Обробка зображень і мультимедіа

Олег Гутік

Лекція 18: Стиснення зображень, XII. Перетворення Карунена–Лоеве

Стиснення зображень. Перетворення Карунена–Лоеве

Перетворення Карунена-Лоеве (KLT, *Karhunen-Loéve transform*) (його ще називають *перетворенням Готеллінга* (*Hotelling transform*)) має найкращу ефективність у сенсі концентрації енергії зображення, але із зазначених вище причин, воно має скоріше теоретичне, ніж практичне значення. Дане зображення слід розділити на k блоків по n пікселів у кожному, зазвичай, $n = 64$, але допускаються й інші значення, а число k залежить від розміру зображення. Розглядаються вектори блоків, що позначаються $\vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}$ при $i = 1, 2, \ldots, k$. Середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}$ $(i = 1, 2, \ldots, k)$ дорівнює

$$\overline{\vec{\boldsymbol{b}}} = \frac{\sum_i \vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}}{k}.$$

Вводиться нова сім'я векторів

$$\{\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)} = \vec{\boldsymbol{b}}^{(i)} - \overline{\vec{\boldsymbol{b}}} \mid i = 1, 2, \ldots, k\},$$

для якої середньо арифметичний вектор $\dfrac{\sum_i \vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}}{k}$ дорівнює нулю. Матрицю перетворення (KLT) розміру $n \times n$ яку ми будуватимемо, позначимо через $\boldsymbol{A}$. Результатом перетворення вектора $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$ буде ваговий вектор $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)} = \boldsymbol{A}\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$. Середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ також дорівнює нулю. Побудуємо матрицю $\boldsymbol{V}$, стовпцями якої служитимуть вектори $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$. Розглянемо також матрицю $\boldsymbol{W}$ зі стовпцями $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$:

$$\boldsymbol{V} = (\vec{\boldsymbol{v}}^{(1)}, \vec{\boldsymbol{v}}^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}^{(k)}),$$

$$\boldsymbol{W} = (\vec{\boldsymbol{w}}^{(1)}, \vec{\boldsymbol{w}}^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{w}}^{(k)}).$$

Стиснення зображень. Перетворення Карунена–Лоеве

Перетворення Карунена-Лоеве (KLT, *Karhunen-Loéve transform*) (його ще називають *перетворенням Готеллінга* (*Hotelling transform*)) має найкращу ефективність у сенсі концентрації енергії зображення, але із зазначених вище причин, воно має скоріше теоретичне, ніж практичне значення. Дане зображення слід розділити на k блоків по n пікселів у кожному, зазвичай, $n = 64$, але допускаються й інші значення, а число k залежить від розміру зображення. Розглядаються вектори блоків, що позначаються $\vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}$ при $i = 1, 2, \ldots, k$. Середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}$ $(i = 1, 2, \ldots, k)$ дорівнює

$$\overline{\vec{\boldsymbol{b}}} = \frac{\sum_i \vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}}{k}.$$

Вводиться нова сім'я векторів

$$\{\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)} = \vec{\boldsymbol{b}}^{(i)} - \overline{\vec{\boldsymbol{b}}} \mid i = 1, 2, \ldots, k\},$$

для якої середньо арифметичний вектор $\dfrac{\sum_i \vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}}{k}$ дорівнює нулю. Матрицю перетворення (KLT) розміру $n \times n$ яку ми будуватимемо, позначимо через $\boldsymbol{A}$. Результатом перетворення вектора $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$ буде ваговий вектор $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)} = \boldsymbol{A}\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$. Середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ також дорівнює нулю. Побудуємо матрицю $\boldsymbol{V}$, стовпцями якої служитимуть вектори $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$. Розглянемо також матрицю $\boldsymbol{W}$ зі стовпцями $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$:

$$\boldsymbol{V} = (\vec{\boldsymbol{v}}^{(1)}, \vec{\boldsymbol{v}}^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}^{(k)}),$$

$$\boldsymbol{W} = (\vec{\boldsymbol{w}}^{(1)}, \vec{\boldsymbol{w}}^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{w}}^{(k)}).$$

Стиснення зображень. Перетворення Карунена–Лоеве

Перетворення Карунена-Лоеве (KLT, *Karhunen-Loéve transform*) (його ще називають *перетворенням Готеллінга* (*Hotelling transform*)) має найкращу ефективність у сенсі концентрації енергії зображення, але із зазначених вище причин, воно має скоріше теоретичне, ніж практичне значення. Дане зображення слід розділити на k блоків по n пікселів у кожному, зазвичай, $n = 64$, але допускаються й інші значення, а число k залежить від розміру зображення. Розглядаються вектори блоків, що позначаються $\vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}$ при $i = 1, 2, \ldots, k$. Середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}$ $(i = 1, 2, \ldots, k)$ дорівнює

$$\overline{\vec{\boldsymbol{b}}} = \frac{\sum_i \vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}}{k}.$$

Вводиться нова сім'я векторів

$$\{\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)} = \vec{\boldsymbol{b}}^{(i)} - \overline{\vec{\boldsymbol{b}}} \mid i = 1, 2, \ldots, k\},$$

для якої середньо арифметичний вектор $\dfrac{\sum_i \vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}}{k}$ дорівнює нулю. Матрицю перетворення (KLT) розміру $n \times n$ яку ми будуватимемо, позначимо через $\boldsymbol{A}$. Результатом перетворення вектора $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$ буде ваговий вектор $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)} = \boldsymbol{A}\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$. Середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ також дорівнює нулю. Побудуємо матрицю $\boldsymbol{V}$, стовпцями якої служитимуть вектори $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$. Розглянемо також матрицю $\boldsymbol{W}$ зі стовпцями $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$:

$$\boldsymbol{V} = (\vec{\boldsymbol{v}}^{(1)}, \vec{\boldsymbol{v}}^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}^{(k)}),$$

$$\boldsymbol{W} = (\vec{\boldsymbol{w}}^{(1)}, \vec{\boldsymbol{w}}^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{w}}^{(k)}).$$

Перетворення Карунена-Лоеве (KLT, *Karhunen-Loéve transform*) (його ще називають *перетворенням Готеллінга* (*Hotelling transform*)) має найкращу ефективність у сенсі концентрації енергії зображення, але із зазначених вище причин, воно має скоріше теоретичне, ніж практичне значення. Дане зображення слід розділити на k блоків по n пікселів у кожному, зазвичай, $n = 64$, але допускаються й інші значення, а число k залежить від розміру зображення. Розглядаються вектори блоків, що позначаються $\vec{b}^{(i)}$ при $i = 1, 2, \ldots, k$. Середнє арифметичне векторів $\vec{b}^{(i)}$ $(i = 1, 2, \ldots, k)$ дорівнює

$$\bar{\vec{b}} = \frac{\sum_i \vec{b}^{(i)}}{k}.$$

Вводиться нова сім'я векторів

$$\{\vec{v}^{(i)} = \vec{b}^{(i)} - \bar{\vec{b}} \mid i = 1, 2, \ldots, k\},$$

для якої середньо арифметичний вектор $\dfrac{\sum_i \vec{v}^{(i)}}{k}$ дорівнює нулю. Матрицю перетворення (KLT) розміру $n \times n$ яку ми будуватимемо, позначимо через $\boldsymbol{A}$. Результатом перетворення вектора $\vec{v}^{(i)}$ буде ваговий вектор $\vec{w}^{(i)} = \boldsymbol{A}\vec{v}^{(i)}$. Середнє арифметичне векторів $\vec{w}^{(i)}$ також дорівнює нулю. Побудуємо матрицю $\boldsymbol{V}$, стовпцями якої служитимуть вектори $\vec{v}^{(i)}$. Розглянемо також матрицю $\boldsymbol{W}$ зі стовпцями $\vec{w}^{(i)}$:

$$\boldsymbol{V} = \left(\vec{v}^{(1)}, \vec{v}^{(2)}, \ldots, \vec{v}^{(k)}\right),$$

$$\boldsymbol{W} = \left(\vec{w}^{(1)}, \vec{w}^{(2)}, \ldots, \vec{w}^{(k)}\right).$$

Перетворення Карунена-Лоеве (KLT, *Karhunen-Loéve transform*) (його ще називають *перетворенням Готеллінга* (*Hotelling transform*)) має найкращу ефективність у сенсі концентрації енергії зображення, але із зазначених вище причин, воно має скоріше теоретичне, ніж практичне значення. Дане зображення слід розділити на k блоків по n пікселів у кожному, зазвичай, $n = 64$, але допускаються й інші значення, а число k залежить від розміру зображення. Розглядаються вектори блоків, що позначаються $\vec{b}^{(i)}$ при $i = 1, 2, \ldots, k$. Середнє арифметичне векторів $\vec{b}^{(i)}$ $(i = 1, 2, \ldots, k)$ дорівнює

$$\overline{\vec{b}} = \frac{\sum_i \vec{b}^{(i)}}{k}.$$

Вводиться нова сім'я векторів

$$\{\vec{v}^{(i)} = \vec{b}^{(i)} - \overline{\vec{b}} \mid i = 1, 2, \ldots, k\},$$

для якої середньо арифметичний вектор $\frac{\sum_i \vec{v}^{(i)}}{k}$ дорівнює нулю. Матрицю перетворення (KLT) розміру $n \times n$ яку ми будуватимемо, позначимо через $\boldsymbol{A}$. Результатом перетворення вектора $\vec{v}^{(i)}$ буде ваговий вектор $\vec{w}^{(i)} = \boldsymbol{A}\vec{v}^{(i)}$. Середнє арифметичне векторів $\vec{w}^{(i)}$ також дорівнює нулю. Побудуємо матрицю $\boldsymbol{V}$, стовпцями якої служитимуть вектори $\vec{v}^{(i)}$. Розглянемо також матрицю $\boldsymbol{W}$ зі стовпцями $\vec{w}^{(i)}$:

$$\boldsymbol{V} = (\vec{v}^{(1)}, \vec{v}^{(2)}, \ldots, \vec{v}^{(k)}),$$

$$\boldsymbol{W} = (\vec{w}^{(1)}, \vec{w}^{(2)}, \ldots, \vec{w}^{(k)}).$$

Стиснення зображень. Перетворення Карунена–Лоеве

Перетворення Карунена-Лоеве (KLT, *Karhunen-Loéve transform*) (його ще називають *перетворенням Готеллінга* (*Hotelling transform*)) має найкращу ефективність у сенсі концентрації енергії зображення, але із зазначених вище причин, воно має скоріше теоретичне, ніж практичне значення. Дане зображення слід розділити на k блоків по n пікселів у кожному, зазвичай, $n = 64$, але допускаються й інші значення, а число k залежить від розміру зображення. Розглядаються вектори блоків, що позначаються $\vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}$ при $i = 1, 2, \ldots, k$. Середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}$ $(i = 1, 2, \ldots, k)$ дорівнює

$$\overline{\vec{\boldsymbol{b}}} = \frac{\sum_i \vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}}{k}.$$

Вводиться нова сім'я векторів

$$\{\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)} = \vec{\boldsymbol{b}}^{(i)} - \overline{\vec{\boldsymbol{b}}} \mid i = 1, 2, \ldots, k\},$$

для якої середньо арифметичний вектор $\dfrac{\sum_i \vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}}{k}$ дорівнює нулю. Матрицю перетворення (KLT) розміру $n \times n$ яку ми будуватимемо, позначимо через $\boldsymbol{A}$. Результатом перетворення вектора $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$ буде ваговий вектор $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)} = \boldsymbol{A}\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$. Середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ також дорівнює нулю. Побудуємо матрицю $\boldsymbol{V}$, стовпцями якої служитимуть вектори $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$. Розглянемо також матрицю $\boldsymbol{W}$ зі стовпцями $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$:

$$\boldsymbol{V} = \left(\vec{\boldsymbol{v}}^{(1)}, \vec{\boldsymbol{v}}^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}^{(k)}\right),$$

$$\boldsymbol{W} = \left(\vec{\boldsymbol{w}}^{(1)}, \vec{\boldsymbol{w}}^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{w}}^{(k)}\right).$$

Перетворення Карунена-Лоеве (KLT, *Karhunen-Loéve transform*) (його ще називають *перетворенням Готеллінга* (*Hotelling transform*)) має найкращу ефективність у сенсі концентрації енергії зображення, але із зазначених вище причин, воно має скоріше теоретичне, ніж практичне значення. Дане зображення слід розділити на k блоків по n пікселів у кожному, зазвичай, $n = 64$, але допускаються й інші значення, а число k залежить від розміру зображення. Розглядаються вектори блоків, що позначаються $\vec{b}^{(i)}$ при $i = 1, 2, \ldots, k$. Середнє арифметичне векторів $\vec{b}^{(i)}$ $(i = 1, 2, \ldots, k)$ дорівнює

$$\overline{\vec{b}} = \frac{\sum_i \vec{b}^{(i)}}{k}.$$

Вводиться нова сім'я векторів

$$\{\vec{v}^{(i)} = \vec{b}^{(i)} - \overline{\vec{b}} \mid i = 1, 2, \ldots, k\},$$

для якої середньо арифметичний вектор $\frac{\sum_i \vec{v}^{(i)}}{k}$ дорівнює нулю. Матрицю перетворення (KLT) розміру $n \times n$ яку ми будуватимемо, позначимо через A. Результатом перетворення вектора $\vec{v}^{(i)}$ буде ваговий вектор $\vec{w}^{(i)} = A\vec{v}^{(i)}$. Середнє арифметичне векторів $\vec{w}^{(i)}$ також дорівнює нулю. Побудуємо матрицю V, стовпцями якої служитимуть вектори $\vec{v}^{(i)}$. Розглянемо також матрицю W зі стовпцями $\vec{w}^{(i)}$:

$$V = (\vec{v}^{(1)}, \vec{v}^{(2)}, \ldots, \vec{v}^{(k)}),$$

$$W = (\vec{w}^{(1)}, \vec{w}^{(2)}, \ldots, \vec{w}^{(k)}).$$

Перетворення Карунена-Лоеве (KLT, *Karhunen-Loéve transform*) (його ще називають *перетворенням Готеллінга* (*Hotelling transform*)) має найкращу ефективність у сенсі концентрації енергії зображення, але із зазначених вище причин, воно має скоріше теоретичне, ніж практичне значення. Дане зображення слід розділити на k блоків по n пікселів у кожному, зазвичай, $n = 64$, але допускаються й інші значення, а число k залежить від розміру зображення. Розглядаються вектори блоків, що позначаються $\vec{b}^{(i)}$ при $i = 1, 2, \ldots, k$. Середнє арифметичне векторів $\vec{b}^{(i)}$ $(i = 1, 2, \ldots, k)$ дорівнює

$$\overline{\vec{b}} = \frac{\sum_i \vec{b}^{(i)}}{k}.$$

Вводиться нова сім'я векторів

$$\{\vec{v}^{(i)} = \vec{b}^{(i)} - \overline{\vec{b}} \mid i = 1, 2, \ldots, k\},$$

для якої середньо арифметичний вектор $\dfrac{\sum_i \vec{v}^{(i)}}{k}$ дорівнює нулю. Матрицю перетворення (KLT) розміру $n \times n$ яку ми будуватимемо, позначимо через $\boldsymbol{A}$. Результатом перетворення вектора $\vec{v}^{(i)}$ буде ваговий вектор $\vec{w}^{(i)} = \boldsymbol{A}\vec{v}^{(i)}$. Середнє арифметичне векторів $\vec{w}^{(i)}$ також дорівнює нулю. Побудуємо матрицю $\boldsymbol{V}$, стовпцями якої служитимуть вектори $\vec{v}^{(i)}$. Розглянемо також матрицю $\boldsymbol{W}$ зі стовпцями $\vec{w}^{(i)}$:

$$\boldsymbol{V} = \left(\vec{v}^{(1)}, \vec{v}^{(2)}, \ldots, \vec{v}^{(k)}\right),$$

$$\boldsymbol{W} = \left(\vec{w}^{(1)}, \vec{w}^{(2)}, \ldots, \vec{w}^{(k)}\right).$$

Перетворення Карунена-Лоеве (KLT, *Karhunen-Loéve transform*) (його ще називають *перетворенням Готеллінга* (*Hotelling transform*)) має найкращу ефективність у сенсі концентрації енергії зображення, але із зазначених вище причин, воно має скоріше теоретичне, ніж практичне значення. Дане зображення слід розділити на k блоків по n пікселів у кожному, зазвичай, $n = 64$, але допускаються й інші значення, а число k залежить від розміру зображення. Розглядаються вектори блоків, що позначаються $\vec{b}^{(i)}$ при $i = 1, 2, \ldots, k$. Середнє арифметичне векторів $\vec{b}^{(i)}$ $(i = 1, 2, \ldots, k)$ дорівнює

$$\overline{\vec{b}} = \frac{\sum_i \vec{b}^{(i)}}{k}.$$

Вводиться нова сім'я векторів

$$\{\vec{v}^{(i)} = \vec{b}^{(i)} - \overline{\vec{b}} \mid i = 1, 2, \ldots, k\},$$

для якої середньо арифметичний вектор $\dfrac{\sum_i \vec{v}^{(i)}}{k}$ дорівнює нулю. Матрицю перетворення (KLT) розміру $n \times n$ яку ми будуватимемо, позначимо через $\boldsymbol{A}$. Результатом перетворення вектора $\vec{v}^{(i)}$ буде ваговий вектор $\vec{w}^{(i)} = \boldsymbol{A}\vec{v}^{(i)}$. Середнє арифметичне векторів $\vec{w}^{(i)}$ також дорівнює нулю. Побудуємо матрицю $\boldsymbol{V}$, стовпцями якої служитимуть вектори $\vec{v}^{(i)}$. Розглянемо також матрицю $\boldsymbol{W}$ зі стовпцями $\vec{w}^{(i)}$:

$$\boldsymbol{V} = (\vec{v}^{(1)}, \vec{v}^{(2)}, \ldots, \vec{v}^{(k)}),$$

$$\boldsymbol{W} = (\vec{w}^{(1)}, \vec{w}^{(2)}, \ldots, \vec{w}^{(k)}).$$

Перетворення Карунена-Лоеве (KLT, *Karhunen-Loéve transform*) (його ще називають *перетворенням Готеллінга* (*Hotelling transform*)) має найкращу ефективність у сенсі концентрації енергії зображення, але із зазначених вище причин, воно має скоріше теоретичне, ніж практичне значення. Дане зображення слід розділити на k блоків по n пікселів у кожному, зазвичай, $n = 64$, але допускаються й інші значення, а число k залежить від розміру зображення. Розглядаються вектори блоків, що позначаються $\vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}$ при $i = 1, 2, \ldots, k$. Середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}$ $(i = 1, 2, \ldots, k)$ дорівнює

$$\bar{\vec{\boldsymbol{b}}} = \frac{\sum_i \vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}}{k}.$$

Вводиться нова сім'я векторів

$$\{\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)} = \vec{\boldsymbol{b}}^{(i)} - \bar{\vec{\boldsymbol{b}}} \mid i = 1, 2, \ldots, k\},$$

для якої середньо арифметичний вектор $\dfrac{\sum_i \vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}}{k}$ дорівнює нулю. Матрицю перетворення (KLT) розміру $n \times n$ яку ми будуватимемо, позначимо через $\boldsymbol{A}$. Результатом перетворення вектора $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$ буде ваговий вектор $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)} = \boldsymbol{A}\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$. Середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ також дорівнює нулю. Побудуємо матрицю $\boldsymbol{V}$, стовпцями якої служитимуть вектори $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$. Розглянемо також матрицю $\boldsymbol{W}$ зі стовпцями $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$:

$$\boldsymbol{V} = \left(\vec{\boldsymbol{v}}^{(1)}, \vec{\boldsymbol{v}}^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}^{(k)}\right),$$

$$\boldsymbol{W} = \left(\vec{\boldsymbol{w}}^{(1)}, \vec{\boldsymbol{w}}^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{w}}^{(k)}\right).$$

Стиснення зображень. Перетворення Карунена–Лоеве

Перетворення Карунена-Лоеве (KLT, *Karhunen-Loéve transform*) (його ще називають *перетворенням Готеллінга* (*Hotelling transform*)) має найкращу ефективність у сенсі концентрації енергії зображення, але із зазначених вище причин, воно має скоріше теоретичне, ніж практичне значення. Дане зображення слід розділити на k блоків по n пікселів у кожному, зазвичай, $n = 64$, але допускаються й інші значення, а число k залежить від розміру зображення. Розглядаються вектори блоків, що позначаються $\vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}$ при $i = 1, 2, \ldots, k$. Середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}$ $(i = 1, 2, \ldots, k)$ дорівнює

$$\overline{\vec{\boldsymbol{b}}} = \frac{\sum_i \vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}}{k}.$$

Вводиться нова сім'я векторів

$$\{\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)} = \vec{\boldsymbol{b}}^{(i)} - \overline{\vec{\boldsymbol{b}}} \mid i = 1, 2, \ldots, k\},$$

для якої середньо арифметичний вектор $\dfrac{\sum_i \vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}}{k}$ дорівнює нулю. Матрицю перетворення (KLT) розміру $n \times n$ яку ми будуватимемо, позначимо через $\boldsymbol{A}$. Результатом перетворення вектора $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$ буде ваговий вектор $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)} = \boldsymbol{A}\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$. Середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ також дорівнює нулю. Побудуємо матрицю $\boldsymbol{V}$, стовпцями якої служитимуть вектори $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$. Розглянемо також матрицю $\boldsymbol{W}$ зі стовпцями $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$:

$$\boldsymbol{V} = \left(\vec{\boldsymbol{v}}^{(1)}, \vec{\boldsymbol{v}}^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}^{(k)}\right),$$

$$\boldsymbol{W} = \left(\vec{\boldsymbol{w}}^{(1)}, \vec{\boldsymbol{w}}^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{w}}^{(k)}\right).$$

Перетворення Карунена-Лоеве (KLT, *Karhunen-Loéve transform*) (його ще називають *перетворенням Готеллінга* (*Hotelling transform*)) має найкращу ефективність у сенсі концентрації енергії зображення, але із зазначених вище причин, воно має скоріше теоретичне, ніж практичне значення. Дане зображення слід розділити на k блоків по n пікселів у кожному, зазвичай, $n = 64$, але допускаються й інші значення, а число k залежить від розміру зображення. Розглядаються вектори блоків, що позначаються $\vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}$ при $i = 1, 2, \ldots, k$. Середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}$ $(i = 1, 2, \ldots, k)$ дорівнює

$$\overline{\vec{\boldsymbol{b}}} = \frac{\sum_i \vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}}{k}.$$

Вводиться нова сім'я векторів

$$\{\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)} = \vec{\boldsymbol{b}}^{(i)} - \overline{\vec{\boldsymbol{b}}} \mid i = 1, 2, \ldots, k\},$$

для якої середньо арифметичний вектор $\dfrac{\sum_i \vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}}{k}$ дорівнює нулю. Матрицю перетворення (KLT) розміру $n \times n$ яку ми будуватимемо, позначимо через $\boldsymbol{A}$. Результатом перетворення вектора $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$ буде ваговий вектор $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)} = \boldsymbol{A}\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$. Середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ також дорівнює нулю. Побудуємо матрицю $\boldsymbol{V}$, стовпцями якої служитимуть вектори $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$. Розглянемо також матрицю $\boldsymbol{W}$ зі стовпцями $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$:

$$\boldsymbol{V} = (\vec{\boldsymbol{v}}^{(1)}, \vec{\boldsymbol{v}}^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}^{(k)}),$$

$$\boldsymbol{W} = (\vec{\boldsymbol{w}}^{(1)}, \vec{\boldsymbol{w}}^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{w}}^{(k)}).$$

Перетворення Карунена-Лоеве (KLT, *Karhunen-Loéve transform*) (його ще називають *перетворенням Готеллінга* (*Hotelling transform*)) має найкращу ефективність у сенсі концентрації енергії зображення, але із зазначених вище причин, воно має скоріше теоретичне, ніж практичне значення. Дане зображення слід розділити на k блоків по n пікселів у кожному, зазвичай, $n = 64$, але допускаються й інші значення, а число k залежить від розміру зображення. Розглядаються вектори блоків, що позначаються $\vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}$ при $i = 1, 2, \ldots, k$. Середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}$ $(i = 1, 2, \ldots, k)$ дорівнює

$$\overline{\vec{\boldsymbol{b}}} = \frac{\sum_i \vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}}{k}.$$

Вводиться нова сім'я векторів

$$\{\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)} = \vec{\boldsymbol{b}}^{(i)} - \overline{\vec{\boldsymbol{b}}} \mid i = 1, 2, \ldots, k\},$$

для якої середньо арифметичний вектор $\frac{\sum_i \vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}}{k}$ дорівнює нулю. Матрицю перетворення (KLT) розміру $n \times n$ яку ми будуватимемо, позначимо через $\boldsymbol{A}$. Результатом перетворення вектора $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$ буде ваговий вектор $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)} = \boldsymbol{A}\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$. Середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ також дорівнює нулю. Побудуємо матрицю $\boldsymbol{V}$, стовпцями якої служитимуть вектори $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$. Розглянемо також матрицю $\boldsymbol{W}$ зі стовпцями $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$:

$$\boldsymbol{V} = (\vec{\boldsymbol{v}}^{(1)}, \vec{\boldsymbol{v}}^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}^{(k)}),$$

$$\boldsymbol{W} = (\vec{\boldsymbol{w}}^{(1)}, \vec{\boldsymbol{w}}^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{w}}^{(k)}).$$

Перетворення Карунена-Лоеве (KLT, *Karhunen-Loéve transform*) (його ще називають *перетворенням Готеллінга* (*Hotelling transform*)) має найкращу ефективність у сенсі концентрації енергії зображення, але із зазначених вище причин, воно має скоріше теоретичне, ніж практичне значення. Дане зображення слід розділити на k блоків по n пікселів у кожному, зазвичай, $n = 64$, але допускаються й інші значення, а число k залежить від розміру зображення. Розглядаються вектори блоків, що позначаються $\vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}$ при $i = 1, 2, \ldots, k$. Середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}$ $(i = 1, 2, \ldots, k)$ дорівнює

$$\bar{\vec{\boldsymbol{b}}} = \frac{\sum_i \vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}}{k}.$$

Вводиться нова сім'я векторів

$$\{\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)} = \vec{\boldsymbol{b}}^{(i)} - \bar{\vec{\boldsymbol{b}}} \mid i = 1, 2, \ldots, k\},$$

для якої середньо арифметичний вектор $\dfrac{\sum_i \vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}}{k}$ дорівнює нулю. Матрицю перетворення (KLT) розміру $n \times n$ яку ми будуватимемо, позначимо через $\boldsymbol{A}$. Результатом перетворення вектора $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$ буде ваговий вектор $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)} = \boldsymbol{A}\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$. Середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ також дорівнює нулю. Побудуємо матрицю $\boldsymbol{V}$, стовпцями якої служитимуть вектори $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$. Розглянемо також матрицю $\boldsymbol{W}$ зі стовпцями $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$:

$$\boldsymbol{V} = \left(\vec{\boldsymbol{v}}^{(1)}, \vec{\boldsymbol{v}}^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}^{(k)}\right),$$

$$\boldsymbol{W} = \left(\vec{\boldsymbol{w}}^{(1)}, \vec{\boldsymbol{w}}^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{w}}^{(k)}\right).$$

Перетворення Карунена-Лоеве (KLT, *Karhunen-Loéve transform*) (його ще називають *перетворенням Готеллінга* (*Hotelling transform*)) має найкращу ефективність у сенсі концентрації енергії зображення, але із зазначених вище причин, воно має скоріше теоретичне, ніж практичне значення. Дане зображення слід розділити на k блоків по n пікселів у кожному, зазвичай, $n = 64$, але допускаються й інші значення, а число k залежить від розміру зображення. Розглядаються вектори блоків, що позначаються $\vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}$ при $i = 1, 2, \ldots, k$. Середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}$ $(i = 1, 2, \ldots, k)$ дорівнює

$$\overline{\vec{\boldsymbol{b}}} = \frac{\sum_i \vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}}{k}.$$

Вводиться нова сім'я векторів

$$\{\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)} = \vec{\boldsymbol{b}}^{(i)} - \overline{\vec{\boldsymbol{b}}} \mid i = 1, 2, \ldots, k\},$$

для якої середньо арифметичний вектор $\frac{\sum_i \vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}}{k}$ дорівнює нулю. Матрицю перетворення (KLT) розміру $n \times n$ яку ми будуватимемо, позначимо через $\boldsymbol{A}$. Результатом перетворення вектора $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$ буде ваговий вектор $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)} = \boldsymbol{A}\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$. Середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ також дорівнює нулю. Побудуємо матрицю $\boldsymbol{V}$, стовпцями якої служитимуть вектори $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$. Розглянемо також матрицю $\boldsymbol{W}$ зі стовпцями $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$:

$$\boldsymbol{V} = (\vec{\boldsymbol{v}}^{(1)}, \vec{\boldsymbol{v}}^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}^{(k)}),$$

$$\boldsymbol{W} = (\vec{\boldsymbol{w}}^{(1)}, \vec{\boldsymbol{w}}^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{w}}^{(k)}).$$

Перетворення Карунена-Лоеве (KLT, *Karhunen-Loéve transform*) (його ще називають *перетворенням Готеллінга* (*Hotelling transform*)) має найкращу ефективність у сенсі концентрації енергії зображення, але із зазначених вище причин, воно має скоріше теоретичне, ніж практичне значення. Дане зображення слід розділити на k блоків по n пікселів у кожному, зазвичай, $n = 64$, але допускаються й інші значення, а число k залежить від розміру зображення. Розглядаються вектори блоків, що позначаються $\vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}$ при $i = 1, 2, \ldots, k$. Середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}$ $(i = 1, 2, \ldots, k)$ дорівнює

$$\overline{\vec{\boldsymbol{b}}} = \frac{\sum_i \vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}}{k}.$$

Вводиться нова сім'я векторів

$$\{\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)} = \vec{\boldsymbol{b}}^{(i)} - \overline{\vec{\boldsymbol{b}}} \mid i = 1, 2, \ldots, k\},$$

для якої середньо арифметичний вектор $\frac{\sum_i \vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}}{k}$ дорівнює нулю. Матрицю перетворення (KLT) розміру $n \times n$ яку ми будуватимемо, позначимо через $\boldsymbol{A}$. Результатом перетворення вектора $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$ буде ваговий вектор $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)} = \boldsymbol{A}\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$. Середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ також дорівнює нулю. Побудуємо матрицю $\boldsymbol{V}$, стовпцями якої служитимуть вектори $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$. Розглянемо також матрицю $\boldsymbol{W}$ зі стовпцями $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$:

$$\boldsymbol{V} = \left(\vec{\boldsymbol{v}}^{(1)}, \vec{\boldsymbol{v}}^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}^{(k)}\right),$$

$$\boldsymbol{W} = \left(\vec{\boldsymbol{w}}^{(1)}, \vec{\boldsymbol{w}}^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{w}}^{(k)}\right).$$

Перетворення Карунена-Лоеве (KLT, *Karhunen-Loéve transform*) (його ще називають *перетворенням Готеллінга* (*Hotelling transform*)) має найкращу ефективність у сенсі концентрації енергії зображення, але із зазначених вище причин, воно має скоріше теоретичне, ніж практичне значення. Дане зображення слід розділити на k блоків по n пікселів у кожному, зазвичай, $n = 64$, але допускаються й інші значення, а число k залежить від розміру зображення. Розглядаються вектори блоків, що позначаються $\vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}$ при $i = 1, 2, \ldots, k$. Середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}$ $(i = 1, 2, \ldots, k)$ дорівнює

$$\bar{\vec{\boldsymbol{b}}} = \frac{\sum_i \vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}}{k}.$$

Вводиться нова сім'я векторів

$$\{\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)} = \vec{\boldsymbol{b}}^{(i)} - \bar{\vec{\boldsymbol{b}}} \mid i = 1, 2, \ldots, k\},$$

для якої середньо арифметичний вектор $\dfrac{\sum_i \vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}}{k}$ дорівнює нулю. Матрицю перетворення (KLT) розміру $n \times n$ яку ми будуватимемо, позначимо через $\boldsymbol{A}$. Результатом перетворення вектора $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$ буде ваговий вектор $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)} = \boldsymbol{A}\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$. Середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ також дорівнює нулю. Побудуємо матрицю $\boldsymbol{V}$, стовпцями якої служитимуть вектори $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$. Розглянемо також матрицю $\boldsymbol{W}$ зі стовпцями $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$:

$$\boldsymbol{V} = \left(\vec{\boldsymbol{v}}^{(1)}, \vec{\boldsymbol{v}}^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}^{(k)}\right),$$

$$\boldsymbol{W} = \left(\vec{\boldsymbol{w}}^{(1)}, \vec{\boldsymbol{w}}^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{w}}^{(k)}\right).$$

Перетворення Карунена-Лоеве (KLT, *Karhunen-Loéve transform*) (його ще називають *перетворенням Готеллінга* (*Hotelling transform*)) має найкращу ефективність у сенсі концентрації енергії зображення, але із зазначених вище причин, воно має скоріше теоретичне, ніж практичне значення. Дане зображення слід розділити на k блоків по n пікселів у кожному, зазвичай, $n = 64$, але допускаються й інші значення, а число k залежить від розміру зображення. Розглядаються вектори блоків, що позначаються $\vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}$ при $i = 1, 2, \ldots, k$. Середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}$ $(i = 1, 2, \ldots, k)$ дорівнює

$$\overline{\vec{\boldsymbol{b}}} = \frac{\sum_i \vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}}{k}.$$

Вводиться нова сім'я векторів

$$\{\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)} = \vec{\boldsymbol{b}}^{(i)} - \overline{\vec{\boldsymbol{b}}} \mid i = 1, 2, \ldots, k\},$$

для якої середньо арифметичний вектор $\dfrac{\sum_i \vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}}{k}$ дорівнює нулю. Матрицю перетворення (KLT) розміру $n \times n$ яку ми будуватимемо, позначимо через $\boldsymbol{A}$. Результатом перетворення вектора $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$ буде ваговий вектор $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)} = \boldsymbol{A}\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$. Середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ також дорівнює нулю. Побудуємо матрицю $\boldsymbol{V}$, стовпцями якої служитимуть вектори $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$. Розглянемо також матрицю $\boldsymbol{W}$ зі стовпцями $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$:

$$\boldsymbol{V} = \left(\vec{\boldsymbol{v}}^{(1)}, \vec{\boldsymbol{v}}^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}^{(k)}\right),$$

$$\boldsymbol{W} = \left(\vec{\boldsymbol{w}}^{(1)}, \vec{\boldsymbol{w}}^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{w}}^{(k)}\right).$$

Стиснення зображень. Перетворення Карунена–Лоеве

Перетворення Карунена-Лоеве (KLT, *Karhunen-Loéve transform*) (його ще називають *перетворенням Готеллінга* (*Hotelling transform*)) має найкращу ефективність у сенсі концентрації енергії зображення, але із зазначених вище причин, воно має скоріше теоретичне, ніж практичне значення. Дане зображення слід розділити на k блоків по n пікселів у кожному, зазвичай, $n = 64$, але допускаються й інші значення, а число k залежить від розміру зображення. Розглядаються вектори блоків, що позначаються $\vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}$ при $i = 1, 2, \ldots, k$. Середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}$ $(i = 1, 2, \ldots, k)$ дорівнює

$$\bar{\vec{\boldsymbol{b}}} = \frac{\sum_i \vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}}{k}.$$

Вводиться нова сім'я векторів

$$\{\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)} = \vec{\boldsymbol{b}}^{(i)} - \bar{\vec{\boldsymbol{b}}} \mid i = 1, 2, \ldots, k\},$$

для якої середньо арифметичний вектор $\dfrac{\sum_i \vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}}{k}$ дорівнює нулю. Матрицю перетворення (KLT) розміру $n \times n$ яку ми будуватимемо, позначимо через $\boldsymbol{A}$. Результатом перетворення вектора $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$ буде ваговий вектор $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)} = \boldsymbol{A}\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$. Середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ також дорівнює нулю. Побудуємо матрицю $\boldsymbol{V}$, стовпцями якої служитимуть вектори $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$. Розглянемо також матрицю $\boldsymbol{W}$ зі стовпцями $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$:

$$\boldsymbol{V} = \left(\vec{\boldsymbol{v}}^{(1)}, \vec{\boldsymbol{v}}^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}^{(k)}\right),$$

$$\boldsymbol{W} = \left(\vec{\boldsymbol{w}}^{(1)}, \vec{\boldsymbol{w}}^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{w}}^{(k)}\right).$$

Перетворення Карунена-Лоеве (KLT, *Karhunen-Loéve transform*) (його ще називають *перетворенням Готеллінга* (*Hotelling transform*)) має найкращу ефективність у сенсі концентрації енергії зображення, але із зазначених вище причин, воно має скоріше теоретичне, ніж практичне значення. Дане зображення слід розділити на k блоків по n пікселів у кожному, зазвичай, $n = 64$, але допускаються й інші значення, а число k залежить від розміру зображення. Розглядаються вектори блоків, що позначаються $\vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}$ при $i = 1, 2, \ldots, k$. Середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}$ $(i = 1, 2, \ldots, k)$ дорівнює

$$\overline{\vec{\boldsymbol{b}}} = \frac{\sum_i \vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}}{k}.$$

Вводиться нова сім'я векторів

$$\{\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)} = \vec{\boldsymbol{b}}^{(i)} - \overline{\vec{\boldsymbol{b}}} \mid i = 1, 2, \ldots, k\},$$

для якої середньо арифметичний вектор $\dfrac{\sum_i \vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}}{k}$ дорівнює нулю. Матрицю перетворення (KLT) розміру $n \times n$ яку ми будуватимемо, позначимо через $\boldsymbol{A}$. Результатом перетворення вектора $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$ буде ваговий вектор $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)} = \boldsymbol{A}\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$. Середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ також дорівнює нулю. Побудуємо матрицю $\boldsymbol{V}$, стовпцями якої служитимуть вектори $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$. Розглянемо також матрицю $\boldsymbol{W}$ зі стовпцями $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$:

$$\boldsymbol{V} = \left(\vec{\boldsymbol{v}}^{(1)}, \vec{\boldsymbol{v}}^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}^{(k)}\right),$$

$$\boldsymbol{W} = \left(\vec{\boldsymbol{w}}^{(1)}, \vec{\boldsymbol{w}}^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{w}}^{(k)}\right).$$

Перетворення Карунена-Лоеве (KLT, *Karhunen-Loéve transform*) (його ще називають *перетворенням Гoтеллінга* (*Hotelling transform*)) має найкращу ефективність у сенсі концентрації енергії зображення, але із зазначених вище причин, воно має скоріше теоретичне, ніж практичне значення. Дане зображення слід розділити на k блоків по n пікселів у кожному, зазвичай, $n = 64$, але допускаються й інші значення, а число k залежить від розміру зображення. Розглядаються вектори блоків, що позначаються $\vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}$ при $i = 1, 2, \ldots, k$. Середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}$ $(i = 1, 2, \ldots, k)$ дорівнює

$$\overline{\vec{\boldsymbol{b}}} = \frac{\sum_i \vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}}{k}.$$

Вводиться нова сім'я векторів

$$\{\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)} = \vec{\boldsymbol{b}}^{(i)} - \overline{\vec{\boldsymbol{b}}} \mid i = 1, 2, \ldots, k\},$$

для якої середньо арифметичний вектор $\dfrac{\sum_i \vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}}{k}$ дорівнює нулю. Матрицю перетворення (KLT) розміру $n \times n$ яку ми будуватимемо, позначимо через $\boldsymbol{A}$. Результатом перетворення вектора $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$ буде ваговий вектор $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)} = \boldsymbol{A}\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$. Середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ також дорівнює нулю. Побудуємо матрицю $\boldsymbol{V}$, стовпцями якої служитимуть вектори $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$. Розглянемо також матрицю $\boldsymbol{W}$ зі стовпцями $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$:

$$\boldsymbol{V} = \left(\vec{\boldsymbol{v}}^{(1)}, \vec{\boldsymbol{v}}^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}^{(k)}\right),$$

$$\boldsymbol{W} = \left(\vec{\boldsymbol{w}}^{(1)}, \vec{\boldsymbol{w}}^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{w}}^{(k)}\right).$$

Перетворення Карунена-Лоеве (KLT, *Karhunen-Loéve transform*) (його ще називають *перетворенням Готеллінга* (*Hotelling transform*)) має найкращу ефективність у сенсі концентрації енергії зображення, але із зазначених вище причин, воно має скоріше теоретичне, ніж практичне значення. Дане зображення слід розділити на k блоків по n пікселів у кожному, зазвичай, $n = 64$, але допускаються й інші значення, а число k залежить від розміру зображення. Розглядаються вектори блоків, що позначаються $\vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}$ при $i = 1, 2, \ldots, k$. Середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}$ $(i = 1, 2, \ldots, k)$ дорівнює

$$\overline{\vec{\boldsymbol{b}}} = \frac{\sum_i \vec{\boldsymbol{b}}^{(i)}}{k}.$$

Вводиться нова сім'я векторів

$$\{\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)} = \vec{\boldsymbol{b}}^{(i)} - \overline{\vec{\boldsymbol{b}}} \mid i = 1, 2, \ldots, k\},$$

для якої середньо арифметичний вектор $\dfrac{\sum_i \vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}}{k}$ дорівнює нулю. Матрицю перетворення (KLT) розміру $n \times n$ яку ми будуватимемо, позначимо через $\boldsymbol{A}$. Результатом перетворення вектора $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$ буде ваговий вектор $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)} = \boldsymbol{A}\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$. Середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ також дорівнює нулю. Побудуємо матрицю $\boldsymbol{V}$, стовпцями якої служитимуть вектори $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$. Розглянемо також матрицю $\boldsymbol{W}$ зі стовпцями $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$:

$$\boldsymbol{V} = \left(\vec{\boldsymbol{v}}^{(1)}, \vec{\boldsymbol{v}}^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}^{(k)}\right),$$

$$\boldsymbol{W} = \left(\vec{\boldsymbol{w}}^{(1)}, \vec{\boldsymbol{w}}^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{w}}^{(k)}\right).$$

Матриці $\boldsymbol{V}$ і $\boldsymbol{W}$ мають n рядків і k стовпців. З означення векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ робимо висновок, що $\boldsymbol{W} = \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{V}$.

Усі n векторів коефіцієнтів $\vec{\boldsymbol{c}}^{(j)}$ перетворення Карунена-Лоеве визначаються рівностями

$$\vec{\boldsymbol{c}}^{(j)} = \left(\vec{\boldsymbol{w}}_j^{(1)}, \vec{\boldsymbol{w}}_j^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{w}}_j^{(k)}\right), \qquad j = 1, 2, \ldots, n.$$

Отже, вектор $\vec{\boldsymbol{c}}^{(j)}$ складається з j-х елементів вагових векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ при $i = 1, 2, \ldots, k$.

Матриці $\boldsymbol{V}$ і $\boldsymbol{W}$ мають n рядків і k стовпців. З означення векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ робимо висновок, що $\boldsymbol{W} = \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{V}$.

Усі n векторів коефіцієнтів $\vec{\boldsymbol{c}}^{(j)}$ перетворення Карунена-Лоеве визначаються рівностями

$$\vec{\boldsymbol{c}}^{(j)} = \left(\vec{\boldsymbol{w}}_j^{(1)}, \vec{\boldsymbol{w}}_j^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{w}}_j^{(k)}\right), \qquad j = 1, 2, \ldots, n.$$

Отже, вектор $\vec{\boldsymbol{c}}^{(j)}$ складається з j-х елементів вагових векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ при $i = 1, 2, \ldots, k$.

Матриці $\boldsymbol{V}$ і $\boldsymbol{W}$ мають n рядків і k стовпців. З означення векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ робимо висновок, що $\boldsymbol{W} = \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{V}$.

Усі n векторів коефіцієнтів $\vec{\boldsymbol{c}}^{(j)}$ перетворення Карунена-Лоеве визначаються рівностями

$$\vec{\boldsymbol{c}}^{(j)} = \left(\vec{\boldsymbol{w}}_j^{(1)}, \vec{\boldsymbol{w}}_j^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{w}}_j^{(k)}\right), \qquad j = 1, 2, \ldots, n.$$

Отже, вектор $\vec{\boldsymbol{c}}^{(j)}$ складається з j-х елементів вагових векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ при $i = 1, 2, \ldots, k$.

Матриці $\boldsymbol{V}$ і $\boldsymbol{W}$ мають n рядків і k стовпців. З означення векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ робимо висновок, що $\boldsymbol{W} = \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{V}$.

Усі n векторів коефіцієнтів $\vec{\boldsymbol{c}}^{(j)}$ перетворення Карунена-Лоеве визначаються рівностями

$$\vec{\boldsymbol{c}}^{(j)} = \left(\vec{\boldsymbol{w}}_j^{(1)}, \vec{\boldsymbol{w}}_j^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{w}}_j^{(k)}\right), \qquad j = 1, 2, \ldots, n.$$

Отже, вектор $\vec{\boldsymbol{c}}^{(j)}$ складається з j-х елементів вагових векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ при $i = 1, 2, \ldots, k$.

Матриці $\boldsymbol{V}$ і $\boldsymbol{W}$ мають n рядків і k стовпців. З означення векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ робимо висновок, що $\boldsymbol{W} = \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{V}$.

Усі n векторів коефіцієнтів $\vec{\boldsymbol{c}}^{(j)}$ перетворення Карунена-Лоеве визначаються рівностями

$$\vec{\boldsymbol{c}}^{(j)} = \left(\vec{\boldsymbol{w}}_j^{(1)}, \vec{\boldsymbol{w}}_j^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{w}}_j^{(k)}\right), \qquad j = 1, 2, \ldots, n.$$

Отже, вектор $\vec{\boldsymbol{c}}^{(j)}$ складається з j-х елементів вагових векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ при $i = 1, 2, \ldots, k$.

Матриці $\boldsymbol{V}$ і $\boldsymbol{W}$ мають n рядків і k стовпців. З означення векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ робимо висновок, що $\boldsymbol{W} = \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{V}$.

Усі n векторів коефіцієнтів $\vec{\boldsymbol{c}}^{(j)}$ перетворення Карунена-Лоеве визначаються рівностями

$$\vec{\boldsymbol{c}}^{(j)} = \left(\vec{\boldsymbol{w}}_j^{(1)}, \vec{\boldsymbol{w}}_j^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{w}}_j^{(k)}\right), \qquad j = 1, 2, \ldots, n.$$

Отже, вектор $\vec{c}^{(j)}$ складається з j-х елементів вагових векторів $\vec{w}^{(i)}$ при $i = 1, 2, \ldots, k$.

Матриці $\boldsymbol{V}$ і $\boldsymbol{W}$ мають n рядків і k стовпців. З означення векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ робимо висновок, що $\boldsymbol{W} = \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{V}$.

Усі n векторів коефіцієнтів $\vec{\boldsymbol{c}}^{(j)}$ перетворення Карунена-Лоеве визначаються рівностями

$$\vec{\boldsymbol{c}}^{(j)} = \left(\vec{\boldsymbol{w}}_j^{(1)}, \vec{\boldsymbol{w}}_j^{(2)}, \ldots, \vec{\boldsymbol{w}}_j^{(k)}\right), \qquad j = 1, 2, \ldots, n.$$

Отже, вектор $\vec{\boldsymbol{c}}^{(j)}$ складається з j-х елементів вагових векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ при $i = 1, 2, \ldots, k$.

Розглянемо матрицю-добуток $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$. Елемент рядка a та стовпця b цієї матриці дорівнює сумі добутків

$$\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{ab} = \sum_{i=1}^{k} w_a^{(i)} w_b^{(i)} = \sum_{i=1}^{k} c_i^{(a)} c_i^{(b)} = \vec{\boldsymbol{c}}^{(a)} \cdot \vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}, \text{ для } a, b \in [1, n]. \quad (1)$$

Той факт, що середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ дорівнює нулю означає, що кожен діагональний елемент $\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{jj}$ матриці-добутку є дисперсією (з множником k) j-о елемента (або j-ї координати) вектора $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$. Справді, з рівняння (1) випливає, що

$$\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{jj} = \sum_{i=1}^{k} w_j^{(i)} w_j^{(i)} = \sum_{i=1}^{k} \left(w_j^{(i)} - 0\right)^2 = \sum_{i=1}^{k} \left(c_i^{(j)} - 0\right)^2 = k \cdot \operatorname{var}\left(\vec{\boldsymbol{c}}^{(j)}\right).$$

Позадіагональні елементи матриці $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ є коваріаціями векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ тобто, елемент $\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{ab}$ дорівнює коваріації координат a і b векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$. З рівняння (1) також випливає, що ці величини дорівнюють скалярним добуткам $\vec{\boldsymbol{c}}^{(a)} \cdot \vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}$ векторів $\vec{\boldsymbol{c}}^{(a)}$ і $\vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}$. Однією з основних задач перетворення зображення є зведення його до декорельованої форми координат векторів. Теорія ймовірності свідчить про те, що дві координати є декорельованими, якщо їхня коваріація дорівнює нулю (інша мета — це концентрація енергії, але ці завдання тісно пов'язані). Отже, необхідно знайти таку матрицю $\boldsymbol{A}$, що добуток $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ був діагональною матрицею.

Розглянемо матрицю-добуток $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$. Елемент рядка a та стовпця b цієї матриці дорівнює сумі добутків

$$\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{ab} = \sum_{i=1}^{k} w_a^{(i)} w_b^{(i)} = \sum_{i=1}^{k} c_i^{(a)} c_i^{(b)} = \vec{\boldsymbol{c}}^{(a)} \cdot \vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}, \text{ для } a, b \in [1, n]. \quad (1)$$

Той факт, що середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ дорівнює нулю означає, що кожен діагональний елемент $\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{jj}$ матриці-добутку є дисперсією (з множником k) j-о елемента (або j-ї координати) вектора $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$. Справді, з рівняння (1) випливає, що

$$\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{jj} = \sum_{i=1}^{k} w_j^{(i)} w_j^{(i)} = \sum_{i=1}^{k} \left(w_j^{(i)} - 0\right)^2 = \sum_{i=1}^{k} \left(c_i^{(j)} - 0\right)^2 = k \cdot \operatorname{var}\left(\vec{\boldsymbol{c}}^{(j)}\right).$$

Позадіагональні елементи матриці $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ є коваріаціями векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ тобто, елемент $\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{ab}$ дорівнює коваріації координат a і b векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$. З рівняння (1) також випливає, що ці величини дорівнюють скалярним добуткам $\vec{\boldsymbol{c}}^{(a)} \cdot \vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}$ векторів $\vec{\boldsymbol{c}}^{(a)}$ і $\vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}$. Однією з основних задач перетворення зображення є зведення його до декорельованої форми координат векторів. Теорія ймовірності свідчить про те, що дві координати є декорельованими, якщо їхня коваріація дорівнює нулю (інша мета — це концентрація енергії, але ці завдання тісно пов'язані). Отже, необхідно знайти таку матрицю $\boldsymbol{A}$, що добуток $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ був діагональною матрицею.

Розглянемо матрицю-добуток $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$. Елемент рядка a та стовпця b цієї матриці дорівнює сумі добутків

$$\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{ab} = \sum_{i=1}^{k} w_a^{(i)} w_b^{(i)} = \sum_{i=1}^{k} c_i^{(a)} c_i^{(b)} = \vec{\boldsymbol{c}}^{(a)} \cdot \vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}, \text{ для } a, b \in [1, n]. \quad (1)$$

Той факт, що середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ дорівнює нулю означає, що кожен діагональний елемент $\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{jj}$ матриці-добутку є дисперсією (з множником k) j-о елемента (або j-ї координати) вектора $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$. Справді, з рівняння (1) випливає, що

$$\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{jj} = \sum_{i=1}^{k} w_j^{(i)} w_j^{(i)} = \sum_{i=1}^{k} \left(w_j^{(i)} - 0\right)^2 = \sum_{i=1}^{k} \left(c_i^{(j)} - 0\right)^2 = k \cdot \operatorname{var}\left(\vec{\boldsymbol{c}}^{(j)}\right).$$

Позадіагональні елементи матриці $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ є коваріаціями векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ тобто, елемент $\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{ab}$ дорівнює коваріації координат a і b векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$. З рівняння (1) також випливає, що ці величини дорівнюють скалярним добуткам $\vec{\boldsymbol{c}}^{(a)} \cdot \vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}$ векторів $\vec{\boldsymbol{c}}^{(a)}$ і $\vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}$. Однією з основних задач перетворення зображення є зведення його до декорельованої форми координат векторів. Теорія ймовірності свідчить про те, що дві координати є декорельованими, якщо їхня коваріація дорівнює нулю (інша мета — це концентрація енергії, але ці завдання тісно пов'язані). Отже, необхідно знайти таку матрицю $\boldsymbol{A}$, що добуток $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ був діагональною матрицею.

Розглянемо матрицю-добуток $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$. Елемент рядка a та стовпця b цієї матриці дорівнює сумі добутків

$$\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{ab} = \sum_{i=1}^{k} w_a^{(i)} w_b^{(i)} = \sum_{i=1}^{k} c_i^{(a)} c_i^{(b)} = \vec{\boldsymbol{c}}^{(a)} \cdot \vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}, \text{ для } a, b \in [1, n]. \quad (1)$$

Той факт, що середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ дорівнює нулю означає, що кожен діагональний елемент $\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{jj}$ матриці-добутку є дисперсією (з множником k) j-о елемента (або j-ї координати) вектора $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$. Справді, з рівняння (1) випливає, що

$$\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{jj} = \sum_{i=1}^{k} w_j^{(i)} w_j^{(i)} = \sum_{i=1}^{k} \left(w_j^{(i)} - 0\right)^2 = \sum_{i=1}^{k} \left(c_i^{(j)} - 0\right)^2 = k \cdot \operatorname{var}\left(\vec{\boldsymbol{c}}^{(j)}\right).$$

Позадіагональні елементи матриці $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ є коваріаціями векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ тобто, елемент $\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{ab}$ дорівнює коваріації координат a і b векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$. З рівняння (1) також випливає, що ці величини дорівнюють скалярним добуткам $\vec{\boldsymbol{c}}^{(a)} \cdot \vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}$ векторів $\vec{\boldsymbol{c}}^{(a)}$ і $\vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}$. Однією з основних задач перетворення зображення є зведення його до декорельованої форми координат векторів. Теорія ймовірності свідчить про те, що дві координати є декорельованими, якщо їхня коваріація дорівнює нулю (інша мета — це концентрація енергії, але ці завдання тісно пов'язані). Отже, необхідно знайти таку матрицю $\boldsymbol{A}$, що добуток $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ був діагональною матрицею.

Розглянемо матрицю-добуток $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$. Елемент рядка a та стовпця b цієї матриці дорівнює сумі добутків

$$\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{ab} = \sum_{i=1}^{k} w_a^{(i)} w_b^{(i)} = \sum_{i=1}^{k} c_i^{(a)} c_i^{(b)} = \vec{\boldsymbol{c}}^{(a)} \cdot \vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}, \text{ для } a, b \in [1, n]. \quad (1)$$

Той факт, що середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ дорівнює нулю означає, що кожен діагональний елемент $\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{jj}$ матриці-добутку є дисперсією (з множником k) j-о елемента (або j-ї координати) вектора $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$. Справді, з рівняння (1) випливає, що

$$\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{jj} = \sum_{i=1}^{k} w_j^{(i)} w_j^{(i)} = \sum_{i=1}^{k} \left(w_j^{(i)} - 0\right)^2 = \sum_{i=1}^{k} \left(c_i^{(j)} - 0\right)^2 = k \cdot \operatorname{var}\left(\vec{\boldsymbol{c}}^{(j)}\right).$$

Позадіагональні елементи матриці $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ є коваріаціями векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ тобто, елемент $\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{ab}$ дорівнює коваріації координат a і b векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$. З рівняння (1) також випливає, що ці величини дорівнюють скалярним добуткам $\vec{\boldsymbol{c}}^{(a)} \cdot \vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}$ векторів $\vec{\boldsymbol{c}}^{(a)}$ і $\vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}$. Однією з основних задач перетворення зображення є зведення його до декорельованої форми координат векторів. Теорія ймовірності свідчить про те, що дві координати є декорельованими, якщо їхня коваріація дорівнює нулю (інша мета — це концентрація енергії, але ці завдання тісно пов'язані). Отже, необхідно знайти таку матрицю $\boldsymbol{A}$, що добуток $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ був діагональною матрицею.

Розглянемо матрицю-добуток $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$. Елемент рядка a та стовпця b цієї матриці дорівнює сумі добутків

$$\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{ab} = \sum_{i=1}^{k} w_a^{(i)} w_b^{(i)} = \sum_{i=1}^{k} c_i^{(a)} c_i^{(b)} = \vec{\boldsymbol{c}}^{(a)} \cdot \vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}, \text{ для } a, b \in [1, n]. \quad (1)$$

Той факт, що середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ дорівнює нулю означає, що кожен діагональний елемент $\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{jj}$ матриці-добутку є дисперсією (з множником k) j-о елемента (або j-ї координати) вектора $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$. Справді, з рівняння (1) випливає, що

$$\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{jj} = \sum_{i=1}^{k} w_j^{(i)} w_j^{(i)} = \sum_{i=1}^{k} \left(w_j^{(i)} - 0\right)^2 = \sum_{i=1}^{k} \left(c_i^{(j)} - 0\right)^2 = k \cdot \operatorname{var}\left(\vec{\boldsymbol{c}}^{(j)}\right).$$

Позадіагональні елементи матриці $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ є коваріаціями векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ тобто, елемент $\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{ab}$ дорівнює коваріації координат a і b векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$. З рівняння (1) також випливає, що ці величини дорівнюють скалярним добуткам $\vec{\boldsymbol{c}}^{(a)} \cdot \vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}$ векторів $\vec{\boldsymbol{c}}^{(a)}$ і $\vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}$. Однією з основних задач перетворення зображення є зведення його до декорельованої форми координат векторів. Теорія ймовірності свідчить про те, що дві координати є декорельованими, якщо їхня коваріація дорівнює нулю (інша мета — це концентрація енергії, але ці завдання тісно пов'язані). Отже, необхідно знайти таку матрицю $\boldsymbol{A}$, що добуток $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ був діагональною матрицею.

Розглянемо матрицю-добуток $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$. Елемент рядка a та стовпця b цієї матриці дорівнює сумі добутків

$$\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{ab} = \sum_{i=1}^{k} w_a^{(i)} w_b^{(i)} = \sum_{i=1}^{k} c_i^{(a)} c_i^{(b)} = \vec{\boldsymbol{c}}^{(a)} \cdot \vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}, \text{ для } a, b \in [1, n]. \quad (1)$$

Той факт, що середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ дорівнює нулю означає, що кожен діагональний елемент $\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{jj}$ матриці-добутку є дисперсією (з множником k) j-о елемента (або j-ї координати) вектора $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$. Справді, з рівняння (1) випливає, що

$$\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{jj} = \sum_{i=1}^{k} w_j^{(i)} w_j^{(i)} = \sum_{i=1}^{k} \left(w_j^{(i)} - 0\right)^2 = \sum_{i=1}^{k} \left(c_i^{(j)} - 0\right)^2 = k \cdot \operatorname{var}\left(\vec{\boldsymbol{c}}^{(j)}\right).$$

Позадіагональні елементи матриці $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ є коваріаціями векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ тобто, елемент $\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{ab}$ дорівнює коваріації координат a і b векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$. З рівняння (1) також випливає, що ці величини дорівнюють скалярним добуткам $\vec{\boldsymbol{c}}^{(a)} \cdot \vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}$ векторів $\vec{\boldsymbol{c}}^{(a)}$ і $\vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}$. Однією з основних задач перетворення зображення є зведення його до декорельованої форми координат векторів. Теорія ймовірності свідчить про те, що дві координати є декорельованими, якщо їхня коваріація дорівнює нулю (інша мета — це концентрація енергії, але ці завдання тісно пов'язані). Отже, необхідно знайти таку матрицю $\boldsymbol{A}$, що добуток $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ був діагональною матрицею.

Розглянемо матрицю-добуток $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$. Елемент рядка a та стовпця b цієї матриці дорівнює сумі добутків

$$\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{ab} = \sum_{i=1}^{k} w_a^{(i)} w_b^{(i)} = \sum_{i=1}^{k} c_i^{(a)} c_i^{(b)} = \vec{\boldsymbol{c}}^{(a)} \cdot \vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}, \text{ для } a, b \in [1, n]. \quad (1)$$

Той факт, що середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ дорівнює нулю означає, що кожен діагональний елемент $\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{jj}$ матриці-добутку є дисперсією (з множником k) j-о елемента (або j-ї координати) вектора $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$. Справді, з рівняння (1) випливає, що

$$\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{jj} = \sum_{i=1}^{k} w_j^{(i)} w_j^{(i)} = \sum_{i=1}^{k} \left(w_j^{(i)} - 0\right)^2 = \sum_{i=1}^{k} \left(c_i^{(j)} - 0\right)^2 = k \cdot \operatorname{var}\left(\vec{\boldsymbol{c}}^{(j)}\right).$$

Позадіагональні елементи матриці $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ є коваріаціями векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ тобто, елемент $\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{ab}$ дорівнює коваріації координат a і b векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$. З рівняння (1) також випливає, що ці величини дорівнюють скалярним добуткам $\vec{\boldsymbol{c}}^{(a)} \cdot \vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}$ векторів $\vec{\boldsymbol{c}}^{(a)}$ і $\vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}$. Однією з основних задач перетворення зображення є зведення його до декорельованої форми координат векторів. Теорія ймовірності свідчить про те, що дві координати є декорельованими, якщо їхня коваріація дорівнює нулю (інша мета — це концентрація енергії, але ці завдання тісно пов'язані). Отже, необхідно знайти таку матрицю $\boldsymbol{A}$, що добуток $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ був діагональною матрицею.

Розглянемо матрицю-добуток $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$. Елемент рядка a та стовпця b цієї матриці дорівнює сумі добутків

$$\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{ab} = \sum_{i=1}^{k} w_a^{(i)} w_b^{(i)} = \sum_{i=1}^{k} c_i^{(a)} c_i^{(b)} = \vec{\boldsymbol{c}}^{(a)} \cdot \vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}, \text{ для } a, b \in [1, n]. \quad (1)$$

Той факт, що середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ дорівнює нулю означає, що кожен діагональний елемент $\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{jj}$ матриці-добутку є дисперсією (з множником k) j-о елемента (або j-ї координати) вектора $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$. Справді, з рівняння (1) випливає, що

$$\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{jj} = \sum_{i=1}^{k} w_j^{(i)} w_j^{(i)} = \sum_{i=1}^{k} \left(w_j^{(i)} - 0\right)^2 = \sum_{i=1}^{k} \left(c_i^{(j)} - 0\right)^2 = k \cdot \operatorname{var}\left(\vec{\boldsymbol{c}}^{(j)}\right).$$

Позадіагональні елементи матриці $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ є коваріаціями векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ тобто, елемент $\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{ab}$ дорівнює коваріації координат a і b векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$. З рівняння (1) також випливає, що ці величини дорівнюють скалярним добуткам $\vec{\boldsymbol{c}}^{(a)} \cdot \vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}$ векторів $\vec{\boldsymbol{c}}^{(a)}$ і $\vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}$. Однією з основних задач перетворення зображення є зведення його до декорельованої форми координат векторів. Теорія ймовірності свідчить про те, що дві координати є декорельованими, якщо їхня коваріація дорівнює нулю (інша мета — це концентрація енергії, але ці завдання тісно пов'язані). Отже, необхідно знайти таку матрицю $\boldsymbol{A}$, що добуток $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ був діагональною матрицею.

Розглянемо матрицю-добуток $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$. Елемент рядка a та стовпця b цієї матриці дорівнює сумі добутків

$$\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{ab} = \sum_{i=1}^{k} w_a^{(i)} w_b^{(i)} = \sum_{i=1}^{k} c_i^{(a)} c_i^{(b)} = \vec{\boldsymbol{c}}^{(a)} \cdot \vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}, \text{ для } a, b \in [1, n]. \quad (1)$$

Той факт, що середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ дорівнює нулю означає, що кожен діагональний елемент $\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{jj}$ матриці-добутку є дисперсією (з множником k) j-о елемента (або j-ї координати) вектора $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$. Справді, з рівняння (1) випливає, що

$$\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{jj} = \sum_{i=1}^{k} w_j^{(i)} w_j^{(i)} = \sum_{i=1}^{k} \left(w_j^{(i)} - 0\right)^2 = \sum_{i=1}^{k} \left(c_i^{(j)} - 0\right)^2 = k \cdot \operatorname{var}\left(\vec{\boldsymbol{c}}^{(j)}\right).$$

Позадіагональні елементи матриці $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ є коваріаціями векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ тобто, елемент $\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{ab}$ дорівнює коваріації координат a і b векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$. З рівняння (1) також випливає, що ці величини дорівнюють скалярним добуткам $\vec{\boldsymbol{c}}^{(a)} \cdot \vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}$ векторів $\vec{\boldsymbol{c}}^{(a)}$ і $\vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}$. Однією з основних задач перетворення зображення є зведення його до декорельованої форми координат векторів. Теорія ймовірності свідчить про те, що дві координати є декорельованими, якщо їхня коваріація дорівнює нулю (інша мета — це концентрація енергії, але ці завдання тісно пов'язані). Отже, необхідно знайти таку матрицю $\boldsymbol{A}$, що добуток $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ був діагональною матрицею.

Розглянемо матрицю-добуток $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$. Елемент рядка a та стовпця b цієї матриці дорівнює сумі добутків

$$\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{ab} = \sum_{i=1}^{k} w_a^{(i)} w_b^{(i)} = \sum_{i=1}^{k} c_i^{(a)} c_i^{(b)} = \vec{\boldsymbol{c}}^{(a)} \cdot \vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}, \text{ для } a, b \in [1, n]. \quad (1)$$

Той факт, що середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ дорівнює нулю означає, що кожен діагональний елемент $\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{jj}$ матриці-добутку є дисперсією (з множником k) j-о елемента (або j-ї координати) вектора $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$. Справді, з рівняння (1) випливає, що

$$\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{jj} = \sum_{i=1}^{k} w_j^{(i)} w_j^{(i)} = \sum_{i=1}^{k} \left(w_j^{(i)} - 0\right)^2 = \sum_{i=1}^{k} \left(c_i^{(j)} - 0\right)^2 = k \cdot \operatorname{var}\left(\vec{\boldsymbol{c}}^{(j)}\right).$$

Позадіагональні елементи матриці $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ є коваріаціями векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ тобто, елемент $\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{ab}$ дорівнює коваріації координат a і b векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$. З рівняння (1) також випливає, що ці величини дорівнюють скалярним добуткам $\vec{\boldsymbol{c}}^{(a)} \cdot \vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}$ векторів $\vec{\boldsymbol{c}}^{(a)}$ і $\vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}$. Однією з основних задач перетворення зображення є зведення його до декорельованої форми координат векторів. Теорія ймовірності свідчить про те, що дві координати є декорельованими, якщо їхня коваріація дорівнює нулю (інша мета — це концентрація енергії, але ці завдання тісно пов'язані). Отже, необхідно знайти таку матрицю $\boldsymbol{A}$, що добуток $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ був діагональною матрицею.

Розглянемо матрицю-добуток $\boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{W}^T$. Елемент рядка a та стовпця b цієї матриці дорівнює сумі добутків

$$\left(\boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{W}^T\right)_{ab}=\sum_{i=1}^{k}w_a^{(i)}w_b^{(i)}=\sum_{i=1}^{k}c_i^{(a)}c_i^{(b)}=\vec{\boldsymbol{c}}^{(a)}\cdot\vec{\boldsymbol{c}}^{(b)},\ \text{для } a,b\in[1,n]. \quad (1)$$

Той факт, що середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ дорівнює нулю означає, що кожен діагональний елемент $\left(\boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{W}^T\right)_{jj}$ матриці-добутку є дисперсією (з множником k) j-о елемента (або j-ї координати) вектора $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$. Справді, з рівняння (1) випливає, що

$$\left(\boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{W}^T\right)_{jj}=\sum_{i=1}^{k}w_j^{(i)}w_j^{(i)}=\sum_{i=1}^{k}\left(w_j^{(i)}-0\right)^2=\sum_{i=1}^{k}\left(c_i^{(j)}-0\right)^2=k\cdot\operatorname{var}\left(\vec{\boldsymbol{c}}^{(j)}\right).$$

Позадіагональні елементи матриці $\boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{W}^T$ є коваріаціями векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ тобто, елемент $\left(\boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{W}^T\right)_{ab}$ дорівнює коваріації координат a і b векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$. З рівняння (1) також випливає, що ці величини дорівнюють скалярним добуткам $\vec{\boldsymbol{c}}^{(a)}\cdot\vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}$ векторів $\vec{\boldsymbol{c}}^{(a)}$ і $\vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}$. Однією з основних задач перетворення зображення є зведення його до декорельованої форми координат векторів. Теорія ймовірності свідчить про те, що дві координати є декорельованими, якщо їхня коваріація дорівнює нулю (інша мета — це концентрація енергії, але ці завдання тісно пов'язані). Отже, необхідно знайти таку матрицю $\boldsymbol{A}$, що добуток $\boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{W}^T$ був діагональною матрицею.

Розглянемо матрицю-добуток $\boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{W}^T$. Елемент рядка a та стовпця b цієї матриці дорівнює сумі добутків

$$\left(\boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{W}^T\right)_{ab}=\sum_{i=1}^{k}w_a^{(i)}w_b^{(i)}=\sum_{i=1}^{k}c_i^{(a)}c_i^{(b)}=\vec{\boldsymbol{c}}^{(a)}\cdot\vec{\boldsymbol{c}}^{(b)},\ \text{для } a,b\in[1,n]. \quad (1)$$

Той факт, що середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ дорівнює нулю означає, що кожен діагональний елемент $\left(\boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{W}^T\right)_{jj}$ матриці-добутку є дисперсією (з множником k) j-о елемента (або j-ї координати) вектора $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$. Справді, з рівняння (1) випливає, що

$$\left(\boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{W}^T\right)_{jj}=\sum_{i=1}^{k}w_j^{(i)}w_j^{(i)}=\sum_{i=1}^{k}\left(w_j^{(i)}-0\right)^2=\sum_{i=1}^{k}\left(c_i^{(j)}-0\right)^2=k\cdot\operatorname{var}\left(\vec{\boldsymbol{c}}^{(j)}\right).$$

Позадіагональні елементи матриці $\boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{W}^T$ є коваріаціями векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ тобто, елемент $\left(\boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{W}^T\right)_{ab}$ дорівнює коваріації координат a і b векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$. З рівняння (1) також випливає, що ці величини дорівнюють скалярним добуткам $\vec{\boldsymbol{c}}^{(a)}\cdot\vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}$ векторів $\vec{\boldsymbol{c}}^{(a)}$ і $\vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}$. Однією з основних задач перетворення зображення є зведення його до декорельованої форми координат векторів. Теорія ймовірності свідчить про те, що дві координати є декорельованими, якщо їхня коваріація дорівнює нулю (інша мета — це концентрація енергії, але ці завдання тісно пов'язані). Отже, необхідно знайти таку матрицю $\boldsymbol{A}$, що добуток $\boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{W}^T$ був діагональною матрицею.

Розглянемо матрицю-добуток $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$. Елемент рядка a та стовпця b цієї матриці дорівнює сумі добутків

$$\left(\boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{W}^T\right)_{ab} = \sum_{i=1}^{k} w_a^{(i)} w_b^{(i)} = \sum_{i=1}^{k} c_i^{(a)} c_i^{(b)} = \vec{\boldsymbol{c}}^{(a)}\cdot\vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}, \text{ для } a, b \in [1, n]. \quad (1)$$

Той факт, що середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ дорівнює нулю означає, що кожен діагональний елемент $\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{jj}$ матриці-добутку є дисперсією (з множником k) j-о елемента (або j-ї координати) вектора $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$. Справді, з рівняння (1) випливає, що

$$\left(\boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{W}^T\right)_{jj} = \sum_{i=1}^{k} w_j^{(i)} w_j^{(i)} = \sum_{i=1}^{k} \left(w_j^{(i)} - 0\right)^2 = \sum_{i=1}^{k} \left(c_i^{(j)} - 0\right)^2 = k \cdot \operatorname{var}\left(\vec{\boldsymbol{c}}^{(j)}\right).$$

Позадіагональні елементи матриці $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ є коваріаціями векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ тобто, елемент $\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{ab}$ дорівнює коваріації координат a і b векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$. З рівняння (1) також випливає, що ці величини дорівнюють скалярним добуткам $\vec{\boldsymbol{c}}^{(a)} \cdot \vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}$ векторів $\vec{\boldsymbol{c}}^{(a)}$ і $\vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}$. Однією з основних задач перетворення зображення є зведення його до декорельованої форми координат векторів. Теорія ймовірності свідчить про те, що дві координати є декорельованими, якщо їхня коваріація дорівнює нулю (інша мета — це концентрація енергії, але ці завдання тісно пов'язані). Отже, необхідно знайти таку матрицю $\boldsymbol{A}$, що добуток $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ був діагональною матрицею.

Розглянемо матрицю-добуток $\boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{W}^T$. Елемент рядка a та стовпця b цієї матриці дорівнює сумі добутків

$$\left(\boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{W}^T\right)_{ab}=\sum_{i=1}^{k}w_a^{(i)}w_b^{(i)}=\sum_{i=1}^{k}c_i^{(a)}c_i^{(b)}=\vec{\boldsymbol{c}}^{(a)}\cdot\vec{\boldsymbol{c}}^{(b)},\ \text{для } a,b\in[1,n]. \quad (1)$$

Той факт, що середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ дорівнює нулю означає, що кожен діагональний елемент $\left(\boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{W}^T\right)_{jj}$ матриці-добутку є дисперсією (з множником k) j-о елемента (або j-ї координати) вектора $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$. Справді, з рівняння (1) випливає, що

$$\left(\boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{W}^T\right)_{jj}=\sum_{i=1}^{k}w_j^{(i)}w_j^{(i)}=\sum_{i=1}^{k}\left(w_j^{(i)}-0\right)^2=\sum_{i=1}^{k}\left(c_i^{(j)}-0\right)^2=k\cdot\operatorname{var}\left(\vec{\boldsymbol{c}}^{(j)}\right).$$

Позадіагональні елементи матриці $\boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{W}^T$ є коваріаціями векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ тобто, елемент $\left(\boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{W}^T\right)_{ab}$ дорівнює коваріації координат a і b векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$. З рівняння (1) також випливає, що ці величини дорівнюють скалярним добуткам $\vec{\boldsymbol{c}}^{(a)}\cdot\vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}$ векторів $\vec{\boldsymbol{c}}^{(a)}$ і $\vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}$. Однією з основних задач перетворення зображення є зведення його до декорельованої форми координат векторів. Теорія ймовірності свідчить про те, що дві координати є декорельованими, якщо їхня коваріація дорівнює нулю (інша мета — це концентрація енергії, але ці завдання тісно пов'язані). Отже, необхідно знайти таку матрицю $\boldsymbol{A}$, що добуток $\boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{W}^T$ був діагональною матрицею.

Розглянемо матрицю-добуток $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$. Елемент рядка a та стовпця b цієї матриці дорівнює сумі добутків

$$\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{ab} = \sum_{i=1}^{k} w_a^{(i)} w_b^{(i)} = \sum_{i=1}^{k} c_i^{(a)} c_i^{(b)} = \vec{\boldsymbol{c}}^{(a)} \cdot \vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}, \text{ для } a, b \in [1, n]. \quad (1)$$

Той факт, що середнє арифметичне векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ дорівнює нулю означає, що кожен діагональний елемент $\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{jj}$ матриці-добутку є дисперсією (з множником k) j-о елемента (або j-ї координати) вектора $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$. Справді, з рівняння (1) випливає, що

$$\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{jj} = \sum_{i=1}^{k} w_j^{(i)} w_j^{(i)} = \sum_{i=1}^{k} \left(w_j^{(i)} - 0\right)^2 = \sum_{i=1}^{k} \left(c_i^{(j)} - 0\right)^2 = k \cdot \operatorname{var}\left(\vec{\boldsymbol{c}}^{(j)}\right).$$

Позадіагональні елементи матриці $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ є коваріаціями векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$ тобто, елемент $\left(\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T\right)_{ab}$ дорівнює коваріації координат a і b векторів $\vec{\boldsymbol{w}}^{(i)}$. З рівняння (1) також випливає, що ці величини дорівнюють скалярним добуткам $\vec{\boldsymbol{c}}^{(a)} \cdot \vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}$ векторів $\vec{\boldsymbol{c}}^{(a)}$ і $\vec{\boldsymbol{c}}^{(b)}$. Однією з основних задач перетворення зображення є зведення його до декорельованої форми координат векторів. Теорія ймовірності свідчить про те, що дві координати є декорельованими, якщо їхня коваріація дорівнює нулю (інша мета — це концентрація енергії, але ці завдання тісно пов'язані). Отже, необхідно знайти таку матрицю $\boldsymbol{A}$, що добуток $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ був діагональною матрицею.

Стиснення зображень. Перетворення Карунена–Лоеве

З означення матриці $\boldsymbol{W}$ отримуємо, що

$$\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T = (\boldsymbol{A}\boldsymbol{V}) \cdot (\boldsymbol{A}\boldsymbol{V})^T = \boldsymbol{A}\left(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\right)\boldsymbol{A}^T.$$

Матриця $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$ є симетричною, а її елементами є коваріації координат векторів $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$, тобто,

$$\boldsymbol{A}\left(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\right)_{ab} = \sum_{i=1}^{k} v_a^{(i)} v_b^{(i)}, \text{якщо } a, b \in [1, n].$$

Якщо матриця $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$ — симетрична, то її власні вектори ортогональні. Нормалізуємо їх (тобто зробимо їх ортонормованими) і виберемо їх як рядки матриці $\boldsymbol{A}$. Отримаємо такий результат:

$$\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T = \boldsymbol{A}\left(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\right)\boldsymbol{A}^T = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

За такого вибору матриці $\boldsymbol{A}$ матриця $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ буде діагональною, причому елементи діагоналі є власними числами матриці $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$. Матриця $\boldsymbol{A}$ є матрицею перетворення Карунена-Лоеве, її рядки є базисними векторами KLT, а енергією (дисперсією) перетворених векторів є власні числа $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$, матриці $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$.

З означення матриці $\boldsymbol{W}$ отримуємо, що

$$\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T = (\boldsymbol{A}\boldsymbol{V}) \cdot (\boldsymbol{A}\boldsymbol{V})^T = \boldsymbol{A}\left(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\right)\boldsymbol{A}^T.$$

Матриця $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$ є симетричною, а її елементами є коваріації координат векторів $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$, тобто,

$$\boldsymbol{A}\left(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\right)_{ab} = \sum_{i=1}^{k} v_a^{(i)} v_b^{(i)}, \text{якщо } a, b \in [1, n].$$

Якщо матриця $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$ — симетрична, то її власні вектори ортогональні. Нормалізуємо їх (тобто зробимо їх ортонормованими) і виберемо їх як рядки матриці $\boldsymbol{A}$. Отримаємо такий результат:

$$\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T = \boldsymbol{A}\left(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\right)\boldsymbol{A}^T = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

За такого вибору матриці $\boldsymbol{A}$ матриця $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ буде діагональною, причому елементи діагоналі є власними числами матриці $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$. Матриця $\boldsymbol{A}$ є матрицею перетворення Карунена-Лоеве, її рядки є базисними векторами KLT, а енергією (дисперсією) перетворених векторів є власні числа $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$, матриці $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$.

З означення матриці $\boldsymbol{W}$ отримуємо, що

$$\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T = (\boldsymbol{AV}) \cdot (\boldsymbol{AV})^T = \boldsymbol{A}\left(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\right)\boldsymbol{A}^T.$$

Матриця $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$ є симетричною, а її елементами є коваріації координат векторів $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$, тобто,

$$\boldsymbol{A}\left(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\right)_{ab} = \sum_{i=1}^{k} v_a^{(i)} v_b^{(i)}, \text{якщо } a, b \in [1, n].$$

Якщо матриця $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$ — симетрична, то її власні вектори ортогональні. Нормалізуємо їх (тобто зробимо їх ортонормованими) і виберемо їх як рядки матриці $\boldsymbol{A}$. Отримаємо такий результат:

$$\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T = \boldsymbol{A}\left(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\right)\boldsymbol{A}^T = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

За такого вибору матриці $\boldsymbol{A}$ матриця $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ буде діагональною, причому елементи діагоналі є власними числами матриці $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$. Матриця $\boldsymbol{A}$ є матрицею перетворення Карунена-Лоеве, її рядки є базисними векторами KLT, а енергією (дисперсією) перетворених векторів є власні числа $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$, матриці $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$.

З означення матриці $\boldsymbol{W}$ отримуємо, що

$$\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T = (\boldsymbol{AV}) \cdot (\boldsymbol{AV})^T = \boldsymbol{A}\big(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\big)\boldsymbol{A}^T.$$

Матриця $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$ є симетричною, а її елементами є коваріації координат векторів $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$, тобто,

$$\boldsymbol{A}\big(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\big)_{ab} = \sum_{i=1}^{k} v_a^{(i)} v_b^{(i)}, \text{якщо } a, b \in [1, n].$$

Якщо матриця $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$ — симетрична, то її власні вектори ортогональні. Нормалізуємо їх (тобто зробимо їх ортонормованими) і виберемо їх як рядки матриці $\boldsymbol{A}$. Отримаємо такий результат:

$$\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T = \boldsymbol{A}\big(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\big)\boldsymbol{A}^T = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

За такого вибору матриці $\boldsymbol{A}$ матриця $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ буде діагональною, причому елементи діагоналі є власними числами матриці $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$. Матриця $\boldsymbol{A}$ є матрицею перетворення Карунена-Лоеве, її рядки є базисними векторами KLT, а енергією (дисперсією) перетворених векторів є власні числа $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$, матриці $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$.

З означення матриці $\boldsymbol{W}$ отримуємо, що

$$\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T = (\boldsymbol{A}\boldsymbol{V}) \cdot (\boldsymbol{A}\boldsymbol{V})^T = \boldsymbol{A}\big(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\big)\boldsymbol{A}^T.$$

Матриця $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$ є симетричною, а її елементами є коваріації координат векторів $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$, тобто,

$$\boldsymbol{A}\big(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\big)_{ab} = \sum_{i=1}^{k} v_a^{(i)} v_b^{(i)}, \text{якщо } a, b \in [1, n].$$

Якщо матриця $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$ — симетрична, то її власні вектори ортогональні. Нормалізуємо їх (тобто зробимо їх ортонормованими) і виберемо їх як рядки матриці $\boldsymbol{A}$. Отримаємо такий результат:

$$\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T = \boldsymbol{A}\big(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\big)\boldsymbol{A}^T = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

За такого вибору матриці $\boldsymbol{A}$ матриця $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ буде діагональною, причому елементи діагоналі є власними числами матриці $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$. Матриця $\boldsymbol{A}$ є матрицею перетворення Карунена-Лоеве, її рядки є базисними векторами KLT, а енергією (дисперсією) перетворених векторів є власні числа $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$, матриці $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$.

З означення матриці $\boldsymbol{W}$ отримуємо, що

$$\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T = (\boldsymbol{A}\boldsymbol{V}) \cdot (\boldsymbol{A}\boldsymbol{V})^T = \boldsymbol{A}\big(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\big)\boldsymbol{A}^T.$$

Матриця $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$ є симетричною, а її елементами є коваріації координат векторів $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$, тобто,

$$\boldsymbol{A}\big(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\big)_{ab} = \sum_{i=1}^{k} v_a^{(i)} v_b^{(i)}, \text{якщо } a, b \in [1, n].$$

Якщо матриця $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$ — симетрична, то її власні вектори ортогональні. Нормалізуємо їх (тобто зробимо їх ортонормованими) і виберемо їх як рядки матриці $\boldsymbol{A}$. Отримаємо такий результат:

$$\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T = \boldsymbol{A}\big(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\big)\boldsymbol{A}^T = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

За такого вибору матриці $\boldsymbol{A}$ матриця $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ буде діагональною, причому елементи діагоналі є власними числами матриці $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$. Матриця $\boldsymbol{A}$ є матрицею перетворення Карунена-Лоеве, її рядки є базисними векторами KLT, а енергією (дисперсією) перетворених векторів є власні числа $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$, матриці $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$.

З означення матриці $\boldsymbol{W}$ отримуємо, що

$$\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T = (\boldsymbol{A}\boldsymbol{V}) \cdot (\boldsymbol{A}\boldsymbol{V})^T = \boldsymbol{A}\big(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\big)\boldsymbol{A}^T.$$

Матриця $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$ є симетричною, а її елементами є коваріації координат векторів $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$, тобто,

$$\boldsymbol{A}\big(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\big)_{ab} = \sum_{i=1}^{k} v_a^{(i)} v_b^{(i)}, \text{якщо } a, b \in [1, n].$$

Якщо матриця $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$ — симетрична, то її власні вектори ортогональні. Нормалізуємо їх (тобто зробимо їх ортонормованими) і виберемо їх як рядки матриці $\boldsymbol{A}$. Отримаємо такий результат:

$$\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T = \boldsymbol{A}\big(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\big)\boldsymbol{A}^T = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

За такого вибору матриці $\boldsymbol{A}$ матриця $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ буде діагональною, причому елементи діагоналі є власними числами матриці $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$. Матриця $\boldsymbol{A}$ є матрицею перетворення Карунена-Лоеве, її рядки є базисними векторами KLT, а енергією (дисперсією) перетворених векторів є власні числа $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$, матриці $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$.

З означення матриці $\boldsymbol{W}$ отримуємо, що

$$\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T = (\boldsymbol{AV}) \cdot (\boldsymbol{AV})^T = \boldsymbol{A}\big(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\big)\boldsymbol{A}^T.$$

Матриця $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$ є симетричною, а її елементами є коваріації координат векторів $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$, тобто,

$$\boldsymbol{A}\big(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\big)_{ab} = \sum_{i=1}^{k} v_a^{(i)} v_b^{(i)}, \text{якщо } a, b \in [1, n].$$

Якщо матриця $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$ — симетрична, то її власні вектори ортогональні. Нормалізуємо їх (тобто зробимо їх ортонормованими) і виберемо їх як рядки матриці $\boldsymbol{A}$. Отримаємо такий результат:

$$\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T = \boldsymbol{A}\big(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\big)\boldsymbol{A}^T = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

За такого вибору матриці $\boldsymbol{A}$ матриця $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ буде діагональною, причому елементи діагоналі є власними числами матриці $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$. Матриця $\boldsymbol{A}$ є матрицею перетворення Карунена-Лоеве, її рядки є базисними векторами KLT, а енергією (дисперсією) перетворених векторів є власні числа $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$, матриці $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$.

З означення матриці $\boldsymbol{W}$ отримуємо, що
$$\boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{W}^T = (\boldsymbol{A}\boldsymbol{V})\cdot(\boldsymbol{A}\boldsymbol{V})^T = \boldsymbol{A}\big(\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{V}^T\big)\boldsymbol{A}^T.$$
Матриця $\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{V}^T$ є симетричною, а її елементами є коваріації координат векторів $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$, тобто,
$$\boldsymbol{A}\big(\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{V}^T\big)_{ab} = \sum_{i=1}^{k} v_a^{(i)} v_b^{(i)}, \text{якщо } a, b \in [1, n].$$
Якщо матриця $\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{V}^T$ — симетрична, то її власні вектори ортогональні. Нормалізуємо їх (тобто зробимо їх ортонормованими) і виберемо їх як рядки матриці $\boldsymbol{A}$. Отримаємо такий результат:
$$\boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{W}^T = \boldsymbol{A}\big(\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{V}^T\big)\boldsymbol{A}^T = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \lambda_n \end{pmatrix}.$$
За такого вибору матриці $\boldsymbol{A}$ матриця $\boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{W}^T$ буде діагональною, причому елементи діагоналі є власними числами матриці $\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{V}^T$. Матриця $\boldsymbol{A}$ є матрицею перетворення Карунена-Лоеве, її рядки є базисними векторами KLT, а енергією (дисперсією) перетворених векторів є власні числа $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$, матриці $\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{V}^T$.

З означення матриці $\boldsymbol{W}$ отримуємо, що
$$\boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{W}^T = (\boldsymbol{AV})\cdot(\boldsymbol{AV})^T = \boldsymbol{A}\big(\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{V}^T\big)\boldsymbol{A}^T.$$
Матриця $\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{V}^T$ є симетричною, а її елементами є коваріації координат векторів $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$, тобто,
$$\boldsymbol{A}\big(\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{V}^T\big)_{ab} = \sum_{i=1}^{k} v_a^{(i)} v_b^{(i)}, \text{якщо } a, b \in [1, n].$$
Якщо матриця $\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{V}^T$ — симетрична, то її власні вектори ортогональні. Нормалізуємо їх (тобто зробимо їх ортонормованими) і виберемо їх як рядки матриці $\boldsymbol{A}$. Отримаємо такий результат:
$$\boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{W}^T = \boldsymbol{A}\big(\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{V}^T\big)\boldsymbol{A}^T = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \lambda_n \end{pmatrix}.$$
За такого вибору матриці $\boldsymbol{A}$ матриця $\boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{W}^T$ буде діагональною, причому елементи діагоналі є власними числами матриці $\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{V}^T$. Матриця $\boldsymbol{A}$ є матрицею перетворення Карунена-Лоеве, її рядки є базисними векторами KLT, а енергією (дисперсією) перетворених векторів є власні числа $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$, матриці $\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{V}^T$.

З означення матриці $\boldsymbol{W}$ отримуємо, що

$$\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T = (\boldsymbol{A}\boldsymbol{V}) \cdot (\boldsymbol{A}\boldsymbol{V})^T = \boldsymbol{A}\big(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\big)\boldsymbol{A}^T.$$

Матриця $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$ є симетричною, а її елементами є коваріації координат векторів $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$, тобто,

$$\boldsymbol{A}\big(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\big)_{ab} = \sum_{i=1}^{k} v_a^{(i)} v_b^{(i)}, \text{якщо } a, b \in [1, n].$$

Якщо матриця $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$ — симетрична, то її власні вектори ортогональні. Нормалізуємо їх (тобто зробимо їх ортонормованими) і виберемо їх як рядки матриці $\boldsymbol{A}$. Отримаємо такий результат:

$$\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T = \boldsymbol{A}\big(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\big)\boldsymbol{A}^T = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

За такого вибору матриці $\boldsymbol{A}$ матриця $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ буде діагональною, причому елементи діагоналі є власними числами матриці $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$. Матриця $\boldsymbol{A}$ є матрицею перетворення Карунена-Лоеве, її рядки є базисними векторами KLT, а енергією (дисперсією) перетворених векторів є власні числа $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$, матриці $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$.

З означення матриці $\boldsymbol{W}$ отримуємо, що

$$\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T = (\boldsymbol{AV}) \cdot (\boldsymbol{AV})^T = \boldsymbol{A}\big(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\big)\boldsymbol{A}^T.$$

Матриця $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$ є симетричною, а її елементами є коваріації координат векторів $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$, тобто,

$$\boldsymbol{A}\big(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\big)_{ab} = \sum_{i=1}^{k} v_a^{(i)} v_b^{(i)}, \text{якщо } a, b \in [1, n].$$

Якщо матриця $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$ — симетрична, то її власні вектори ортогональні. Нормалізуємо їх (тобто зробимо їх ортонормованими) і виберемо їх як рядки матриці $\boldsymbol{A}$. Отримаємо такий результат:

$$\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T = \boldsymbol{A}\big(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\big)\boldsymbol{A}^T = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

За такого вибору матриці $\boldsymbol{A}$ матриця $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ буде діагональною, причому елементи діагоналі є власними числами матриці $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$.

Матриця $\boldsymbol{A}$ є матрицею перетворення Карунена-Лоеве, її рядки є базисними векторами KLT, а енергією (дисперсією) перетворених векторів є власні числа $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$, матриці $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$.

З означення матриці $\boldsymbol{W}$ отримуємо, що

$$\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T = (\boldsymbol{AV}) \cdot (\boldsymbol{AV})^T = \boldsymbol{A}\big(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\big)\boldsymbol{A}^T.$$

Матриця $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$ є симетричною, а її елементами є коваріації координат векторів $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$, тобто,

$$\boldsymbol{A}\big(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\big)_{ab} = \sum_{i=1}^{k} v_a^{(i)} v_b^{(i)}, \text{якщо } a, b \in [1, n].$$

Якщо матриця $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$ — симетрична, то її власні вектори ортогональні. Нормалізуємо їх (тобто зробимо їх ортонормованими) і виберемо їх як рядки матриці $\boldsymbol{A}$. Отримаємо такий результат:

$$\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T = \boldsymbol{A}\big(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\big)\boldsymbol{A}^T = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

За такого вибору матриці $\boldsymbol{A}$ матриця $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ буде діагональною, причому елементи діагоналі є власними числами матриці $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$. Матриця $\boldsymbol{A}$ є матрицею перетворення Карунена-Лоеве, її рядки є базисними векторами KLT, а енергією (дисперсією) перетворених векторів є власні числа $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$, матриці $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$.

З означення матриці $\boldsymbol{W}$ отримуємо, що

$$\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T = (\boldsymbol{A}\boldsymbol{V}) \cdot (\boldsymbol{A}\boldsymbol{V})^T = \boldsymbol{A}\big(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\big)\boldsymbol{A}^T.$$

Матриця $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$ є симетричною, а її елементами є коваріації координат векторів $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$, тобто,

$$\boldsymbol{A}\big(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\big)_{ab} = \sum_{i=1}^{k} v_a^{(i)} v_b^{(i)}, \text{якщо } a, b \in [1, n].$$

Якщо матриця $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$ — симетрична, то її власні вектори ортогональні. Нормалізуємо їх (тобто зробимо їх ортонормованими) і виберемо їх як рядки матриці $\boldsymbol{A}$. Отримаємо такий результат:

$$\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T = \boldsymbol{A}\big(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\big)\boldsymbol{A}^T = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

За такого вибору матриці $\boldsymbol{A}$ матриця $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ буде діагональною, причому елементи діагоналі є власними числами матриці $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$. Матриця $\boldsymbol{A}$ є матрицею перетворення Карунена-Лоеве, її рядки є базисними векторами KLT, а енергією (дисперсією) перетворених векторів є власні числа $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$, матриці $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$.

З означення матриці $\boldsymbol{W}$ отримуємо, що

$$\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T = (\boldsymbol{AV}) \cdot (\boldsymbol{AV})^T = \boldsymbol{A}\left(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\right)\boldsymbol{A}^T.$$

Матриця $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$ є симетричною, а її елементами є коваріації координат векторів $\vec{\boldsymbol{v}}^{(i)}$, тобто,

$$\boldsymbol{A}\left(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\right)_{ab} = \sum_{i=1}^{k} v_a^{(i)} v_b^{(i)}, \text{якщо } a, b \in [1, n].$$

Якщо матриця $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$ — симетрична, то її власні вектори ортогональні. Нормалізуємо їх (тобто зробимо їх ортонормованими) і виберемо їх як рядки матриці $\boldsymbol{A}$. Отримаємо такий результат:

$$\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T = \boldsymbol{A}\left(\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T\right)\boldsymbol{A}^T = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

За такого вибору матриці $\boldsymbol{A}$ матриця $\boldsymbol{W} \cdot \boldsymbol{W}^T$ буде діагональною, причому елементи діагоналі є власними числами матриці $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$.
Матриця $\boldsymbol{A}$ є матрицею перетворення Карунена-Лоеве, її рядки є базисними векторами KLT, а енергією (дисперсією) перетворених векторів є власні числа $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$, матриці $\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}^T$.

Базисні вектори KLT обчислюються за допомогою пікселів вихідного зображення, тобто, вони залежать від вихідних даних. У конкретному методі стиснення ці вектори слід записувати в стислий файл для використання декодером. Крім того, не відомий швидкий метод обчислення цих векторів. Всі ці факти роблять метод KLT суто теоретичним без реальних додатків.

Базисні вектори KLT обчислюються за допомогою пікселів вихідного зображення, тобто, вони залежать від вихідних даних. У конкретному методі стиснення ці вектори слід записувати в стислий файл для використання декодером. Крім того, не відомий швидкий метод обчислення цих векторів. Всі ці факти роблять метод KLT суто теоретичним без реальних додатків.

Базисні вектори KLT обчислюються за допомогою пікселів вихідного зображення, тобто, вони залежать від вихідних даних. У конкретному методі стиснення ці вектори слід записувати в стислий файл для використання декодером. Крім того, не відомий швидкий метод обчислення цих векторів. Всі ці факти роблять метод KLT суто теоретичним без реальних додатків.

Базисні вектори KLT обчислюються за допомогою пікселів вихідного зображення, тобто, вони залежать від вихідних даних. У конкретному методі стиснення ці вектори слід записувати в стислий файл для використання декодером. Крім того, не відомий швидкий метод обчислення цих векторів. Всі ці факти роблять метод KLT суто теоретичним без реальних додатків.

Базисні вектори KLT обчислюються за допомогою пікселів вихідного зображення, тобто, вони залежать від вихідних даних. У конкретному методі стиснення ці вектори слід записувати в стислий файл для використання декодером. Крім того, не відомий швидкий метод обчислення цих векторів. Всі ці факти роблять метод KLT суто теоретичним без реальних додатків.

Базисні вектори KLT обчислюються за допомогою пікселів вихідного зображення, тобто, вони залежать від вихідних даних. У конкретному методі стиснення ці вектори слід записувати в стислий файл для використання декодером. Крім того, не відомий швидкий метод обчислення цих векторів. Всі ці факти роблять метод KLT суто теоретичним без реальних додатків.

Дякую за увагу!