Ойлерові цикли

Дискретна математика

Лекція 27

Нагадаємо, що цикл зв'язного графа G, який містить всі ребра графа G без повторень, називається ***ойлеровим***.

Негативна відповідь на головоломку про Кьоніґсберські мости (див. лекцію 25) випливає з такої теореми Ойлера.

Теорема 3.3.1

Граф містить ойлерів цикл тоді і тільки тоді, коли він зв'язний і степені всіх його вершин — парні.

Доведення. Якщо граф ойлерів, то він зв'язний і при обході ойлерового циклу вхід і вихід у чергову вершину дає дві одиниці в її степінь, оскільки ребра графа не повторюються. Позаяк обходяться всі ребра графа, то степені всіх вершин графа — парні.

Тепер припустимо, що зв'язний граф G має парні степені вершин. Зафіксуємо вершину x_0 і перейдемо від неї до вершини x_1 деяким ребром y_0, пофарбувавши його подумки в довільний колір. Оскільки степінь вершини x_1 парний, то з вершини x_1 рушимо у вершину x_2 по непофарбованому ребру, пофарбувавши його після проходження. Рухаючись так по непофарбованих ребрах, ми повинні повернутися до початкової вершини x_0, проходячи іншими вершинами, можливо, декілька разів, оскільки в протилежному випадку вершина $x_i \neq x_0$, з якої ми не можемо рухатися далі, мала б непарний степінь.

Нагадаємо, що цикл зв'язного графа G, який містить всі ребра графа G без повторень, називається ***ойлеровим***.

Негативна відповідь на головоломку про Кьоніґсберські мости (див. лекцію 25) випливає з такої теореми Ойлера.

Теорема 3.3.1

Граф містить ойлерів цикл тоді і тільки тоді, коли він зв'язний і степені всіх його вершин — парні.

Доведення. Якщо граф ойлерів, то він зв'язний і при обході ойлерового циклу вхід і вихід у чергову вершину дає дві одиниці в її степінь, оскільки ребра графа не повторюються. Позаяк обходяться всі ребра графа, то степені всіх вершин графа — парні.

Тепер припустимо, що зв'язний граф G має парні степені вершин. Зафіксуємо вершину x_0 і перейдемо від неї до вершини x_1 деяким ребром y_0, пофарбувавши його подумки в довільний колір. Оскільки степінь вершини x_1 парний, то з вершини x_1 рушимо у вершину x_2 по непофарбованому ребру, пофарбувавши його після проходження. Рухаючись так по непофарбованих ребрах, ми повинні повернутися до початкової вершини x_0, проходячи іншими вершинами, можливо, декілька разів, оскільки в протилежному випадку вершина $x_i \neq x_0$, з якої ми не можемо рухатися далі, мала б непарний степінь.

Лекція 27: Ойлерові цикли

Нагадаємо, що цикл зв'язного графа G, який містить всі ребра графа G без повторень, називається ***ойлеровим***.

Негативна відповідь на головоломку про Кьоніґсберські мости (див. лекцію 25) випливає з такої теореми Ойлера.

Теорема 3.3.1

Граф містить ойлерів цикл тоді і тільки тоді, коли він зв'язний і степені всіх його вершин — парні.

Доведення. Якщо граф ойлерів, то він зв'язний і при обході ойлерового циклу вхід і вихід у чергову вершину дає дві одиниці в її степінь, оскільки ребра графа не повторюються. Позаяк обходяться всі ребра графа, то степені всіх вершин графа — парні.

Тепер припустимо, що зв'язний граф G має парні степені вершин. Зафіксуємо вершину x_0 і перейдемо від неї до вершини x_1 деяким ребром y_0, пофарбувавши його подумки в довільний колір. Оскільки степінь вершини x_1 парний, то з вершини x_1 рушимо у вершину x_2 по непофарбованому ребру, пофарбувавши його після проходження. Рухаючись так по непофарбованих ребрах, ми повинні повернутися до початкової вершини x_0, проходячи іншими вершинами, можливо, декілька разів, оскільки в протилежному випадку вершина $x_i \neq x_0$, з якої ми не можемо рухатися далі, мала б непарний степінь.

Нагадаємо, що цикл зв'язного графа G, який містить всі ребра графа G без повторень, називається ***ойлеровим***.

Негативна відповідь на головоломку про Кьоніґсберські мости (див. лекцію 25) випливає з такої теореми Ойлера.

Теорема 3.3.1

Граф містить ойлерів цикл тоді і тільки тоді, коли він зв'язний і степені всіх його вершин — парні.

Доведення. Якщо граф ойлерів, то він зв'язний і при обході ойлерового циклу вхід і вихід у чергову вершину дає дві одиниці в її степінь, оскільки ребра графа не повторюються. Позаяк обходяться всі ребра графа, то степені всіх вершин графа — парні.

Тепер припустимо, що зв'язний граф G має парні степені вершин. Зафіксуємо вершину x_0 і перейдемо від неї до вершини x_1 деяким ребром y_0, пофарбувавши його подумки в довільний колір. Оскільки степінь вершини x_1 парний, то з вершини x_1 рушимо у вершину x_2 по непофарбованому ребру, пофарбувавши його після проходження. Рухаючись так по непофарбованих ребрах, ми повинні повернутися до початкової вершини x_0, проходячи іншими вершинами, можливо, декілька разів, оскільки в протилежному випадку вершина $x_i \neq x_0$, з якої ми не можемо рухатися далі, мала б непарний степінь.

Нагадаємо, що цикл зв'язного графа G, який містить всі ребра графа G без повторень, називається ***ойлеровим***.

Негативна відповідь на головоломку про Кьоніґсберські мости (див. лекцію 25) випливає з такої теореми Ойлера.

Теорема 3.3.1

Граф містить ойлерів цикл тоді і тільки тоді, коли він зв'язний і степені всіх його вершин — парні.

Доведення. Якщо граф ойлерів, то він зв'язний і при обході ойлерового циклу вхід і вихід у чергову вершину дає дві одиниці в її степінь, оскільки ребра графа не повторюються. Позаяк обходяться всі ребра графа, то степені всіх вершин графа — парні.

Тепер припустимо, що зв'язний граф G має парні степені вершин. Зафіксуємо вершину x_0 і перейдемо від неї до вершини x_1 деяким ребром y_0, пофарбувавши його подумки в довільний колір. Оскільки степінь вершини x_1 парний, то з вершини x_1 рушимо у вершину x_2 по непофарбованому ребру, пофарбувавши його після проходження. Рухаючись так по непофарбованих ребрах, ми повинні повернутися до початкової вершини x_0, проходячи іншими вершинами, можливо, декілька разів, оскільки в протилежному випадку вершина $x_i \neq x_0$, з якої ми не можемо рухатися далі, мала б непарний степінь.

Нагадаємо, що цикл зв'язного графа G, який містить всі ребра графа G без повторень, називається ***ойлеровим***.

Негативна відповідь на головоломку про Кьоніґсберські мости (див. лекцію 25) випливає з такої теореми Ойлера.

Теорема 3.3.1

Граф містить ойлерів цикл тоді і тільки тоді, коли він зв'язний і степені всіх його вершин — парні.

Доведення. Якщо граф ойлерів, то він зв'язний і при обході ойлерового циклу вхід і вихід у чергову вершину дає дві одиниці в її степінь, оскільки ребра графа не повторюються. Позаяк обходяться всі ребра графа, то степені всіх вершин графа — парні.

Тепер припустимо, що зв'язний граф G має парні степені вершин. Зафіксуємо вершину x_0 і перейдемо від неї до вершини x_1 деяким ребром y_0, пофарбувавши його подумки в довільний колір. Оскільки степінь вершини x_1 парний, то з вершини x_1 рушимо у вершину x_2 по непофарбованому ребру, пофарбувавши його після проходження. Рухаючись так по непофарбованих ребрах, ми повинні повернутися до початкової вершини x_0, проходячи іншими вершинами, можливо, декілька разів, оскільки в протилежному випадку вершина $x_i \neq x_0$, з якої ми не можемо рухатися далі, мала б непарний степінь.

Нагадаємо, що цикл зв'язного графа G, який містить всі ребра графа G без повторень, називається ***ойлеровим***.

Негативна відповідь на головоломку про Кьоніґсберські мости (див. лекцію 25) випливає з такої теореми Ойлера.

Теорема 3.3.1

Граф містить ойлерів цикл тоді і тільки тоді, коли він зв'язний і степені всіх його вершин — парні.

Доведення. Якщо граф ойлерів, то він зв'язний і при обході ойлерового циклу вхід і вихід у чергову вершину дає дві одиниці в її степінь, оскільки ребра графа не повторюються. Позаяк обходяться всі ребра графа, то степені всіх вершин графа — парні.

Тепер припустимо, що зв'язний граф G має парні степені вершин. Зафіксуємо вершину x_0 і перейдемо від неї до вершини x_1 деяким ребром y_0, пофарбувавши його подумки в довільний колір. Оскільки степінь вершини x_1 парний, то з вершини x_1 рушимо у вершину x_2 по непофарбованому ребру, пофарбувавши його після проходження. Рухаючись так по непофарбованих ребрах, ми повинні повернутися до початкової вершини x_0, проходячи іншими вершинами, можливо, декілька разів, оскільки в протилежному випадку вершина $x_i \neq x_0$, з якої ми не можемо рухатися далі, мала б непарний степінь.

Нагадаємо, що цикл зв'язного графа G, який містить всі ребра графа G без повторень, називається ***ойлеровим***.

Негативна відповідь на головоломку про Кьоніґсберські мости (див. лекцію 25) випливає з такої теореми Ойлера.

Теорема 3.3.1

Граф містить ойлерів цикл тоді і тільки тоді, коли він зв'язний і степені всіх його вершин — парні.

Доведення. Якщо граф ойлерів, то він зв'язний і при обході ойлерового циклу вхід і вихід у чергову вершину дає дві одиниці в її степінь, оскільки ребра графа не повторюються. Позаяк обходяться всі ребра графа, то степені всіх вершин графа — парні.

Тепер припустимо, що зв'язний граф G має парні степені вершин. Зафіксуємо вершину x_0 і перейдемо від неї до вершини x_1 деяким ребром y_0, пофарбувавши його подумки в довільний колір. Оскільки степінь вершини x_1 парний, то з вершини x_1 рушимо у вершину x_2 по непофарбованому ребру, пофарбувавши його після проходження. Рухаючись так по непофарбованих ребрах, ми повинні повернутися до початкової вершини x_0, проходячи іншими вершинами, можливо, декілька разів, оскільки в протилежному випадку вершина $x_i \neq x_0$, з якої ми не можемо рухатися далі, мала б непарний степінь.

Нагадаємо, що цикл зв'язного графа G, який містить всі ребра графа G без повторень, називається ***ойлеровим***.

Негативна відповідь на головоломку про Кьоніґсберські мости (див. лекцію 25) випливає з такої теореми Ойлера.

Теорема 3.3.1

Граф містить ойлерів цикл тоді і тільки тоді, коли він зв'язний і степені всіх його вершин — парні.

Доведення. Якщо граф ойлерів, то він зв'язний і при обході ойлерового циклу вхід і вихід у чергову вершину дає дві одиниці в її степінь, оскільки ребра графа не повторюються. Позаяк обходяться всі ребра графа, то степені всіх вершин графа — парні.

Тепер припустимо, що зв'язний граф G має парні степені вершин. Зафіксуємо вершину x_0 і перейдемо від неї до вершини x_1 деяким ребром y_0, пофарбувавши його подумки в довільний колір. Оскільки степінь вершини x_1 парний, то з вершини x_1 рушимо у вершину x_2 по непофарбованому ребру, пофарбувавши його після проходження. Рухаючись так по непофарбованих ребрах, ми повинні повернутися до початкової вершини x_0, проходячи іншими вершинами, можливо, декілька разів, оскільки в протилежному випадку вершина $x_i \neq x_0$, з якої ми не можемо рухатися далі, мала б непарний степінь.

Нагадаємо, що цикл зв'язного графа G, який містить всі ребра графа G без повторень, називається ***ойлеровим***.

Негативна відповідь на головоломку про Кьоніґсберські мости (див. лекцію 25) випливає з такої теореми Ойлера.

Теорема 3.3.1

Граф містить ойлерів цикл тоді і тільки тоді, коли він зв'язний і степені всіх його вершин — парні.

Доведення. Якщо граф ойлерів, то він зв'язний і при обході ойлерового циклу вхід і вихід у чергову вершину дає дві одиниці в її степінь, оскільки ребра графа не повторюються. Позаяк обходяться всі ребра графа, то степені всіх вершин графа — парні.

Тепер припустимо, що зв'язний граф G має парні степені вершин. Зафіксуємо вершину x_0 і перейдемо від неї до вершини x_1 деяким ребром y_0, пофарбувавши його подумки в довільний колір. Оскільки степінь вершини x_1 парний, то з вершини x_1 рушимо у вершину x_2 по непофарбованому ребру, пофарбувавши його після проходження. Рухаючись так по непофарбованих ребрах, ми повинні повернутися до початкової вершини x_0, проходячи іншими вершинами, можливо, декілька разів, оскільки в протилежному випадку вершина $x_i \neq x_0$, з якої ми не можемо рухатися далі, мала б непарний степінь.

Нагадаємо, що цикл зв'язного графа G, який містить всі ребра графа G без повторень, називається ***ойлеровим***.

Негативна відповідь на головоломку про Кьоніґсберські мости (див. лекцію 25) випливає з такої теореми Ойлера.

Теорема 3.3.1

Граф містить ойлерів цикл тоді і тільки тоді, коли він зв'язний і степені всіх його вершин — парні.

Доведення. Якщо граф ойлерів, то він зв'язний і при обході ойлерового циклу вхід і вихід у чергову вершину дає дві одиниці в її степінь, оскільки ребра графа не повторюються. Позаяк обходяться всі ребра графа, то степені всіх вершин графа — парні.

Тепер припустимо, що зв'язний граф G має парні степені вершин. Зафіксуємо вершину x_0 і перейдемо від неї до вершини x_1 деяким ребром y_0, пофарбувавши його подумки в довільний колір. Оскільки степінь вершини x_1 парний, то з вершини x_1 рушимо у вершину x_2 по непофарбованому ребру, пофарбувавши його після проходження. Рухаючись так по непофарбованих ребрах, ми повинні повернутися до початкової вершини x_0, проходячи іншими вершинами, можливо, декілька разів, оскільки в протилежному випадку вершина $x_i \neq x_0$, з якої ми не можемо рухатися далі, мала б непарний степінь.

Нагадаємо, що цикл зв'язного графа G, який містить всі ребра графа G без повторень, називається ***ойлеровим***.

Негативна відповідь на головоломку про Кьоніґсберські мости (див. лекцію 25) випливає з такої теореми Ойлера.

Теорема 3.3.1

Граф містить ойлерів цикл тоді і тільки тоді, коли він зв'язний і степені всіх його вершин — парні.

Доведення. Якщо граф ойлерів, то він зв'язний і при обході ойлерового циклу вхід і вихід у чергову вершину дає дві одиниці в її степінь, оскільки ребра графа не повторюються. Позаяк обходяться всі ребра графа, то степені всіх вершин графа — парні.

Тепер припустимо, що зв'язний граф G має парні степені вершин. Зафіксуємо вершину x_0 і перейдемо від неї до вершини x_1 деяким ребром y_0, пофарбувавши його подумки в довільний колір. Оскільки степінь вершини x_1 парний, то з вершини x_1 рушимо у вершину x_2 по непофарбованому ребру, пофарбувавши його після проходження. Рухаючись так по непофарбованих ребрах, ми повинні повернутися до початкової вершини x_0, проходячи іншими вершинами, можливо, декілька разів, оскільки в протилежному випадку вершина $x_i \neq x_0$, з якої ми не можемо рухатися далі, мала б непарний степінь.

Нагадаємо, що цикл зв'язного графа G, який містить всі ребра графа G без повторень, називається ***ойлеровим***.

Негативна відповідь на головоломку про Кьоніґсберські мости (див. лекцію 25) випливає з такої теореми Ойлера.

Теорема 3.3.1

Граф містить ойлерів цикл тоді і тільки тоді, коли він зв'язний і степені всіх його вершин — парні.

Доведення. Якщо граф ойлерів, то він зв'язний і при обході ойлерового циклу вхід і вихід у чергову вершину дає дві одиниці в її степінь, оскільки ребра графа не повторюються. Позаяк обходяться всі ребра графа, то степені всіх вершин графа — парні.

Тепер припустимо, що зв'язний граф G має парні степені вершин. Зафіксуємо вершину x_0 і перейдемо від неї до вершини x_1 деяким ребром y_0, пофарбувавши його подумки в довільний колір. Оскільки степінь вершини x_1 парний, то з вершини x_1 рушимо у вершину x_2 по непофарбованому ребру, пофарбувавши його після проходження. Рухаючись так по непофарбованих ребрах, ми повинні повернутися до початкової вершини x_0, проходячи іншими вершинами, можливо, декілька разів, оскільки в протилежному випадку вершина $x_i \neq x_0$, з якої ми не можемо рухатися далі, мала б непарний степінь.

Нагадаємо, що цикл зв'язного графа G, який містить всі ребра графа G без повторень, називається ***ойлеровим***.

Негативна відповідь на головоломку про Кьоніґсберські мости (див. лекцію 25) випливає з такої теореми Ойлера.

Теорема 3.3.1

Граф містить ойлерів цикл тоді і тільки тоді, коли він зв'язний і степені всіх його вершин — парні.

Доведення. Якщо граф ойлерів, то він зв'язний і при обході ойлерового циклу вхід і вихід у чергову вершину дає дві одиниці в її степінь, оскільки ребра графа не повторюються. Позаяк обходяться всі ребра графа, то степені всіх вершин графа — парні.

Тепер припустимо, що зв'язний граф G має парні степені вершин. Зафіксуємо вершину x_0 і перейдемо від неї до вершини x_1 деяким ребром y_0, пофарбувавши його подумки в довільний колір. Оскільки степінь вершини x_1 парний, то з вершини x_1 рушимо у вершину x_2 по непофарбованому ребру, пофарбувавши його після проходження. Рухаючись так по непофарбованих ребрах, ми повинні повернутися до початкової вершини x_0, проходячи іншими вершинами, можливо, декілька разів, оскільки в протилежному випадку вершина $x_i \neq x_0$, з якої ми не можемо рухатися далі, мала б непарний степінь.

Нагадаємо, що цикл зв'язного графа G, який містить всі ребра графа G без повторень, називається ***ойлеровим***.

Негативна відповідь на головоломку про Кьоніґсберські мости (див. лекцію 25) випливає з такої теореми Ойлера.

Теорема 3.3.1

Граф містить ойлерів цикл тоді і тільки тоді, коли він зв'язний і степені всіх його вершин — парні.

Доведення. Якщо граф ойлерів, то він зв'язний і при обході ойлерового циклу вхід і вихід у чергову вершину дає дві одиниці в її степінь, оскільки ребра графа не повторюються. Позаяк обходяться всі ребра графа, то степені всіх вершин графа — парні.

Тепер припустимо, що зв'язний граф G має парні степені вершин. Зафіксуємо вершину x_0 і перейдемо від неї до вершини x_1 деяким ребром y_0, пофарбувавши його подумки в довільний колір. Оскільки степінь вершини x_1 парний, то з вершини x_1 рушимо у вершину x_2 по непофарбованому ребру, пофарбувавши його після проходження. Рухаючись так по непофарбованих ребрах, ми повинні повернутися до початкової вершини x_0, проходячи іншими вершинами, можливо, декілька разів, оскільки в протилежному випадку вершина $x_i \neq x_0$, з якої ми не можемо рухатися далі, мала б непарний степінь.

Нагадаємо, що цикл зв'язного графа G, який містить всі ребра графа G без повторень, називається ***ойлеровим***.

Негативна відповідь на головоломку про Кьоніґсберські мости (див. лекцію 25) випливає з такої теореми Ойлера.

Теорема 3.3.1

Граф містить ойлерів цикл тоді і тільки тоді, коли він зв'язний і степені всіх його вершин — парні.

Доведення. Якщо граф ойлерів, то він зв'язний і при обході ойлерового циклу вхід і вихід у чергову вершину дає дві одиниці в її степінь, оскільки ребра графа не повторюються. Позаяк обходяться всі ребра графа, то степені всіх вершин графа — парні.

Тепер припустимо, що зв'язний граф G має парні степені вершин. Зафіксуємо вершину x_0 і перейдемо від неї до вершини x_1 деяким ребром y_0, пофарбувавши його подумки в довільний колір. Оскільки степінь вершини x_1 парний, то з вершини x_1 рушимо у вершину x_2 по непофарбованому ребру, пофарбувавши його після проходження. Рухаючись так по непофарбованих ребрах, ми повинні повернутися до початкової вершини x_0, проходячи іншими вершинами, можливо, декілька разів, оскільки в протилежному випадку вершина $x_i \neq x_0$, з якої ми не можемо рухатися далі, мала б непарний степінь.

Нагадаємо, що цикл зв'язного графа G, який містить всі ребра графа G без повторень, називається ***ойлеровим***.

Негативна відповідь на головоломку про Кьоніґсберські мости (див. лекцію 25) випливає з такої теореми Ойлера.

Теорема 3.3.1

Граф містить ойлерів цикл тоді і тільки тоді, коли він зв'язний і степені всіх його вершин — парні.

Доведення. Якщо граф ойлерів, то він зв'язний і при обході ойлерового циклу вхід і вихід у чергову вершину дає дві одиниці в її степінь, оскільки ребра графа не повторюються. Позаяк обходяться всі ребра графа, то степені всіх вершин графа — парні.

Тепер припустимо, що зв'язний граф G має парні степені вершин. Зафіксуємо вершину x_0 і перейдемо від неї до вершини x_1 деяким ребром y_0, пофарбувавши його подумки в довільний колір. Оскільки степінь вершини x_1 парний, то з вершини x_1 рушимо у вершину x_2 по непофарбованому ребру, пофарбувавши його після проходження. Рухаючись так по непофарбованих ребрах, ми повинні повернутися до початкової вершини x_0, проходячи іншими вершинами, можливо, декілька разів, оскільки в протилежному випадку вершина $x_i \neq x_0$, з якої ми не можемо рухатися далі, мала б непарний степінь.

Повернувшись перший раз у вершину x_0, ми пофарбуємо граф G_0, який за побудовою є ойлеровим циклом. Якщо $G_0 \neq G$, то зі зв'язності графа G випливає, що існує хоча б одне непофарбоване ребро $\overline{y}$, яке з'єднується з підграфом G_0 непофарбованим ланцюгом z, який, можливо, має нульову довжину (див. рис.).

Вилучимо з графа G пофарбовані ребра, внаслідок цього отримаємо граф з парними степенями вершин. Знайдемо вершину $\overline{x}$ дотику ланцюга $z \cup \overline{y}$ до підграфа G_0. Починаючи з вершини $\overline{x}$, можна виділити з непофарбованих ребер новий цикл G_1, що місить ланцюг $z \cup \overline{y}$ і в поєднанні підграфом G_0 також утворює ойлеровий цикл у графі $G_1 \cup G_0$. Нарощуючи вище описаним чином цикли, ми вичерпаємо весь скінченний граф G ойлеровим циклом.

Повернувшись перший раз у вершину x_0, ми пофарбуємо граф G_0, який за побудовою є ойлеровим циклом. Якщо $G_0 \neq G$, то зі зв'язності графа G випливає, що існує хоча б одне непофарбоване ребро $\overline{y}$, яке з'єднується з підграфом G_0 непофарбованим ланцюгом z, який, можливо, має нульову довжину (див. рис.).

Вилучимо з графа G пофарбовані ребра, внаслідок цього отримаємо граф з парними степенями вершин. Знайдемо вершину $\overline{x}$ дотику ланцюга $z \cup \overline{y}$ до підграфа G_0. Починаючи з вершини $\overline{x}$, можна виділити з непофарбованих ребер новий цикл G_1, що місить ланцюг $z \cup \overline{y}$ і в поєднанні підграфом G_0 також утворює ойлеровий цикл у графі $G_1 \cup G_0$. Нарощуючи вище описаним чином цикли, ми вичерпаємо весь скінченний граф G ойлеровим циклом.

Повернувшись перший раз у вершину x_0, ми пофарбуємо граф G_0, який за побудовою є ойлеровим циклом. Якщо $G_0 \neq G$, то зі зв'язності графа G випливає, що існує хоча б одне непофарбоване ребро $\overline{y}$, яке з'єднується з підграфом G_0 непофарбованим ланцюгом z, який, можливо, має нульову довжину (див. рис.).

Вилучимо з графа G пофарбовані ребра, внаслідок цього отримаємо граф з парними степенями вершин. Знайдемо вершину $\overline{x}$ дотику ланцюга $z \cup \overline{y}$ до підграфа G_0. Починаючи з вершини $\overline{x}$, можна виділити з непофарбованих ребер новий цикл G_1, що місить ланцюг $z \cup \overline{y}$ і в поєднанні підграфом G_0 також утворює ойлеровий цикл у графі $G_1 \cup G_0$. Нарощуючи вище описаним чином цикли, ми вичерпаємо весь скінченний граф G ойлеровим циклом.

Повернувшись перший раз у вершину x_0, ми пофарбуємо граф G_0, який за побудовою є ойлеровим циклом. Якщо $G_0 \neq G$, то зі зв'язності графа G випливає, що існує хоча б одне непофарбоване ребро $\overline{y}$, яке з'єднується з підграфом G_0 непофарбованим ланцюгом z, який, можливо, має нульову довжину (див. рис.).

Вилучимо з графа G пофарбовані ребра, внаслідок цього отримаємо граф з парними степенями вершин. Знайдемо вершину $\overline{x}$ дотику ланцюга $z \cup \overline{y}$ до підграфа G_0. Починаючи з вершини $\overline{x}$, можна виділити з непофарбованих ребер новий цикл G_1, що місить ланцюг $z \cup \overline{y}$ і в поєднанні підграфом G_0 також утворює ойлеровий цикл у графі $G_1 \cup G_0$. Нарощуючи вище описаним чином цикли, ми вичерпаємо весь скінченний граф G ойлеровим циклом. ■

Повернувшись перший раз у вершину x_0, ми пофарбуємо граф G_0, який за побудовою є ойлеровим циклом. Якщо $G_0 \neq G$, то зі зв'язності графа G випливає, що існує хоча б одне непофарбоване ребро $\overline{y}$, яке з'єднується з підграфом G_0 непофарбованим ланцюгом z, який, можливо, має нульову довжину (див. рис.).

Вилучимо з графа G пофарбовані ребра, внаслідок цього отримаємо граф з парними степенями вершин. Знайдемо вершину $\overline{x}$ дотику ланцюга $z \cup \overline{y}$ до підграфа G_0. Починаючи з вершини $\overline{x}$, можна виділити з непофарбованих ребер новий цикл G_1, що місить ланцюг $z \cup \overline{y}$ і в поєднанні підграфом G_0 також утворює ойлеровий цикл у графі $G_1 \cup G_0$. Нарощуючи вище описаним чином цикли, ми вичерпаємо весь скінченний граф G ойлеровим циклом.

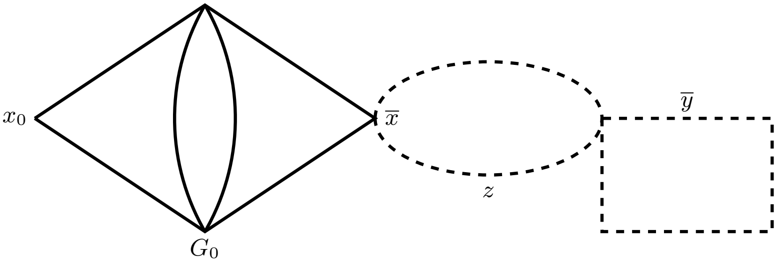
Повернувшись перший раз у вершину x_0, ми пофарбуємо граф G_0, який за побудовою є ойлеровим циклом. Якщо $G_0 \neq G$, то зі зв'язності графа G випливає, що існує хоча б одне непофарбоване ребро $\overline{y}$, яке з'єднується з підграфом G_0 непофарбованим ланцюгом z, який, можливо, має нульову довжину (див. рис.).

Вилучимо з графа G пофарбовані ребра, внаслідок цього отримаємо граф з парними степенями вершин. Знайдемо вершину $\overline{x}$ дотику ланцюга $z \cup \overline{y}$ до підграфа G_0. Починаючи з вершини $\overline{x}$, можна виділити з непофарбованих ребер новий цикл G_1, що місить ланцюг $z \cup \overline{y}$ і в поєднанні підграфом G_0 також утворює ойлеровий цикл у графі $G_1 \cup G_0$. Нарощуючи вище описаним чином цикли, ми вичерпаємо весь скінченний граф G ойлеровим циклом.

Повернувшись перший раз у вершину x_0, ми пофарбуємо граф G_0, який за побудовою є ойлеровим циклом. Якщо $G_0 \neq G$, то зі зв'язності графа G випливає, що існує хоча б одне непофарбоване ребро $\overline{y}$, яке з'єднується з підграфом G_0 непофарбованим ланцюгом z, який, можливо, має нульову довжину (див. рис.).

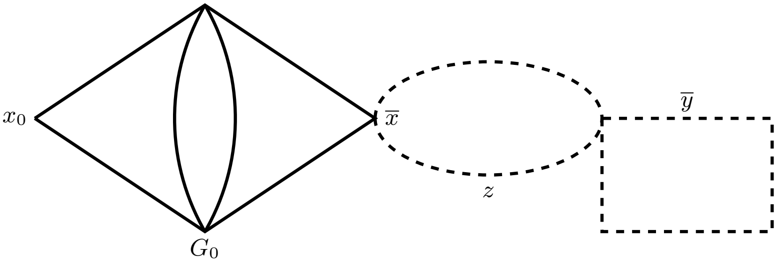
Вилучимо з графа G пофарбовані ребра, внаслідок цього отримаємо граф з парними степенями вершин. Знайдемо вершину $\overline{x}$ дотику ланцюга $z \cup \overline{y}$ до підграфа G_0. Починаючи з вершини $\overline{x}$, можна виділити з непофарбованих ребер новий цикл G_1, що місить ланцюг $z \cup \overline{y}$ і в поєднанні підграфом G_0 також утворює ойлеровий цикл у графі $G_1 \cup G_0$. Нарощуючи вище описаним чином цикли, ми вичерпаємо весь скінченний граф G ойлеровим циклом.

Повернувшись перший раз у вершину x_0, ми пофарбуємо граф G_0, який за побудовою є ойлеровим циклом. Якщо $G_0 \neq G$, то зі зв'язності графа G випливає, що існує хоча б одне непофарбоване ребро $\overline{y}$, яке з'єднується з підграфом G_0 непофарбованим ланцюгом z, який, можливо, має нульову довжину (див. рис.).



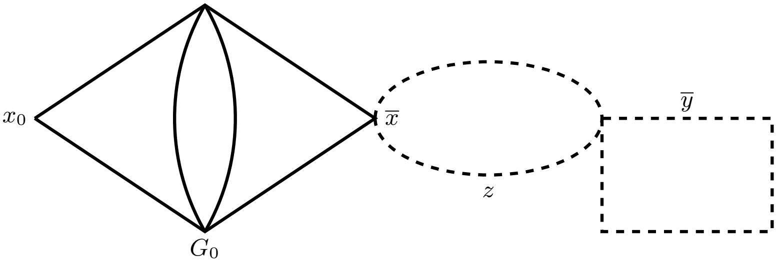
Вилучимо з графа G пофарбовані ребра, внаслідок цього отримаємо граф з парними степенями вершин. Знайдемо вершину $\overline{x}$ дотику ланцюга $z \cup \overline{y}$ до підграфа G_0. Починаючи з вершини $\overline{x}$, можна виділити з непофарбованих ребер новий цикл G_1, що місить ланцюг $z \cup \overline{y}$ і в поєднанні підграфом G_0 також утворює ойлеровий цикл у графі $G_1 \cup G_0$. Нарощуючи вище описаним чином цикли, ми вичерпаємо весь скінченний граф G ойлеровим циклом.

Повернувшись перший раз у вершину x_0, ми пофарбуємо граф G_0, який за побудовою є ойлеровим циклом. Якщо $G_0 \neq G$, то зі зв'язності графа G випливає, що існує хоча б одне непофарбоване ребро $\overline{y}$, яке з'єднується з підграфом G_0 непофарбованим ланцюгом z, який, можливо, має нульову довжину (див. рис.).



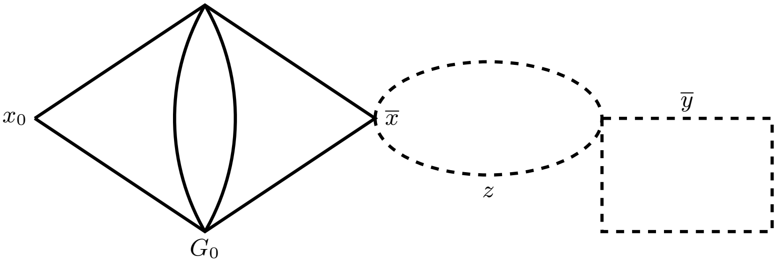
Вилучимо з графа G пофарбовані ребра, внаслідок цього отримаємо граф з парними степенями вершин. Знайдемо вершину $\overline{x}$ дотику ланцюга $z \cup \overline{y}$ до підграфа G_0. Починаючи з вершини $\overline{x}$, можна виділити з непофарбованих ребер новий цикл G_1, що місить ланцюг $z \cup \overline{y}$ і в поєднанні підграфом G_0 також утворює ойлеровий цикл у графі $G_1 \cup G_0$. Нарощуючи вище описаним чином цикли, ми вичерпаємо весь скінченний граф G ойлеровим циклом.

Повернувшись перший раз у вершину x_0, ми пофарбуємо граф G_0, який за побудовою є ойлеровим циклом. Якщо $G_0 \neq G$, то зі зв'язності графа G випливає, що існує хоча б одне непофарбоване ребро $\overline{y}$, яке з'єднується з підграфом G_0 непофарбованим ланцюгом z, який, можливо, має нульову довжину (див. рис.).



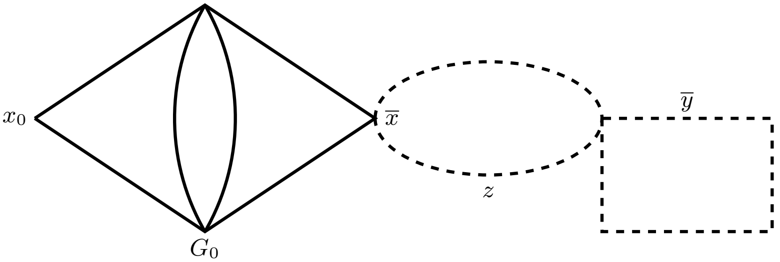
Вилучимо з графа G пофарбовані ребра, внаслідок цього отримаємо граф з парними степенями вершин. Знайдемо вершину $\overline{x}$ дотику ланцюга $z \cup \overline{y}$ до підграфа G_0. Починаючи з вершини $\overline{x}$, можна виділити з непофарбованих ребер новий цикл G_1, що місить ланцюг $z \cup \overline{y}$ і в поєднанні підграфом G_0 також утворює ойлеровий цикл у графі $G_1 \cup G_0$. Нарощуючи вище описаним чином цикли, ми вичерпаємо весь скінченний граф G ойлеровим циклом.

Повернувшись перший раз у вершину x_0, ми пофарбуємо граф G_0, який за побудовою є ойлеровим циклом. Якщо $G_0 \neq G$, то зі зв'язності графа G випливає, що існує хоча б одне непофарбоване ребро $\overline{y}$, яке з'єднується з підграфом G_0 непофарбованим ланцюгом z, який, можливо, має нульову довжину (див. рис.).



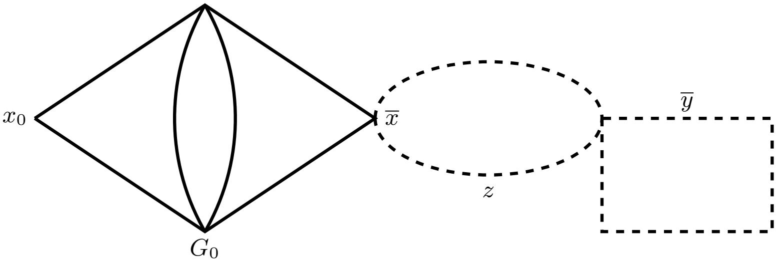
Вилучимо з графа G пофарбовані ребра, внаслідок цього отримаємо граф з парними степенями вершин. Знайдемо вершину $\overline{x}$ дотику ланцюга $z \cup \overline{y}$ до підграфа G_0. Починаючи з вершини $\overline{x}$, можна виділити з непофарбованих ребер новий цикл G_1, що місить ланцюг $z \cup \overline{y}$ і в поєднанні підграфом G_0 також утворює ойлеровий цикл у графі $G_1 \cup G_0$. Нарощуючи вище описаним чином цикли, ми вичерпаємо весь скінченний граф G ойлеровим циклом.

Повернувшись перший раз у вершину x_0, ми пофарбуємо граф G_0, який за побудовою є ойлеровим циклом. Якщо $G_0 \neq G$, то зі зв'язності графа G випливає, що існує хоча б одне непофарбоване ребро $\overline{y}$, яке з'єднується з підграфом G_0 непофарбованим ланцюгом z, який, можливо, має нульову довжину (див. рис.).



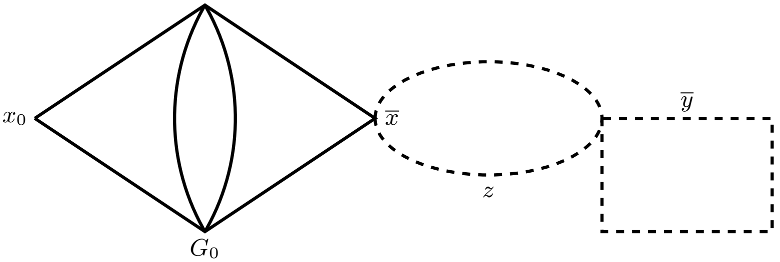
Вилучимо з графа G пофарбовані ребра, внаслідок цього отримаємо граф з парними степенями вершин. Знайдемо вершину $\overline{x}$ дотику ланцюга $z \cup \overline{y}$ до підграфа G_0. Починаючи з вершини $\overline{x}$, можна виділити з непофарбованих ребер новий цикл G_1, що місить ланцюг $z \cup \overline{y}$ і в поєднанні підграфом G_0 також утворює ойлеровий цикл у графі $G_1 \cup G_0$. Нарощуючи вище описаним чином цикли, ми вичерпаємо весь скінченний граф G ойлеровим циклом.

Повернувшись перший раз у вершину x_0, ми пофарбуємо граф G_0, який за побудовою є ойлеровим циклом. Якщо $G_0 \neq G$, то зі зв'язності графа G випливає, що існує хоча б одне непофарбоване ребро $\overline{y}$, яке з'єднується з підграфом G_0 непофарбованим ланцюгом z, який, можливо, має нульову довжину (див. рис.).



Вилучимо з графа G пофарбовані ребра, внаслідок цього отримаємо граф з парними степенями вершин. Знайдемо вершину $\overline{x}$ дотику ланцюга $z \cup \overline{y}$ до підграфа G_0. Починаючи з вершини $\overline{x}$, можна виділити з непофарбованих ребер новий цикл G_1, що місить ланцюг $z \cup \overline{y}$ і в поєднанні підграфом G_0 також утворює ойлеровий цикл у графі $G_1 \cup G_0$. Нарощуючи вище описаним чином цикли, ми вичерпаємо весь скінченний граф G ойлеровим циклом. ∎

Повернувшись перший раз у вершину x_0, ми пофарбуємо граф G_0, який за побудовою є ойлеровим циклом. Якщо $G_0 \neq G$, то зі зв'язності графа G випливає, що існує хоча б одне непофарбоване ребро $\overline{y}$, яке з'єднується з підграфом G_0 непофарбованим ланцюгом z, який, можливо, має нульову довжину (див. рис.).



Вилучимо з графа G пофарбовані ребра, внаслідок цього отримаємо граф з парними степенями вершин. Знайдемо вершину $\overline{x}$ дотику ланцюга $z \cup \overline{y}$ до підграфа G_0. Починаючи з вершини $\overline{x}$, можна виділити з непофарбованих ребер новий цикл G_1, що місить ланцюг $z \cup \overline{y}$ і в поєднанні підграфом G_0 також утворює ойлеровий цикл у графі $G_1 \cup G_0$. Нарощуючи вище описаним чином цикли, ми вичерпаємо весь скінченний граф G ойлеровим циклом. ∎

Приклад 3.3.2

Задача китайського листоноші тісно пов'язана з ойлеровими циклами: у графі G, ребрам якого приписані додатні ваги c_j, знайти замкнений маршрут Q, який містить усі ребра $\{y_j\}_{j=1}^{m}$, з мінімальною сумарною вагою $\sum_{j=1}^{m} n_j c_j$, де n_j — кількість проходжень ребра y_j у маршруті Q.

Для довільного зв'язного графа G задача китайського листоноші розв'язна, оскільки кількість проходжень ребра y_j не обмежена одиницею. Якщо граф G містить ойлеровий цикл, то довільний такий цикл дає розв'язок задачі китайського листоноші: кожне ребро має мінімум проходжень і вага циклу $\sum_{j=1}^{m} n_j c_j$ — мінімальна. Алгоритми розв'язку задачі китайського листоноші пропонували Беллман і Кук — метод динамічного програмування в окремому випадку, коли $c_j = 1$ для всіх j, у загальному випадку — Едмонде, Джонсон, Басакер, Сааті, Крістофідес.

Приклад 3.3.2

Задача китайського листоноші тісно пов'язана з ойлеровими циклами: у графі G, ребрам якого приписані додатні ваги c_j, знайти замкнений маршрут Q, який містить усі ребра $\{y_j\}_{j=1}^{m}$, з мінімальною сумарною вагою $\sum_{j=1}^{m} n_j c_j$, де n_j — кількість проходжень ребра y_j у маршруті Q.

Для довільного зв'язного графа G задача китайського листоноші розв'язна, оскільки кількість проходжень ребра y_j не обмежена одиницею. Якщо граф G містить ойлеровий цикл, то довільний такий цикл дає розв'язок задачі китайського листоноші: кожне ребро має мінімум проходжень і вага циклу $\sum_{j=1}^{m} n_j c_j$ — мінімальна. Алгоритми розв'язку задачі китайського листоноші пропонували Беллман і Кук — метод динамічного програмування в окремому випадку, коли $c_j = 1$ для всіх j, у загальному випадку — Едмонде, Джонсон, Басакер, Сааті, Крістофідес.

Приклад 3.3.2

Задача китайського листоноші тісно пов'язана з ойлеровими циклами: у графі G, ребрам якого приписані додатні ваги c_j, знайти замкнений маршрут Q, який містить усі ребра $\{y_j\}_{j=1}^{m}$, з мінімальною сумарною вагою $\sum_{j=1}^{m} n_j c_j$, де n_j — кількість проходжень ребра y_j у маршруті Q.

Для довільного зв'язного графа G задача китайського листоноші розв'язна, оскільки кількість проходжень ребра y_j не обмежена одиницею. Якщо граф G містить ойлеровий цикл, то довільний такий цикл дає розв'язок задачі китайського листоноші: кожне ребро має мінімум проходжень і вага циклу $\sum_{j=1}^{m} n_j c_j$ — мінімальна. Алгоритми розв'язку задачі китайського листоноші пропонували Беллман і Кук — метод динамічного програмування в окремому випадку, коли $c_j = 1$ для всіх j, у загальному випадку — Едмонде, Джонсон, Басакер, Сааті, Крістофідес.

Приклад 3.3.2

Задача китайського листоноші тісно пов'язана з ойлеровими циклами: у графі G, ребрам якого приписані додатні ваги c_j, знайти замкнений маршрут Q, який містить усі ребра $\{y_j\}_{j=1}^m$, з мінімальною сумарною вагою $\sum\limits_{j=1}^{m} n_j c_j$, де n_j — кількість проходжень ребра y_j у маршруті Q.

Для довільного зв'язного графа G задача китайського листоноші розв'язна, оскільки кількість проходжень ребра y_j не обмежена одиницею. Якщо граф G містить ойлеровий цикл, то довільний такий цикл дає розв'язок задачі китайського листоноші: кожне ребро має мінімум проходжень і вага циклу $\sum\limits_{j=1}^{m} n_j c_j$ — мінімальна. Алгоритми розв'язку задачі китайського листоноші пропонували Беллман і Кук — метод динамічного програмування в окремому випадку, коли $c_j = 1$ для всіх j, у загальному випадку — Едмонде, Джонсон, Басакер, Сааті, Крістофідес.

Приклад 3.3.2

Задача китайського листоноші тісно пов'язана з ойлеровими циклами: у графі G, ребрам якого приписані додатні ваги c_j, знайти замкнений маршрут Q, який містить усі ребра $\{y_j\}_{j=1}^{m}$, з мінімальною сумарною вагою $\sum_{j=1}^{m} n_j c_j$, де n_j — кількість проходжень ребра y_j у маршруті Q.

Для довільного зв'язного графа G задача китайського листоноші розв'язна, оскільки кількість проходжень ребра y_j не обмежена одиницею. Якщо граф G містить ойлеровий цикл, то довільний такий цикл дає розв'язок задачі китайського листоноші: кожне ребро має мінімум проходжень і вага циклу $\sum_{j=1}^{m} n_j c_j$ — мінімальна. Алгоритми розв'язку задачі китайського листоноші пропонували Беллман і Кук — метод динамічного програмування в окремому випадку, коли $c_j = 1$ для всіх j, у загальному випадку — Едмонде, Джонсон, Басакер, Сааті, Крістофідес.

Приклад 3.3.2

Задача китайського листоноші тісно пов'язана з ойлеровими циклами: у графі G, ребрам якого приписані додатні ваги c_j, знайти замкнений маршрут Q, який містить усі ребра $\{y_j\}_{j=1}^{m}$, з мінімальною сумарною вагою $\sum_{j=1}^{m} n_j c_j$, де n_j — кількість проходжень ребра y_j у маршруті Q.

Для довільного зв'язного графа G задача китайського листоноші розв'язна, оскільки кількість проходжень ребра y_j не обмежена одиницею. Якщо граф G містить ойлеровий цикл, то довільний такий цикл дає розв'язок задачі китайського листоноші: кожне ребро має мінімум проходжень і вага циклу $\sum_{j=1}^{m} n_j c_j$ — мінімальна. Алгоритми розв'язку задачі китайського листоноші пропонували Беллман і Кук — метод динамічного програмування в окремому випадку, коли $c_j = 1$ для всіх j, у загальному випадку — Едмонде, Джонсон, Басакер, Сааті, Крістофідес.

Приклад 3.3.2

Задача китайського листоноші тісно пов'язана з ойлеровими циклами: у графі G, ребрам якого приписані додатні ваги c_j, знайти замкнений маршрут Q, який містить усі ребра $\{y_j\}_{j=1}^m$, з мінімальною сумарною вагою $\sum_{j=1}^{m} n_j c_j$, де n_j — кількість проходжень ребра y_j у маршруті Q.

Для довільного зв'язного графа G задача китайського листоноші розв'язна, оскільки кількість проходжень ребра y_j не обмежена одиницею. Якщо граф G містить ойлеровий цикл, то довільний такий цикл дає розв'язок задачі китайського листоноші: кожне ребро має мінімум проходжень і вага циклу $\sum_{j=1}^{m} n_j c_j$ — мінімальна. Алгоритми розв'язку задачі китайського листоноші пропонували Беллман і Кук — метод динамічного програмування в окремому випадку, коли $c_j = 1$ для всіх j, у загальному випадку — Едмонде, Джонсон, Басакер, Сааті, Крістофідес.

Приклад 3.3.2

Задача китайського листоноші тісно пов'язана з ойлеровими циклами: у графі G, ребрам якого приписані додатні ваги c_j, знайти замкнений маршрут Q, який містить усі ребра $\{y_j\}_{j=1}^m$, з мінімальною сумарною вагою $\sum_{j=1}^m n_j c_j$, де n_j — кількість проходжень ребра y_j у маршруті Q.

Для довільного зв'язного графа G задача китайського листоноші розв'язна, оскільки кількість проходжень ребра y_j не обмежена одиницею. Якщо граф G містить ойлеровий цикл, то довільний такий цикл дає розв'язок задачі китайського листоноші: кожне ребро має мінімум проходжень і вага циклу $\sum_{j=1}^m n_j c_j$ — мінімальна. Алгоритми розв'язку задачі китайського листоноші пропонували Беллман і Кук — метод динамічного програмування в окремому випадку, коли $c_j = 1$ для всіх j, у загальному випадку — Едмонде, Джонсон, Басакер, Сааті, Крістофідес.

Приклад 3.3.2

Задача китайського листоноші тісно пов'язана з ойлеровими циклами: у графі G, ребрам якого приписані додатні ваги c_j, знайти замкнений маршрут Q, який містить усі ребра $\{y_j\}_{j=1}^{m}$, з мінімальною сумарною вагою $\sum_{j=1}^{m} n_j c_j$, де n_j — кількість проходжень ребра y_j у маршруті Q.

Для довільного зв'язного графа G задача китайського листоноші розв'язна, оскільки кількість проходжень ребра y_j не обмежена одиницею. Якщо граф G містить ойлеровий цикл, то довільний такий цикл дає розв'язок задачі китайського листоноші: кожне ребро має мінімум проходжень і вага циклу $\sum_{j=1}^{m} n_j c_j$ — мінімальна. Алгоритми розв'язку задачі китайського листоноші пропонували Беллман і Кук — метод динамічного програмування в окремому випадку, коли $c_j = 1$ для всіх j, у загальному випадку — Едмонде, Джонсон, Басакер, Сааті, Крістофідес.

Приклад 3.3.2

Задача китайського листоноші тісно пов'язана з ойлеровими циклами: у графі G, ребрам якого приписані додатні ваги c_j, знайти замкнений маршрут Q, який містить усі ребра $\{y_j\}_{j=1}^{m}$, з мінімальною сумарною вагою $\sum\limits_{j=1}^{m} n_j c_j$, де n_j — кількість проходжень ребра y_j у маршруті Q.

Для довільного зв'язного графа G задача китайського листоноші розв'язна, оскільки кількість проходжень ребра y_j не обмежена одиницею. Якщо граф G містить ойлеровий цикл, то довільний такий цикл дає розв'язок задачі китайського листоноші: кожне ребро має мінімум проходжень і вага циклу $\sum\limits_{j=1}^{m} n_j c_j$ — мінімальна. Алгоритми розв'язку задачі китайського листоноші пропонували Беллман і Кук — метод динамічного програмування в окремому випадку, коли $c_j = 1$ для всіх j, у загальному випадку — Едмонде, Джонсон, Басакер, Сааті, Крістофідес.

Приклад 3.3.2

Задача китайського листоноші тісно пов'язана з ойлеровими циклами: у графі G, ребрам якого приписані додатні ваги c_j, знайти замкнений маршрут Q, який містить усі ребра $\{y_j\}_{j=1}^m$, з мінімальною сумарною вагою $\sum_{j=1}^{m} n_j c_j$, де n_j — кількість проходжень ребра y_j у маршруті Q.

Для довільного зв'язного графа G задача китайського листоноші розв'язна, оскільки кількість проходжень ребра y_j не обмежена одиницею. Якщо граф G містить ойлеровий цикл, то довільний такий цикл дає розв'язок задачі китайського листоноші: кожне ребро має мінімум проходжень і вага циклу $\sum_{j=1}^{m} n_j c_j$ — мінімальна. Алгоритми розв'язку задачі китайського листоноші пропонували Беллман і Кук — метод динамічного програмування в окремому випадку, коли $c_j = 1$ для всіх j, у загальному випадку — Едмонде, Джонсон, Басакер, Сааті, Крістофідес.

Приклад 3.3.2

Задача китайського листоноші тісно пов'язана з ойлеровими циклами: у графі G, ребрам якого приписані додатні ваги c_j, знайти замкнений маршрут Q, який містить усі ребра $\{y_j\}_{j=1}^m$, з мінімальною сумарною вагою $\sum_{j=1}^m n_j c_j$, де n_j — кількість проходжень ребра y_j у маршруті Q.

Для довільного зв'язного графа G задача китайського листоноші розв'язна, оскільки кількість проходжень ребра y_j не обмежена одиницею. Якщо граф G містить ойлеровий цикл, то довільний такий цикл дає розв'язок задачі китайського листоноші: кожне ребро має мінімум проходжень і вага циклу $\sum_{j=1}^m n_j c_j$ — мінімальна. Алгоритми розв'язку задачі китайського листоноші пропонували Беллман і Кук — метод динамічного програмування в окремому випадку, коли $c_j = 1$ для всіх j, у загальному випадку — Едмонде, Джонсон, Басакер, Сааті, Крістофідес.

Приклад 3.3.2

Задача китайського листоноші тісно пов'язана з ойлеровими циклами: у графі G, ребрам якого приписані додатні ваги c_j, знайти замкнений маршрут Q, який містить усі ребра $\{y_j\}_{j=1}^{m}$, з мінімальною сумарною вагою $\sum\limits_{j=1}^{m} n_j c_j$, де n_j — кількість проходжень ребра y_j у маршруті Q.

Для довільного зв'язного графа G задача китайського листоноші розв'язна, оскільки кількість проходжень ребра y_j не обмежена одиницею. Якщо граф G містить ойлеровий цикл, то довільний такий цикл дає розв'язок задачі китайського листоноші: кожне ребро має мінімум проходжень і вага циклу $\sum\limits_{j=1}^{m} n_j c_j$ — мінімальна. Алгоритми розв'язку задачі китайського листоноші пропонували Беллман і Кук — метод динамічного програмування в окремому випадку, коли $c_j = 1$ для всіх j, у загальному випадку — Едмонде, Джонсон, Басакер, Сааті, Крістофідес.

Приклад 3.3.2

Задача китайського листоноші тісно пов'язана з ойлеровими циклами: у графі G, ребрам якого приписані додатні ваги c_j, знайти замкнений маршрут Q, який містить усі ребра $\{y_j\}_{j=1}^m$, з мінімальною сумарною вагою $\sum_{j=1}^m n_j c_j$, де n_j — кількість проходжень ребра y_j у маршруті Q.

Для довільного зв'язного графа G задача китайського листоноші розв'язна, оскільки кількість проходжень ребра y_j не обмежена одиницею. Якщо граф G містить ойлеровий цикл, то довільний такий цикл дає розв'язок задачі китайського листоноші: кожне ребро має мінімум проходжень і вага циклу $\sum_{j=1}^m n_j c_j$ — мінімальна. Алгоритми розв'язку задачі китайського листоноші пропонували Беллман і Кук — метод динамічного програмування в окремому випадку, коли $c_j = 1$ для всіх j, у загальному випадку — Едмонде, Джонсон, Басакер, Сааті, Крістофідес.

Приклад 3.3.2

Задача китайського листоноші тісно пов'язана з ойлеровими циклами: у графі G, ребрам якого приписані додатні ваги c_j, знайти замкнений маршрут Q, який містить усі ребра $\{y_j\}_{j=1}^m$, з мінімальною сумарною вагою $\sum_{j=1}^m n_j c_j$, де n_j — кількість проходжень ребра y_j у маршруті Q.

Для довільного зв'язного графа G задача китайського листоноші розв'язна, оскільки кількість проходжень ребра y_j не обмежена одиницею. Якщо граф G містить ойлеровий цикл, то довільний такий цикл дає розв'язок задачі китайського листоноші: кожне ребро має мінімум проходжень і вага циклу $\sum_{j=1}^m n_j c_j$ — мінімальна. Алгоритми розв'язку задачі китайського листоноші пропонували Беллман і Кук — метод динамічного програмування в окремому випадку, коли $c_j = 1$ для всіх j, у загальному випадку — Едмонде, Джонсон, Басакер, Сааті, Крістофідес.

Застосування задачі китайського листоноші досить численні. Наприклад, це мінімізовані за довжиною пробігу транспортні задачі обслуговування споживачів у кожному ребрі на заданій мережі доріг (доставка пошти, продуктів та інших вантажів) чи інспекції кожного відрізку в мережі розподілених систем (електричних, телефонних, транспортних) та ін.

Застосування задачі китайського листоноші досить численні. Наприклад, це мінімізовані за довжиною пробігу транспортні задачі обслуговування споживачів у кожному ребрі на заданій мережі доріг (доставка пошти, продуктів та інших вантажів) чи інспекції кожного відрізку в мережі розподілених систем (електричних, телефонних, транспортних) та ін.

Застосування задачі китайського листоноші досить численні. Наприклад, це мінімізовані за довжиною пробігу транспортні задачі обслуговування споживачів у кожному ребрі на заданій мережі доріг (доставка пошти, продуктів та інших вантажів) чи інспекції кожного відрізку в мережі розподілених систем (електричних, телефонних, транспортних) та ін.

Застосування задачі китайського листоноші досить численні. Наприклад, це мінімізовані за довжиною пробігу транспортні задачі обслуговування споживачів у кожному ребрі на заданій мережі доріг (доставка пошти, продуктів та інших вантажів) чи інспекції кожного відрізку в мережі розподілених систем (електричних, телефонних, транспортних) та ін.

Застосування задачі китайського листоноші досить численні. Наприклад, це мінімізовані за довжиною пробігу транспортні задачі обслуговування споживачів у кожному ребрі на заданій мережі доріг (доставка пошти, продуктів та інших вантажів) чи інспекції кожного відрізку в мережі розподілених систем (електричних, телефонних, транспортних) та ін.

Застосування задачі китайського листоноші досить численні. Наприклад, це мінімізовані за довжиною пробігу транспортні задачі обслуговування споживачів у кожному ребрі на заданій мережі доріг (доставка пошти, продуктів та інших вантажів) чи інспекції кожного відрізку в мережі розподілених систем (електричних, телефонних, транспортних) та ін.

Дякую за увагу!!!