

# Теорія графів. Історичний огляд. Типові задачі

Дискретна математика

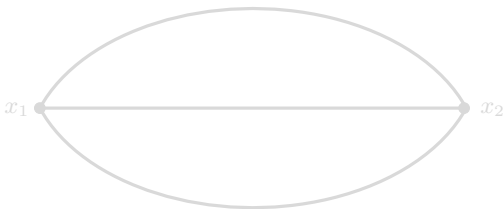


## Лекція 25

## Лекція 25: Теорія графів. Історичний огляд. Типові задачі

Теорія графів застосовується для аналізу функціонування складних систем, таких як мережі залізничних доріг, телефонні або комп'ютерні мережі, іригаційні системи. Теорія графів є традиційним ефективним апаратом формалізації задач економічної та планово-виробничої практики, застосовується в автоматизації управління виробництвом, у календарному та мережевому плануванні. Основним поняттям теорії графів є граф.

Прийнято пов'язувати зародження теорії графів як математичної дисципліни з працею Леонарда Ойлера (Leonhard Euler, 1707–1783) 1736 року, у якій знайдено умову існування в зв'язному графі циклу, що містить всі ребра графа без повторень. Такий цикл тепер називається *ойлеровим*. Як показує простий приклад (див. рис.) існують графи, які не є ойлеровими циклами.



## Лекція 25: Теорія графів. Історичний огляд. Типові задачі

Теорія графів застосовується для аналізу функціонування складних систем, таких як мережі залізничних доріг, телефонні або комп'ютерні мережі, іригаційні системи. Теорія графів є традиційним ефективним апаратом формалізації задач економічної та планово-виробничої практики, застосовується в автоматизації управління виробництвом, у календарному та мережевому плануванні. Основним поняттям теорії графів є граф.

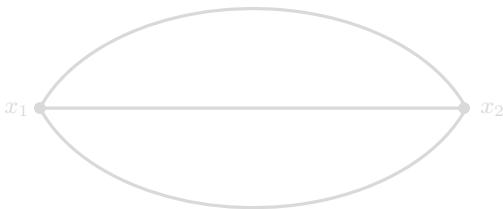
Прийнято пов'язувати зародження теорії графів як математичної дисципліни з працею Леонарда Ойлера (Leonhard Euler, 1707–1783) 1736 року, у якій знайдено умову існування в зв'язному графі циклу, що містить всі ребра графа без повторень. Такий цикл тепер називається *ойлеровим*. Як показує простий приклад (див. рис.) існують графи, які не є ойлеровими циклами.



## Лекція 25: Теорія графів. Історичний огляд. Типові задачі

Теорія графів застосовується для аналізу функціонування складних систем, таких як мережі залізничних доріг, телефонні або комп'ютерні мережі, іригаційні системи. Теорія графів є традиційним ефективним апаратом формалізації задач економічної та планово-виробничої практики, застосовується в автоматизації управління виробництвом, у календарному та мережевому плануванні. Основним поняттям теорії графів є граф.

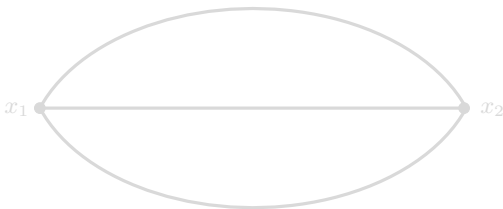
Прийнято пов'язувати зародження теорії графів як математичної дисципліни з працею Леонарда Ойлера (Leonhard Euler, 1707–1783) 1736 року, у якій знайдено умову існування в зв'язному графі циклу, що містить всі ребра графа без повторень. Такий цикл тепер називається *ойлеровим*. Як показує простий приклад (див. рис.) існують графи, які не є ойлеровими циклами.



## Лекція 25: Теорія графів. Історичний огляд. Типові задачі

Теорія графів застосовується для аналізу функціонування складних систем, таких як мережі залізничних доріг, телефонні або комп'ютерні мережі, іригаційні системи. Теорія графів є традиційним ефективним апаратом формалізації задач економічної та планово-виробничої практики, застосовується в автоматизації управління виробництвом, у календарному та мережевому плануванні. Основним поняттям теорії графів є граф.

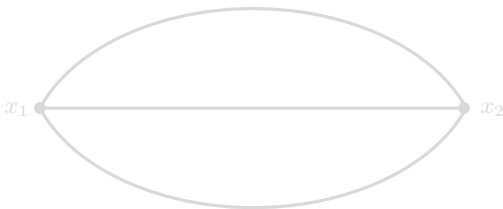
Прийнято пов'язувати зародження теорії графів як математичної дисципліни з працею Леонарда Ойлера (Leonhard Euler, 1707–1783) 1736 року, у якій знайдено умову існування в зв'язному графі циклу, що містить всі ребра графа без повторень. Такий цикл тепер називається *ойлеровим*. Як показує простий приклад (див. рис.) існують графи, які не є ойлеровими циклами.



## Лекція 25: Теорія графів. Історичний огляд. Типові задачі

Теорія графів застосовується для аналізу функціонування складних систем, таких як мережі залізничних доріг, телефонні або комп'ютерні мережі, іригаційні системи. Теорія графів є традиційним ефективним апаратом формалізації задач економічної та планово-виробничої практики, застосовується в автоматизації управління виробництвом, у календарному та мережевому плануванні. Основним поняттям теорії графів є граф.

Прийнято пов'язувати зародження теорії графів як математичної дисципліни з працею Леонарда Ойлера (Leonhard Euler, 1707–1783) 1736 року, у якій знайдено умову існування в зв'язному графі циклу, що містить всі ребра графа без повторень. Такий цикл тепер називається *ойлеровим*. Як показує простий приклад (див. рис.) існують графи, які не є ойлеровими циклами.



## Лекція 25: Теорія графів. Історичний огляд. Типові задачі

Теорія графів застосовується для аналізу функціонування складних систем, таких як мережі залізничних доріг, телефонні або комп'ютерні мережі, іригаційні системи. Теорія графів є традиційним ефективним апаратом формалізації задач економічної та планово-виробничої практики, застосовується в автоматизації управління виробництвом, у календарному та мережевому плануванні. Основним поняттям теорії графів є граф.

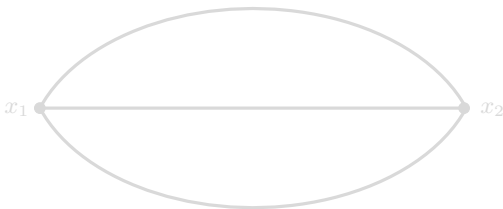
Прийнято пов'язувати зародження теорії графів як математичної дисципліни з працею Леонарда Ойлера (Leonhard Euler, 1707–1783) 1736 року, у якій знайдено умову існування в зв'язному графі циклу, що містить всі ребра графа без повторень. Такий цикл тепер називається *ойлеровим*. Як показує простий приклад (див. рис.) існують графи, які не є ойлеровими циклами.



## Лекція 25: Теорія графів. Історичний огляд. Типові задачі

Теорія графів застосовується для аналізу функціонування складних систем, таких як мережі залізничних доріг, телефонні або комп'ютерні мережі, іригаційні системи. Теорія графів є традиційним ефективним апаратом формалізації задач економічної та планово-виробничої практики, застосовується в автоматизації управління виробництвом, у календарному та мережевому плануванні. Основним поняттям теорії графів є граф.

Прийнято пов'язувати зародження теорії графів як математичної дисципліни з працею Леонарда Ойлера (Leonhard Euler, 1707–1783) 1736 року, у якій знайдено умову існування в зв'язному графі циклу, що містить всі ребра графа без повторень. Такий цикл тепер називається *ойлеровим*. Як показує простий приклад (див. рис.) існують графи, які не є ойлеровими циклами.

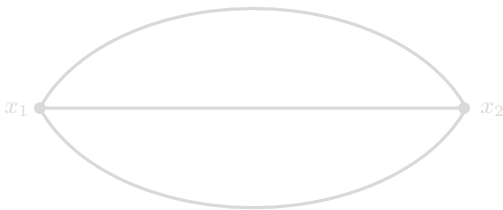




## Лекція 25: Теорія графів. Історичний огляд. Типові задачі

Теорія графів застосовується для аналізу функціонування складних систем, таких як мережі залізничних доріг, телефонні або комп'ютерні мережі, іригаційні системи. Теорія графів є традиційним ефективним апаратом формалізації задач економічної та планово-виробничої практики, застосовується в автоматизації управління виробництвом, у календарному та мережевому плануванні. Основним поняттям теорії графів є граф.

Прийнято пов'язувати зародження теорії графів як математичної дисципліни з працею Леонарда Ойлера (Leonhard Euler, 1707–1783) 1736 року, у якій знайдено умову існування в зв'язному графі циклу, що містить всі ребра графа без повторень. Такий цикл тепер називається *ойлеровим*. Як показує простий приклад (див. рис.) існують графи, які не є ойлеровими циклами.



## Лекція 25: Теорія графів. Історичний огляд. Типові задачі

Теорія графів застосовується для аналізу функціонування складних систем, таких як мережі залізничних доріг, телефонні або комп'ютерні мережі, іригаційні системи. Теорія графів є традиційним ефективним апаратом формалізації задач економічної та планово-виробничої практики, застосовується в автоматизації управління виробництвом, у календарному та мережевому плануванні. Основним поняттям теорії графів є граф.

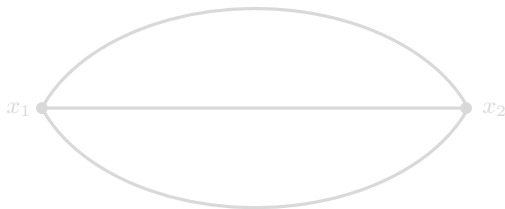
Прийнято пов'язувати зародження теорії графів як математичної дисципліни з працею Леонарда Ойлера (Leonhard Euler, 1707–1783) 1736 року, у якій знайдено умову існування в зв'язному графі циклу, що містить всі ребра графа без повторень. Такий цикл тепер називається *ойлеровим*. Як показує простий приклад (див. рис.) існують графи, які не є ойлеровими циклами.



## Лекція 25: Теорія графів. Історичний огляд. Типові задачі

Теорія графів застосовується для аналізу функціонування складних систем, таких як мережі залізничних доріг, телефонні або комп'ютерні мережі, іригаційні системи. Теорія графів є традиційним ефективним апаратом формалізації задач економічної та планово-виробничої практики, застосовується в автоматизації управління виробництвом, у календарному та мережевому плануванні. Основним поняттям теорії графів є граф.

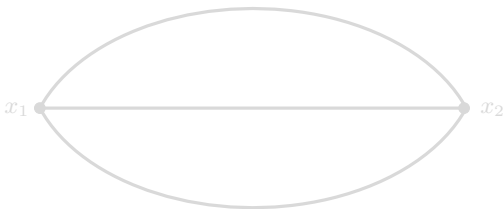
Прийнято пов'язувати зародження теорії графів як математичної дисципліни з працею Леонарда Ойлера (Leonhard Euler, 1707–1783) 1736 року, у якій знайдено умову існування в зв'язному графі циклу, що містить всі ребра графа без повторень. Такий цикл тепер називається *ойлеровим*. Як показує простий приклад (див. рис.) існують графи, які не є ойлеровими циклами.



## Лекція 25: Теорія графів. Історичний огляд. Типові задачі

Теорія графів застосовується для аналізу функціонування складних систем, таких як мережі залізничних доріг, телефонні або комп'ютерні мережі, іригаційні системи. Теорія графів є традиційним ефективним апаратом формалізації задач економічної та планово-виробничої практики, застосовується в автоматизації управління виробництвом, у календарному та мережевому плануванні. Основним поняттям теорії графів є граф.

Прийнято пов'язувати зародження теорії графів як математичної дисципліни з працею Леонарда Ойлера (Leonhard Euler, 1707–1783) 1736 року, у якій знайдено умову існування в зв'язному графі циклу, що містить всі ребра графа без повторень. Такий цикл тепер називається *ойлеровим*. Як показує простий приклад (див. рис.) існують графи, які не є ойлеровими циклами.



## Лекція 25: Теорія графів. Історичний огляд. Типові задачі

Теорія графів застосовується для аналізу функціонування складних систем, таких як мережі залізничних доріг, телефонні або комп'ютерні мережі, іригаційні системи. Теорія графів є традиційним ефективним апаратом формалізації задач економічної та планово-виробничої практики, застосовується в автоматизації управління виробництвом, у календарному та мережевому плануванні. Основним поняттям теорії графів є граф.

Прийнято пов'язувати зародження теорії графів як математичної дисципліни з працею Леонарда Ойлера (Leonhard Euler, 1707–1783) 1736 року, у якій знайдено умову існування в зв'язному графі циклу, що містить всі ребра графа без повторень. Такий цикл тепер називається **ойлеровим**. Як показує простий приклад (див. рис.) існують графи, які не є ойлеровими циклами.



## Лекція 25: Теорія графів. Історичний огляд. Типові задачі

Теорія графів застосовується для аналізу функціонування складних систем, таких як мережі залізничних доріг, телефонні або комп'ютерні мережі, іригаційні системи. Теорія графів є традиційним ефективним апаратом формалізації задач економічної та планово-виробничої практики, застосовується в автоматизації управління виробництвом, у календарному та мережевому плануванні. Основним поняттям теорії графів є граф.

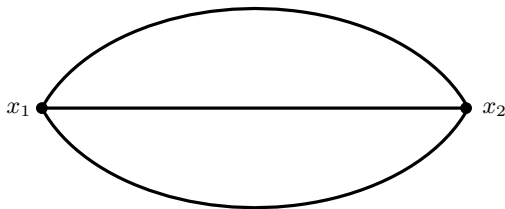
Прийнято пов'язувати зародження теорії графів як математичної дисципліни з працею Леонарда Ойлера (Leonhard Euler, 1707–1783) 1736 року, у якій знайдено умову існування в зв'язному графі циклу, що містить всі ребра графа без повторень. Такий цикл тепер називається **ойлеровим**. Як показує простий приклад (див. рис.) існують графи, які не є ойлеровими циклами.



## Лекція 25: Теорія графів. Історичний огляд. Типові задачі

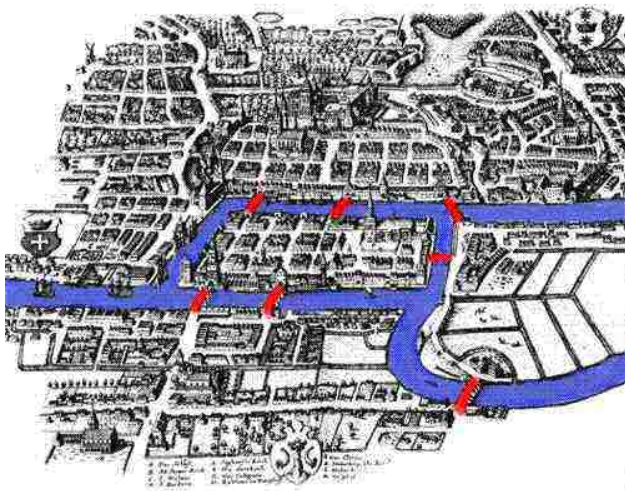
Теорія графів застосовується для аналізу функціонування складних систем, таких як мережі залізничних доріг, телефонні або комп'ютерні мережі, іригаційні системи. Теорія графів є традиційним ефективним апаратом формалізації задач економічної та планово-виробничої практики, застосовується в автоматизації управління виробництвом, у календарному та мережевому плануванні. Основним поняттям теорії графів є граф.

Прийнято пов'язувати зародження теорії графів як математичної дисципліни з працею Леонарда Ойлера (Leonhard Euler, 1707–1783) 1736 року, у якій знайдено умову існування в зв'язному графі циклу, що містить всі ребра графа без повторень. Такий цикл тепер називається **ойлеровим**. Як показує простий приклад (див. рис.) існують графи, які не є ойлеровими циклами.



## Лекція 25: Теорія графів. Історичний огляд. Типові задачі

Першоджерелом задачі про ойлерів цикл сам Ойлер називає відому головоломку про Кьонігсберзькі мости (див. рис.).

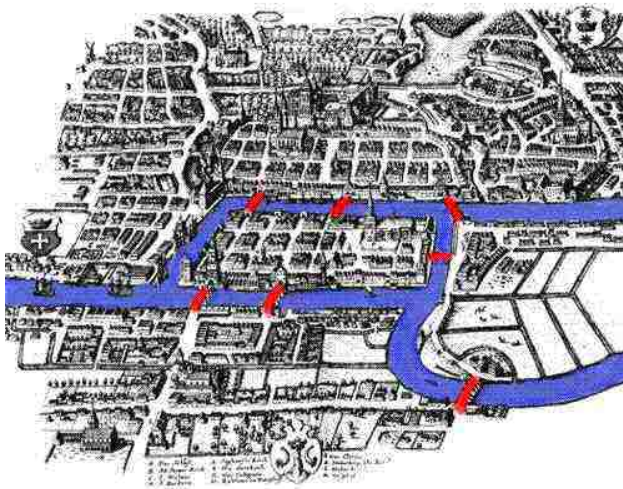


Мапа Кьонігсберга в часи Ойлера із зображенням розташування сімох мостів, підсвічені мости та річка Преголя



## Лекція 25: Теорія графів. Історичний огляд. Типові задачі

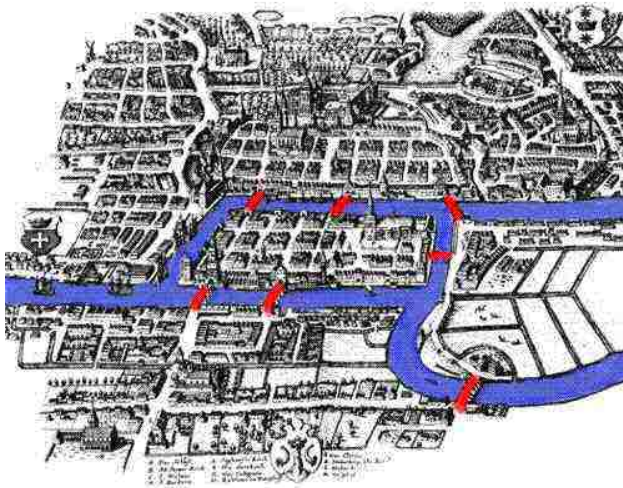
Першоджерелом задачі про ойлерів цикл сам Ойлер називає відому головоломку про Кьонігсберзькі мости (див. рис.).



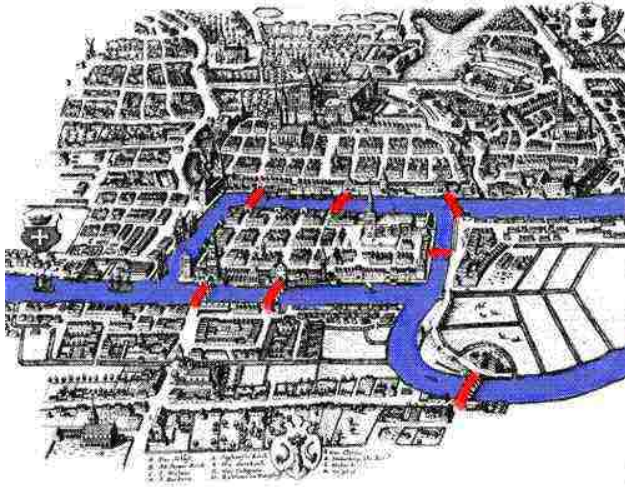
Мапа Кьонігсберга в часи Ойлера із зображенням розташування сімох мостів, підсвічені мости та річка Преголя

## Лекція 25: Теорія графів. Історичний огляд. Типові задачі

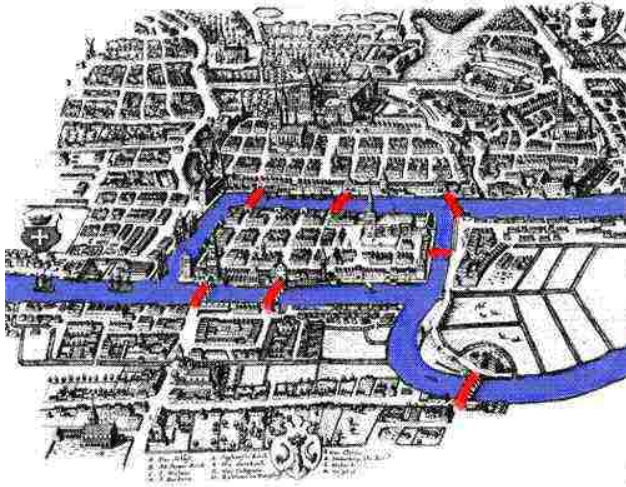
Першоджерелом задачі про ойлерів цикл сам Ойлер називає відому головоломку про Кьонігсберзькі мости (див. рис.).



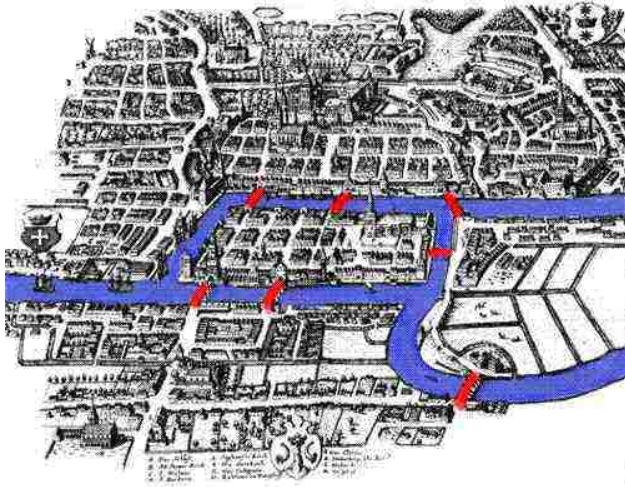
Мапа Кьонігсберга в часи Ойлера із зображенням розташування сімох мостів, підсвічені мости та річка Преголя



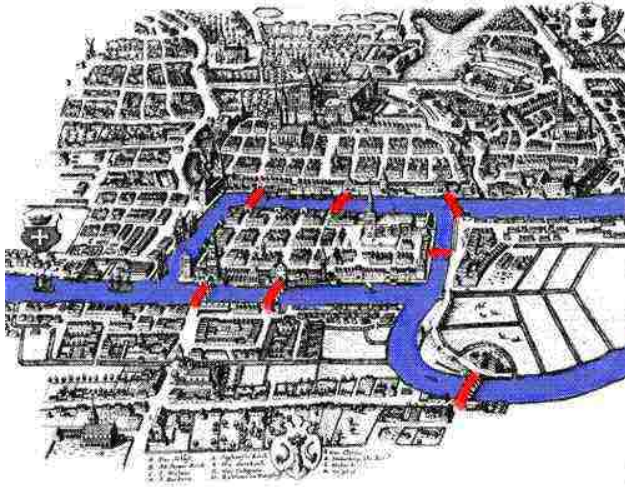
Місто Кьонігсберг у Східній Пруссії було на берегах річки Преголя, рукави якої ділили місто на чотири частини, в тому числі й два острови — Кнайпгоф і Ломзе, які поєднувалися сімома мостами: Бакалійним, Зеленим, Гноевим, Кузенним, Дерев'яним, Високим і Медовим.



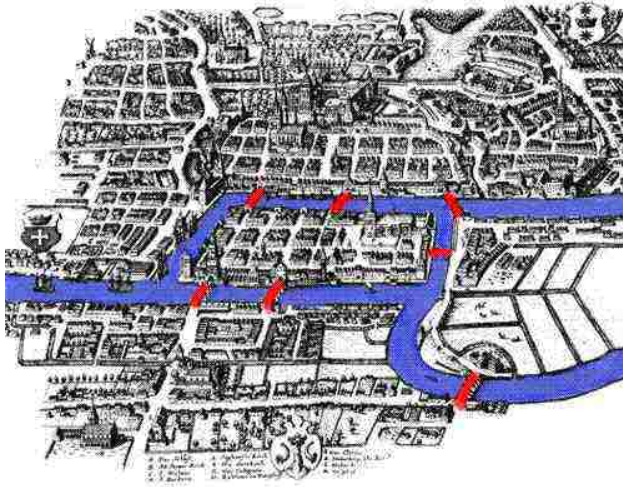
Місто Кьонігсберг у Східній Пруссії було на берегах річки Преголя, рукави якої ділили місто на чотири частини, в тому числі й два острови — Кнайпгоф і Ломзе, які поєднувалися сімома мостами: Бакалійним, Зеленим, Гноевим, Кузенним, Дерев'яним, Високим і Медовим.



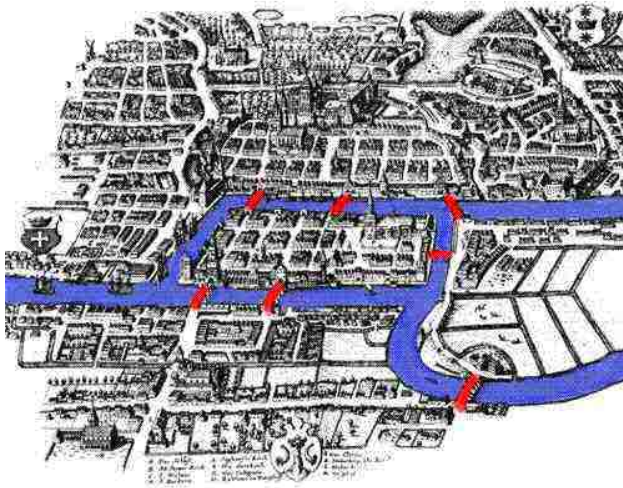
Місто Кьонігсберг у Східній Пруссії було на берегах річки Преголя, рукави якої ділили місто на чотири частини, в тому числі й два острови — Кнайпгоф і Ломзе, які поєднувалися сімома мостами: Бакалійним, Зеленим, Гноевим, Кузенним, Дерев'яним, Високим і Медовим.



Місто Кьонігсберг у Східній Пруссії було на берегах річки Преголя, рукави якої ділили місто на чотири частини, в тому числі й два острови — Кнайпгоф і Ломзе, які поєднувалися сімома мостами: Бакалійним, Зеленим, Гноевим, Кузенним, Дерев'яним, Високим і Медовим.

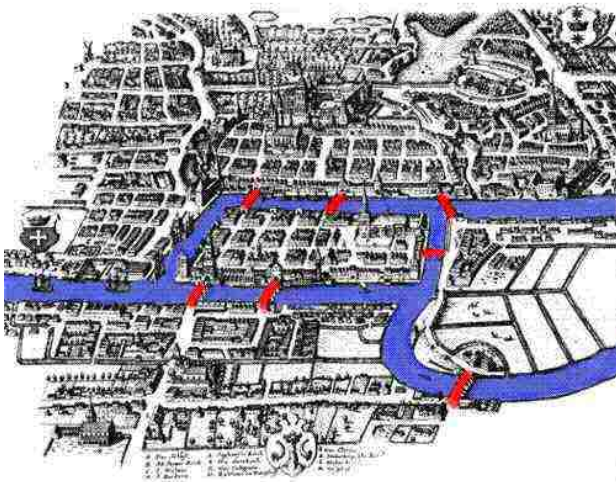


Місто Кьонігсберг у Східній Пруссії було на берегах річки Преголя, рукави якої ділили місто на чотири частини, в тому числі й два острови — Кнайпгоф і Ломзе, які поєднувалися сімома мостами: Бакалійним, Зеленим, Гноєвим, Кузенним, Дерев'яним, Високим і Медовим.

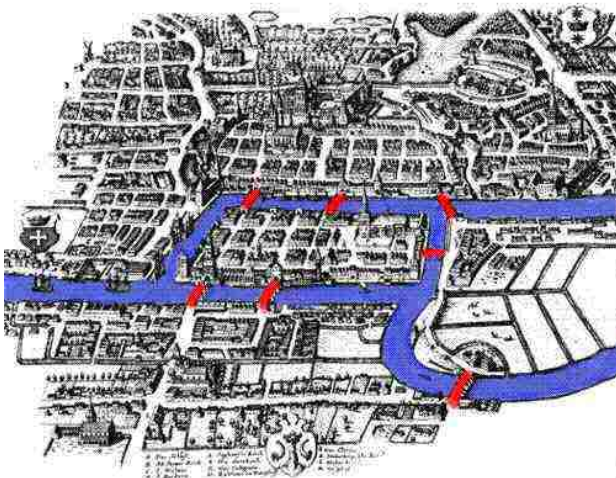


Місто Кьонігсберг у Східній Пруссії було на берегах річки Преголя, рукави якої ділили місто на чотири частини, в тому числі й два острови — Кнайпгоф і Ломзе, які поєднувалися сімома мостами: Бакалійним, Зеленим, Гноєвим, Кузенним, Дерев'яним, Високим і Медовим.



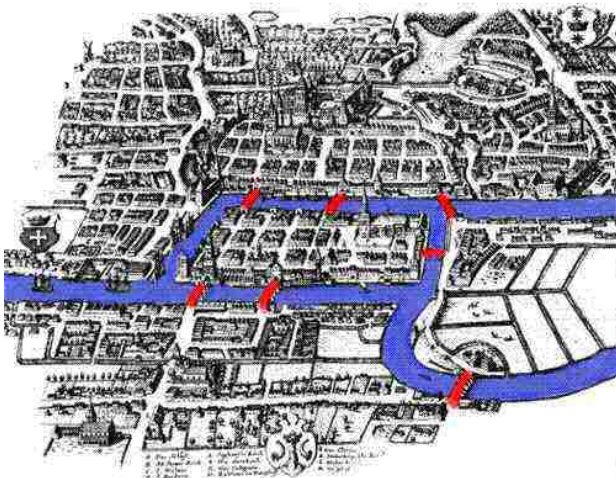


Необхідно було знайти такий маршрут через місто, щоб пройти всі сім мостів і кожним мостом пройти рівно один раз. На острів не можна було потрапити інакше як через міст, і кожен з мостів мав бути пройденим за один раз (тобто не можна було пройти на середину мосту і повернутися назад, а потім з іншого берега пройти другу половину). Ойлер довів, що розв'язку не існує.

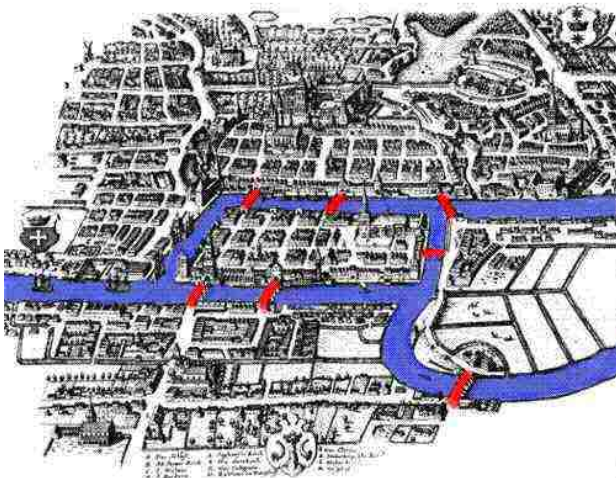


Необхідно було знайти такий маршрут через місто, щоб пройти всі сім мостів і кожним мостом пройти рівно один раз. На острів не можна було потрапити інакше як через міст, і кожен з мостів мав бути пройденим за один раз (тобто не можна було пройти на середину мосту і повернутися назад, а потім з іншого берега пройти другу половину). Ойлер довів, що розв'язку не існує.

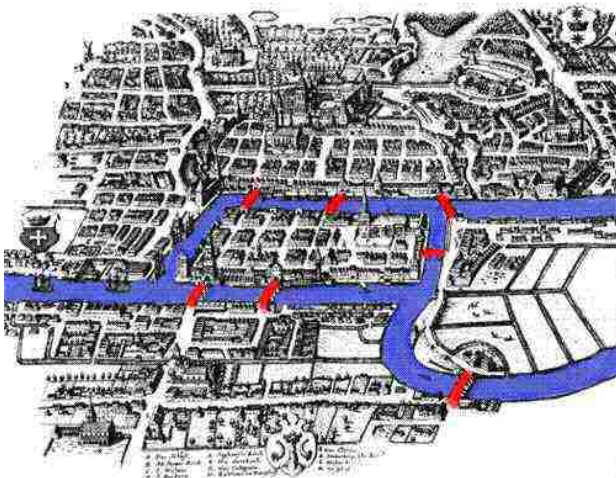




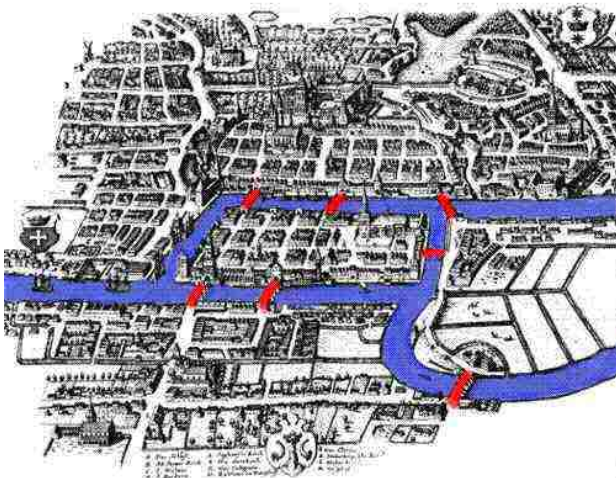
Необхідно було знайти такий маршрут через місто, щоб пройти всі сім мостів і кожним мостом пройти рівно один раз. На острів не можна було потрапити інакше як через міст, і кожен з мостів мав бути пройденим за один раз (тобто не можна було пройти на середину мосту і повернутися назад, а потім з іншого берега пройти другу половину). Ойлер довів, що розв'язку не існує.



Необхідно було знайти такий маршрут через місто, щоб пройти всі сім мостів і кожним мостом пройти рівно один раз. На острів не можна було потрапити інакше як через міст, і кожен з мостів мав бути пройденим за один раз (тобто не можна було пройти на середину мосту і повернутися назад, а потім з іншого берега пройти другу половину). Ойлер довів, що розв'язку не існує.

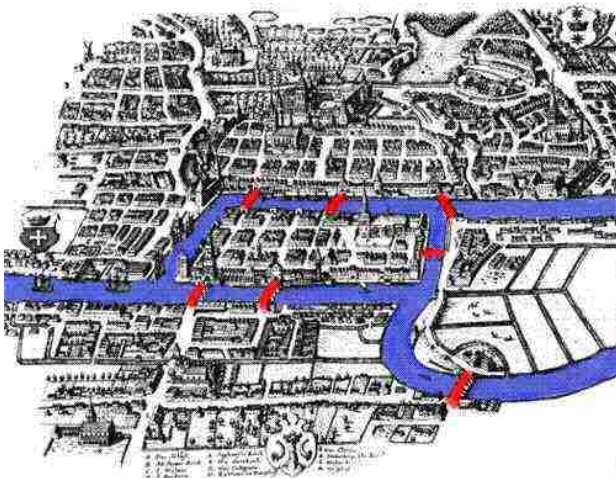


Необхідно було знайти такий маршрут через місто, щоб пройти всі сім мостів і кожним мостом пройти рівно один раз. На острів не можна було потрапити інакше як через міст, і кожен з мостів мав бути пройденим за один раз (тобто не можна було пройти на середину мосту і повернутися назад, а потім з іншого берега пройти другу половину). Ойлер довів, що розв'язку не існує.



Необхідно було знайти такий маршрут через місто, щоб пройти всі сім мостів і кожним мостом пройти рівно один раз. На острів не можна було потрапити інакше як через міст, і кожен з мостів мав бути пройденим за один раз (тобто не можна було пройти на середину мосту і повернутися назад, а потім з іншого берега пройти другу половину). Ойлер довів, що розв'язку не існує.

## Лекція 25: Теорія графів. Історичний огляд. Типові задачі



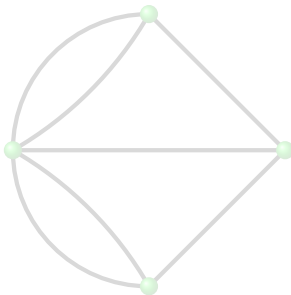
Необхідно було знайти такий маршрут через місто, щоб пройти всі сім мостів і кожним мостом пройти рівно один раз. На острів не можна було потрапити інакше як через міст, і кожен з мостів мав бути пройденим за один раз (тобто не можна було пройти на середину мосту і повернутися назад, а потім з іншого берега пройти другу половину). Ойлер довів, що розв'язку не існує.



## Лекція 25: Теорія графів. Історичний огляд. Типові задачі

### Ідея Ойлера

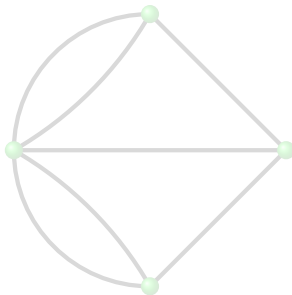
По-перше, Ойлер осягнув, що вибір маршруту всередині кожної з ділянок суходолу (островів, або берегів ріки) не має значення. Важлива лише послідовність перетину мостів. Це дозволило йому переформулювати задачу в абстрактних термінах (які лягли в основу теорії графів), виключивши усі ознаки окрім списку ділянок суходолу і мостів, що сполучають їх. В сучасних термінах, він кожну з ділянок суходолу замінив на абстрактну “вершину”, а кожен міст на абстрактне “ребро”, яке слугувало лише для відображення факту сполучення пари вершин (ділянок суходолу) цим мостом. (див. рис.)



Отримана математична структура називається *графом*.

### Ідея Ойлера

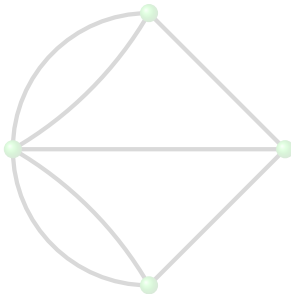
По-перше, Ойлер осягнув, що вибір маршруту всередині кожної з ділянок суходолу (островів, або берегів ріки) не має значення. Важлива лише послідовність перетину мостів. Це дозволило йому переформулювати задачу в абстрактних термінах (які лягли в основу теорії графів), виключивши усі ознаки окрім списку ділянок суходолу і мостів, що сполучають їх. В сучасних термінах, він кожну з ділянок суходолу замінив на абстрактну “вершину”, а кожен міст на абстрактне “ребро”, яке слугувало лише для відображення факту сполучення пари вершин (ділянок суходолу) цим мостом. (див. рис.)



Отримана математична структура називається *графом*.

### Ідея Ойлера

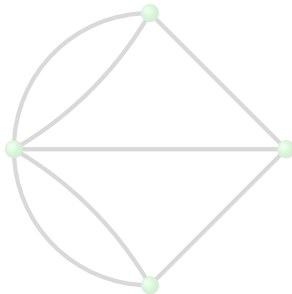
По-перше, Ойлер осягнув, що вибір маршруту всередині кожної з ділянок суходолу (островів, або берегів ріки) не має значення. Важлива лише послідовність перетину мостів. Це дозволило йому переформулювати задачу в абстрактних термінах (які лягли в основу теорії графів), виключивши усі ознаки окрім списку ділянок суходолу і мостів, що сполучають їх. В сучасних термінах, він кожну з ділянок суходолу замінив на абстрактну “вершину”, а кожен міст на абстрактне “ребро”, яке слугувало лише для відображення факту сполучення пари вершин (ділянок суходолу) цим мостом. (див. рис.)



Отримана математична структура називається *графом*.

### Ідея Ойлера

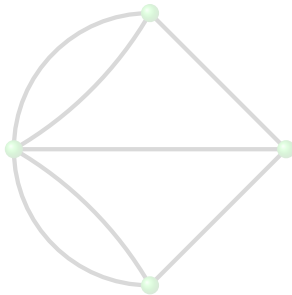
По-перше, Ойлер осягнув, що вибір маршруту всередині кожної з ділянок суходолу (островів, або берегів ріки) не має значення. Важлива лише послідовність перетину мостів. Це дозволило йому переформулювати задачу в абстрактних термінах (які лягли в основу теорії графів), виключивши усі ознаки окрім списку ділянок суходолу і мостів, що сполучають їх. В сучасних термінах, він кожен з ділянок суходолу замінив на абстрактну “вершину”, а кожен міст на абстрактне “ребро”, яке слугувало лише для відображення факту сполучення пари вершин (ділянок суходолу) цим мостом. (див. рис.)



Отримана математична структура називається *графом*.

### Ідея Ойлера

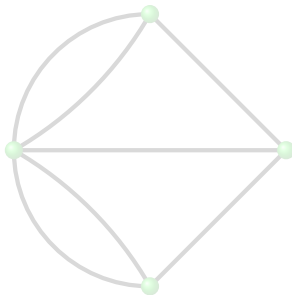
По-перше, Ойлер осягнув, що вибір маршруту всередині кожної з ділянок суходолу (островів, або берегів ріки) не має значення. Важлива лише послідовність перетину мостів. Це дозволило йому переформулювати задачу в абстрактних термінах (які лягли в основу теорії графів), виключивши усі ознаки окрім списку ділянок суходолу і мостів, що сполучають їх. В сучасних термінах, він кожен з ділянок суходолу замінив на абстрактну “вершину”, а кожен міст на абстрактне “ребро”, яке слугувало лише для відображення факту сполучення пари вершин (ділянок суходолу) цим мостом. (див. рис.)



Отримана математична структура називається *графом*.

### Ідея Ойлера

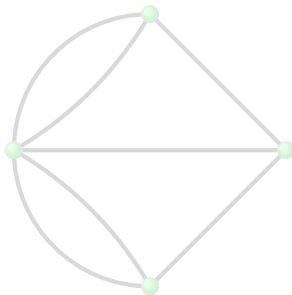
По-перше, Ойлер осягнув, що вибір маршруту всередині кожної з ділянок суходолу (островів, або берегів ріки) не має значення. Важлива лише послідовність перетину мостів. Це дозволило йому переформулювати задачу в абстрактних термінах (які лягли в основу теорії графів), виключивши усі ознаки окрім списку ділянок суходолу і мостів, що сполучають їх. В сучасних термінах, він кожен з ділянок суходолу замінив на абстрактну “вершину”, а кожен міст на абстрактне “ребро”, яке слугувало лише для відображення факту сполучення пари вершин (ділянок суходолу) цим мостом. (див. рис.)



Отримана математична структура називається *графом*.

### Ідея Ойлера

По-перше, Ойлер осягнув, що вибір маршруту всередині кожної з ділянок суходолу (островів, або берегів ріки) не має значення. Важлива лише послідовність перетину мостів. Це дозволило йому переформулювати задачу в абстрактних термінах (які лягли в основу теорії графів), виключивши усі ознаки окрім списку ділянок суходолу і мостів, що сполучають їх. В сучасних термінах, він кожен з ділянок суходолу замінив на абстрактну “вершину”, а кожен міст на абстрактне “ребро”, яке слугувало лише для відображення факту сполучення пари вершин (ділянок суходолу) цим мостом. (див. рис.)



Отримана математична структура називається *графом*.

### Ідея Ойлера

По-перше, Ойлер осягнув, що вибір маршруту всередині кожної з ділянок суходолу (островів, або берегів ріки) не має значення. Важлива лише послідовність перетину мостів. Це дозволило йому переформулювати задачу в абстрактних термінах (які лягли в основу теорії графів), виключивши усі ознаки окрім списку ділянок суходолу і мостів, що сполучають їх. В сучасних термінах, він кожен з ділянок суходолу замінив на абстрактну “вершину”, а кожен міст на абстрактне “ребро”, яке слугувало лише для відображення факту сполучення пари вершин (ділянок суходолу) цим мостом. (див. рис.)

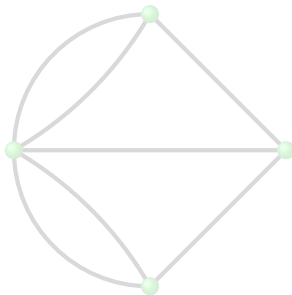


Отримана математична структура називається *графом*.



### Ідея Ойлера

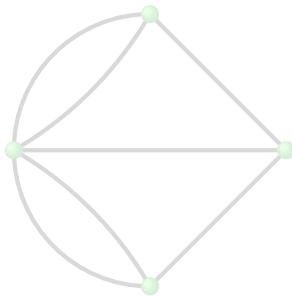
По-перше, Ойлер осягнув, що вибір маршруту всередині кожної з ділянок суходолу (островів, або берегів ріки) не має значення. Важлива лише послідовність перетину мостів. Це дозволило йому переформулювати задачу в абстрактних термінах (які лягли в основу теорії графів), виключивши усі ознаки окрім списку ділянок суходолу і мостів, що сполучають їх. В сучасних термінах, він кожен з ділянок суходолу замінив на абстрактну “вершину”, а кожен міст на абстрактне “ребро”, яке слугувало лише для відображення факту сполучення пари вершин (ділянок суходолу) цим мостом. (див. рис.)



Отримана математична структура називається *графом*.

### Ідея Ойлера

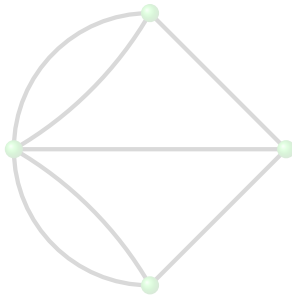
По-перше, Ойлер осягнув, що вибір маршруту всередині кожної з ділянок суходолу (островів, або берегів ріки) не має значення. Важлива лише послідовність перетину мостів. Це дозволило йому переформулювати задачу в абстрактних термінах (які лягли в основу теорії графів), виключивши усі ознаки окрім списку ділянок суходолу і мостів, що сполучають їх. В сучасних термінах, він кожен з ділянок суходолу замінив на абстрактну “вершину”, а кожен міст на абстрактне “ребро”, яке слугувало лише для відображення факту сполучення пари вершин (ділянок суходолу) цим мостом. (див. рис.)



Отримана математична структура називається *графом*.

### Ідея Ойлера

По-перше, Ойлер осягнув, що вибір маршруту всередині кожної з ділянок суходолу (островів, або берегів ріки) не має значення. Важлива лише послідовність перетину мостів. Це дозволило йому переформулювати задачу в абстрактних термінах (які лягли в основу теорії графів), виключивши усі ознаки окрім списку ділянок суходолу і мостів, що сполучають їх. В сучасних термінах, він кожен з ділянок суходолу замінив на абстрактну “вершину”, а кожен міст на абстрактне “ребро”, яке слугувало лише для відображення факту сполучення пари вершин (ділянок суходолу) цим мостом. (див. рис.)



Отримана математична структура називається *графом*.

### Ідея Ойлера

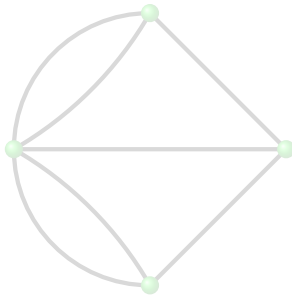
По-перше, Ойлер осягнув, що вибір маршруту всередині кожної з ділянок суходолу (островів, або берегів ріки) не має значення. Важлива лише послідовність перетину мостів. Це дозволило йому переформулювати задачу в абстрактних термінах (які лягли в основу теорії графів), виключивши усі ознаки окрім списку ділянок суходолу і мостів, що сполучають їх. В сучасних термінах, він кожну з ділянок суходолу замінив на абстрактну “вершину”, а кожен міст на абстрактне “ребро”, яке слугувало лише для відображення факту сполучення пари вершин (ділянок суходолу) цим мостом. (див. рис.)



Отримана математична структура називається *графом*.

### Ідея Ойлера

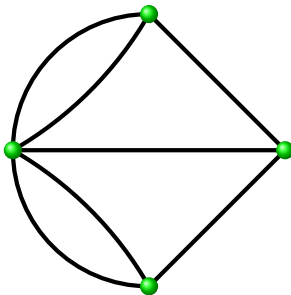
По-перше, Ойлер осягнув, що вибір маршруту всередині кожної з ділянок суходолу (островів, або берегів ріки) не має значення. Важлива лише послідовність перетину мостів. Це дозволило йому переформулювати задачу в абстрактних термінах (які лягли в основу теорії графів), виключивши усі ознаки окрім списку ділянок суходолу і мостів, що сполучають їх. В сучасних термінах, він кожен ділянку суходолу замінив на абстрактну “вершину”, а кожен міст на абстрактне “ребро”, яке слугувало лише для відображення факту сполучення пари вершин (ділянок суходолу) цим мостом. (див. рис.)



Отримана математична структура називається *графом*.

### Ідея Ойлера

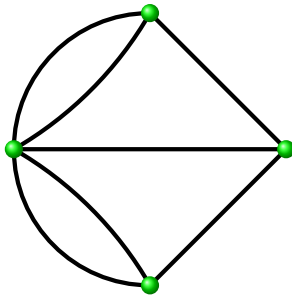
По-перше, Ойлер осягнув, що вибір маршруту всередині кожної з ділянок суходолу (островів, або берегів ріки) не має значення. Важлива лише послідовність перетину мостів. Це дозволило йому переформулювати задачу в абстрактних термінах (які лягли в основу теорії графів), виключивши усі ознаки окрім списку ділянок суходолу і мостів, що сполучають їх. В сучасних термінах, він кожну з ділянок суходолу замінив на абстрактну “вершину”, а кожен міст на абстрактне “ребро”, яке слугувало лише для відображення факту сполучення пари вершин (ділянок суходолу) цим мостом. (див. рис.)



Отримана математична структура називається *графом*.

### Ідея Ойлера

По-перше, Ойлер осягнув, що вибір маршруту всередині кожної з ділянок суходолу (островів, або берегів ріки) не має значення. Важлива лише послідовність перетину мостів. Це дозволило йому переформулювати задачу в абстрактних термінах (які лягли в основу теорії графів), виключивши усі ознаки окрім списку ділянок суходолу і мостів, що сполучають їх. В сучасних термінах, він кожну з ділянок суходолу замінив на абстрактну “вершину”, а кожен міст на абстрактне “ребро”, яке слугувало лише для відображення факту сполучення пари вершин (ділянок суходолу) цим мостом. (див. рис.)



Отримана математична структура називається **графом**.

Наступним спостереженням Ойлера було те, що (окрім кінцевих вершин прогулянки), коли хтось потрапляє до вершини через міст, обов'язково її покидає через міст. Інакше кажучи, впродовж кожного маршруту в графі, кількість входів в некінцеві вершини дорівнює кількості виходів з них. Тепер, якщо кожний міст пройдено рівно один раз, вірно наступне, для кожної ділянки суходолу (окрім початкової і кінцевої), кількість мостів до цієї ділянки парна (половина з них буде пройдена за напрямком до ділянки, а половина з ділянки). Однак всі чотири ділянки суходолу в початковій задачі мають непарну кількість мостів (одна 5, а інші по 3). Через те, що лише дві ділянки можуть слугувати як початкова та кінцева точки ймовірного маршруту, задача пройтися усіма мостами рівно по одному разу призводить до протиріччя.

Наступний крок зробив у 1847 році Кірхгоф. Вивчаючи електричні ланцюги та абстрагуючись від фізичної природи пристроїв, він виділив окремо комбінаторно-топологічну структуру, яка зараз називається графом ланцюга, розробив алгоритм знаходження максимального підграфа без циклів, який називається деревом, та з його допомогою записав найменшу незалежну систему рівнянь ланцюга. Дослідження з електротехніки, електроніки, релейно-контактних схем до сьогоднішнього дня індукують різні дослідження з теорії графів, і навпаки.



Наступним спостереженням Ойлера було те, що (окрім кінцевих вершин прогулянки), коли хтось потрапляє до вершини через міст, обов'язково її покидає через міст. Інакше кажучи, впродовж кожного маршруту в графі, кількість входів в некінцеві вершини дорівнює кількості виходів з них. Тепер, якщо кожний міст пройдено рівно один раз, вірно наступне, для кожної ділянки суходолу (окрім початкової і кінцевої), кількість мостів до цієї ділянки парна (половина з них буде пройдена за напрямком до ділянки, а половина з ділянки). Однак всі чотири ділянки суходолу в початковій задачі мають непарну кількість мостів (одна 5, а інші по 3). Через те, що лише дві ділянки можуть слугувати як початкова та кінцева точки ймовірного маршруту, задача пройтися усіма мостами рівно по одному разу призводить до протиріччя.

Наступний крок зробив у 1847 році Кірхгоф. Вивчаючи електричні ланцюги та абстрагуючись від фізичної природи пристроїв, він виділив окремо комбінаторно-топологічну структуру, яка зараз називається графом ланцюга, розробив алгоритм знаходження максимального підграфа без циклів, який називається деревом, та з його допомогою записав найменшу незалежну систему рівнянь ланцюга. Дослідження з електротехніки, електроніки, релейно-контактних схем до сьогодення для індукують різні дослідження з теорії графів, і навпаки.

Наступним спостереженням Ойлера було те, що (окрім кінцевих вершин прогулянки), коли хтось потрапляє до вершини через міст, обов'язково її покидає через міст. Інакше кажучи, впродовж кожного маршруту в графі, кількість входів в некінцеві вершини дорівнює кількості виходів з них. Тепер, якщо кожний міст пройдено рівно один раз, вірно наступне, для кожної ділянки суходолу (окрім початкової і кінцевої), кількість мостів до цієї ділянки парна (половина з них буде пройдена за напрямком до ділянки, а половина з ділянки). Однак всі чотири ділянки суходолу в початковій задачі мають непарну кількість мостів (одна 5, а інші по 3). Через те, що лише дві ділянки можуть слугувати як початкова та кінцева точки ймовірного маршруту, задача пройтися усіма мостами рівно по одному разу призводить до протиріччя.

Наступний крок зробив у 1847 році Кірхгоф. Вивчаючи електричні ланцюги та абстрагуючись від фізичної природи пристроїв, він виділив окремо комбінаторно-топологічну структуру, яка зараз називається графом ланцюга, розробив алгоритм знаходження максимального підграфа без циклів, який називається деревом, та з його допомогою записав найменшу незалежну систему рівнянь ланцюга. Дослідження з електротехніки, електроніки, релейно-контактних схем до сьогодення для індукують різні дослідження з теорії графів, і навпаки.

Наступним спостереженням Ойлера було те, що (окрім кінцевих вершин прогулянки), коли хтось потрапляє до вершини через міст, обов'язково її покидає через міст. Інакше кажучи, впродовж кожного маршруту в графі, кількість входів в некінцеві вершини дорівнює кількості виходів з них. Тепер, якщо кожний міст пройдено рівно один раз, вірно наступне, для кожної ділянки суходолу (окрім початкової і кінцевої), кількість мостів до цієї ділянки парна (половина з них буде пройдена за напрямком до ділянки, а половина з ділянки). Однак всі чотири ділянки суходолу в початковій задачі мають непарну кількість мостів (одна 5, а інші по 3). Через те, що лише дві ділянки можуть слугувати як початкова та кінцева точки ймовірного маршруту, задача пройтися усіма мостами рівно по одному разу призводить до протиріччя.

Наступний крок зробив у 1847 році Кірхгоф. Вивчаючи електричні ланцюги та абстрагуючись від фізичної природи пристроїв, він виділив окремо комбінаторно-топологічну структуру, яка зараз називається графом ланцюга, розробив алгоритм знаходження максимального підграфа без циклів, який називається деревом, та з його допомогою записав найменшу незалежну систему рівнянь ланцюга. Дослідження з електротехніки, електроніки, релейно-контактних схем до сьогоднішнього дня індукують різні дослідження з теорії графів, і навпаки.

Наступним спостереженням Ойлера було те, що (окрім кінцевих вершин прогулянки), коли хтось потрапляє до вершини через міст, обов'язково її покидає через міст. Інакше кажучи, впродовж кожного маршруту в графі, кількість входів в некінцеві вершини дорівнює кількості виходів з них. Тепер, якщо кожний міст пройдено рівно один раз, вірно наступне, для кожної ділянки суходолу (окрім початкової і кінцевої), кількість мостів до цієї ділянки парна (половина з них буде пройдена за напрямком до ділянки, а половина з ділянки). Однак всі чотири ділянки суходолу в початковій задачі мають непарну кількість мостів (одна 5, а інші по 3). Через те, що лише дві ділянки можуть слугувати як початкова та кінцева точки ймовірного маршруту, задача пройтися усіма мостами рівно по одному разу призводить до протиріччя.

Наступний крок зробив у 1847 році Кірхгоф. Вивчаючи електричні ланцюги та абстрагуючись від фізичної природи пристроїв, він виділив окремо комбінаторно-топологічну структуру, яка зараз називається графом ланцюга, розробив алгоритм знаходження максимального підграфа без циклів, який називається деревом, та з його допомогою записав найменшу незалежну систему рівнянь ланцюга. Дослідження з електротехніки, електроніки, релейно-контактних схем до сьогодення для індукують різні дослідження з теорії графів, і навпаки.

Наступним спостереженням Ойлера було те, що (окрім кінцевих вершин прогулянки), коли хтось потрапляє до вершини через міст, обов'язково її покидає через міст. Інакше кажучи, впродовж кожного маршруту в графі, кількість входів в некінцеві вершини дорівнює кількості виходів з них.

Тепер, якщо кожний міст пройдено рівно один раз, вірно наступне, для кожної ділянки суходолу (окрім початкової і кінцевої), кількість мостів до цієї ділянки парна (половина з них буде пройдена за напрямком до ділянки, а половина з ділянки). Однак всі чотири ділянки суходолу в початковій задачі мають непарну кількість мостів (одна 5, а інші по 3). Через те, що лише дві ділянки можуть слугувати як початкова та кінцева точки ймовірного маршруту, задача пройтися усіма мостами рівно по одному разу призводить до протиріччя.

Наступний крок зробив у 1847 році Кірхгоф. Вивчаючи електричні ланцюги та абстрагуючись від фізичної природи пристроїв, він виділив окремо комбінаторно-топологічну структуру, яка зараз називається графом ланцюга, розробив алгоритм знаходження максимального підграфа без циклів, який називається деревом, та з його допомогою записав найменшу незалежну систему рівнянь ланцюга. Дослідження з електротехніки, електроніки, релейно-контактних схем до сьогодення для індукують різні дослідження з теорії графів, і навпаки.

Наступним спостереженням Ойлера було те, що (окрім кінцевих вершин прогулянки), коли хтось потрапляє до вершини через міст, обов'язково її покидає через міст. Інакше кажучи, впродовж кожного маршруту в графі, кількість входів в некінцеві вершини дорівнює кількості виходів з них. Тепер, якщо кожний міст пройдено рівно один раз, вірно наступне, для кожної ділянки суходолу (окрім початкової і кінцевої), кількість мостів до цієї ділянки парна (половина з них буде пройдена за напрямком до ділянки, а половина з ділянки). Однак всі чотири ділянки суходолу в початковій задачі мають непарну кількість мостів (одна 5, а інші по 3). Через те, що лише дві ділянки можуть слугувати як початкова та кінцева точки ймовірного маршруту, задача пройтися усіма мостами рівно по одному разу призводить до протиріччя.

Наступний крок зробив у 1847 році Кірхгоф. Вивчаючи електричні ланцюги та абстрагуючись від фізичної природи пристроїв, він виділив окремо комбінаторно-топологічну структуру, яка зараз називається графом ланцюга, розробив алгоритм знаходження максимального підграфа без циклів, який називається деревом, та з його допомогою записав найменшу незалежну систему рівнянь ланцюга. Дослідження з електротехніки, електроніки, релейно-контактних схем до сьогодення для індукують різні дослідження з теорії графів, і навпаки.

Наступним спостереженням Ойлера було те, що (окрім кінцевих вершин прогулянки), коли хтось потрапляє до вершини через міст, обов'язково її покидає через міст. Інакше кажучи, впродовж кожного маршруту в графі, кількість входів в некінцеві вершини дорівнює кількості виходів з них. Тепер, якщо кожний міст пройдено рівно один раз, вірно наступне, для кожної ділянки суходолу (окрім початкової і кінцевої), кількість мостів до цієї ділянки парна (половина з них буде пройдена за напрямком до ділянки, а половина з ділянки). Однак всі чотири ділянки суходолу в початковій задачі мають непарну кількість мостів (одна 5, а інші по 3). Через те, що лише дві ділянки можуть слугувати як початкова та кінцева точки ймовірного маршруту, задача пройтися усіма мостами рівно по одному разу призводить до протиріччя.

Наступний крок зробив у 1847 році Кірхгоф. Вивчаючи електричні ланцюги та абстрагуючись від фізичної природи пристроїв, він виділив окремо комбінаторно-топологічну структуру, яка зараз називається графом ланцюга, розробив алгоритм знаходження максимального підграфа без циклів, який називається деревом, та з його допомогою записав найменшу незалежну систему рівнянь ланцюга. Дослідження з електротехніки, електроніки, релейно-контактних схем до сьогодення для індукують різні дослідження з теорії графів, і навпаки.

Наступним спостереженням Ойлера було те, що (окрім кінцевих вершин прогулянки), коли хтось потрапляє до вершини через міст, обов'язково її покидає через міст. Інакше кажучи, впродовж кожного маршруту в графі, кількість входів в некінцеві вершини дорівнює кількості виходів з них. Тепер, якщо кожний міст пройдено рівно один раз, вірно наступне, для кожної ділянки суходолу (окрім початкової і кінцевої), кількість мостів до цієї ділянки парна (половина з них буде пройдена за напрямком до ділянки, а половина з ділянки). Однак всі чотири ділянки суходолу в початковій задачі мають непарну кількість мостів (одна 5, а інші по 3). Через те, що лише дві ділянки можуть слугувати як початкова та кінцева точки ймовірного маршруту, задача пройтися усіма мостами рівно по одному разу призводить до протиріччя.

Наступний крок зробив у 1847 році Кірхгоф. Вивчаючи електричні ланцюги та абстрагуючись від фізичної природи пристроїв, він виділив окремо комбінаторно-топологічну структуру, яка зараз називається графом ланцюга, розробив алгоритм знаходження максимального підграфа без циклів, який називається деревом, та з його допомогою записав найменшу незалежну систему рівнянь ланцюга. Дослідження з електротехніки, електроніки, релейно-контактних схем до сьогоднішнього дня індукують різні дослідження з теорії графів, і навпаки.



Наступним спостереженням Ойлера було те, що (окрім кінцевих вершин прогулянки), коли хтось потрапляє до вершини через міст, обов'язково її покидає через міст. Інакше кажучи, впродовж кожного маршруту в графі, кількість входів в некінцеві вершини дорівнює кількості виходів з них. Тепер, якщо кожний міст пройдено рівно один раз, вірно наступне, для кожної ділянки суходолу (окрім початкової і кінцевої), кількість мостів до цієї ділянки парна (половина з них буде пройдена за напрямком до ділянки, а половина з ділянки). Однак всі чотири ділянки суходолу в початковій задачі мають непарну кількість мостів (одна 5, а інші по 3). Через те, що лише дві ділянки можуть слугувати як початкова та кінцева точки ймовірного маршруту, задача пройтися усіма мостами рівно по одному разу призводить до протиріччя.

Наступний крок зробив у 1847 році Кірхгоф. Вивчаючи електричні ланцюги та абстрагуючись від фізичної природи пристроїв, він виділив окремо комбінаторно-топологічну структуру, яка зараз називається графом ланцюга, розробив алгоритм знаходження максимального підграфа без циклів, який називається деревом, та з його допомогою записав найменшу незалежну систему рівнянь ланцюга. Дослідження з електротехніки, електроніки, релейно-контактних схем до сьогоднішнього дня індукують різні дослідження з теорії графів, і навпаки.

Наступним спостереженням Ойлера було те, що (окрім кінцевих вершин прогулянки), коли хтось потрапляє до вершини через міст, обов'язково її покидає через міст. Інакше кажучи, впродовж кожного маршруту в графі, кількість входів в некінцеві вершини дорівнює кількості виходів з них. Тепер, якщо кожний міст пройдено рівно один раз, вірно наступне, для кожної ділянки суходолу (окрім початкової і кінцевої), кількість мостів до цієї ділянки парна (половина з них буде пройдена за напрямком до ділянки, а половина з ділянки). Однак всі чотири ділянки суходолу в початковій задачі мають непарну кількість мостів (одна 5, а інші по 3). Через те, що лише дві ділянки можуть слугувати як початкова та кінцева точки ймовірного маршруту, задача пройтися усіма мостами рівно по одному разу призводить до протиріччя.

Наступний крок зробив у 1847 році Кірхгоф. Вивчаючи електричні ланцюги та абстрагуючись від фізичної природи пристроїв, він виділив окремо комбінаторно-топологічну структуру, яка зараз називається графом ланцюга, розробив алгоритм знаходження максимального підграфа без циклів, який називається деревом, та з його допомогою записав найменшу незалежну систему рівнянь ланцюга. Дослідження з електротехніки, електроніки, релейно-контактних схем до сьогодення для індукують різні дослідження з теорії графів, і навпаки.

Наступним спостереженням Ойлера було те, що (окрім кінцевих вершин прогулянки), коли хтось потрапляє до вершини через міст, обов'язково її покидає через міст. Інакше кажучи, впродовж кожного маршруту в графі, кількість входів в некінцеві вершини дорівнює кількості виходів з них. Тепер, якщо кожний міст пройдено рівно один раз, вірно наступне, для кожної ділянки суходолу (окрім початкової і кінцевої), кількість мостів до цієї ділянки парна (половина з них буде пройдена за напрямком до ділянки, а половина з ділянки). Однак всі чотири ділянки суходолу в початковій задачі мають непарну кількість мостів (одна 5, а інші по 3). Через те, що лише дві ділянки можуть слугувати як початкова та кінцева точки ймовірного маршруту, задача пройтися усіма мостами рівно по одному разу призводить до протиріччя.

Наступний крок зробив у 1847 році Кірхгоф. Вивчаючи електричні ланцюги та абстрагуючись від фізичної природи пристроїв, він виділив окремо комбінаторно-топологічну структуру, яка зараз називається графом ланцюга, розробив алгоритм знаходження максимального підграфа без циклів, який називається деревом, та з його допомогою записав найменшу незалежну систему рівнянь ланцюга. Дослідження з електротехніки, електроніки, релейно-контактних схем до сьогоднішнього дня індукують різні дослідження з теорії графів, і навпаки.

Наступним спостереженням Ойлера було те, що (окрім кінцевих вершин прогулянки), коли хтось потрапляє до вершини через міст, обов'язково її покидає через міст. Інакше кажучи, впродовж кожного маршруту в графі, кількість входів в некінцеві вершини дорівнює кількості виходів з них. Тепер, якщо кожний міст пройдено рівно один раз, вірно наступне, для кожної ділянки суходолу (окрім початкової і кінцевої), кількість мостів до цієї ділянки парна (половина з них буде пройдена за напрямком до ділянки, а половина з ділянки). Однак всі чотири ділянки суходолу в початковій задачі мають непарну кількість мостів (одна 5, а інші по 3). Через те, що лише дві ділянки можуть слугувати як початкова та кінцева точки ймовірного маршруту, задача пройтися усіма мостами рівно по одному разу призводить до протиріччя.

Наступний крок зробив у 1847 році Кірхгоф. Вивчаючи електричні ланцюги та абстрагуючись від фізичної природи пристроїв, він виділив окремо комбінаторно-топологічну структуру, яка зараз називається графом ланцюга, розробив алгоритм знаходження максимального підграфа без циклів, який називається деревом, та з його допомогою записав найменшу незалежну систему рівнянь ланцюга. Дослідження з електротехніки, електроніки, релейно-контактних схем до сьогоднішнього дня індукують різні дослідження з теорії графів, і навпаки.

Наступним спостереженням Ойлера було те, що (окрім кінцевих вершин прогулянки), коли хтось потрапляє до вершини через міст, обов'язково її покидає через міст. Інакше кажучи, впродовж кожного маршруту в графі, кількість входів в некінцеві вершини дорівнює кількості виходів з них. Тепер, якщо кожний міст пройдено рівно один раз, вірно наступне, для кожної ділянки суходолу (окрім початкової і кінцевої), кількість мостів до цієї ділянки парна (половина з них буде пройдена за напрямком до ділянки, а половина з ділянки). Однак всі чотири ділянки суходолу в початковій задачі мають непарну кількість мостів (одна 5, а інші по 3). Через те, що лише дві ділянки можуть слугувати як початкова та кінцева точки ймовірного маршруту, задача пройтися усіма мостами рівно по одному разу призводить до протиріччя.

Наступний крок зробив у 1847 році Кірхгоф. Вивчаючи електричні ланцюги та абстрагуючись від фізичної природи пристроїв, він виділив окремо комбінаторно-топологічну структуру, яка зараз називається графом ланцюга, розробив алгоритм знаходження максимального підграфа без циклів, який називається деревом, та з його допомогою записав найменшу незалежну систему рівнянь ланцюга. Дослідження з електротехніки, електроніки, релейно-контактних схем до сьогодення для індукують різні дослідження з теорії графів, і навпаки.

Наступним спостереженням Ойлера було те, що (окрім кінцевих вершин прогулянки), коли хтось потрапляє до вершини через міст, обов'язково її покидає через міст. Інакше кажучи, впродовж кожного маршруту в графі, кількість входів в некінцеві вершини дорівнює кількості виходів з них. Тепер, якщо кожний міст пройдено рівно один раз, вірно наступне, для кожної ділянки суходолу (окрім початкової і кінцевої), кількість мостів до цієї ділянки парна (половина з них буде пройдена за напрямком до ділянки, а половина з ділянки). Однак всі чотири ділянки суходолу в початковій задачі мають непарну кількість мостів (одна 5, а інші по 3). Через те, що лише дві ділянки можуть слугувати як початкова та кінцева точки ймовірного маршруту, задача пройтися усіма мостами рівно по одному разу призводить до протиріччя.

Наступний крок зробив у 1847 році Кірхгоф. Вивчаючи електричні ланцюги та абстрагуючись від фізичної природи пристроїв, він виділив окремо комбінаторно-топологічну структуру, яка зараз називається графом ланцюга, розробив алгоритм знаходження максимального підграфа без циклів, який називається деревом, та з його допомогою записав найменшу незалежну систему рівнянь ланцюга. Дослідження з електротехніки, електроніки, релейно-контактних схем до сьогоднішнього дня індукують різні дослідження з теорії графів, і навпаки.

Наступним спостереженням Ойлера було те, що (окрім кінцевих вершин прогулянки), коли хтось потрапляє до вершини через міст, обов'язково її покидає через міст. Інакше кажучи, впродовж кожного маршруту в графі, кількість входів в некінцеві вершини дорівнює кількості виходів з них. Тепер, якщо кожний міст пройдено рівно один раз, вірно наступне, для кожної ділянки суходолу (окрім початкової і кінцевої), кількість мостів до цієї ділянки парна (половина з них буде пройдена за напрямком до ділянки, а половина з ділянки). Однак всі чотири ділянки суходолу в початковій задачі мають непарну кількість мостів (одна 5, а інші по 3). Через те, що лише дві ділянки можуть слугувати як початкова та кінцева точки ймовірного маршруту, задача пройтися усіма мостами рівно по одному разу призводить до протиріччя.

Наступний крок зробив у 1847 році Кірхгоф. Вивчаючи електричні ланцюги та абстрагуючись від фізичної природи пристроїв, він виділив окремо комбінаторно-топологічну структуру, яка зараз називається графом ланцюга, розробив алгоритм знаходження максимального підграфа без циклів, який називається деревом, та з його допомогою записав найменшу незалежну систему рівнянь ланцюга. Дослідження з електротехніки, електроніки, релейно-контактних схем до сьогоднішнього дня індукують різні дослідження з теорії графів, і навпаки.

Наступним спостереженням Ойлера було те, що (окрім кінцевих вершин прогулянки), коли хтось потрапляє до вершини через міст, обов'язково її покидає через міст. Інакше кажучи, впродовж кожного маршруту в графі, кількість входів в некінцеві вершини дорівнює кількості виходів з них. Тепер, якщо кожний міст пройдено рівно один раз, вірно наступне, для кожної ділянки суходолу (окрім початкової і кінцевої), кількість мостів до цієї ділянки парна (половина з них буде пройдена за напрямком до ділянки, а половина з ділянки). Однак всі чотири ділянки суходолу в початковій задачі мають непарну кількість мостів (одна 5, а інші по 3). Через те, що лише дві ділянки можуть слугувати як початкова та кінцева точки ймовірного маршруту, задача пройтися усіма мостами рівно по одному разу призводить до протиріччя.

Наступний крок зробив у 1847 році Кірхгоф. Вивчаючи електричні ланцюги та абстрагуючись від фізичної природи пристроїв, він виділив окремо комбінаторно-топологічну структуру, яка зараз називається графом ланцюга, розробив алгоритм знаходження максимального підграфа без циклів, який називається деревом, та з його допомогою записав найменшу незалежну систему рівнянь ланцюга. Дослідження з електротехніки, електроніки, релейно-контактних схем до сьогоднішнього дня індукують різні дослідження з теорії графів, і навпаки.



Наступним спостереженням Ойлера було те, що (окрім кінцевих вершин прогулянки), коли хтось потрапляє до вершини через міст, обов'язково її покидає через міст. Інакше кажучи, впродовж кожного маршруту в графі, кількість входів в некінцеві вершини дорівнює кількості виходів з них. Тепер, якщо кожний міст пройдено рівно один раз, вірно наступне, для кожної ділянки суходолу (окрім початкової і кінцевої), кількість мостів до цієї ділянки парна (половина з них буде пройдена за напрямком до ділянки, а половина з ділянки). Однак всі чотири ділянки суходолу в початковій задачі мають непарну кількість мостів (одна 5, а інші по 3). Через те, що лише дві ділянки можуть слугувати як початкова та кінцева точки ймовірного маршруту, задача пройтися усіма мостами рівно по одному разу призводить до протиріччя.

Наступний крок зробив у 1847 році Кірхгоф. Вивчаючи електричні ланцюги та абстрагуючись від фізичної природи пристроїв, він виділив окремо комбінаторно-топологічну структуру, яка зараз називається графом ланцюга, розробив алгоритм знаходження максимального підграфа без циклів, який називається деревом, та з його допомогою записав найменшу незалежну систему рівнянь ланцюга. Дослідження з електротехніки, електроніки, релейно-контактних схем до сьогоднішнього дня індукують різні дослідження з теорії графів, і навпаки.

Наступним спостереженням Ойлера було те, що (окрім кінцевих вершин прогулянки), коли хтось потрапляє до вершини через міст, обов'язково її покидає через міст. Інакше кажучи, впродовж кожного маршруту в графі, кількість входів в некінцеві вершини дорівнює кількості виходів з них. Тепер, якщо кожний міст пройдено рівно один раз, вірно наступне, для кожної ділянки суходолу (окрім початкової і кінцевої), кількість мостів до цієї ділянки парна (половина з них буде пройдена за напрямком до ділянки, а половина з ділянки). Однак всі чотири ділянки суходолу в початковій задачі мають непарну кількість мостів (одна 5, а інші по 3). Через те, що лише дві ділянки можуть слугувати як початкова та кінцева точки ймовірного маршруту, задача пройтися усіма мостами рівно по одному разу призводить до протиріччя.

Наступний крок зробив у 1847 році Кірхгоф. Вивчаючи електричні ланцюги та абстрагуючись від фізичної природи пристроїв, він виділив окремо комбінаторно-топологічну структуру, яка зараз називається графом ланцюга, розробив алгоритм знаходження максимального підграфа без циклів, який називається деревом, та з його допомогою записав найменшу незалежну систему рівнянь ланцюга. Дослідження з електротехніки, електроніки, релейно-контактних схем до сьогоднішнього дня індукують різні дослідження з теорії графів, і навпаки.

Наступним спостереженням Ойлера було те, що (окрім кінцевих вершин прогулянки), коли хтось потрапляє до вершини через міст, обов'язково її покидає через міст. Інакше кажучи, впродовж кожного маршруту в графі, кількість входів в некінцеві вершини дорівнює кількості виходів з них. Тепер, якщо кожний міст пройдено рівно один раз, вірно наступне, для кожної ділянки суходолу (окрім початкової і кінцевої), кількість мостів до цієї ділянки парна (половина з них буде пройдена за напрямком до ділянки, а половина з ділянки). Однак всі чотири ділянки суходолу в початковій задачі мають непарну кількість мостів (одна 5, а інші по 3). Через те, що лише дві ділянки можуть слугувати як початкова та кінцева точки ймовірного маршруту, задача пройтися усіма мостами рівно по одному разу призводить до протиріччя.

Наступний крок зробив у 1847 році Кірхгоф. Вивчаючи електричні ланцюги та абстрагуючись від фізичної природи пристроїв, він виділив окремо комбінаторно-топологічну структуру, яка зараз називається графом ланцюга, розробив алгоритм знаходження максимального підграфа без циклів, який називається деревом, та з його допомогою записав найменшу незалежну систему рівнянь ланцюга. Дослідження з електротехніки, електроніки, релейно-контактних схем до сьогоднішнього дня індукують різні дослідження з теорії графів, і навпаки.

Наступним спостереженням Ойлера було те, що (окрім кінцевих вершин прогулянки), коли хтось потрапляє до вершини через міст, обов'язково її покидає через міст. Інакше кажучи, впродовж кожного маршруту в графі, кількість входів в некінцеві вершини дорівнює кількості виходів з них. Тепер, якщо кожний міст пройдено рівно один раз, вірно наступне, для кожної ділянки суходолу (окрім початкової і кінцевої), кількість мостів до цієї ділянки парна (половина з них буде пройдена за напрямком до ділянки, а половина з ділянки). Однак всі чотири ділянки суходолу в початковій задачі мають непарну кількість мостів (одна 5, а інші по 3). Через те, що лише дві ділянки можуть слугувати як початкова та кінцева точки ймовірного маршруту, задача пройтися усіма мостами рівно по одному разу призводить до протиріччя.

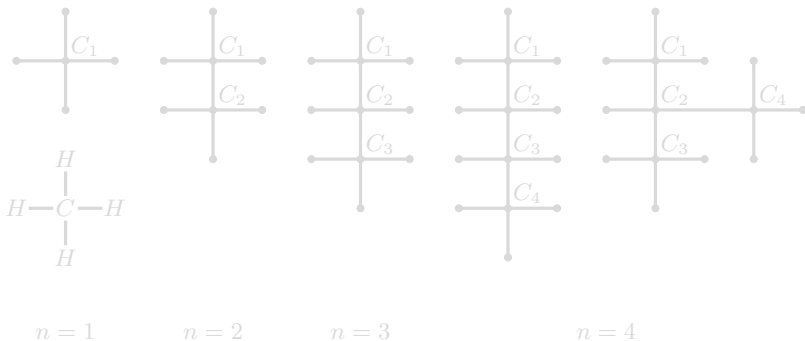
Наступний крок зробив у 1847 році Кірхгоф. Вивчаючи електричні ланцюги та абстрагуючись від фізичної природи пристроїв, він виділив окремо комбінаторно-топологічну структуру, яка зараз називається графом ланцюга, розробив алгоритм знаходження максимального підграфа без циклів, який називається деревом, та з його допомогою записав найменшу незалежну систему рівнянь ланцюга. Дослідження з електротехніки, електроніки, релейно-контактних схем до сьогоднішнього дня індукують різні дослідження з теорії графів, і навпаки.

Наступним спостереженням Ойлера було те, що (окрім кінцевих вершин прогулянки), коли хтось потрапляє до вершини через міст, обов'язково її покидає через міст. Інакше кажучи, впродовж кожного маршруту в графі, кількість входів в некінцеві вершини дорівнює кількості виходів з них. Тепер, якщо кожний міст пройдено рівно один раз, вірно наступне, для кожної ділянки суходолу (окрім початкової і кінцевої), кількість мостів до цієї ділянки парна (половина з них буде пройдена за напрямком до ділянки, а половина з ділянки). Однак всі чотири ділянки суходолу в початковій задачі мають непарну кількість мостів (одна 5, а інші по 3). Через те, що лише дві ділянки можуть слугувати як початкова та кінцева точки ймовірного маршруту, задача пройтися усіма мостами рівно по одному разу призводить до протиріччя.

Наступний крок зробив у 1847 році Кірхгоф. Вивчаючи електричні ланцюги та абстрагуючись від фізичної природи пристроїв, він виділив окремо комбінаторно-топологічну структуру, яка зараз називається графом ланцюга, розробив алгоритм знаходження максимального підграфа без циклів, який називається деревом, та з його допомогою записав найменшу незалежну систему рівнянь ланцюга. Дослідження з електротехніки, електроніки, релейно-контактних схем до сьогодення для індукують різні дослідження з теорії графів, і навпаки.

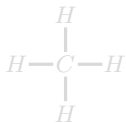
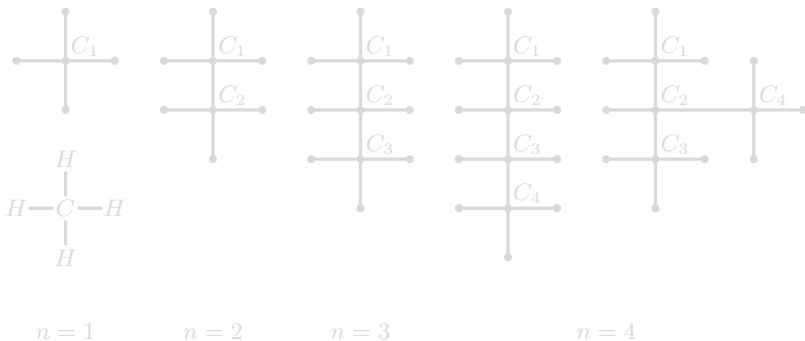
## Лекція 25: Теорія графів. Історичний огляд. Типові задачі

У 1857 році у зв'язку із проблемами органічної хімії Келі розглядав задачу перелічення всіх дерев зі степенями вершин 1 і 4. Ця задача пов'язана з описанням ізомерів граничних (насичених) вуглеводнів  $C_nH_{2n+2}$  з наперед заданою кількістю атомів вуглецю. Задача виявилася непростою, її сенс зрозумілий з рис., на якому зображено для:  $n = 1$  — метан,  $n = 2$  — етан,  $n = 3$  — пропан,  $n = 4$  — два ізомери бутан і ізобутан.



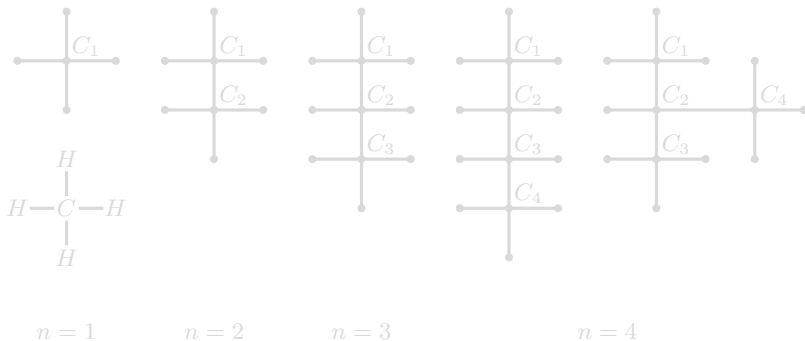
## Лекція 25: Теорія графів. Історичний огляд. Типові задачі

У 1857 році у зв'язку із проблемами органічної хімії Келі розглядав задачу перелічення всіх дерев зі степенями вершин 1 і 4. Ця задача пов'язана з описанням ізомерів граничних (насичених) вуглеводнів  $C_nH_{2n+2}$  з наперед заданою кількістю атомів вуглецю. Задача виявилася непростою, її сенс зрозумілий з рис., на якому зображено для:  $n = 1$  — метан,  $n = 2$  — етан,  $n = 3$  — пропан,  $n = 4$  — два ізомери бутан і ізобутан.



## Лекція 25: Теорія графів. Історичний огляд. Типові задачі

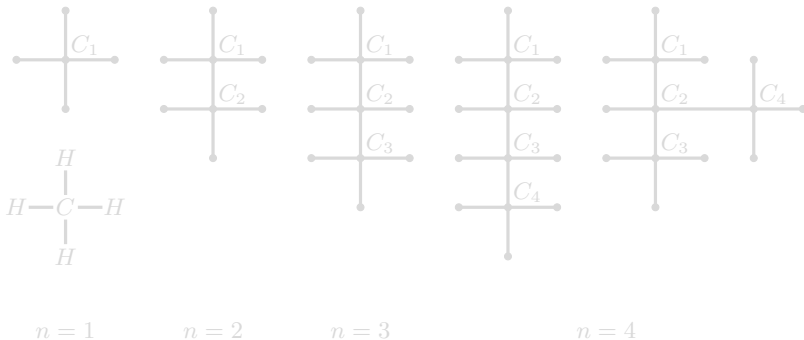
У 1857 році у зв'язку із проблемами органічної хімії Келі розглядав задачу перелічення всіх дерев зі степенями вершин 1 і 4. Ця задача пов'язана з описанням ізомерів граничних (насичених) вуглеводнів  $C_nH_{2n+2}$  з наперед заданою кількістю атомів вуглецю. Задача виявилася непростою, її сенс зрозумілий з рис., на якому зображено для:  $n = 1$  — метан,  $n = 2$  — етан,  $n = 3$  — пропан,  $n = 4$  — два ізомери бутан і ізобутан.





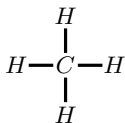
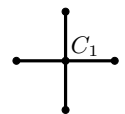
## Лекція 25: Теорія графів. Історичний огляд. Типові задачі

У 1857 році у зв'язку із проблемами органічної хімії Келі розглядав задачу перелічення всіх дерев зі степенями вершин 1 і 4. Ця задача пов'язана з описанням ізомерів граничних (насичених) вуглеводнів  $C_nH_{2n+2}$  з наперед заданою кількістю атомів вуглецю. Задача виявилася непростою, її сенс зрозумілий з рис., на якому зображено для:  $n = 1$  — метан,  $n = 2$  — етан,  $n = 3$  — пропан,  $n = 4$  — два ізомери бутан і ізобутан.

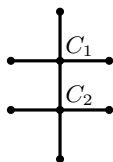


## Лекція 25: Теорія графів. Історичний огляд. Типові задачі

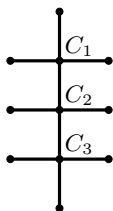
У 1857 році у зв'язку із проблемами органічної хімії Келі розглядав задачу перелічення всіх дерев зі степенями вершин 1 і 4. Ця задача пов'язана з описанням ізомерів граничних (насичених) вуглеводнів  $C_nH_{2n+2}$  з наперед заданою кількістю атомів вуглецю. Задача виявилася непростою, її сенс зрозумілий з рис., на якому зображено для:  $n = 1$  — метан,  $n = 2$  — етан,  $n = 3$  — пропан,  $n = 4$  — два ізомери бутан і ізобутан.



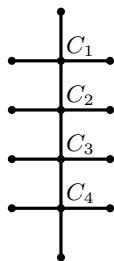
$n = 1$



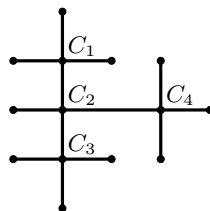
$n = 2$



$n = 3$

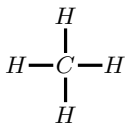
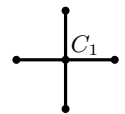


$n = 4$

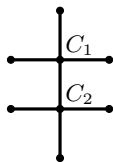


## Лекція 25: Теорія графів. Історичний огляд. Типові задачі

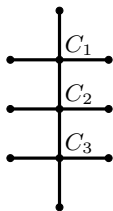
У 1857 році у зв'язку із проблемами органічної хімії Келі розглядав задачу перелічення всіх дерев зі степенями вершин 1 і 4. Ця задача пов'язана з описанням ізомерів граничних (насичених) вуглеводнів  $C_nH_{2n+2}$  з наперед заданою кількістю атомів вуглецю. Задача виявилася непростою, її сенс зрозумілий з рис., на якому зображено для:  $n = 1$  — метан,  $n = 2$  — етан,  $n = 3$  — пропан,  $n = 4$  — два ізомери бутан і ізобутан.



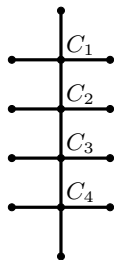
$n = 1$



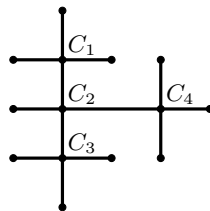
$n = 2$



$n = 3$

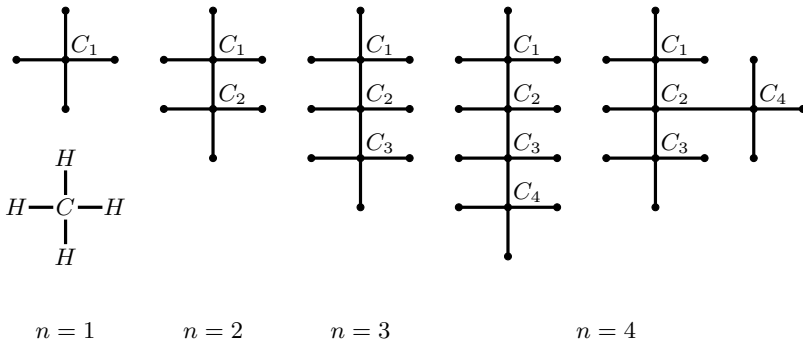


$n = 4$



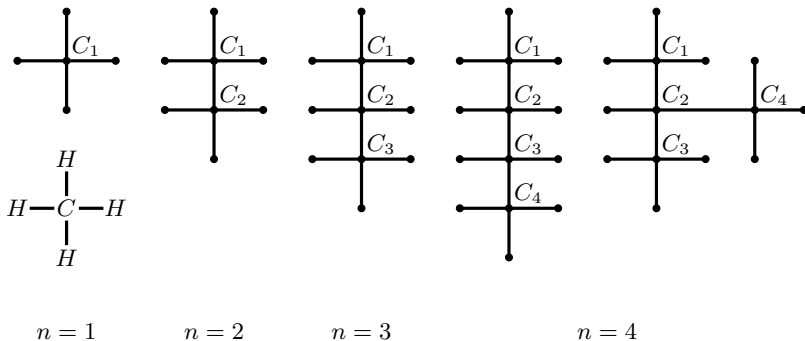
## Лекція 25: Теорія графів. Історичний огляд. Типові задачі

У 1857 році у зв'язку із проблемами органічної хімії Келі розглядав задачу перелічення всіх дерев зі степенями вершин 1 і 4. Ця задача пов'язана з описанням ізомерів граничних (насичених) вуглеводнів  $C_nH_{2n+2}$  з наперед заданою кількістю атомів вуглецю. Задача виявилася непростою, її сенс зрозумілий з рис., на якому зображено для:  $n = 1$  — метан,  $n = 2$  — етан,  $n = 3$  — пропан,  $n = 4$  — два ізомери бутан і ізобутан.



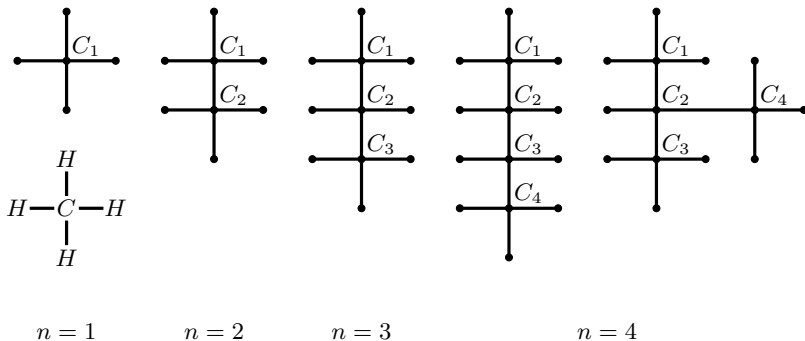
## Лекція 25: Теорія графів. Історичний огляд. Типові задачі

У 1857 році у зв'язку із проблемами органічної хімії Келі розглядав задачу перелічення всіх дерев зі степенями вершин 1 і 4. Ця задача пов'язана з описанням ізомерів граничних (насичених) вуглеводнів  $C_nH_{2n+2}$  з наперед заданою кількістю атомів вуглецю. Задача виявилася непростою, її сенс зрозумілий з рис., на якому зображено для:  $n = 1$  — метан,  $n = 2$  — етан,  $n = 3$  — пропан,  $n = 4$  — два ізомери бутан і ізобутан.



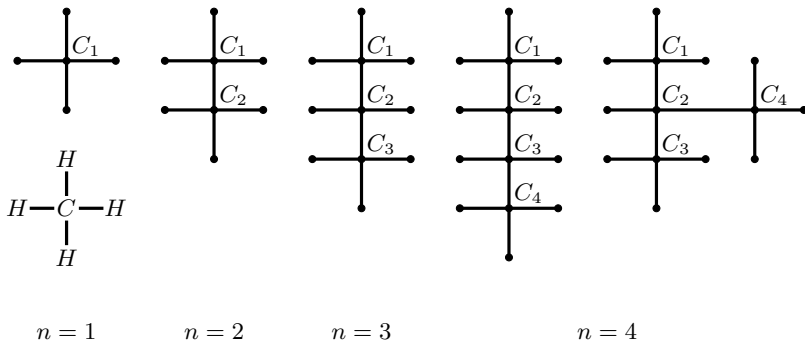
## Лекція 25: Теорія графів. Історичний огляд. Типові задачі

У 1857 році у зв'язку із проблемами органічної хімії Келі розглядав задачу перелічення всіх дерев зі степенями вершин 1 і 4. Ця задача пов'язана з описанням ізомерів граничних (насичених) вуглеводнів  $C_nH_{2n+2}$  з наперед заданою кількістю атомів вуглецю. Задача виявилася непростою, її сенс зрозумілий з рис., на якому зображено для:  $n = 1$  — метан,  $n = 2$  — етан,  $n = 3$  — пропан,  $n = 4$  — два ізомери бутан і ізобутан.



## Лекція 25: Теорія графів. Історичний огляд. Типові задачі

У 1857 році у зв'язку із проблемами органічної хімії Келі розглядав задачу перелічення всіх дерев зі степенями вершин 1 і 4. Ця задача пов'язана з описанням ізомерів граничних (насичених) вуглеводнів  $C_nH_{2n+2}$  з наперед заданою кількістю атомів вуглецю. Задача виявилася непростою, її сенс зрозумілий з рис., на якому зображено для:  $n = 1$  — метан,  $n = 2$  — етан,  $n = 3$  — пропан,  $n = 4$  — два ізомери бутан і ізобутан.



Добре відома задача комівояжера, яка має численні застосування в економіці, чи проектуванні: для даної системи пунктів і доріг між ними, схематично зображених плоским (планарним) зв'язним графом, обрати найкоротший маршрут комівояжера, який виходить і повертається до вихідного пункту так, щоб відвідати решту пунктів і лише один раз. Ця задача не завжди має розв'язок, а якщо має, то відомі алгоритми працюють ефективно лише для порівняно невеликих графів — і це, незважаючи на неабияку бібліографію із задачі комівояжера.

Частковий випадок задачі комівояжера, який не враховує довжину переходів між пунктами, але зберігає всі її принципові труднощі, сформулював у 1859 році Гамільтон на прикладі графа додекаедра: обійти замкненим маршрутом по ребрам багатогранника всі його вершини, пройшовши через кожен вершину лише один раз, не враховуючи вершини початку та кінця шляху. Саме цю задачу Гамільтон продав за 25 гіней одному майстрові іграшок у вигляді гри “Навколо світу”. Для довільного графа задача Гамільтона не обов'язково має розв'язок і формулюється так: знайти простий цикл, який містить всі вершини графа <sup>1</sup>. Для графа додекаедра гамільтонів цикл існує. За певних умов сучасна задача комівояжера, яка припускає неодноразове відвідання вершин, зводиться до відшукування в графі із заданими “довжинами” ребер гамільтонового циклу найменшої довжини. Згадані умови такі: кожне ребро  $(a, b)$  графа має довжину, яка дорівнює довжині найкоротшого ланцюга між вершинами  $a$  і  $b$ .

---

<sup>1</sup>Такий цикл називається *гамільтоновим*.



Добре відома задача комівояжера, яка має численні застосування в економіці, чи проектуванні: для даної системи пунктів і доріг між ними, схематично зображених плоским (планарним) зв'язним графом, обрати найкоротший маршрут комівояжера, який виходить і повертається до вихідного пункту так, щоб відвідати решту пунктів і лише один раз. Ця задача не завжди має розв'язок, а якщо має, то відомі алгоритми працюють ефективно лише для порівняно невеликих графів — і це, незважаючи на неабияку бібліографію із задачі комівояжера.

Частковий випадок задачі комівояжера, який не враховує довжину переходів між пунктами, але зберігає всі її принципові труднощі, сформулював у 1859 році Гамільтон на прикладі графа додекаедра: обійти замкненим маршрутом по ребрам багатогранника всі його вершини, пройшовши через кожен вершину лише один раз, не враховуючи вершини початку та кінця шляху. Саме цю задачу Гамільтон продав за 25 гіней одному майстрові іграшок у вигляді гри “Навколо світу”. Для довільного графа задача Гамільтона не обов'язково має розв'язок і формулюється так: знайти простий цикл, який містить всі вершини графа <sup>1</sup>. Для графа додекаедра гамільтонів цикл існує. За певних умов сучасна задача комівояжера, яка припускає неодноразове відвідання вершин, зводиться до відшукування в графі із заданими “довжинами” ребер гамільтонового циклу найменшої довжини. Згадані умови такі: кожне ребро  $(a, b)$  графа має довжину, яка дорівнює довжині найкоротшого ланцюга між вершинами  $a$  і  $b$ .

---

<sup>1</sup>Такий цикл називається *гамільтоновим*.

Добре відома задача комівояжера, яка має численні застосування в економіці, чи проектуванні: для даної системи пунктів і доріг між ними, схематично зображених плоским (планарним) зв'язним графом, обрати найкоротший маршрут комівояжера, який виходить і повертається до вихідного пункту так, щоб відвідати решту пунктів і лише один раз. Ця задача не завжди має розв'язок, а якщо має, то відомі алгоритми працюють ефективно лише для порівняно невеликих графів — і це, незважаючи на неабияку бібліографію із задачі комівояжера.

Частковий випадок задачі комівояжера, який не враховує довжину переходів між пунктами, але зберігає всі її принципові труднощі, сформулював у 1859 році Гамільтон на прикладі графа додекаедра: обійти замкненим маршрутом по ребрам багатогранника всі його вершини, пройшовши через кожен вершину лише один раз, не враховуючи вершини початку та кінця шляху. Саме цю задачу Гамільтон продав за 25 гіней одному майстрові іграшок у вигляді гри “Навколо світу”. Для довільного графа задача Гамільтона не обов'язково має розв'язок і формулюється так: знайти простий цикл, який містить всі вершини графа <sup>1</sup>. Для графа додекаедра гамільтонів цикл існує. За певних умов сучасна задача комівояжера, яка припускає неодноразове відвідання вершин, зводиться до відшукування в графі із заданими “довжинами” ребер гамільтонового циклу найменшої довжини. Згадані умови такі: кожне ребро  $(a, b)$  графа має довжину, яка дорівнює довжині найкоротшого ланцюга між вершинами  $a$  і  $b$ .

---

<sup>1</sup> Такий цикл називається *гамільтоновим*.

Добре відома задача комівояжера, яка має численні застосування в економіці, чи проектуванні: для даної системи пунктів і доріг між ними, схематично зображених плоским (планарним) зв'язним графом, обрати найкоротший маршрут комівояжера, який виходить і повертається до вихідного пункту так, щоб відвідати решту пунктів і лише один раз. Ця задача не завжди має розв'язок, а якщо має, то відомі алгоритми працюють ефективно лише для порівняно невеликих графів — і це, незважаючи на неабияку бібліографію із задачі комівояжера.

Частковий випадок задачі комівояжера, який не враховує довжину переходів між пунктами, але зберігає всі її принципові труднощі, сформулював у 1859 році Гамільтон на прикладі графа додекаедра: обійти замкненим маршрутом по ребрам багатогранника всі його вершини, пройшовши через кожен вершину лише один раз, не враховуючи вершини початку та кінця шляху. Саме цю задачу Гамільтон продав за 25 гіней одному майстрові іграшок у вигляді гри “Навколо світу”. Для довільного графа задача Гамільтона не обов'язково має розв'язок і формулюється так: знайти простий цикл, який містить всі вершини графа <sup>1</sup>. Для графа додекаедра гамільтонів цикл існує. За певних умов сучасна задача комівояжера, яка припускає неодноразове відвідання вершин, зводиться до відшукування в графі із заданими “довжинами” ребер гамільтонового циклу найменшої довжини. Згадані умови такі: кожне ребро  $(a, b)$  графа має довжину, яка дорівнює довжині найкоротшого ланцюга між вершинами  $a$  і  $b$ .

---

<sup>1</sup> Такий цикл називається *гамільтоновим*.

Добре відома задача комівояжера, яка має численні застосування в економіці, чи проектуванні: для даної системи пунктів і доріг між ними, схематично зображених плоским (планарним) зв'язним графом, обрати найкоротший маршрут комівояжера, який виходить і повертається до вихідного пункту так, щоб відвідати решту пунктів і лише один раз. Ця задача не завжди має розв'язок, а якщо має, то відомі алгоритми працюють ефективно лише для порівняно невеликих графів — і це, незважаючи на неабияку бібліографію із задачі комівояжера.

Частковий випадок задачі комівояжера, який не враховує довжину переходів між пунктами, але зберігає всі її принципові труднощі, сформулював у 1859 році Гамільтон на прикладі графа додекаедра: обійти замкненим маршрутом по ребрам багатогранника всі його вершини, пройшовши через кожен вершину лише один раз, не враховуючи вершини початку та кінця шляху. Саме цю задачу Гамільтон продав за 25 гіней одному майстрові іграшок у вигляді гри “Навколо світу”. Для довільного графа задача Гамільтона не обов'язково має розв'язок і формулюється так: знайти простий цикл, який містить всі вершини графа <sup>1</sup>. Для графа додекаедра гамільтонів цикл існує. За певних умов сучасна задача комівояжера, яка припускає неодноразове відвідання вершин, зводиться до відшукування в графі із заданими “довжинами” ребер гамільтонового циклу найменшої довжини. Згадані умови такі: кожне ребро  $(a, b)$  графа має довжину, яка дорівнює довжині найкоротшого ланцюга між вершинами  $a$  і  $b$ .

---

<sup>1</sup> Такий цикл називається *гамільтоновим*.

Добре відома задача комівояжера, яка має численні застосування в економіці, чи проектуванні: для даної системи пунктів і доріг між ними, схематично зображених плоским (планарним) зв'язним графом, обрати найкоротший маршрут комівояжера, який виходить і повертається до вихідного пункту так, щоб відвідати решту пунктів і лише один раз. Ця задача не завжди має розв'язок, а якщо має, то відомі алгоритми працюють ефективно лише для порівняно невеликих графів — і це, незважаючи на неабияку бібліографію із задачі комівояжера.

Частковий випадок задачі комівояжера, який не враховує довжину переходів між пунктами, але зберігає всі її принципові труднощі, сформулював у 1859 році Гамільтон на прикладі графа додекаедра: обійти замкненим маршрутом по ребрам багатогранника всі його вершини, пройшовши через кожен вершину лише один раз, не враховуючи вершини початку та кінця шляху. Саме цю задачу Гамільтон продав за 25 гіней одному майстрові іграшок у вигляді гри “Навколо світу”. Для довільного графа задача Гамільтона не обов'язково має розв'язок і формулюється так: знайти простий цикл, який містить всі вершини графа <sup>1</sup>. Для графа додекаедра гамільтонів цикл існує. За певних умов сучасна задача комівояжера, яка припускає неодноразове відвідання вершин, зводиться до відшукування в графі із заданими “довжинами” ребер гамільтонового циклу найменшої довжини. Згадані умови такі: кожне ребро  $(a, b)$  графа має довжину, яка дорівнює довжині найкоротшого ланцюга між вершинами  $a$  і  $b$ .

---

<sup>1</sup>Такий цикл називається *гамільтоновим*.

Добре відома задача комівояжера, яка має численні застосування в економіці, чи проектуванні: для даної системи пунктів і доріг між ними, схематично зображених плоским (планарним) зв'язним графом, обрати найкоротший маршрут комівояжера, який виходить і повертається до вихідного пункту так, щоб відвідати решту пунктів і лише один раз. Ця задача не завжди має розв'язок, а якщо має, то відомі алгоритми працюють ефективно лише для порівняно невеликих графів — і це, незважаючи на неабияку бібліографію із задачі комівояжера.

Частковий випадок задачі комівояжера, який не враховує довжину переходів між пунктами, але зберігає всі її принципові труднощі, сформулював у 1859 році Гамільтон на прикладі графа додекаедра: обійти замкненим маршрутом по ребрам багатогранника всі його вершини, пройшовши через кожен вершину лише один раз, не враховуючи вершини початку та кінця шляху. Саме цю задачу Гамільтон продав за 25 гіней одному майстрові іграшок у вигляді гри “Навколо світу”. Для довільного графа задача Гамільтона не обов'язково має розв'язок і формулюється так: знайти простий цикл, який містить всі вершини графа <sup>1</sup>. Для графа додекаедра гамільтонів цикл існує. За певних умов сучасна задача комівояжера, яка припускає неодноразове відвідання вершин, зводиться до відшукування в графі із заданими “довжинами” ребер гамільтонового циклу найменшої довжини. Згадані умови такі: кожне ребро  $(a, b)$  графа має довжину, яка дорівнює довжині найкоротшого ланцюга між вершинами  $a$  і  $b$ .

---

<sup>1</sup> Такий цикл називається *гамільтоновим*.

Добре відома задача комівояжера, яка має численні застосування в економіці, чи проектуванні: для даної системи пунктів і доріг між ними, схематично зображених плоским (планарним) зв'язним графом, обрати найкоротший маршрут комівояжера, який виходить і повертається до вихідного пункту так, щоб відвідати решту пунктів і лише один раз. Ця задача не завжди має розв'язок, а якщо має, то відомі алгоритми працюють ефективно лише для порівняно невеликих графів — і це, незважаючи на неабияку бібліографію із задачі комівояжера.

Частковий випадок задачі комівояжера, який не враховує довжину переходів між пунктами, але зберігає всі її принципові труднощі, сформулював у 1859 році Гамільтон на прикладі графа додекаедра: обійти замкненим маршрутом по ребрам багатогранника всі його вершини, пройшовши через кожену вершину лише один раз, не враховуючи вершини початку та кінця шляху. Саме цю задачу Гамільтон продав за 25 гіней одному майстрові іграшок у вигляді гри “Навколо світу”. Для довільного графа задача Гамільтона не обов'язково має розв'язок і формулюється так: знайти простий цикл, який містить всі вершини графа <sup>1</sup>. Для графа додекаедра гамільтонів цикл існує. За певних умов сучасна задача комівояжера, яка припускає неодноразове відвідання вершин, зводиться до відшукування в графі із заданими “довжинами” ребер гамільтонового циклу найменшої довжини. Згадані умови такі: кожне ребро  $(a, b)$  графа має довжину, яка дорівнює довжині найкоротшого ланцюга між вершинами  $a$  і  $b$ .

---

<sup>1</sup> Такий цикл називається *гамільтоновим*.

Добре відома задача комівояжера, яка має численні застосування в економіці, чи проектуванні: для даної системи пунктів і доріг між ними, схематично зображених плоским (планарним) зв'язним графом, обрати найкоротший маршрут комівояжера, який виходить і повертається до вихідного пункту так, щоб відвідати решту пунктів і лише один раз. Ця задача не завжди має розв'язок, а якщо має, то відомі алгоритми працюють ефективно лише для порівняно невеликих графів — і це, незважаючи на неабияку бібліографію із задачі комівояжера.

Частковий випадок задачі комівояжера, який не враховує довжину переходів між пунктами, але зберігає всі її принципові труднощі, сформулював у 1859 році Гамільтон на прикладі графа додекаедра: обійти замкненим маршрутом по ребрам багатогранника всі його вершини, пройшовши через кожен вершину лише один раз, не враховуючи вершини початку та кінця шляху. Саме цю задачу Гамільтон продав за 25 гіней одному майстрові іграшок у вигляді гри “Навколо світу”. Для довільного графа задача Гамільтона не обов'язково має розв'язок і формулюється так: знайти простий цикл, який містить всі вершини графа <sup>1</sup>. Для графа додекаедра гамільтонів цикл існує. За певних умов сучасна задача комівояжера, яка припускає неодноразове відвідання вершин, зводиться до відшукування в графі із заданими “довжинами” ребер гамільтонового циклу найменшої довжини. Згадані умови такі: кожне ребро  $(a, b)$  графа має довжину, яка дорівнює довжині найкоротшого ланцюга між вершинами  $a$  і  $b$ .

---

<sup>1</sup> Такий цикл називається *гамільтоновим*.



Добре відома задача комівояжера, яка має численні застосування в економіці, чи проектуванні: для даної системи пунктів і доріг між ними, схематично зображених плоским (планарним) зв'язним графом, обрати найкоротший маршрут комівояжера, який виходить і повертається до вихідного пункту так, щоб відвідати решту пунктів і лише один раз. Ця задача не завжди має розв'язок, а якщо має, то відомі алгоритми працюють ефективно лише для порівняно невеликих графів — і це, незважаючи на неабияку бібліографію із задачі комівояжера.

Частковий випадок задачі комівояжера, який не враховує довжину переходів між пунктами, але зберігає всі її принципові труднощі, сформулював у 1859 році Гамільтон на прикладі графа додекаедра: обійти замкненим маршрутом по ребрам багатогранника всі його вершини, пройшовши через кожен вершину лише один раз, не враховуючи вершини початку та кінця шляху. Саме цю задачу Гамільтон продав за 25 гіней одному майстрові іграшок у вигляді гри “Навколо світу”. Для довільного графа задача Гамільтона не обов'язково має розв'язок і формулюється так: знайти простий цикл, який містить всі вершини графа <sup>1</sup>. Для графа додекаедра гамільтонів цикл існує. За певних умов сучасна задача комівояжера, яка припускає неодноразове відвідання вершин, зводиться до відшукування в графі із заданими “довжинами” ребер гамільтонового циклу найменшої довжини. Згадані умови такі: кожне ребро  $(a, b)$  графа має довжину, яка дорівнює довжині найкоротшого ланцюга між вершинами  $a$  і  $b$ .

---

<sup>1</sup> Такий цикл називається *гамільтоновим*.

Добре відома задача комівояжера, яка має численні застосування в економіці, чи проектуванні: для даної системи пунктів і доріг між ними, схематично зображених плоским (планарним) зв'язним графом, обрати найкоротший маршрут комівояжера, який виходить і повертається до вихідного пункту так, щоб відвідати решту пунктів і лише один раз. Ця задача не завжди має розв'язок, а якщо має, то відомі алгоритми працюють ефективно лише для порівняно невеликих графів — і це, незважаючи на неабияку бібліографію із задачі комівояжера.

Частковий випадок задачі комівояжера, який не враховує довжину переходів між пунктами, але зберігає всі її принципові труднощі, сформулював у 1859 році Гамільтон на прикладі графа додекаедра: обійти замкненим маршрутом по ребрам багатогранника всі його вершини, пройшовши через кожен вершину лише один раз, не враховуючи вершини початку та кінця шляху. Саме цю задачу Гамільтон продав за 25 гіней одному майстрові іграшок у вигляді гри “Навколо світу”. Для довільного графа задача Гамільтона не обов'язково має розв'язок і формулюється так: знайти простий цикл, який містить всі вершини графа <sup>1</sup>. Для графа додекаедра гамільтонів цикл існує. За певних умов сучасна задача комівояжера, яка припускає неодноразове відвідання вершин, зводиться до відшукання в графі із заданими “довжинами” ребер гамільтонового циклу найменшої довжини. Згадані умови такі: кожне ребро  $(a, b)$  графа має довжину, яка дорівнює довжині найкоротшого ланцюга між вершинами  $a$  і  $b$ .

---

<sup>1</sup> Такий цикл називається *гамільтоновим*.

Добре відома задача комівояжера, яка має численні застосування в економіці, чи проектуванні: для даної системи пунктів і доріг між ними, схематично зображених плоским (планарним) зв'язним графом, обрати найкоротший маршрут комівояжера, який виходить і повертається до вихідного пункту так, щоб відвідати решту пунктів і лише один раз. Ця задача не завжди має розв'язок, а якщо має, то відомі алгоритми працюють ефективно лише для порівняно невеликих графів — і це, незважаючи на неабияку бібліографію із задачі комівояжера.

Частковий випадок задачі комівояжера, який не враховує довжину переходів між пунктами, але зберігає всі її принципові труднощі, сформулював у 1859 році Гамільтон на прикладі графа додекаедра: обійти замкненим маршрутом по ребрам багатогранника всі його вершини, пройшовши через кожену вершину лише один раз, не враховуючи вершини початку та кінця шляху. Саме цю задачу Гамільтон продав за 25 гіней одному майстрові іграшок у вигляді гри “Навколо світу”. Для довільного графа задача Гамільтона не обов'язково має розв'язок і формулюється так: знайти простий цикл, який містить всі вершини графа <sup>1</sup>. Для графа додекаедра гамільтонів цикл існує. За певних умов сучасна задача комівояжера, яка припускає неодноразове відвідання вершин, зводиться до відшукування в графі із заданими “довжинами” ребер гамільтонового циклу найменшої довжини. Згадані умови такі: кожне ребро  $(a, b)$  графа має довжину, яка дорівнює довжині найкоротшого ланцюга між вершинами  $a$  і  $b$ .

---

<sup>1</sup>Такий цикл називається *гамільтоновим*.

Добре відома задача комівояжера, яка має численні застосування в економіці, чи проектуванні: для даної системи пунктів і доріг між ними, схематично зображених плоским (планарним) зв'язним графом, обрати найкоротший маршрут комівояжера, який виходить і повертається до вихідного пункту так, щоб відвідати решту пунктів і лише один раз. Ця задача не завжди має розв'язок, а якщо має, то відомі алгоритми працюють ефективно лише для порівняно невеликих графів — і це, незважаючи на неабияку бібліографію із задачі комівояжера.

Частковий випадок задачі комівояжера, який не враховує довжину переходів між пунктами, але зберігає всі її принципові труднощі, сформулював у 1859 році Гамільтон на прикладі графа додекаедра: обійти замкненим маршрутом по ребрам багатогранника всі його вершини, пройшовши через кожену вершину лише один раз, не враховуючи вершини початку та кінця шляху. Саме цю задачу Гамільтон продав за 25 ґіней одному майстрові іграшок у вигляді гри “Навколо світу”. Для довільного графа задача Гамільтона не обов'язково має розв'язок і формулюється так: знайти простий цикл, який містить всі вершини графа <sup>1</sup>. Для графа додекаедра гамільтонів цикл існує. За певних умов сучасна задача комівояжера, яка припускає неодноразове відвідання вершин, зводиться до відшукування в графі із заданими “довжинами” ребер гамільтонового циклу найменшої довжини. Згадані умови такі: кожне ребро  $(a, b)$  графа має довжину, яка дорівнює довжині найкоротшого ланцюга між вершинами  $a$  і  $b$ .

---

<sup>1</sup> Такий цикл називається *гамільтоновим*.

Добре відома задача комівояжера, яка має численні застосування в економіці, чи проектуванні: для даної системи пунктів і доріг між ними, схематично зображених плоским (планарним) зв'язним графом, обрати найкоротший маршрут комівояжера, який виходить і повертається до вихідного пункту так, щоб відвідати решту пунктів і лише один раз. Ця задача не завжди має розв'язок, а якщо має, то відомі алгоритми працюють ефективно лише для порівняно невеликих графів — і це, незважаючи на неабияку бібліографію із задачі комівояжера.

Частковий випадок задачі комівояжера, який не враховує довжину переходів між пунктами, але зберігає всі її принципові труднощі, сформулював у 1859 році Гамільтон на прикладі графа додекаедра: обійти замкненим маршрутом по ребрам багатогранника всі його вершини, пройшовши через кожену вершину лише один раз, не враховуючи вершини початку та кінця шляху. Саме цю задачу Гамільтон продав за 25 гіней одному майстрові іграшок у вигляді гри “Навколо світу”. Для довільного графа задача Гамільтона не обов'язково має розв'язок і формулюється так: знайти простий цикл, який містить всі вершини графа <sup>1</sup>. Для графа додекаедра гамільтонів цикл існує. За певних умов сучасна задача комівояжера, яка припускає неодноразове відвідання вершин, зводиться до відшукування в графі із заданими “довжинами” ребер гамільтонового циклу найменшої довжини. Згадані умови такі: кожне ребро  $(a, b)$  графа має довжину, яка дорівнює довжині найкоротшого ланцюга між вершинами  $a$  і  $b$ .

---

<sup>1</sup> Такий цикл називається *гамільтоновим*.

Добре відома задача комівояжера, яка має численні застосування в економіці, чи проектуванні: для даної системи пунктів і доріг між ними, схематично зображених плоским (планарним) зв'язним графом, обрати найкоротший маршрут комівояжера, який виходить і повертається до вихідного пункту так, щоб відвідати решту пунктів і лише один раз. Ця задача не завжди має розв'язок, а якщо має, то відомі алгоритми працюють ефективно лише для порівняно невеликих графів — і це, незважаючи на неабияку бібліографію із задачі комівояжера.

Частковий випадок задачі комівояжера, який не враховує довжину переходів між пунктами, але зберігає всі її принципові труднощі, сформулював у 1859 році Гамільтон на прикладі графа додекаедра: обійти замкненим маршрутом по ребрам багатогранника всі його вершини, пройшовши через кожену вершину лише один раз, не враховуючи вершини початку та кінця шляху. Саме цю задачу Гамільтон продав за 25 гіней одному майстрові іграшок у вигляді гри “Навколо світу”. Для довільного графа задача Гамільтона не обов'язково має розв'язок і формулюється так: знайти простий цикл, який містить всі вершини графа <sup>1</sup>. Для графа додекаедра гамільтонів цикл існує. За певних умов сучасна задача комівояжера, яка припускає неодноразове відвідання вершин, зводиться до відшукування в графі із заданими “довжинами” ребер гамільтонового циклу найменшої довжини. Згадані умови такі: кожне ребро  $(a, b)$  графа має довжину, яка дорівнює довжині найкоротшого ланцюга між вершинами  $a$  і  $b$ .

---

<sup>1</sup> Такий цикл називається *гамільтоновим*.

Добре відома задача комівояжера, яка має численні застосування в економіці, чи проектуванні: для даної системи пунктів і доріг між ними, схематично зображених плоским (планарним) зв'язним графом, обрати найкоротший маршрут комівояжера, який виходить і повертається до вихідного пункту так, щоб відвідати решту пунктів і лише один раз. Ця задача не завжди має розв'язок, а якщо має, то відомі алгоритми працюють ефективно лише для порівняно невеликих графів — і це, незважаючи на неабияку бібліографію із задачі комівояжера.

Частковий випадок задачі комівояжера, який не враховує довжину переходів між пунктами, але зберігає всі її принципові труднощі, сформулював у 1859 році Гамільтон на прикладі графа додекаедра: обійти замкненим маршрутом по ребрам багатогранника всі його вершини, пройшовши через кожен вершину лише один раз, не враховуючи вершини початку та кінця шляху. Саме цю задачу Гамільтон продав за 25 гіней одному майстрові іграшок у вигляді гри “Навколо світу”. Для довільного графа задача Гамільтона не обов'язково має розв'язок і формулюється так: знайти простий цикл, який містить всі вершини графа <sup>1</sup>. Для графа додекаедра гамільтонів цикл існує. За певних умов сучасна задача комівояжера, яка припускає неодноразове відвідання вершин, зводиться до відшукування в графі із заданими “довжинами” ребер гамільтонового циклу найменшої довжини. Згадані умови такі: кожне ребро  $(a, b)$  графа має довжину, яка дорівнює довжині найкоротшого ланцюга між вершинами  $a$  і  $b$ .

---

<sup>1</sup> Такий цикл називається *гамільтоновим*.

Добре відома задача комівояжера, яка має численні застосування в економіці, чи проектуванні: для даної системи пунктів і доріг між ними, схематично зображених плоским (планарним) зв'язним графом, обрати найкоротший маршрут комівояжера, який виходить і повертається до вихідного пункту так, щоб відвідати решту пунктів і лише один раз. Ця задача не завжди має розв'язок, а якщо має, то відомі алгоритми працюють ефективно лише для порівняно невеликих графів — і це, незважаючи на неабияку бібліографію із задачі комівояжера.

Частковий випадок задачі комівояжера, який не враховує довжину переходів між пунктами, але зберігає всі її принципові труднощі, сформулював у 1859 році Гамільтон на прикладі графа додекаедра: обійти замкненим маршрутом по ребрам багатогранника всі його вершини, пройшовши через кожен вершину лише один раз, не враховуючи вершини початку та кінця шляху. Саме цю задачу Гамільтон продав за 25 гіней одному майстрові іграшок у вигляді гри “Навколо світу”. Для довільного графа задача Гамільтона не обов'язково має розв'язок і формулюється так: знайти простий цикл, який містить всі вершини графа <sup>1</sup>. Для графа додекаедра гамільтонів цикл існує. За певних умов сучасна задача комівояжера, яка припускає неодноразове відвідання вершин, зводиться до відшукування в графі із заданими “довжинами” ребер гамільтонового циклу найменшої довжини. Згадані умови такі: кожне ребро  $(a, b)$  графа має довжину, яка дорівнює довжині найкоротшого ланцюга між вершинами  $a$  і  $b$ .

---

<sup>1</sup> Такий цикл називається *гамільтоновим*.



Добре відома задача комівояжера, яка має численні застосування в економіці, чи проектуванні: для даної системи пунктів і доріг між ними, схематично зображених плоским (планарним) зв'язним графом, обрати найкоротший маршрут комівояжера, який виходить і повертається до вихідного пункту так, щоб відвідати решту пунктів і лише один раз. Ця задача не завжди має розв'язок, а якщо має, то відомі алгоритми працюють ефективно лише для порівняно невеликих графів — і це, незважаючи на неабияку бібліографію із задачі комівояжера.

Частковий випадок задачі комівояжера, який не враховує довжину переходів між пунктами, але зберігає всі її принципові труднощі, сформулював у 1859 році Гамільтон на прикладі графа додекаедра: обійти замкненим маршрутом по ребрам багатогранника всі його вершини, пройшовши через кожен вершину лише один раз, не враховуючи вершини початку та кінця шляху. Саме цю задачу Гамільтон продав за 25 гіней одному майстрові іграшок у вигляді гри “Навколо світу”. Для довільного графа задача Гамільтона не обов'язково має розв'язок і формулюється так: знайти простий цикл, який містить всі вершини графа <sup>1</sup>. Для графа додекаедра гамільтонів цикл існує. За певних умов сучасна задача комівояжера, яка припускає неодноразове відвідання вершин, зводиться до відшукання в графі із заданими “довжинами” ребер гамільтонового циклу найменшої довжини. Згадані умови такі: кожне ребро  $(a, b)$  графа має довжину, яка дорівнює довжині найкоротшого ланцюга між вершинами  $a$  і  $b$ .

---

<sup>1</sup> Такий цикл називається *гамільтоновим*.

Добре відома задача комівояжера, яка має численні застосування в економіці, чи проектуванні: для даної системи пунктів і доріг між ними, схематично зображених плоским (планарним) зв'язним графом, обрати найкоротший маршрут комівояжера, який виходить і повертається до вихідного пункту так, щоб відвідати решту пунктів і лише один раз. Ця задача не завжди має розв'язок, а якщо має, то відомі алгоритми працюють ефективно лише для порівняно невеликих графів — і це, незважаючи на неабияку бібліографію із задачі комівояжера.

Частковий випадок задачі комівояжера, який не враховує довжину переходів між пунктами, але зберігає всі її принципові труднощі, сформулював у 1859 році Гамільтон на прикладі графа додекаедра: обійти замкненим маршрутом по ребрам багатогранника всі його вершини, пройшовши через кожен вершину лише один раз, не враховуючи вершини початку та кінця шляху. Саме цю задачу Гамільтон продав за 25 гіней одному майстрові іграшок у вигляді гри “Навколо світу”. Для довільного графа задача Гамільтона не обов'язково має розв'язок і формулюється так: знайти простий цикл, який містить всі вершини графа <sup>1</sup>. Для графа додекаедра гамільтонів цикл існує. За певних умов сучасна задача комівояжера, яка припускає неодноразове відвідання вершин, зводиться до відшукання в графі із заданими “довжинами” ребер гамільтонового циклу найменшої довжини. Згадані умови такі: кожне ребро  $(a, b)$  графа має довжину, яка дорівнює довжині найкоротшого ланцюга між вершинами  $a$  і  $b$ .

---

<sup>1</sup> Такий цикл називається *гамільтоновим*.

Добре відома задача комівояжера, яка має численні застосування в економіці, чи проектуванні: для даної системи пунктів і доріг між ними, схематично зображених плоским (планарним) зв'язним графом, обрати найкоротший маршрут комівояжера, який виходить і повертається до вихідного пункту так, щоб відвідати решту пунктів і лише один раз. Ця задача не завжди має розв'язок, а якщо має, то відомі алгоритми працюють ефективно лише для порівняно невеликих графів — і це, незважаючи на неабияку бібліографію із задачі комівояжера.

Частковий випадок задачі комівояжера, який не враховує довжину переходів між пунктами, але зберігає всі її принципові труднощі, сформулював у 1859 році Гамільтон на прикладі графа додекаедра: обійти замкненим маршрутом по ребрам багатогранника всі його вершини, пройшовши через кожен вершину лише один раз, не враховуючи вершини початку та кінця шляху. Саме цю задачу Гамільтон продав за 25 гіней одному майстрові іграшок у вигляді гри “Навколо світу”. Для довільного графа задача Гамільтона не обов'язково має розв'язок і формулюється так: знайти простий цикл, який містить всі вершини графа <sup>1</sup>. Для графа додекаедра гамільтонів цикл існує. За певних умов сучасна задача комівояжера, яка припускає неодноразове відвідання вершин, зводиться до відшукання в графі із заданими “довжинами” ребер гамільтонового циклу найменшої довжини. Згадані умови такі: кожне ребро  $(a, b)$  графа має довжину, яка дорівнює довжині найкоротшого ланцюга між вершинами  $a$  і  $b$ .

---

<sup>1</sup>Такий цикл називається **гамільтоновим**.

Добре відома задача комівояжера, яка має численні застосування в економіці, чи проектуванні: для даної системи пунктів і доріг між ними, схематично зображених плоским (планарним) зв'язним графом, обрати найкоротший маршрут комівояжера, який виходить і повертається до вихідного пункту так, щоб відвідати решту пунктів і лише один раз. Ця задача не завжди має розв'язок, а якщо має, то відомі алгоритми працюють ефективно лише для порівняно невеликих графів — і це, незважаючи на неабияку бібліографію із задачі комівояжера.

Частковий випадок задачі комівояжера, який не враховує довжину переходів між пунктами, але зберігає всі її принципові труднощі, сформулював у 1859 році Гамільтон на прикладі графа додекаедра: обійти замкненим маршрутом по ребрам багатогранника всі його вершини, пройшовши через кожен вершину лише один раз, не враховуючи вершини початку та кінця шляху. Саме цю задачу Гамільтон продав за 25 гіней одному майстрові іграшок у вигляді гри “Навколо світу”. Для довільного графа задача Гамільтона не обов'язково має розв'язок і формулюється так: знайти простий цикл, який містить всі вершини графа <sup>1</sup>. Для графа додекаедра гамільтонів цикл існує. За певних умов сучасна задача комівояжера, яка припускає неодноразове відвідання вершин, зводиться до відшукування в графі із заданими “довжинами” ребер гамільтонового циклу найменшої довжини. Згадані умови такі: кожне ребро  $(a, b)$  графа має довжину, яка дорівнює довжині найкоротшого ланцюга між вершинами  $a$  і  $b$ .

---

<sup>1</sup>Такий цикл називається **гамільтоновим**.

Добре відома задача комівояжера, яка має численні застосування в економіці, чи проектуванні: для даної системи пунктів і доріг між ними, схематично зображених плоским (планарним) зв'язним графом, обрати найкоротший маршрут комівояжера, який виходить і повертається до вихідного пункту так, щоб відвідати решту пунктів і лише один раз. Ця задача не завжди має розв'язок, а якщо має, то відомі алгоритми працюють ефективно лише для порівняно невеликих графів — і це, незважаючи на неабияку бібліографію із задачі комівояжера.

Частковий випадок задачі комівояжера, який не враховує довжину переходів між пунктами, але зберігає всі її принципові труднощі, сформулював у 1859 році Гамільтон на прикладі графа додекаедра: обійти замкненим маршрутом по ребрам багатогранника всі його вершини, пройшовши через кожен вершину лише один раз, не враховуючи вершини початку та кінця шляху. Саме цю задачу Гамільтон продав за 25 гіней одному майстрові іграшок у вигляді гри “Навколо світу”. Для довільного графа задача Гамільтона не обов'язково має розв'язок і формулюється так: знайти простий цикл, який містить всі вершини графа <sup>1</sup>. Для графа додекаедра гамільтонів цикл існує. За певних умов сучасна задача комівояжера, яка припускає неодноразове відвідання вершин, зводиться до відшукування в графі із заданими “довжинами” ребер гамільтонового циклу найменшої довжини. Згадані умови такі: кожне ребро  $(a, b)$  графа має довжину, яка дорівнює довжині найкоротшого ланцюга між вершинами  $a$  і  $b$ .

---

<sup>1</sup>Такий цикл називається **гамільтоновим**.

Добре відома задача комівояжера, яка має численні застосування в економіці, чи проектуванні: для даної системи пунктів і доріг між ними, схематично зображених плоским (планарним) зв'язним графом, обрати найкоротший маршрут комівояжера, який виходить і повертається до вихідного пункту так, щоб відвідати решту пунктів і лише один раз. Ця задача не завжди має розв'язок, а якщо має, то відомі алгоритми працюють ефективно лише для порівняно невеликих графів — і це, незважаючи на неабияку бібліографію із задачі комівояжера.

Частковий випадок задачі комівояжера, який не враховує довжину переходів між пунктами, але зберігає всі її принципові труднощі, сформулював у 1859 році Гамільтон на прикладі графа додекаедра: обійти замкненим маршрутом по ребрам багатогранника всі його вершини, пройшовши через кожен вершину лише один раз, не враховуючи вершини початку та кінця шляху. Саме цю задачу Гамільтон продав за 25 гіней одному майстрові іграшок у вигляді гри “Навколо світу”. Для довільного графа задача Гамільтона не обов'язково має розв'язок і формулюється так: знайти простий цикл, який містить всі вершини графа <sup>1</sup>. Для графа додекаедра гамільтонів цикл існує. За певних умов сучасна задача комівояжера, яка припускає неодноразове відвідання вершин, зводиться до відшукування в графі із заданими “довжинами” ребер гамільтонового циклу найменшої довжини. Згадані умови такі: кожне ребро  $(a, b)$  графа має довжину, яка дорівнює довжині найкоротшого ланцюга між вершинами  $a$  і  $b$ .

---

<sup>1</sup>Такий цикл називається **гамільтоновим**.

Добре відома задача комівояжера, яка має численні застосування в економіці, чи проектуванні: для даної системи пунктів і доріг між ними, схематично зображених плоским (планарним) зв'язним графом, обрати найкоротший маршрут комівояжера, який виходить і повертається до вихідного пункту так, щоб відвідати решту пунктів і лише один раз. Ця задача не завжди має розв'язок, а якщо має, то відомі алгоритми працюють ефективно лише для порівняно невеликих графів — і це, незважаючи на неабияку бібліографію із задачі комівояжера.

Частковий випадок задачі комівояжера, який не враховує довжину переходів між пунктами, але зберігає всі її принципові труднощі, сформулював у 1859 році Гамільтон на прикладі графа додекаедра: обійти замкненим маршрутом по ребрам багатогранника всі його вершини, пройшовши через кожен вершину лише один раз, не враховуючи вершини початку та кінця шляху. Саме цю задачу Гамільтон продав за 25 гіней одному майстрові іграшок у вигляді гри “Навколо світу”. Для довільного графа задача Гамільтона не обов'язково має розв'язок і формулюється так: знайти простий цикл, який містить всі вершини графа <sup>1</sup>. Для графа додекаедра гамільтонів цикл існує. За певних умов сучасна задача комівояжера, яка припускає неодноразове відвідання вершин, зводиться до відшукування в графі із заданими “довжинами” ребер гамільтонового циклу найменшої довжини. Згадані умови такі: кожне ребро  $(a, b)$  графа має довжину, яка дорівнює довжині найкоротшого ланцюга між вершинами  $a$  і  $b$ .

---

<sup>1</sup>Такий цикл називається **гамільтоновим**.

Одна з найвідоміших задач математики — проблема чотирьох фарб — також належить до графів. Ще в минулому столітті було відзначено, що кожен конкретну географічну карту можна розфарбувати чотирма фарбами так, щоб довільні дві сусідні країни, які мають лінійний не точковий кордон можна пофарбувати в різні кольори. Однак доведення для довільної карти, тобто для двозв'язного плоского (планарного) графа, вдалося дати з використанням обчислювальної техніки лише в останні роки минулого століття. Починаючи з XIX-го століття, було запропоновано багато доведень проблеми чотирьох фарб, як професійними математиками, так і не математиками, які нажаль містили помилки — всіх вабила простота, естетичність і гучна популярність цієї задачі. Зауважимо, що Хівуд у 1890 році довів, що достатньо п'яти фарб для розфарбування карти.

Для неплоских графів задача про розфарбування ставиться дещо інакше — для вершин. Тут є багато результатів і нерозв'язаних задач, які цікаві як і для теорії, так і для практичного застосування.



Одна з найвідоміших задач математики — проблема чотирьох фарб — також належить до графів. Ще в минулому столітті було відзначено, що кожен конкретну географічну карту можна розфарбувати чотирма фарбами так, щоб довільні дві сусідні країни, які мають лінійний не точковий кордон можна пофарбувати в різні кольори. Однак доведення для довільної карти, тобто для двозв'язного плоского (планарного) графа, вдалося дати з використанням обчислювальної техніки лише в останні роки минулого століття. Починаючи з XIX-го століття, було запропоновано багато доведень проблеми чотирьох фарб, як професійними математиками, так і не математиками, які на жаль містили помилки — всіх вабила простота, естетичність і гучна популярність цієї задачі. Зауважимо, що Хівуд у 1890 році довів, що достатньо п'яти фарб для розфарбування карти.

Для неплоских графів задача про розфарбування ставиться дещо інакше — для вершин. Тут є багато результатів і нерозв'язаних задач, які цікаві як і для теорії, так і для практичного застосування.

Одна з найвідоміших задач математики — проблема чотирьох фарб — також належить до графів. Ще в минулому столітті було відзначено, що кожен конкретну географічну карту можна розфарбувати чотирма фарбами так, щоб довільні дві сусідні країни, які мають лінійний не точковий кордон можна пофарбувати в різні кольори. Однак доведення для довільної карти, тобто для двозв'язного плоского (планарного) графа, вдалося дати з використанням обчислювальної техніки лише в останні роки минулого століття. Починаючи з XIX-го століття, було запропоновано багато доведень проблеми чотирьох фарб, як професійними математиками, так і не математиками, які на жаль містили помилки — всіх вабила простота, естетичність і гучна популярність цієї задачі. Зауважимо, що Хівуд у 1890 році довів, що достатньо п'яти фарб для розфарбування карти.

Для неплоских графів задача про розфарбування ставиться дещо інакше — для вершин. Тут є багато результатів і нерозв'язаних задач, які цікаві як і для теорії, так і для практичного застосування.

Одна з найвідоміших задач математики — проблема чотирьох фарб — також належить до графів. Ще в минулому столітті було відзначено, що кожен конкретну географічну карту можна розфарбувати чотирма фарбами так, щоб довільні дві сусідні країни, які мають лінійний не точковий кордон можна пофарбувати в різні кольори. Однак доведення для довільної карти, тобто для двозв'язного плоского (планарного) графа, вдалося дати з використанням обчислювальної техніки лише в останні роки минулого століття. Починаючи з XIX-го століття, було запропоновано багато доведень проблеми чотирьох фарб, як професійними математиками, так і не математиками, які нажаль містили помилки — всіх вабила простота, естетичність і гучна популярність цієї задачі. Зауважимо, що Хівуд у 1890 році довів, що достатньо п'яти фарб для розфарбування карти.

Для неплоских графів задача про розфарбування ставиться дещо інакше — для вершин. Тут є багато результатів і нерозв'язаних задач, які цікаві як і для теорії, так і для практичного застосування.

Одна з найвідоміших задач математики — проблема чотирьох фарб — також належить до графів. Ще в минулому столітті було відзначено, що кожен конкретну географічну карту можна розфарбувати чотирма фарбами так, щоб довільні дві сусідні країни, які мають лінійний не точковий кордон можна пофарбувати в різні кольори. Однак доведення для довільної карти, тобто для двозв'язного плоского (планарного) графа, вдалося дати з використанням обчислювальної техніки лише в останні роки минулого століття. Починаючи з XIX-го століття, було запропоновано багато доведень проблеми чотирьох фарб, як професійними математиками, так і не математиками, які на жаль містили помилки — всіх вабила простота, естетичність і гучна популярність цієї задачі. Зауважимо, що Хівуд у 1890 році довів, що достатньо п'яти фарб для розфарбування карти.

Для неплоских графів задача про розфарбування ставиться дещо інакше — для вершин. Тут є багато результатів і нерозв'язаних задач, які цікаві як і для теорії, так і для практичного застосування.

Одна з найвідоміших задач математики — проблема чотирьох фарб — також належить до графів. Ще в минулому столітті було відзначено, що кожен конкретну географічну карту можна розфарбувати чотирма фарбами так, щоб довільні дві сусідні країни, які мають лінійний не точковий кордон можна пофарбувати в різні кольори. Однак доведення для довільної карти, тобто для двозв'язного плоского (планарного) графа, вдалося дати з використанням обчислювальної техніки лише в останні роки минулого століття. Починаючи з XIX-го століття, було запропоновано багато доведень проблеми чотирьох фарб, як професійними математиками, так і не математиками, які нажаль містили помилки — всіх вабила простота, естетичність і гучна популярність цієї задачі. Зауважимо, що Хівуд у 1890 році довів, що достатньо п'яти фарб для розфарбування карти.

Для неплоских графів задача про розфарбування ставиться дещо інакше — для вершин. Тут є багато результатів і нерозв'язаних задач, які цікаві як і для теорії, так і для практичного застосування.

Одна з найвідоміших задач математики — проблема чотирьох фарб — також належить до графів. Ще в минулому столітті було відзначено, що кожен конкретну географічну карту можна розфарбувати чотирма фарбами так, щоб довільні дві сусідні країни, які мають лінійний не точковий кордон можна пофарбувати в різні кольори. Однак доведення для довільної карти, тобто для двозв'язного плоского (планарного) графа, вдалося дати з використанням обчислювальної техніки лише в останні роки минулого століття. Починаючи з XIX-го століття, було запропоновано багато доведень проблеми чотирьох фарб, як професійними математиками, так і не математиками, які на жаль містили помилки — всіх вабила простота, естетичність і гучна популярність цієї задачі. Зауважимо, що Хівуд у 1890 році довів, що достатньо п'яти фарб для розфарбування карти.

Для неплоских графів задача про розфарбування ставиться дещо інакше — для вершин. Тут є багато результатів і нерозв'язаних задач, які цікаві як і для теорії, так і для практичного застосування.

Одна з найвідоміших задач математики — проблема чотирьох фарб — також належить до графів. Ще в минулому столітті було відзначено, що кожен конкретну географічну карту можна розфарбувати чотирма фарбами так, щоб довільні дві сусідні країни, які мають лінійний не точковий кордон можна пофарбувати в різні кольори. Однак доведення для довільної карти, тобто для двозв'язного плоского (планарного) графа, вдалося дати з використанням обчислювальної техніки лише в останні роки минулого століття. Починаючи з XIX-го століття, було запропоновано багато доведень проблеми чотирьох фарб, як професійними математиками, так і не математиками, які на жаль містили помилки — всіх вабила простота, естетичність і гучна популярність цієї задачі. Зауважимо, що Хівуд у 1890 році довів, що достатньо п'яти фарб для розфарбування карти.

Для неплоских графів задача про розфарбування ставиться дещо інакше — для вершин. Тут є багато результатів і нерозв'язаних задач, які цікаві як і для теорії, так і для практичного застосування.

Одна з найвідоміших задач математики — проблема чотирьох фарб — також належить до графів. Ще в минулому столітті було відзначено, що кожен конкретну географічну карту можна розфарбувати чотирма фарбами так, щоб довільні дві сусідні країни, які мають лінійний не точковий кордон можна пофарбувати в різні кольори. Однак доведення для довільної карти, тобто для двозв'язного плоского (планарного) графа, вдалося дати з використанням обчислювальної техніки лише в останні роки минулого століття. Починаючи з XIX-го століття, було запропоновано багато доведень проблеми чотирьох фарб, як професійними математиками, так і не математиками, які на жаль містили помилки — всі вабила простота, естетичність і гучна популярність цієї задачі. Зауважимо, що Хівуд у 1890 році довів, що достатньо п'яти фарб для розфарбування карти.

Для неплоских графів задача про розфарбування ставиться дещо інакше — для вершин. Тут є багато результатів і нерозв'язаних задач, які цікаві як і для теорії, так і для практичного застосування.



Одна з найвідоміших задач математики — проблема чотирьох фарб — також належить до графів. Ще в минулому столітті було відзначено, що кожен конкретну географічну карту можна розфарбувати чотирма фарбами так, щоб довільні дві сусідні країни, які мають лінійний не точковий кордон можна пофарбувати в різні кольори. Однак доведення для довільної карти, тобто для двозв'язного плоского (планарного) графа, вдалося дати з використанням обчислювальної техніки лише в останні роки минулого століття. Починаючи з XIX-го століття, було запропоновано багато доведень проблеми чотирьох фарб, як професійними математиками, так і не математиками, які на жаль містили помилки — всі вабила простота, естетичність і гучна популярність цієї задачі. Зауважимо, що Хівуд у 1890 році довів, що достатньо п'яти фарб для розфарбування карти.

Для неплоских графів задача про розфарбування ставиться дещо інакше — для вершин. Тут є багато результатів і нерозв'язаних задач, які цікаві як і для теорії, так і для практичного застосування.

Одна з найвідоміших задач математики — проблема чотирьох фарб — також належить до графів. Ще в минулому столітті було відзначено, що кожен конкретну географічну карту можна розфарбувати чотирма фарбами так, щоб довільні дві сусідні країни, які мають лінійний не точковий кордон можна пофарбувати в різні кольори. Однак доведення для довільної карти, тобто для двозв'язного плоского (планарного) графа, вдалося дати з використанням обчислювальної техніки лише в останні роки минулого століття. Починаючи з XIX-го століття, було запропоновано багато доведень проблеми чотирьох фарб, як професійними математиками, так і не математиками, які нажаль містили помилки — всі вабила простота, естетичність і гучна популярність цієї задачі. Зауважимо, що Хівуд у 1890 році довів, що достатньо п'яти фарб для розфарбування карти.

Для неплоских графів задача про розфарбування ставиться дещо інакше — для вершин. Тут є багато результатів і нерозв'язаних задач, які цікаві як і для теорії, так і для практичного застосування.

Одна з найвідоміших задач математики — проблема чотирьох фарб — також належить до графів. Ще в минулому столітті було відзначено, що кожен конкретну географічну карту можна розфарбувати чотирма фарбами так, щоб довільні дві сусідні країни, які мають лінійний не точковий кордон можна пофарбувати в різні кольори. Однак доведення для довільної карти, тобто для двозв'язного плоского (планарного) графа, вдалося дати з використанням обчислювальної техніки лише в останні роки минулого століття. Починаючи з XIX-го століття, було запропоновано багато доведень проблеми чотирьох фарб, як професійними математиками, так і не математиками, які на жаль містили помилки — всі вабила простота, естетичність і гучна популярність цієї задачі. Зауважимо, що Хівуд у 1890 році довів, що достатньо п'яти фарб для розфарбування карти.

Для неплоских графів задача про розфарбування ставиться дещо інакше — для вершин. Тут є багато результатів і нерозв'язаних задач, які цікаві як і для теорії, так і для практичного застосування.

Одна з найвідоміших задач математики — проблема чотирьох фарб — також належить до графів. Ще в минулому столітті було відзначено, що кожен конкретну географічну карту можна розфарбувати чотирма фарбами так, щоб довільні дві сусідні країни, які мають лінійний не точковий кордон можна пофарбувати в різні кольори. Однак доведення для довільної карти, тобто для двозв'язного плоского (планарного) графа, вдалося дати з використанням обчислювальної техніки лише в останні роки минулого століття. Починаючи з XIX-го століття, було запропоновано багато доведень проблеми чотирьох фарб, як професійними математиками, так і не математиками, які на жаль містили помилки — всі вабила простота, естетичність і гучна популярність цієї задачі. Зауважимо, що Хівуд у 1890 році довів, що достатньо п'яти фарб для розфарбування карти.

Для неплоских графів задача про розфарбування ставиться дещо інакше — для вершин. Тут є багато результатів і нерозв'язаних задач, які цікаві як і для теорії, так і для практичного застосування.

Одна з найвідоміших задач математики — проблема чотирьох фарб — також належить до графів. Ще в минулому столітті було відзначено, що кожен конкретну географічну карту можна розфарбувати чотирма фарбами так, щоб довільні дві сусідні країни, які мають лінійний не точковий кордон можна пофарбувати в різні кольори. Однак доведення для довільної карти, тобто для двозв'язного плоского (планарного) графа, вдалося дати з використанням обчислювальної техніки лише в останні роки минулого століття. Починаючи з XIX-го століття, було запропоновано багато доведень проблеми чотирьох фарб, як професійними математиками, так і не математиками, які нажаль містили помилки — всіх вабила простота, естетичність і гучна популярність цієї задачі. Зауважимо, що Хівуд у 1890 році довів, що достатньо п'яти фарб для розфарбування карти.

Для неплоских графів задача про розфарбування ставиться дещо інакше — для вершин. Тут є багато результатів і нерозв'язаних задач, які цікаві як і для теорії, так і для практичного застосування.

Одна з найвідоміших задач математики — проблема чотирьох фарб — також належить до графів. Ще в минулому столітті було відзначено, що кожен конкретну географічну карту можна розфарбувати чотирма фарбами так, щоб довільні дві сусідні країни, які мають лінійний не точковий кордон можна пофарбувати в різні кольори. Однак доведення для довільної карти, тобто для двозв'язного плоского (планарного) графа, вдалося дати з використанням обчислювальної техніки лише в останні роки минулого століття. Починаючи з XIX-го століття, було запропоновано багато доведень проблеми чотирьох фарб, як професійними математиками, так і не математиками, які на жаль містили помилки — всіх вабила простота, естетичність і гучна популярність цієї задачі. Зауважимо, що Хівуд у 1890 році довів, що достатньо п'яти фарб для розфарбування карти.

Для неплоских графів задача про розфарбування ставиться дещо інакше — для вершин. Тут є багато результатів і нерозв'язаних задач, які цікаві як і для теорії, так і для практичного застосування.

Одна з найвідоміших задач математики — проблема чотирьох фарб — також належить до графів. Ще в минулому столітті було відзначено, що кожен конкретну географічну карту можна розфарбувати чотирма фарбами так, щоб довільні дві сусідні країни, які мають лінійний не точковий кордон можна пофарбувати в різні кольори. Однак доведення для довільної карти, тобто для двозв'язного плоского (планарного) графа, вдалося дати з використанням обчислювальної техніки лише в останні роки минулого століття. Починаючи з XIX-го століття, було запропоновано багато доведень проблеми чотирьох фарб, як професійними математиками, так і не математиками, які на жаль містили помилки — всіх вабила простота, естетичність і гучна популярність цієї задачі. Зауважимо, що Хівуд у 1890 році довів, що достатньо п'яти фарб для розфарбування карти.

Для неплоских графів задача про розфарбування ставиться дещо інакше — для вершин. Тут є багато результатів і нерозв'язаних задач, які цікаві як і для теорії, так і для практичного застосування.

Одна з найвідоміших задач математики — проблема чотирьох фарб — також належить до графів. Ще в минулому столітті було відзначено, що кожен конкретну географічну карту можна розфарбувати чотирма фарбами так, щоб довільні дві сусідні країни, які мають лінійний не точковий кордон можна пофарбувати в різні кольори. Однак доведення для довільної карти, тобто для двозв'язного плоского (планарного) графа, вдалося дати з використанням обчислювальної техніки лише в останні роки минулого століття. Починаючи з XIX-го століття, було запропоновано багато доведень проблеми чотирьох фарб, як професійними математиками, так і не математиками, які на жаль містили помилки — всіх вабила простота, естетичність і гучна популярність цієї задачі. Зауважимо, що Хівуд у 1890 році довів, що достатньо п'яти фарб для розфарбування карти.

Для неплоских графів задача про розфарбування ставиться дещо інакше — для вершин. Тут є багато результатів і нерозв'язаних задач, які цікаві як і для теорії, так і для практичного застосування.



Одна з найвідоміших задач математики — проблема чотирьох фарб — також належить до графів. Ще в минулому столітті було відзначено, що кожен конкретну географічну карту можна розфарбувати чотирма фарбами так, щоб довільні дві сусідні країни, які мають лінійний не точковий кордон можна пофарбувати в різні кольори. Однак доведення для довільної карти, тобто для двозв'язного плоского (планарного) графа, вдалося дати з використанням обчислювальної техніки лише в останні роки минулого століття. Починаючи з XIX-го століття, було запропоновано багато доведень проблеми чотирьох фарб, як професійними математиками, так і не математиками, які на жаль містили помилки — всіх вабила простота, естетичність і гучна популярність цієї задачі. Зауважимо, що Хівуд у 1890 році довів, що достатньо п'яти фарб для розфарбування карти.

Для неплоских графів задача про розфарбування ставиться дещо інакше — для вершин. Тут є багато результатів і нерозв'язаних задач, які цікаві як і для теорії, так і для практичного застосування.

Одна з найвідоміших задач математики — проблема чотирьох фарб — також належить до графів. Ще в минулому столітті було відзначено, що кожен конкретну географічну карту можна розфарбувати чотирма фарбами так, щоб довільні дві сусідні країни, які мають лінійний не точковий кордон можна пофарбувати в різні кольори. Однак доведення для довільної карти, тобто для двозв'язного плоского (планарного) графа, вдалося дати з використанням обчислювальної техніки лише в останні роки минулого століття. Починаючи з XIX-го століття, було запропоновано багато доведень проблеми чотирьох фарб, як професійними математиками, так і не математиками, які нажаль містили помилки — всіх вабила простота, естетичність і гучна популярність цієї задачі. Зауважимо, що Хівуд у 1890 році довів, що достатньо п'яти фарб для розфарбування карти.

Для неплоских графів задача про розфарбування ставиться дещо інакше — для вершин. Тут є багато результатів і нерозв'язаних задач, які цікаві як і для теорії, так і для практичного застосування.

Одна з найвідоміших задач математики — проблема чотирьох фарб — також належить до графів. Ще в минулому столітті було відзначено, що кожен конкретну географічну карту можна розфарбувати чотирма фарбами так, щоб довільні дві сусідні країни, які мають лінійний не точковий кордон можна пофарбувати в різні кольори. Однак доведення для довільної карти, тобто для двозв'язного плоского (планарного) графа, вдалося дати з використанням обчислювальної техніки лише в останні роки минулого століття. Починаючи з XIX-го століття, було запропоновано багато доведень проблеми чотирьох фарб, як професійними математиками, так і не математиками, які на жаль містили помилки — всіх вабила простота, естетичність і гучна популярність цієї задачі. Зауважимо, що Хівуд у 1890 році довів, що достатньо п'яти фарб для розфарбування карти.

Для неплоских графів задача про розфарбування ставиться дещо інакше — для вершин. Тут є багато результатів і нерозв'язаних задач, які цікаві як і для теорії, так і для практичного застосування.

Граф називається **плоским** або **планарним**, якщо його можна укласти на площині без схрещення (перетину) ребер, шляхом їх неперервної деформації. Топологічний критерій планарності графа запропонували Лев Понтрягін (1927 р.), не опублікувавши цей результат, і Казимир Куратовський <sup>2</sup> (1930 р.). Через вагомість планарної реалізації електронних схем (зокрема друкування плат) останнім часом отримано інші критерії планарності та алгоритми укладення графів.

Починаючи з середини ХІХ-го століття, популярність графів і кількість праць з теорії графів та її застосування неухильно зростає. За допомогою графа моделюються довільні схеми, у яких виділяються більш прості частини (вершини) і зв'язки між ними (ребра). Не дивно, що графи зустрічаються в різноманітних дослідженнях з соціології, психології, економіки, теорії ігор, логіки, програмування, теорії ймовірностей (ланцюги Маркова), квантової механіки (діаграми Фейнмана), хімії (структура молекул), статистичної механіки, кристалофізики, медицини та біології (нервові, судинні та інші мережі), електроніки, лінгвістики та ін.

---

<sup>2</sup>У цей час Казимир Куратовський працював у Львівській політехніці.

Граф називається **плоским** або **планарним**, якщо його можна укласти на площині без схрещення (перетину) ребер, шляхом їх неперервної деформації. Топологічний критерій планарності графа запропонували Лев Понтрягін (1927 р.), не опублікувавши цей результат, і Казимир Куратовський <sup>2</sup> (1930 р.). Через вагомість планарної реалізації електронних схем (зокрема друкування плат) останнім часом отримано інші критерії планарності та алгоритми укладення графів.

Починаючи з середини ХІХ-го століття, популярність графів і кількість праць з теорії графів та її застосування неухильно зростає. За допомогою графа моделюються довільні схеми, у яких виділяються більш прості частини (вершини) і зв'язки між ними (ребра). Не дивно, що графи зустрічаються в різноманітних дослідженнях з соціології, психології, економіки, теорії ігор, логіки, програмування, теорії ймовірностей (ланцюги Маркова), квантової механіки (діаграми Фейнмана), хімії (структура молекул), статистичної механіки, кристалофізики, медицини та біології (нервові, судинні та інші мережі), електроніки, лінгвістики та ін.

---

<sup>2</sup>У цей час Казимир Куратовський працював у Львівській політехніці.

Граф називається **плоским** або **планарним**, якщо його можна укласти на площині без схрещення (перетину) ребер, шляхом їх неперервної деформації. Топологічний критерій планарності графа запропонували Лев Понтрягін (1927 р.), не опублікувавши цей результат, і Казимир Куратовський <sup>2</sup> (1930 р.). Через вагомість планарної реалізації електронних схем (зокрема друкування плат) останнім часом отримано інші критерії планарності та алгоритми укладення графів.

Починаючи з середини ХІХ-го століття, популярність графів і кількість праць з теорії графів та її застосування неухильно зростає. За допомогою графа моделюються довільні схеми, у яких виділяються більш прості частини (вершини) і зв'язки між ними (ребра). Не дивно, що графи зустрічаються в різноманітних дослідженнях з соціології, психології, економіки, теорії ігор, логіки, програмування, теорії ймовірностей (ланцюги Маркова), квантової механіки (діаграми Фейнмана), хімії (структура молекул), статистичної механіки, кристалофізики, медицини та біології (нервові, судинні та інші мережі), електроніки, лінгвістики та ін.

---

<sup>2</sup>У цей час Казимир Куратовський працював у Львівській політехніці.

Граф називається **плоским** або **планарним**, якщо його можна укласти на площині без схрещення (перетину) ребер, шляхом їх неперервної деформації. Топологічний критерій планарності графа запропонували Лев Понтрягін (1927 р.), не опублікувавши цей результат, і Казимир Куратовський <sup>2</sup> (1930 р.). Через вагомість планарної реалізації електронних схем (зокрема друкування плат) останнім часом отримано інші критерії планарності та алгоритми укладення графів.

Починаючи з середини ХІХ-го століття, популярність графів і кількість праць з теорії графів та її застосування неухильно зростає. За допомогою графа моделюються довільні схеми, у яких виділяються більш прості частини (вершини) і зв'язки між ними (ребра). Не дивно, що графи зустрічаються в різноманітних дослідженнях з соціології, психології, економіки, теорії ігор, логіки, програмування, теорії ймовірностей (ланцюги Маркова), квантової механіки (діаграми Фейнмана), хімії (структура молекул), статистичної механіки, кристалофізики, медицини та біології (нервові, судинні та інші мережі), електроніки, лінгвістики та ін.

---

<sup>2</sup>У цей час Казимир Куратовський працював у Львівській політехніці.

Граф називається **плоским** або **планарним**, якщо його можна укласти на площині без схрещення (перетину) ребер, шляхом їх неперервної деформації. Топологічний критерій планарності графа запропонували Лев Понтрягін (1927 р.), не опублікувавши цей результат, і Казимир Куратовський <sup>2</sup> (1930 р.). Через вагомість планарної реалізації електронних схем (зокрема друкування плат) останнім часом отримано інші критерії планарності та алгоритми укладення графів.

Починаючи з середини ХІХ-го століття, популярність графів і кількість праць з теорії графів та її застосування неухильно зростає. За допомогою графа моделюються довільні схеми, у яких виділяються більш прості частини (вершини) і зв'язки між ними (ребра). Не дивно, що графи зустрічаються в різноманітних дослідженнях з соціології, психології, економіки, теорії ігор, логіки, програмування, теорії ймовірностей (ланцюги Маркова), квантової механіки (діаграми Фейнмана), хімії (структура молекул), статистичної механіки, кристалофізики, медицини та біології (нервові, судинні та інші мережі), електроніки, лінгвістики та ін.

---

<sup>2</sup>У цей час Казимир Куратовський працював у Львівській політехніці.



Граф називається **плоским** або **планарним**, якщо його можна укласти на площині без схрещення (перетину) ребер, шляхом їх неперервної деформації. Топологічний критерій планарності графа запропонували Лев Понтрягін (1927 р.), не опублікувавши цей результат, і Казимир Куратовський <sup>2</sup> (1930 р.). Через вагомість планарної реалізації електронних схем (зокрема друкування плат) останнім часом отримано інші критерії планарності та алгоритми укладення графів.

Починаючи з середини ХІХ-го століття, популярність графів і кількість праць з теорії графів та її застосування неухильно зростає. За допомогою графа моделюються довільні схеми, у яких виділяються більш прості частини (вершини) і зв'язки між ними (ребра). Не дивно, що графи зустрічаються в різноманітних дослідженнях з соціології, психології, економіки, теорії ігор, логіки, програмування, теорії ймовірностей (ланцюги Маркова), квантової механіки (діаграми Фейнмана), хімії (структура молекул), статистичної механіки, кристалофізики, медицини та біології (нервові, судинні та інші мережі), електроніки, лінгвістики та ін.

---

<sup>2</sup>У цей час Казимир Куратовський працював у Львівській політехніці.

Граф називається **плоским** або **планарним**, якщо його можна укласти на площині без схрещення (перетину) ребер, шляхом їх неперервної деформації. Топологічний критерій планарності графа запропонували Лев Понтрягін (1927 р.), не опублікувавши цей результат, і Казимир Куратовський <sup>2</sup> (1930 р.). Через вагомість планарної реалізації електронних схем (зокрема друкування плат) останнім часом отримано інші критерії планарності та алгоритми укладення графів.

Починаючи з середини ХІХ-го століття, популярність графів і кількість праць з теорії графів та її застосування неухильно зростає. За допомогою графа моделюються довільні схеми, у яких виділяються більш прості частини (вершини) і зв'язки між ними (ребра). Не дивно, що графи зустрічаються в різноманітних дослідженнях з соціології, психології, економіки, теорії ігор, логіки, програмування, теорії ймовірностей (ланцюги Маркова), квантової механіки (діаграми Фейнмана), хімії (структура молекул), статистичної механіки, кристалофізики, медицини та біології (нервові, судинні та інші мережі), електроніки, лінгвістики та ін.

---

<sup>2</sup>У цей час Казимир Куратовський працював у Львівській політехніці.

Граф називається **плоским** або **планарним**, якщо його можна укласти на площині без схрещення (перетину) ребер, шляхом їх неперервної деформації. Топологічний критерій планарності графа запропонували Лев Понтрягін (1927 р.), не опублікувавши цей результат, і Казимир Куратовський <sup>2</sup> (1930 р.). Через вагомість планарної реалізації електронних схем (зокрема друкування плат) останнім часом отримано інші критерії планарності та алгоритми укладення графів.

Починаючи з середини ХІХ-го століття, популярність графів і кількість праць з теорії графів та її застосування неухильно зростає. За допомогою графа моделюються довільні схеми, у яких виділяються більш прості частини (вершини) і зв'язки між ними (ребра). Не дивно, що графи зустрічаються в різноманітних дослідженнях з соціології, психології, економіки, теорії ігор, логіки, програмування, теорії ймовірностей (ланцюги Маркова), квантової механіки (діаграми Фейнмана), хімії (структура молекул), статистичної механіки, кристалофізики, медицини та біології (нервові, судинні та інші мережі), електроніки, лінгвістики та ін.

---

<sup>2</sup>У цей час Казимир Куратовський працював у Львівській політехніці.

Граф називається **плоским** або **планарним**, якщо його можна укласти на площині без схрещення (перетину) ребер, шляхом їх неперервної деформації. Топологічний критерій планарності графа запропонували Лев Понтрягін (1927 р.), не опублікувавши цей результат, і Казимир Куратовський <sup>2</sup> (1930 р.). Через вагомість планарної реалізації електронних схем (зокрема друкування плат) останнім часом отримано інші критерії планарності та алгоритми укладення графів.

Починаючи з середини ХІХ-го століття, популярність графів і кількість праць з теорії графів та її застосування неухильно зростає. За допомогою графа моделюються довільні схеми, у яких виділяються більш прості частини (вершини) і зв'язки між ними (ребра). Не дивно, що графи зустрічаються в різноманітних дослідженнях з соціології, психології, економіки, теорії ігор, логіки, програмування, теорії ймовірностей (ланцюги Маркова), квантової механіки (діаграми Фейнмана), хімії (структура молекул), статистичної механіки, кристалофізики, медицини та біології (нервові, судинні та інші мережі), електроніки, лінгвістики та ін.

---

<sup>2</sup>У цей час Казимир Куратовський працював у Львівській політехніці.

Граф називається **плоским** або **планарним**, якщо його можна укласти на площині без схрещення (перетину) ребер, шляхом їх неперервної деформації. Топологічний критерій планарності графа запропонували Лев Понтрягін (1927 р.), не опублікувавши цей результат, і Казимир Куратовський <sup>2</sup> (1930 р.). Через вагомість планарної реалізації електронних схем (зокрема друкування плат) останнім часом отримано інші критерії планарності та алгоритми укладення графів.

Починаючи з середини ХІХ-го століття, популярність графів і кількість праць з теорії графів та її застосування неухильно зростає. За допомогою графа моделюються довільні схеми, у яких виділяються більш прості частини (вершини) і зв'язки між ними (ребра). Не дивно, що графи зустрічаються в різноманітних дослідженнях з соціології, психології, економіки, теорії ігор, логіки, програмування, теорії ймовірностей (ланцюги Маркова), квантової механіки (діаграми Фейнмана), хімії (структура молекул), статистичної механіки, кристалофізики, медицини та біології (нервові, судинні та інші мережі), електроніки, лінгвістики та ін.

---

<sup>2</sup>У цей час Казимир Куратовський працював у Львівській політехніці.

Граф називається **плоским** або **планарним**, якщо його можна укласти на площині без схрещення (перетину) ребер, шляхом їх неперервної деформації. Топологічний критерій планарності графа запропонували Лев Понтрягін (1927 р.), не опублікувавши цей результат, і Казимир Куратовський <sup>2</sup> (1930 р.). Через вагомість планарної реалізації електронних схем (зокрема друкування плат) останнім часом отримано інші критерії планарності та алгоритми укладення графів.

Починаючи з середини ХІХ-го століття, популярність графів і кількість праць з теорії графів та її застосування неухильно зростає. За допомогою графа моделюються довільні схеми, у яких виділяються більш прості частини (вершини) і зв'язки між ними (ребра). Не дивно, що графи зустрічаються в різноманітних дослідженнях з соціології, психології, економіки, теорії ігор, логіки, програмування, теорії ймовірностей (ланцюги Маркова), квантової механіки (діаграми Фейнмана), хімії (структура молекул), статистичної механіки, кристалофізики, медицини та біології (нервові, судинні та інші мережі), електроніки, лінгвістики та ін.

---

<sup>2</sup>У цей час Казимир Куратовський працював у Львівській політехніці.

Граф називається **плоским** або **планарним**, якщо його можна укласти на площині без схрещення (перетину) ребер, шляхом їх неперервної деформації. Топологічний критерій планарності графа запропонували Лев Понтрягін (1927 р.), не опублікувавши цей результат, і Казимир Куратовський <sup>2</sup> (1930 р.). Через вагомість планарної реалізації електронних схем (зокрема друкування плат) останнім часом отримано інші критерії планарності та алгоритми укладення графів.

Починаючи з середини ХІХ-го століття, популярність графів і кількість праць з теорії графів та її застосування неухильно зростає. За допомогою графа моделюються довільні схеми, у яких виділяються більш прості частини (вершини) і зв'язки між ними (ребра). Не дивно, що графи зустрічаються в різноманітних дослідженнях з соціології, психології, економіки, теорії ігор, логіки, програмування, теорії ймовірностей (ланцюги Маркова), квантової механіки (діаграми Фейнмана), хімії (структура молекул), статистичної механіки, кристалофізики, медицини та біології (нервові, судинні та інші мережі), електроніки, лінгвістики та ін.

---

<sup>2</sup>У цей час Казимир Куратовський працював у Львівській політехніці.

Граф називається **плоским** або **планарним**, якщо його можна укласти на площині без схрещення (перетину) ребер, шляхом їх неперервної деформації. Топологічний критерій планарності графа запропонували Лев Понтрягін (1927 р.), не опублікувавши цей результат, і Казимир Куратовський <sup>2</sup> (1930 р.). Через вагомість планарної реалізації електронних схем (зокрема друкування плат) останнім часом отримано інші критерії планарності та алгоритми укладення графів.

Починаючи з середини ХІХ-го століття, популярність графів і кількість праць з теорії графів та її застосування неухильно зростає. За допомогою графа моделюються довільні схеми, у яких виділяються більш прості частини (вершини) і зв'язки між ними (ребра). Не дивно, що графи зустрічаються в різноманітних дослідженнях з соціології, психології, економіки, теорії ігор, логіки, програмування, теорії ймовірностей (ланцюги Маркова), квантової механіки (діаграми Фейнмана), хімії (структура молекул), статистичної механіки, кристалофізики, медицини та біології (нервові, судинні та інші мережі), електроніки, лінгвістики та ін.

---

<sup>2</sup>У цей час Казимир Куратовський працював у Львівській політехніці.



Граф називається **плоским** або **планарним**, якщо його можна укласти на площині без схрещення (перетину) ребер, шляхом їх неперервної деформації. Топологічний критерій планарності графа запропонували Лев Понтрягін (1927 р.), не опублікувавши цей результат, і Казимир Куратовський <sup>2</sup> (1930 р.). Через вагомість планарної реалізації електронних схем (зокрема друкування плат) останнім часом отримано інші критерії планарності та алгоритми укладення графів.

Починаючи з середини ХІХ-го століття, популярність графів і кількість праць з теорії графів та її застосування неухильно зростає. За допомогою графа моделюються довільні схеми, у яких виділяються більш прості частини (вершини) і зв'язки між ними (ребра). Не дивно, що графи зустрічаються в різноманітних дослідженнях з соціології, психології, економіки, теорії ігор, логіки, програмування, теорії ймовірностей (ланцюги Маркова), квантової механіки (діаграми Фейнмана), хімії (структура молекул), статистичної механіки, кристалофізики, медицини та біології (нервові, судинні та інші мережі), електроніки, лінгвістики та ін.

---

<sup>2</sup>У цей час Казимир Куратовський працював у Львівській політехніці.

Граф називається **плоским** або **планарним**, якщо його можна укласти на площині без схрещення (перетину) ребер, шляхом їх неперервної деформації. Топологічний критерій планарності графа запропонували Лев Понтрягін (1927 р.), не опублікувавши цей результат, і Казимир Куратовський <sup>2</sup> (1930 р.). Через вагомість планарної реалізації електронних схем (зокрема друкування плат) останнім часом отримано інші критерії планарності та алгоритми укладення графів.

Починаючи з середини ХІХ-го століття, популярність графів і кількість праць з теорії графів та її застосування неухильно зростає. За допомогою графа моделюються довільні схеми, у яких виділяються більш прості частини (вершини) і зв'язки між ними (ребра). Не дивно, що графи зустрічаються в різноманітних дослідженнях з соціології, психології, економіки, теорії ігор, логіки, програмування, теорії ймовірностей (ланцюги Маркова), квантової механіки (діаграми Фейнмана), хімії (структура молекул), статистичної механіки, кристалофізики, медицини та біології (нервові, судинні та інші мережі), електроніки, лінгвістики та ін.

---

<sup>2</sup>У цей час Казимир Куратовський працював у Львівській політехніці.

Граф називається **плоским** або **планарним**, якщо його можна укласти на площині без схрещення (перетину) ребер, шляхом їх неперервної деформації. Топологічний критерій планарності графа запропонували Лев Понтрягін (1927 р.), не опублікувавши цей результат, і Казимир Куратовський <sup>2</sup> (1930 р.). Через вагомість планарної реалізації електронних схем (зокрема друкування плат) останнім часом отримано інші критерії планарності та алгоритми укладення графів.

Починаючи з середини ХІХ-го століття, популярність графів і кількість праць з теорії графів та її застосування неухильно зростає. За допомогою графа моделюються довільні схеми, у яких виділяються більш прості частини (вершини) і зв'язки між ними (ребра). Не дивно, що графи зустрічаються в різноманітних дослідженнях з соціології, психології, економіки, теорії ігор, логіки, програмування, теорії ймовірностей (ланцюги Маркова), квантової механіки (діаграми Фейнмана), хімії (структура молекул), статистичної механіки, кристалофізики, медицини та біології (нервові, судинні та інші мережі), електроніки, лінгвістики та ін.

---

<sup>2</sup>У цей час Казимир Куратовський працював у Львівській політехніці.

Граф називається **плоским** або **планарним**, якщо його можна укласти на площині без схрещення (перетину) ребер, шляхом їх неперервної деформації. Топологічний критерій планарності графа запропонували Лев Понтрягін (1927 р.), не опублікувавши цей результат, і Казимир Куратовський <sup>2</sup> (1930 р.). Через вагомість планарної реалізації електронних схем (зокрема друкування плат) останнім часом отримано інші критерії планарності та алгоритми укладення графів.

Починаючи з середини ХІХ-го століття, популярність графів і кількість праць з теорії графів та її застосування неухильно зростає. За допомогою графа моделюються довільні схеми, у яких виділяються більш прості частини (вершини) і зв'язки між ними (ребра). Не дивно, що графи зустрічаються в різноманітних дослідженнях з соціології, психології, економіки, теорії ігор, логіки, програмування, теорії ймовірностей (ланцюги Маркова), квантової механіки (діаграми Фейнмана), хімії (структура молекул), статистичної механіки, кристалофізики, медицини та біології (нервові, судинні та інші мережі), електроніки, лінгвістики та ін.

---

<sup>2</sup>У цей час Казимир Куратовський працював у Львівській політехніці.

Граф називається **плоским** або **планарним**, якщо його можна укласти на площині без схрещення (перетину) ребер, шляхом їх неперервної деформації. Топологічний критерій планарності графа запропонували Лев Понтрягін (1927 р.), не опублікувавши цей результат, і Казимир Куратовський <sup>2</sup> (1930 р.). Через вагомість планарної реалізації електронних схем (зокрема друкування плат) останнім часом отримано інші критерії планарності та алгоритми укладення графів.

Починаючи з середини ХІХ-го століття, популярність графів і кількість праць з теорії графів та її застосування неухильно зростає. За допомогою графа моделюються довільні схеми, у яких виділяються більш прості частини (вершини) і зв'язки між ними (ребра). Не дивно, що графи зустрічаються в різноманітних дослідженнях з соціології, психології, економіки, теорії ігор, логіки, програмування, теорії ймовірностей (ланцюги Маркова), квантової механіки (діаграми Фейнмана), хімії (структура молекул), статистичної механіки, кристалофізики, медицини та біології (нервові, судинні та інші мережі), електроніки, лінгвістики та ін.

---

<sup>2</sup>У цей час Казимир Куратовський працював у Львівській політехніці.

Граф називається **плоским** або **планарним**, якщо його можна укласти на площині без схрещення (перетину) ребер, шляхом їх неперервної деформації. Топологічний критерій планарності графа запропонували Лев Понтрягін (1927 р.), не опублікувавши цей результат, і Казимир Куратовський <sup>2</sup> (1930 р.). Через вагомість планарної реалізації електронних схем (зокрема друкування плат) останнім часом отримано інші критерії планарності та алгоритми укладення графів.

Починаючи з середини ХІХ-го століття, популярність графів і кількість праць з теорії графів та її застосування неухильно зростає. За допомогою графа моделюються довільні схеми, у яких виділяються більш прості частини (вершини) і зв'язки між ними (ребра). Не дивно, що графи зустрічаються в різноманітних дослідженнях з соціології, психології, економіки, теорії ігор, логіки, програмування, теорії ймовірностей (ланцюги Маркова), квантової механіки (діаграми Фейнмана), хімії (структура молекул), статистичної механіки, кристалофізики, медицини та біології (нервові, судинні та інші мережі), електроніки, лінгвістики та ін.

---

<sup>2</sup>У цей час Казимир Куратовський працював у Львівській політехніці.

Граф називається **плоским** або **планарним**, якщо його можна укласти на площині без схрещення (перетину) ребер, шляхом їх неперервної деформації. Топологічний критерій планарності графа запропонували Лев Понтрягін (1927 р.), не опублікувавши цей результат, і Казимир Куратовський <sup>2</sup> (1930 р.). Через вагомість планарної реалізації електронних схем (зокрема друкування плат) останнім часом отримано інші критерії планарності та алгоритми укладення графів.

Починаючи з середини ХІХ-го століття, популярність графів і кількість праць з теорії графів та її застосування неухильно зростає. За допомогою графа моделюються довільні схеми, у яких виділяються більш прості частини (вершини) і зв'язки між ними (ребра). Не дивно, що графи зустрічаються в різноманітних дослідженнях з соціології, психології, економіки, теорії ігор, логіки, програмування, теорії ймовірностей (ланцюги Маркова), квантової механіки (діаграми Фейнмана), хімії (структура молекул), статистичної механіки, кристалофізики, медицини та біології (нервові, судинні та інші мережі), електроніки, лінгвістики та ін.

---

<sup>2</sup>У цей час Казимир Куратовський працював у Львівській політехніці.

Граф називається **плоским** або **планарним**, якщо його можна укласти на площині без схрещення (перетину) ребер, шляхом їх неперервної деформації. Топологічний критерій планарності графа запропонували Лев Понтрягін (1927 р.), не опублікувавши цей результат, і Казимир Куратовський <sup>2</sup> (1930 р.). Через вагомість планарної реалізації електронних схем (зокрема друкування плат) останнім часом отримано інші критерії планарності та алгоритми укладення графів.

Починаючи з середини ХІХ-го століття, популярність графів і кількість праць з теорії графів та її застосування неухильно зростає. За допомогою графа моделюються довільні схеми, у яких виділяються більш прості частини (вершини) і зв'язки між ними (ребра). Не дивно, що графи зустрічаються в різноманітних дослідженнях з соціології, психології, економіки, теорії ігор, логіки, програмування, теорії ймовірностей (ланцюги Маркова), квантової механіки (діаграми Фейнмана), хімії (структура молекул), статистичної механіки, кристалофізики, медицини та біології (нервові, судинні та інші мережі), електроніки, лінгвістики та ін.

---

<sup>2</sup>У цей час Казимир Куратовський працював у Львівській політехніці.



Граф називається **плоским** або **планарним**, якщо його можна укласти на площині без схрещення (перетину) ребер, шляхом їх неперервної деформації. Топологічний критерій планарності графа запропонували Лев Понтрягін (1927 р.), не опублікувавши цей результат, і Казимир Куратовський <sup>2</sup> (1930 р.). Через вагомість планарної реалізації електронних схем (зокрема друкування плат) останнім часом отримано інші критерії планарності та алгоритми укладення графів.

Починаючи з середини ХІХ-го століття, популярність графів і кількість праць з теорії графів та її застосування неухильно зростає. За допомогою графа моделюються довільні схеми, у яких виділяються більш прості частини (вершини) і зв'язки між ними (ребра). Не дивно, що графи зустрічаються в різноманітних дослідженнях з соціології, психології, економіки, теорії ігор, логіки, програмування, теорії ймовірностей (ланцюги Маркова), квантової механіки (діаграми Фейнмана), хімії (структура молекул), статистичної механіки, кристалофізики, медицини та біології (нервові, судинні та інші мережі), електроніки, лінгвістики та ін.

---

<sup>2</sup>У цей час Казимир Куратовський працював у Львівській політехніці.

Граф називається **плоским** або **планарним**, якщо його можна укласти на площині без схрещення (перетину) ребер, шляхом їх неперервної деформації. Топологічний критерій планарності графа запропонували Лев Понтрягін (1927 р.), не опублікувавши цей результат, і Казимир Куратовський <sup>2</sup> (1930 р.). Через вагомість планарної реалізації електронних схем (зокрема друкування плат) останнім часом отримано інші критерії планарності та алгоритми укладення графів.

Починаючи з середини ХІХ-го століття, популярність графів і кількість праць з теорії графів та її застосування неухильно зростає. За допомогою графа моделюються довільні схеми, у яких виділяються більш прості частини (вершини) і зв'язки між ними (ребра). Не дивно, що графи зустрічаються в різноманітних дослідженнях з соціології, психології, економіки, теорії ігор, логіки, програмування, теорії ймовірностей (ланцюги Маркова), квантової механіки (діаграми Фейнмана), хімії (структура молекул), статистичної механіки, кристалофізики, медицини та біології (нервові, судинні та інші мережі), електроніки, лінгвістики та ін.

---

<sup>2</sup>У цей час Казимир Куратовський працював у Львівській політехніці.

Граф називається **плоским** або **планарним**, якщо його можна укласти на площині без схрещення (перетину) ребер, шляхом їх неперервної деформації. Топологічний критерій планарності графа запропонували Лев Понтрягін (1927 р.), не опублікувавши цей результат, і Казимир Куратовський <sup>2</sup> (1930 р.). Через вагомість планарної реалізації електронних схем (зокрема друкування плат) останнім часом отримано інші критерії планарності та алгоритми укладення графів.

Починаючи з середини ХІХ-го століття, популярність графів і кількість праць з теорії графів та її застосування неухильно зростає. За допомогою графа моделюються довільні схеми, у яких виділяються більш прості частини (вершини) і зв'язки між ними (ребра). Не дивно, що графи зустрічаються в різноманітних дослідженнях з соціології, психології, економіки, теорії ігор, логіки, програмування, теорії ймовірностей (ланцюги Маркова), квантової механіки (діаграми Фейнмана), хімії (структура молекул), статистичної механіки, кристалофізики, медицини та біології (нервові, судинні та інші мережі), електроніки, лінгвістики та ін.

---

<sup>2</sup>У цей час Казимир Куратовський працював у Львівській політехніці.

Дякую за увагу!!!