$ і є максимальним елементом у впорядкований за включенням сім'ї всіх підмножин множини X, що задовольняють властивість $\mathscr{P}$.

Лема Куратовського–Цорна

Якщо для кожної лінійно впорядкованої підмножини A множини X, упорядкованої відношенням $\leq$, існує такий елемент $x_0 \in X$, що $x \leq x_0$ для всіх $x \in A$, то в X існує максимальний елемент.

Доведення еквівалентності аксіоми вибору, теореми Цермело про цілком впорядкованість, леми Тейхмюллера–Т'юкі та леми Куратовського–Цорна можна знайти в кожній класичній монографії з теорії множин.

Лекція 6: Аксіома вибору та еквівалентні їй твердження

Аксіома вибору

Для кожної сім'ї $\{X_s\}_{s\in\mathcal{S}}$ непорожніх множин існує відображення $f\colon \mathcal{S} \to \bigcup\limits_{s\in\mathcal{S}} X_s$ таке, що $f(x) \in X_s$ для всіх $s \in \mathcal{S}$.

Теорема Цермело про цілком впорядкованість

На кожній множині X існує відношення $\leq$, яке цілком впорядковує множину X.

Лема Тейхмюллера–Т'юкі

Нехай дано множину X і деяку властивість $\mathscr{P}$ її підмножин. Якщо $\mathscr{P}$ є властивістю скінченного характеру, то кожна множинв $A \subseteq X$, яка задовольняє властивість $\mathscr{P}$, міститься в множині $B \subseteq X$, яка задовольняє властивість $\mathscr{P}$ і є максимальним елементом у впорядкований за включенням сім'ї всіх підмножин множини X, що задовольняють властивість $\mathscr{P}$.

Лема Куратовського–Цорна

Якщо для кожної лінійно впорядкованої підмножини A множини X, упорядкованої відношенням $\leq$, існує такий елемент $x_0 \in X$, що $x \leq x_0$ для всіх $x \in A$, то в X існує максимальний елемент.

Доведення еквівалентності аксіоми вибору, теореми Цермело про цілком впорядкованість, леми Тейхмюллера–Т'юкі та леми Куратовського–Цорна можна знайти в кожній класичній монографії з теорії множин.

Лекція 6: Аксіома вибору та еквівалентні їй твердження

Аксіома вибору

Для кожної сім'ї $\{X_s\}_{s\in\mathcal{S}}$ непорожніх множин існує відображення $f\colon \mathcal{S} \to \bigcup_{s\in\mathcal{S}} X_s$ таке, що $f(x) \in X_s$ для всіх $s \in \mathcal{S}$.

Теорема Цермело про цілком впорядкованість

На кожній множині X існує відношення $\leq$, яке цілком впорядковує множину X.

Лема Тейхмюллера–Т'юкі

Нехай дано множину X і деяку властивість $\mathscr{P}$ її підмножин. Якщо $\mathscr{P}$ є властивістю скінченного характеру, то кожна множинв $A \subseteq X$, яка задовольняє властивість $\mathscr{P}$, міститься в множині $B \subseteq X$, яка задовольняє властивість $\mathscr{P}$ і є максимальним елементом у впорядкований за включенням сім'ї всіх підмножин множини X, що задовольняють властивість $\mathscr{P}$.

Лема Куратовського–Цорна

Якщо для кожної лінійно впорядкованої підмножини A множини X, упорядкованої відношенням $\leq$, існує такий елемент $x_0 \in X$, що $x \leq x_0$ для всіх $x \in A$, то в X існує максимальний елемент.

Доведення еквівалентності аксіоми вибору, теореми Цермело про цілком впорядкованість, леми Тейхмюллера–Т'юкі та леми Куратовського–Цорна можна знайти в кожній класичній монографії з теорії множин.

Аксіома вибору

Для кожної сім'ї $\{X_s\}_{s\in\mathcal{S}}$ непорожніх множин існує відображення $f\colon \mathcal{S}\to \bigcup\limits_{s\in\mathcal{S}} X_s$ таке, що $f(x)\in X_s$ для всіх $s\in\mathcal{S}$.

Теорема Цермело про цілком впорядкованість

На кожній множині X існує відношення $\leq$, яке цілком впорядковує множину X.

Лема Тейхмюллера–Т'юкі

Нехай дано множину X і деяку властивість $\mathscr{P}$ її підмножин. Якщо $\mathscr{P}$ є властивістю скінченного характеру, то кожна множинв $A\subseteq X$, яка задовольняє властивість $\mathscr{P}$, міститься в множині $B\subseteq X$, яка задовольняє властивість $\mathscr{P}$ і є максимальним елементом у впорядкований за включенням сім'ї всіх підмножин множини X, що задовольняють властивість $\mathscr{P}$.

Лема Куратовського–Цорна

Якщо для кожної лінійно впорядкованої підмножини A множини X, упорядкованої відношенням $\leq$, існує такий елемент $x_0\in X$, що $x\leq x_0$ для всіх $x\in A$, то в X існує максимальний елемент.

Доведення еквівалентності аксіоми вибору, теореми Цермело про цілком впорядкованість, леми Тейхмюллера–Т'юкі та леми Куратовського–Цорна можна знайти в кожній класичній монографії з теорії множин.

Лекція 6: Аксіома вибору та еквівалентні їй твердження

Аксіома вибору

Для кожної сім'ї $\{X_s\}_{s\in\mathcal{S}}$ непорожніх множин існує відображення $f\colon \mathcal{S} \to \bigcup\limits_{s\in\mathcal{S}} X_s$ таке, що $f(x) \in X_s$ для всіх $s \in \mathcal{S}$.

Теорема Цермело про цілком впорядкованість

На кожній множині X існує відношення $\leq$, яке цілком впорядковує множину X.

Лема Тейхмюллера–Т'юкі

Нехай дано множину X і деяку властивість $\mathscr{P}$ її підмножин. Якщо $\mathscr{P}$ є властивістю скінченного характеру, то кожна множинв $A \subseteq X$, яка задовольняє властивість $\mathscr{P}$, міститься в множині $B \subseteq X$, яка задовольняє властивість $\mathscr{P}$ і є максимальним елементом у впорядкований за включенням сім'ї всіх підмножин множини X, що задовольняють властивість $\mathscr{P}$.

Лема Куратовського–Цорна

Якщо для кожної лінійно впорядкованої підмножини A множини X, упорядкованої відношенням $\leq$, існує такий елемент $x_0 \in X$, що $x \leq x_0$ для всіх $x \in A$, то в X існує максимальний елемент.

Доведення еквівалентності аксіоми вибору, теореми Цермело про цілком впорядкованість, леми Тейхмюллера–Т'юкі та леми Куратовського–Цорна можна знайти в кожній класичній монографії з теорії множин.

Лекція 6: Аксіома вибору та еквівалентні їй твердження

Аксіома вибору

Для кожної сім'ї $\{X_s\}_{s\in\mathcal{S}}$ непорожніх множин існує відображення $f\colon \mathcal{S}\to \bigcup\limits_{s\in\mathcal{S}} X_s$ таке, що $f(x)\in X_s$ для всіх $s\in\mathcal{S}$.

Теорема Цермело про цілком впорядкованість

На кожній множині X існує відношення $\leq$, яке цілком впорядковує множину X.

Лема Тейхмюллера–Т'юкі

Нехай дано множину X і деяку властивість $\mathscr{P}$ її підмножин. Якщо $\mathscr{P}$ є властивістю скінченного характеру, то кожна множинв $A\subseteq X$, яка задовольняє властивість $\mathscr{P}$, міститься в множині $B\subseteq X$, яка задовольняє властивість $\mathscr{P}$ і є максимальним елементом у впорядкований за включенням сім'ї всіх підмножин множини X, що задовольняють властивість $\mathscr{P}$.

Лема Куратовського–Цорна

Якщо для кожної лінійно впорядкованої підмножини A множини X, упорядкованої відношенням $\leq$, існує такий елемент $x_0\in X$, що $x\leq x_0$ для всіх $x\in A$, то в X існує максимальний елемент.

Доведення еквівалентності аксіоми вибору, теореми Цермело про цілком впорядкованість, леми Тейхмюллера–Т'юкі та леми Куратовського–Цорна можна знайти в кожній класичній монографії з теорії множин.

Аксіома вибору

Для кожної сім'ї $\{X_s\}_{s\in\mathcal{S}}$ непорожніх множин існує відображення $f\colon \mathcal{S}\to\bigcup\limits_{s\in\mathcal{S}} X_s$ таке, що $f(x)\in X_s$ для всіх $s\in\mathcal{S}$.

Теорема Цермело про цілком впорядкованість

На кожній множині X існує відношення $\leq$, яке цілком впорядковує множину X.

Лема Тейхмюллера–Т'юкі

Нехай дано множину X і деяку властивість $\mathscr{P}$ її підмножин. Якщо $\mathscr{P}$ є властивістю скінченного характеру, то кожна множинв $A\subseteq X$, яка задовольняє властивість $\mathscr{P}$, міститься в множині $B\subseteq X$, яка задовольняє властивість $\mathscr{P}$ і є максимальним елементом у впорядкований за включенням сім'ї всіх підмножин множини X, що задовольняють властивість $\mathscr{P}$.

Лема Куратовського–Цорна

Якщо для кожної лінійно впорядкованої підмножини A множини X, упорядкованої відношенням $\leq$, існує такий елемент $x_0\in X$, що $x\leq x_0$ для всіх $x\in A$, то в X існує максимальний елемент.

Доведення еквівалентності аксіоми вибору, теореми Цермело про цілком впорядкованість, леми Тейхмюллера–Т'юкі та леми Куратовського–Цорна можна знайти в кожній класичній монографії з теорії множин.

Лекція 6: Аксіома вибору та еквівалентні їй твердження

Аксіома вибору

Для кожної сім'ї $\{X_s\}_{s\in\mathcal{S}}$ непорожніх множин існує відображення $f\colon \mathcal{S} \to \bigcup\limits_{s\in\mathcal{S}} X_s$ таке, що $f(x) \in X_s$ для всіх $s \in \mathcal{S}$.

Теорема Цермело про цілком впорядкованість

На кожній множині X існує відношення $\leq$, яке цілком впорядковує множину X.

Лема Тейхмюллера–Т'юкі

Нехай дано множину X і деяку властивість $\mathscr{P}$ її підмножин. Якщо $\mathscr{P}$ є властивістю скінченного характеру, то кожна множинв $A \subseteq X$, яка задовольняє властивість $\mathscr{P}$, міститься в множині $B \subseteq X$, яка задовольняє властивість $\mathscr{P}$ і є максимальним елементом у впорядкований за включенням сім'ї всіх підмножин множини X, що задовольняють властивість $\mathscr{P}$.

Лема Куратовського–Цорна

Якщо для кожної лінійно впорядкованої підмножини A множини X, упорядкованої відношенням $\leq$, існує такий елемент $x_0 \in X$, що $x \leq x_0$ для всіх $x \in A$, то в X існує максимальний елемент.

Доведення еквівалентності аксіоми вибору, теореми Цермело про цілком впорядкованість, леми Тейхмюллера–Т'юкі та леми Куратовського–Цорна можна знайти в кожній класичній монографії з теорії множин.

Аксіома вибору

Для кожної сім'ї $\{X_s\}_{s\in\mathcal{S}}$ непорожніх множин існує відображення $f\colon \mathcal{S}\to\bigcup\limits_{s\in\mathcal{S}} X_s$ таке, що $f(x)\in X_s$ для всіх $s\in\mathcal{S}$.

Теорема Цермело про цілком впорядкованість

На кожній множині X існує відношення $\leq$, яке цілком впорядковує множину X.

Лема Тейхмюллера–Т'юкі

Нехай дано множину X і деяку властивість $\mathscr{P}$ її підмножин. Якщо $\mathscr{P}$ є властивістю скінченного характеру, то кожна множинв $A\subseteq X$, яка задовольняє властивість $\mathscr{P}$, міститься в множині $B\subseteq X$, яка задовольняє властивість $\mathscr{P}$ і є максимальним елементом у впорядкований за включенням сім'ї всіх підмножин множини X, що задовольняють властивість $\mathscr{P}$.

Лема Куратовського–Цорна

Якщо для кожної лінійно впорядкованої підмножини A множини X, упорядкованої відношенням $\leq$, існує такий елемент $x_0\in X$, що $x\leq x_0$ для всіх $x\in A$, то в X існує максимальний елемент.

Доведення еквівалентності аксіоми вибору, теореми Цермело про цілком впорядкованість, леми Тейхмюллера–Т'юкі та леми Куратовського–Цорна можна знайти в кожній класичній монографії з теорії множин.

Аксіома вибору

Для кожної сім'ї $\{X_s\}_{s\in\mathcal{S}}$ непорожніх множин існує відображення $f\colon \mathcal{S} \to \bigcup\limits_{s\in\mathcal{S}} X_s$ таке, що $f(x) \in X_s$ для всіх $s \in \mathcal{S}$.

Теорема Цермело про цілком впорядкованість

На кожній множині X існує відношення $\leq$, яке цілком впорядковує множину X.

Лема Тейхмюллера–Т'юкі

Нехай дано множину X і деяку властивість $\mathscr{P}$ її підмножин. Якщо $\mathscr{P}$ є властивістю скінченного характеру, то кожна множинв $A \subseteq X$, яка задовольняє властивість $\mathscr{P}$, міститься в множині $B \subseteq X$, яка задовольняє властивість $\mathscr{P}$ і є максимальним елементом у впорядкований за включенням сім'ї всіх підмножин множини X, що задовольняють властивість $\mathscr{P}$.

Лема Куратовського–Цорна

Якщо для кожної лінійно впорядкованої підмножини A множини X, упорядкованої відношенням $\leq$, існує такий елемент $x_0 \in X$, що $x \leq x_0$ для всіх $x \in A$, то в X існує максимальний елемент.

Доведення еквівалентності аксіоми вибору, теореми Цермело про цілком впорядкованість, леми Тейхмюллера–Т'юкі та леми Куратовського–Цорна можна знайти в кожній класичній монографії з теорії множин.

Лекція 6: Аксіома вибору та еквівалентні їй твердження

Аксіома вибору

Для кожної сім'ї $\{X_s\}_{s\in\mathcal{S}}$ непорожніх множин існує відображення $f\colon \mathcal{S} \to \bigcup\limits_{s\in\mathcal{S}} X_s$ таке, що $f(x) \in X_s$ для всіх $s \in \mathcal{S}$.

Теорема Цермело про цілком впорядкованість

На кожній множині X існує відношення $\leq$, яке цілком впорядковує множину X.

Лема Тейхмюллера–Т'юкі

Нехай дано множину X і деяку властивість $\mathscr{P}$ її підмножин. Якщо $\mathscr{P}$ є властивістю скінченного характеру, то кожна множинв $A \subseteq X$, яка задовольняє властивість $\mathscr{P}$, міститься в множині $B \subseteq X$, яка задовольняє властивість $\mathscr{P}$ і є максимальним елементом у впорядкований за включенням сім'ї всіх підмножин множини X, що задовольняють властивість $\mathscr{P}$.

Лема Куратовського–Цорна

Якщо для кожної лінійно впорядкованої підмножини A множини X, упорядкованої відношенням $\leq$, існує такий елемент $x_0 \in X$, що $x \leq x_0$ для всіх $x \in A$, то в X існує максимальний елемент.

Доведення еквівалентності аксіоми вибору, теореми Цермело про цілком впорядкованість, леми Тейхмюллера–Т'юкі та леми Куратовського–Цорна можна знайти в кожній класичній монографії з теорії множин.

Лекція 6: Аксіома вибору та еквівалентні їй твердження

Лекція 6: Аксіома вибору та еквівалентні їй твердження

Дякую за увагу!!!