Обробка зображень і мультимедіа

Олег Гутік

Лекція 16: Стиснення зображень, X. Перетворення Волша–Адамара

На попередніх лекціях згадувалося, що це перетворення мало ефективне для стиснення даних. Але воно дуже швидке, оскільки його можна обчислювати, застосовуючи лише додавання, віднімання і, іноді, зсув вправо (що еквівалентно поділу на 2 двійкового зображення величин).

На попередніх лекціях згадувалося, що це перетворення мало ефективне для стиснення даних. Але воно дуже швидке, оскільки його можна обчислювати, застосовуючи лише додавання, віднімання і, іноді, зсув вправо (що еквівалентно поділу на 2 двійкового зображення величин).

На попередніх лекціях згадувалося, що це перетворення мало ефективне для стиснення даних. Але воно дуже швидке, оскільки його можна обчислювати, застосовуючи лише додавання, віднімання і, іноді, зсув вправо (що еквівалентно поділу на 2 двійкового зображення величин).

На попередніх лекціях згадувалося, що це перетворення мало ефективне для стиснення даних. Але воно дуже швидке, оскільки його можна обчислювати, застосовуючи лише додавання, віднімання і, іноді, зсув вправо (що еквівалентно поділу на 2 двійкового зображення величин).

На попередніх лекціях згадувалося, що це перетворення мало ефективне для стиснення даних. Але воно дуже швидке, оскільки його можна обчислювати, застосовуючи лише додавання, віднімання і, іноді, зсув вправо (що еквівалентно поділу на 2 двійкового зображення величин).

Для заданого блоку $N \times N$ пікселів (тут число N має бути степенем двійки, $N = 2^n$), його двовимірне *пряме* та *обернене перетворення Волша–Адамара* (вони позначаються WHT та IWHT, відповідно) визначаються за допомогою таких рівнянь:

$$\begin{aligned} H(u,v) &= \sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} P_{xy}\, g(x,y,u,v) = \\ &= \frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} P_{xy}\, (-1)^{\sum_{i=0}^{n}[b_i(x)p_i(u)+b_i(y)p_i(v)]}, \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} P_{xy} &= \sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} H(u,v)\, h(x,y,u,v) = \\ &= \frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} H(u,v)\, (-1)^{\sum_{i=0}^{n}[b_i(x)p_i(u)+b_i(y)p_i(v)]}, \end{aligned} \tag{2}$$

де $H(u,v)$ — це результат перетворення (тобто коефіцієнти WHT), величина $b_i(u)$ дорівнює біту i у двійковому зображенні цілого числа u,

Для заданого блоку $N \times N$ пікселів (тут число N має бути степенем двійки, $N = 2^n$), його двовимірне *пряме* та *обернене перетворення Волша–Адамара* (вони позначаються WHT та IWHT, відповідно) визначаються за допомогою таких рівнянь:

$$\begin{aligned} H(u,v) &= \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} P_{xy}\, g(x,y,u,v) = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} P_{xy}\, (-1)^{\sum_{i=0}^{n} [b_i(x) p_i(u) + b_i(y) p_i(v)]}, \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} P_{xy} &= \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} H(u,v)\, h(x,y,u,v) = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} H(u,v)\, (-1)^{\sum_{i=0}^{n} [b_i(x) p_i(u) + b_i(y) p_i(v)]}, \end{aligned} \tag{2}$$

де $H(u,v)$ — це результат перетворення (тобто коефіцієнти WHT), величина $b_i(u)$ дорівнює біту i у двійковому зображенні цілого числа u,

Для заданого блоку $N \times N$ пікселів (тут число N має бути степенем двійки, $N = 2^n$), його двовимірне *пряме* та *обернене перетворення Волша–Адамара* (вони позначаються WHT та IWHT, відповідно) визначаються за допомогою таких рівнянь:

$$\begin{aligned} H(u,v) &= \sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} P_{xy}\, g(x,y,u,v) = \\ &= \frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} P_{xy}\,(-1)^{\sum_{i=0}^{n}[b_i(x)p_i(u)+b_i(y)p_i(v)]}, \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} P_{xy} &= \sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} H(u,v)\, h(x,y,u,v) = \\ &= \frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} H(u,v)\,(-1)^{\sum_{i=0}^{n}[b_i(x)p_i(u)+b_i(y)p_i(v)]}, \end{aligned} \tag{2}$$

де $H(u,v)$ — це результат перетворення (тобто коефіцієнти WHT), величина $b_i(u)$ дорівнює біту i у двійковому зображенні цілого числа u,

Для заданого блоку $N \times N$ пікселів (тут число N має бути степенем двійки, $N = 2^n$), його двовимірне *пряме* та *обернене перетворення Волша–Адамара* (вони позначаються WHT та IWHT, відповідно) визначаються за допомогою таких рівнянь:

$$\begin{aligned} H(u,v) &= \sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} P_{xy}\, g(x,y,u,v) = \\ &= \frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} P_{xy}\,(-1)^{\sum_{i=0}^{n}[b_i(x)p_i(u)+b_i(y)p_i(v)]}, \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} P_{xy} &= \sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} H(u,v)\, h(x,y,u,v) = \\ &= \frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} H(u,v)\,(-1)^{\sum_{i=0}^{n}[b_i(x)p_i(u)+b_i(y)p_i(v)]}, \end{aligned} \tag{2}$$

де $H(u,v)$ — це результат перетворення (тобто коефіцієнти WHT), величина $b_i(u)$ дорівнює біту i у двійковому зображенні цілого числа u,

Стиснення зображень. Перетворення Волша–Адамара

Для заданого блоку $N \times N$ пікселів (тут число N має бути степенем двійки, $N = 2^n$), його двовимірне *пряме* та *обернене перетворення Волша–Адамара* (вони позначаються WHT та IWHT, відповідно) визначаються за допомогою таких рівнянь:

$$
\begin{aligned}
H(u,v) &= \sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} P_{xy}\, g(x,y,u,v) = \\
&= \frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} P_{xy}\, (-1)^{\sum_{i=0}^{n}[b_i(x)p_i(u)+b_i(y)p_i(v)]},
\end{aligned}
\tag{1}
$$

$$
\begin{aligned}
P_{xy} &= \sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} H(u,v)\, h(x,y,u,v) = \\
&= \frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} H(u,v)\, (-1)^{\sum_{i=0}^{n}[b_i(x)p_i(u)+b_i(y)p_i(v)]},
\end{aligned}
\tag{2}
$$

де $H(u,v)$ — це результат перетворення (тобто коефіцієнти WHT), величина $b_i(u)$ дорівнює біту i у двійковому зображенні цілого числа u,

Для заданого блоку $N \times N$ пікселів (тут число N має бути степенем двійки, $N = 2^n$), його двовимірне *пряме* та *обернене перетворення Волша–Адамара* (вони позначаються WHT та IWHT, відповідно) визначаються за допомогою таких рівнянь:

$$\begin{aligned} H(u,v) &= \sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} P_{xy}\, g(x,y,u,v) = \\ &= \frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} P_{xy}\,(-1)^{\sum_{i=0}^{n}[b_i(x)p_i(u)+b_i(y)p_i(v)]}, \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} P_{xy} &= \sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} H(u,v)\, h(x,y,u,v) = \\ &= \frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} H(u,v)\,(-1)^{\sum_{i=0}^{n}[b_i(x)p_i(u)+b_i(y)p_i(v)]}, \end{aligned} \tag{2}$$

де $H(u,v)$ — це результат перетворення (тобто коефіцієнти WHT), величина $b_i(u)$ дорівнює біту i у двійковому зображенні цілого числа u,

Для заданого блоку $N \times N$ пікселів (тут число N має бути степенем двійки, $N = 2^n$), його двовимірне *пряме* та *обернене перетворення Волша–Адамара* (вони позначаються WHT та IWHT, відповідно) визначаються за допомогою таких рівнянь:

$$\begin{aligned} H(u,v) &= \sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} P_{xy}\, g(x,y,u,v) = \\ &= \frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} P_{xy}\,(-1)^{\sum_{i=0}^{n}[b_i(x)p_i(u)+b_i(y)p_i(v)]}, \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} P_{xy} &= \sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} H(u,v)\, h(x,y,u,v) = \\ &= \frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} H(u,v)\,(-1)^{\sum_{i=0}^{n}[b_i(x)p_i(u)+b_i(y)p_i(v)]}, \end{aligned} \tag{2}$$

де $H(u,v)$ — це результат перетворення (тобто коефіцієнти WHT), величина $b_i(u)$ дорівнює біту i у двійковому зображенні цілого числа u,

Для заданого блоку $N \times N$ пікселів (тут число N має бути степенем двійки, $N = 2^n$), його двовимірне *пряме* та *обернене перетворення Волша–Адамара* (вони позначаються WHT та IWHT, відповідно) визначаються за допомогою таких рівнянь:

$$\begin{aligned} H(u,v) &= \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} P_{xy}\, g(x,y,u,v) = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} P_{xy}\, (-1)^{\sum_{i=0}^{n} [b_i(x)p_i(u) + b_i(y)p_i(v)]}, \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} P_{xy} &= \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} H(u,v)\, h(x,y,u,v) = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} H(u,v)\, (-1)^{\sum_{i=0}^{n} [b_i(x)p_i(u) + b_i(y)p_i(v)]}, \end{aligned} \tag{2}$$

де $H(u,v)$ — це результат перетворення (тобто коефіцієнти WHT), величина $b_i(u)$ дорівнює біту i у двійковому зображенні цілого числа u,

Для заданого блоку $N \times N$ пікселів (тут число N має бути степенем двійки, $N = 2^n$), його двовимірне *пряме* та *обернене перетворення Волша–Адамара* (вони позначаються WHT та IWHT, відповідно) визначаються за допомогою таких рівнянь:

$$\begin{aligned} H(u,v) &= \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} P_{xy}\, g(x,y,u,v) = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} P_{xy}\, (-1)^{\sum_{i=0}^{n} [b_i(x)p_i(u) + b_i(y)p_i(v)]}, \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} P_{xy} &= \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} H(u,v)\, h(x,y,u,v) = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} H(u,v)\, (-1)^{\sum_{i=0}^{n} [b_i(x)p_i(u) + b_i(y)p_i(v)]}, \end{aligned} \tag{2}$$

де $H(u,v)$ — це результат перетворення (тобто коефіцієнти WHT), величина $b_i(u)$ дорівнює біту i у двійковому зображенні цілого числа u,

Для заданого блоку $N \times N$ пікселів (тут число N має бути степенем двійки, $N = 2^n$), його двовимірне *пряме* та *обернене перетворення Волша–Адамара* (вони позначаються WHT та IWHT, відповідно) визначаються за допомогою таких рівнянь:

$$\begin{aligned} H(u,v) &= \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} P_{xy}\, g(x,y,u,v) = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} P_{xy}\, (-1)^{\sum_{i=0}^{n} [b_i(x) p_i(u) + b_i(y) p_i(v)]}, \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} P_{xy} &= \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} H(u,v)\, h(x,y,u,v) = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} H(u,v)\, (-1)^{\sum_{i=0}^{n} [b_i(x) p_i(u) + b_i(y) p_i(v)]}, \end{aligned} \tag{2}$$

де $H(u,v)$ — це результат перетворення (тобто коефіцієнти WHT), величина $b_i(u)$ дорівнює біту i у двійковому зображенні цілого числа u,

а $p_i(u)$ визначається за допомогою $b_j(u)$ з таких рекурентних співвідношень:

$$
\begin{aligned}
p_0(u) &= b_{n-1}(u), \\
p_1(u) &= b_{n-1}(u) + b_{n-2}(u), \\
p_2(u) &= b_{n-2}(u) + b_{n-3}(u), \\
&\cdots \quad \cdots \quad \cdots \\
p_{n-1}(u) &= b_1(u) + b_0(u).
\end{aligned}
\tag{3}
$$

а $p_i(u)$ визначається за допомогою $b_j(u)$ з таких рекурентних співвідношень:

$$\begin{aligned} p_0(u) &= b_{n-1}(u), \\ p_1(u) &= b_{n-1}(u) + b_{n-2}(u), \\ p_2(u) &= b_{n-2}(u) + b_{n-3}(u), \\ &\cdots \quad \cdots \quad \cdots \\ p_{n-1}(u) &= b_1(u) + b_0(u). \end{aligned} \tag{3}$$

а $p_i(u)$ визначається за допомогою $b_j(u)$ з таких рекурентних співвідношень:

$$\begin{aligned} p_0(u) &= b_{n-1}(u), \\ p_1(u) &= b_{n-1}(u) + b_{n-2}(u), \\ p_2(u) &= b_{n-2}(u) + b_{n-3}(u), \\ &\dots \quad \dots \quad \dots \\ p_{n-1}(u) &= b_1(u) + b_0(u). \end{aligned} \tag{3}$$

Нагадаємо, що число n визначається із співвідношення $N = 2^n$. Розглянемо, наприклад, $u = 6 = 110_2$. Нульовий, перший і другий біти дорівнюють відповідно, 0, 1, 1, а тому $b_0(6) = 0$, $b_1(6) = 1$ і $b_2(6) = 1$. Величини $g(x, y, u, v)$ і $h(x, y, u, v)$ називаються *ядрами* (або *базовими зображеннями*) WHT. Їхні матриці збігаються. Елементами матриць служать числа $+1$ і -1, які множаться на $1/N$. В результаті, перетворення WHT складається з множення пікселів на $+1$ або -1, додавання та ділення суми на N. Але оскільки $N = 2^n$, то ділення можна робити, зсуваючи розряди чисел вправо на n позицій.

Нагадаємо, що число n визначається із співвідношення $N = 2^n$.
Розглянемо, наприклад, $u = 6 = 110_2$. Нульовий, перший і другий біти дорівнюють відповідно, 0, 1, 1, а тому $b_0(6) = 0$, $b_1(6) = 1$ і $b_2(6) = 1$.
Величини $g(x, y, u, v)$ і $h(x, y, u, v)$ називаються *ядрами* (або *базовими зображеннями*) WHT. Їхні матриці збігаються. Елементами матриць служать числа $+1$ і -1, які множаться на $1/N$. В результаті, перетворення WHT складається з множення пікселів на $+1$ або -1, додавання та ділення суми на N. Але оскільки $N = 2^n$, то ділення можна робити, зсуваючи розряди чисел вправо на n позицій.

Нагадаємо, що число n визначається із співвідношення $N = 2^n$.
Розглянемо, наприклад, $u = 6 = 110_2$. Нульовий, перший і другий біти дорівнюють відповідно, 0, 1, 1, а тому $b_0(6) = 0$, $b_1(6) = 1$ і $b_2(6) = 1$.
Величини $g(x, y, u, v)$ і $h(x, y, u, v)$ називаються *ядрами* (або *базовими зображеннями*) WHT. Їхні матриці збігаються. Елементами матриць служать числа $+1$ і -1, які множаться на $1/N$. В результаті, перетворення WHT складається з множення пікселів на $+1$ або -1, додавання та ділення суми на N. Але оскільки $N = 2^n$, то ділення можна робити, зсуваючи розряди чисел вправо на n позицій.

Нагадаємо, що число n визначається із співвідношення $N = 2^n$. Розглянемо, наприклад, $u = 6 = 110_2$. Нульовий, перший і другий біти дорівнюють відповідно, 0, 1, 1, а тому $b_0(6) = 0$, $b_1(6) = 1$ і $b_2(6) = 1$. Величини $g(x, y, u, v)$ і $h(x, y, u, v)$ називаються *ядрами* (або *базовими зображеннями*) WHT. Їхні матриці збігаються. Елементами матриць служать числа $+1$ і -1, які множаться на $1/N$. В результаті, перетворення WHT складається з множення пікселів на $+1$ або -1, додавання та ділення суми на N. Але оскільки $N = 2^n$, то ділення можна робити, зсуваючи розряди чисел вправо на n позицій.

Нагадаємо, що число n визначається із співвідношення $N = 2^n$. Розглянемо, наприклад, $u = 6 = 110_2$. Нульовий, перший і другий біти дорівнюють відповідно, 0, 1, 1, а тому $b_0(6) = 0$, $b_1(6) = 1$ і $b_2(6) = 1$. Величини $g(x, y, u, v)$ і $h(x, y, u, v)$ називаються *ядрами* (або *базовими зображеннями*) WHT. Їхні матриці збігаються. Елементами матриць служать числа $+1$ і -1, які множаться на $1/N$. В результаті, перетворення WHT складається з множення пікселів на $+1$ або -1, додавання та ділення суми на N. Але оскільки $N = 2^n$, то ділення можна робити, зсуваючи розряди чисел вправо на n позицій.

Нагадаємо, що число n визначається із співвідношення $N = 2^n$. Розглянемо, наприклад, $u = 6 = 110_2$. Нульовий, перший і другий біти дорівнюють відповідно, 0, 1, 1, а тому $b_0(6) = 0$, $b_1(6) = 1$ і $b_2(6) = 1$. Величини $g(x, y, u, v)$ і $h(x, y, u, v)$ називаються *ядрами* (або *базовими зображеннями*) WHT. Їхні матриці збігаються. Елементами матриць служать числа $+1$ і -1, які множаться на $1/N$. В результаті, перетворення WHT складається з множення пікселів на $+1$ або -1, додавання та ділення суми на N. Але оскільки $N = 2^n$, то ділення можна робити, зсуваючи розряди чисел вправо на n позицій.

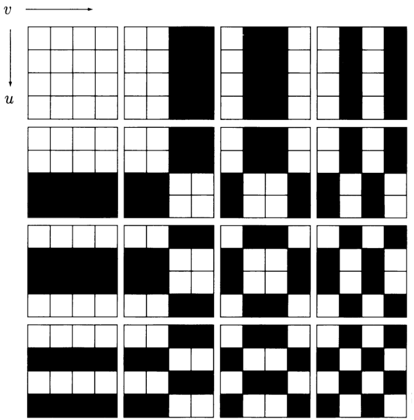
Нагадаємо, що число n визначається із співвідношення $N = 2^n$. Розглянемо, наприклад, $u = 6 = 110_2$. Нульовий, перший і другий біти дорівнюють відповідно, 0, 1, 1, а тому $b_0(6) = 0$, $b_1(6) = 1$ і $b_2(6) = 1$. Величини $g(x, y, u, v)$ і $h(x, y, u, v)$ називаються *ядрами* (або *базовими зображеннями*) WHT. Їхні матриці збігаються. Елементами матриць служать числа $+1$ і -1, які множаться на $1/N$. В результаті, перетворення WHT складається з множення пікселів на $+1$ або -1, додавання та ділення суми на N. Але оскільки $N = 2^n$, то ділення можна робити, зсуваючи розряди чисел вправо на n позицій.

Нагадаємо, що число n визначається із співвідношення $N = 2^n$. Розглянемо, наприклад, $u = 6 = 110_2$. Нульовий, перший і другий біти дорівнюють відповідно, 0, 1, 1, а тому $b_0(6) = 0$, $b_1(6) = 1$ і $b_2(6) = 1$. Величини $g(x, y, u, v)$ і $h(x, y, u, v)$ називаються *ядрами* (або *базовими зображеннями*) WHT. Їхні матриці збігаються. Елементами матриць служать числа $+1$ і -1, які множаться на $1/N$. В результаті, перетворення WHT складається з множення пікселів на $+1$ або -1, додавання та ділення суми на N. Але оскільки $N = 2^n$, то ділення можна робити, зсуваючи розряди чисел вправо на n позицій.

Нагадаємо, що число n визначається із співвідношення $N = 2^n$. Розглянемо, наприклад, $u = 6 = 110_2$. Нульовий, перший і другий біти дорівнюють відповідно, 0, 1, 1, а тому $b_0(6) = 0$, $b_1(6) = 1$ і $b_2(6) = 1$. Величини $g(x, y, u, v)$ і $h(x, y, u, v)$ називаються *ядрами* (або *базовими зображеннями*) WHT. Їхні матриці збігаються. Елементами матриць служать числа $+1$ і -1, які множаться на $1/N$. В результаті, перетворення WHT складається з множення пікселів на $+1$ або -1, додавання та ділення суми на N. Але оскільки $N = 2^n$, то ділення можна робити, зсуваючи розряди чисел вправо на n позицій.

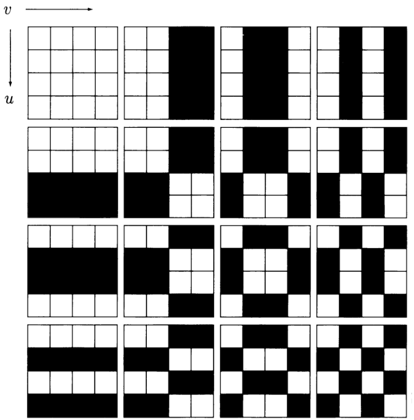
Нагадаємо, що число n визначається із співвідношення $N = 2^n$. Розглянемо, наприклад, $u = 6 = 110_2$. Нульовий, перший і другий біти дорівнюють відповідно, 0, 1, 1, а тому $b_0(6) = 0$, $b_1(6) = 1$ і $b_2(6) = 1$. Величини $g(x, y, u, v)$ і $h(x, y, u, v)$ називаються *ядрами* (або *базовими зображеннями*) WHT. Їхні матриці збігаються. Елементами матриць служать числа $+1$ і -1, які множаться на $1/N$. В результаті, перетворення WHT складається з множення пікселів на $+1$ або -1, додавання та ділення суми на N. Але оскільки $N = 2^n$, то ділення можна робити, зсуваючи розряди чисел вправо на n позицій.

Нагадаємо, що число n визначається із співвідношення $N = 2^n$. Розглянемо, наприклад, $u = 6 = 110_2$. Нульовий, перший і другий біти дорівнюють відповідно, 0, 1, 1, а тому $b_0(6) = 0$, $b_1(6) = 1$ і $b_2(6) = 1$. Величини $g(x, y, u, v)$ і $h(x, y, u, v)$ називаються *ядрами* (або *базовими зображеннями*) WHT. Їхні матриці збігаються. Елементами матриць служать числа $+1$ і -1, які множаться на $1/N$. В результаті, перетворення WHT складається з множення пікселів на $+1$ або -1, додавання та ділення суми на N. Але оскільки $N = 2^n$, то ділення можна робити, зсуваючи розряди чисел вправо на n позицій.

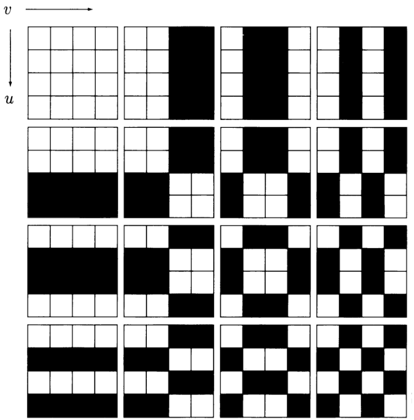


Ядра WHT зображені у графічній формі на рис. при $N = 4$, де білий колір означає $+1$, а чорний -1 (для наочності множник $1/N$ опущено). Рядки та стовпці в блоках занумеровані значеннями u і v від 0 до 3, відповідно. Кількість змін знаків у рядку або стовпці матриці називається *частотністю* рядка або стовпця. Рядки та стовпці на цьому малюнку впорядковані за зростанням частотності. Деякі автори воліють зображати ядра невпорядковано, оскільки це було визначено Волшем і Адамаром.

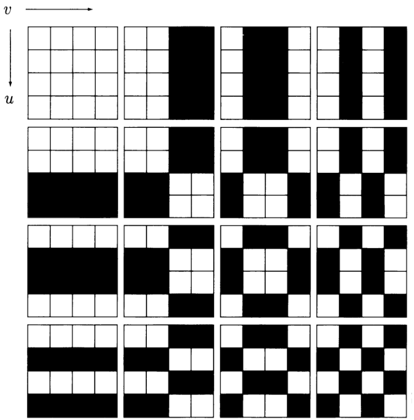
Стиснення зображень. Перетворення Волша–Адамара



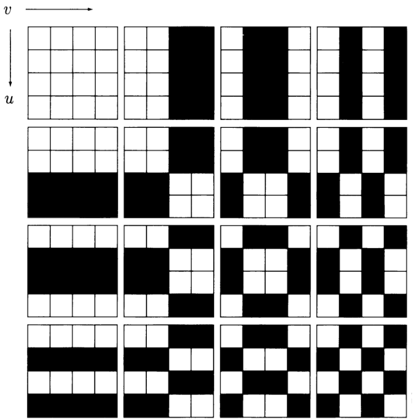
Ядра WHT зображені у графічній формі на рис. при $N = 4$, де білий колір означає $+1$, а чорний -1 (для наочності множник $1/N$ опущено). Рядки та стовпці в блоках занумеровані значеннями u і v від 0 до 3, відповідно. Кількість змін знаків у рядку або стовпці матриці називається *частотністю* рядка або стовпця. Рядки та стовпці на цьому малюнку впорядковані за зростанням частотності. Деякі автори воліють зображати ядра невпорядковано, оскільки це було визначено Волшем і Адамаром.



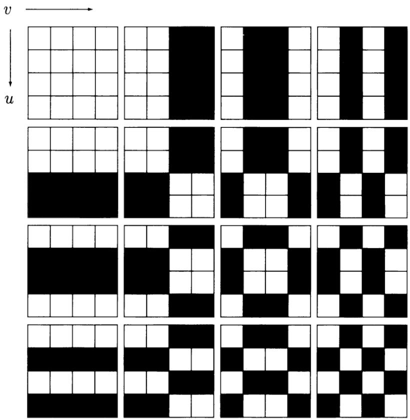
Ядра WHT зображені у графічній формі на рис. при $N = 4$, де білий колір означає $+1$, а чорний -1 (для наочності множник $1/N$ опущено). Рядки та стовпці в блоках занумеровані значеннями u і v від 0 до 3, відповідно. Кількість змін знаків у рядку або стовпці матриці називається *частотністю* рядка або стовпця. Рядки та стовпці на цьому малюнку впорядковані за зростанням частотності. Деякі автори воліють зображати ядра невпорядковано, оскільки це було визначено Волшем і Адамаром.



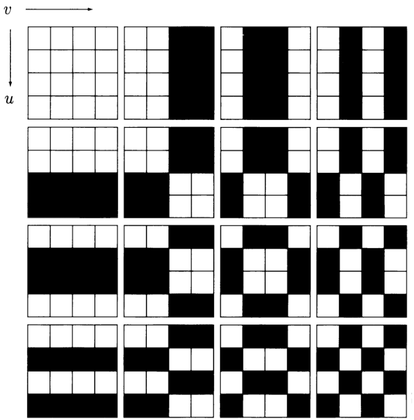
Ядра WHT зображені у графічній формі на рис. при $N = 4$, де білий колір означає $+1$, а чорний -1 (для наочності множник $1/N$ опущено). Рядки та стовпці в блоках занумеровані значеннями u і v від 0 до 3, відповідно. Кількість змін знаків у рядку або стовпці матриці називається *частотністю* рядка або стовпця. Рядки та стовпці на цьому малюнку впорядковані за зростанням частотності. Деякі автори воліють зображати ядра невпорядковано, оскільки це було визначено Волшем і Адамаром.



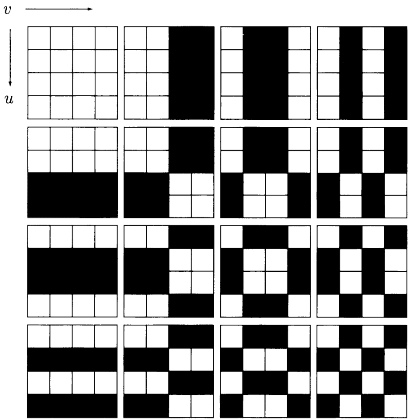
Ядра WHT зображені у графічній формі на рис. при $N = 4$, де білий колір означає $+1$, а чорний -1 (для наочності множник $1/N$ опущено). Рядки та стовпці в блоках занумеровані значеннями u і v від 0 до 3, відповідно. Кількість змін знаків у рядку або стовпці матриці називається *частотністю* рядка або стовпця. Рядки та стовпці на цьому малюнку впорядковані за зростанням частотності. Деякі автори воліють зображати ядра невпорядковано, оскільки це було визначено Волшем і Адамаром.



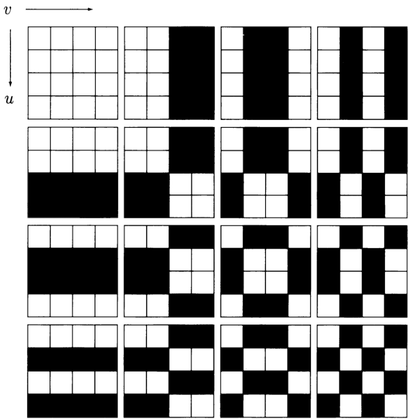
Ядра WHT зображені у графічній формі на рис. при $N = 4$, де білий колір означає $+1$, а чорний -1 (для наочності множник $1/N$ опущено). Рядки та стовпці в блоках занумеровані значеннями u і v від 0 до 3, відповідно. Кількість змін знаків у рядку або стовпці матриці називається *частотністю* рядка або стовпця. Рядки та стовпці на цьому малюнку впорядковані за зростанням частотності. Деякі автори воліють зображати ядра невпорядковано, оскільки це було визначено Волшем і Адамаром.



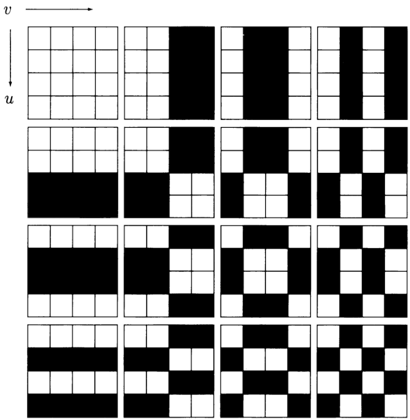
Ядра WHT зображені у графічній формі на рис. при $N = 4$, де білий колір означає $+1$, а чорний -1 (для наочності множник $1/N$ опущено). Рядки та стовпці в блоках занумеровані значеннями u і v від 0 до 3, відповідно. Кількість змін знаків у рядку або стовпці матриці називається *частотністю* рядка або стовпця. Рядки та стовпці на цьому малюнку впорядковані за зростанням частотності. Деякі автори воліють зображати ядра невпорядковано, оскільки це було визначено Волшем і Адамаром.



Ядра WHT зображені у графічній формі на рис. при $N = 4$, де білий колір означає $+1$, а чорний -1 (для наочності множник $1/N$ опущено). Рядки та стовпці в блоках занумеровані значеннями u і v від 0 до 3, відповідно. Кількість змін знаків у рядку або стовпці матриці називається *частотністю* рядка або стовпця. Рядки та стовпці на цьому малюнку впорядковані за зростанням частотності. Деякі автори воліють зображати ядра невпорядковано, оскільки це було визначено Волшем і Адамаром.



Ядра WHT зображені у графічній формі на рис. при $N = 4$, де білий колір означає $+1$, а чорний -1 (для наочності множник $1/N$ опущено). Рядки та стовпці в блоках занумеровані значеннями u і v від 0 до 3, відповідно. Кількість змін знаків у рядку або стовпці матриці називається *частотністю* рядка або стовпця. Рядки та стовпці на цьому малюнку впорядковані за зростанням частотності. Деякі автори воліють зображати ядра невпорядковано, оскільки це було визначено Волшем і Адамаром.



Ядра WHT зображені у графічній формі на рис. при $N = 4$, де білий колір означає $+1$, а чорний -1 (для наочності множник $1/N$ опущено). Рядки та стовпці в блоках занумеровані значеннями u і v від 0 до 3, відповідно. Кількість змін знаків у рядку або стовпці матриці називається *частотністю* рядка або стовпця. Рядки та стовпці на цьому малюнку впорядковані за зростанням частотності. Деякі автори воліють зображати ядра невпорядковано, оскільки це було визначено Волшем і Адамаром.

Стиснення зображень. Перетворення Волша–Адамара

Стиснення зображень за допомогою WHT робиться так само, як і для DCT із заміною рівнянь (4) та (5)

$$G_{ij} = \frac{1}{\sqrt{2n}} C_i C_j \sum_{x=0}^{n-1} \sum_{y=0}^{n-1} p_{xy} \cos\left(\frac{(2y+1)j\pi}{2n}\right) \cos\left(\frac{(2x+1)i\pi}{2n}\right), \qquad (4)$$

$$p_{xy} = \frac{1}{4} \sum_{i=0}^{7} \sum_{j=0}^{7} C_i C_j G_{ij} \cos\left(\frac{(2y+1)j\pi}{2n}\right) \cos\left(\frac{(2x+1)i\pi}{2n}\right), \qquad (5)$$

на (6) та (7), відповідно,

$$\begin{aligned} H(u,v) &= \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} P_{xy}\, g(x,y,u,v) = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} P_{xy}\, (-1)^{\sum_{i=0}^{n} [b_i(x) p_i(u) + b_i(y) p_i(v)]}, \end{aligned} \qquad (6)$$

$$\begin{aligned} P_{xy} &= \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} H(u,v)\, h(x,y,u,v) = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} H(u,v)\, (-1)^{\sum_{i=0}^{n} [b_i(x) p_i(u) + b_i(y) p_i(v)]}. \end{aligned} \qquad (7)$$

Стиснення зображень за допомогою WHT робиться так само, як і для DCT із заміною рівнянь (4) та (5)

$$G_{ij} = \frac{1}{\sqrt{2n}} C_i C_j \sum_{x=0}^{n-1} \sum_{y=0}^{n-1} p_{xy} \cos\left(\frac{(2y+1)j\pi}{2n}\right) \cos\left(\frac{(2x+1)i\pi}{2n}\right), \qquad (4)$$

$$p_{xy} = \frac{1}{4} \sum_{i=0}^{7} \sum_{j=0}^{7} C_i C_j G_{ij} \cos\left(\frac{(2y+1)j\pi}{2n}\right) \cos\left(\frac{(2x+1)i\pi}{2n}\right), \qquad (5)$$

на (6) та (7), відповідно,

$$\begin{aligned} H(u,v) &= \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} P_{xy}\, g(x,y,u,v) = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} P_{xy}\, (-1)^{\sum_{i=0}^{n} [b_i(x) p_i(u) + b_i(y) p_i(v)]}, \end{aligned} \qquad (6)$$

$$\begin{aligned} P_{xy} &= \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} H(u,v)\, h(x,y,u,v) = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} H(u,v)\, (-1)^{\sum_{i=0}^{n} [b_i(x) p_i(u) + b_i(y) p_i(v)]}. \end{aligned} \qquad (7)$$

Стиснення зображень за допомогою WHT робиться так само, як і для DCT із заміною рівнянь (4) та (5)

$$G_{ij} = \frac{1}{\sqrt{2n}} C_i C_j \sum_{x=0}^{n-1} \sum_{y=0}^{n-1} p_{xy} \cos\left(\frac{(2y+1)j\pi}{2n}\right) \cos\left(\frac{(2x+1)i\pi}{2n}\right), \tag{4}$$

$$p_{xy} = \frac{1}{4} \sum_{i=0}^{7} \sum_{j=0}^{7} C_i C_j G_{ij} \cos\left(\frac{(2y+1)j\pi}{2n}\right) \cos\left(\frac{(2x+1)i\pi}{2n}\right), \tag{5}$$

на (6) та (7), відповідно,

$$\begin{aligned} H(u,v) &= \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} P_{xy}\, g(x,y,u,v) = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} P_{xy}\, (-1)^{\sum_{i=0}^{n} [b_i(x)p_i(u) + b_i(y)p_i(v)]}, \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned} P_{xy} &= \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} H(u,v)\, h(x,y,u,v) = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} H(u,v)\, (-1)^{\sum_{i=0}^{n} [b_i(x)p_i(u) + b_i(y)p_i(v)]}. \end{aligned} \tag{7}$$

Стиснення зображень за допомогою WHT робиться так само, як і для DCT із заміною рівнянь (4) та (5)

$$G_{ij} = \frac{1}{\sqrt{2n}} C_i C_j \sum_{x=0}^{n-1} \sum_{y=0}^{n-1} p_{xy} \cos\left(\frac{(2y+1)j\pi}{2n}\right) \cos\left(\frac{(2x+1)i\pi}{2n}\right), \tag{4}$$

$$p_{xy} = \frac{1}{4} \sum_{i=0}^{7} \sum_{j=0}^{7} C_i C_j G_{ij} \cos\left(\frac{(2y+1)j\pi}{2n}\right) \cos\left(\frac{(2x+1)i\pi}{2n}\right), \tag{5}$$

на (6) та (7), відповідно,

$$\begin{aligned} H(u,v) &= \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} P_{xy}\, g(x,y,u,v) = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} P_{xy}\, (-1)^{\sum_{i=0}^{n} [b_i(x)p_i(u) + b_i(y)p_i(v)]}, \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned} P_{xy} &= \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} H(u,v)\, h(x,y,u,v) = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} H(u,v)\, (-1)^{\sum_{i=0}^{n} [b_i(x)p_i(u) + b_i(y)p_i(v)]}. \end{aligned} \tag{7}$$

Стиснення зображень за допомогою WHT робиться так само, як і для DCT із заміною рівнянь (4) та (5)

$$G_{ij} = \frac{1}{\sqrt{2n}} C_i C_j \sum_{x=0}^{n-1} \sum_{y=0}^{n-1} p_{xy} \cos\left(\frac{(2y+1)j\pi}{2n}\right) \cos\left(\frac{(2x+1)i\pi}{2n}\right), \tag{4}$$

$$p_{xy} = \frac{1}{4} \sum_{i=0}^{7} \sum_{j=0}^{7} C_i C_j G_{ij} \cos\left(\frac{(2y+1)j\pi}{2n}\right) \cos\left(\frac{(2x+1)i\pi}{2n}\right), \tag{5}$$

на (6) та (7), відповідно,

$$\begin{aligned} H(u,v) &= \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} P_{xy}\, g(x,y,u,v) = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} P_{xy}\, (-1)^{\sum_{i=0}^{n} [b_i(x)p_i(u) + b_i(y)p_i(v)]}, \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned} P_{xy} &= \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} H(u,v)\, h(x,y,u,v) = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} H(u,v)\, (-1)^{\sum_{i=0}^{n} [b_i(x)p_i(u) + b_i(y)p_i(v)]}. \end{aligned} \tag{7}$$

Стиснення зображень за допомогою WHT робиться так само, як і для DCT із заміною рівнянь (4) та (5)

$$G_{ij} = \frac{1}{\sqrt{2n}} C_i C_j \sum_{x=0}^{n-1} \sum_{y=0}^{n-1} p_{xy} \cos\left(\frac{(2y+1)j\pi}{2n}\right) \cos\left(\frac{(2x+1)i\pi}{2n}\right), \qquad (4)$$

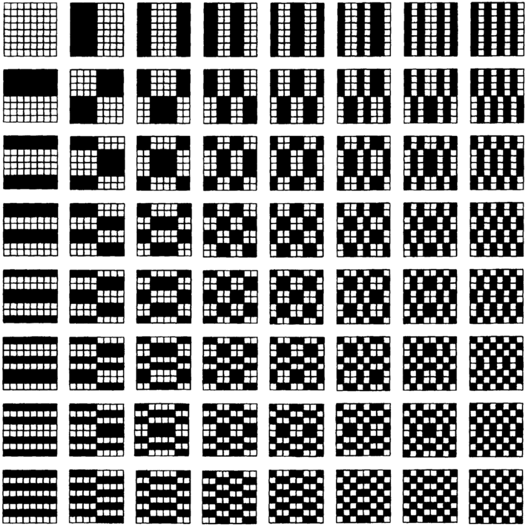
$$p_{xy} = \frac{1}{4} \sum_{i=0}^{7} \sum_{j=0}^{7} C_i C_j G_{ij} \cos\left(\frac{(2y+1)j\pi}{2n}\right) \cos\left(\frac{(2x+1)i\pi}{2n}\right), \qquad (5)$$

на (6) та (7), відповідно,

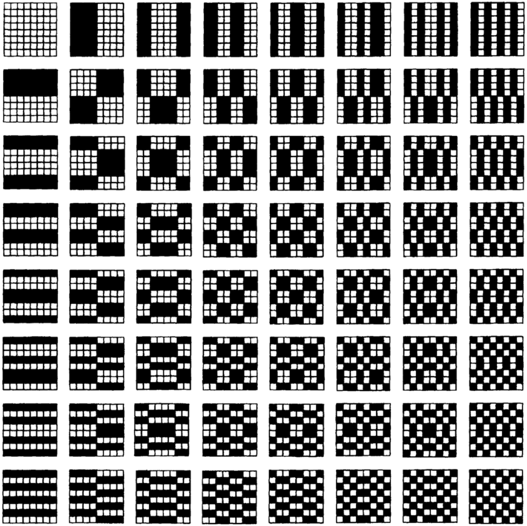
$$\begin{aligned} H(u,v) &= \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} P_{xy}\, g(x,y,u,v) = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} P_{xy}\, (-1)^{\sum_{i=0}^{n} [b_i(x)p_i(u) + b_i(y)p_i(v)]}, \end{aligned} \qquad (6)$$

$$\begin{aligned} P_{xy} &= \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} H(u,v)\, h(x,y,u,v) = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} H(u,v)\, (-1)^{\sum_{i=0}^{n} [b_i(x)p_i(u) + b_i(y)p_i(v)]}. \end{aligned} \qquad (7)$$

Стиснення зображень. Перетворення Волша–Адамара

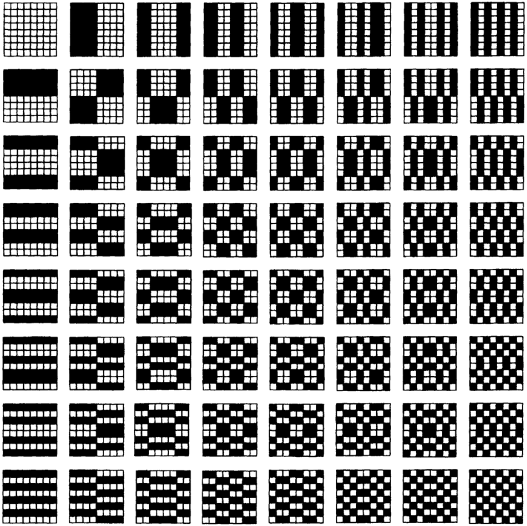


На рис. зображено 64 базові зображення WHT. Розглянуто випадок $N = 8$. Кожне базове зображення — це таблиця пікселів розміру 8×8.



На рис. зображено 64 базові зображення WHT. Розглянуто випадок $N = 8$. Кожне базове зображення — це таблиця пікселів розміру 8×8.

Стиснення зображень. Перетворення Волша–Адамара



На рис. зображено 64 базові зображення WHT. Розглянуто випадок $N = 8$. Кожне базове зображення — це таблиця пікселів розміру 8×8.

Дякую за увагу!