Упорядкування. Порядкові числа

Топологія

Лекція 5

Лекція 5: Упорядкування. Порядкові числа

Бінарне відношення $\mathscr{R}$ на множині X називається:

- *передпорядком* (або *квазіпорядком*), якщо $\mathscr{R}$ — рефлексивне та транзитивне;
- *частковим порядком*, якщо $\mathscr{R}$ — рефлексивне, антисиметричне та транзитивне.

Очевидно, що кожен частковий порядок на фіксованій множині є передпорядком.

Надалі передпорядок (частковий порядок) на множині X будемо позначати зазвичай через $\leqslant$. У цьому випадку висловлення $x\mathscr{R}y$ для $x, y \in X$ записуватимемо $x \leqslant y$ і будемо говорити, що "x *менше, або рівне за* y". Множина X із заданим на ній передпорядоком (частковим порядком) $\leqslant$ називається *квазівпорядкованою* (*частково впорядкованою*) і позначається $(X, \leqslant)$.

Якщо $(X, \leqslant)$ — квазівпорядкована (частково впорядкована) множина, $x, y \in X$ і виконується од на з умов $x \leqslant y$ або $y \leqslant x$, то кажуть, що елементи x та y є *порівняльними* в $(X, \leqslant)$, а в протилежному випадку — *непорівняльними*.

Передпорядок (частковий порядок) $\leqslant$ на множині X називається *лінійним*, якщо довільні два елементи в $(X, \leqslant)$ є порівняльними. Частково впорядкована множина із заданим на ній лінійним порядком називається *лінійно впорядкованою*.

Бінарне відношення $\mathscr{R}$ на множині X називається:

- *передпорядком* (або *квазіпорядком*), якщо $\mathscr{R}$ — рефлексивне та транзитивне;
- *частковим порядком*, якщо $\mathscr{R}$ — рефлексивне, антисиметричне та транзитивне.

Очевидно, що кожен частковий порядок на фіксованій множині є передпорядком.

Надалі передпорядок (частковий порядок) на множині X будемо позначати зазвичай через $\leqslant$. У цьому випадку висловлення $x\mathscr{R}y$ для $x, y \in X$ записуватимемо $x \leqslant y$ і будемо говорити, що "x *менше, або рівне за* y". Множина X із заданим на ній передпорядоком (частковим порядком) $\leqslant$ називається *квазівпорядкованою* (*частково впорядкованою*) і позначається $(X, \leqslant)$.

Якщо $(X, \leqslant)$ — квазівпорядкована (частково впорядкована) множина, $x, y \in X$ і виконується од на з умов $x \leqslant y$ або $y \leqslant x$, то кажуть, що елементи x та y є *порівняльними* в $(X, \leqslant)$, а в протилежному випадку — *непорівняльними*.

Передпорядок (частковий порядок) $\leqslant$ на множині X називається *лінійним*, якщо довільні два елементи в $(X, \leqslant)$ є порівняльними. Частково впорядкована множина із заданим на ній лінійним порядком називається *лінійно впорядкованою*.

Лекція 5: Упорядкування. Порядкові числа

Бінарне відношення $\mathscr{R}$ на множині X називається:

- *передпорядком* (або *квазіпорядком*), якщо $\mathscr{R}$ — рефлексивне та транзитивне;
- *частковим порядком*, якщо $\mathscr{R}$ — рефлексивне, антисиметричне та транзитивне.

Очевидно, що кожен частковий порядок на фіксованій множині є передпорядком.

Надалі передпорядок (частковий порядок) на множині X будемо позначати зазвичай через $\leqslant$. У цьому випадку висловлення $x\mathscr{R}y$ для $x, y \in X$ записуватимемо $x \leqslant y$ і будемо говорити, що "x *менше, або рівне за* y". Множина X із заданим на ній передпорядком (частковим порядком) $\leqslant$ називається *квазівпорядкованою* (*частково впорядкованою*) і позначається $(X, \leqslant)$.

Якщо $(X, \leqslant)$ — квазівпорядкована (частково впорядкована) множина, $x, y \in X$ і виконується од на з умов $x \leqslant y$ або $y \leqslant x$, то кажуть, що елементи x та y є *порівняльними* в $(X, \leqslant)$, а в протилежному випадку — *непорівняльними*.

Передпорядок (частковий порядок) $\leqslant$ на множині X називається *лінійним*, якщо довільні два елементи в $(X, \leqslant)$ є порівняльними. Частково впорядкована множина із заданим на ній лінійним порядком називається *лінійно впорядкованою*.

Лекція 5: Упорядкування. Порядкові числа

Бінарне відношення $\mathscr{R}$ на множині X називається:

- *передпорядком* (або *квазіпорядком*), якщо $\mathscr{R}$ — рефлексивне та транзитивне;
- *частковим порядком*, якщо $\mathscr{R}$ — рефлексивне, антисиметричне та транзитивне.

Очевидно, що кожен частковий порядок на фіксованій множині є передпорядком.

Надалі передпорядок (частковий порядок) на множині X будемо позначати зазвичай через $\leqslant$. У цьому випадку висловлення $x\mathscr{R}y$ для $x, y \in X$ записуватимемо $x \leqslant y$ і будемо говорити, що "x *менше, або рівне за* y". Множина X із заданим на ній передпорядоком (частковим порядком) $\leqslant$ називається *квазівпорядкованою* (*частково впорядкованою*) і позначається $(X, \leqslant)$.

Якщо $(X, \leqslant)$ — квазівпорядкована (частково впорядкована) множина, $x, y \in X$ і виконується од на з умов $x \leqslant y$ або $y \leqslant x$, то кажуть, що елементи x та y є *порівняльними* в $(X, \leqslant)$, а в протилежному випадку — *непорівняльними*.

Передпорядок (частковий порядок) $\leqslant$ на множині X називається *лінійним*, якщо довільні два елементи в $(X, \leqslant)$ є порівняльними. Частково впорядкована множина із заданим на ній лінійним порядком називається *лінійно впорядкованою*.

Бінарне відношення $\mathscr{R}$ на множині X називається:

- *передпорядком* (або *квазіпорядком*), якщо $\mathscr{R}$ — рефлексивне та транзитивне;
- *частковим порядком*, якщо $\mathscr{R}$ — рефлексивне, антисиметричне та транзитивне.

Очевидно, що кожен частковий порядок на фіксованій множині є передпорядком.

Надалі передпорядок (частковий порядок) на множині X будемо позначати зазвичай через $\leqslant$. У цьому випадку висловлення $x\mathscr{R}y$ для $x, y \in X$ записуватимемо $x \leqslant y$ і будемо говорити, що "x *менше, або рівне за* y". Множина X із заданим на ній передпорядком (частковим порядком) $\leqslant$ називається *квазівпорядкованою* (*частково впорядкованою*) і позначається $(X, \leqslant)$.

Якщо $(X, \leqslant)$ — квазівпорядкована (частково впорядкована) множина, $x, y \in X$ і виконується од на з умов $x \leqslant y$ або $y \leqslant x$, то кажуть, що елементи x та y є *порівняльними* в $(X, \leqslant)$, а в протилежному випадку — *непорівняльними*.

Передпорядок (частковий порядок) $\leqslant$ на множині X називається *лінійним*, якщо довільні два елементи в $(X, \leqslant)$ є порівняльними. Частково впорядкована множина із заданим на ній лінійним порядком називається *лінійно впорядкованою*.

Бінарне відношення $\mathscr{R}$ на множині X називається:

- *передпорядком* (або *квазіпорядком*), якщо $\mathscr{R}$ — рефлексивне та транзитивне;
- *частковим порядком*, якщо $\mathscr{R}$ — рефлексивне, антисиметричне та транзитивне.

Очевидно, що кожен частковий порядок на фіксованій множині є передпорядком.

Надалі передпорядок (частковий порядок) на множині X будемо позначати зазвичай через $\leqslant$. У цьому випадку висловлення $x\mathscr{R}y$ для $x, y \in X$ записуватимемо $x \leqslant y$ і будемо говорити, що "*x менше, або рівне за y*". Множина X із заданим на ній передпорядоком (частковим порядком) $\leqslant$ називається *квазівпорядкованою* (*частково впорядкованою*) і позначається $(X, \leqslant)$.

Якщо $(X, \leqslant)$ — квазівпорядкована (частково впорядкована) множина, $x, y \in X$ і виконується од на з умов $x \leqslant y$ або $y \leqslant x$, то кажуть, що елементи x та y є *порівняльними* в $(X, \leqslant)$, а в протилежному випадку — *непорівняльними*.

Передпорядок (частковий порядок) $\leqslant$ на множині X називається *лінійним*, якщо довільні два елементи в $(X, \leqslant)$ є порівняльними. Частково впорядкована множина із заданим на ній лінійним порядком називається *лінійно впорядкованою*.

Бінарне відношення $\mathscr{R}$ на множині X називається:

- *передпорядком* (або *квазіпорядком*), якщо $\mathscr{R}$ — рефлексивне та транзитивне;
- *частковим порядком*, якщо $\mathscr{R}$ — рефлексивне, антисиметричне та транзитивне.

Очевидно, що кожен частковий порядок на фіксованій множині є передпорядком.

Надалі передпорядок (частковий порядок) на множині X будемо позначати зазвичай через $\leqslant$. У цьому випадку висловлення $x\mathscr{R}y$ для $x, y \in X$ записуватимемо $x \leqslant y$ і будемо говорити, що "x *менше, або рівне за* y". Множина X із заданим на ній передпорядком (частковим порядком) $\leqslant$ називається *квазівпорядкованою* (*частково впорядкованою*) і позначається $(X, \leqslant)$.

Якщо $(X, \leqslant)$ — квазівпорядкована (частково впорядкована) множина, $x, y \in X$ і виконується од на з умов $x \leqslant y$ або $y \leqslant x$, то кажуть, що елементи x та y є *порівняльними* в $(X, \leqslant)$, а в протилежному випадку — *непорівняльними*.

Передпорядок (частковий порядок) $\leqslant$ на множині X називається *лінійним*, якщо довільні два елементи в $(X, \leqslant)$ є порівняльними. Частково впорядкована множина із заданим на ній лінійним порядком називається *лінійно впорядкованою*.

Бінарне відношення $\mathscr{R}$ на множині X називається:

- *передпорядком* (або *квазіпорядком*), якщо $\mathscr{R}$ — рефлексивне та транзитивне;
- *частковим порядком*, якщо $\mathscr{R}$ — рефлексивне, антисиметричне та транзитивне.

Очевидно, що кожен частковий порядок на фіксованій множині є передпорядком.

Надалі передпорядок (частковий порядок) на множині X будемо позначати зазвичай через $\leqslant$. У цьому випадку висловлення $x\mathscr{R}y$ для $x, y \in X$ записуватимемо $x \leqslant y$ і будемо говорити, що "x *менше, або рівне за* y". Множина X із заданим на ній передпорядком (частковим порядком) $\leqslant$ називається *квазівпорядкованою* (*частково впорядкованою*) і позначається $(X, \leqslant)$.

Якщо $(X, \leqslant)$ — квазівпорядкована (частково впорядкована) множина, $x, y \in X$ і виконується од на з умов $x \leqslant y$ або $y \leqslant x$, то кажуть, що елементи x та y є *порівняльними* в $(X, \leqslant)$, а в протилежному випадку — *непорівняльними*.

Передпорядок (частковий порядок) $\leqslant$ на множині X називається *лінійним*, якщо довільні два елементи в $(X, \leqslant)$ є порівняльними. Частково впорядкована множина із заданим на ній лінійним порядком називається *лінійно впорядкованою*.

Лекція 5: Упорядкування. Порядкові числа

Бінарне відношення $\mathscr{R}$ на множині X називається:

- *передпорядком* (або *квазіпорядком*), якщо $\mathscr{R}$ — рефлексивне та транзитивне;
- *частковим порядком*, якщо $\mathscr{R}$ — рефлексивне, антисиметричне та транзитивне.

Очевидно, що кожен частковий порядок на фіксованій множині є передпорядком.

Надалі передпорядок (частковий порядок) на множині X будемо позначати зазвичай через $\leqslant$. У цьому випадку висловлення $x\mathscr{R}y$ для $x, y \in X$ записуватимемо $x \leqslant y$ і будемо говорити, що "x *менше, або рівне за* y". Множина X із заданим на ній передпорядком (частковим порядком) $\leqslant$ називається *квазівпорядкованою* (*частково впорядкованою*) і позначається $(X, \leqslant)$.

Якщо $(X, \leqslant)$ — квазівпорядкована (частково впорядкована) множина, $x, y \in X$ і виконується од на з умов $x \leqslant y$ або $y \leqslant x$, то кажуть, що елементи x та y є *порівняльними* в $(X, \leqslant)$, а в протилежному випадку — *непорівняльними*.

Передпорядок (частковий порядок) $\leqslant$ на множині X називається *лінійним*, якщо довільні два елементи в $(X, \leqslant)$ є порівняльними. Частково впорядкована множина із заданим на ній лінійним порядком називається *лінійно впорядкованою*.

Бінарне відношення $\mathscr{R}$ на множині X називається:

- *передпорядком* (або *квазіпорядком*), якщо $\mathscr{R}$ — рефлексивне та транзитивне;
- *частковим порядком*, якщо $\mathscr{R}$ — рефлексивне, антисиметричне та транзитивне.

Очевидно, що кожен частковий порядок на фіксованій множині є передпорядком.

Надалі передпорядок (частковий порядок) на множині X будемо позначати зазвичай через $\leqslant$. У цьому випадку висловлення $x\mathscr{R}y$ для $x, y \in X$ записуватимемо $x \leqslant y$ і будемо говорити, що "x *менше, або рівне за* y". Множина X із заданим на ній передпорядком (частковим порядком) $\leqslant$ називається *квазівпорядкованою* (*частково впорядкованою*) і позначається $(X, \leqslant)$.

Якщо $(X, \leqslant)$ — квазівпорядкована (частково впорядкована) множина, $x, y \in X$ і виконується од на з умов $x \leqslant y$ або $y \leqslant x$, то кажуть, що елементи x та y є *порівняльними* в $(X, \leqslant)$, а в протилежному випадку — *непорівняльними*.

Передпорядок (частковий порядок) $\leqslant$ на множині X називається *лінійним*, якщо довільні два елементи в $(X, \leqslant)$ є порівняльними. Частково впорядкована множина із заданим на ній лінійним порядком називається *лінійно впорядкованою*.

Бінарне відношення $\mathscr{R}$ на множині X називається:

- *передпорядком* (або *квазіпорядком*), якщо $\mathscr{R}$ — рефлексивне та транзитивне;
- *частковим порядком*, якщо $\mathscr{R}$ — рефлексивне, антисиметричне та транзитивне.

Очевидно, що кожен частковий порядок на фіксованій множині є передпорядком.

Надалі передпорядок (частковий порядок) на множині X будемо позначати зазвичай через $\leqslant$. У цьому випадку висловлення $x\mathscr{R}y$ для $x, y \in X$ записуватимемо $x \leqslant y$ і будемо говорити, що "x *менше, або рівне за* y". Множина X із заданим на ній передпорядоком (частковим порядком) $\leqslant$ називається *квазівпорядкованою* (*частково впорядкованою*) і позначається $(X, \leqslant)$.

Якщо $(X, \leqslant)$ — квазівпорядкована (частково впорядкована) множина, $x, y \in X$ і виконується од на з умов $x \leqslant y$ або $y \leqslant x$, то кажуть, що елементи x та y є *порівняльними* в $(X, \leqslant)$, а в протилежному випадку — *непорівняльними*.

Передпорядок (частковий порядок) $\leqslant$ на множині X називається *лінійним*, якщо довільні два елементи в $(X, \leqslant)$ є порівняльними. Частково впорядкована множина із заданим на ній лінійним порядком називається *лінійно впорядкованою*.

Бінарне відношення $\mathscr{R}$ на множині X називається:

- *передпорядком* (або *квазіпорядком*), якщо $\mathscr{R}$ — рефлексивне та транзитивне;
- *частковим порядком*, якщо $\mathscr{R}$ — рефлексивне, антисиметричне та транзитивне.

Очевидно, що кожен частковий порядок на фіксованій множині є передпорядком.

Надалі передпорядок (частковий порядок) на множині X будемо позначати зазвичай через $\leqslant$. У цьому випадку висловлення $x\mathscr{R}y$ для $x, y \in X$ записуватимемо $x \leqslant y$ і будемо говорити, що "x *менше, або рівне за* y". Множина X із заданим на ній передпорядоком (частковим порядком) $\leqslant$ називається *квазівпорядкованою* (*частково впорядкованою*) і позначається $(X, \leqslant)$.

Якщо $(X, \leqslant)$ — квазівпорядкована (частково впорядкована) множина, $x, y \in X$ і виконується од на з умов $x \leqslant y$ або $y \leqslant x$, то кажуть, що елементи x та y є *порівняльними* в $(X, \leqslant)$, а в протилежному випадку — *непорівняльними*.

Передпорядок (частковий порядок) $\leqslant$ на множині X називається *лінійним*, якщо довільні два елементи в $(X, \leqslant)$ є порівняльними. Частково впорядкована множина із заданим на ній лінійним порядком називається *лінійно впорядкованою*.

Бінарне відношення $\mathscr{R}$ на множині X називається:

- *передпорядком* (або *квазіпорядком*), якщо $\mathscr{R}$ — рефлексивне та транзитивне;
- *частковим порядком*, якщо $\mathscr{R}$ — рефлексивне, антисиметричне та транзитивне.

Очевидно, що кожен частковий порядок на фіксованій множині є передпорядком.

Надалі передпорядок (частковий порядок) на множині X будемо позначати зазвичай через $\leqslant$. У цьому випадку висловлення $x\mathscr{R}y$ для $x, y \in X$ записуватимемо $x \leqslant y$ і будемо говорити, що "x *менше, або рівне за* y". Множина X із заданим на ній передпорядком (частковим порядком) $\leqslant$ називається *квазівпорядкованою* (*частково впорядкованою*) і позначається $(X, \leqslant)$.

Якщо $(X, \leqslant)$ — квазівпорядкована (частково впорядкована) множина, $x, y \in X$ і виконується од на з умов $x \leqslant y$ або $y \leqslant x$, то кажуть, що елементи x та y є *порівняльними* в $(X, \leqslant)$, а в протилежному випадку — *непорівняльними*.

Передпорядок (частковий порядок) $\leqslant$ на множині X називається *лінійним*, якщо довільні два елементи в $(X, \leqslant)$ є порівняльними. Частково впорядкована множина із заданим на ній лінійним порядком називається *лінійно впорядкованою*.

Бінарне відношення $\mathscr{R}$ на множині X називається:

- *передпорядком* (або *квазіпорядком*), якщо $\mathscr{R}$ — рефлексивне та транзитивне;
- *частковим порядком*, якщо $\mathscr{R}$ — рефлексивне, антисиметричне та транзитивне.

Очевидно, що кожен частковий порядок на фіксованій множині є передпорядком.

Надалі передпорядок (частковий порядок) на множині X будемо позначати зазвичай через $\leqslant$. У цьому випадку висловлення $x\mathscr{R}y$ для $x, y \in X$ записуватимемо $x \leqslant y$ і будемо говорити, що "x *менше, або рівне за* y". Множина X із заданим на ній передпорядоком (частковим порядком) $\leqslant$ називається *квазівпорядкованою* (*частково впорядкованою*) і позначається $(X, \leqslant)$.

Якщо $(X, \leqslant)$ — квазівпорядкована (частково впорядкована) множина, $x, y \in X$ і виконується од на з умов $x \leqslant y$ або $y \leqslant x$, то кажуть, що елементи x та y є *порівняльними* в $(X, \leqslant)$, а в протилежному випадку — *непорівняльними*.

Передпорядок (частковий порядок) $\leqslant$ на множині X називається *лінійним*, якщо довільні два елементи в $(X, \leqslant)$ є порівняльними. Частково впорядкована множина із заданим на ній лінійним порядком називається *лінійно впорядкованою*.

Лекція 5: Упорядкування. Порядкові числа

Бінарне відношення $\mathscr{R}$ на множині X називається:

- *передпорядком* (або *квазіпорядком*), якщо $\mathscr{R}$ — рефлексивне та транзитивне;
- *частковим порядком*, якщо $\mathscr{R}$ — рефлексивне, антисиметричне та транзитивне.

Очевидно, що кожен частковий порядок на фіксованій множині є передпорядком.

Надалі передпорядок (частковий порядок) на множині X будемо позначати зазвичай через $\leqslant$. У цьому випадку висловлення $x\mathscr{R}y$ для $x, y \in X$ записуватимемо $x \leqslant y$ і будемо говорити, що "x *менше, або рівне за* y". Множина X із заданим на ній передпорядоком (частковим порядком) $\leqslant$ називається *квазівпорядкованою* (*частково впорядкованою*) і позначається $(X, \leqslant)$.

Якщо $(X, \leqslant)$ — квазівпорядкована (частково впорядкована) множина, $x, y \in X$ і виконується од на з умов $x \leqslant y$ або $y \leqslant x$, то кажуть, що елементи x та y є *порівняльними* в $(X, \leqslant)$, а в протилежному випадку — *непорівняльними*.

Передпорядок (частковий порядок) $\leqslant$ на множині X називається *лінійним*, якщо довільні два елементи в $(X, \leqslant)$ є порівняльними. Частково впорядкована множина із заданим на ній лінійним порядком називається *лінійно впорядкованою*.

Бінарне відношення $\mathscr{R}$ на множині X називається:

- *передпорядком* (або *квазіпорядком*), якщо $\mathscr{R}$ — рефлексивне та транзитивне;
- *частковим порядком*, якщо $\mathscr{R}$ — рефлексивне, антисиметричне та транзитивне.

Очевидно, що кожен частковий порядок на фіксованій множині є передпорядком.

Надалі передпорядок (частковий порядок) на множині X будемо позначати зазвичай через $\leqslant$. У цьому випадку висловлення $x\mathscr{R}y$ для $x, y \in X$ записуватимемо $x \leqslant y$ і будемо говорити, що "x *менше, або рівне за* y". Множина X із заданим на ній передпорядоком (частковим порядком) $\leqslant$ називається *квазівпорядкованою* (*частково впорядкованою*) і позначається $(X, \leqslant)$.

Якщо $(X, \leqslant)$ — квазівпорядкована (частково впорядкована) множина, $x, y \in X$ і виконується од на з умов $x \leqslant y$ або $y \leqslant x$, то кажуть, що елементи x та y є *порівняльними* в $(X, \leqslant)$, а в протилежному випадку — *непорівняльними*.

Передпорядок (частковий порядок) $\leqslant$ на множині X називається *лінійним*, якщо довільні два елементи в $(X, \leqslant)$ є порівняльними. Частково впорядкована множина із заданим на ній лінійним порядком називається *лінійно впорядкованою*.

Бінарне відношення $\mathscr{R}$ на множині X називається:

- *передпорядком* (або *квазіпорядком*), якщо $\mathscr{R}$ — рефлексивне та транзитивне;
- *частковим порядком*, якщо $\mathscr{R}$ — рефлексивне, антисиметричне та транзитивне.

Очевидно, що кожен частковий порядок на фіксованій множині є передпорядком.

Надалі передпорядок (частковий порядок) на множині X будемо позначати зазвичай через $\leqslant$. У цьому випадку висловлення $x\mathscr{R}y$ для $x, y \in X$ записуватимемо $x \leqslant y$ і будемо говорити, що "x *менше, або рівне за* y". Множина X із заданим на ній передпорядком (частковим порядком) $\leqslant$ називається *квазівпорядкованою* (*частково впорядкованою*) і позначається $(X, \leqslant)$.

Якщо $(X, \leqslant)$ — квазівпорядкована (частково впорядкована) множина, $x, y \in X$ і виконується од на з умов $x \leqslant y$ або $y \leqslant x$, то кажуть, що елементи x та y є *порівняльними* в $(X, \leqslant)$, а в протилежному випадку — *непорівняльними*.

Передпорядок (частковий порядок) $\leqslant$ на множині X називається *лінійним*, якщо довільні два елементи в $(X, \leqslant)$ є порівняльними. Частково впорядкована множина із заданим на ній лінійним порядком називається *лінійно впорядкованою*.

Вправа 1.2.23

Наведіть приклади, які розрізняють квазівпорядковані, частково впорядковані та лінійно впорядковані множини.

Вправа 1.2.24

Доведіть, що обернене відношення до передпорядку, частково порядку, лінійного передпорядку та лінійного порядку є, відповідно, передпорядком, частковим порядком, лінійним передпорядком і лінійним порядком.

Надалі, якщо $x \leqslant y$ у квазівпорядкованій множини $(X, \leqslant)$, то писатимемо також $y \geqslant x$, і, очевидно, що відношення $\geqslant$ є оберненим до $\leqslant$.

Елемент x частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$ називається:

- *мінімальним*, якщо з $y \leqslant x$ випливає рівність $x = y$ для $y \in X$;
- *максимальним*, якщо з $x \leqslant y$ випливає рівність $x = y$ для $y \in X$;
- *найменшим*, якщо $x \leqslant y$ для всіх $y \in X$;
- *найбільшим*, якщо $y \leqslant x$ для всіх $y \in X$.

Вправа 1.2.25

Наведіть приклади частково впорядкованих множин, які розрізняють поняття мінімальний та найменший елемент (максимальний та найбільший елемент).

Вправа 1.2.23

Наведіть приклади, які розрізняють квазівпорядковані, частково впорядковані та лінійно впорядковані множини.

Вправа 1.2.24

Доведіть, що обернене відношення до передпорядку, частково порядку, лінійного передпорядку та лінійного порядку є, відповідно, передпорядком, частковим порядком, лінійним передпорядком і лінійним порядком.

Надалі, якщо $x \leqslant y$ у квазівпорядкованій множини $(X, \leqslant)$, то писатимемо також $y \geqslant x$, і, очевидно, що відношення $\geqslant$ є оберненим до $\leqslant$.

Елемент x частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$ називається:

- *мінімальним*, якщо з $y \leqslant x$ випливає рівність $x = y$ для $y \in X$;
- *максимальним*, якщо з $x \leqslant y$ випливає рівність $x = y$ для $y \in X$;
- *найменшим*, якщо $x \leqslant y$ для всіх $y \in X$;
- *найбільшим*, якщо $y \leqslant x$ для всіх $y \in X$.

Вправа 1.2.25

Наведіть приклади частково впорядкованих множин, які розрізняють поняття мінімальний та найменший елемент (максимальний та найбільший елемент).

Вправа 1.2.23

Наведіть приклади, які розрізняють квазівпорядковані, частково впорядковані та лінійно впорядковані множини.

Вправа 1.2.24

Доведіть, що обернене відношення до передпорядку, частково порядку, лінійного передпорядку та лінійного порядку є, відповідно, передпорядком, частковим порядком, лінійним передпорядком і лінійним порядком.

Надалі, якщо $x \leqslant y$ у квазівпорядкованій множини $(X, \leqslant)$, то писатимемо також $y \geqslant x$, і, очевидно, що відношення $\geqslant$ є оберненим до $\leqslant$.

Елемент x частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$ називається:

- *мінімальним*, якщо з $y \leqslant x$ випливає рівність $x = y$ для $y \in X$;
- *максимальним*, якщо з $x \leqslant y$ випливає рівність $x = y$ для $y \in X$;
- *найменшим*, якщо $x \leqslant y$ для всіх $y \in X$;
- *найбільшим*, якщо $y \leqslant x$ для всіх $y \in X$.

Вправа 1.2.25

Наведіть приклади частково впорядкованих множин, які розрізняють поняття мінімальний та найменший елемент (максимальний та найбільший елемент).

Лекція 5: Упорядкування. Порядкові числа

Вправа 1.2.23

Наведіть приклади, які розрізняють квазівпорядковані, частково впорядковані та лінійно впорядковані множини.

Вправа 1.2.24

Доведіть, що обернене відношення до передпорядку, частково порядку, лінійного передпорядку та лінійного порядку є, відповідно, передпорядком, частковим порядком, лінійним передпорядком і лінійним порядком.

Надалі, якщо $x \leqslant y$ у квазівпорядкованій множини $(X, \leqslant)$, то писатимемо також $y \geqslant x$, і, очевидно, що відношення $\geqslant$ є оберненим до $\leqslant$.

Елемент x частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$ називається:

- *мінімальним*, якщо з $y \leqslant x$ випливає рівність $x = y$ для $y \in X$;
- *максимальним*, якщо з $x \leqslant y$ випливає рівність $x = y$ для $y \in X$;
- *найменшим*, якщо $x \leqslant y$ для всіх $y \in X$;
- *найбільшим*, якщо $y \leqslant x$ для всіх $y \in X$.

Вправа 1.2.25

Наведіть приклади частково впорядкованих множин, які розрізняють поняття мінімальний та найменший елемент (максимальний та найбільший елемент).

Вправа 1.2.23

Наведіть приклади, які розрізняють квазівпорядковані, частково впорядковані та лінійно впорядковані множини.

Вправа 1.2.24

Доведіть, що обернене відношення до передпорядку, частково порядку, лінійного передпорядку та лінійного порядку є, відповідно, передпорядком, частковим порядком, лінійним передпорядком і лінійним порядком.

Надалі, якщо $x \leqslant y$ у квазівпорядкованій множини $(X, \leqslant)$, то писатимемо також $y \geqslant x$, і, очевидно, що відношення $\geqslant$ є оберненим до $\leqslant$.

Елемент x частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$ називається:

- *мінімальним*, якщо з $y \leqslant x$ випливає рівність $x = y$ для $y \in X$;
- *максимальним*, якщо з $x \leqslant y$ випливає рівність $x = y$ для $y \in X$;
- *найменшим*, якщо $x \leqslant y$ для всіх $y \in X$;
- *найбільшим*, якщо $y \leqslant x$ для всіх $y \in X$.

Вправа 1.2.25

Наведіть приклади частково впорядкованих множин, які розрізняють поняття мінімальний та найменший елемент (максимальний та найбільший елемент).

Вправа 1.2.23

Наведіть приклади, які розрізняють квазівпорядковані, частково впорядковані та лінійно впорядковані множини.

Вправа 1.2.24

Доведіть, що обернене відношення до передпорядку, частково порядку, лінійного передпорядку та лінійного порядку є, відповідно, передпорядком, частковим порядком, лінійним передпорядком і лінійним порядком.

Надалі, якщо $x \leqslant y$ у квазівпорядкованій множини $(X, \leqslant)$, то писатимемо також $y \geqslant x$, і, очевидно, що відношення $\geqslant$ є оберненим до $\leqslant$.

Елемент x частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$ називається:

- *мінімальним*, якщо з $y \leqslant x$ випливає рівність $x = y$ для $y \in X$;
- *максимальним*, якщо з $x \leqslant y$ випливає рівність $x = y$ для $y \in X$;
- *найменшим*, якщо $x \leqslant y$ для всіх $y \in X$;
- *найбільшим*, якщо $y \leqslant x$ для всіх $y \in X$.

Вправа 1.2.25

Наведіть приклади частково впорядкованих множин, які розрізняють поняття мінімальний та найменший елемент (максимальний та найбільший елемент).

Вправа 1.2.23

Наведіть приклади, які розрізняють квазівпорядковані, частково впорядковані та лінійно впорядковані множини.

Вправа 1.2.24

Доведіть, що обернене відношення до передпорядку, частково порядку, лінійного передпорядку та лінійного порядку є, відповідно, передпорядком, частковим порядком, лінійним передпорядком і лінійним порядком.

Надалі, якщо $x \leqslant y$ у квазівпорядкованій множини $(X, \leqslant)$, то писатимемо також $y \geqslant x$, і, очевидно, що відношення $\geqslant$ є оберненим до $\leqslant$.

Елемент x частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$ називається:

- *мінімальним*, якщо з $y \leqslant x$ випливає рівність $x = y$ для $y \in X$;
- *максимальним*, якщо з $x \leqslant y$ випливає рівність $x = y$ для $y \in X$;
- *найменшим*, якщо $x \leqslant y$ для всіх $y \in X$;
- *найбільшим*, якщо $y \leqslant x$ для всіх $y \in X$.

Вправа 1.2.25

Наведіть приклади частково впорядкованих множин, які розрізняють поняття мінімальний та найменший елемент (максимальний та найбільший елемент).

Вправа 1.2.23

Наведіть приклади, які розрізняють квазівпорядковані, частково впорядковані та лінійно впорядковані множини.

Вправа 1.2.24

Доведіть, що обернене відношення до передпорядку, частково порядку, лінійного передпорядку та лінійного порядку є, відповідно, передпорядком, частковим порядком, лінійним передпорядком і лінійним порядком.

Надалі, якщо $x \leqslant y$ у квазівпорядкованій множини $(X, \leqslant)$, то писатимемо також $y \geqslant x$, і, очевидно, що відношення $\geqslant$ є оберненим до $\leqslant$.

Елемент x частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$ називається:

- *мінімальним*, якщо з $y \leqslant x$ випливає рівність $x = y$ для $y \in X$;
- *максимальним*, якщо з $x \leqslant y$ випливає рівність $x = y$ для $y \in X$;
- *найменшим*, якщо $x \leqslant y$ для всіх $y \in X$;
- *найбільшим*, якщо $y \leqslant x$ для всіх $y \in X$.

Вправа 1.2.25

Наведіть приклади частково впорядкованих множин, які розрізняють поняття мінімальний та найменший елемент (максимальний та найбільший елемент).

Вправа 1.2.23

Наведіть приклади, які розрізняють квазівпорядковані, частково впорядковані та лінійно впорядковані множини.

Вправа 1.2.24

Доведіть, що обернене відношення до передпорядку, частково порядку, лінійного передпорядку та лінійного порядку є, відповідно, передпорядком, частковим порядком, лінійним передпорядком і лінійним порядком.

Надалі, якщо $x \leqslant y$ у квазівпорядкованій множини $(X, \leqslant)$, то писатимемо також $y \geqslant x$, і, очевидно, що відношення $\geqslant$ є оберненим до $\leqslant$.

Елемент x частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$ називається:

- *мінімальним*, якщо з $y \leqslant x$ випливає рівність $x = y$ для $y \in X$;
- *максимальним*, якщо з $x \leqslant y$ випливає рівність $x = y$ для $y \in X$;
- *найменшим*, якщо $x \leqslant y$ для всіх $y \in X$;
- *найбільшим*, якщо $y \leqslant x$ для всіх $y \in X$.

Вправа 1.2.25

Наведіть приклади частково впорядкованих множин, які розрізняють поняття мінімальний та найменший елемент (максимальний та найбільший елемент).

Вправа 1.2.23

Наведіть приклади, які розрізняють квазівпорядковані, частково впорядковані та лінійно впорядковані множини.

Вправа 1.2.24

Доведіть, що обернене відношення до передпорядку, частково порядку, лінійного передпорядку та лінійного порядку є, відповідно, передпорядком, частковим порядком, лінійним передпорядком і лінійним порядком.

Надалі, якщо $x \leqslant y$ у квазівпорядкованій множини $(X, \leqslant)$, то писатимемо також $y \geqslant x$, і, очевидно, що відношення $\geqslant$ є оберненим до $\leqslant$.

Елемент x частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$ називається:

- *мінімальним*, якщо з $y \leqslant x$ випливає рівність $x = y$ для $y \in X$;
- *максимальним*, якщо з $x \leqslant y$ випливає рівність $x = y$ для $y \in X$;
- *найменшим*, якщо $x \leqslant y$ для всіх $y \in X$;
- *найбільшим*, якщо $y \leqslant x$ для всіх $y \in X$.

Вправа 1.2.25

Наведіть приклади частково впорядкованих множин, які розрізняють поняття мінімальний та найменший елемент (максимальний та найбільший елемент).

Вправа 1.2.23

Наведіть приклади, які розрізняють квазівпорядковані, частково впорядковані та лінійно впорядковані множини.

Вправа 1.2.24

Доведіть, що обернене відношення до передпорядку, частково порядку, лінійного передпорядку та лінійного порядку є, відповідно, передпорядком, частковим порядком, лінійним передпорядком і лінійним порядком.

Надалі, якщо $x \leqslant y$ у квазівпорядкованій множини $(X, \leqslant)$, то писатимемо також $y \geqslant x$, і, очевидно, що відношення $\geqslant$ є оберненим до $\leqslant$.

Елемент x частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$ називається:

- *мінімальним*, якщо з $y \leqslant x$ випливає рівність $x = y$ для $y \in X$;
- *максимальним*, якщо з $x \leqslant y$ випливає рівність $x = y$ для $y \in X$;
- *найменшим*, якщо $x \leqslant y$ для всіх $y \in X$;
- *найбільшим*, якщо $y \leqslant x$ для всіх $y \in X$.

Вправа 1.2.25

Наведіть приклади частково впорядкованих множин, які розрізняють поняття мінімальний та найменший елемент (максимальний та найбільший елемент).

Вправа 1.2.23

Наведіть приклади, які розрізняють квазівпорядковані, частково впорядковані та лінійно впорядковані множини.

Вправа 1.2.24

Доведіть, що обернене відношення до передпорядку, частково порядку, лінійного передпорядку та лінійного порядку є, відповідно, передпорядком, частковим порядком, лінійним передпорядком і лінійним порядком.

Надалі, якщо $x \leqslant y$ у квазівпорядкованій множини $(X, \leqslant)$, то писатимемо також $y \geqslant x$, і, очевидно, що відношення $\geqslant$ є оберненим до $\leqslant$.

Елемент x частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$ називається:

- *мінімальним*, якщо з $y \leqslant x$ випливає рівність $x = y$ для $y \in X$;
- *максимальним*, якщо з $x \leqslant y$ випливає рівність $x = y$ для $y \in X$;
- *найменшим*, якщо $x \leqslant y$ для всіх $y \in X$;
- *найбільшим*, якщо $y \leqslant x$ для всіх $y \in X$.

Вправа 1.2.25

Наведіть приклади частково впорядкованих множин, які розрізняють поняття мінімальний та найменший елемент (максимальний та найбільший елемент).

Вправа 1.2.26

Чи існує неодноточкова частково впорядкована множина з мінімальним елементам, який є максимальним?

Елемент a частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$ називається *найменшою* (*точною*) *верхньою гранню* підмножини $A \subseteq X$, якщо $x \leqslant a$ для всіх $x \in A$ і якщо кожен елемент $b \in X$ такий, що $x \leqslant b$ для всіх $x \leqslant b$ для всіх $x \in A$, задовольняє нерівність $a \leqslant b$. *Найбільша* (*точна*) *нижня грань* підмножини $A \subseteq X$ визначається дуальним чином. Зауважимо, що найменша верхня грань частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$, якщо вона існує, є найбільшим елементом множини X, а найбільша нижня грань множини X, якщо вона існує, є найменшим елементом множини X.

Нехай X — довільна множина і $\leq$ — бінарне відношення на X. Будемо говорити, що відношення $\leq$ *направляє* або, що *множина X направлена відношенням* $\leq$, якщо відношення $\leq$ задовольняє такі умови:

($\mathscr{D}1$) якщо $x \leq y$ і $y \leq z$, то $x \leq z$;

($\mathscr{D}2$) $x \leq x$ для кожного $x \in X$;

($\mathscr{D}3$) для довільних $x, y \in X$ існує такий елемент $z \in X$, що $x \leq z$ і $y \leq z$.

Вправа 1.2.26

Чи існує неодноточкова частково впорядкована множина з мінімальним елементам, який є максимальним?

Елемент a частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$ називається *найменшою* (*точною*) *верхньою гранню* підмножини $A \subseteq X$, якщо $x \leqslant a$ для всіх $x \in A$ і якщо кожен елемент $b \in X$ такий, що $x \leqslant b$ для всіх $x \leqslant b$ для всіх $x \in A$, задовольняє нерівність $a \leqslant b$. *Найбільша* (*точна*) *нижня грань* підмножини $A \subseteq X$ визначається дуальним чином. Зауважимо, що найменша верхня грань частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$, якщо вона існує, є найбільшим елементом множини X, а найбільша нижня грань множини X, якщо вона існує, є найменшим елементом множини X.

Нехай X — довільна множина і $\leq$ — бінарне відношення на X. Будемо говорити, що відношення $\leq$ *направляє* або, що *множина X направлена відношенням* $\leq$, якщо відношення $\leq$ задовольняє такі умови:

($\mathscr{D}1$) якщо $x \leq y$ і $y \leq z$, то $x \leq z$;

($\mathscr{D}2$) $x \leq x$ для кожного $x \in X$;

($\mathscr{D}3$) для довільних $x, y \in X$ існує такий елемент $z \in X$, що $x \leq z$ і $y \leq z$.

Лекція 5: Упорядкування. Порядкові числа

Вправа 1.2.26

Чи існує неодноточкова частково впорядкована множина з мінімальним елементам, який є максимальним?

Елемент a частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$ називається *найменшою* (*точною*) *верхньою гранню* підмножини $A \subseteq X$, якщо $x \leqslant a$ для всіх $x \in A$ і якщо кожен елемент $b \in X$ такий, що $x \leqslant b$ для всіх $x \leqslant b$ для всіх $x \in A$, задовольняє нерівність $a \leqslant b$. *Найбільша* (*точна*) *нижня грань* підмножини $A \subseteq X$ визначається дуальним чином. Зауважимо, що найменша верхня грань частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$, якщо вона існує, є найбільшим елементом множини X, а найбільша нижня грань множини X, якщо вона існує, є найменшим елементом множини X.

Нехай X — довільна множина і $\leq$ — бінарне відношення на X. Будемо говорити, що відношення $\leq$ *направляє* або, що *множина* X *направлена відношенням* $\leq$, якщо відношення $\leq$ задовольняє такі умови:

$(\mathscr{D}1)$ якщо $x \leq y$ і $y \leq z$, то $x \leq z$;

$(\mathscr{D}2)$ $x \leq x$ для кожного $x \in X$;

$(\mathscr{D}3)$ для довільних $x, y \in X$ існує такий елемент $z \in X$, що $x \leq z$ і $y \leq z$.

Вправа 1.2.26

Чи існує неодноточкова частково впорядкована множина з мінімальним елементам, який є максимальним?

Елемент a частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$ називається *найменшою* (*точною*) *верхньою гранню* підмножини $A \subseteq X$, якщо $x \leqslant a$ для всіх $x \in A$ і якщо кожен елемент $b \in X$ такий, що $x \leqslant b$ для всіх $x \leqslant b$ для всіх $x \in A$, задовольняє нерівність $a \leqslant b$. *Найбільша* (*точна*) *нижня грань* підмножини $A \subseteq X$ визначається дуальним чином. Зауважимо, що найменша верхня грань частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$, якщо вона існує, є найбільшим елементом множини X, а найбільша нижня грань множини X, якщо вона існує, є найменшим елементом множини X.

Нехай X — довільна множина і $\leq$ — бінарне відношення на X. Будемо говорити, що відношення $\leq$ *направляє* або, що *множина X направлена відношенням* $\leq$, якщо відношення $\leq$ задовольняє такі умови:

($\mathscr{D}1$) якщо $x \leq y$ і $y \leq z$, то $x \leq z$;

($\mathscr{D}2$) $x \leq x$ для кожного $x \in X$;

($\mathscr{D}3$) для довільних $x, y \in X$ існує такий елемент $z \in X$, що $x \leq z$ і $y \leq z$.

Лекція 5: Упорядкування. Порядкові числа

Вправа 1.2.26

Чи існує неодноточкова частково впорядкована множина з мінімальним елементам, який є максимальним?

Елемент a частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$ називається *найменшою* (*точною*) *верхньою гранню* підмножини $A \subseteq X$, якщо $x \leqslant a$ для всіх $x \in A$ і якщо кожен елемент $b \in X$ такий, що $x \leqslant b$ для всіх $x \leqslant b$ для всіх $x \in A$, задовольняє нерівність $a \leqslant b$. *Найбільша* (*точна*) *нижня грань* підмножини $A \subseteq X$ визначається дуальним чином. Зауважимо, що найменша верхня грань частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$, якщо вона існує, є найбільшим елементом множини X, а найбільша нижня грань множини X, якщо вона існує, є найменшим елементом множини X.

Нехай X — довільна множина і $\leq$ — бінарне відношення на X. Будемо говорити, що відношення $\leq$ *направляє* або, що *множина X направлена відношенням* $\leq$, якщо відношення $\leq$ задовольняє такі умови:

($\mathscr{D}1$) якщо $x \leq y$ і $y \leq z$, то $x \leq z$;

($\mathscr{D}2$) $x \leq x$ для кожного $x \in X$;

($\mathscr{D}3$) для довільних $x, y \in X$ існує такий елемент $z \in X$, що $x \leq z$ і $y \leq z$.

Вправа 1.2.26

Чи існує неодноточкова частково впорядкована множина з мінімальним елементам, який є максимальним?

Елемент a частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$ називається *найменшою* (*точною*) *верхньою гранню* підмножини $A \subseteq X$, якщо $x \leqslant a$ для всіх $x \in A$ і якщо кожен елемент $b \in X$ такий, що $x \leqslant b$ для всіх $x \leqslant b$ для всіх $x \in A$, задовольняє нерівність $a \leqslant b$. *Найбільша* (*точна*) *нижня грань* підмножини $A \subseteq X$ визначається дуальним чином. Зауважимо, що найменша верхня грань частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$, якщо вона існує, є найбільшим елементом множини X, а найбільша нижня грань множини X, якщо вона існує, є найменшим елементом множини X.

Нехай X — довільна множина і $\leq$ — бінарне відношення на X. Будемо говорити, що відношення $\leq$ *направляє* або, що *множина* X *направлена відношенням* $\leq$, якщо відношення $\leq$ задовольняє такі умови:

($\mathscr{D}1$) якщо $x \leq y$ і $y \leq z$, то $x \leq z$;

($\mathscr{D}2$) $x \leq x$ для кожного $x \in X$;

($\mathscr{D}3$) для довільних $x, y \in X$ існує такий елемент $z \in X$, що $x \leq z$ і $y \leq z$.

Вправа 1.2.26

Чи існує неодноточкова частково впорядкована множина з мінімальним елементам, який є максимальним?

Елемент a частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$ називається *найменшою* (*точною*) *верхньою гранню* підмножини $A \subseteq X$, якщо $x \leqslant a$ для всіх $x \in A$ і якщо кожен елемент $b \in X$ такий, що $x \leqslant b$ для всіх $x \leqslant b$ для всіх $x \in A$, задовольняє нерівність $a \leqslant b$. *Найбільша* (*точна*) *нижня грань* підмножини $A \subseteq X$ визначається дуальним чином. Зауважимо, що найменша верхня грань частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$, якщо вона існує, є найбільшим елементом множини X, а найбільша нижня грань множини X, якщо вона існує, є найменшим елементом множини X.

Нехай X — довільна множина і $\leq$ — бінарне відношення на X. Будемо говорити, що відношення $\leq$ *направляє* або, що *множина X направлена відношенням* $\leq$, якщо відношення $\leq$ задовольняє такі умови:

($\mathscr{D}1$) якщо $x \leq y$ і $y \leq z$, то $x \leq z$;

($\mathscr{D}2$) $x \leq x$ для кожного $x \in X$;

($\mathscr{D}3$) для довільних $x, y \in X$ існує такий елемент $z \in X$, що $x \leq z$ і $y \leq z$.

Вправа 1.2.26

Чи існує неодноточкова частково впорядкована множина з мінімальним елементам, який є максимальним?

Елемент a частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$ називається *найменшою* (*точною*) *верхньою гранню* підмножини $A \subseteq X$, якщо $x \leqslant a$ для всіх $x \in A$ і якщо кожен елемент $b \in X$ такий, що $x \leqslant b$ для всіх $x \leqslant b$ для всіх $x \in A$, задовольняє нерівність $a \leqslant b$. *Найбільша* (*точна*) *нижня грань* підмножини $A \subseteq X$ визначається дуальним чином. Зауважимо, що найменша верхня грань частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$, якщо вона існує, є найбільшим елементом множини X, а найбільша нижня грань множини X, якщо вона існує, є найменшим елементом множини X.

Нехай X — довільна множина і $\leq$ — бінарне відношення на X. Будемо говорити, що відношення $\leq$ *направляє* або, що *множина X направлена відношенням* $\leq$, якщо відношення $\leq$ задовольняє такі умови:

($\mathscr{D}1$) якщо $x \leq y$ і $y \leq z$, то $x \leq z$;

($\mathscr{D}2$) $x \leq x$ для кожного $x \in X$;

($\mathscr{D}3$) для довільних $x, y \in X$ існує такий елемент $z \in X$, що $x \leq z$ і $y \leq z$.

Вправа 1.2.26

Чи існує неодноточкова частково впорядкована множина з мінімальним елементам, який є максимальним?

Елемент a частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$ називається *найменшою* (*точною*) *верхньою гранню* підмножини $A \subseteq X$, якщо $x \leqslant a$ для всіх $x \in A$ і якщо кожен елемент $b \in X$ такий, що $x \leqslant b$ для всіх $x \leqslant b$ для всіх $x \in A$, задовольняє нерівність $a \leqslant b$. *Найбільша* (*точна*) *нижня грань* підмножини $A \subseteq X$ визначається дуальним чином. Зауважимо, що найменша верхня грань частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$, якщо вона існує, є найбільшим елементом множини X, а найбільша нижня грань множини X, якщо вона існує, є найменшим елементом множини X.

Нехай X — довільна множина і $\leq$ — бінарне відношення на X. Будемо говорити, що відношення $\leq$ *направляє* або, що *множина* X *направлена відношенням* $\leq$, якщо відношення $\leq$ задовольняє такі умови:

($\mathscr{D}1$) якщо $x \leq y$ і $y \leq z$, то $x \leq z$;

($\mathscr{D}2$) $x \leq x$ для кожного $x \in X$;

($\mathscr{D}3$) для довільних $x, y \in X$ існує такий елемент $z \in X$, що $x \leq z$ і $y \leq z$.

Лекція 5: Упорядкування. Порядкові числа

Вправа 1.2.26

Чи існує неодноточкова частково впорядкована множина з мінімальним елементам, який є максимальним?

Елемент a частково впорядкованої множини $(X,\leqslant)$ називається *найменшою* (*точною*) *верхньою гранню* підмножини $A\subseteq X$, якщо $x\leqslant a$ для всіх $x\in A$ і якщо кожен елемент $b\in X$ такий, що $x\leqslant b$ для всіх $x\leqslant b$ для всіх $x\in A$, задовольняє нерівність $a\leqslant b$. *Найбільша* (*точна*) *нижня грань* підмножини $A\subseteq X$ визначається дуальним чином. Зауважимо, що найменша верхня грань частково впорядкованої множини $(X,\leqslant)$, якщо вона існує, є найбільшим елементом множини X, а найбільша нижня грань множини X, якщо вона існує, є найменшим елементом множини X.

Нехай X — довільна множина і $\le$ — бінарне відношення на X. Будемо говорити, що відношення $\le$ *направляє* або, що *множина X направлена відношенням* $\le$, якщо відношення $\le$ задовольняє такі умови:

($\mathscr{D}1$) якщо $x\le y$ і $y\le z$, то $x\le z$;

($\mathscr{D}2$) $x\le x$ для кожного $x\in X$;

($\mathscr{D}3$) для довільних $x,y\in X$ існує такий елемент $z\in X$, що $x\le z$ і $y\le z$.

Вправа 1.2.26

Чи існує неодноточкова частково впорядкована множина з мінімальним елементам, який є максимальним?

Елемент a частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$ називається *найменшою* (*точною*) *верхньою гранню* підмножини $A \subseteq X$, якщо $x \leqslant a$ для всіх $x \in A$ і якщо кожен елемент $b \in X$ такий, що $x \leqslant b$ для всіх $x \leqslant b$ для всіх $x \in A$, задовольняє нерівність $a \leqslant b$. *Найбільша* (*точна*) *нижня грань* підмножини $A \subseteq X$ визначається дуальним чином. Зауважимо, що найменша верхня грань частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$, якщо вона існує, є найбільшим елементом множини X, а найбільша нижня грань множини X, якщо вона існує, є найменшим елементом множини X.

Нехай X — довільна множина і $\leq$ — бінарне відношення на X. Будемо говорити, що відношення $\leq$ *направляє* або, що *множина X направлена відношенням* $\leq$, якщо відношення $\leq$ задовольняє такі умови:

($\mathscr{D}1$) якщо $x \leq y$ і $y \leq z$, то $x \leq z$;

($\mathscr{D}2$) $x \leq x$ для кожного $x \in X$;

($\mathscr{D}3$) для довільних $x, y \in X$ існує такий елемент $z \in X$, що $x \leq z$ і $y \leq z$.

Лекція 5: Упорядкування. Порядкові числа

Вправа 1.2.26

Чи існує неодноточкова частково впорядкована множина з мінімальним елементам, який є максимальним?

Елемент a частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$ називається *найменшою* (*точною*) *верхньою гранню* підмножини $A \subseteq X$, якщо $x \leqslant a$ для всіх $x \in A$ і якщо кожен елемент $b \in X$ такий, що $x \leqslant b$ для всіх $x \leqslant b$ для всіх $x \in A$, задовольняє нерівність $a \leqslant b$. *Найбільша* (*точна*) *нижня грань* підмножини $A \subseteq X$ визначається дуальним чином. Зауважимо, що найменша верхня грань частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$, якщо вона існує, є найбільшим елементом множини X, а найбільша нижня грань множини X, якщо вона існує, є найменшим елементом множини X.

Нехай X — довільна множина і $\leq$ — бінарне відношення на X. Будемо говорити, що відношення $\leq$ *направляє* або, що *множина X направлена відношенням* $\leq$, якщо відношення $\leq$ задовольняє такі умови:

($\mathscr{D}1$) якщо $x \leq y$ і $y \leq z$, то $x \leq z$;

($\mathscr{D}2$) $x \leq x$ для кожного $x \in X$;

($\mathscr{D}3$) для довільних $x, y \in X$ існує такий елемент $z \in X$, що $x \leq z$ і $y \leq z$.

Лекція 5: Упорядкування. Порядкові числа

Вправа 1.2.26

Чи існує неодноточкова частково впорядкована множина з мінімальним елементам, який є максимальним?

Елемент a частково впорядкованої множини $(X,\leqslant)$ називається *найменшою* (*точною*) *верхньою гранню* підмножини $A\subseteq X$, якщо $x\leqslant a$ для всіх $x\in A$ і якщо кожен елемент $b\in X$ такий, що $x\leqslant b$ для всіх $x\leqslant b$ для всіх $x\in A$, задовольняє нерівність $a\leqslant b$. *Найбільша* (*точна*) *нижня грань* підмножини $A\subseteq X$ визначається дуальним чином. Зауважимо, що найменша верхня грань частково впорядкованої множини $(X,\leqslant)$, якщо вона існує, є найбільшим елементом множини X, а найбільша нижня грань множини X, якщо вона існує, є найменшим елементом множини X.

Нехай X — довільна множина і $\leq$ — бінарне відношення на X. Будемо говорити, що відношення $\leq$ *направляє* або, що *множина X направлена відношенням* $\leq$, якщо відношення $\leq$ задовольняє такі умови:

($\mathscr{D}1$) якщо $x\leq y$ і $y\leq z$, то $x\leq z$;

($\mathscr{D}2$) $x\leq x$ для кожного $x\in X$;

($\mathscr{D}3$) для довільних $x,y\in X$ існує такий елемент $z\in X$, що $x\leq z$ і $y\leq z$.

Лекція 5: Упорядкування. Порядкові числа

Вправа 1.2.26

Чи існує неодноточкова частково впорядкована множина з мінімальним елементам, який є максимальним?

Елемент a частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$ називається *найменшою* (*точною*) *верхньою гранню* підмножини $A \subseteq X$, якщо $x \leqslant a$ для всіх $x \in A$ і якщо кожен елемент $b \in X$ такий, що $x \leqslant b$ для всіх $x \leqslant b$ для всіх $x \in A$, задовольняє нерівність $a \leqslant b$. *Найбільша* (*точна*) *нижня грань* підмножини $A \subseteq X$ визначається дуальним чином. Зауважимо, що найменша верхня грань частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$, якщо вона існує, є найбільшим елементом множини X, а найбільша нижня грань множини X, якщо вона існує, є найменшим елементом множини X.

Нехай X — довільна множина і $\leq$ — бінарне відношення на X. Будемо говорити, що відношення $\leq$ *направляє* або, що *множина X направлена відношенням* $\leq$, якщо відношення $\leq$ задовольняє такі умови:

($\mathscr{D}1$) якщо $x \leq y$ і $y \leq z$, то $x \leq z$;

($\mathscr{D}2$) $x \leq x$ для кожного $x \in X$;

($\mathscr{D}3$) для довільних $x, y \in X$ існує такий елемент $z \in X$, що $x \leq z$ і $y \leq z$.

Вправа 1.2.26

Чи існує неодноточкова частково впорядкована множина з мінімальним елементам, який є максимальним?

Елемент a частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$ називається *найменшою* (*точною*) *верхньою гранню* підмножини $A \subseteq X$, якщо $x \leqslant a$ для всіх $x \in A$ і якщо кожен елемент $b \in X$ такий, що $x \leqslant b$ для всіх $x \leqslant b$ для всіх $x \in A$, задовольняє нерівність $a \leqslant b$. *Найбільша* (*точна*) *нижня грань* підмножини $A \subseteq X$ визначається дуальним чином. Зауважимо, що найменша верхня грань частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$, якщо вона існує, є найбільшим елементом множини X, а найбільша нижня грань множини X, якщо вона існує, є найменшим елементом множини X.

Нехай X — довільна множина і $\leq$ — бінарне відношення на X. Будемо говорити, що відношення $\leq$ *направляє* або, що *множина X направлена відношенням* $\leq$, якщо відношення $\leq$ задовольняє такі умови:

($\mathscr{D}1$) якщо $x \leq y$ і $y \leq z$, то $x \leq z$;

($\mathscr{D}2$) $x \leq x$ для кожного $x \in X$;

($\mathscr{D}3$) для довільних $x, y \in X$ існує такий елемент $z \in X$, що $x \leq z$ і $y \leq z$.

Вправа 1.2.26

Чи існує неодноточкова частково впорядкована множина з мінімальним елементам, який є максимальним?

Елемент a частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$ називається *найменшою* (*точною*) *верхньою гранню* підмножини $A \subseteq X$, якщо $x \leqslant a$ для всіх $x \in A$ і якщо кожен елемент $b \in X$ такий, що $x \leqslant b$ для всіх $x \leqslant b$ для всіх $x \in A$, задовольняє нерівність $a \leqslant b$. *Найбільша* (*точна*) *нижня грань* підмножини $A \subseteq X$ визначається дуальним чином. Зауважимо, що найменша верхня грань частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$, якщо вона існує, є найбільшим елементом множини X, а найбільша нижня грань множини X, якщо вона існує, є найменшим елементом множини X.

Нехай X — довільна множина і $\leq$ — бінарне відношення на X. Будемо говорити, що відношення $\leq$ *направляє* або, що *множина* X *направлена відношенням* $\leq$, якщо відношення $\leq$ задовольняє такі умови:

($\mathscr{D}1$) якщо $x \leq y$ і $y \leq z$, то $x \leq z$;

($\mathscr{D}2$) $x \leq x$ для кожного $x \in X$;

($\mathscr{D}3$) для довільних $x, y \in X$ існує такий елемент $z \in X$, що $x \leq z$ і $y \leq z$.

Вправа 1.2.26

Чи існує неодноточкова частково впорядкована множина з мінімальним елементам, який є максимальним?

Елемент a частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$ називається *найменшою* (*точною*) *верхньою гранню* підмножини $A \subseteq X$, якщо $x \leqslant a$ для всіх $x \in A$ і якщо кожен елемент $b \in X$ такий, що $x \leqslant b$ для всіх $x \leqslant b$ для всіх $x \in A$, задовольняє нерівність $a \leqslant b$. *Найбільша* (*точна*) *нижня грань* підмножини $A \subseteq X$ визначається дуальним чином. Зауважимо, що найменша верхня грань частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$, якщо вона існує, є найбільшим елементом множини X, а найбільша нижня грань множини X, якщо вона існує, є найменшим елементом множини X.

Нехай X — довільна множина і $\leq$ — бінарне відношення на X. Будемо говорити, що відношення $\leq$ *направляє* або, що *множина X направлена відношенням* $\leq$, якщо відношення $\leq$ задовольняє такі умови:

($\mathscr{D}1$) якщо $x \leq y$ і $y \leq z$, то $x \leq z$;

($\mathscr{D}2$) $x \leq x$ для кожного $x \in X$;

($\mathscr{D}3$) для довільних $x, y \in X$ існує такий елемент $z \in X$, що $x \leq z$ і $y \leq z$.

Вправа 1.2.26

Чи існує неодноточкова частково впорядкована множина з мінімальним елементам, який є максимальним?

Елемент a частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$ називається *найменшою* (*точною*) *верхньою гранню* підмножини $A \subseteq X$, якщо $x \leqslant a$ для всіх $x \in A$ і якщо кожен елемент $b \in X$ такий, що $x \leqslant b$ для всіх $x \leqslant b$ для всіх $x \in A$, задовольняє нерівність $a \leqslant b$. *Найбільша* (*точна*) *нижня грань* підмножини $A \subseteq X$ визначається дуальним чином. Зауважимо, що найменша верхня грань частково впорядкованої множини $(X, \leqslant)$, якщо вона існує, є найбільшим елементом множини X, а найбільша нижня грань множини X, якщо вона існує, є найменшим елементом множини X.

Нехай X — довільна множина і $\leq$ — бінарне відношення на X. Будемо говорити, що відношення $\leq$ *направляє* або, що *множина X направлена відношенням* $\leq$, якщо відношення $\leq$ задовольняє такі умови:

($\mathscr{D}1$) якщо $x \leq y$ і $y \leq z$, то $x \leq z$;

($\mathscr{D}2$) $x \leq x$ для кожного $x \in X$;

($\mathscr{D}3$) для довільних $x, y \in X$ існує такий елемент $z \in X$, що $x \leq z$ і $y \leq z$.

Лекція 5: Упорядкування. Порядкові числа

Підмножина A множини X, направленої відношенням $\leq$, *конфінальна* в X, якщо для кожного елемента $x \in X$ існує такий елемент $a \in A$, що $x \leq a$. Конфінальні підмножини лінійно впорядкованої множини та частково впорядкованої множини визначаються аналогічно.

Частково впорядкована множина, у якій кожна непорожня підмножина містить мінімальний елемент називається *цілком впорядкованою*, а цей порядок на ній називається *повним*. Очевидно, що кожен повний порядок є лінійним.

Будемо говорити, що відображення $f\colon (X, \leq) \to (Y, \leqq)$ частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$ *зберігає порядок* або є *монотонним*, якщо для для довільних $x_1, x_2 \in X$ з $x_1 \leq x_2$ випливає $f(x_1) \leqq f(x_2)$. Якщо існує бієктивне монотонне відображення лінійно впорядкованої множини X на лінійно впорядковану множину Y, то будемо говорити, що X і Y є *подібними* або *порядково ізоморфними*, і саме це відображення називається *відображенням подібності* або *порядковим ізоморфізмом* лінійно впорядкованих множин X і Y. Бієктивне монотонне відображення $f\colon (X, \leq) \to (Y, \leqq)$ частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$, обернене до якого є монотонним, називається *відображенням подібності* або *порядковим ізоморфізмом* частково впорядкованих множин $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$.

Підмножина A множини X, направленої відношенням $\leq$, *конфінальна* в X, якщо для кожного елемента $x \in X$ існує такий елемент $a \in A$, що $x \leq a$. Конфінальні підмножини лінійно впорядкованої множини та частково впорядкованої множини визначаються аналогічно.

Частково впорядкована множина, у якій кожна непорожня підмножина містить мінімальний елемент називається *цілком впорядкованою*, а цей порядок на ній називається *повним*. Очевидно, що кожен повний порядок є лінійним.

Будемо говорити, що відображення $f\colon (X, \leq) \to (Y, \leq)$ частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leq)$ *зберігає порядок* або є *монотонним*, якщо для для довільних $x_1, x_2 \in X$ з $x_1 \leq x_2$ випливає $f(x_1) \leq f(x_2)$. Якщо існує бієктивне монотонне відображення лінійно впорядкованої множини X на лінійно впорядковану множину Y, то будемо говорити, що X і Y є *подібними* або *порядково ізоморфними*, і саме це відображення називається *відображенням подібності* або *порядковим ізоморфізмом* лінійно впорядкованих множин X і Y. Бієктивне монотонне відображення $f\colon (X, \leq) \to (Y, \leq)$ частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leq)$, обернене до якого є монотонним, називається *відображенням подібності* або *порядковим ізоморфізмом* частково впорядкованих множин $(X, \leq)$ і $(Y, \leq)$.

Підмножина A множини X, направленої відношенням $\leq$, *конфінальна* в X, якщо для кожного елемента $x \in X$ існує такий елемент $a \in A$, що $x \leq a$. Конфінальні підмножини лінійно впорядкованої множини та частково впорядкованої множини визначаються аналогічно.

Частково впорядкована множина, у якій кожна непорожня підмножина містить мінімальний елемент називається *цілком впорядкованою*, а цей порядок на ній називається *повним*. Очевидно, що кожен повний порядок є лінійним.

Будемо говорити, що відображення $f\colon (X, \leq) \to (Y, \leq)$ частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leq)$ *зберігає порядок* або є *монотонним*, якщо для для довільних $x_1, x_2 \in X$ з $x_1 \leq x_2$ випливає $f(x_1) \leq f(x_2)$. Якщо існує бієктивне монотонне відображення лінійно впорядкованої множини X на лінійно впорядковану множину Y, то будемо говорити, що X і Y є *подібними* або *порядково ізоморфними*, і саме це відображення називається *відображенням подібності* або *порядковим ізоморфізмом* лінійно впорядкованих множин X і Y. Бієктивне монотонне відображення $f\colon (X, \leq) \to (Y, \leq)$ частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leq)$, обернене до якого є монотонним, називається *відображенням подібності* або *порядковим ізоморфізмом* частково впорядкованих множин $(X, \leq)$ і $(Y, \leq)$.

Підмножина A множини X, направленої відношенням $\leq$, *конфінальна* в X, якщо для кожного елемента $x \in X$ існує такий елемент $a \in A$, що $x \leq a$. Конфінальні підмножини лінійно впорядкованої множини та частково впорядкованої множини визначаються аналогічно.

Частково впорядкована множина, у якій кожна непорожня підмножина містить мінімальний елемент називається *цілком впорядкованою*, а цей порядок на ній називається *повним*. Очевидно, що кожен повний порядок є лінійним.

Будемо говорити, що відображення $f\colon (X, \leq) \to (Y, \leq)$ частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leq)$ *зберігає порядок* або є *монотонним*, якщо для для довільних $x_1, x_2 \in X$ з $x_1 \leq x_2$ випливає $f(x_1) \leq f(x_2)$. Якщо існує бієктивне монотонне відображення лінійно впорядкованої множини X на лінійно впорядковану множину Y, то будемо говорити, що X і Y є *подібними* або *порядково ізоморфними*, і саме це відображення називається *відображенням подібності* або *порядковим ізоморфізмом* лінійно впорядкованих множин X і Y. Бієктивне монотонне відображення $f\colon (X, \leq) \to (Y, \leq)$ частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leq)$, обернене до якого є монотонним, називається *відображенням подібності* або *порядковим ізоморфізмом* частково впорядкованих множин $(X, \leq)$ і $(Y, \leq)$.

Лекція 5: Упорядкування. Порядкові числа

Підмножина A множини X, направленої відношенням $\leq$, *конфінальна* в X, якщо для кожного елемента $x \in X$ існує такий елемент $a \in A$, що $x \leq a$. Конфінальні підмножини лінійно впорядкованої множини та частково впорядкованої множини визначаються аналогічно.

Частково впорядкована множина, у якій кожна непорожня підмножина містить мінімальний елемент називається *цілком впорядкованою*, а цей порядок на ній називається *повним*. Очевидно, що кожен повний порядок є лінійним.

Будемо говорити, що відображення $f\colon (X, \leq) \to (Y, \leq)$ частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leq)$ *зберігає порядок* або є *монотонним*, якщо для для довільних $x_1, x_2 \in X$ з $x_1 \leq x_2$ випливає $f(x_1) \leq f(x_2)$. Якщо існує бієктивне монотонне відображення лінійно впорядкованої множини X на лінійно впорядковану множину Y, то будемо говорити, що X і Y є *подібними* або *порядково ізоморфними*, і саме це відображення називається *відображенням подібності* або *порядковим ізоморфізмом* лінійно впорядкованих множин X і Y. Бієктивне монотонне відображення $f\colon (X, \leq) \to (Y, \leq)$ частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leq)$, обернене до якого є монотонним, називається *відображенням подібності* або *порядковим ізоморфізмом* частково впорядкованих множин $(X, \leq)$ і $(Y, \leq)$.

Лекція 5: Упорядкування. Порядкові числа

Підмножина A множини X, направленої відношенням $\leq$, *конфінальна* в X, якщо для кожного елемента $x \in X$ існує такий елемент $a \in A$, що $x \leq a$. Конфінальні підмножини лінійно впорядкованої множини та частково впорядкованої множини визначаються аналогічно.

Частково впорядкована множина, у якій кожна непорожня підмножина містить мінімальний елемент називається *цілком впорядкованою*, а цей порядок на ній називається *повним*. Очевидно, що кожен повний порядок є лінійним.

Будемо говорити, що відображення $f\colon (X, \leq) \to (Y, \leq)$ частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leq)$ *зберігає порядок* або є *монотонним*, якщо для для довільних $x_1, x_2 \in X$ з $x_1 \leq x_2$ випливає $f(x_1) \leq f(x_2)$. Якщо існує бієктивне монотонне відображення лінійно впорядкованої множини X на лінійно впорядковану множину Y, то будемо говорити, що X і Y є *подібними* або *порядково ізоморфними*, і саме це відображення називається *відображенням подібності* або *порядковим ізоморфізмом* лінійно впорядкованих множин X і Y. Бієктивне монотонне відображення $f\colon (X, \leq) \to (Y, \leq)$ частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leq)$, обернене до якого є монотонним, називається *відображенням подібності* або *порядковим ізоморфізмом* частково впорядкованих множин $(X, \leq)$ і $(Y, \leq)$.

Підмножина A множини X, направленої відношенням $\leq$, *конфінальна* в X, якщо для кожного елемента $x \in X$ існує такий елемент $a \in A$, що $x \leq a$. Конфінальні підмножини лінійно впорядкованої множини та частково впорядкованої множини визначаються аналогічно.

Частково впорядкована множина, у якій кожна непорожня підмножина містить мінімальний елемент називається *цілком впорядкованою*, а цей порядок на ній називається *повним*. Очевидно, що кожен повний порядок є лінійним.

Будемо говорити, що відображення $f\colon (X, \leq) \to (Y, \leq)$ частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leq)$ *зберігає порядок* або є *монотонним*, якщо для для довільних $x_1, x_2 \in X$ з $x_1 \leq x_2$ випливає $f(x_1) \leq f(x_2)$. Якщо існує бієктивне монотонне відображення лінійно впорядкованої множини X на лінійно впорядковану множину Y, то будемо говорити, що X і Y є *подібними* або *порядково ізоморфними*, і саме це відображення називається *відображенням подібності* або *порядковим ізоморфізмом* лінійно впорядкованих множин X і Y. Бієктивне монотонне відображення $f\colon (X, \leq) \to (Y, \leq)$ частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leq)$, обернене до якого є монотонним, називається *відображенням подібності* або *порядковим ізоморфізмом* частково впорядкованих множин $(X, \leq)$ і $(Y, \leq)$.

Підмножина A множини X, направленої відношенням $\leq$, *конфінальна* в X, якщо для кожного елемента $x \in X$ існує такий елемент $a \in A$, що $x \leq a$. Конфінальні підмножини лінійно впорядкованої множини та частково впорядкованої множини визначаються аналогічно.

Частково впорядкована множина, у якій кожна непорожня підмножина містить мінімальний елемент називається *цілком впорядкованою*, а цей порядок на ній називається *повним*. Очевидно, що кожен повний порядок є лінійним.

Будемо говорити, що відображення $f\colon (X, \leq) \to (Y, \leqq)$ частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$ *зберігає порядок* або є *монотонним*, якщо для для довільних $x_1, x_2 \in X$ з $x_1 \leq x_2$ випливає $f(x_1) \leqq f(x_2)$. Якщо існує бієктивне монотонне відображення лінійно впорядкованої множини X на лінійно впорядковану множину Y, то будемо говорити, що X і Y є *подібними* або *порядково ізоморфними*, і саме це відображення називається *відображенням подібності* або *порядковим ізоморфізмом* лінійно впорядкованих множин X і Y. Бієктивне монотонне відображення $f\colon (X, \leq) \to (Y, \leqq)$ частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$, обернене до якого є монотонним, називається *відображенням подібності* або *порядковим ізоморфізмом* частково впорядкованих множин $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$.

Підмножина A множини X, направленої відношенням $\leq$, *конфінальна* в X, якщо для кожного елемента $x \in X$ існує такий елемент $a \in A$, що $x \leq a$. Конфінальні підмножини лінійно впорядкованої множини та частково впорядкованої множини визначаються аналогічно.

Частково впорядкована множина, у якій кожна непорожня підмножина містить мінімальний елемент називається *цілком впорядкованою*, а цей порядок на ній називається *повним*. Очевидно, що кожен повний порядок є лінійним.

Будемо говорити, що відображення $f\colon (X, \leq) \to (Y, \leqq)$ частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$ *зберігає порядок* або є *монотонним*, якщо для для довільних $x_1, x_2 \in X$ з $x_1 \leq x_2$ випливає $f(x_1) \leqq f(x_2)$. Якщо існує бієктивне монотонне відображення лінійно впорядкованої множини X на лінійно впорядковану множину Y, то будемо говорити, що X і Y є *подібними* або *порядково ізоморфними*, і саме це відображення називається *відображенням подібності* або *порядковим ізоморфізмом* лінійно впорядкованих множин X і Y. Бієктивне монотонне відображення $f\colon (X, \leq) \to (Y, \leqq)$ частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$, обернене до якого є монотонним, називається *відображенням подібності* або *порядковим ізоморфізмом* частково впорядкованих множин $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$.

Підмножина A множини X, направленої відношенням $\leq$, *конфінальна* в X, якщо для кожного елемента $x \in X$ існує такий елемент $a \in A$, що $x \leq a$. Конфінальні підмножини лінійно впорядкованої множини та частково впорядкованої множини визначаються аналогічно.

Частково впорядкована множина, у якій кожна непорожня підмножина містить мінімальний елемент називається *цілком впорядкованою*, а цей порядок на ній називається *повним*. Очевидно, що кожен повний порядок є лінійним.

Будемо говорити, що відображення $f\colon (X, \leq) \to (Y, \leqq)$ частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$ *зберігає порядок* або є *монотонним*, якщо для для довільних $x_1, x_2 \in X$ з $x_1 \leq x_2$ випливає $f(x_1) \leqq f(x_2)$. Якщо існує бієктивне монотонне відображення лінійно впорядкованої множини X на лінійно впорядковану множину Y, то будемо говорити, що X і Y є *подібними* або *порядково ізоморфними*, і саме це відображення називається *відображенням подібності* або *порядковим ізоморфізмом* лінійно впорядкованих множин X і Y. Бієктивне монотонне відображення $f\colon (X, \leq) \to (Y, \leqq)$ частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$, обернене до якого є монотонним, називається *відображенням подібності* або *порядковим ізоморфізмом* частково впорядкованих множин $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$.

Підмножина A множини X, направленої відношенням $\leq$, *конфінальна* в X, якщо для кожного елемента $x \in X$ існує такий елемент $a \in A$, що $x \leq a$. Конфінальні підмножини лінійно впорядкованої множини та частково впорядкованої множини визначаються аналогічно.

Частково впорядкована множина, у якій кожна непорожня підмножина містить мінімальний елемент називається *цілком впорядкованою*, а цей порядок на ній називається *повним*. Очевидно, що кожен повний порядок є лінійним.

Будемо говорити, що відображення $f\colon (X, \leq) \to (Y, \leqq)$ частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$ *зберігає порядок* або є *монотонним*, якщо для для довільних $x_1, x_2 \in X$ з $x_1 \leq x_2$ випливає $f(x_1) \leqq f(x_2)$. Якщо існує бієктивне монотонне відображення лінійно впорядкованої множини X на лінійно впорядковану множину Y, то будемо говорити, що X і Y є *подібними* або *порядково ізоморфними*, і саме це відображення називається *відображенням подібності* або *порядковим ізоморфізмом* лінійно впорядкованих множин X і Y. Бієктивне монотонне відображення $f\colon (X, \leq) \to (Y, \leqq)$ частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$, обернене до якого є монотонним, називається *відображенням подібності* або *порядковим ізоморфізмом* частково впорядкованих множин $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$.

Підмножина A множини X, направленої відношенням $\leq$, *конфінальна* в X, якщо для кожного елемента $x \in X$ існує такий елемент $a \in A$, що $x \leq a$. Конфінальні підмножини лінійно впорядкованої множини та частково впорядкованої множини визначаються аналогічно.

Частково впорядкована множина, у якій кожна непорожня підмножина містить мінімальний елемент називається *цілком впорядкованою*, а цей порядок на ній називається *повним*. Очевидно, що кожен повний порядок є лінійним.

Будемо говорити, що відображення $f\colon (X, \leq) \to (Y, \leqq)$ частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$ *зберігає порядок* або є *монотонним*, якщо для для довільних $x_1, x_2 \in X$ з $x_1 \leq x_2$ випливає $f(x_1) \leqq f(x_2)$. Якщо існує бієктивне монотонне відображення лінійно впорядкованої множини X на лінійно впорядковану множину Y, то будемо говорити, що X і Y є *подібними* або *порядково ізоморфними*, і саме це відображення називається *відображенням подібності* або *порядковим ізоморфізмом* лінійно впорядкованих множин X і Y. Бієктивне монотонне відображення $f\colon (X, \leq) \to (Y, \leqq)$ частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$, обернене до якого є монотонним, називається *відображенням подібності* або *порядковим ізоморфізмом* частково впорядкованих множин $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$.

Підмножина A множини X, направленої відношенням $\leq$, *конфінальна* в X, якщо для кожного елемента $x \in X$ існує такий елемент $a \in A$, що $x \leq a$. Конфінальні підмножини лінійно впорядкованої множини та частково впорядкованої множини визначаються аналогічно.

Частково впорядкована множина, у якій кожна непорожня підмножина містить мінімальний елемент називається *цілком впорядкованою*, а цей порядок на ній називається *повним*. Очевидно, що кожен повний порядок є лінійним.

Будемо говорити, що відображення $f\colon (X, \leq) \to (Y, \leqq)$ частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$ *зберігає порядок* або є *монотонним*, якщо для для довільних $x_1, x_2 \in X$ з $x_1 \leq x_2$ випливає $f(x_1) \leqq f(x_2)$. Якщо існує бієктивне монотонне відображення лінійно впорядкованої множини X на лінійно впорядковану множину Y, то будемо говорити, що X і Y є *подібними* або *порядково ізоморфними*, і саме це відображення називається *відображенням подібності* або *порядковим ізоморфізмом* лінійно впорядкованих множин X і Y. Бієктивне монотонне відображення $f\colon (X, \leq) \to (Y, \leqq)$ частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$, обернене до якого є монотонним, називається *відображенням подібності* або *порядковим ізоморфізмом* частково впорядкованих множин $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$.

Підмножина A множини X, направленої відношенням $\leq$, *конфінальна* в X, якщо для кожного елемента $x \in X$ існує такий елемент $a \in A$, що $x \leq a$. Конфінальні підмножини лінійно впорядкованої множини та частково впорядкованої множини визначаються аналогічно.

Частково впорядкована множина, у якій кожна непорожня підмножина містить мінімальний елемент називається *цілком впорядкованою*, а цей порядок на ній називається *повним*. Очевидно, що кожен повний порядок є лінійним.

Будемо говорити, що відображення $f\colon (X, \leq) \to (Y, \leqq)$ частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$ *зберігає порядок* або є *монотонним*, якщо для для довільних $x_1, x_2 \in X$ з $x_1 \leq x_2$ випливає $f(x_1) \leqq f(x_2)$. Якщо існує бієктивне монотонне відображення лінійно впорядкованої множини X на лінійно впорядковану множину Y, то будемо говорити, що X і Y є *подібними* або *порядково ізоморфними*, і саме це відображення називається *відображенням подібності* або *порядковим ізоморфізмом* лінійно впорядкованих множин X і Y. Бієктивне монотонне відображення $f\colon (X, \leq) \to (Y, \leqq)$ частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$, обернене до якого є монотонним, називається *відображенням подібності* або *порядковим ізоморфізмом* частково впорядкованих множин $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$.

Підмножина A множини X, направленої відношенням $\leq$, *конфінальна* в X, якщо для кожного елемента $x \in X$ існує такий елемент $a \in A$, що $x \leq a$. Конфінальні підмножини лінійно впорядкованої множини та частково впорядкованої множини визначаються аналогічно.

Частково впорядкована множина, у якій кожна непорожня підмножина містить мінімальний елемент називається *цілком впорядкованою*, а цей порядок на ній називається *повним*. Очевидно, що кожен повний порядок є лінійним.

Будемо говорити, що відображення $f\colon (X, \leq) \to (Y, \leqq)$ частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$ *зберігає порядок* або є *монотонним*, якщо для для довільних $x_1, x_2 \in X$ з $x_1 \leq x_2$ випливає $f(x_1) \leqq f(x_2)$. Якщо існує бієктивне монотонне відображення лінійно впорядкованої множини X на лінійно впорядковану множину Y, то будемо говорити, що X і Y є *подібними* або *порядково ізоморфними*, і саме це відображення називається *відображенням подібності* або *порядковим ізоморфізмом* лінійно впорядкованих множин X і Y. Бієктивне монотонне відображення $f\colon (X, \leq) \to (Y, \leqq)$ частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$, обернене до якого є монотонним, називається *відображенням подібності* або *порядковим ізоморфізмом* частково впорядкованих множин $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$.

Підмножина A множини X, направленої відношенням $\leq$, *конфінальна* в X, якщо для кожного елемента $x \in X$ існує такий елемент $a \in A$, що $x \leq a$. Конфінальні підмножини лінійно впорядкованої множини та частково впорядкованої множини визначаються аналогічно.

Частково впорядкована множина, у якій кожна непорожня підмножина містить мінімальний елемент називається *цілком впорядкованою*, а цей порядок на ній називається *повним*. Очевидно, що кожен повний порядок є лінійним.

Будемо говорити, що відображення $f\colon (X, \leq) \to (Y, \leqq)$ частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$ *зберігає порядок* або є *монотонним*, якщо для для довільних $x_1, x_2 \in X$ з $x_1 \leq x_2$ випливає $f(x_1) \leqq f(x_2)$. Якщо існує бієктивне монотонне відображення лінійно впорядкованої множини X на лінійно впорядковану множину Y, то будемо говорити, що X і Y є *подібними* або *порядково ізоморфними*, і саме це відображення називається *відображенням подібності* або *порядковим ізоморфізмом* лінійно впорядкованих множин X і Y. Бієктивне монотонне відображення $f\colon (X, \leq) \to (Y, \leqq)$ частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$, обернене до якого є монотонним, називається *відображенням подібності* або *порядковим ізоморфізмом* частково впорядкованих множин $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$.

Підмножина A множини X, направленої відношенням $\leq$, *конфінальна* в X, якщо для кожного елемента $x \in X$ існує такий елемент $a \in A$, що $x \leq a$. Конфінальні підмножини лінійно впорядкованої множини та частково впорядкованої множини визначаються аналогічно.

Частково впорядкована множина, у якій кожна непорожня підмножина містить мінімальний елемент називається *цілком впорядкованою*, а цей порядок на ній називається *повним*. Очевидно, що кожен повний порядок є лінійним.

Будемо говорити, що відображення $f\colon (X, \leq) \to (Y, \leqq)$ частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$ *зберігає порядок* або є *монотонним*, якщо для для довільних $x_1, x_2 \in X$ з $x_1 \leq x_2$ випливає $f(x_1) \leqq f(x_2)$. Якщо існує бієктивне монотонне відображення лінійно впорядкованої множини X на лінійно впорядковану множину Y, то будемо говорити, що X і Y є *подібними* або *порядково ізоморфними*, і саме це відображення називається *відображенням подібності* або *порядковим ізоморфізмом* лінійно впорядкованих множин X і Y. Бієктивне монотонне відображення $f\colon (X, \leq) \to (Y, \leqq)$ частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$, обернене до якого є монотонним, називається *відображенням подібності* або *порядковим ізоморфізмом* частково впорядкованих множин $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$.

Вправа 1.2.27

Чи бієктивне монотонне відображення частково впорядкованої множини $(X, \leq)$ на частково впорядковану множину $(Y, \leqq)$ є порядковим ізоморфізмом? Відповідь аргументуйте.

Кожній цілком впорядкованій множині X приписується деяке порядкове число, або ординал α, яке називається *порядковим типом* множини X. Порядкові типи цілком впорядкованих множини X і Y *однакові* тоді і лише тоді, коли X і Y подібні.

Оскільки кожен порядковий ізоморфізм є ін'єктивним відображення частково впорядкованих множин, то з подібності частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$ випливає рівність $|X| = |Y|$. Тому кожному ординалу α відповідає деякий кардинал — потужність цілком впорядкованої множини порядкового типу α, і цей кардинал називається *потужністю ординала* α, і позначається $|\alpha|$. Якщо $|\alpha| \leqslant \aleph_0$, то ординал α називається *зліченним*.

Вправа 1.2.27

Чи бієктивне монотонне відображення частково впорядкованої множини $(X, \leq)$ на частково впорядковану множину $(Y, \leqq)$ є порядковим ізоморфізмом? Відповідь аргументуйте.

Кожній цілком впорядкованій множині X приписується деяке порядкове число, або ординал α, яке називається *порядковим типом* множини X. Порядкові типи цілком впорядкованих множини X і Y *однакові* тоді і лише тоді, коли X і Y подібні.

Оскільки кожен порядковий ізоморфізм є ін'єктивним відображення частково впорядкованих множин, то з подібності частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$ випливає рівність $|X| = |Y|$. Тому кожному ординалу α відповідає деякий кардинал — потужність цілком впорядкованої множини порядкового типу α, і цей кардинал називається *потужністю ординала* α, і позначається $|\alpha|$. Якщо $|\alpha| \leqslant \aleph_0$, то ординал α називається *зліченним*.

Вправа 1.2.27

Чи бієктивне монотонне відображення частково впорядкованої множини $(X, \leq)$ на частково впорядковану множину $(Y, \leqq)$ є порядковим ізоморфізмом? Відповідь аргументуйте.

Кожній цілком впорядкованій множині X приписується деяке порядкове число, або ординал α, яке називається *порядковим типом* множини X. Порядкові типи цілком впорядкованих множини X і Y *однакові* тоді і лише тоді, коли X і Y подібні.

Оскільки кожен порядковий ізоморфізм є ін'єктивним відображення частково впорядкованих множин, то з подібності частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$ випливає рівність $|X| = |Y|$. Тому кожному ординалу α відповідає деякий кардинал — потужність цілком впорядкованої множини порядкового типу α, і цей кардинал називається *потужністю ординала* α, і позначається $|\alpha|$. Якщо $|\alpha| \leqslant \aleph_0$, то ординал α називається *зліченним*.

Вправа 1.2.27

Чи бієктивне монотонне відображення частково впорядкованої множини $(X, \leq)$ на частково впорядковану множину $(Y, \leqq)$ є порядковим ізоморфізмом? Відповідь аргументуйте.

Кожній цілком впорядкованій множині X приписується деяке порядкове число, або ординал α, яке називається *порядковим типом* множини X. Порядкові типи цілком впорядкованих множини X і Y *однакові* тоді і лише тоді, коли X і Y подібні.

Оскільки кожен порядковий ізоморфізм є ін'єктивним відображення частково впорядкованих множин, то з подібності частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$ випливає рівність $|X| = |Y|$. Тому кожному ординалу α відповідає деякий кардинал — потужність цілком впорядкованої множини порядкового типу α, і цей кардинал називається *потужністю ординала* α, і позначається $|\alpha|$. Якщо $|\alpha| \leqslant \aleph_0$, то ординал α називається *зліченним*.

Вправа 1.2.27

Чи бієктивне монотонне відображення частково впорядкованої множини $(X, \leq)$ на частково впорядковану множину $(Y, \leqq)$ є порядковим ізоморфізмом? Відповідь аргументуйте.

Кожній цілком впорядкованій множині X приписується деяке порядкове число, або ординал α, яке називається *порядковим типом* множини X. Порядкові типи цілком впорядкованих множини X і Y *однакові* тоді і лише тоді, коли X і Y подібні.

Оскільки кожен порядковий ізоморфізм є ін'єктивним відображення частково впорядкованих множин, то з подібності частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$ випливає рівність $|X| = |Y|$. Тому кожному ординалу α відповідає деякий кардинал — потужність цілком впорядкованої множини порядкового типу α, і цей кардинал називається *потужністю ординала* α, і позначається $|\alpha|$. Якщо $|\alpha| \leqslant \aleph_0$, то ординал α називається *зліченним*.

Вправа 1.2.27

Чи бієктивне монотонне відображення частково впорядкованої множини $(X, \leq)$ на частково впорядковану множину $(Y, \leqq)$ є порядковим ізоморфізмом? Відповідь аргументуйте.

Кожній цілком впорядкованій множині X приписується деяке порядкове число, або ординал α, яке називається *порядковим типом* множини X. Порядкові типи цілком впорядкованих множини X і Y *однакові* тоді і лише тоді, коли X і Y подібні.

Оскільки кожен порядковий ізоморфізм є ін'єктивним відображення частково впорядкованих множин, то з подібності частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$ випливає рівність $|X| = |Y|$. Тому кожному ординалу α відповідає деякий кардинал — потужність цілком впорядкованої множини порядкового типу α, і цей кардинал називається *потужністю ординала* α, і позначається $|\alpha|$. Якщо $|\alpha| \leqslant \aleph_0$, то ординал α називається *зліченним*.

Вправа 1.2.27

Чи бієктивне монотонне відображення частково впорядкованої множини $(X, \leq)$ на частково впорядковану множину $(Y, \leqq)$ є порядковим ізоморфізмом? Відповідь аргументуйте.

Кожній цілком впорядкованій множині X приписується деяке порядкове число, або ординал α, яке називається *порядковим типом* множини X. Порядкові типи цілком впорядкованих множини X і Y *однакові* тоді і лише тоді, коли X і Y подібні.

Оскільки кожен порядковий ізоморфізм є ін'єктивним відображення частково впорядкованих множин, то з подібності частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$ випливає рівність $|X| = |Y|$. Тому кожному ординалу α відповідає деякий кардинал — потужність цілком впорядкованої множини порядкового типу α, і цей кардинал називається *потужністю ординала* α, і позначається $|\alpha|$. Якщо $|\alpha| \leqslant \aleph_0$, то ординал α називається *зліченним*.

Вправа 1.2.27

Чи бієктивне монотонне відображення частково впорядкованої множини $(X, \leq)$ на частково впорядковану множину $(Y, \leqq)$ є порядковим ізоморфізмом? Відповідь аргументуйте.

Кожній цілком впорядкованій множині X приписується деяке порядкове число, або ординал α, яке називається *порядковим типом* множини X. Порядкові типи цілком впорядкованих множини X і Y *однакові* тоді і лише тоді, коли X і Y подібні.

Оскільки кожен порядковий ізоморфізм є ін'єктивним відображення частково впорядкованих множин, то з подібності частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$ випливає рівність $|X| = |Y|$. Тому кожному ординалу α відповідає деякий кардинал — потужність цілком впорядкованої множини порядкового типу α, і цей кардинал називається *потужністю ординала* α, і позначається $|\alpha|$. Якщо $|\alpha| \leqslant \aleph_0$, то ординал α називається *зліченним*.

Вправа 1.2.27

Чи бієктивне монотонне відображення частково впорядкованої множини $(X, \leq)$ на частково впорядковану множину $(Y, \leqq)$ є порядковим ізоморфізмом? Відповідь аргументуйте.

Кожній цілком впорядкованій множині X приписується деяке порядкове число, або ординал α, яке називається *порядковим типом* множини X. Порядкові типи цілком впорядкованих множини X і Y *однакові* тоді і лише тоді, коли X і Y подібні.

Оскільки кожен порядковий ізоморфізм є ін'єктивним відображення частково впорядкованих множин, то з подібності частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$ випливає рівність $|X| = |Y|$. Тому кожному ординалу α відповідає деякий кардинал — потужність цілком впорядкованої множини порядкового типу α, і цей кардинал називається *потужністю ординала* α, і позначається $|\alpha|$. Якщо $|\alpha| \leqslant \aleph_0$, то ординал α називається *зліченним*.

Вправа 1.2.27

Чи бієктивне монотонне відображення частково впорядкованої множини $(X, \leq)$ на частково впорядковану множину $(Y, \leqq)$ є порядковим ізоморфізмом? Відповідь аргументуйте.

Кожній цілком впорядкованій множині X приписується деяке порядкове число, або ординал α, яке називається *порядковим типом* множини X. Порядкові типи цілком впорядкованих множини X і Y *однакові* тоді і лише тоді, коли X і Y подібні.

Оскільки кожен порядковий ізоморфізм є ін'єктивним відображення частково впорядкованих множин, то з подібності частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$ випливає рівність $|X| = |Y|$. Тому кожному ординалу α відповідає деякий кардинал — потужність цілком впорядкованої множини порядкового типу α, і цей кардинал називається *потужністю ординала* α, і позначається $|\alpha|$. Якщо $|\alpha| \leqslant \aleph_0$, то ординал α називається *зліченним*.

Вправа 1.2.27

Чи бієктивне монотонне відображення частково впорядкованої множини $(X, \leq)$ на частково впорядковану множину $(Y, \leqq)$ є порядковим ізоморфізмом? Відповідь аргументуйте.

Кожній цілком впорядкованій множині X приписується деяке порядкове число, або ординал α, яке називається *порядковим типом* множини X. Порядкові типи цілком впорядкованих множини X і Y *однакові* тоді і лише тоді, коли X і Y подібні.

Оскільки кожен порядковий ізоморфізм є ін'єктивним відображення частково впорядкованих множин, то з подібності частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$ випливає рівність $|X| = |Y|$. Тому кожному ординалу α відповідає деякий кардинал — потужність цілком впорядкованої множини порядкового типу α, і цей кардинал називається *потужністю ординала* α, і позначається $|\alpha|$. Якщо $|\alpha| \leqslant \aleph_0$, то ординал α називається *зліченним*.

Вправа 1.2.27

Чи бієктивне монотонне відображення частково впорядкованої множини $(X, \leq)$ на частково впорядковану множину $(Y, \leqq)$ є порядковим ізоморфізмом? Відповідь аргументуйте.

Кожній цілком впорядкованій множині X приписується деяке порядкове число, або ординал α, яке називається *порядковим типом* множини X. Порядкові типи цілком впорядкованих множини X і Y *однакові* тоді і лише тоді, коли X і Y подібні.

Оскільки кожен порядковий ізоморфізм є ін'єктивним відображення частково впорядкованих множин, то з подібності частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$ випливає рівність $|X| = |Y|$. Тому кожному ординалу α відповідає деякий кардинал — потужність цілком впорядкованої множини порядкового типу α, і цей кардинал називається *потужністю ординала* α, і позначається $|\alpha|$. Якщо $|\alpha| \leqslant \aleph_0$, то ординал α називається *зліченним*.

Вправа 1.2.27

Чи бієктивне монотонне відображення частково впорядкованої множини $(X, \leq)$ на частково впорядковану множину $(Y, \leqq)$ є порядковим ізоморфізмом? Відповідь аргументуйте.

Кожній цілком впорядкованій множині X приписується деяке порядкове число, або ординал α, яке називається *порядковим типом* множини X. Порядкові типи цілком впорядкованих множини X і Y *однакові* тоді і лише тоді, коли X і Y подібні.

Оскільки кожен порядковий ізоморфізм є ін'єктивним відображення частково впорядкованих множин, то з подібності частково впорядкованих множини $(X, \leq)$ і $(Y, \leqq)$ випливає рівність $|X| = |Y|$. Тому кожному ординалу α відповідає деякий кардинал — потужність цілком впорядкованої множини порядкового типу α, і цей кардинал називається *потужністю ординала* α, і позначається $|\alpha|$. Якщо $|\alpha| \leqslant \aleph_0$, то ординал α називається *зліченним*.

Лекція 5: Упорядкування. Порядкові числа

Нехай α і β — ординали, які є порядковими типами цілком впорядкованих множини X і Y. Будемо говорити, що ординал α *менше* β, або β *більше* α, і в цьому випадку писатимемо $\alpha < \beta$ або $\beta > \alpha$, якщо існує такий елемент $y_0 \in Y$, що цілком впорядковані множини X і $\{y \in Y \mid y < y_0\}$ подібні. Можна довести, і це ми пропонуємо слухачам, що кожна множина ординалів є цілком впорядкована відношенням $\leqslant$, яке збігається з відношенням $\subseteq$. Також, кожна цілком впорядкована множини порядкового типу α подібна множині всіх ординалів, менших α, яка лінійно впорядкована відношенням $\leqslant$.

Ординал λ називається *граничним*, якщо не існує порядкового числа, яке безпосередньо передує ординалу λ, тобто для кожного ординалу $\xi < \lambda$ існує ординал α такий, що $\xi < \alpha < \lambda$.

Якщо ординал ξ безпосередньо передує ординалу α, то будемо говорити, що ξ є *попередником* ординала α, і в цьому випадку будемо писати $\alpha = \xi + 1$, сам ординал α називатимемо *наступником* ординала ξ. У кожного ординала є наступник, більше того для довільного ординала α і для довільного невід'ємного цілого числа n визначимо за індукцією ординал $\alpha + n$, прийнявши $\alpha + 0 = \alpha$ і $\alpha + n = (\alpha + (n-1)) + 1$ для $n \in \mathbb{N}$. Виявляється, що довільний ординал єдиним чином зображається у вигляді $\lambda + n$, де λ — деякий граничний ординал, а n — невід'ємне ціле число. Ординал $\lambda + n$ називається *парним* (*непарним*), якщо n — парне (непарне) число.

Нехай α і β — ординали, які є порядковими типами цілком впорядкованих множини X і Y. Будемо говорити, що ординал α *менше* β, або β *більше* α, і в цьому випадку писатимемо $\alpha < \beta$ або $\beta > \alpha$, якщо існує такий елемент $y_0 \in Y$, що цілком впорядковані множини X і $\{y \in Y \mid y < y_0\}$ подібні. Можна довести, і це ми пропонуємо слухачам, що кожна множина ординалів є цілком впорядкована відношенням $\leqslant$, яке збігається з відношенням $\subseteq$. Також, кожна цілком впорядкована множини порядкового типу α подібна множині всіх ординалів, менших α, яка лінійно впорядкована відношенням $\leqslant$.

Ординал λ називається *граничним*, якщо не існує порядкового числа, яке безпосередньо передує ординалу λ, тобто для кожного ординалу $\xi < \lambda$ існує ординал α такий, що $\xi < \alpha < \lambda$.

Якщо ординал ξ безпосередньо передує ординалу α, то будемо говорити, що ξ є *попередником* ординала α, і в цьому випадку будемо писати $\alpha = \xi + 1$, сам ординал α називатимемо *наступником* ординала ξ. У кожного ординала є наступник, більше того для довільного ординала α і для довільного невід'ємного цілого числа n визначимо за індукцією ординал $\alpha + n$, прийнявши $\alpha + 0 = \alpha$ і $\alpha + n = (\alpha + (n-1)) + 1$ для $n \in \mathbb{N}$. Виявляється, що довільний ординал єдиним чином зображається у вигляді $\lambda + n$, де λ — деякий граничний ординал, а n — невід'ємне ціле число. Ординал $\lambda + n$ називається *парним* (*непарним*), якщо n — парне (непарне) число.

Нехай α і β — ординали, які є порядковими типами цілком впорядкованих множини X і Y. Будемо говорити, що ординал α *менше* β, або β *більше* α, і в цьому випадку писатимемо $\alpha < \beta$ або $\beta > \alpha$, якщо існує такий елемент $y_0 \in Y$, що цілком впорядковані множини X і $\{y \in Y \mid y < y_0\}$ подібні. Можна довести, і це ми пропонуємо слухачам, що кожна множина ординалів є цілком впорядкована відношенням $\leqslant$, яке збігається з відношенням $\subseteq$. Також, кожна цілком впорядкована множини порядкового типу α подібна множині всіх ординалів, менших α, яка лінійно впорядкована відношенням $\leqslant$.

Ординал λ називається *граничним*, якщо не існує порядкового числа, яке безпосередньо передує ординалу λ, тобто для кожного ординалу $\xi < \lambda$ існує ординал α такий, що $\xi < \alpha < \lambda$.

Якщо ординал ξ безпосередньо передує ординалу α, то будемо говорити, що ξ є *попередником* ординала α, і в цьому випадку будемо писати $\alpha = \xi + 1$, сам ординал α називатимемо *наступником* ординала ξ. У кожного ординала є наступник, більше того для довільного ординала α і для довільного невід'ємного цілого числа n визначимо за індукцією ординал $\alpha + n$, прийнявши $\alpha + 0 = \alpha$ і $\alpha + n = (\alpha + (n-1)) + 1$ для $n \in \mathbb{N}$. Виявляється, що довільний ординал єдиним чином зображається у вигляді $\lambda + n$, де λ — деякий граничний ординал, а n — невід'ємне ціле число. Ординал $\lambda + n$ називається *парним* (*непарним*), якщо n — парне (непарне) число.

Нехай α і β — ординали, які є порядковими типами цілком впорядкованих множини X і Y. Будемо говорити, що ординал α *менше* β, або β *більше* α, і в цьому випадку писатимемо $\alpha < \beta$ або $\beta > \alpha$, якщо існує такий елемент $y_0 \in Y$, що цілком впорядковані множини X і $\{y \in Y \mid y < y_0\}$ подібні. Можна довести, і це ми пропонуємо слухачам, що кожна множина ординалів є цілком впорядкована відношенням $\leqslant$, яке збігається з відношенням $\subseteq$. Також, кожна цілком впорядкована множини порядкового типу α подібна множині всіх ординалів, менших α, яка лінійно впорядкована відношенням $\leqslant$.

Ординал λ називається *граничним*, якщо не існує порядкового числа, яке безпосередньо передує ординалу λ, тобто для кожного ординалу $\xi < \lambda$ існує ординал α такий, що $\xi < \alpha < \lambda$.

Якщо ординал ξ безпосередньо передує ординалу α, то будемо говорити, що ξ є *попередником* ординала α, і в цьому випадку будемо писати $\alpha = \xi + 1$, сам ординал α називатимемо *наступником* ординала ξ. У кожного ординала є наступник, більше того для довільного ординала α і для довільного невід'ємного цілого числа n визначимо за індукцією ординал $\alpha + n$, прийнявши $\alpha + 0 = \alpha$ і $\alpha + n = (\alpha + (n-1)) + 1$ для $n \in \mathbb{N}$. Виявляється, що довільний ординал єдиним чином зображається у вигляді $\lambda + n$, де λ — деякий граничний ординал, а n — невід'ємне ціле число. Ординал $\lambda + n$ називається *парним* (*непарним*), якщо n — парне (непарне) число.

Нехай α і β — ординали, які є порядковими типами цілком впорядкованих множини X і Y. Будемо говорити, що ординал α *менше* β, або β *більше* α, і в цьому випадку писатимемо $\alpha < \beta$ або $\beta > \alpha$, якщо існує такий елемент $y_0 \in Y$, що цілком впорядковані множини X і $\{y \in Y \mid y < y_0\}$ подібні. Можна довести, і це ми пропонуємо слухачам, що кожна множина ординалів є цілком впорядкована відношенням $\leqslant$, яке збігається з відношенням $\subseteq$. Також, кожна цілком впорядкована множини порядкового типу α подібна множині всіх ординалів, менших α, яка лінійно впорядкована відношенням $\leqslant$.

Ординал λ називається *граничним*, якщо не існує порядкового числа, яке безпосередньо передує ординалу λ, тобто для кожного ординалу $\xi < \lambda$ існує ординал α такий, що $\xi < \alpha < \lambda$.

Якщо ординал ξ безпосередньо передує ординалу α, то будемо говорити, що ξ є *попередником* ординала α, і в цьому випадку будемо писати $\alpha = \xi + 1$, сам ординал α називатимемо *наступником* ординала ξ. У кожного ординала є наступник, більше того для довільного ординала α і для довільного невід'ємного цілого числа n визначимо за індукцією ординал $\alpha + n$, прийнявши $\alpha + 0 = \alpha$ і $\alpha + n = (\alpha + (n-1)) + 1$ для $n \in \mathbb{N}$. Виявляється, що довільний ординал єдиним чином зображається у вигляді $\lambda + n$, де λ — деякий граничний ординал, а n — невід'ємне ціле число. Ординал $\lambda + n$ називається *парним* (*непарним*), якщо n — парне (непарне) число.

Нехай α і β — ординали, які є порядковими типами цілком впорядкованих множини X і Y. Будемо говорити, що ординал α *менше* β, або β *більше* α, і в цьому випадку писатимемо $\alpha < \beta$ або $\beta > \alpha$, якщо існує такий елемент $y_0 \in Y$, що цілком впорядковані множини X і $\{y \in Y \mid y < y_0\}$ подібні. Можна довести, і це ми пропонуємо слухачам, що кожна множина ординалів є цілком впорядкована відношенням $\leqslant$, яке збігається з відношенням $\subseteq$. Також, кожна цілком впорядкована множини порядкового типу α подібна множині всіх ординалів, менших α, яка лінійно впорядкована відношенням $\leqslant$.

Ординал λ називається *граничним*, якщо не існує порядкового числа, яке безпосередньо передує ординалу λ, тобто для кожного ординалу $\xi < \lambda$ існує ординал α такий, що $\xi < \alpha < \lambda$.

Якщо ординал ξ безпосередньо передує ординалу α, то будемо говорити, що ξ є *попередником* ординала α, і в цьому випадку будемо писати $\alpha = \xi + 1$, сам ординал α називатимемо *наступником* ординала ξ. У кожного ординала є наступник, більше того для довільного ординала α і для довільного невід'ємного цілого числа n визначимо за індукцією ординал $\alpha + n$, прийнявши $\alpha + 0 = \alpha$ і $\alpha + n = (\alpha + (n-1)) + 1$ для $n \in \mathbb{N}$. Виявляється, що довільний ординал єдиним чином зображається у вигляді $\lambda + n$, де λ — деякий граничний ординал, а n — невід'ємне ціле число. Ординал $\lambda + n$ називається *парним* (*непарним*), якщо n — парне (непарне) число.

Нехай α і β — ординали, які є порядковими типами цілком впорядкованих множини X і Y. Будемо говорити, що ординал α *менше* β, або β *більше* α, і в цьому випадку писатимемо $\alpha < \beta$ або $\beta > \alpha$, якщо існує такий елемент $y_0 \in Y$, що цілком впорядковані множини X і $\{y \in Y \mid y < y_0\}$ подібні. Можна довести, і це ми пропонуємо слухачам, що кожна множина ординалів є цілком впорядкована відношенням $\leqslant$, яке збігається з відношенням $\subseteq$. Також, кожна цілком впорядкована множини порядкового типу α подібна множині всіх ординалів, менших α, яка лінійно впорядкована відношенням $\leqslant$.

Ординал λ називається *граничним*, якщо не існує порядкового числа, яке безпосередньо передує ординалу λ, тобто для кожного ординалу $\xi < \lambda$ існує ординал α такий, що $\xi < \alpha < \lambda$.

Якщо ординал ξ безпосередньо передує ординалу α, то будемо говорити, що ξ є *попередником* ординала α, і в цьому випадку будемо писати $\alpha = \xi + 1$, сам ординал α називатимемо *наступником* ординала ξ. У кожного ординала є наступник, більше того для довільного ординала α і для довільного невід'ємного цілого числа n визначимо за індукцією ординал $\alpha + n$, прийнявши $\alpha + 0 = \alpha$ і $\alpha + n = (\alpha + (n-1)) + 1$ для $n \in \mathbb{N}$. Виявляється, що довільний ординал єдиним чином зображається у вигляді $\lambda + n$, де λ — деякий граничний ординал, а n — невід'ємне ціле число. Ординал $\lambda + n$ називається *парним* (*непарним*), якщо n — парне (непарне) число.

Нехай α і β — ординали, які є порядковими типами цілком впорядкованих множини X і Y. Будемо говорити, що ординал α *менше* β, або β *більше* α, і в цьому випадку писатимемо $\alpha < \beta$ або $\beta > \alpha$, якщо існує такий елемент $y_0 \in Y$, що цілком впорядковані множини X і $\{y \in Y \mid y < y_0\}$ подібні. Можна довести, і це ми пропонуємо слухачам, що кожна множина ординалів є цілком впорядкована відношенням $\leqslant$, яке збігається з відношенням $\subseteq$. Також, кожна цілком впорядкована множини порядкового типу α подібна множині всіх ординалів, менших α, яка лінійно впорядкована відношенням $\leqslant$.

Ординал λ називається *граничним*, якщо не існує порядкового числа, яке безпосередньо передує ординалу λ, тобто для кожного ординалу $\xi < \lambda$ існує ординал α такий, що $\xi < \alpha < \lambda$.

Якщо ординал ξ безпосередньо передує ординалу α, то будемо говорити, що ξ є *попередником* ординала α, і в цьому випадку будемо писати $\alpha = \xi + 1$, сам ординал α називатимемо *наступником* ординала ξ. У кожного ординала є наступник, більше того для довільного ординала α і для довільного невід'ємного цілого числа n визначимо за індукцією ординал $\alpha + n$, прийнявши $\alpha + 0 = \alpha$ і $\alpha + n = (\alpha + (n-1)) + 1$ для $n \in \mathbb{N}$. Виявляється, що довільний ординал єдиним чином зображається у вигляді $\lambda + n$, де λ — деякий граничний ординал, а n — невід'ємне ціле число. Ординал $\lambda + n$ називається *парним* (*непарним*), якщо n — парне (непарне) число.

Нехай α і β — ординали, які є порядковими типами цілком впорядкованих множини X і Y. Будемо говорити, що ординал α *менше* β, або β *більше* α, і в цьому випадку писатимемо $\alpha < \beta$ або $\beta > \alpha$, якщо існує такий елемент $y_0 \in Y$, що цілком впорядковані множини X і $\{y \in Y \mid y < y_0\}$ подібні. Можна довести, і це ми пропонуємо слухачам, що кожна множина ординалів є цілком впорядкована відношенням $\leqslant$, яке збігається з відношенням $\subseteq$. Також, кожна цілком впорядкована множини порядкового типу α подібна множині всіх ординалів, менших α, яка лінійно впорядкована відношенням $\leqslant$.

Ординал λ називається *граничним*, якщо не існує порядкового числа, яке безпосередньо передує ординалу λ, тобто для кожного ординалу $\xi < \lambda$ існує ординал α такий, що $\xi < \alpha < \lambda$.

Якщо ординал ξ безпосередньо передує ординалу α, то будемо говорити, що ξ є *попередником* ординала α, і в цьому випадку будемо писати $\alpha = \xi + 1$, сам ординал α називатимемо *наступником* ординала ξ. У кожного ординала є наступник, більше того для довільного ординала α і для довільного невід'ємного цілого числа n визначимо за індукцією ординал $\alpha + n$, прийнявши $\alpha + 0 = \alpha$ і $\alpha + n = (\alpha + (n - 1)) + 1$ для $n \in \mathbb{N}$. Виявляється, що довільний ординал єдиним чином зображається у вигляді $\lambda + n$, де λ — деякий граничний ординал, а n — невід'ємне ціле число. Ординал $\lambda + n$ називається *парним* (*непарним*), якщо n — парне (непарне) число.

Нехай α і β — ординали, які є порядковими типами цілком впорядкованих множини X і Y. Будемо говорити, що ординал α *менше* β, або β *більше* α, і в цьому випадку писатимемо $\alpha < \beta$ або $\beta > \alpha$, якщо існує такий елемент $y_0 \in Y$, що цілком впорядковані множини X і $\{y \in Y \mid y < y_0\}$ подібні. Можна довести, і це ми пропонуємо слухачам, що кожна множина ординалів є цілком впорядкована відношенням $\leqslant$, яке збігається з відношенням $\subseteq$. Також, кожна цілком впорядкована множини порядкового типу α подібна множині всіх ординалів, менших α, яка лінійно впорядкована відношенням $\leqslant$.

Ординал λ називається *граничним*, якщо не існує порядкового числа, яке безпосередньо передує ординалу λ, тобто для кожного ординалу $\xi < \lambda$ існує ординал α такий, що $\xi < \alpha < \lambda$.

Якщо ординал ξ безпосередньо передує ординалу α, то будемо говорити, що ξ є *попередником* ординала α, і в цьому випадку будемо писати $\alpha = \xi + 1$, сам ординал α називатимемо *наступником* ординала ξ. У кожного ординала є наступник, більше того для довільного ординала α і для довільного невід'ємного цілого числа n визначимо за індукцією ординал $\alpha + n$, прийнявши $\alpha + 0 = \alpha$ і $\alpha + n = (\alpha + (n - 1)) + 1$ для $n \in \mathbb{N}$. Виявляється, що довільний ординал єдиним чином зображається у вигляді $\lambda + n$, де λ — деякий граничний ординал, а n — невід'ємне ціле число. Ординал $\lambda + n$ називається *парним* (*непарним*), якщо n — парне (непарне) число.

Нехай α і β — ординали, які є порядковими типами цілком впорядкованих множини X і Y. Будемо говорити, що ординал α *менше* β, або β *більше* α, і в цьому випадку писатимемо $\alpha < \beta$ або $\beta > \alpha$, якщо існує такий елемент $y_0 \in Y$, що цілком впорядковані множини X і $\{y \in Y \mid y < y_0\}$ подібні. Можна довести, і це ми пропонуємо слухачам, що кожна множина ординалів є цілком впорядкована відношенням $\leqslant$, яке збігається з відношенням $\subseteq$. Також, кожна цілком впорядкована множини порядкового типу α подібна множині всіх ординалів, менших α, яка лінійно впорядкована відношенням $\leqslant$.

Ординал λ називається *граничним*, якщо не існує порядкового числа, яке безпосередньо передує ординалу λ, тобто для кожного ординалу $\xi < \lambda$ існує ординал α такий, що $\xi < \alpha < \lambda$.

Якщо ординал ξ безпосередньо передує ординалу α, то будемо говорити, що ξ є *попередником* ординала α, і в цьому випадку будемо писати $\alpha = \xi + 1$, сам ординал α називатимемо *наступником* ординала ξ. У кожного ординала є наступник, більше того для довільного ординала α і для довільного невід'ємного цілого числа n визначимо за індукцією ординал $\alpha + n$, прийнявши $\alpha + 0 = \alpha$ і $\alpha + n = (\alpha + (n-1)) + 1$ для $n \in \mathbb{N}$. Виявляється, що довільний ординал єдиним чином зображається у вигляді $\lambda + n$, де λ — деякий граничний ординал, а n — невід'ємне ціле число. Ординал $\lambda + n$ називається *парним* (*непарним*), якщо n — парне (непарне) число.

Нехай α і β — ординали, які є порядковими типами цілком впорядкованих множини X і Y. Будемо говорити, що ординал α *менше* β, або β *більше* α, і в цьому випадку писатимемо $\alpha < \beta$ або $\beta > \alpha$, якщо існує такий елемент $y_0 \in Y$, що цілком впорядковані множини X і $\{y \in Y \mid y < y_0\}$ подібні. Можна довести, і це ми пропонуємо слухачам, що кожна множина ординалів є цілком впорядкована відношенням $\leqslant$, яке збігається з відношенням $\subseteq$. Також, кожна цілком впорядкована множини порядкового типу α подібна множині всіх ординалів, менших α, яка лінійно впорядкована відношенням $\leqslant$.

Ординал λ називається *граничним*, якщо не існує порядкового числа, яке безпосередньо передує ординалу λ, тобто для кожного ординалу $\xi < \lambda$ існує ординал α такий, що $\xi < \alpha < \lambda$.

Якщо ординал ξ безпосередньо передує ординалу α, то будемо говорити, що ξ є *попередником* ординала α, і в цьому випадку будемо писати $\alpha = \xi + 1$, сам ординал α називатимемо *наступником* ординала ξ. У кожного ординала є наступник, більше того для довільного ординала α і для довільного невід'ємного цілого числа n визначимо за індукцією ординал $\alpha + n$, прийнявши $\alpha + 0 = \alpha$ і $\alpha + n = (\alpha + (n-1)) + 1$ для $n \in \mathbb{N}$. Виявляється, що довільний ординал єдиним чином зображається у вигляді $\lambda + n$, де λ — деякий граничний ординал, а n — невід'ємне ціле число. Ординал $\lambda + n$ називається *парним* (*непарним*), якщо n — парне (непарне) число.

Нехай α і β — ординали, які є порядковими типами цілком впорядкованих множини X і Y. Будемо говорити, що ординал α *менше* β, або β *більше* α, і в цьому випадку писатимемо $\alpha < \beta$ або $\beta > \alpha$, якщо існує такий елемент $y_0 \in Y$, що цілком впорядковані множини X і $\{y \in Y \mid y < y_0\}$ подібні. Можна довести, і це ми пропонуємо слухачам, що кожна множина ординалів є цілком впорядкована відношенням $\leqslant$, яке збігається з відношенням $\subseteq$. Також, кожна цілком впорядкована множини порядкового типу α подібна множині всіх ординалів, менших α, яка лінійно впорядкована відношенням $\leqslant$.

Ординал λ називається *граничним*, якщо не існує порядкового числа, яке безпосередньо передує ординалу λ, тобто для кожного ординалу $\xi < \lambda$ існує ординал α такий, що $\xi < \alpha < \lambda$.

Якщо ординал ξ безпосередньо передує ординалу α, то будемо говорити, що ξ є *попередником* ординала α, і в цьому випадку будемо писати $\alpha = \xi + 1$, сам ординал α називатимемо *наступником* ординала ξ. У кожного ординала є наступник, більше того для довільного ординала α і для довільного невід'ємного цілого числа n визначимо за індукцією ординал $\alpha + n$, прийнявши $\alpha + 0 = \alpha$ і $\alpha + n = (\alpha + (n-1)) + 1$ для $n \in \mathbb{N}$. Виявляється, що довільний ординал єдиним чином зображається у вигляді $\lambda + n$, де λ — деякий граничний ординал, а n — невід'ємне ціле число. Ординал $\lambda + n$ називається *парним* (*непарним*), якщо n — парне (непарне) число.

Лекція 5: Упорядкування. Порядкові числа

Нехай α і β — ординали, які є порядковими типами цілком впорядкованих множини X і Y. Будемо говорити, що ординал α *менше* β, або β *більше* α, і в цьому випадку писатимемо $\alpha < \beta$ або $\beta > \alpha$, якщо існує такий елемент $y_0 \in Y$, що цілком впорядковані множини X і $\{y \in Y \mid y < y_0\}$ подібні. Можна довести, і це ми пропонуємо слухачам, що кожна множина ординалів є цілком впорядкована відношенням $\leqslant$, яке збігається з відношенням $\subseteq$. Також, кожна цілком впорядкована множини порядкового типу α подібна множині всіх ординалів, менших α, яка лінійно впорядкована відношенням $\leqslant$.

Ординал λ називається *граничним*, якщо не існує порядкового числа, яке безпосередньо передує ординалу λ, тобто для кожного ординалу $\xi < \lambda$ існує ординал α такий, що $\xi < \alpha < \lambda$.

Якщо ординал ξ безпосередньо передує ординалу α, то будемо говорити, що ξ є *попередником* ординала α, і в цьому випадку будемо писати $\alpha = \xi + 1$, сам ординал α називатимемо *наступником* ординала ξ. У кожного ординала є наступник, більше того для довільного ординала α і для довільного невід'ємного цілого числа n визначимо за індукцією ординал $\alpha + n$, прийнявши $\alpha + 0 = \alpha$ і $\alpha + n = (\alpha + (n-1)) + 1$ для $n \in \mathbb{N}$. Виявляється, що довільний ординал єдиним чином зображається у вигляді $\lambda + n$, де λ — деякий граничний ординал, а n — невід'ємне ціле число. Ординал $\lambda + n$ називається *парним* (*непарним*), якщо n — парне (непарне) число.

Нехай α і β — ординали, які є порядковими типами цілком впорядкованих множини X і Y. Будемо говорити, що ординал α *менше* β, або β *більше* α, і в цьому випадку писатимемо $\alpha < \beta$ або $\beta > \alpha$, якщо існує такий елемент $y_0 \in Y$, що цілком впорядковані множини X і $\{y \in Y \mid y < y_0\}$ подібні. Можна довести, і це ми пропонуємо слухачам, що кожна множина ординалів є цілком впорядкована відношенням $\leqslant$, яке збігається з відношенням $\subseteq$. Також, кожна цілком впорядкована множини порядкового типу α подібна множині всіх ординалів, менших α, яка лінійно впорядкована відношенням $\leqslant$.

Ординал λ називається *граничним*, якщо не існує порядкового числа, яке безпосередньо передує ординалу λ, тобто для кожного ординалу $\xi < \lambda$ існує ординал α такий, що $\xi < \alpha < \lambda$.

Якщо ординал ξ безпосередньо передує ординалу α, то будемо говорити, що ξ є *попередником* ординала α, і в цьому випадку будемо писати $\alpha = \xi + 1$, сам ординал α називатимемо *наступником* ординала ξ. У кожного ординала є наступник, більше того для довільного ординала α і для довільного невід'ємного цілого числа n визначимо за індукцією ординал $\alpha + n$, прийнявши $\alpha + 0 = \alpha$ і $\alpha + n = (\alpha + (n-1)) + 1$ для $n \in \mathbb{N}$. Виявляється, що довільний ординал єдиним чином зображається у вигляді $\lambda + n$, де λ — деякий граничний ординал, а n — невід'ємне ціле число. Ординал $\lambda + n$ називається *парним* (*непарним*), якщо n — парне (непарне) число.

Нехай α і β — ординали, які є порядковими типами цілком впорядкованих множини X і Y. Будемо говорити, що ординал α *менше* β, або β *більше* α, і в цьому випадку писатимемо $\alpha < \beta$ або $\beta > \alpha$, якщо існує такий елемент $y_0 \in Y$, що цілком впорядковані множини X і $\{y \in Y \mid y < y_0\}$ подібні. Можна довести, і це ми пропонуємо слухачам, що кожна множина ординалів є цілком впорядкована відношенням $\leqslant$, яке збігається з відношенням $\subseteq$. Також, кожна цілком впорядкована множини порядкового типу α подібна множині всіх ординалів, менших α, яка лінійно впорядкована відношенням $\leqslant$.

Ординал λ називається *граничним*, якщо не існує порядкового числа, яке безпосередньо передує ординалу λ, тобто для кожного ординалу $\xi < \lambda$ існує ординал α такий, що $\xi < \alpha < \lambda$.

Якщо ординал ξ безпосередньо передує ординалу α, то будемо говорити, що ξ є *попередником* ординала α, і в цьому випадку будемо писати $\alpha = \xi + 1$, сам ординал α називатимемо *наступником* ординала ξ. У кожного ординала є наступник, більше того для довільного ординала α і для довільного невід'ємного цілого числа n визначимо за індукцією ординал $\alpha + n$, прийнявши $\alpha + 0 = \alpha$ і $\alpha + n = (\alpha + (n-1)) + 1$ для $n \in \mathbb{N}$. Виявляється, що довільний ординал єдиним чином зображається у вигляді $\lambda + n$, де λ — деякий граничний ординал, а n — невід'ємне ціле число. Ординал $\lambda + n$ називається *парним* (*непарним*), якщо n — парне (непарне) число.

Нехай α і β — ординали, які є порядковими типами цілком впорядкованих множини X і Y. Будемо говорити, що ординал α *менше* β, або β *більше* α, і в цьому випадку писатимемо $\alpha < \beta$ або $\beta > \alpha$, якщо існує такий елемент $y_0 \in Y$, що цілком впорядковані множини X і $\{y \in Y \mid y < y_0\}$ подібні. Можна довести, і це ми пропонуємо слухачам, що кожна множина ординалів є цілком впорядкована відношенням $\leqslant$, яке збігається з відношенням $\subseteq$. Також, кожна цілком впорядкована множини порядкового типу α подібна множині всіх ординалів, менших α, яка лінійно впорядкована відношенням $\leqslant$.

Ординал λ називається *граничним*, якщо не існує порядкового числа, яке безпосередньо передує ординалу λ, тобто для кожного ординалу $\xi < \lambda$ існує ординал α такий, що $\xi < \alpha < \lambda$.

Якщо ординал ξ безпосередньо передує ординалу α, то будемо говорити, що ξ є *попередником* ординала α, і в цьому випадку будемо писати $\alpha = \xi + 1$, сам ординал α називатимемо *наступником* ординала ξ. У кожного ординала є наступник, більше того для довільного ординала α і для довільного невід'ємного цілого числа n визначимо за індукцією ординал $\alpha + n$, прийнявши $\alpha + 0 = \alpha$ і $\alpha + n = (\alpha + (n-1)) + 1$ для $n \in \mathbb{N}$. Виявляється, що довільний ординал єдиним чином зображається у вигляді $\lambda + n$, де λ — деякий граничний ординал, а n — невід'ємне ціле число. Ординал $\lambda + n$ називається *парним* (*непарним*), якщо n — парне (непарне) число.

Нехай α і β — ординали, які є порядковими типами цілком впорядкованих множини X і Y. Будемо говорити, що ординал α *менше* β, або β *більше* α, і в цьому випадку писатимемо $\alpha < \beta$ або $\beta > \alpha$, якщо існує такий елемент $y_0 \in Y$, що цілком впорядковані множини X і $\{y \in Y \mid y < y_0\}$ подібні. Можна довести, і це ми пропонуємо слухачам, що кожна множина ординалів є цілком впорядкована відношенням $\leqslant$, яке збігається з відношенням $\subseteq$. Також, кожна цілком впорядкована множини порядкового типу α подібна множині всіх ординалів, менших α, яка лінійно впорядкована відношенням $\leqslant$.

Ординал λ називається *граничним*, якщо не існує порядкового числа, яке безпосередньо передує ординалу λ, тобто для кожного ординалу $\xi < \lambda$ існує ординал α такий, що $\xi < \alpha < \lambda$.

Якщо ординал ξ безпосередньо передує ординалу α, то будемо говорити, що ξ є *попередником* ординала α, і в цьому випадку будемо писати $\alpha = \xi + 1$, сам ординал α називатимемо *наступником* ординала ξ. У кожного ординала є наступник, більше того для довільного ординала α і для довільного невід'ємного цілого числа n визначимо за індукцією ординал $\alpha + n$, прийнявши $\alpha + 0 = \alpha$ і $\alpha + n = (\alpha + (n-1)) + 1$ для $n \in \mathbb{N}$. Виявляється, що довільний ординал єдиним чином зображається у вигляді $\lambda + n$, де λ — деякий граничний ординал, а n — невід'ємне ціле число. Ординал $\lambda + n$ називається *парним* (*непарним*), якщо n — парне (непарне) число.

Нехай α і β — ординали, які є порядковими типами цілком впорядкованих множини X і Y. Будемо говорити, що ординал α *менше* β, або β *більше* α, і в цьому випадку писатимемо $\alpha < \beta$ або $\beta > \alpha$, якщо існує такий елемент $y_0 \in Y$, що цілком впорядковані множини X і $\{y \in Y \mid y < y_0\}$ подібні. Можна довести, і це ми пропонуємо слухачам, що кожна множина ординалів є цілком впорядкована відношенням $\leqslant$, яке збігається з відношенням $\subseteq$. Також, кожна цілком впорядкована множини порядкового типу α подібна множині всіх ординалів, менших α, яка лінійно впорядкована відношенням $\leqslant$.

Ординал λ називається *граничним*, якщо не існує порядкового числа, яке безпосередньо передує ординалу λ, тобто для кожного ординалу $\xi < \lambda$ існує ординал α такий, що $\xi < \alpha < \lambda$.

Якщо ординал ξ безпосередньо передує ординалу α, то будемо говорити, що ξ є *попередником* ординала α, і в цьому випадку будемо писати $\alpha = \xi + 1$, сам ординал α називатимемо *наступником* ординала ξ. У кожного ординала є наступник, більше того для довільного ординала α і для довільного невід'ємного цілого числа n визначимо за індукцією ординал $\alpha + n$, прийнявши $\alpha + 0 = \alpha$ і $\alpha + n = (\alpha + (n-1)) + 1$ для $n \in \mathbb{N}$. Виявляється, що довільний ординал єдиним чином зображається у вигляді $\lambda + n$, де λ — деякий граничний ординал, а n — невід'ємне ціле число. Ординал $\lambda + n$ називається *парним* (*непарним*), якщо n — парне (непарне) число.

Нехай α і β — ординали, які є порядковими типами цілком впорядкованих множини X і Y. Будемо говорити, що ординал α *менше* β, або β *більше* α, і в цьому випадку писатимемо $\alpha < \beta$ або $\beta > \alpha$, якщо існує такий елемент $y_0 \in Y$, що цілком впорядковані множини X і $\{y \in Y \mid y < y_0\}$ подібні. Можна довести, і це ми пропонуємо слухачам, що кожна множина ординалів є цілком впорядкована відношенням $\leqslant$, яке збігається з відношенням $\subseteq$. Також, кожна цілком впорядкована множини порядкового типу α подібна множині всіх ординалів, менших α, яка лінійно впорядкована відношенням $\leqslant$.

Ординал λ називається *граничним*, якщо не існує порядкового числа, яке безпосередньо передує ординалу λ, тобто для кожного ординалу $\xi < \lambda$ існує ординал α такий, що $\xi < \alpha < \lambda$.

Якщо ординал ξ безпосередньо передує ординалу α, то будемо говорити, що ξ є *попередником* ординала α, і в цьому випадку будемо писати $\alpha = \xi + 1$, сам ординал α називатимемо *наступником* ординала ξ. У кожного ординала є наступник, більше того для довільного ординала α і для довільного невід'ємного цілого числа n визначимо за індукцією ординал $\alpha + n$, прийнявши $\alpha + 0 = \alpha$ і $\alpha + n = (\alpha + (n-1)) + 1$ для $n \in \mathbb{N}$. Виявляється, що довільний ординал єдиним чином зображається у вигляді $\lambda + n$, де λ — деякий граничний ординал, а n — невід'ємне ціле число. Ординал $\lambda + n$ називається *парним* (*непарним*), якщо n — парне (непарне) число.

Лекція 5: Упорядкування. Порядкові числа

Нехай α і β — ординали, які є порядковими типами цілком впорядкованих множини X і Y. Будемо говорити, що ординал α *менше* β, або β *більше* α, і в цьому випадку писатимемо $\alpha < \beta$ або $\beta > \alpha$, якщо існує такий елемент $y_0 \in Y$, що цілком впорядковані множини X і $\{y \in Y \mid y < y_0\}$ подібні. Можна довести, і це ми пропонуємо слухачам, що кожна множина ординалів є цілком впорядкована відношенням $\leqslant$, яке збігається з відношенням $\subseteq$. Також, кожна цілком впорядкована множини порядкового типу α подібна множині всіх ординалів, менших α, яка лінійно впорядкована відношенням $\leqslant$.

Ординал λ називається *граничним*, якщо не існує порядкового числа, яке безпосередньо передує ординалу λ, тобто для кожного ординалу $\xi < \lambda$ існує ординал α такий, що $\xi < \alpha < \lambda$.

Якщо ординал ξ безпосередньо передує ординалу α, то будемо говорити, що ξ є *попередником* ординала α, і в цьому випадку будемо писати $\alpha = \xi + 1$, сам ординал α називатимемо *наступником* ординала ξ. У кожного ординала є наступник, більше того для довільного ординала α і для довільного невід'ємного цілого числа n визначимо за індукцією ординал $\alpha + n$, прийнявши $\alpha + 0 = \alpha$ і $\alpha + n = (\alpha + (n-1)) + 1$ для $n \in \mathbb{N}$. Виявляється, що довільний ординал єдиним чином зображається у вигляді $\lambda + n$, де λ — деякий граничний ординал, а n — невід'ємне ціле число. Ординал $\lambda + n$ називається *парним* (*непарним*), якщо n — парне (непарне) число.

Лекція 5: Упорядкування. Порядкові числа

Нехай α і β — ординали, які є порядковими типами цілком впорядкованих множини X і Y. Будемо говорити, що ординал α *менше* β, або β *більше* α, і в цьому випадку писатимемо $\alpha < \beta$ або $\beta > \alpha$, якщо існує такий елемент $y_0 \in Y$, що цілком впорядковані множини X і $\{y \in Y \mid y < y_0\}$ подібні. Можна довести, і це ми пропонуємо слухачам, що кожна множина ординалів є цілком впорядкована відношенням $\leqslant$, яке збігається з відношенням $\subseteq$. Також, кожна цілком впорядкована множини порядкового типу α подібна множині всіх ординалів, менших α, яка лінійно впорядкована відношенням $\leqslant$.

Ординал λ називається *граничним*, якщо не існує порядкового числа, яке безпосередньо передує ординалу λ, тобто для кожного ординалу $\xi < \lambda$ існує ординал α такий, що $\xi < \alpha < \lambda$.

Якщо ординал ξ безпосередньо передує ординалу α, то будемо говорити, що ξ є *попередником* ординала α, і в цьому випадку будемо писати $\alpha = \xi + 1$, сам ординал α називатимемо *наступником* ординала ξ. У кожного ординала є наступник, більше того для довільного ординала α і для довільного невід'ємного цілого числа n визначимо за індукцією ординал $\alpha + n$, прийнявши $\alpha + 0 = \alpha$ і $\alpha + n = (\alpha + (n-1)) + 1$ для $n \in \mathbb{N}$. Виявляється, що довільний ординал єдиним чином зображається у вигляді $\lambda + n$, де λ — деякий граничний ординал, а n — невід'ємне ціле число. Ординал $\lambda + n$ називається *парним* (*непарним*), якщо n — парне (непарне) число.

Лекція 5: Упорядкування. Порядкові числа

Нехай α і β — ординали, які є порядковими типами цілком впорядкованих множини X і Y. Будемо говорити, що ординал α *менше* β, або β *більше* α, і в цьому випадку писатимемо $\alpha < \beta$ або $\beta > \alpha$, якщо існує такий елемент $y_0 \in Y$, що цілком впорядковані множини X і $\{y \in Y \mid y < y_0\}$ подібні. Можна довести, і це ми пропонуємо слухачам, що кожна множина ординалів є цілком впорядкована відношенням $\leqslant$, яке збігається з відношенням $\subseteq$. Також, кожна цілком впорядкована множини порядкового типу α подібна множині всіх ординалів, менших α, яка лінійно впорядкована відношенням $\leqslant$.

Ординал λ називається *граничним*, якщо не існує порядкового числа, яке безпосередньо передує ординалу λ, тобто для кожного ординалу $\xi < \lambda$ існує ординал α такий, що $\xi < \alpha < \lambda$.

Якщо ординал ξ безпосередньо передує ординалу α, то будемо говорити, що ξ є *попередником* ординала α, і в цьому випадку будемо писати $\alpha = \xi + 1$, сам ординал α називатимемо *наступником* ординала ξ. У кожного ординала є наступник, більше того для довільного ординала α і для довільного невід'ємного цілого числа n визначимо за індукцією ординал $\alpha + n$, прийнявши $\alpha + 0 = \alpha$ і $\alpha + n = (\alpha + (n-1)) + 1$ для $n \in \mathbb{N}$. Виявляється, що довільний ординал єдиним чином зображається у вигляді $\lambda + n$, де λ — деякий граничний ординал, а n — невід'ємне ціле число. Ординал $\lambda + n$ називається *парним* (*непарним*), якщо n — парне (непарне) число.

Нехай α і β — ординали, які є порядковими типами цілком впорядкованих множини X і Y. Будемо говорити, що ординал α *менше* β, або β *більше* α, і в цьому випадку писатимемо $\alpha < \beta$ або $\beta > \alpha$, якщо існує такий елемент $y_0 \in Y$, що цілком впорядковані множини X і $\{y \in Y \mid y < y_0\}$ подібні. Можна довести, і це ми пропонуємо слухачам, що кожна множина ординалів є цілком впорядкована відношенням $\leqslant$, яке збігається з відношенням $\subseteq$. Також, кожна цілком впорядкована множини порядкового типу α подібна множині всіх ординалів, менших α, яка лінійно впорядкована відношенням $\leqslant$.

Ординал λ називається *граничним*, якщо не існує порядкового числа, яке безпосередньо передує ординалу λ, тобто для кожного ординалу $\xi < \lambda$ існує ординал α такий, що $\xi < \alpha < \lambda$.

Якщо ординал ξ безпосередньо передує ординалу α, то будемо говорити, що ξ є *попередником* ординала α, і в цьому випадку будемо писати $\alpha = \xi + 1$, сам ординал α називатимемо *наступником* ординала ξ. У кожного ординала є наступник, більше того для довільного ординала α і для довільного невід'ємного цілого числа n визначимо за індукцією ординал $\alpha + n$, прийнявши $\alpha + 0 = \alpha$ і $\alpha + n = (\alpha + (n-1)) + 1$ для $n \in \mathbb{N}$. Виявляється, що довільний ординал єдиним чином зображається у вигляді $\lambda + n$, де λ — деякий граничний ординал, а n — невід'ємне ціле число. Ординал $\lambda + n$ називається *парним* (*непарним*), якщо n — парне (непарне) число.

Нехай α і β — ординали, які є порядковими типами цілком впорядкованих множини X і Y. Будемо говорити, що ординал α *менше* β, або β *більше* α, і в цьому випадку писатимемо $\alpha < \beta$ або $\beta > \alpha$, якщо існує такий елемент $y_0 \in Y$, що цілком впорядковані множини X і $\{y \in Y \mid y < y_0\}$ подібні. Можна довести, і це ми пропонуємо слухачам, що кожна множина ординалів є цілком впорядкована відношенням $\leqslant$, яке збігається з відношенням $\subseteq$. Також, кожна цілком впорядкована множини порядкового типу α подібна множині всіх ординалів, менших α, яка лінійно впорядкована відношенням $\leqslant$.

Ординал λ називається *граничним*, якщо не існує порядкового числа, яке безпосередньо передує ординалу λ, тобто для кожного ординалу $\xi < \lambda$ існує ординал α такий, що $\xi < \alpha < \lambda$.

Якщо ординал ξ безпосередньо передує ординалу α, то будемо говорити, що ξ є *попередником* ординала α, і в цьому випадку будемо писати $\alpha = \xi + 1$, сам ординал α називатимемо *наступником* ординала ξ. У кожного ординала є наступник, більше того для довільного ординала α і для довільного невід'ємного цілого числа n визначимо за індукцією ординал $\alpha + n$, прийнявши $\alpha + 0 = \alpha$ і $\alpha + n = (\alpha + (n-1)) + 1$ для $n \in \mathbb{N}$. Виявляється, що довільний ординал єдиним чином зображається у вигляді $\lambda + n$, де λ — деякий граничний ординал, а n — невід'ємне ціле число. Ординал $\lambda + n$ називається *парним* (*непарним*), якщо n — парне (непарне) число.

Нехай α і β — ординали, які є порядковими типами цілком впорядкованих множини X і Y. Будемо говорити, що ординал α *менше* β, або β *більше* α, і в цьому випадку писатимемо $\alpha < \beta$ або $\beta > \alpha$, якщо існує такий елемент $y_0 \in Y$, що цілком впорядковані множини X і $\{y \in Y \mid y < y_0\}$ подібні. Можна довести, і це ми пропонуємо слухачам, що кожна множина ординалів є цілком впорядкована відношенням $\leqslant$, яке збігається з відношенням $\subseteq$. Також, кожна цілком впорядкована множини порядкового типу α подібна множині всіх ординалів, менших α, яка лінійно впорядкована відношенням $\leqslant$.

Ординал λ називається *граничним*, якщо не існує порядкового числа, яке безпосередньо передує ординалу λ, тобто для кожного ординалу $\xi < \lambda$ існує ординал α такий, що $\xi < \alpha < \lambda$.

Якщо ординал ξ безпосередньо передує ординалу α, то будемо говорити, що ξ є *попередником* ординала α, і в цьому випадку будемо писати $\alpha = \xi + 1$, сам ординал α називатимемо *наступником* ординала ξ. У кожного ординала є наступник, більше того для довільного ординала α і для довільного невід'ємного цілого числа n визначимо за індукцією ординал $\alpha + n$, прийнявши $\alpha + 0 = \alpha$ і $\alpha + n = (\alpha + (n-1)) + 1$ для $n \in \mathbb{N}$. Виявляється, що довільний ординал єдиним чином зображається у вигляді $\lambda + n$, де λ — деякий граничний ординал, а n — невід'ємне ціле число. Ординал $\lambda + n$ називається *парним* (*непарним*), якщо n — парне (непарне) число.

Нехай α і β — ординали, які є порядковими типами цілком впорядкованих множини X і Y. Будемо говорити, що ординал α *менше* β, або β *більше* α, і в цьому випадку писатимемо $\alpha < \beta$ або $\beta > \alpha$, якщо існує такий елемент $y_0 \in Y$, що цілком впорядковані множини X і $\{y \in Y \mid y < y_0\}$ подібні. Можна довести, і це ми пропонуємо слухачам, що кожна множина ординалів є цілком впорядкована відношенням $\leqslant$, яке збігається з відношенням $\subseteq$. Також, кожна цілком впорядкована множини порядкового типу α подібна множині всіх ординалів, менших α, яка лінійно впорядкована відношенням $\leqslant$.

Ординал λ називається *граничним*, якщо не існує порядкового числа, яке безпосередньо передує ординалу λ, тобто для кожного ординалу $\xi < \lambda$ існує ординал α такий, що $\xi < \alpha < \lambda$.

Якщо ординал ξ безпосередньо передує ординалу α, то будемо говорити, що ξ є *попередником* ординала α, і в цьому випадку будемо писати $\alpha = \xi + 1$, сам ординал α називатимемо *наступником* ординала ξ. У кожного ординала є наступник, більше того для довільного ординала α і для довільного невід'ємного цілого числа n визначимо за індукцією ординал $\alpha + n$, прийнявши $\alpha + 0 = \alpha$ і $\alpha + n = (\alpha + (n-1)) + 1$ для $n \in \mathbb{N}$. Виявляється, що довільний ординал єдиним чином зображається у вигляді $\lambda + n$, де λ — деякий граничний ординал, а n — невід'ємне ціле число. Ординал $\lambda + n$ називається *парним* (*непарним*), якщо n — парне (непарне) число.

Нехай α і β — ординали, які є порядковими типами цілком впорядкованих множини X і Y. Будемо говорити, що ординал α *менше* β, або β *більше* α, і в цьому випадку писатимемо $\alpha < \beta$ або $\beta > \alpha$, якщо існує такий елемент $y_0 \in Y$, що цілком впорядковані множини X і $\{y \in Y \mid y < y_0\}$ подібні. Можна довести, і це ми пропонуємо слухачам, що кожна множина ординалів є цілком впорядкована відношенням $\leqslant$, яке збігається з відношенням $\subseteq$. Також, кожна цілком впорядкована множини порядкового типу α подібна множині всіх ординалів, менших α, яка лінійно впорядкована відношенням $\leqslant$.

Ординал λ називається *граничним*, якщо не існує порядкового числа, яке безпосередньо передує ординалу λ, тобто для кожного ординалу $\xi < \lambda$ існує ординал α такий, що $\xi < \alpha < \lambda$.

Якщо ординал ξ безпосередньо передує ординалу α, то будемо говорити, що ξ є *попередником* ординала α, і в цьому випадку будемо писати $\alpha = \xi + 1$, сам ординал α називатимемо *наступником* ординала ξ. У кожного ординала є наступник, більше того для довільного ординала α і для довільного невід'ємного цілого числа n визначимо за індукцією ординал $\alpha + n$, прийнявши $\alpha + 0 = \alpha$ і $\alpha + n = (\alpha + (n - 1)) + 1$ для $n \in \mathbb{N}$. Виявляється, що довільний ординал єдиним чином зображається у вигляді $\lambda + n$, де λ — деякий граничний ординал, а n — невід'ємне ціле число. Ординал $\lambda + n$ називається *парним* (*непарним*), якщо n — парне (непарне) число.

Лекція 5: Упорядкування. Порядкові числа

Нехай α і β — ординали, які є порядковими типами цілком впорядкованих множини X і Y. Будемо говорити, що ординал α *менше* β, або β *більше* α, і в цьому випадку писатимемо $\alpha < \beta$ або $\beta > \alpha$, якщо існує такий елемент $y_0 \in Y$, що цілком впорядковані множини X і $\{y \in Y \mid y < y_0\}$ подібні. Можна довести, і це ми пропонуємо слухачам, що кожна множина ординалів є цілком впорядкована відношенням $\leqslant$, яке збігається з відношенням $\subseteq$. Також, кожна цілком впорядкована множини порядкового типу α подібна множині всіх ординалів, менших α, яка лінійно впорядкована відношенням $\leqslant$.

Ординал λ називається *граничним*, якщо не існує порядкового числа, яке безпосередньо передує ординалу λ, тобто для кожного ординалу $\xi < \lambda$ існує ординал α такий, що $\xi < \alpha < \lambda$.

Якщо ординал ξ безпосередньо передує ординалу α, то будемо говорити, що ξ є *попередником* ординала α, і в цьому випадку будемо писати $\alpha = \xi + 1$, сам ординал α називатимемо *наступником* ординала ξ. У кожного ординала є наступник, більше того для довільного ординала α і для довільного невід'ємного цілого числа n визначимо за індукцією ординал $\alpha + n$, прийнявши $\alpha + 0 = \alpha$ і $\alpha + n = (\alpha + (n-1)) + 1$ для $n \in \mathbb{N}$. Виявляється, що довільний ординал єдиним чином зображається у вигляді $\lambda + n$, де λ — деякий граничний ординал, а n — невід'ємне ціле число. Ординал $\lambda + n$ називається *парним* (*непарним*), якщо n — парне (непарне) число.

Якщо множина всіх ординалів, менших граничного ординала λ, містить підмножину A порядкового типу α таку, що для кожного ординала $\xi < \lambda$ існує ординал $\xi' \in A$, який задовольняє нерівність $\xi < \xi' < \lambda$, то кажуть, що *ординал α конфінальний ординалу λ*.

Нескінченний ординал λ (тобто порядковий тип деякої нескінченної цілком впорядкованої множини) називається *початковим* або *ініціальним*, якщо λ — найменший серед усіх ординалів α таких, що $|\alpha| = |\lambda|$, тобто якщо $|\xi| < |\lambda|$ для довільного ординала $\xi < \lambda$. Ініціальний ординал λ називається *регулярним*, якщо не існує ординала $\alpha < \lambda$, який конфінальний λ.

Для кожного кардинала $\mathfrak{m}$ існує ініціальний ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$, і цей ординал λ єдиний. Кардинал $\mathfrak{m}$ називається *регулярним*, якщо відповідний йому ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$ є регулярним. Ініціальний ординал потужності $\aleph_0$ позначається через ω_0, і він є порядковим типом множини всіх натуральних чисел зі звичайним порядком.

Якщо множина всіх ординалів, менших граничного ординала λ, містить підмножину A порядкового типу α таку, що для кожного ординала $\xi < \lambda$ існує ординал $\xi' \in A$, який задовольняє нерівність $\xi < \xi' < \lambda$, то кажуть, що *ординал α конфінальний ординалу λ*.

Нескінченний ординал λ (тобто порядковий тип деякої нескінченної цілком впорядкованої множини) називається *початковим* або *ініціальним*, якщо λ — найменший серед усіх ординалів α таких, що $|\alpha| = |\lambda|$, тобто якщо $|\xi| < |\lambda|$ для довільного ординала $\xi < \lambda$. Ініціальний ординал λ називається *регулярним*, якщо не існує ординала $\alpha < \lambda$, який конфінальний λ.

Для кожного кардинала $\mathfrak{m}$ існує ініціальний ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$, і цей ординал λ єдиний. Кардинал $\mathfrak{m}$ називається *регулярним*, якщо відповідний йому ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$ є регулярним. Ініціальний ординал потужності $\aleph_0$ позначається через ω_0, і він є порядковим типом множини всіх натуральних чисел зі звичайним порядком.

Якщо множина всіх ординалів, менших граничного ординала λ, містить підмножину A порядкового типу α таку, що для кожного ординала $\xi < \lambda$ існує ординал $\xi' \in A$, який задовольняє нерівність $\xi < \xi' < \lambda$, то кажуть, що *ординал α конфінальний ординалу λ*.

Нескінченний ординал λ (тобто порядковий тип деякої нескінченної цілком впорядкованої множини) називається *початковим* або *ініціальним*, якщо λ — найменший серед усіх ординалів α таких, що $|\alpha| = |\lambda|$, тобто якщо $|\xi| < |\lambda|$ для довільного ординала $\xi < \lambda$. Ініціальний ординал λ називається *регулярним*, якщо не існує ординала $\alpha < \lambda$, який конфінальний λ.

Для кожного кардинала $\mathfrak{m}$ існує ініціальний ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$, і цей ординал λ єдиний. Кардинал $\mathfrak{m}$ називається *регулярним*, якщо відповідний йому ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$ є регулярним. Ініціальний ординал потужності $\aleph_0$ позначається через ω_0, і він є порядковим типом множини всіх натуральних чисел зі звичайним порядком.

Якщо множина всіх ординалів, менших граничного ординала λ, містить підмножину A порядкового типу α таку, що для кожного ординала $\xi < \lambda$ існує ординал $\xi' \in A$, який задовольняє нерівність $\xi < \xi' < \lambda$, то кажуть, що *ординал α конфінальний ординалу λ*.

Нескінченний ординал λ (тобто порядковий тип деякої нескінченної цілком впорядкованої множини) називається *початковим* або *ініціальним*, якщо λ — найменший серед усіх ординалів α таких, що $|\alpha| = |\lambda|$, тобто якщо $|\xi| < |\lambda|$ для довільного ординала $\xi < \lambda$. Ініціальний ординал λ називається *регулярним*, якщо не існує ординала $\alpha < \lambda$, який конфінальний λ.

Для кожного кардинала $\mathfrak{m}$ існує ініціальний ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$, і цей ординал λ єдиний. Кардинал $\mathfrak{m}$ називається *регулярним*, якщо відповідний йому ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$ є регулярним. Ініціальний ординал потужності $\aleph_0$ позначається через ω_0, і він є порядковим типом множини всіх натуральних чисел зі звичайним порядком.

Якщо множина всіх ординалів, менших граничного ординала λ, містить підмножину A порядкового типу α таку, що для кожного ординала $\xi < \lambda$ існує ординал $\xi' \in A$, який задовольняє нерівність $\xi < \xi' < \lambda$, то кажуть, що *ординал α конфінальний ординалу λ*.

Нескінченний ординал λ (тобто порядковий тип деякої нескінченної цілком впорядкованої множини) називається *початковим* або *ініціальним*, якщо λ — найменший серед усіх ординалів α таких, що $|\alpha| = |\lambda|$, тобто якщо $|\xi| < |\lambda|$ для довільного ординала $\xi < \lambda$. Ініціальний ординал λ називається *регулярним*, якщо не існує ординала $\alpha < \lambda$, який конфінальний λ.

Для кожного кардинала $\mathfrak{m}$ існує ініціальний ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$, і цей ординал λ єдиний. Кардинал $\mathfrak{m}$ називається *регулярним*, якщо відповідний йому ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$ є регулярним. Ініціальний ординал потужності $\aleph_0$ позначається через ω_0, і він є порядковим типом множини всіх натуральних чисел зі звичайним порядком.

Якщо множина всіх ординалів, менших граничного ординала λ, містить підмножину A порядкового типу α таку, що для кожного ординала $\xi < \lambda$ існує ординал $\xi' \in A$, який задовольняє нерівність $\xi < \xi' < \lambda$, то кажуть, що *ординал α конфінальний ординалу λ*.

Нескінченний ординал λ (тобто порядковий тип деякої нескінченної цілком впорядкованої множини) називається *початковим* або *ініціальним*, якщо λ — найменший серед усіх ординалів α таких, що $|\alpha| = |\lambda|$, тобто якщо $|\xi| < |\lambda|$ для довільного ординала $\xi < \lambda$. Ініціальний ординал λ називається *регулярним*, якщо не існує ординала $\alpha < \lambda$, який конфінальний λ.

Для кожного кардинала $\mathfrak{m}$ існує ініціальний ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$, і цей ординал λ єдиний. Кардинал $\mathfrak{m}$ називається *регулярним*, якщо відповідний йому ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$ є регулярним. Ініціальний ординал потужності $\aleph_0$ позначається через ω_0, і він є порядковим типом множини всіх натуральних чисел зі звичайним порядком.

Якщо множина всіх ординалів, менших граничного ординала λ, містить підмножину A порядкового типу α таку, що для кожного ординала $\xi < \lambda$ існує ординал $\xi' \in A$, який задовольняє нерівність $\xi < \xi' < \lambda$, то кажуть, що *ординал α конфінальний ординалу λ*.

Нескінченний ординал λ (тобто порядковий тип деякої нескінченної цілком впорядкованої множини) називається *початковим* або *ініціальним*, якщо λ — найменший серед усіх ординалів α таких, що $|\alpha| = |\lambda|$, тобто якщо $|\xi| < |\lambda|$ для довільного ординала $\xi < \lambda$. Ініціальний ординал λ називається *регулярним*, якщо не існує ординала $\alpha < \lambda$, який конфінальний λ.

Для кожного кардинала $\mathfrak{m}$ існує ініціальний ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$, і цей ординал λ єдиний. Кардинал $\mathfrak{m}$ називається *регулярним*, якщо відповідний йому ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$ є регулярним. Ініціальний ординал потужності $\aleph_0$ позначається через ω_0, і він є порядковим типом множини всіх натуральних чисел зі звичайним порядком.

Якщо множина всіх ординалів, менших граничного ординала λ, містить підмножину A порядкового типу α таку, що для кожного ординала $\xi < \lambda$ існує ординал $\xi' \in A$, який задовольняє нерівність $\xi < \xi' < \lambda$, то кажуть, що *ординал α конфінальний ординалу λ*.

Нескінченний ординал λ (тобто порядковий тип деякої нескінченної цілком впорядкованої множини) називається *початковим* або *ініціальним*, якщо λ — найменший серед усіх ординалів α таких, що $|\alpha| = |\lambda|$, тобто якщо $|\xi| < |\lambda|$ для довільного ординала $\xi < \lambda$. Ініціальний ординал λ називається *регулярним*, якщо не існує ординала $\alpha < \lambda$, який конфінальний λ.

Для кожного кардинала $\mathfrak{m}$ існує ініціальний ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$, і цей ординал λ єдиний. Кардинал $\mathfrak{m}$ називається *регулярним*, якщо відповідний йому ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$ є регулярним. Ініціальний ординал потужності $\aleph_0$ позначається через ω_0, і він є порядковим типом множини всіх натуральних чисел зі звичайним порядком.

Якщо множина всіх ординалів, менших граничного ординала λ, містить підмножину A порядкового типу α таку, що для кожного ординала $\xi < \lambda$ існує ординал $\xi' \in A$, який задовольняє нерівність $\xi < \xi' < \lambda$, то кажуть, що *ординал α конфінальний ординалу λ*.

Нескінченний ординал λ (тобто порядковий тип деякої нескінченної цілком впорядкованої множини) називається *початковим* або *ініціальним*, якщо λ — найменший серед усіх ординалів α таких, що $|\alpha| = |\lambda|$, тобто якщо $|\xi| < |\lambda|$ для довільного ординала $\xi < \lambda$. Ініціальний ординал λ називається *регулярним*, якщо не існує ординала $\alpha < \lambda$, який конфінальний λ.

Для кожного кардинала $\mathfrak{m}$ існує ініціальний ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$, і цей ординал λ єдиний. Кардинал $\mathfrak{m}$ називається *регулярним*, якщо відповідний йому ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$ є регулярним. Ініціальний ординал потужності $\aleph_0$ позначається через ω_0, і він є порядковим типом множини всіх натуральних чисел зі звичайним порядком.

Якщо множина всіх ординалів, менших граничного ординала λ, містить підмножину A порядкового типу α таку, що для кожного ординала $\xi < \lambda$ існує ординал $\xi' \in A$, який задовольняє нерівність $\xi < \xi' < \lambda$, то кажуть, що *ординал α конфінальний ординалу λ*.

Нескінченний ординал λ (тобто порядковий тип деякої нескінченної цілком впорядкованої множини) називається *початковим* або *ініціальним*, якщо λ — найменший серед усіх ординалів α таких, що $|\alpha| = |\lambda|$, тобто якщо $|\xi| < |\lambda|$ для довільного ординала $\xi < \lambda$. Ініціальний ординал λ називається *регулярним*, якщо не існує ординала $\alpha < \lambda$, який конфінальний λ.

Для кожного кардинала $\mathfrak{m}$ існує ініціальний ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$, і цей ординал λ єдиний. Кардинал $\mathfrak{m}$ називається *регулярним*, якщо відповідний йому ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$ є регулярним. Ініціальний ординал потужності $\aleph_0$ позначається через ω_0, і він є порядковим типом множини всіх натуральних чисел зі звичайним порядком.

Якщо множина всіх ординалів, менших граничного ординала λ, містить підмножину A порядкового типу α таку, що для кожного ординала $\xi < \lambda$ існує ординал $\xi' \in A$, який задовольняє нерівність $\xi < \xi' < \lambda$, то кажуть, що *ординал α конфінальний ординалу λ*.

Нескінченний ординал λ (тобто порядковий тип деякої нескінченної цілком впорядкованої множини) називається *початковим* або *ініціальним*, якщо λ — найменший серед усіх ординалів α таких, що $|\alpha| = |\lambda|$, тобто якщо $|\xi| < |\lambda|$ для довільного ординала $\xi < \lambda$. Ініціальний ординал λ називається *регулярним*, якщо не існує ординала $\alpha < \lambda$, який конфінальний λ.

Для кожного кардинала $\mathfrak{m}$ існує ініціальний ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$, і цей ординал λ єдиний. Кардинал $\mathfrak{m}$ називається *регулярним*, якщо відповідний йому ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$ є регулярним. Ініціальний ординал потужності $\aleph_0$ позначається через ω_0, і він є порядковим типом множини всіх натуральних чисел зі звичайним порядком.

Якщо множина всіх ординалів, менших граничного ординала λ, містить підмножину A порядкового типу α таку, що для кожного ординала $\xi < \lambda$ існує ординал $\xi' \in A$, який задовольняє нерівність $\xi < \xi' < \lambda$, то кажуть, що *ординал α конфінальний ординалу λ*.

Нескінченний ординал λ (тобто порядковий тип деякої нескінченної цілком впорядкованої множини) називається *початковим* або *ініціальним*, якщо λ — найменший серед усіх ординалів α таких, що $|\alpha| = |\lambda|$, тобто якщо $|\xi| < |\lambda|$ для довільного ординала $\xi < \lambda$. Ініціальний ординал λ називається *регулярним*, якщо не існує ординала $\alpha < \lambda$, який конфінальний λ.

Для кожного кардинала $\mathfrak{m}$ існує ініціальний ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$, і цей ординал λ єдиний. Кардинал $\mathfrak{m}$ називається *регулярним*, якщо відповідний йому ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$ є регулярним. Ініціальний ординал потужності $\aleph_0$ позначається через ω_0, і він є порядковим типом множини всіх натуральних чисел зі звичайним порядком.

Якщо множина всіх ординалів, менших граничного ординала λ, містить підмножину A порядкового типу α таку, що для кожного ординала $\xi < \lambda$ існує ординал $\xi' \in A$, який задовольняє нерівність $\xi < \xi' < \lambda$, то кажуть, що *ординал α конфінальний ординалу λ*.

Нескінченний ординал λ (тобто порядковий тип деякої нескінченної цілком впорядкованої множини) називається *початковим* або *ініціальним*, якщо λ — найменший серед усіх ординалів α таких, що $|\alpha| = |\lambda|$, тобто якщо $|\xi| < |\lambda|$ для довільного ординала $\xi < \lambda$. Ініціальний ординал λ називається *регулярним*, якщо не існує ординала $\alpha < \lambda$, який конфінальний λ.

Для кожного кардинала $\mathfrak{m}$ існує ініціальний ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$, і цей ординал λ єдиний. Кардинал $\mathfrak{m}$ називається *регулярним*, якщо відповідний йому ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$ є регулярним. Ініціальний ординал потужності $\aleph_0$ позначається через ω_0, і він є порядковим типом множини всіх натуральних чисел зі звичайним порядком.

Якщо множина всіх ординалів, менших граничного ординала λ, містить підмножину A порядкового типу α таку, що для кожного ординала $\xi < \lambda$ існує ординал $\xi' \in A$, який задовольняє нерівність $\xi < \xi' < \lambda$, то кажуть, що *ординал α конфінальний ординалу λ*.

Нескінченний ординал λ (тобто порядковий тип деякої нескінченної цілком впорядкованої множини) називається *початковим* або *ініціальним*, якщо λ — найменший серед усіх ординалів α таких, що $|\alpha| = |\lambda|$, тобто якщо $|\xi| < |\lambda|$ для довільного ординала $\xi < \lambda$. Ініціальний ординал λ називається *регулярним*, якщо не існує ординала $\alpha < \lambda$, який конфінальний λ.

Для кожного кардинала $\mathfrak{m}$ існує ініціальний ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$, і цей ординал λ єдиний. Кардинал $\mathfrak{m}$ називається *регулярним*, якщо відповідний йому ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$ є регулярним. Ініціальний ординал потужності $\aleph_0$ позначається через ω_0, і він є порядковим типом множини всіх натуральних чисел зі звичайним порядком.

Якщо множина всіх ординалів, менших граничного ординала λ, містить підмножину A порядкового типу α таку, що для кожного ординала $\xi < \lambda$ існує ординал $\xi' \in A$, який задовольняє нерівність $\xi < \xi' < \lambda$, то кажуть, що *ординал α конфінальний ординалу λ*.

Нескінченний ординал λ (тобто порядковий тип деякої нескінченної цілком впорядкованої множини) називається *початковим* або *ініціальним*, якщо λ — найменший серед усіх ординалів α таких, що $|\alpha| = |\lambda|$, тобто якщо $|\xi| < |\lambda|$ для довільного ординала $\xi < \lambda$. Ініціальний ординал λ називається *регулярним*, якщо не існує ординала $\alpha < \lambda$, який конфінальний λ.

Для кожного кардинала $\mathfrak{m}$ існує ініціальний ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$, і цей ординал λ єдиний. Кардинал $\mathfrak{m}$ називається *регулярним*, якщо відповідний йому ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$ є регулярним. Ініціальний ординал потужності $\aleph_0$ позначається через ω_0, і він є порядковим типом множини всіх натуральних чисел зі звичайним порядком.

Якщо множина всіх ординалів, менших граничного ординала λ, містить підмножину A порядкового типу α таку, що для кожного ординала $\xi < \lambda$ існує ординал $\xi' \in A$, який задовольняє нерівність $\xi < \xi' < \lambda$, то кажуть, що *ординал α конфінальний ординалу λ*.

Нескінченний ординал λ (тобто порядковий тип деякої нескінченної цілком впорядкованої множини) називається *початковим* або *ініціальним*, якщо λ — найменший серед усіх ординалів α таких, що $|\alpha| = |\lambda|$, тобто якщо $|\xi| < |\lambda|$ для довільного ординала $\xi < \lambda$. Ініціальний ординал λ називається *регулярним*, якщо не існує ординала $\alpha < \lambda$, який конфінальний λ.

Для кожного кардинала $\mathfrak{m}$ існує ініціальний ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$, і цей ординал λ єдиний. Кардинал $\mathfrak{m}$ називається *регулярним*, якщо відповідний йому ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$ є регулярним. Ініціальний ординал потужності $\aleph_0$ позначається через ω_0, і він є порядковим типом множини всіх натуральних чисел зі звичайним порядком.

Якщо множина всіх ординалів, менших граничного ординала λ, містить підмножину A порядкового типу α таку, що для кожного ординала $\xi < \lambda$ існує ординал $\xi' \in A$, який задовольняє нерівність $\xi < \xi' < \lambda$, то кажуть, що *ординал α конфінальний ординалу λ*.

Нескінченний ординал λ (тобто порядковий тип деякої нескінченної цілком впорядкованої множини) називається *початковим* або *ініціальним*, якщо λ — найменший серед усіх ординалів α таких, що $|\alpha| = |\lambda|$, тобто якщо $|\xi| < |\lambda|$ для довільного ординала $\xi < \lambda$. Ініціальний ординал λ називається *регулярним*, якщо не існує ординала $\alpha < \lambda$, який конфінальний λ.

Для кожного кардинала $\mathfrak{m}$ існує ініціальний ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$, і цей ординал λ єдиний. Кардинал $\mathfrak{m}$ називається *регулярним*, якщо відповідний йому ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$ є регулярним. Ініціальний ординал потужності $\aleph_0$ позначається через ω_0, і він є порядковим типом множини всіх натуральних чисел зі звичайним порядком.

Якщо множина всіх ординалів, менших граничного ординала λ, містить підмножину A порядкового типу α таку, що для кожного ординала $\xi < \lambda$ існує ординал $\xi' \in A$, який задовольняє нерівність $\xi < \xi' < \lambda$, то кажуть, що *ординал α конфінальний ординалу λ*.

Нескінченний ординал λ (тобто порядковий тип деякої нескінченної цілком впорядкованої множини) називається *початковим* або *ініціальним*, якщо λ — найменший серед усіх ординалів α таких, що $|\alpha| = |\lambda|$, тобто якщо $|\xi| < |\lambda|$ для довільного ординала $\xi < \lambda$. Ініціальний ординал λ називається *регулярним*, якщо не існує ординала $\alpha < \lambda$, який конфінальний λ.

Для кожного кардинала $\mathfrak{m}$ існує ініціальний ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$, і цей ординал λ єдиний. Кардинал $\mathfrak{m}$ називається *регулярним*, якщо відповідний йому ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$ є регулярним. Ініціальний ординал потужності $\aleph_0$ позначається через ω_0, і він є порядковим типом множини всіх натуральних чисел зі звичайним порядком.

Якщо множина всіх ординалів, менших граничного ординала λ, містить підмножину A порядкового типу α таку, що для кожного ординала $\xi < \lambda$ існує ординал $\xi' \in A$, який задовольняє нерівність $\xi < \xi' < \lambda$, то кажуть, що *ординал α конфінальний ординалу λ*.

Нескінченний ординал λ (тобто порядковий тип деякої нескінченної цілком впорядкованої множини) називається *початковим* або *ініціальним*, якщо λ — найменший серед усіх ординалів α таких, що $|\alpha| = |\lambda|$, тобто якщо $|\xi| < |\lambda|$ для довільного ординала $\xi < \lambda$. Ініціальний ординал λ називається *регулярним*, якщо не існує ординала $\alpha < \lambda$, який конфінальний λ.

Для кожного кардинала $\mathfrak{m}$ існує ініціальний ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$, і цей ординал λ єдиний. Кардинал $\mathfrak{m}$ називається *регулярним*, якщо відповідний йому ординал λ такий, що $|\lambda| = \mathfrak{m}$ є регулярним. Ініціальний ординал потужності $\aleph_0$ позначається через ω_0, і він є порядковим типом множини всіх натуральних чисел зі звичайним порядком.

Найменший ординал, потужність якого більша за $\aleph_0$, тобто найменший незліченний ординал, позначається через ω_1, а його потужність через $\aleph_1$. Рівність $2^{\aleph_0} = \aleph_1$ називається *гіпотезою континуума* або *континуум гіпотезою*. Гіпотеза континуума незалежить від аксіом теорії множин. Для кожної послідовності $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots$ ординалів, менших за ω_1 існує такий ординал $\alpha < \omega_1$, що $\alpha_1 < \alpha$ для $i \in \mathbb{N}$. Найменший ординал потужності, більшої за $\aleph_1$, позначається через ω_2, а його потужність через $\aleph_2$. Більш загальним чином, кожному ординалу α відповідають кардинал $\aleph_\alpha$ та ординал ω_α, який є ініціальним ординалом потужності $\aleph_\alpha$. Можна довести, що кожен кардинал дорівнює $\aleph_\alpha$ для деякого ординала α.

Нехай α — деякий ординал і X — довільна множина. Під *трансфінітною послідовністю типу* α зі значенням у множині X розуміють довільне відображення f множини $W(\alpha)$, яка складається з усіх ординалів менших за ординал α, у множину X. Елемент множини X, поставлений у відповідність ординалу $\xi < \alpha$, позначається x_ξ, а не $f(\xi)$, а сама трансфінітна послідовність позначається

$$x_1, x_1, \ldots, x_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha.$$

Трансфінітна послідовність

$$A_1, A_1, \ldots, A_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha,$$

множин називається *зростаючою*, якщо $A_{\xi'} \subseteq A_\xi$ для $\xi' < \xi < \alpha$, і *спадною*, якщо $A_\xi \subseteq A_{\xi'}$ для $\xi' < \xi < \alpha$.

Лекція 5: Упорядкування. Порядкові числа

Найменший ординал, потужність якого більша за $\aleph_0$, тобто найменший незліченний ординал, позначається через ω_1, а його потужність через $\aleph_1$. Рівність $2^{\aleph_0} = \aleph_1$ називається *гіпотезою континуума* або *континуум гіпотезою*. Гіпотеза континуума незалежить від аксіом теорії множин. Для кожної послідовності $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ ординалів, менших за ω_1 існує такий ординал $\alpha < \omega_1$, що $\alpha_1 < \alpha$ для $i \in \mathbb{N}$. Найменший ординал потужності, більшої за $\aleph_1$, позначається через ω_2, а його потужність через $\aleph_2$. Більш загальним чином, кожному ординалу α відповідають кардинал $\aleph_\alpha$ та ординал ω_α, який є ініціальним ординалом потужності $\aleph_\alpha$. Можна довести, що кожен кардинал дорівнює $\aleph_\alpha$ для деякого ординала α.

Нехай α — деякий ординал і X — довільна множина. Під *трансфінітною послідовністю типу* α зі значенням у множині X розуміють довільне відображення f множини $W(\alpha)$, яка складається з усіх ординалів менших за ординал α, у множину X. Елемент множини X, поставлений у відповідність ординалу $\xi < \alpha$, позначається x_ξ, а не $f(\xi)$, а сама трансфінітна послідовність позначається

$$x_1, x_1, \dots, x_\xi, \dots, \quad \xi < \alpha.$$

Трансфінітна послідовність

$$A_1, A_1, \dots, A_\xi, \dots, \quad \xi < \alpha,$$

множин називається *зростаючою*, якщо $A_{\xi'} \subseteq A_\xi$ для $\xi' < \xi < \alpha$, і *спадною*, якщо $A_\xi \subseteq A_{\xi'}$ для $\xi' < \xi < \alpha$.

Найменший ординал, потужність якого більша за $\aleph_0$, тобто найменший незліченний ординал, позначається через ω_1, а його потужність через $\aleph_1$. Рівність $2^{\aleph_0} = \aleph_1$ називається *гіпотезою континуума* або *континуум гіпотезою*. Гіпотеза континуума незалежить від аксіом теорії множин. Для кожної послідовності $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots$ ординалів, менших за ω_1 існує такий ординал $\alpha < \omega_1$, що $\alpha_1 < \alpha$ для $i \in \mathbb{N}$. Найменший ординал потужності, більшої за $\aleph_1$, позначається через ω_2, а його потужність через $\aleph_2$. Більш загальним чином, кожному ординалу α відповідають кардинал $\aleph_\alpha$ та ординал ω_α, який є ініціальним ординалом потужності $\aleph_\alpha$. Можна довести, що кожен кардинал дорівнює $\aleph_\alpha$ для деякого ординала α.

Нехай α — деякий ординал і X — довільна множина. Під *трансфінітною послідовністю типу* α зі значенням у множині X розуміють довільне відображення f множини $W(\alpha)$, яка складається з усіх ординалів менших за ординал α, у множину X. Елемент множини X, поставлений у відповідність ординалу $\xi < \alpha$, позначається x_ξ, а не $f(\xi)$, а сама трансфінітна послідовність позначається

$$x_1, x_1, \ldots, x_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha.$$

Трансфінітна послідовність

$$A_1, A_1, \ldots, A_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha,$$

множин називається *зростаючою*, якщо $A_{\xi'} \subseteq A_\xi$ для $\xi' < \xi < \alpha$, і *спадною*, якщо $A_\xi \subseteq A_{\xi'}$ для $\xi' < \xi < \alpha$.

Найменший ординал, потужність якого більша за $\aleph_0$, тобто найменший незліченний ординал, позначається через ω_1, а його потужність через $\aleph_1$. Рівність $2^{\aleph_0} = \aleph_1$ називається *гіпотезою континуума* або *континуум гіпотезою*. Гіпотеза континуума незалежить від аксіом теорії множин. Для кожної послідовності $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots$ ординалів, менших за ω_1 існує такий ординал $\alpha < \omega_1$, що $\alpha_1 < \alpha$ для $i \in \mathbb{N}$. Найменший ординал потужності, більшої за $\aleph_1$, позначається через ω_2, а його потужність через $\aleph_2$. Більш загальним чином, кожному ординалу α відповідають кардинал $\aleph_\alpha$ та ординал ω_α, який є ініціальним ординалом потужності $\aleph_\alpha$. Можна довести, що кожен кардинал дорівнює $\aleph_\alpha$ для деякого ординала α.

Нехай α — деякий ординал і X — довільна множина. Під *трансфінітною послідовністю типу* α зі значенням у множині X розуміють довільне відображення f множини $W(\alpha)$, яка складається з усіх ординалів менших за ординал α, у множину X. Елемент множини X, поставлений у відповідність ординалу $\xi < \alpha$, позначається x_ξ, а не $f(\xi)$, а сама трансфінітна послідовність позначається

$$x_1, x_1, \ldots, x_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha.$$

Трансфінітна послідовність

$$A_1, A_1, \ldots, A_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha,$$

множин називається *зростаючою*, якщо $A_{\xi'} \subseteq A_\xi$ для $\xi' < \xi < \alpha$, і *спадною*, якщо $A_\xi \subseteq A_{\xi'}$ для $\xi' < \xi < \alpha$.

Найменший ординал, потужність якого більша за $\aleph_0$, тобто найменший незліченний ординал, позначається через ω_1, а його потужність через $\aleph_1$. Рівність $2^{\aleph_0} = \aleph_1$ називається *гіпотезою континуума* або *континуум гіпотезою*. Гіпотеза континуума незалежить від аксіом теорії множин. Для кожної послідовності $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots$ ординалів, менших за ω_1 існує такий ординал $\alpha < \omega_1$, що $\alpha_1 < \alpha$ для $i \in \mathbb{N}$. Найменший ординал потужності, більшої за $\aleph_1$, позначається через ω_2, а його потужність через $\aleph_2$. Більш загальним чином, кожному ординалу α відповідають кардинал $\aleph_\alpha$ та ординал ω_α, який є ініціальним ординалом потужності $\aleph_\alpha$. Можна довести, що кожен кардинал дорівнює $\aleph_\alpha$ для деякого ординала α.

Нехай α — деякий ординал і X — довільна множина. Під *трансфінітною послідовністю типу* α зі значенням у множині X розуміють довільне відображення f множини $W(\alpha)$, яка складається з усіх ординалів менших за ординал α, у множину X. Елемент множини X, поставлений у відповідність ординалу $\xi < \alpha$, позначається x_ξ, а не $f(\xi)$, а сама трансфінітна послідовність позначається

$$x_1, x_1, \ldots, x_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha.$$

Трансфінітна послідовність

$$A_1, A_1, \ldots, A_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha,$$

множин називається *зростаючою*, якщо $A_{\xi'} \subseteq A_\xi$ для $\xi' < \xi < \alpha$, і *спадною*, якщо $A_\xi \subseteq A_{\xi'}$ для $\xi' < \xi < \alpha$.

Лекція 5: Упорядкування. Порядкові числа

Найменший ординал, потужність якого більша за $\aleph_0$, тобто найменший незліченний ординал, позначається через ω_1, а його потужність через $\aleph_1$. Рівність $2^{\aleph_0} = \aleph_1$ називається *гіпотезою континуума* або *континуум гіпотезою*. Гіпотеза континуума незалежить від аксіом теорії множин. Для кожної послідовності $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots$ ординалів, менших за ω_1 існує такий ординал $\alpha < \omega_1$, що $\alpha_1 < \alpha$ для $i \in \mathbb{N}$. Найменший ординал потужності, більшої за $\aleph_1$, позначається через ω_2, а його потужність через $\aleph_2$. Більш загальним чином, кожному ординалу α відповідають кардинал $\aleph_\alpha$ та ординал ω_α, який є ініціальним ординалом потужності $\aleph_\alpha$. Можна довести, що кожен кардинал дорівнює $\aleph_\alpha$ для деякого ординала α.

Нехай α — деякий ординал і X — довільна множина. Під *трансфінітною послідовністю типу* α зі значенням у множині X розуміють довільне відображення f множини $W(\alpha)$, яка складається з усіх ординалів менших за ординал α, у множину X. Елемент множини X, поставлений у відповідність ординалу $\xi < \alpha$, позначається x_ξ, а не $f(\xi)$, а сама трансфінітна послідовність позначається

$$x_1, x_1, \ldots, x_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha.$$

Трансфінітна послідовність

$$A_1, A_1, \ldots, A_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha,$$

множин називається *зростаючою*, якщо $A_{\xi'} \subseteq A_\xi$ для $\xi' < \xi < \alpha$, і *спадною*, якщо $A_\xi \subseteq A_{\xi'}$ для $\xi' < \xi < \alpha$.

Лекція 5: Упорядкування. Порядкові числа

Найменший ординал, потужність якого більша за $\aleph_0$, тобто найменший незліченний ординал, позначається через ω_1, а його потужність через $\aleph_1$. Рівність $2^{\aleph_0} = \aleph_1$ називається *гіпотезою континуума* або *континуум гіпотезою*. Гіпотеза континуума незалежить від аксіом теорії множин. Для кожної послідовності $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ ординалів, менших за ω_1 існує такий ординал $\alpha < \omega_1$, що $\alpha_1 < \alpha$ для $i \in \mathbb{N}$. Найменший ординал потужності, більшої за $\aleph_1$, позначається через ω_2, а його потужність через $\aleph_2$. Більш загальним чином, кожному ординалу α відповідають кардинал $\aleph_\alpha$ та ординал ω_α, який є ініціальним ординалом потужності $\aleph_\alpha$. Можна довести, що кожен кардинал дорівнює $\aleph_\alpha$ для деякого ординала α.

Нехай α — деякий ординал і X — довільна множина. Під *трансфінітною послідовністю типу* α зі значенням у множині X розуміють довільне відображення f множини $W(\alpha)$, яка складається з усіх ординалів менших за ординал α, у множину X. Елемент множини X, поставлений у відповідність ординалу $\xi < \alpha$, позначається x_ξ, а не $f(\xi)$, а сама трансфінітна послідовність позначається

$$x_1, x_1, \dots, x_\xi, \dots, \quad \xi < \alpha.$$

Трансфінітна послідовність

$$A_1, A_1, \dots, A_\xi, \dots, \quad \xi < \alpha,$$

множин називається *зростаючою*, якщо $A_{\xi'} \subseteq A_\xi$ для $\xi' < \xi < \alpha$, і *спадною*, якщо $A_\xi \subseteq A_{\xi'}$ для $\xi' < \xi < \alpha$.

Найменший ординал, потужність якого більша за $\aleph_0$, тобто найменший незліченний ординал, позначається через ω_1, а його потужність через $\aleph_1$. Рівність $2^{\aleph_0} = \aleph_1$ називається *гіпотезою континуума* або *континуум гіпотезою*. Гіпотеза континуума незалежить від аксіом теорії множин. Для кожної послідовності $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ ординалів, менших за ω_1 існує такий ординал $\alpha < \omega_1$, що $\alpha_1 < \alpha$ для $i \in \mathbb{N}$. Найменший ординал потужності, більшої за $\aleph_1$, позначається через ω_2, а його потужність через $\aleph_2$. Більш загальним чином, кожному ординалу α відповідають кардинал $\aleph_\alpha$ та ординал ω_α, який є ініціальним ординалом потужності $\aleph_\alpha$. Можна довести, що кожен кардинал дорівнює $\aleph_\alpha$ для деякого ординала α.

Нехай α — деякий ординал і X — довільна множина. Під *трансфінітною послідовністю типу* α зі значенням у множині X розуміють довільне відображення f множини $W(\alpha)$, яка складається з усіх ординалів менших за ординал α, у множину X. Елемент множини X, поставлений у відповідність ординалу $\xi < \alpha$, позначається x_ξ, а не $f(\xi)$, а сама трансфінітна послідовність позначається

$$x_1, x_1, \dots, x_\xi, \dots, \quad \xi < \alpha.$$

Трансфінітна послідовність

$$A_1, A_1, \dots, A_\xi, \dots, \quad \xi < \alpha,$$

множин називається *зростаючою*, якщо $A_{\xi'} \subseteq A_\xi$ для $\xi' < \xi < \alpha$, і *спадною*, якщо $A_\xi \subseteq A_{\xi'}$ для $\xi' < \xi < \alpha$.

Найменший ординал, потужність якого більша за $\aleph_0$, тобто найменший незліченний ординал, позначається через ω_1, а його потужність через $\aleph_1$. Рівність $2^{\aleph_0} = \aleph_1$ називається *гіпотезою континуума* або *континуум гіпотезою*. Гіпотеза континуума незалежить від аксіом теорії множин. Для кожної послідовності $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ ординалів, менших за ω_1 існує такий ординал $\alpha < \omega_1$, що $\alpha_1 < \alpha$ для $i \in \mathbb{N}$. Найменший ординал потужності, більшої за $\aleph_1$, позначається через ω_2, а його потужність через $\aleph_2$. Більш загальним чином, кожному ординалу α відповідають кардинал $\aleph_\alpha$ та ординал ω_α, який є ініціальним ординалом потужності $\aleph_\alpha$. Можна довести, що кожен кардинал дорівнює $\aleph_\alpha$ для деякого ординала α.

Нехай α — деякий ординал і X — довільна множина. Під *трансфінітною послідовністю типу* α зі значенням у множині X розуміють довільне відображення f множини $W(\alpha)$, яка складається з усіх ординалів менших за ординал α, у множину X. Елемент множини X, поставлений у відповідність ординалу $\xi < \alpha$, позначається x_ξ, а не $f(\xi)$, а сама трансфінітна послідовність позначається

$$x_1, x_1, \dots, x_\xi, \dots, \quad \xi < \alpha.$$

Трансфінітна послідовність

$$A_1, A_1, \dots, A_\xi, \dots, \quad \xi < \alpha,$$

множин називається *зростаючою*, якщо $A_{\xi'} \subseteq A_\xi$ для $\xi' < \xi < \alpha$, і *спадною*, якщо $A_\xi \subseteq A_{\xi'}$ для $\xi' < \xi < \alpha$.

Лекція 5: Упорядкування. Порядкові числа

Найменший ординал, потужність якого більша за $\aleph_0$, тобто найменший незліченний ординал, позначається через ω_1, а його потужність через $\aleph_1$. Рівність $2^{\aleph_0} = \aleph_1$ називається *гіпотезою континуума* або *континуум гіпотезою*. Гіпотеза континуума незалежить від аксіом теорії множин. Для кожної послідовності $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots$ ординалів, менших за ω_1 існує такий ординал $\alpha < \omega_1$, що $\alpha_1 < \alpha$ для $i \in \mathbb{N}$. Найменший ординал потужності, більшої за $\aleph_1$, позначається через ω_2, а його потужність через $\aleph_2$. Більш загальним чином, кожному ординалу α відповідають кардинал $\aleph_\alpha$ та ординал ω_α, який є ініціальним ординалом потужності $\aleph_\alpha$. Можна довести, що кожен кардинал дорівнює $\aleph_\alpha$ для деякого ординала α.

Нехай α — деякий ординал і X — довільна множина. Під *трансфінітною послідовністю типу* α зі значенням у множині X розуміють довільне відображення f множини $W(\alpha)$, яка складається з усіх ординалів менших за ординал α, у множину X. Елемент множини X, поставлений у відповідність ординалу $\xi < \alpha$, позначається x_ξ, а не $f(\xi)$, а сама трансфінітна послідовність позначається

$$x_1, x_1, \ldots, x_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha.$$

Трансфінітна послідовність

$$A_1, A_1, \ldots, A_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha,$$

множин називається *зростаючою*, якщо $A_{\xi'} \subseteq A_\xi$ для $\xi' < \xi < \alpha$, і *спадною*, якщо $A_\xi \subseteq A_{\xi'}$ для $\xi' < \xi < \alpha$.

Лекція 5: Упорядкування. Порядкові числа

Найменший ординал, потужність якого більша за $\aleph_0$, тобто найменший незліченний ординал, позначається через ω_1, а його потужність через $\aleph_1$. Рівність $2^{\aleph_0} = \aleph_1$ називається *гіпотезою континуума* або *континуум гіпотезою*. Гіпотеза континуума незалежить від аксіом теорії множин. Для кожної послідовності $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots$ ординалів, менших за ω_1 існує такий ординал $\alpha < \omega_1$, що $\alpha_1 < \alpha$ для $i \in \mathbb{N}$. Найменший ординал потужності, більшої за $\aleph_1$, позначається через ω_2, а його потужність через $\aleph_2$. Більш загальним чином, кожному ординалу α відповідають кардинал $\aleph_\alpha$ та ординал ω_α, який є ініціальним ординалом потужності $\aleph_\alpha$. Можна довести, що кожен кардинал дорівнює $\aleph_\alpha$ для деякого ординала α.

Нехай α — деякий ординал і X — довільна множина. Під *трансфінітною послідовністю типу* α зі значенням у множині X розуміють довільне відображення f множини $W(\alpha)$, яка складається з усіх ординалів менших за ординал α, у множину X. Елемент множини X, поставлений у відповідність ординалу $\xi < \alpha$, позначається x_ξ, а не $f(\xi)$, а сама трансфінітна послідовність позначається

$$x_1, x_1, \ldots, x_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha.$$

Трансфінітна послідовність

$$A_1, A_1, \ldots, A_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha,$$

множин називається *зростаючою*, якщо $A_{\xi'} \subseteq A_\xi$ для $\xi' < \xi < \alpha$, і *спадною*, якщо $A_\xi \subseteq A_{\xi'}$ для $\xi' < \xi < \alpha$.

Найменший ординал, потужність якого більша за $\aleph_0$, тобто найменший незліченний ординал, позначається через ω_1, а його потужність через $\aleph_1$. Рівність $2^{\aleph_0} = \aleph_1$ називається *гіпотезою континуума* або *континуум гіпотезою*. Гіпотеза континуума незалежить від аксіом теорії множин. Для кожної послідовності $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots$ ординалів, менших за ω_1 існує такий ординал $\alpha < \omega_1$, що $\alpha_1 < \alpha$ для $i \in \mathbb{N}$. Найменший ординал потужності, більшої за $\aleph_1$, позначається через ω_2, а його потужність через $\aleph_2$. Більш загальним чином, кожному ординалу α відповідають кардинал $\aleph_\alpha$ та ординал ω_α, який є ініціальним ординалом потужності $\aleph_\alpha$. Можна довести, що кожен кардинал дорівнює $\aleph_\alpha$ для деякого ординала α.

Нехай α — деякий ординал і X — довільна множина. Під *трансфінітною послідовністю типу* α зі значенням у множині X розуміють довільне відображення f множини $W(\alpha)$, яка складається з усіх ординалів менших за ординал α, у множину X. Елемент множини X, поставлений у відповідність ординалу $\xi < \alpha$, позначається x_ξ, а не $f(\xi)$, а сама трансфінітна послідовність позначається

$$x_1, x_1, \ldots, x_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha.$$

Трансфінітна послідовність

$$A_1, A_1, \ldots, A_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha,$$

множин називається *зростаючою*, якщо $A_{\xi'} \subseteq A_\xi$ для $\xi' < \xi < \alpha$, і *спадною*, якщо $A_\xi \subseteq A_{\xi'}$ для $\xi' < \xi < \alpha$.

Лекція 5: Упорядкування. Порядкові числа

Найменший ординал, потужність якого більша за $\aleph_0$, тобто найменший незліченний ординал, позначається через ω_1, а його потужність через $\aleph_1$. Рівність $2^{\aleph_0} = \aleph_1$ називається *гіпотезою континуума* або *континуум гіпотезою*. Гіпотеза континуума незалежить від аксіом теорії множин. Для кожної послідовності $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ ординалів, менших за ω_1 існує такий ординал $\alpha < \omega_1$, що $\alpha_1 < \alpha$ для $i \in \mathbb{N}$. Найменший ординал потужності, більшої за $\aleph_1$, позначається через ω_2, а його потужність через $\aleph_2$. Більш загальним чином, кожному ординалу α відповідають кардинал $\aleph_\alpha$ та ординал ω_α, який є ініціальним ординалом потужності $\aleph_\alpha$. Можна довести, що кожен кардинал дорівнює $\aleph_\alpha$ для деякого ординала α.

Нехай α — деякий ординал і X — довільна множина. Під *трансфінітною послідовністю типу* α зі значенням у множині X розуміють довільне відображення f множини $W(\alpha)$, яка складається з усіх ординалів менших за ординал α, у множину X. Елемент множини X, поставлений у відповідність ординалу $\xi < \alpha$, позначається x_ξ, а не $f(\xi)$, а сама трансфінітна послідовність позначається

$$x_1, x_1, \dots, x_\xi, \dots, \quad \xi < \alpha.$$

Трансфінітна послідовність

$$A_1, A_1, \dots, A_\xi, \dots, \quad \xi < \alpha,$$

множин називається *зростаючою*, якщо $A_{\xi'} \subseteq A_\xi$ для $\xi' < \xi < \alpha$, і *спадною*, якщо $A_\xi \subseteq A_{\xi'}$ для $\xi' < \xi < \alpha$.

Лекція 5: Упорядкування. Порядкові числа

Найменший ординал, потужність якого більша за $\aleph_0$, тобто найменший незліченний ординал, позначається через ω_1, а його потужність через $\aleph_1$. Рівність $2^{\aleph_0} = \aleph_1$ називається *гіпотезою континуума* або *континуум гіпотезою*. Гіпотеза континуума незалежить від аксіом теорії множин. Для кожної послідовності $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ ординалів, менших за ω_1 існує такий ординал $\alpha < \omega_1$, що $\alpha_1 < \alpha$ для $i \in \mathbb{N}$. Найменший ординал потужності, більшої за $\aleph_1$, позначається через ω_2, а його потужність через $\aleph_2$. Більш загальним чином, кожному ординалу α відповідають кардинал $\aleph_\alpha$ та ординал ω_α, який є ініціальним ординалом потужності $\aleph_\alpha$. Можна довести, що кожен кардинал дорівнює $\aleph_\alpha$ для деякого ординала α.

Нехай α — деякий ординал і X — довільна множина. Під *трансфінітною послідовністю типу* α зі значенням у множині X розуміють довільне відображення f множини $W(\alpha)$, яка складається з усіх ординалів менших за ординал α, у множину X. Елемент множини X, поставлений у відповідність ординалу $\xi < \alpha$, позначається x_ξ, а не $f(\xi)$, а сама трансфінітна послідовність позначається

$$x_1, x_1, \dots, x_\xi, \dots, \quad \xi < \alpha.$$

Трансфінітна послідовність

$$A_1, A_1, \dots, A_\xi, \dots, \quad \xi < \alpha,$$

множин називається *зростаючою*, якщо $A_{\xi'} \subseteq A_\xi$ для $\xi' < \xi < \alpha$, і *спадною*, якщо $A_\xi \subseteq A_{\xi'}$ для $\xi' < \xi < \alpha$.

Найменший ординал, потужність якого більша за $\aleph_0$, тобто найменший незліченний ординал, позначається через ω_1, а його потужність через $\aleph_1$. Рівність $2^{\aleph_0} = \aleph_1$ називається *гіпотезою континуума* або *континуум гіпотезою*. Гіпотеза континуума незалежить від аксіом теорії множин. Для кожної послідовності $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots$ ординалів, менших за ω_1 існує такий ординал $\alpha < \omega_1$, що $\alpha_1 < \alpha$ для $i \in \mathbb{N}$. Найменший ординал потужності, більшої за $\aleph_1$, позначається через ω_2, а його потужність через $\aleph_2$. Більш загальним чином, кожному ординалу α відповідають кардинал $\aleph_\alpha$ та ординал ω_α, який є ініціальним ординалом потужності $\aleph_\alpha$. Можна довести, що кожен кардинал дорівнює $\aleph_\alpha$ для деякого ординала α.

Нехай α — деякий ординал і X — довільна множина. Під *трансфінітною послідовністю типу* α зі значенням у множині X розуміють довільне відображення f множини $W(\alpha)$, яка складається з усіх ординалів менших за ординал α, у множину X. Елемент множини X, поставлений у відповідність ординалу $\xi < \alpha$, позначається x_ξ, а не $f(\xi)$, а сама трансфінітна послідовність позначається

$$x_1, x_1, \ldots, x_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha.$$

Трансфінітна послідовність

$$A_1, A_1, \ldots, A_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha,$$

множин називається *зростаючою*, якщо $A_{\xi'} \subseteq A_\xi$ для $\xi' < \xi < \alpha$, і *спадною*, якщо $A_\xi \subseteq A_{\xi'}$ для $\xi' < \xi < \alpha$.

Лекція 5: Упорядкування. Порядкові числа

Найменший ординал, потужність якого більша за $\aleph_0$, тобто найменший незліченний ординал, позначається через ω_1, а його потужність через $\aleph_1$. Рівність $2^{\aleph_0} = \aleph_1$ називається *гіпотезою континуума* або *континуум гіпотезою*. Гіпотеза континуума незалежить від аксіом теорії множин. Для кожної послідовності $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots$ ординалів, менших за ω_1 існує такий ординал $\alpha < \omega_1$, що $\alpha_1 < \alpha$ для $i \in \mathbb{N}$. Найменший ординал потужності, більшої за $\aleph_1$, позначається через ω_2, а його потужність через $\aleph_2$. Більш загальним чином, кожному ординалу α відповідають кардинал $\aleph_\alpha$ та ординал ω_α, який є ініціальним ординалом потужності $\aleph_\alpha$. Можна довести, що кожен кардинал дорівнює $\aleph_\alpha$ для деякого ординала α.

Нехай α — деякий ординал і X — довільна множина. Під *трансфінітною послідовністю типу* α зі значенням у множині X розуміють довільне відображення f множини $W(\alpha)$, яка складається з усіх ординалів менших за ординал α, у множину X. Елемент множини X, поставлений у відповідність ординалу $\xi < \alpha$, позначається x_ξ, а не $f(\xi)$, а сама трансфінітна послідовність позначається

$$x_1, x_1, \ldots, x_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha.$$

Трансфінітна послідовність

$$A_1, A_1, \ldots, A_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha,$$

множин називається *зростаючою*, якщо $A_{\xi'} \subseteq A_\xi$ для $\xi' < \xi < \alpha$, і *спадною*, якщо $A_\xi \subseteq A_{\xi'}$ для $\xi' < \xi < \alpha$.

Найменший ординал, потужність якого більша за $\aleph_0$, тобто найменший незліченний ординал, позначається через ω_1, а його потужність через $\aleph_1$. Рівність $2^{\aleph_0} = \aleph_1$ називається *гіпотезою континуума* або *континуум гіпотезою*. Гіпотеза континуума незалежить від аксіом теорії множин. Для кожної послідовності $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots$ ординалів, менших за ω_1 існує такий ординал $\alpha < \omega_1$, що $\alpha_1 < \alpha$ для $i \in \mathbb{N}$. Найменший ординал потужності, більшої за $\aleph_1$, позначається через ω_2, а його потужність через $\aleph_2$. Більш загальним чином, кожному ординалу α відповідають кардинал $\aleph_\alpha$ та ординал ω_α, який є ініціальним ординалом потужності $\aleph_\alpha$. Можна довести, що кожен кардинал дорівнює $\aleph_\alpha$ для деякого ординала α.

Нехай α — деякий ординал і X — довільна множина. Під *трансфінітною послідовністю типу* α зі значенням у множині X розуміють довільне відображення f множини $W(\alpha)$, яка складається з усіх ординалів менших за ординал α, у множину X. Елемент множини X, поставлений у відповідність ординалу $\xi < \alpha$, позначається x_ξ, а не $f(\xi)$, а сама трансфінітна послідовність позначається

$$x_1, x_1, \ldots, x_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha.$$

Трансфінітна послідовність

$$A_1, A_1, \ldots, A_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha,$$

множин називається *зростаючою*, якщо $A_{\xi'} \subseteq A_\xi$ для $\xi' < \xi < \alpha$, і *спадною*, якщо $A_\xi \subseteq A_{\xi'}$ для $\xi' < \xi < \alpha$.

Найменший ординал, потужність якого більша за $\aleph_0$, тобто найменший незліченний ординал, позначається через ω_1, а його потужність через $\aleph_1$. Рівність $2^{\aleph_0} = \aleph_1$ називається *гіпотезою континуума* або *континуум гіпотезою*. Гіпотеза континуума незалежить від аксіом теорії множин. Для кожної послідовності $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ ординалів, менших за ω_1 існує такий ординал $\alpha < \omega_1$, що $\alpha_1 < \alpha$ для $i \in \mathbb{N}$. Найменший ординал потужності, більшої за $\aleph_1$, позначається через ω_2, а його потужність через $\aleph_2$. Більш загальним чином, кожному ординалу α відповідають кардинал $\aleph_\alpha$ та ординал ω_α, який є ініціальним ординалом потужності $\aleph_\alpha$. Можна довести, що кожен кардинал дорівнює $\aleph_\alpha$ для деякого ординала α.

Нехай α — деякий ординал і X — довільна множина. Під *трансфінітною послідовністю типу* α зі значенням у множині X розуміють довільне відображення f множини $W(\alpha)$, яка складається з усіх ординалів менших за ординал α, у множину X. Елемент множини X, поставлений у відповідність ординалу $\xi < \alpha$, позначається x_ξ, а не $f(\xi)$, а сама трансфінітна послідовність позначається

$$x_1, x_1, \dots, x_\xi, \dots, \quad \xi < \alpha.$$

Трансфінітна послідовність

$$A_1, A_1, \dots, A_\xi, \dots, \quad \xi < \alpha,$$

множин називається *зростаючою*, якщо $A_{\xi'} \subseteq A_\xi$ для $\xi' < \xi < \alpha$, і *спадною*, якщо $A_\xi \subseteq A_{\xi'}$ для $\xi' < \xi < \alpha$.

Лекція 5: Упорядкування. Порядкові числа

Найменший ординал, потужність якого більша за $\aleph_0$, тобто найменший незліченний ординал, позначається через ω_1, а його потужність через $\aleph_1$. Рівність $2^{\aleph_0} = \aleph_1$ називається *гіпотезою континуума* або *континуум гіпотезою*. Гіпотеза континуума незалежить від аксіом теорії множин. Для кожної послідовності $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots$ ординалів, менших за ω_1 існує такий ординал $\alpha < \omega_1$, що $\alpha_1 < \alpha$ для $i \in \mathbb{N}$. Найменший ординал потужності, більшої за $\aleph_1$, позначається через ω_2, а його потужність через $\aleph_2$. Більш загальним чином, кожному ординалу α відповідають кардинал $\aleph_\alpha$ та ординал ω_α, який є ініціальним ординалом потужності $\aleph_\alpha$. Можна довести, що кожен кардинал дорівнює $\aleph_\alpha$ для деякого ординала α.

Нехай α — деякий ординал і X — довільна множина. Під *трансфінітною послідовністю типу* α зі значенням у множині X розуміють довільне відображення f множини $W(\alpha)$, яка складається з усіх ординалів менших за ординал α, у множину X. Елемент множини X, поставлений у відповідність ординалу $\xi < \alpha$, позначається x_ξ, а не $f(\xi)$, а сама трансфінітна послідовність позначається

$$x_1, x_1, \ldots, x_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha.$$

Трансфінітна послідовність

$$A_1, A_1, \ldots, A_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha,$$

множин називається *зростаючою*, якщо $A_{\xi'} \subseteq A_\xi$ для $\xi' < \xi < \alpha$, і *спадною*, якщо $A_\xi \subseteq A_{\xi'}$ для $\xi' < \xi < \alpha$.

Лекція 5: Упорядкування. Порядкові числа

Найменший ординал, потужність якого більша за $\aleph_0$, тобто найменший незліченний ординал, позначається через ω_1, а його потужність через $\aleph_1$. Рівність $2^{\aleph_0} = \aleph_1$ називається *гіпотезою континуума* або *континуум гіпотезою*. Гіпотеза континуума незалежить від аксіом теорії множин. Для кожної послідовності $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots$ ординалів, менших за ω_1 існує такий ординал $\alpha < \omega_1$, що $\alpha_1 < \alpha$ для $i \in \mathbb{N}$. Найменший ординал потужності, більшої за $\aleph_1$, позначається через ω_2, а його потужність через $\aleph_2$. Більш загальним чином, кожному ординалу α відповідають кардинал $\aleph_\alpha$ та ординал ω_α, який є ініціальним ординалом потужності $\aleph_\alpha$. Можна довести, що кожен кардинал дорівнює $\aleph_\alpha$ для деякого ординала α.

Нехай α — деякий ординал і X — довільна множина. Під *трансфінітною послідовністю типу* α зі значенням у множині X розуміють довільне відображення f множини $W(\alpha)$, яка складається з усіх ординалів менших за ординал α, у множину X. Елемент множини X, поставлений у відповідність ординалу $\xi < \alpha$, позначається x_ξ, а не $f(\xi)$, а сама трансфінітна послідовність позначається

$$x_1, x_1, \ldots, x_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha.$$

Трансфінітна послідовність

$$A_1, A_1, \ldots, A_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha,$$

множин називається *зростаючою*, якщо $A_{\xi'} \subseteq A_\xi$ для $\xi' < \xi < \alpha$, і *спадною*, якщо $A_\xi \subseteq A_{\xi'}$ для $\xi' < \xi < \alpha$.

Лекція 5: Упорядкування. Порядкові числа

Найменший ординал, потужність якого більша за $\aleph_0$, тобто найменший незліченний ординал, позначається через ω_1, а його потужність через $\aleph_1$. Рівність $2^{\aleph_0} = \aleph_1$ називається *гіпотезою континуума* або *континуум гіпотезою*. Гіпотеза континуума незалежить від аксіом теорії множин. Для кожної послідовності $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots$ ординалів, менших за ω_1 існує такий ординал $\alpha < \omega_1$, що $\alpha_1 < \alpha$ для $i \in \mathbb{N}$. Найменший ординал потужності, більшої за $\aleph_1$, позначається через ω_2, а його потужність через $\aleph_2$. Більш загальним чином, кожному ординалу α відповідають кардинал $\aleph_\alpha$ та ординал ω_α, який є ініціальним ординалом потужності $\aleph_\alpha$. Можна довести, що кожен кардинал дорівнює $\aleph_\alpha$ для деякого ординала α.

Нехай α — деякий ординал і X — довільна множина. Під *трансфінітною послідовністю типу* α зі значенням у множині X розуміють довільне відображення f множини $W(\alpha)$, яка складається з усіх ординалів менших за ординал α, у множину X. Елемент множини X, поставлений у відповідність ординалу $\xi < \alpha$, позначається x_ξ, а не $f(\xi)$, а сама трансфінітна послідовність позначається

$$x_1, x_1, \ldots, x_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha.$$

Трансфінітна послідовність

$$A_1, A_1, \ldots, A_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha,$$

множин називається *зростаючою*, якщо $A_{\xi'} \subseteq A_\xi$ для $\xi' < \xi < \alpha$, і *спадною*, якщо $A_\xi \subseteq A_{\xi'}$ для $\xi' < \xi < \alpha$.

Найменший ординал, потужність якого більша за $\aleph_0$, тобто найменший незліченний ординал, позначається через ω_1, а його потужність через $\aleph_1$. Рівність $2^{\aleph_0} = \aleph_1$ називається *гіпотезою континуума* або *континуум гіпотезою*. Гіпотеза континуума незалежить від аксіом теорії множин. Для кожної послідовності $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ ординалів, менших за ω_1 існує такий ординал $\alpha < \omega_1$, що $\alpha_1 < \alpha$ для $i \in \mathbb{N}$. Найменший ординал потужності, більшої за $\aleph_1$, позначається через ω_2, а його потужність через $\aleph_2$. Більш загальним чином, кожному ординалу α відповідають кардинал $\aleph_\alpha$ та ординал ω_α, який є ініціальним ординалом потужності $\aleph_\alpha$. Можна довести, що кожен кардинал дорівнює $\aleph_\alpha$ для деякого ординала α.

Нехай α — деякий ординал і X — довільна множина. Під *трансфінітною послідовністю типу* α зі значенням у множині X розуміють довільне відображення f множини $W(\alpha)$, яка складається з усіх ординалів менших за ординал α, у множину X. Елемент множини X, поставлений у відповідність ординалу $\xi < \alpha$, позначається x_ξ, а не $f(\xi)$, а сама трансфінітна послідовність позначається

$$x_1, x_1, \dots, x_\xi, \dots, \quad \xi < \alpha.$$

Трансфінітна послідовність

$$A_1, A_1, \dots, A_\xi, \dots, \quad \xi < \alpha,$$

множин називається *зростаючою*, якщо $A_{\xi'} \subseteq A_\xi$ для $\xi' < \xi < \alpha$, і *спадною*, якщо $A_\xi \subseteq A_{\xi'}$ для $\xi' < \xi < \alpha$.

Найменший ординал, потужність якого більша за $\aleph_0$, тобто найменший незліченний ординал, позначається через ω_1, а його потужність через $\aleph_1$. Рівність $2^{\aleph_0} = \aleph_1$ називається *гіпотезою континуума* або *континуум гіпотезою*. Гіпотеза континуума незалежить від аксіом теорії множин. Для кожної послідовності $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots$ ординалів, менших за ω_1 існує такий ординал $\alpha < \omega_1$, що $\alpha_1 < \alpha$ для $i \in \mathbb{N}$. Найменший ординал потужності, більшої за $\aleph_1$, позначається через ω_2, а його потужність через $\aleph_2$. Більш загальним чином, кожному ординалу α відповідають кардинал $\aleph_\alpha$ та ординал ω_α, який є ініціальним ординалом потужності $\aleph_\alpha$. Можна довести, що кожен кардинал дорівнює $\aleph_\alpha$ для деякого ординала α.

Нехай α — деякий ординал і X — довільна множина. Під *трансфінітною послідовністю типу* α зі значенням у множині X розуміють довільне відображення f множини $W(\alpha)$, яка складається з усіх ординалів менших за ординал α, у множину X. Елемент множини X, поставлений у відповідність ординалу $\xi < \alpha$, позначається x_ξ, а не $f(\xi)$, а сама трансфінітна послідовність позначається

$$x_1, x_1, \ldots, x_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha.$$

Трансфінітна послідовність

$$A_1, A_1, \ldots, A_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha,$$

множин називається *зростаючою*, якщо $A_{\xi'} \subseteq A_\xi$ для $\xi' < \xi < \alpha$, і *спадною*, якщо $A_\xi \subseteq A_{\xi'}$ для $\xi' < \xi < \alpha$.

Лекція 5: Упорядкування. Порядкові числа

Найменший ординал, потужність якого більша за $\aleph_0$, тобто найменший незліченний ординал, позначається через ω_1, а його потужність через $\aleph_1$. Рівність $2^{\aleph_0} = \aleph_1$ називається *гіпотезою континуума* або *континуум гіпотезою*. Гіпотеза континуума незалежить від аксіом теорії множин. Для кожної послідовності $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots$ ординалів, менших за ω_1 існує такий ординал $\alpha < \omega_1$, що $\alpha_1 < \alpha$ для $i \in \mathbb{N}$. Найменший ординал потужності, більшої за $\aleph_1$, позначається через ω_2, а його потужність через $\aleph_2$. Більш загальним чином, кожному ординалу α відповідають кардинал $\aleph_\alpha$ та ординал ω_α, який є ініціальним ординалом потужності $\aleph_\alpha$. Можна довести, що кожен кардинал дорівнює $\aleph_\alpha$ для деякого ординала α.

Нехай α — деякий ординал і X — довільна множина. Під *трансфінітною послідовністю типу* α зі значенням у множині X розуміють довільне відображення f множини $W(\alpha)$, яка складається з усіх ординалів менших за ординал α, у множину X. Елемент множини X, поставлений у відповідність ординалу $\xi < \alpha$, позначається x_ξ, а не $f(\xi)$, а сама трансфінітна послідовність позначається

$$x_1, x_1, \ldots, x_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha.$$

Трансфінітна послідовність

$$A_1, A_1, \ldots, A_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha,$$

множин називається *зростаючою*, якщо $A_{\xi'} \subseteq A_\xi$ для $\xi' < \xi < \alpha$, і *спадною*, якщо $A_\xi \subseteq A_{\xi'}$ для $\xi' < \xi < \alpha$.

Найменший ординал, потужність якого більша за $\aleph_0$, тобто найменший незліченний ординал, позначається через ω_1, а його потужність через $\aleph_1$. Рівність $2^{\aleph_0} = \aleph_1$ називається *гіпотезою континуума* або *континуум гіпотезою*. Гіпотеза континуума незалежить від аксіом теорії множин. Для кожної послідовності $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots$ ординалів, менших за ω_1 існує такий ординал $\alpha < \omega_1$, що $\alpha_1 < \alpha$ для $i \in \mathbb{N}$. Найменший ординал потужності, більшої за $\aleph_1$, позначається через ω_2, а його потужність через $\aleph_2$. Більш загальним чином, кожному ординалу α відповідають кардинал $\aleph_\alpha$ та ординал ω_α, який є ініціальним ординалом потужності $\aleph_\alpha$. Можна довести, що кожен кардинал дорівнює $\aleph_\alpha$ для деякого ординала α.

Нехай α — деякий ординал і X — довільна множина. Під *трансфінітною послідовністю типу* α зі значенням у множині X розуміють довільне відображення f множини $W(\alpha)$, яка складається з усіх ординалів менших за ординал α, у множину X. Елемент множини X, поставлений у відповідність ординалу $\xi < \alpha$, позначається x_ξ, а не $f(\xi)$, а сама трансфінітна послідовність позначається

$$x_1, x_1, \ldots, x_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha.$$

Трансфінітна послідовність

$$A_1, A_1, \ldots, A_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha,$$

множин називається *зростаючою*, якщо $A_{\xi'} \subseteq A_\xi$ для $\xi' < \xi < \alpha$, і *спадною*, якщо $A_\xi \subseteq A_{\xi'}$ для $\xi' < \xi < \alpha$.

Лекція 5: Упорядкування. Порядкові числа

Для визначення трансфінітних послідовностей зазвичай використовується

Теорема про визначення за трансфінітною індукцією

Нехай дано довільну множину Z і деякий ординал α. Нехай G — множина всіх трансфінітних послідовностей типів, менших за ординал α, зі значеннями в множині X. Для кожного відображення $h\colon G \to Z$ існує тоді в точності одна трансфінітна послідовність f типу α така, що

$$f(\xi) = h(f|W(\xi)) \quad \text{для всіх} \quad \xi < \alpha,$$

де $f|W(\xi)$ — трансфінітна послідовність типу ξ, отримана звуженням відображення f на множину $W(\xi)$ всіх ординалів, менших за ординал ξ.

Лекція 5: Упорядкування. Порядкові числа

Для визначення трансфінітних послідовностей зазвичай використовується

Теорема про визначення за трансфінітною індукцією

Нехай дано довільну множину Z і деякий ординал α. Нехай G — множина всіх трансфінітних послідовностей типів, менших за ординал α, зі значеннями в множині X. Для кожного відображення $h\colon G \to Z$ існує тоді в точності одна трансфінітна послідовність f типу α така, що

$$f(\xi) = h(f|W(\xi)) \quad \text{для всіх} \quad \xi < \alpha,$$

де $f|W(\xi)$ — трансфінітна послідовність типу ξ, отримана звуженням відображення f на множину $W(\xi)$ всіх ординалів, менших за ординал ξ.

Для визначення трансфінітних послідовностей зазвичай використовується

Теорема про визначення за трансфінітною індукцією

Нехай дано довільну множину Z і деякий ординал α. Нехай G — множина всіх трансфінітних послідовностей типів, менших за ординал α, зі значеннями в множині X. Для кожного відображення $h\colon G \to Z$ існує тоді в точності одна трансфінітна послідовність f типу α така, що

$$f(\xi) = h(f|W(\xi)) \quad \text{для всіх} \quad \xi < \alpha,$$

де $f|W(\xi)$ — трансфінітна послідовність типу ξ, отримана звуженням відображення f на множину $W(\xi)$ всіх ординалів, менших за ординал ξ.

Для визначення трансфінітних послідовностей зазвичай використовується

Теорема про визначення за трансфінітною індукцією

Нехай дано довільну множину Z і деякий ординал α. Нехай G — множина всіх трансфінітних послідовностей типів, менших за ординал α, зі значеннями в множині X. Для кожного відображення $h\colon G \to Z$ існує тоді в точності одна трансфінітна послідовність f типу α така, що

$$f(\xi) = h(f|W(\xi)) \quad \text{для всіх} \quad \xi < \alpha,$$

де $f|W(\xi)$ — трансфінітна послідовність типу ξ, отримана звуженням відображення f на множину $W(\xi)$ всіх ординалів, менших за ординал ξ.

Для визначення трансфінітних послідовностей зазвичай використовується

Теорема про визначення за трансфінітною індукцією

Нехай дано довільну множину Z і деякий ординал α. Нехай G — множина всіх трансфінітних послідовностей типів, менших за ординал α, зі значеннями в множині X. Для кожного відображення $h\colon G \to Z$ існує тоді в точності одна трансфінітна послідовність f типу α така, що

$$f(\xi) = h(f|W(\xi)) \quad \text{для всіх} \quad \xi < \alpha,$$

де $f|W(\xi)$ — трансфінітна послідовність типу ξ, отримана звуженням відображення f на множину $W(\xi)$ всіх ординалів, менших за ординал ξ.

Для визначення трансфінітних послідовностей зазвичай використовується

Теорема про визначення за трансфінітною індукцією

Нехай дано довільну множину Z і деякий ординал α. Нехай G — множина всіх трансфінітних послідовностей типів, менших за ординал α, зі значеннями в множині X. Для кожного відображення $h\colon G \to Z$ існує тоді в точності одна трансфінітна послідовність f типу α така, що

$$f(\xi) = h(f|W(\xi)) \quad \text{для всіх} \quad \xi < \alpha,$$

де $f|W(\xi)$ — трансфінітна послідовність типу ξ, отримана звуженням відображення f на множину $W(\xi)$ всіх ординалів, менших за ординал ξ.

Для визначення трансфінітних послідовностей зазвичай використовується

Теорема про визначення за трансфінітною індукцією

Нехай дано довільну множину Z і деякий ординал α. Нехай G — множина всіх трансфінітних послідовностей типів, менших за ординал α, зі значеннями в множині X. Для кожного відображення $h\colon G \to Z$ існує тоді в точності одна трансфінітна послідовність f типу α така, що

$$f(\xi) = h(f|W(\xi)) \quad \text{для всіх} \quad \xi < \alpha,$$

де $f|W(\xi)$ — трансфінітна послідовність типу ξ, отримана звуженням відображення f на множину $W(\xi)$ всіх ординалів, менших за ординал ξ.

Для визначення трансфінітних послідовностей зазвичай використовується

Теорема про визначення за трансфінітною індукцією

Нехай дано довільну множину Z і деякий ординал α. Нехай G — множина всіх трансфінітних послідовностей типів, менших за ординал α, зі значеннями в множині X. Для кожного відображення $h\colon G \to Z$ існує тоді в точності одна трансфінітна послідовність f типу α така, що

$$f(\xi) = h(f|W(\xi)) \quad \text{для всіх} \quad \xi < \alpha,$$

де $f|W(\xi)$ — трансфінітна послідовність типу ξ, отримана звуженням відображення f на множину $W(\xi)$ всіх ординалів, менших за ординал ξ.

Теорему про визначення за трансфінітною індукцією часто використовують у випадку, коли Z є сім'єю всіх підмножин множини X. У цьому випадку зазвичай відображення h визначається трьома різними способами. Перша формула визначає значення відображення h на послідовності g порядкового типу 0, де 0 — порядковий тип порожньої множини, яка є порожньою послідовністю, тобто значення $h(\varnothing)$. Друга формула визначає значення $h(g)$ на всіх послідовностях g порядкового типу $\xi+1$, і, нарешті, третя формула визначає значення $h(g)$ на всіх послідовностях g порядковий тип яких є граничним ординалом.
Наприклад, перша формула може бути такою:

$$h(\varnothing) = A,$$

друга може мати вигляд

$$h(g) = F(g(\xi)),$$

а третьою може бути формула

$$h(g) = G\Big(\bigcup_{\xi<\lambda} g(\xi)\Big) \qquad \text{або} \qquad h(g) = G\Big(\bigcap_{\xi<\lambda} g(\xi)\Big),$$

де F і G — дані функції й A — деяка множина.

Теорему про визначення за трансфінітною індукцією часто використовують у випадку, коли Z є сім'єю всіх підмножин множини X. У цьому випадку зазвичай відображення h визначається трьома різними способами. Перша формула визначає значення відображення h на послідовності g порядкового типу 0, де 0 — порядковий тип порожньої множини, яка є порожньою послідовністю, тобто значення $h(\varnothing)$. Друга формула визначає значення $h(g)$ на всіх послідовностях g порядкового типу $\xi+1$, і, нарешті, третя формула визначає значення $h(g)$ на всіх послідовностях g порядковий тип яких є граничним ординалом. Наприклад, перша формула може бути такою:

$$h(\varnothing) = A,$$

друга може мати вигляд

$$h(g) = F(g(\xi)),$$

а третьою може бути формула

$$h(g) = G\Big(\bigcup_{\xi<\lambda} g(\xi)\Big) \qquad \text{або} \qquad h(g) = G\Big(\bigcap_{\xi<\lambda} g(\xi)\Big),$$

де F і G — дані функції й A — деяка множина.

Теорему про визначення за трансфінітною індукцією часто використовують у випадку, коли Z є сім'єю всіх підмножин множини X. У цьому випадку зазвичай відображення h визначається трьома різними способами. Перша формула визначає значення відображення h на послідовності g порядкового типу 0, де 0 — порядковий тип порожньої множини, яка є порожньою послідовністю, тобто значення $h(\varnothing)$. Друга формула визначає значення $h(g)$ на всіх послідовностях g порядкового типу $\xi + 1$, і, нарешті, третя формула визначає значення $h(g)$ на всіх послідовностях g порядковий тип яких є граничним ординалом. Наприклад, перша формула може бути такою:

$$h(\varnothing) = A,$$

друга може мати вигляд

$$h(g) = F(g(\xi)),$$

а третьою може бути формула

$$h(g) = G\Big(\bigcup_{\xi<\lambda} g(\xi)\Big) \qquad \text{або} \qquad h(g) = G\Big(\bigcap_{\xi<\lambda} g(\xi)\Big),$$

де F і G — дані функції й A — деяка множина.

Теорему про визначення за трансфінітною індукцією часто використовують у випадку, коли Z є сім'єю всіх підмножин множини X. У цьому випадку зазвичай відображення h визначається трьома різними способами. Перша формула визначає значення відображення h на послідовності g порядкового типу 0, де 0 — порядковий тип порожньої множини, яка є порожньою послідовністю, тобто значення $h(\varnothing)$. Друга формула визначає значення $h(g)$ на всіх послідовностях g порядкового типу $\xi + 1$, і, нарешті, третя формула визначає значення $h(g)$ на всіх послідовностях g порядковий тип яких є граничним ординалом. Наприклад, перша формула може бути такою:

$$h(\varnothing) = A,$$

друга може мати вигляд

$$h(g) = F(g(\xi)),$$

а третьою може бути формула

$$h(g) = G\Big(\bigcup_{\xi<\lambda} g(\xi)\Big) \qquad \text{або} \qquad h(g) = G\Big(\bigcap_{\xi<\lambda} g(\xi)\Big),$$

де F і G — дані функції й A — деяка множина.

Теорему про визначення за трансфінітною індукцією часто використовують у випадку, коли Z є сім'єю всіх підмножин множини X. У цьому випадку зазвичай відображення h визначається трьома різними способами. Перша формула визначає значення відображення h на послідовності g порядкового типу 0, де 0 — порядковий тип порожньої множини, яка є порожньою послідовністю, тобто значення $h(\varnothing)$. Друга формула визначає значення $h(g)$ на всіх послідовностях g порядкового типу $\xi + 1$, і, нарешті, третя формула визначає значення $h(g)$ на всіх послідовностях g порядковий тип яких є граничним ординалом. Наприклад, перша формула може бути такою:

$$h(\varnothing) = A,$$

друга може мати вигляд

$$h(g) = F(g(\xi)),$$

а третьою може бути формула

$$h(g) = G\Big(\bigcup_{\xi<\lambda} g(\xi)\Big) \qquad \text{або} \qquad h(g) = G\Big(\bigcap_{\xi<\lambda} g(\xi)\Big),$$

де F і G — дані функції й A — деяка множина.

Лекція 5: Упорядкування. Порядкові числа

Теорему про визначення за трансфінітною індукцією часто використовують у випадку, коли Z є сім'єю всіх підмножин множини X. У цьому випадку зазвичай відображення h визначається трьома різними способами. Перша формула визначає значення відображення h на послідовності g порядкового типу 0, де 0 — порядковий тип порожньої множини, яка є порожньою послідовністю, тобто значення $h(\varnothing)$. Друга формула визначає значення $h(g)$ на всіх послідовностях g порядкового типу $\xi + 1$, і, нарешті, третя формула визначає значення $h(g)$ на всіх послідовностях g порядковий тип яких є граничним ординалом. Наприклад, перша формула може бути такою:

$$h(\varnothing) = A,$$

друга може мати вигляд

$$h(g) = F(g(\xi)),$$

а третьою може бути формула

$$h(g) = G\Big(\bigcup_{\xi<\lambda} g(\xi)\Big) \qquad \text{або} \qquad h(g) = G\Big(\bigcap_{\xi<\lambda} g(\xi)\Big),$$

де F і G — дані функції й A — деяка множина.

Теорему про визначення за трансфінітною індукцією часто використовують у випадку, коли Z є сім'єю всіх підмножин множини X. У цьому випадку зазвичай відображення h визначається трьома різними способами. Перша формула визначає значення відображення h на послідовності g порядкового типу 0, де 0 — порядковий тип порожньої множини, яка є порожньою послідовністю, тобто значення $h(\varnothing)$. Друга формула визначає значення $h(g)$ на всіх послідовностях g порядкового типу $\xi+1$, і, нарешті, третя формула визначає значення $h(g)$ на всіх послідовностях g порядковий тип яких є граничним ординалом.

Наприклад, перша формула може бути такою:

$$h(\varnothing) = A,$$

друга може мати вигляд

$$h(g) = F(g(\xi)),$$

а третьою може бути формула

$$h(g) = G\Big(\bigcup_{\xi<\lambda} g(\xi)\Big) \quad \text{або} \quad h(g) = G\Big(\bigcap_{\xi<\lambda} g(\xi)\Big),$$

де F і G — дані функції й A — деяка множина.

Теорему про визначення за трансфінітною індукцією часто використовують у випадку, коли Z є сім'єю всіх підмножин множини X. У цьому випадку зазвичай відображення h визначається трьома різними способами. Перша формула визначає значення відображення h на послідовності g порядкового типу 0, де 0 — порядковий тип порожньої множини, яка є порожньою послідовністю, тобто значення $h(\varnothing)$. Друга формула визначає значення $h(g)$ на всіх послідовностях g порядкового типу $\xi+1$, і, нарешті, третя формула визначає значення $h(g)$ на всіх послідовностях g порядковий тип яких є граничним ординалом.
Наприклад, перша формула може бути такою:

$$h(\varnothing) = A,$$

друга може мати вигляд

$$h(g) = F(g(\xi)),$$

а третьою може бути формула

$$h(g) = G\Big(\bigcup_{\xi<\lambda} g(\xi)\Big) \qquad \text{або} \qquad h(g) = G\Big(\bigcap_{\xi<\lambda} g(\xi)\Big),$$

де F і G — дані функції й A — деяка множина.

Теорему про визначення за трансфінітною індукцією часто використовують у випадку, коли Z є сім'єю всіх підмножин множини X. У цьому випадку зазвичай відображення h визначається трьома різними способами. Перша формула визначає значення відображення h на послідовності g порядкового типу 0, де 0 — порядковий тип порожньої множини, яка є порожньою послідовністю, тобто значення $h(\varnothing)$. Друга формула визначає значення $h(g)$ на всіх послідовностях g порядкового типу $\xi+1$, і, нарешті, третя формула визначає значення $h(g)$ на всіх послідовностях g порядковий тип яких є граничним ординалом. Наприклад, перша формула може бути такою:

$$h(\varnothing) = A,$$

друга може мати вигляд

$$h(g) = F(g(\xi)),$$

а третьою може бути формула

$$h(g) = G\Big(\bigcup_{\xi<\lambda} g(\xi)\Big) \qquad \text{або} \qquad h(g) = G\Big(\bigcap_{\xi<\lambda} g(\xi)\Big),$$

де F і G — дані функції й A — деяка множина.

Теорему про визначення за трансфінітною індукцією часто використовують у випадку, коли Z є сім'єю всіх підмножин множини X. У цьому випадку зазвичай відображення h визначається трьома різними способами. Перша формула визначає значення відображення h на послідовності g порядкового типу 0, де 0 — порядковий тип порожньої множини, яка є порожньою послідовністю, тобто значення $h(\varnothing)$. Друга формула визначає значення $h(g)$ на всіх послідовностях g порядкового типу $\xi + 1$, і, нарешті, третя формула визначає значення $h(g)$ на всіх послідовностях g порядковий тип яких є граничним ординалом. Наприклад, перша формула може бути такою:

$$h(\varnothing) = A,$$

друга може мати вигляд

$$h(g) = F(g(\xi)),$$

а третьою може бути формула

$$h(g) = G\Big(\bigcup_{\xi<\lambda} g(\xi)\Big) \qquad \text{або} \qquad h(g) = G\Big(\bigcap_{\xi<\lambda} g(\xi)\Big),$$

де F і G — дані функції й A — деяка множина.

Теорему про визначення за трансфінітною індукцією часто використовують у випадку, коли Z є сім'єю всіх підмножин множини X. У цьому випадку зазвичай відображення h визначається трьома різними способами. Перша формула визначає значення відображення h на послідовності g порядкового типу 0, де 0 — порядковий тип порожньої множини, яка є порожньою послідовністю, тобто значення $h(\varnothing)$. Друга формула визначає значення $h(g)$ на всіх послідовностях g порядкового типу $\xi + 1$, і, нарешті, третя формула визначає значення $h(g)$ на всіх послідовностях g порядковий тип яких є граничним ординалом.
Наприклад, перша формула може бути такою:

$$h(\varnothing) = A,$$

друга може мати вигляд

$$h(g) = F(g(\xi)),$$

а третьою може бути формула

$$h(g) = G\Big(\bigcup_{\xi<\lambda} g(\xi)\Big) \qquad \text{або} \qquad h(g) = G\Big(\bigcap_{\xi<\lambda} g(\xi)\Big),$$

де F і G — дані функції й A — деяка множина.

Теорему про визначення за трансфінітною індукцією часто використовують у випадку, коли Z є сім'єю всіх підмножин множини X. У цьому випадку зазвичай відображення h визначається трьома різними способами. Перша формула визначає значення відображення h на послідовності g порядкового типу 0, де 0 — порядковий тип порожньої множини, яка є порожньою послідовністю, тобто значення $h(\varnothing)$. Друга формула визначає значення $h(g)$ на всіх послідовностях g порядкового типу $\xi+1$, і, нарешті, третя формула визначає значення $h(g)$ на всіх послідовностях g порядковий тип яких є граничним ординалом. Наприклад, перша формула може бути такою:

$$h(\varnothing) = A,$$

друга може мати вигляд

$$h(g) = F(g(\xi)),$$

а третьою може бути формула

$$h(g) = G\Big(\bigcup_{\xi<\lambda} g(\xi)\Big) \qquad \text{або} \qquad h(g) = G\Big(\bigcap_{\xi<\lambda} g(\xi)\Big),$$

де F і G — дані функції й A — деяка множина.

Теорему про визначення за трансфінітною індукцією часто використовують у випадку, коли Z є сім'єю всіх підмножин множини X. У цьому випадку зазвичай відображення h визначається трьома різними способами. Перша формула визначає значення відображення h на послідовності g порядкового типу 0, де 0 — порядковий тип порожньої множини, яка є порожньою послідовністю, тобто значення $h(\varnothing)$. Друга формула визначає значення $h(g)$ на всіх послідовностях g порядкового типу $\xi+1$, і, нарешті, третя формула визначає значення $h(g)$ на всіх послідовностях g порядковий тип яких є граничним ординалом. Наприклад, перша формула може бути такою:

$$h(\varnothing) = A,$$

друга може мати вигляд

$$h(g) = F(g(\xi)),$$

а третьою може бути формула

$$h(g) = G\Big(\bigcup_{\xi<\lambda} g(\xi)\Big) \qquad \text{або} \qquad h(g) = G\Big(\bigcap_{\xi<\lambda} g(\xi)\Big),$$

де F і G — дані функції й A — деяка множина.

Теорему про визначення за трансфінітною індукцією часто використовують у випадку, коли Z є сім'єю всіх підмножин множини X. У цьому випадку зазвичай відображення h визначається трьома різними способами. Перша формула визначає значення відображення h на послідовності g порядкового типу 0, де 0 — порядковий тип порожньої множини, яка є порожньою послідовністю, тобто значення $h(\varnothing)$. Друга формула визначає значення $h(g)$ на всіх послідовностях g порядкового типу $\xi+1$, і, нарешті, третя формула визначає значення $h(g)$ на всіх послідовностях g порядковий тип яких є граничним ординалом.
Наприклад, перша формула може бути такою:

$$h(\varnothing) = A,$$

друга може мати вигляд

$$h(g) = F(g(\xi)),$$

а третьою може бути формула

$$h(g) = G\Big(\bigcup_{\xi<\lambda} g(\xi)\Big) \qquad \text{або} \qquad h(g) = G\Big(\bigcap_{\xi<\lambda} g(\xi)\Big),$$

де F і G — дані функції й A — деяка множина.

Тоді послідовність

$$A_1, A_1, \ldots, A_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha,$$

яка існує за теоремою про про визначення за трансфінітною індукцією, задовольняє такі умови:

$$A_0 = A, \qquad A_{\xi+1} = F(A_\xi),$$

$$A_\lambda = G\Big(\bigcup_{\xi<\lambda} A_\xi\Big) \qquad \text{або} \qquad A_\lambda = G\Big(\bigcap_{\xi<\lambda} A_\xi\Big).$$

Отже, для того щоб визначити трансфінітну послідовність

$$A_1, A_1, \ldots, A_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha,$$

достатньо визначити множину A_0 та описати, як множина $A_{\xi+1}$ залежить від множини A_ξ, і як множина A_λ залежить або від $\bigcup_{\xi<\lambda} A_\xi$, або від $\bigcap_{\xi<\lambda} A_\xi$.

Тоді послідовність

$$A_1, A_1, \dots, A_\xi, \dots, \quad \xi < \alpha,$$

яка існує за теоремою про про визначення за трансфінітною індукцією, задовольняє такі умови:

$$A_0 = A, \qquad A_{\xi+1} = F(A_\xi),$$

$$A_\lambda = G\Big(\bigcup_{\xi<\lambda} A_\xi\Big) \qquad \text{або} \qquad A_\lambda = G\Big(\bigcap_{\xi<\lambda} A_\xi\Big).$$

Отже, для того щоб визначити трансфінітну послідовність

$$A_1, A_1, \dots, A_\xi, \dots, \quad \xi < \alpha,$$

достатньо визначити множину A_0 та описати, як множина $A_{\xi+1}$ залежить від множини A_ξ, і як множина A_λ залежить або від $\bigcup\limits_{\xi<\lambda} A_\xi$, або від $\bigcap\limits_{\xi<\lambda} A_\xi$.

Тоді послідовність

$$A_1, A_1, \ldots, A_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha,$$

яка існує за теоремою про про визначення за трансфінітною індукцією, задовольняє такі умови:

$$A_0 = A, \qquad A_{\xi+1} = F(A_\xi),$$

$$A_\lambda = G\Big(\bigcup_{\xi<\lambda} A_\xi\Big) \qquad \text{або} \qquad A_\lambda = G\Big(\bigcap_{\xi<\lambda} A_\xi\Big).$$

Отже, для того щоб визначити трансфінітну послідовність

$$A_1, A_1, \ldots, A_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha,$$

достатньо визначити множину A_0 та описати, як множина $A_{\xi+1}$ залежить від множини A_ξ, і як множина A_λ залежить або від $\bigcup_{\xi<\lambda} A_\xi$, або від $\bigcap_{\xi<\lambda} A_\xi$.

Тоді послідовність

$$A_1, A_1, \ldots, A_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha,$$

яка існує за теоремою про про визначення за трансфінітною індукцією, задовольняє такі умови:

$$A_0 = A, \qquad A_{\xi+1} = F(A_\xi),$$

$$A_\lambda = G\Big(\bigcup_{\xi<\lambda} A_\xi\Big) \qquad \text{або} \qquad A_\lambda = G\Big(\bigcap_{\xi<\lambda} A_\xi\Big).$$

Отже, для того щоб визначити трансфінітну послідовність

$$A_1, A_1, \ldots, A_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha,$$

достатньо визначити множину A_0 та описати, як множина $A_{\xi+1}$ залежить від множини A_ξ, і як множина A_λ залежить або від $\bigcup_{\xi<\lambda} A_\xi$, або від $\bigcap_{\xi<\lambda} A_\xi$.

Лекція 5: Упорядкування. Порядкові числа

Тоді послідовність

$$A_1, A_1, \ldots, A_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha,$$

яка існує за теоремою про про визначення за трансфінітною індукцією, задовольняє такі умови:

$$A_0 = A, \qquad A_{\xi+1} = F(A_\xi),$$

$$A_\lambda = G\Big(\bigcup_{\xi<\lambda} A_\xi\Big) \qquad \text{або} \qquad A_\lambda = G\Big(\bigcap_{\xi<\lambda} A_\xi\Big).$$

Отже, для того щоб визначити трансфінітну послідовність

$$A_1, A_1, \ldots, A_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha,$$

достатньо визначити множину A_0 та описати, як множина $A_{\xi+1}$ залежить від множини A_ξ, і як множина A_λ залежить або від $\bigcup_{\xi<\lambda} A_\xi$, або від $\bigcap_{\xi<\lambda} A_\xi$.

Тоді послідовність

$$A_1, A_1, \ldots, A_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha,$$

яка існує за теоремою про про визначення за трансфінітною індукцією, задовольняє такі умови:

$$A_0 = A, \qquad A_{\xi+1} = F(A_\xi),$$

$$A_\lambda = G\Big(\bigcup_{\xi<\lambda} A_\xi\Big) \qquad \text{або} \qquad A_\lambda = G\Big(\bigcap_{\xi<\lambda} A_\xi\Big).$$

Отже, для того щоб визначити трансфінітну послідовність

$$A_1, A_1, \ldots, A_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha,$$

достатньо визначити множину A_0 та описати, як множина $A_{\xi+1}$ залежить від множини A_ξ, і як множина A_λ залежить або від $\bigcup_{\xi<\lambda} A_\xi$, або від $\bigcap_{\xi<\lambda} A_\xi$.

Тоді послідовність

$$A_1, A_1, \dots, A_\xi, \dots, \quad \xi < \alpha,$$

яка існує за теоремою про про визначення за трансфінітною індукцією, задовольняє такі умови:

$$A_0 = A, \qquad A_{\xi+1} = F(A_\xi),$$

$$A_\lambda = G\Big(\bigcup_{\xi<\lambda} A_\xi\Big) \qquad \text{або} \qquad A_\lambda = G\Big(\bigcap_{\xi<\lambda} A_\xi\Big).$$

Отже, для того щоб визначити трансфінітну послідовність

$$A_1, A_1, \dots, A_\xi, \dots, \quad \xi < \alpha,$$

достатньо визначити множину A_0 та описати, як множина $A_{\xi+1}$ залежить від множини A_ξ, і як множина A_λ залежить або від $\bigcup_{\xi<\lambda} A_\xi$, або від $\bigcap_{\xi<\lambda} A_\xi$.

Тоді послідовність

$$A_1, A_1, \ldots, A_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha,$$

яка існує за теоремою про про визначення за трансфінітною індукцією, задовольняє такі умови:

$$A_0 = A, \qquad A_{\xi+1} = F(A_\xi),$$

$$A_\lambda = G\Big(\bigcup_{\xi<\lambda} A_\xi\Big) \qquad \text{або} \qquad A_\lambda = G\Big(\bigcap_{\xi<\lambda} A_\xi\Big).$$

Отже, для того щоб визначити трансфінітну послідовність

$$A_1, A_1, \ldots, A_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha,$$

достатньо визначити множину A_0 та описати, як множина $A_{\xi+1}$ залежить від множини A_ξ, і як множина A_λ залежить або від $\bigcup_{\xi<\lambda} A_\xi$, або від $\bigcap_{\xi<\lambda} A_\xi$.

Тоді послідовність

$$A_1, A_1, \ldots, A_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha,$$

яка існує за теоремою про про визначення за трансфінітною індукцією, задовольняє такі умови:

$$A_0 = A, \qquad A_{\xi+1} = F(A_\xi),$$

$$A_\lambda = G\Big(\bigcup_{\xi<\lambda} A_\xi\Big) \qquad \text{або} \qquad A_\lambda = G\Big(\bigcap_{\xi<\lambda} A_\xi\Big).$$

Отже, для того щоб визначити трансфінітну послідовність

$$A_1, A_1, \ldots, A_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha,$$

достатньо визначити множину A_0 та описати, як множина $A_{\xi+1}$ залежить від множини A_ξ, і як множина A_λ залежить або від $\bigcup\limits_{\xi<\lambda} A_\xi$, або від $\bigcap\limits_{\xi<\lambda} A_\xi$.

Тоді послідовність

$$A_1, A_1, \ldots, A_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha,$$

яка існує за теоремою про про визначення за трансфінітною індукцією, задовольняє такі умови:

$$A_0 = A, \qquad A_{\xi+1} = F(A_\xi),$$

$$A_\lambda = G\Big(\bigcup_{\xi<\lambda} A_\xi\Big) \qquad \text{або} \qquad A_\lambda = G\Big(\bigcap_{\xi<\lambda} A_\xi\Big).$$

Отже, для того щоб визначити трансфінітну послідовність

$$A_1, A_1, \ldots, A_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha,$$

достатньо визначити множину A_0 та описати, як множина $A_{\xi+1}$ залежить від множини A_ξ, і як множина A_λ залежить або від $\bigcup\limits_{\xi<\lambda} A_\xi$, або від $\bigcap\limits_{\xi<\lambda} A_\xi$.

Тоді послідовність

$$A_1, A_1, \ldots, A_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha,$$

яка існує за теоремою про про визначення за трансфінітною індукцією, задовольняє такі умови:

$$A_0 = A, \qquad A_{\xi+1} = F(A_\xi),$$

$$A_\lambda = G\Big(\bigcup_{\xi<\lambda} A_\xi\Big) \qquad \text{або} \qquad A_\lambda = G\Big(\bigcap_{\xi<\lambda} A_\xi\Big).$$

Отже, для того щоб визначити трансфінітну послідовність

$$A_1, A_1, \ldots, A_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha,$$

достатньо визначити множину A_0 та описати, як множина $A_{\xi+1}$ залежить від множини A_ξ, і як множина A_λ залежить або від $\bigcup\limits_{\xi<\lambda} A_\xi$, або від $\bigcap\limits_{\xi<\lambda} A_\xi$.

Тоді послідовність

$$A_1, A_1, \ldots, A_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha,$$

яка існує за теоремою про про визначення за трансфінітною індукцією, задовольняє такі умови:

$$A_0 = A, \qquad A_{\xi+1} = F(A_\xi),$$

$$A_\lambda = G\Big(\bigcup_{\xi<\lambda} A_\xi\Big) \qquad \text{або} \qquad A_\lambda = G\Big(\bigcap_{\xi<\lambda} A_\xi\Big).$$

Отже, для того щоб визначити трансфінітну послідовність

$$A_1, A_1, \ldots, A_\xi, \ldots, \quad \xi < \alpha,$$

достатньо визначити множину A_0 та описати, як множина $A_{\xi+1}$ залежить від множини A_ξ, і як множина A_λ залежить або від $\bigcup\limits_{\xi<\lambda} A_\xi$, або від $\bigcap\limits_{\xi<\lambda} A_\xi$.

Нехай множина X цілком впорядкована відношенням $\leqslant$. Тоді кожна підмножина $A \subseteq X$, для кожного $x_0 \in X$, яка задовольняє умову

$$\text{якщо} \qquad \{x \in X \mid x < x_0\} \subseteq A, \qquad \text{то} \qquad x_0 \in A,$$

збігається з множиною X. Цей факт служить основою для індуктивних доведень. Ми будемо використовувати його як у випадку, коли X — множина натуральних чисел — *доведення за математичною індукцією*, так і у випадку, коли X — множина всіх ординалів, менших даного ординала α — *доведення за трансфінітною індукцією*.

Нехай множина X цілком впорядкована відношенням $\leqslant$. Тоді кожна підмножина $A \subseteq X$, для кожного $x_0 \in X$, яка задовольняє умову

$$\text{якщо} \quad \{x \in X \mid x < x_0\} \subseteq A, \quad \text{то} \quad x_0 \in A,$$

збігається з множиною X. Цей факт служить основою для індуктивних доведень. Ми будемо використовувати його як у випадку, коли X — множина натуральних чисел — *доведення за математичною індукцією*, так і у випадку, коли X — множина всіх ординалів, менших даного ординала α — *доведення за трансфінітною індукцією*.

Нехай множина X цілком впорядкована відношенням $\leqslant$. Тоді кожна підмножина $A \subseteq X$, для кожного $x_0 \in X$, яка задовольняє умову

$$\text{якщо} \qquad \{x \in X \mid x < x_0\} \subseteq A, \qquad \text{то} \qquad x_0 \in A,$$

збігається з множиною X. Цей факт служить основою для індуктивних доведень. Ми будемо використовувати його як у випадку, коли X — множина натуральних чисел — *доведення за математичною індукцією*, так і у випадку, коли X — множина всіх ординалів, менших даного ординала α — *доведення за трансфінітною індукцією*.

Нехай множина X цілком впорядкована відношенням $\leqslant$. Тоді кожна підмножина $A \subseteq X$, для кожного $x_0 \in X$, яка задовольняє умову

$$\text{якщо} \qquad \{x \in X \mid x < x_0\} \subseteq A, \qquad \text{то} \qquad x_0 \in A,$$

збігається з множиною X. Цей факт служить основою для індуктивних доведень. Ми будемо використовувати його як у випадку, коли X — множина натуральних чисел — *доведення за математичною індукцією*, так і у випадку, коли X — множина всіх ординалів, менших даного ординала α — *доведення за трансфінітною індукцією*.

Нехай множина X цілком впорядкована відношенням $\leqslant$. Тоді кожна підмножина $A \subseteq X$, для кожного $x_0 \in X$, яка задовольняє умову

$$\text{якщо} \qquad \{x \in X \mid x < x_0\} \subseteq A, \qquad \text{то} \qquad x_0 \in A,$$

збігається з множиною X. Цей факт служить основою для індуктивних доведень. Ми будемо використовувати його як у випадку, коли X — множина натуральних чисел — *доведення за математичною індукцією*, так і у випадку, коли X — множина всіх ординалів, менших даного ординала α — *доведення за трансфінітною індукцією*.

Нехай множина X цілком впорядкована відношенням $\leqslant$. Тоді кожна підмножина $A \subseteq X$, для кожного $x_0 \in X$, яка задовольняє умову

$$\text{якщо} \qquad \{x \in X \mid x < x_0\} \subseteq A, \qquad \text{то} \qquad x_0 \in A,$$

збігається з множиною X. Цей факт служить основою для індуктивних доведень. Ми будемо використовувати його як у випадку, коли X — множина натуральних чисел — *доведення за математичною індукцією*, так і у випадку, коли X — множина всіх ординалів, менших даного ординала α — *доведення за трансфінітною індукцією*.

Нехай множина X цілком впорядкована відношенням $\leqslant$. Тоді кожна підмножина $A \subseteq X$, для кожного $x_0 \in X$, яка задовольняє умову

$$\text{якщо} \qquad \{x \in X \mid x < x_0\} \subseteq A, \qquad \text{то} \qquad x_0 \in A,$$

збігається з множиною X. Цей факт служить основою для індуктивних доведень. Ми будемо використовувати його як у випадку, коли X — множина натуральних чисел — *доведення за математичною індукцією*, так і у випадку, коли X — множина всіх ординалів, менших даного ординала α — *доведення за трансфінітною індукцією*.

Нехай множина X цілком впорядкована відношенням $\leqslant$. Тоді кожна підмножина $A \subseteq X$, для кожного $x_0 \in X$, яка задовольняє умову

$$\text{якщо} \qquad \{x \in X \mid x < x_0\} \subseteq A, \qquad \text{то} \qquad x_0 \in A,$$

збігається з множиною X. Цей факт служить основою для індуктивних доведень. Ми будемо використовувати його як у випадку, коли X — множина натуральних чисел — *доведення за математичною індукцією*, так і у випадку, коли X — множина всіх ординалів, менших даного ординала α — *доведення за трансфінітною індукцією*.

Дякую за увагу!!!