Біном Ньютона. Поліноміальна теорема

Дискретна математика

Лекція 24

Теорема 2.3.25

Нехай A — n-елементна множина. Тоді $|\mathscr{P}(A)| = 2^n$.

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді, одноелементна множина $A = \{a\}$ має лише дві підмножини: порожню множину $\varnothing$ і саму себе $\{a\}$.

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: множина, яка складається з k елементів має 2^k всеможливих підмножин. Доведемо, що з нашого припущення випливає твердження теореми для $n = k + 1$: множина, яка складається з $k + 1$ елемента має 2^{k+1} всеможливих підмножин.

Нехай

$$A = \{a_1, a_2, \ldots, a_k, a_{k+1}\}$$

— множина, яка складається з $k + 1$ елемента.

Довільну підмножину множини A можна отримати одним з таких двох способів:

1. Розглядаємо всі підмножини множини

   $$A_0 = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\},$$

   яка має k елементів. Всіх підмножин множини A_0 за припущенням індукції буде 2^k. І це будуть усі підмножини множини A, які не містять елемента a_{k+1}.

2. Кожну підмножину множини A_0 об'єднуємо з множиною $\{a_{k+1}\}$. І це будуть усі всеможливі підмножини множини A, які містять елемент a_{k+1}. Таких множин буде рівно 2^k.

Отже, всіх підмножин множини A буде

$$2^k + 2^k = 2 \cdot 2^k = 2^{k+1},$$

що і завершує доведення теореми. ∎

Теорема 2.3.25

Нехай A — n-елементна множина. Тоді $|\mathscr{P}(A)| = 2^n$.

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді, одноелементна множина $A = \{a\}$ має лише дві підмножини: порожню множину $\varnothing$ і саму себе $\{a\}$.

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: множина, яка складається з k елементів має 2^k всеможливих підмножин. Доведемо, що з нашого припущення випливає твердження теореми для $n = k + 1$: множина, яка складається з $k + 1$ елемента має 2^{k+1} всеможливих підмножин.

Нехай

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_k, a_{k+1}\}$$

— множина, яка складається з $k + 1$ елемента.

Довільну підмножину множини A можна отримати одним з таких двох способів:

1. Розглядаємо всі підмножини множини
$$A_0 = \{a_1, a_2, \dots, a_k\},$$
яка має k елементів. Всіх підмножин множини A_0 за припущенням індукції буде 2^k. І це будуть усі підмножини множини A, які не містять елемента a_{k+1}.
2. Кожну підмножину множини A_0 об'єднуємо з множиною $\{a_{k+1}\}$. І це будуть усі всеможливі підмножини множини A, які містять елемент a_{k+1}. Таких множин буде рівно 2^k.

Отже, всіх підмножин множини A буде

$$2^k + 2^k = 2 \cdot 2^k = 2^{k+1},$$

що і завершує доведення теореми. ∎

Теорема 2.3.25

Нехай A — n-елементна множина. Тоді $|\mathscr{P}(A)| = 2^n$.

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді, одноелементна множина $A = \{a\}$ має лише дві підмножини: порожню множину $\varnothing$ і саму себе $\{a\}$.

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: множина, яка складається з k елементів має 2^k всеможливих підмножин. Доведемо, що з нашого припущення випливає твердження теореми для $n = k + 1$: множина, яка складається з $k + 1$ елемента має 2^{k+1} всеможливих підмножин.

Нехай

$$A = \{a_1, a_2, \ldots, a_k, a_{k+1}\}$$

— множина, яка складається з $k + 1$ елемента.

Довільну підмножину множини A можна отримати одним з таких двох способів:

1. Розглядаємо всі підмножини множини
$$A_0 = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\},$$
яка має k елементів. Всіх підмножин множини A_0 за припущенням індукції буде 2^k. І це будуть усі підмножини множини A, які не містять елемента a_{k+1}.
2. Кожну підмножину множини A_0 об'єднуємо з множиною $\{a_{k+1}\}$. І це будуть усі всеможливі підмножини множини A, які містять елемент a_{k+1}. Таких множин буде рівно 2^k.

Отже, всіх підмножин множини A буде

$$2^k + 2^k = 2 \cdot 2^k = 2^{k+1},$$

що і завершує доведення теореми. ■

Теорема 2.3.25

Нехай A — n-елементна множина. Тоді $|\mathscr{P}(A)| = 2^n$.

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді, одноелементна множина $A = \{a\}$ має лише дві підмножини: порожню множину $\varnothing$ і саму себе $\{a\}$.

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: множина, яка складається з k елементів має 2^k всеможливих підмножин. Доведемо, що з нашого припущення випливає твердження теореми для $n = k + 1$: множина, яка складається з $k + 1$ елемента має 2^{k+1} всеможливих підмножин.

Нехай

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_k, a_{k+1}\}$$

— множина, яка складається з $k + 1$ елемента.

Довільну підмножину множини A можна отримати одним з таких двох способів:

1. Розглядаємо всі підмножини множини

$$A_0 = \{a_1, a_2, \dots, a_k\},$$

яка має k елементів. Всіх підмножин множини A_0 за припущенням індукції буде 2^k. І це будуть усі підмножини множини A, які не містять елемента a_{k+1}.

2. Кожну підмножину множини A_0 об'єднуємо з множиною $\{a_{k+1}\}$. І це будуть усі всеможливі підмножини множини A, які містять елемент a_{k+1}. Таких множин буде рівно 2^k.

Отже, всіх підмножин множини A буде

$$2^k + 2^k = 2 \cdot 2^k = 2^{k+1},$$

що і завершує доведення теореми. ■

Теорема 2.3.25

Нехай A — n-елементна множина. Тоді $|\mathscr{P}(A)| = 2^n$.

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді, одноелементна множина $A = \{a\}$ має лише дві підмножини: порожню множину $\varnothing$ і саму себе $\{a\}$.

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: множина, яка складається з k елементів має 2^k всеможливих підмножин. Доведемо, що з нашого припущення випливає твердження теореми для $n = k + 1$: множина, яка складається з $k + 1$ елемента має 2^{k+1} всеможливих підмножин.

Нехай

$$A = \{a_1, a_2, \ldots, a_k, a_{k+1}\}$$

— множина, яка складається з $k + 1$ елемента.

Довільну підмножину множини A можна отримати одним з таких двох способів:

1. Розглядаємо всі підмножини множини
$$A_0 = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\},$$
яка має k елементів. Всіх підмножин множини A_0 за припущенням індукції буде 2^k. І це будуть усі підмножини множини A, які не містять елемента a_{k+1}.
2. Кожну підмножину множини A_0 об'єднуємо з множиною $\{a_{k+1}\}$. І це будуть усі всеможливі підмножини множини A, які містять елемент a_{k+1}. Таких множин буде рівно 2^k.

Отже, всіх підмножин множини A буде

$$2^k + 2^k = 2 \cdot 2^k = 2^{k+1},$$

що і завершує доведення теореми. ∎

Теорема 2.3.25

Нехай A — n-елементна множина. Тоді $|\mathscr{P}(A)| = 2^n$.

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді, одноелементна множина $A = \{a\}$ має лише дві підмножини: порожню множину $\varnothing$ і саму себе $\{a\}$.

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: множина, яка складається з k елементів має 2^k всеможливих підмножин. Доведемо, що з нашого припущення випливає твердження теореми для $n = k + 1$: множина, яка складається з $k + 1$ елемента має 2^{k+1} всеможливих підмножин.

Нехай

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_k, a_{k+1}\}$$

— множина, яка складається з $k + 1$ елемента.

Довільну підмножину множини A можна отримати одним з таких двох способів:

1. Розглядаємо всі підмножини множини
$$A_0 = \{a_1, a_2, \dots, a_k\},$$
яка має k елементів. Всіх підмножин множини A_0 за припущенням індукції буде 2^k, і це будуть усі підмножини множини A, які не містять елемента a_{k+1}.
2. Кожну підмножину множини A_0 об'єднуємо з множиною $\{a_{k+1}\}$. І це будуть усі всеможливі підмножини множини A, які містять елемент a_{k+1}. Таких множин буде рівно 2^k.

Отже, всіх підмножин множини A буде

$$2^k + 2^k = 2 \cdot 2^k = 2^{k+1},$$

що і завершує доведення теореми. ∎

Теорема 2.3.25

Нехай A — n-елементна множина. Тоді $|\mathscr{P}(A)| = 2^n$.

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді, одноелементна множина $A = \{a\}$ має лише дві підмножини: порожню множину $\varnothing$ і саму себе $\{a\}$.

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: множина, яка складається з k елементів має 2^k всеможливих підмножин. Доведемо, що з нашого припущення випливає твердження теореми для $n = k + 1$: множина, яка складається з $k + 1$ елемента має 2^{k+1} всеможливих підмножин.

Нехай

$$A = \{a_1, a_2, \ldots, a_k, a_{k+1}\}$$

— множина, яка складається з $k + 1$ елемента.

Довільну підмножину множини A можна отримати одним з таких двох способів:

1. Розглядаємо всі підмножини множини
$$A_0 = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\},$$
яка має k елементів. Всіх підмножин множини A_0 за припущенням індукції буде 2^k. І це будуть усі підмножини множини A, які не містять елемента a_{k+1}.
2. Кожну підмножину множини A_0 об'єднуємо з множиною $\{a_{k+1}\}$. І це будуть усі всеможливі підмножини множини A, які містять елемент a_{k+1}. Їх кількість буде рівна 2^k.

Отже, всіх підмножин множини A буде

$$2^k + 2^k = 2 \cdot 2^k = 2^{k+1},$$

що і завершує доведення теореми. ∎

Теорема 2.3.25

Нехай A — n-елементна множина. Тоді $|\mathscr{P}(A)| = 2^n$.

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді, одноелементна множина $A = \{a\}$ має лише дві підмножини: порожню множину $\varnothing$ і саму себе $\{a\}$.

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: множина, яка складається з k елементів має 2^k всеможливих підмножин. Доведемо, що з нашого припущення випливає твердження теореми для $n = k + 1$: множина, яка складається з $k + 1$ елемента має 2^{k+1} всеможливих підмножин.

Нехай

$$A = \{a_1, a_2, \ldots, a_k, a_{k+1}\}$$

— множина, яка складається з $k + 1$ елемента.

Довільну підмножину множини A можна отримати одним з таких двох способів:

1. Розглядаємо всі підмножини множини

$$A_0 = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\},$$

яка має k елементів. Всіх підмножин множини A_0 за припущенням індукції буде 2^k. І це будуть усі підмножини множини A, які не містять елемента a_{k+1}.

2. Кожну підмножину множини A_0 об'єднуємо з множиною $\{a_{k+1}\}$. І це будуть усі всеможливі підмножини множини A, які містять елемент a_{k+1}. Таких множин буде рівно 2^k.

Отже, всіх підмножин множини A буде

$$2^k + 2^k = 2 \cdot 2^k = 2^{k+1},$$

що і завершує доведення теореми. ∎

Теорема 2.3.25

Нехай A — n-елементна множина. Тоді $|\mathscr{P}(A)| = 2^n$.

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді, одноелементна множина $A = \{a\}$ має лише дві підмножини: порожню множину $\varnothing$ і саму себе $\{a\}$.

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: множина, яка складається з k елементів має 2^k всеможливих підмножин. Доведемо, що з нашого припущення випливає твердження теореми для $n = k + 1$: множина, яка складається з $k + 1$ елемента має 2^{k+1} всеможливих підмножин.

Нехай

$$A = \{a_1, a_2, \ldots, a_k, a_{k+1}\}$$

— множина, яка складається з $k + 1$ елемента.

Довільну підмножину множини A можна отримати одним з таких двох способів:

1. Розглядаємо всі підмножини множини
$$A_0 = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\},$$
яка має k елементів. Всіх підмножин множини A_0 за припущенням індукції буде 2^k. І це будуть усі підмножини множини A, які не містять елемента a_{k+1}.
2. Кожну підмножину множини A_0 об'єднуємо з множиною $\{a_{k+1}\}$. І це будуть усі всеможливі підмножини множини A, які містять елемент a_{k+1}. Їх кількість буде рівна 2^k.

Отже, всіх підмножин множини A буде

$$2^k + 2^k = 2 \cdot 2^k = 2^{k+1},$$

що і завершує доведення теореми. ∎

Лекція 24: Біном Ньютона. Поліноміальна теорема

Теорема 2.3.25

Нехай A — n-елементна множина. Тоді $|\mathscr{P}(A)| = 2^n$.

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді, одноелементна множина $A = \{a\}$ має лише дві підмножини: порожню множину $\varnothing$ і саму себе $\{a\}$.

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: множина, яка складається з k елементів має 2^k всеможливих підмножин. Доведемо, що з нашого припущення випливає твердження теореми для $n = k + 1$: множина, яка складається з $k + 1$ елемента має 2^{k+1} всеможливих підмножин.

Нехай

$$A = \{a_1, a_2, \ldots, a_k, a_{k+1}\}$$

— множина, яка складається з $k + 1$ елемента.

Довільну підмножину множини A можна отримати одним з таких двох способів:

1. Розглядаємо всі підмножини множини
$$A_0 = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\},$$
яка має k елементів. Всіх підмножин множини A_0 за припущенням індукції буде 2^k. І це будуть усі підмножини множини A, які не містять елемента a_{k+1}.
2. Кожну підмножину множини A_0 об'єднуємо з множиною $\{a_{k+1}\}$. І це будуть усі всеможливі підмножини множини A, які містять елемент a_{k+1}. Їх кількість буде рівна 2^k.

Отже, всіх підмножин множини A буде

$$2^k + 2^k = 2 \cdot 2^k = 2^{k+1},$$

що і завершує доведення теореми. ■

Теорема 2.3.25

Нехай A — n-елементна множина. Тоді $|\mathscr{P}(A)| = 2^n$.

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді, одноелементна множина $A = \{a\}$ має лише дві підмножини: порожню множину $\varnothing$ і саму себе $\{a\}$.

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: множина, яка складається з k елементів має 2^k всеможливих підмножин. Доведемо, що з нашого припущення випливає твердження теореми для $n = k + 1$: множина, яка складається з $k + 1$ елемента має 2^{k+1} всеможливих підмножин.

Нехай

$$A = \{a_1, a_2, \ldots, a_k, a_{k+1}\}$$

— множина, яка складається з $k + 1$ елемента.

Довільну підмножину множини A можна отримати одним з таких двох способів:

1. Розглядаємо всі підмножини множини

$$A_0 = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\},$$

яка має k елементів. Всіх підмножин множини A_0 за припущенням індукції буде 2^k. І це будуть усі підмножини множини A, які не містять елемента a_{k+1}.

2. Кожну підмножину множини A_0 об'єднуємо з множиною $\{a_{k+1}\}$. І це будуть усі всеможливі підмножини множини A, які містять елемент a_{k+1}. Таких множин буде рівно 2^k.

Отже, всіх підмножин множини A буде

$$2^k + 2^k = 2 \cdot 2^k = 2^{k+1},$$

що і завершує доведення теореми. ∎

Теорема 2.3.25

Нехай A — n-елементна множина. Тоді $|\mathscr{P}(A)| = 2^n$.

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді, одноелементна множина $A = \{a\}$ має лише дві підмножини: порожню множину $\varnothing$ і саму себе $\{a\}$.

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: множина, яка складається з k елементів має 2^k всеможливих підмножин. Доведемо, що з нашого припущення випливає твердження теореми для $n = k + 1$: множина, яка складається з $k + 1$ елемента має 2^{k+1} всеможливих підмножин.

Нехай

$$A = \{a_1, a_2, \ldots, a_k, a_{k+1}\}$$

— множина, яка складається з $k + 1$ елемента.

Довільну підмножину множини A можна отримати одним з таких двох способів:

1. Розглядаємо всі підмножини множини
$$A_0 = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\},$$
яка має k елементів. Всіх підмножин множини A_0 за припущенням індукції буде 2^k, і це будуть усі підмножини множини A, які не містять елемента a_{k+1}.
2. Кожну підмножину множини A_0 об'єднуємо з множиною $\{a_{k+1}\}$. Це будуть усі всеможливі підмножини множини A, які містять елемент a_{k+1}. Таких множин буде рівно 2^k.

Отже, всіх підмножин множини A буде

$$2^k + 2^k = 2 \cdot 2^k = 2^{k+1},$$

що і завершує доведення теореми. ∎

Теорема 2.3.25

Нехай A — n-елементна множина. Тоді $|\mathscr{P}(A)| = 2^n$.

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді, одноелементна множина $A = \{a\}$ має лише дві підмножини: порожню множину $\varnothing$ і саму себе $\{a\}$.

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: множина, яка складається з k елементів має 2^k всеможливих підмножин. Доведемо, що з нашого припущення випливає твердження теореми для $n = k + 1$: множина, яка складається з $k + 1$ елемента має 2^{k+1} всеможливих підмножин.

Нехай

$$A = \{a_1, a_2, \ldots, a_k, a_{k+1}\}$$

— множина, яка складається з $k + 1$ елемента.

Довільну підмножину множини A можна отримати одним з таких двох способів:

1. Розглядаємо всі підмножини множини

$$A_0 = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\},$$

   яка має k елементів. Всіх підмножин множини A_0 за припущенням індукції буде 2^k. І це будуть усі підмножини множини A, які не містять елемента a_{k+1}.
2. Кожну підмножину множини A_0 об'єднуємо з множиною $\{a_{k+1}\}$. І це будуть усі всеможливі підмножини множини A, які містять елемент a_{k+1}. Їх кількість буде рівно 2^k.

Отже, всіх підмножин множини A буде

$$2^k + 2^k = 2 \cdot 2^k = 2^{k+1},$$

що і завершує доведення теореми. ∎

Теорема 2.3.25

Нехай A — n-елементна множина. Тоді $|\mathscr{P}(A)| = 2^n$.

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді, одноелементна множина $A = \{a\}$ має лише дві підмножини: порожню множину $\varnothing$ і саму себе $\{a\}$.

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: множина, яка складається з k елементів має 2^k всеможливих підмножин. Доведемо, що з нашого припущення випливає твердження теореми для $n = k + 1$: множина, яка складається з $k + 1$ елемента має 2^{k+1} всеможливих підмножин.

Нехай

$$A = \{a_1, a_2, \ldots, a_k, a_{k+1}\}$$

— множина, яка складається з $k + 1$ елемента.

Довільну підмножину множини A можна отримати одним з таких двох способів:

1. Розглядаємо всі підмножини множини

$$A_0 = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\},$$

яка має k елементів. Всіх підмножин множини A_0 за припущенням індукції буде 2^k. І це будуть усі підмножини множини A, які не містять елемента a_{k+1}.

2. Кожну підмножину множини A_0 об'єднуємо з множиною $\{a_{k+1}\}$. І це будуть всі всеможливі підмножини множини A, які містять елемент a_{k+1}. Їх кількість буде рівна 2^k.

Отже, всіх підмножин множини A буде

$$2^k + 2^k = 2 \cdot 2^k = 2^{k+1},$$

що і завершує доведення теореми. ∎

Теорема 2.3.25

Нехай A — n-елементна множина. Тоді $|\mathscr{P}(A)| = 2^n$.

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді, одноелементна множина $A = \{a\}$ має лише дві підмножини: порожню множину $\varnothing$ і саму себе $\{a\}$.

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: множина, яка складається з k елементів має 2^k всеможливих підмножин. Доведемо, що з нашого припущення випливає твердження теореми для $n = k + 1$: множина, яка складається з $k + 1$ елемента має 2^{k+1} всеможливих підмножин.

Нехай
$$A = \{a_1, a_2, \ldots, a_k, a_{k+1}\}$$
— множина, яка складається з $k + 1$ елемента.

Довільну підмножину множини A можна отримати одним з таких двох способів:

1. Розглядаємо всі підмножини множини
$$A_0 = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\},$$
яка має k елементів. Всіх підмножин множини A_0 за припущенням індукції буде 2^k. І це будуть усі підмножини множини A, які не містять елемента a_{k+1}.
2. Кожну підмножину множини A_0 об'єднуємо з множиною $\{a_{k+1}\}$. І це будуть усі всеможливі підмножини множини A, які містять елемент a_{k+1}. Таких множин буде рівно 2^k.

Отже, всіх підмножин множини A буде
$$2^k + 2^k = 2 \cdot 2^k = 2^{k+1},$$
що і завершує доведення теореми. $\blacksquare$

Теорема 2.3.25

Нехай A — n-елементна множина. Тоді $|\mathscr{P}(A)| = 2^n$.

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді, одноелементна множина $A = \{a\}$ має лише дві підмножини: порожню множину $\varnothing$ і саму себе $\{a\}$.

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: множина, яка складається з k елементів має 2^k всеможливих підмножин. Доведемо, що з нашого припущення випливає твердження теореми для $n = k + 1$: множина, яка складається з $k + 1$ елемента має 2^{k+1} всеможливих підмножин.

Нехай

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_k, a_{k+1}\}$$

— множина, яка складається з $k + 1$ елемента.

Довільну підмножину множини A можна отримати одним з таких двох способів:

1. Розглядаємо всі підмножини множини

$$A_0 = \{a_1, a_2, \dots, a_k\},$$

яка має k елементів. Всіх підмножин множини A_0 за припущенням індукції буде 2^k. І це будуть усі підмножини множини A, які не містять елемента a_{k+1}.

2. Кожну підмножину множини A_0 об'єднуємо з множиною $\{a_{k+1}\}$. І це будуть усі всеможливі підмножини множини A, які містять елемент a_{k+1}. Їх кількість буде рівна 2^k.

Отже, всіх підмножин множини A буде

$$2^k + 2^k = 2 \cdot 2^k = 2^{k+1},$$

що і завершує доведення теореми. ∎

Теорема 2.3.25

Нехай A — n-елементна множина. Тоді $|\mathscr{P}(A)| = 2^n$.

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді, одноелементна множина $A = \{a\}$ має лише дві підмножини: порожню множину $\varnothing$ і саму себе $\{a\}$.

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: множина, яка складається з k елементів має 2^k всеможливих підмножин. Доведемо, що з нашого припущення випливає твердження теореми для $n = k + 1$: множина, яка складається з $k + 1$ елемента має 2^{k+1} всеможливих підмножин.

Нехай

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_k, a_{k+1}\}$$

— множина, яка складається з $k + 1$ елемента.

Довільну підмножину множини A можна отримати одним з таких двох способів:

1. Розглядаємо всі підмножини множини

$$A_0 = \{a_1, a_2, \dots, a_k\},$$

яка має k елементів. Всіх підмножин множини A_0 за припущенням індукції буде 2^k. І це будуть усі підмножини множини A, які не містять елемента a_{k+1}.

2. Кожну підмножину множини A_0 об'єднуємо з множиною $\{a_{k+1}\}$. І це будуть усі всеможливі підмножини множини A, які містять елемент a_{k+1}. Їх кількість буде рівна 2^k.

Отже, всіх підмножин множини A буде

$$2^k + 2^k = 2 \cdot 2^k = 2^{k+1},$$

що і завершує доведення теореми. ■

Теорема 2.3.25

Нехай A — n-елементна множина. Тоді $|\mathscr{P}(A)| = 2^n$.

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді, одноелементна множина $A = \{a\}$ має лише дві підмножини: порожню множину $\varnothing$ і саму себе $\{a\}$.

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: множина, яка складається з k елементів має 2^k всеможливих підмножин. Доведемо, що з нашого припущення випливає твердження теореми для $n = k + 1$: множина, яка складається з $k + 1$ елемента має 2^{k+1} всеможливих підмножин.

Нехай

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_k, a_{k+1}\}$$

— множина, яка складається з $k + 1$ елемента.

Довільну підмножину множини A можна отримати одним з таких двох способів:

1. Розглядаємо всі підмножини множини
$$A_0 = \{a_1, a_2, \dots, a_k\},$$
яка має k елементів. Всіх підмножин множини A_0 за припущенням індукції буде 2^k. І це будуть усі підмножини множини A, які не містять елемента a_{k+1}.
2. Кожну підмножину множини A_0 об'єднуємо з множиною $\{a_{k+1}\}$. І це будуть усі всеможливі підмножини множини A, які містять елемент a_{k+1}. Таких множин буде рівно 2^k.

Отже, всіх підмножин множини A буде

$$2^k + 2^k = 2 \cdot 2^k = 2^{k+1},$$

що і завершує доведення теореми. ∎

Лекція 24: Біном Ньютона. Поліноміальна теорема

Теорема 2.3.25

Нехай A — n-елементна множина. Тоді $|\mathscr{P}(A)| = 2^n$.

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді, одноелементна множина $A = \{a\}$ має лише дві підмножини: порожню множину $\varnothing$ і саму себе $\{a\}$.

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: множина, яка складається з k елементів має 2^k всеможливих підмножин. Доведемо, що з нашого припущення випливає твердження теореми для $n = k + 1$: множина, яка складається з $k + 1$ елемента має 2^{k+1} всеможливих підмножин.

Нехай
$$A = \{a_1, a_2, \ldots, a_k, a_{k+1}\}$$
— множина, яка складається з $k + 1$ елемента.

Довільну підмножину множини A можна отримати одним з таких двох способів:

1. Розглядаємо всі підмножини множини
$$A_0 = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\},$$
яка має k елементів. Всіх підмножин множини A_0 за припущенням індукції буде 2^k, і це будуть усі підмножини множини A, які не містять елемента a_{k+1}.
2. Кожну підмножину множини A_0 об'єднуємо з множиною $\{a_{k+1}\}$. І це будуть усі всеможливі підмножини множини A, які містять елемент a_{k+1}. Таких множин буде рівно 2^k.

Отже, всіх підмножин множини A буде
$$2^k + 2^k = 2 \cdot 2^k = 2^{k+1},$$
що і завершує доведення теореми. ∎

Теорема 2.3.25

Нехай A — n-елементна множина. Тоді $|\mathscr{P}(A)| = 2^n$.

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді, одноелементна множина $A = \{a\}$ має лише дві підмножини: порожню множину $\varnothing$ і саму себе $\{a\}$.

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: множина, яка складається з k елементів має 2^k всеможливих підмножин. Доведемо, що з нашого припущення випливає твердження теореми для $n = k+1$: множина, яка складається з $k+1$ елемента має 2^{k+1} всеможливих підмножин.

Нехай

$$A = \{a_1, a_2, \ldots, a_k, a_{k+1}\}$$

— множина, яка складається з $k+1$ елемента.

Довільну підмножину множини A можна отримати одним з таких двох способів:

1. Розглядаємо всі підмножини множини

$$A_0 = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\},$$

яка має k елементів. Всіх підмножин множини A_0 за припущенням індукції буде 2^k, і це будуть усі підмножини множини A, які не містять елемента a_{k+1}.

2. Кожну підмножину множини A_0 об'єднуємо з множиною $\{a_{k+1}\}$. І це будуть усі всеможливі підмножини множини A, які містять елемент a_{k+1}. Таких множин буде рівно 2^k.

Отже, всіх підмножин множини A буде

$$2^k + 2^k = 2 \cdot 2^k = 2^{k+1},$$

що і завершує доведення теореми. ∎

Теорема 2.3.25

Нехай A — n-елементна множина. Тоді $|\mathscr{P}(A)| = 2^n$.

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді, одноелементна множина $A = \{a\}$ має лише дві підмножини: порожню множину $\varnothing$ і саму себе $\{a\}$.

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: множина, яка складається з k елементів має 2^k всеможливих підмножин. Доведемо, що з нашого припущення випливає твердження теореми для $n = k + 1$: множина, яка складається з $k + 1$ елемента має 2^{k+1} всеможливих підмножин.

Нехай

$$A = \{a_1, a_2, \ldots, a_k, a_{k+1}\}$$

— множина, яка складається з $k + 1$ елемента.

Довільну підмножину множини A можна отримати одним з таких двох способів:

1. Розглядаємо всі підмножини множини

$$A_0 = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\},$$

яка має k елементів. Всіх підмножин множини A_0 за припущенням індукції буде 2^k, і це будуть усі підмножини множини A, які не містять елемента a_{k+1}.

2. Кожну підмножину множини A_0 об'єднуємо з множиною $\{a_{k+1}\}$. І це будуть усі всеможливі підмножини множини A, які містять елемент a_{k+1}. Таких множин буде рівно 2^k.

Отже, всіх підмножин множини A буде

$$2^k + 2^k = 2 \cdot 2^k = 2^{k+1},$$

що і завершує доведення теореми. ■

Теорема 2.3.25

Нехай A — n-елементна множина. Тоді $|\mathscr{P}(A)| = 2^n$.

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді, одноелементна множина $A = \{a\}$ має лише дві підмножини: порожню множину $\varnothing$ і саму себе $\{a\}$.

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: множина, яка складається з k елементів має 2^k всеможливих підмножин. Доведемо, що з нашого припущення випливає твердження теореми для $n = k + 1$: множина, яка складається з $k + 1$ елемента має 2^{k+1} всеможливих підмножин.

Нехай

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_k, a_{k+1}\}$$

— множина, яка складається з $k + 1$ елемента.

Довільну підмножину множини A можна отримати одним з таких двох способів:

1. Розглядаємо всі підмножини множини

$$A_0 = \{a_1, a_2, \dots, a_k\},$$

яка має k елементів. Всіх підмножин множини A_0 за припущенням індукції буде 2^k, і це будуть усі підмножини множини A, які не містять елемента a_{k+1}.

2. Кожну підмножину множини A_0 об'єднуємо з множиною $\{a_{k+1}\}$. І це будуть усі всеможливі підмножини множини A, які містять елемент a_{k+1}. Таких множин буде рівно 2^k.

Отже, всіх підмножин множини A буде

$$2^k + 2^k = 2 \cdot 2^k = 2^{k+1},$$

що і завершує доведення теореми. ∎

Теорема 2.3.25

Нехай A — n-елементна множина. Тоді $|\mathscr{P}(A)| = 2^n$.

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді, одноелементна множина $A = \{a\}$ має лише дві підмножини: порожню множину $\varnothing$ і саму себе $\{a\}$.

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: множина, яка складається з k елементів має 2^k всеможливих підмножин. Доведемо, що з нашого припущення випливає твердження теореми для $n = k + 1$: множина, яка складається з $k + 1$ елемента має 2^{k+1} всеможливих підмножин.

Нехай

$$A = \{a_1, a_2, \ldots, a_k, a_{k+1}\}$$

— множина, яка складається з $k + 1$ елемента.

Довільну підмножину множини A можна отримати одним з таких двох способів:

1. Розглядаємо всі підмножини множини

$$A_0 = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\},$$

яка має k елементів. Всіх підмножин множини A_0 за припущенням індукції буде 2^k, і це будуть усі підмножини множини A, які не містять елемента a_{k+1}.

2. Кожну підмножину множини A_0 об'єднуємо з множиною $\{a_{k+1}\}$. І це будуть усі всеможливі підмножини множини A, які містять елемент a_{k+1}. Таких множин буде рівно 2^k.

Отже, всіх підмножин множини A буде

$$2^k + 2^k = 2 \cdot 2^k = 2^{k+1},$$

що і завершує доведення теореми. ■

Теорема 2.3.25

Нехай A — n-елементна множина. Тоді $|\mathscr{P}(A)| = 2^n$.

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді, одноелементна множина $A = \{a\}$ має лише дві підмножини: порожню множину $\varnothing$ і саму себе $\{a\}$.

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: множина, яка складається з k елементів має 2^k всеможливих підмножин. Доведемо, що з нашого припущення випливає твердження теореми для $n = k + 1$: множина, яка складається з $k + 1$ елемента має 2^{k+1} всеможливих підмножин.

Нехай

$$A = \{a_1, a_2, \ldots, a_k, a_{k+1}\}$$

— множина, яка складається з $k + 1$ елемента.

Довільну підмножину множини A можна отримати одним з таких двох способів:

1. Розглядаємо всі підмножини множини

$$A_0 = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\},$$

яка має k елементів. Всіх підмножин множини A_0 за припущенням індукції буде 2^k, і це будуть усі підмножини множини A, які не містять елемента a_{k+1}.

2. Кожну підмножину множини A_0 об'єднуємо з множиною $\{a_{k+1}\}$. І це будуть усі всеможливі підмножини множини A, які містять елемент a_{k+1}. Таких множин буде рівно 2^k.

Отже, всіх підмножин множини A буде

$$2^k + 2^k = 2 \cdot 2^k = 2^{k+1},$$

що і завершує доведення теореми. ∎

Теорема 2.3.25

Нехай A — n-елементна множина. Тоді $|\mathscr{P}(A)| = 2^n$.

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді, одноелементна множина $A = \{a\}$ має лише дві підмножини: порожню множину $\varnothing$ і саму себе $\{a\}$.

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: множина, яка складається з k елементів має 2^k всеможливих підмножин. Доведемо, що з нашого припущення випливає твердження теореми для $n = k + 1$: множина, яка складається з $k + 1$ елемента має 2^{k+1} всеможливих підмножин.

Нехай

$$A = \{a_1, a_2, \ldots, a_k, a_{k+1}\}$$

— множина, яка складається з $k + 1$ елемента.

Довільну підмножину множини A можна отримати одним з таких двох способів:

1. Розглядаємо всі підмножини множини

$$A_0 = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\},$$

   яка має k елементів. Всіх підмножин множини A_0 за припущенням індукції буде 2^k, і це будуть усі підмножини множини A, які не містять елемента a_{k+1}.

2. Кожну підмножину множини A_0 об'єднуємо з множиною $\{a_{k+1}\}$. І це будуть усі всеможливі підмножини множини A, які містять елемент a_{k+1}. Таких множин буде рівно 2^k.

Отже, всіх підмножин множини A буде

$$2^k + 2^k = 2 \cdot 2^k = 2^{k+1},$$

що і завершує доведення теореми. ∎

Теорема 2.3.25

Нехай A — n-елементна множина. Тоді $|\mathscr{P}(A)| = 2^n$.

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді, одноелементна множина $A = \{a\}$ має лише дві підмножини: порожню множину $\varnothing$ і саму себе $\{a\}$.

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: множина, яка складається з k елементів має 2^k всеможливих підмножин. Доведемо, що з нашого припущення випливає твердження теореми для $n = k + 1$: множина, яка складається з $k + 1$ елемента має 2^{k+1} всеможливих підмножин.

Нехай

$$A = \{a_1, a_2, \ldots, a_k, a_{k+1}\}$$

— множина, яка складається з $k + 1$ елемента.

Довільну підмножину множини A можна отримати одним з таких двох способів:

1. Розглядаємо всі підмножини множини
$$A_0 = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\},$$
яка має k елементів. Всіх підмножин множини A_0 за припущенням індукції буде 2^k, і це будуть усі підмножини множини A, які не містять елемента a_{k+1}.
2. Кожну підмножину множини A_0 об'єднуємо з множиною $\{a_{k+1}\}$. І це будуть усі всеможливі підмножини множини A, які містять елемент a_{k+1}. Таких множин буде рівно 2^k.

Отже, всіх підмножин множини A буде

$$2^k + 2^k = 2 \cdot 2^k = 2^{k+1},$$

що і завершує доведення теореми. ∎

Теорема 2.3.25

Нехай A — n-елементна множина. Тоді $|\mathscr{P}(A)| = 2^n$.

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді, одноелементна множина $A = \{a\}$ має лише дві підмножини: порожню множину $\varnothing$ і саму себе $\{a\}$.

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: множина, яка складається з k елементів має 2^k всеможливих підмножин. Доведемо, що з нашого припущення випливає твердження теореми для $n = k + 1$: множина, яка складається з $k + 1$ елемента має 2^{k+1} всеможливих підмножин.

Нехай

$$A = \{a_1, a_2, \ldots, a_k, a_{k+1}\}$$

— множина, яка складається з $k + 1$ елемента.

Довільну підмножину множини A можна отримати одним з таких двох способів:

1. Розглядаємо всі підмножини множини

$$A_0 = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\},$$

яка має k елементів. Всіх підмножин множини A_0 за припущенням індукції буде 2^k, і це будуть усі підмножини множини A, які не містять елемента a_{k+1}.

2. Кожну підмножину множини A_0 об'єднуємо з множиною $\{a_{k+1}\}$. І це будуть усі всеможливі підмножини множини A, які містять елемент a_{k+1}. Таких множин буде рівно 2^k.

Отже, всіх підмножин множини A буде

$$2^k + 2^k = 2 \cdot 2^k = 2^{k+1},$$

що і завершує доведення теореми. ∎

Теорема 2.3.25

Нехай A — n-елементна множина. Тоді $|\mathscr{P}(A)| = 2^n$.

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді, одноелементна множина $A = \{a\}$ має лише дві підмножини: порожню множину $\varnothing$ і саму себе $\{a\}$.

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: множина, яка складається з k елементів має 2^k всеможливих підмножин. Доведемо, що з нашого припущення випливає твердження теореми для $n = k + 1$: множина, яка складається з $k + 1$ елемента має 2^{k+1} всеможливих підмножин.

Нехай

$$A = \{a_1, a_2, \ldots, a_k, a_{k+1}\}$$

— множина, яка складається з $k + 1$ елемента.

Довільну підмножину множини A можна отримати одним з таких двох способів:

1. Розглядаємо всі підмножини множини

$$A_0 = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\},$$

   яка має k елементів. Всіх підмножин множини A_0 за припущенням індукції буде 2^k, і це будуть усі підмножини множини A, які не містять елемента a_{k+1}.

2. Кожну підмножину множини A_0 об'єднуємо з множиною $\{a_{k+1}\}$. І це будуть усі всеможливі підмножини множини A, які містять елемент a_{k+1}. Таких множин буде рівно 2^k.

Отже, всіх підмножин множини A буде

$$2^k + 2^k = 2 \cdot 2^k = 2^{k+1},$$

що і завершує доведення теореми. ∎

Теорема 2.3.25

Нехай A — n-елементна множина. Тоді $|\mathscr{P}(A)| = 2^n$.

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді, одноелементна множина $A = \{a\}$ має лише дві підмножини: порожню множину $\varnothing$ і саму себе $\{a\}$.

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: множина, яка складається з k елементів має 2^k всеможливих підмножин. Доведемо, що з нашого припущення випливає твердження теореми для $n = k + 1$: множина, яка складається з $k + 1$ елемента має 2^{k+1} всеможливих підмножин.

Нехай

$$A = \{a_1, a_2, \ldots, a_k, a_{k+1}\}$$

— множина, яка складається з $k + 1$ елемента.

Довільну підмножину множини A можна отримати одним з таких двох способів:

1. Розглядаємо всі підмножини множини

$$A_0 = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\},$$

   яка має k елементів. Всіх підмножин множини A_0 за припущенням індукції буде 2^k, і це будуть усі підмножини множини A, які не містять елемента a_{k+1}.

2. Кожну підмножину множини A_0 об'єднуємо з множиною $\{a_{k+1}\}$. І це будуть усі всеможливі підмножини множини A, які містять елемент a_{k+1}. Таких множин буде рівно 2^k.

Отже, всіх підмножин множини A буде

$$2^k + 2^k = 2 \cdot 2^k = 2^{k+1},$$

що і завершує доведення теореми. ∎

Теорема 2.3.25

Нехай A — n-елементна множина. Тоді $|\mathscr{P}(A)| = 2^n$.

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді, одноелементна множина $A = \{a\}$ має лише дві підмножини: порожню множину $\varnothing$ і саму себе $\{a\}$.

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: множина, яка складається з k елементів має 2^k всеможливих підмножин. Доведемо, що з нашого припущення випливає твердження теореми для $n = k + 1$: множина, яка складається з $k + 1$ елемента має 2^{k+1} всеможливих підмножин.

Нехай

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_k, a_{k+1}\}$$

— множина, яка складається з $k + 1$ елемента.

Довільну підмножину множини A можна отримати одним з таких двох способів:

1. Розглядаємо всі підмножини множини

   $$A_0 = \{a_1, a_2, \dots, a_k\},$$

   яка має k елементів. Всіх підмножин множини A_0 за припущенням індукції буде 2^k, і це будуть усі підмножини множини A, які не містять елемента a_{k+1}.
2. Кожну підмножину множини A_0 об'єднуємо з множиною $\{a_{k+1}\}$. І це будуть усі всеможливі підмножини множини A, які містять елемент a_{k+1}. Таких множин буде рівно 2^k.

Отже, всіх підмножин множини A буде

$$2^k + 2^k = 2 \cdot 2^k = 2^{k+1},$$

що і завершує доведення теореми. $\blacksquare$

Теорема 2.3.25

Нехай A — n-елементна множина. Тоді $|\mathscr{P}(A)| = 2^n$.

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді, одноелементна множина $A = \{a\}$ має лише дві підмножини: порожню множину $\varnothing$ і саму себе $\{a\}$.

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: множина, яка складається з k елементів має 2^k всеможливих підмножин. Доведемо, що з нашого припущення випливає твердження теореми для $n = k + 1$: множина, яка складається з $k + 1$ елемента має 2^{k+1} всеможливих підмножин.

Нехай
$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_k, a_{k+1}\}$$
— множина, яка складається з $k + 1$ елемента.

Довільну підмножину множини A можна отримати одним з таких двох способів:

1. Розглядаємо всі підмножини множини
$$A_0 = \{a_1, a_2, \dots, a_k\},$$
яка має k елементів. Всіх підмножин множини A_0 за припущенням індукції буде 2^k, і це будуть усі підмножини множини A, які не містять елемента a_{k+1}.
2. Кожну підмножину множини A_0 об'єднуємо з множиною $\{a_{k+1}\}$. І це будуть усі всеможливі підмножини множини A, які містять елемент a_{k+1}. Таких множин буде рівно 2^k.

Отже, всіх підмножин множини A буде
$$2^k + 2^k = 2 \cdot 2^k = 2^{k+1},$$
що і завершує доведення теореми. ■

Наслідок 2.3.26

Для довільного натурального числа n виконується рівність

$$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \cdots + C_n^n = 2^n. \qquad (1)$$

Доведення. Оскільки число C_n^k — це кількість k-елементних підмножин n-елементної множини, то сума в лівій частині рівності (1) дорівнює кількості всіх підмножин n-елементної множини. За теоремою 2.3.25 ця сума дорівнює 2^n. ∎

Рівність (1) можна записати в більш компактному вигляді

$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n. \qquad (2)$$

Наслідок 2.3.26

Для довільного натурального числа n виконується рівність

$$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \cdots + C_n^n = 2^n. \tag{1}$$

Доведення. Оскільки число C_n^k — це кількість k-елементних підмножин n-елементної множини, то сума в лівій частині рівності (1) дорівнює кількості всіх підмножин n-елементної множини. За теоремою 2.3.25 ця сума дорівнює 2^n. ∎

Рівність (1) можна записати в більш компактному вигляді

$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n. \tag{2}$$

Наслідок 2.3.26

Для довільного натурального числа n виконується рівність

$$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \cdots + C_n^n = 2^n. \tag{1}$$

Доведення. Оскільки число C_n^k — це кількість k-елементних підмножин n-елементної множини, то сума в лівій частині рівності (1) дорівнює кількості всіх підмножин n-елементної множини. За теоремою 2.3.25 ця сума дорівнює 2^n. ∎

Рівність (1) можна записати в більш компактному вигляді

$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n. \tag{2}$$

Наслідок 2.3.26

Для довільного натурального числа n виконується рівність

$$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \cdots + C_n^n = 2^n. \tag{1}$$

Доведення. Оскільки число C_n^k — це кількість k-елементних підмножин n-елементної множини, то сума в лівій частині рівності (1) дорівнює кількості всіх підмножин n-елементної множини. За теоремою 2.3.25 ця сума дорівнює 2^n. ∎

Рівність (1) можна записати в більш компактному вигляді

$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n. \tag{2}$$

Наслідок 2.3.26

Для довільного натурального числа n виконується рівність

$$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \cdots + C_n^n = 2^n. \tag{1}$$

Доведення. Оскільки число C_n^k — це кількість k-елементних підмножин n-елементної множини, то сума в лівій частині рівності (1) дорівнює кількості всіх підмножин n-елементної множини. За теоремою 2.3.25 ця сума дорівнює 2^n. ∎

Рівність (1) можна записати в більш компактному вигляді

$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n. \tag{2}$$

Наслідок 2.3.26

Для довільного натурального числа n виконується рівність

$$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 2^n. \tag{1}$$

Доведення. Оскільки число C_n^k — це кількість k-елементних підмножин n-елементної множини, то сума в лівій частині рівності (1) дорівнює кількості всіх підмножин n-елементної множини. За теоремою 2.3.25 ця сума дорівнює 2^n. ∎

Рівність (1) можна записати в більш компактному вигляді

$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n. \tag{2}$$

Наслідок 2.3.26

Для довільного натурального числа n виконується рівність

$$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \cdots + C_n^n = 2^n. \tag{1}$$

Доведення. Оскільки число C_n^k — це кількість k-елементних підмножин n-елементної множини, то сума в лівій частині рівності (1) дорівнює кількості всіх підмножин n-елементної множини. За теоремою 2.3.25 ця сума дорівнює 2^n. ∎

Рівність (1) можна записати в більш компактному вигляді

$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n. \tag{2}$$

Наслідок 2.3.26

Для довільного натурального числа n виконується рівність

$$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \cdots + C_n^n = 2^n. \tag{1}$$

Доведення. Оскільки число C_n^k — це кількість k-елементних підмножин n-елементної множини, то сума в лівій частині рівності (1) дорівнює кількості всіх підмножин n-елементної множини. За теоремою 2.3.25 ця сума дорівнює 2^n. ∎

Рівність (1) можна записати в більш компактному вигляді

$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n. \tag{2}$$

Наслідок 2.3.26

Для довільного натурального числа n виконується рівність

$$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 2^n. \tag{1}$$

Доведення. Оскільки число C_n^k — це кількість k-елементних підмножин n-елементної множини, то сума в лівій частині рівності (1) дорівнює кількості всіх підмножин n-елементної множини. За теоремою 2.3.25 ця сума дорівнює 2^n. ∎

Рівність (1) можна записати в більш компактному вигляді

$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n. \tag{2}$$

Наслідок 2.3.26

Для довільного натурального числа n виконується рівність

$$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \cdots + C_n^n = 2^n. \tag{1}$$

Доведення. Оскільки число C_n^k — це кількість k-елементних підмножин n-елементної множини, то сума в лівій частині рівності (1) дорівнює кількості всіх підмножин n-елементної множини. За теоремою 2.3.25 ця сума дорівнює 2^n. ■

Рівність (1) можна записати в більш компактному вигляді

$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n. \tag{2}$$

Нагадаємо, що двочлен $a+b$ називається ***біномом***. Зі шкільного курсу математики відомо, що

$$
\begin{aligned}
&(a+b)^0 = 1, \qquad \text{якщо} \quad a+b>0;\\
&(a+b)^1 = 1\cdot a + 1\cdot b;\\
&(a+b)^2 = (a+b)^1\cdot(a+b) = 1\cdot a^2 + 2\cdot ab + 1\cdot b^2;\\
&(a+b)^3 = (a+b)^2\cdot(a+b) = 1\cdot a^3 + 3\cdot a^2b + 3\cdot ab^2 + 1\cdot b^3;\\
&(a+b)^4 = (a+b)^3\cdot(a+b) = 1\cdot a^4 + 4\cdot a^3b + 6\cdot a^2b^2 + 4\cdot ab^3 + 1\cdot b^4.
\end{aligned}
$$

Аналізуючи ці формули, легко помітити, що коефіцієнти у правих частинах рівностей дорівнюють числам із відповідних рядків трикутника Паскаля. Цей збіг не є випадковим.

Нагадаємо, що двочлен $a+b$ називається ***біномом***. Зі шкільного курсу математики відомо, що

$$(a+b)^0 = 1, \qquad \text{якщо} \quad a+b>0;$$
$$(a+b)^1 = 1\cdot a + 1\cdot b;$$
$$(a+b)^2 = (a+b)^1\cdot(a+b) = 1\cdot a^2 + 2\cdot ab + 1\cdot b^2;$$
$$(a+b)^3 = (a+b)^2\cdot(a+b) = 1\cdot a^3 + 3\cdot a^2b + 3\cdot ab^2 + 1\cdot b^3;$$
$$(a+b)^4 = (a+b)^3\cdot(a+b) = 1\cdot a^4 + 4\cdot a^3b + 6\cdot a^2b^2 + 4\cdot ab^3 + 1\cdot b^4.$$

Аналізуючи ці формули, легко помітити, що коефіцієнти у правих частинах рівностей дорівнюють числам із відповідних рядків трикутника Паскаля. Цей збіг не є випадковим.

Нагадаємо, що двочлен $a+b$ називається ***біномом***. Зі шкільного курсу математики відомо, що

$$(a+b)^0 = 1, \qquad \text{якщо} \quad a+b>0;$$
$$(a+b)^1 = 1\cdot a + 1\cdot b;$$
$$(a+b)^2 = (a+b)^1\cdot(a+b) = 1\cdot a^2 + 2\cdot ab + 1\cdot b^2;$$
$$(a+b)^3 = (a+b)^2\cdot(a+b) = 1\cdot a^3 + 3\cdot a^2b + 3\cdot ab^2 + 1\cdot b^3;$$
$$(a+b)^4 = (a+b)^3\cdot(a+b) = 1\cdot a^4 + 4\cdot a^3b + 6\cdot a^2b^2 + 4\cdot ab^3 + 1\cdot b^4.$$

Аналізуючи ці формули, легко помітити, що коефіцієнти у правих частинах рівностей дорівнюють числам із відповідних рядків трикутника Паскаля. Цей збіг не є випадковим.

Нагадаємо, що двочлен $a+b$ називається ***біномом***. Зі шкільного курсу математики відомо, що

$$\begin{aligned}
&(a+b)^0 = 1, \qquad \text{якщо} \quad a+b>0;\\
&(a+b)^1 = 1\cdot a + 1\cdot b;\\
&(a+b)^2 = (a+b)^1\cdot(a+b) = 1\cdot a^2 + 2\cdot ab + 1\cdot b^2;\\
&(a+b)^3 = (a+b)^2\cdot(a+b) = 1\cdot a^3 + 3\cdot a^2b + 3\cdot ab^2 + 1\cdot b^3;\\
&(a+b)^4 = (a+b)^3\cdot(a+b) = 1\cdot a^4 + 4\cdot a^3b + 6\cdot a^2b^2 + 4\cdot ab^3 + 1\cdot b^4.
\end{aligned}$$

Аналізуючи ці формули, легко помітити, що коефіцієнти у правих частинах рівностей дорівнюють числам із відповідних рядків трикутника Паскаля. Цей збіг не є випадковим.

Нагадаємо, що двочлен $a+b$ називається ***біномом***. Зі шкільного курсу математики відомо, що

$$(a+b)^0 = 1, \qquad \text{якщо} \quad a+b>0;$$
$$(a+b)^1 = 1\cdot a + 1\cdot b;$$
$$(a+b)^2 = (a+b)^1\cdot(a+b) = 1\cdot a^2 + 2\cdot ab + 1\cdot b^2;$$
$$(a+b)^3 = (a+b)^2\cdot(a+b) = 1\cdot a^3 + 3\cdot a^2b + 3\cdot ab^2 + 1\cdot b^3;$$
$$(a+b)^4 = (a+b)^3\cdot(a+b) = 1\cdot a^4 + 4\cdot a^3b + 6\cdot a^2b^2 + 4\cdot ab^3 + 1\cdot b^4.$$

Аналізуючи ці формули, легко помітити, що коефіцієнти у правих частинах рівностей дорівнюють числам із відповідних рядків трикутника Паскаля. Цей збіг не є випадковим.

Нагадаємо, що двочлен $a+b$ називається ***біномом***. Зі шкільного курсу математики відомо, що

$$
\begin{aligned}
&(a+b)^0 = 1, \qquad \text{якщо} \quad a+b>0;\\
&(a+b)^1 = 1\cdot a + 1\cdot b;\\
&(a+b)^2 = (a+b)^1\cdot(a+b) = 1\cdot a^2 + 2\cdot ab + 1\cdot b^2;\\
&(a+b)^3 = (a+b)^2\cdot(a+b) = 1\cdot a^3 + 3\cdot a^2b + 3\cdot ab^2 + 1\cdot b^3;\\
&(a+b)^4 = (a+b)^3\cdot(a+b) = 1\cdot a^4 + 4\cdot a^3b + 6\cdot a^2b^2 + 4\cdot ab^3 + 1\cdot b^4.
\end{aligned}
$$

Аналізуючи ці формули, легко помітити, що коефіцієнти у правих частинах рівностей дорівнюють числам із відповідних рядків трикутника Паскаля. Цей збіг не є випадковим.

Теорема 2.3.27

Для довільного натурального числа n виконується рівність

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^n b^n. \qquad (3)$$

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді,

$$(a+b)^1 = 1 \cdot a + 1 \cdot b = C_1^0 \cdot a + C_1^1 \cdot b.$$

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: рівність (3) справджується для деякого натурального $n = k$, тобто

$$(a+b)^k = C_k^0 a^k + C_k^1 a^{k-1} b + C_k^2 a^{k-2} b^2 + \dots + C_k^k b^k.$$

Доведемо, що твердження теореми виконується для $n = k+1$. Справді,

$$\begin{aligned}
(a+b)^{k+1} &= (a+b)^k \cdot (a+b) = \\
&= \left(C_k^0 a^k + C_k^1 a^{k-1} b + C_k^2 a^{k-2} b^2 + \dots + C_k^k b^k\right) \cdot (a+b) = \\
&= C_k^0 a^{k+1} + C_k^1 a^k b + C_k^2 a^{k-1} b^2 + \dots + C_k^k a b^k + \\
&\qquad + C_k^0 a^k b + C_k^1 a^{k-1} b^2 + C_k^2 a^{k-2} b^3 + \dots + C_k^k b^{k+1} = \\
&= C_k^0 a^{k+1} + (C_k^1 + C_k^0) a^k b + (C_k^2 + C_k^1) a^{k-1} b^2 + \dots + \\
&\qquad + (C_k^k + C_k^{k-1}) a b^k + C_k^k b^{k+1}.
\end{aligned}$$

Теорема 2.3.27

Для довільного натурального числа n виконується рівність

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^n b^n. \tag{3}$$

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді,

$$(a+b)^1 = 1 \cdot a + 1 \cdot b = C_1^0 \cdot a + C_1^1 \cdot b.$$

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: рівність (3) справджується для деякого натурального $n = k$, тобто

$$(a+b)^k = C_k^0 a^k + C_k^1 a^{k-1} b + C_k^2 a^{k-2} b^2 + \dots + C_k^k b^k.$$

Доведемо, що твердження теореми виконується для $n = k+1$. Справді,

$$\begin{aligned}
(a+b)^{k+1} &= (a+b)^k \cdot (a+b) = \\
&= \left(C_k^0 a^k + C_k^1 a^{k-1} b + C_k^2 a^{k-2} b^2 + \dots + C_k^k b^k\right) \cdot (a+b) = \\
&= C_k^0 a^{k+1} + C_k^1 a^k b + C_k^2 a^{k-1} b^2 + \dots + C_k^k a b^k + \\
&\qquad + C_k^0 a^k b + C_k^1 a^{k-1} b^2 + C_k^2 a^{k-2} b^3 + \dots + C_k^k b^{k+1} = \\
&= C_k^0 a^{k+1} + (C_k^1 + C_k^0) a^k b + (C_k^2 + C_k^1) a^{k-1} b^2 + \dots + \\
&\qquad + (C_k^k + C_k^{k-1}) a b^k + C_k^k b^{k+1}.
\end{aligned}$$

Теорема 2.3.27

Для довільного натурального числа n виконується рівність

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^n b^n. \tag{3}$$

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді,

$$(a+b)^1 = 1 \cdot a + 1 \cdot b = C_1^0 \cdot a + C_1^1 \cdot b.$$

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: рівність (3) справджується для деякого натурального $n = k$, тобто

$$(a+b)^k = C_k^0 a^k + C_k^1 a^{k-1} b + C_k^2 a^{k-2} b^2 + \dots + C_k^k b^k.$$

Доведемо, що твердження теореми виконується для $n = k+1$. Справді,

$$\begin{aligned}
(a+b)^{k+1} &= (a+b)^k \cdot (a+b) = \\
&= \left(C_k^0 a^k + C_k^1 a^{k-1} b + C_k^2 a^{k-2} b^2 + \dots + C_k^k b^k\right) \cdot (a+b) = \\
&= C_k^0 a^{k+1} + C_k^1 a^k b + C_k^2 a^{k-1} b^2 + \dots + C_k^k a b^k + \\
&\qquad + C_k^0 a^k b + C_k^1 a^{k-1} b^2 + C_k^2 a^{k-2} b^3 + \dots + C_k^k b^{k+1} = \\
&= C_k^0 a^{k+1} + (C_k^1 + C_k^0) a^k b + (C_k^2 + C_k^1) a^{k-1} b^2 + \dots + \\
&\qquad + (C_k^k + C_k^{k-1}) a b^k + C_k^k b^{k+1}.
\end{aligned}$$

Теорема 2.3.27

Для довільного натурального числа n виконується рівність

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^n b^n. \tag{3}$$

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді,

$$(a+b)^1 = 1 \cdot a + 1 \cdot b = C_1^0 \cdot a + C_1^1 \cdot b.$$

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: рівність (3) справджується для деякого натурального $n = k$, тобто

$$(a+b)^k = C_k^0 a^k + C_k^1 a^{k-1} b + C_k^2 a^{k-2} b^2 + \dots + C_k^k b^k.$$

Доведемо, що твердження теореми виконується для $n = k+1$. Справді,

$$\begin{aligned}
(a+b)^{k+1} &= (a+b)^k \cdot (a+b) = \\
&= \left(C_k^0 a^k + C_k^1 a^{k-1} b + C_k^2 a^{k-2} b^2 + \dots + C_k^k b^k\right) \cdot (a+b) = \\
&= C_k^0 a^{k+1} + C_k^1 a^k b + C_k^2 a^{k-1} b^2 + \dots + C_k^k a b^k + \\
&\qquad + C_k^0 a^k b + C_k^1 a^{k-1} b^2 + C_k^2 a^{k-2} b^3 + \dots + C_k^k b^{k+1} = \\
&= C_k^0 a^{k+1} + (C_k^1 + C_k^0) a^k b + (C_k^2 + C_k^1) a^{k-1} b^2 + \dots + \\
&\qquad + (C_k^k + C_k^{k-1}) a b^k + C_k^k b^{k+1}.
\end{aligned}$$

Теорема 2.3.27

Для довільного натурального числа n виконується рівність

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \tag{3}$$

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді,

$$(a+b)^1 = 1 \cdot a + 1 \cdot b = C_1^0 \cdot a + C_1^1 \cdot b.$$

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: рівність (3) справджується для деякого натурального $n = k$, тобто

$$(a+b)^k = C_k^0 a^k + C_k^1 a^{k-1} b + C_k^2 a^{k-2} b^2 + \cdots + C_k^k b^k.$$

Доведемо, що твердження теореми виконується для $n = k+1$. Справді,

$$\begin{aligned}
(a+b)^{k+1} &= (a+b)^k \cdot (a+b) = \\
&= \left(C_k^0 a^k + C_k^1 a^{k-1} b + C_k^2 a^{k-2} b^2 + \cdots + C_k^k b^k\right) \cdot (a+b) = \\
&= C_k^0 a^{k+1} + C_k^1 a^k b + C_k^2 a^{k-1} b^2 + \cdots + C_k^k a b^k + \\
&\qquad + C_k^0 a^k b + C_k^1 a^{k-1} b^2 + C_k^2 a^{k-2} b^3 + \cdots + C_k^k b^{k+1} = \\
&= C_k^0 a^{k+1} + (C_k^1 + C_k^0) a^k b + (C_k^2 + C_k^1) a^{k-1} b^2 + \cdots + \\
&\qquad + (C_k^k + C_k^{k-1}) a b^k + C_k^k b^{k+1}.
\end{aligned}$$

Теорема 2.3.27

Для довільного натурального числа n виконується рівність

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \tag{3}$$

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді,

$$(a+b)^1 = 1 \cdot a + 1 \cdot b = C_1^0 \cdot a + C_1^1 \cdot b.$$

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: рівність (3) справджується для деякого натурального $n = k$, тобто

$$(a+b)^k = C_k^0 a^k + C_k^1 a^{k-1} b + C_k^2 a^{k-2} b^2 + \cdots + C_k^k b^k.$$

Доведемо, що твердження теореми виконується для $n = k+1$. Справді,

$$\begin{aligned}
(a+b)^{k+1} &= (a+b)^k \cdot (a+b) = \\
&= \left(C_k^0 a^k + C_k^1 a^{k-1} b + C_k^2 a^{k-2} b^2 + \cdots + C_k^k b^k\right) \cdot (a+b) = \\
&= C_k^0 a^{k+1} + C_k^1 a^k b + C_k^2 a^{k-1} b^2 + \cdots + C_k^k a b^k + \\
&\qquad + C_k^0 a^k b + C_k^1 a^{k-1} b^2 + C_k^2 a^{k-2} b^3 + \cdots + C_k^k b^{k+1} = \\
&= C_k^0 a^{k+1} + (C_k^1 + C_k^0) a^k b + (C_k^2 + C_k^1) a^{k-1} b^2 + \cdots + \\
&\qquad + (C_k^k + C_k^{k-1}) a b^k + C_k^k b^{k+1}.
\end{aligned}$$

Лекція 24: Біном Ньютона. Поліноміальна теорема

Теорема 2.3.27

Для довільного натурального числа n виконується рівність

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^n b^n. \tag{3}$$

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді,

$$(a+b)^1 = 1 \cdot a + 1 \cdot b = C_1^0 \cdot a + C_1^1 \cdot b.$$

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: рівність (3) справджується для деякого натурального $n = k$, тобто

$$(a+b)^k = C_k^0 a^k + C_k^1 a^{k-1} b + C_k^2 a^{k-2} b^2 + \dots + C_k^k b^k.$$

Доведемо, що твердження теореми виконується для $n = k + 1$. Справді,

$$\begin{aligned}
(a+b)^{k+1} &= (a+b)^k \cdot (a+b) = \\
&= \left(C_k^0 a^k + C_k^1 a^{k-1} b + C_k^2 a^{k-2} b^2 + \dots + C_k^k b^k\right) \cdot (a+b) = \\
&= C_k^0 a^{k+1} + C_k^1 a^k b + C_k^2 a^{k-1} b^2 + \dots + C_k^k a b^k + \\
&\qquad + C_k^0 a^k b + C_k^1 a^{k-1} b^2 + C_k^2 a^{k-2} b^3 + \dots + C_k^k b^{k+1} = \\
&= C_k^0 a^{k+1} + (C_k^1 + C_k^0) a^k b + (C_k^2 + C_k^1) a^{k-1} b^2 + \dots + \\
&\qquad + (C_k^k + C_k^{k-1}) a b^k + C_k^k b^{k+1}.
\end{aligned}$$

Теорема 2.3.27

Для довільного натурального числа n виконується рівність

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \quad (3)$$

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді,

$$(a+b)^1 = 1 \cdot a + 1 \cdot b = C_1^0 \cdot a + C_1^1 \cdot b.$$

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: рівність (3) справджується для деякого натурального $n = k$, тобто

$$(a+b)^k = C_k^0 a^k + C_k^1 a^{k-1} b + C_k^2 a^{k-2} b^2 + \cdots + C_k^k b^k.$$

Доведемо, що твердження теореми виконується для $n = k+1$. Справді,

$$\begin{aligned}
(a+b)^{k+1} &= (a+b)^k \cdot (a+b) = \\
&= \left(C_k^0 a^k + C_k^1 a^{k-1} b + C_k^2 a^{k-2} b^2 + \cdots + C_k^k b^k\right) \cdot (a+b) = \\
&= C_k^0 a^{k+1} + C_k^1 a^k b + C_k^2 a^{k-1} b^2 + \cdots + C_k^k a b^k + \\
&\qquad + C_k^0 a^k b + C_k^1 a^{k-1} b^2 + C_k^2 a^{k-2} b^3 + \cdots + C_k^k b^{k+1} = \\
&= C_k^0 a^{k+1} + (C_k^1 + C_k^0) a^k b + (C_k^2 + C_k^1) a^{k-1} b^2 + \cdots + \\
&\qquad + (C_k^k + C_k^{k-1}) a b^k + C_k^k b^{k+1}.
\end{aligned}$$

Теорема 2.3.27

Для довільного натурального числа n виконується рівність

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \tag{3}$$

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді,

$$(a+b)^1 = 1 \cdot a + 1 \cdot b = C_1^0 \cdot a + C_1^1 \cdot b.$$

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: рівність (3) справджується для деякого натурального $n = k$, тобто

$$(a+b)^k = C_k^0 a^k + C_k^1 a^{k-1} b + C_k^2 a^{k-2} b^2 + \cdots + C_k^k b^k.$$

Доведемо, що твердження теореми виконується для $n = k+1$. Справді,

$$\begin{aligned}
(a+b)^{k+1} &= (a+b)^k \cdot (a+b) = \\
&= \left(C_k^0 a^k + C_k^1 a^{k-1} b + C_k^2 a^{k-2} b^2 + \cdots + C_k^k b^k\right) \cdot (a+b) = \\
&= C_k^0 a^{k+1} + C_k^1 a^k b + C_k^2 a^{k-1} b^2 + \cdots + C_k^k a b^k + \\
&\qquad + C_k^0 a^k b + C_k^1 a^{k-1} b^2 + C_k^2 a^{k-2} b^3 + \cdots + C_k^k b^{k+1} = \\
&= C_k^0 a^{k+1} + (C_k^1 + C_k^0) a^k b + (C_k^2 + C_k^1) a^{k-1} b^2 + \cdots + \\
&\qquad + (C_k^k + C_k^{k-1}) a b^k + C_k^k b^{k+1}.
\end{aligned}$$

Теорема 2.3.27

Для довільного натурального числа n виконується рівність

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \tag{3}$$

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді,

$$(a+b)^1 = 1 \cdot a + 1 \cdot b = C_1^0 \cdot a + C_1^1 \cdot b.$$

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: рівність (3) справджується для деякого натурального $n = k$, тобто

$$(a+b)^k = C_k^0 a^k + C_k^1 a^{k-1} b + C_k^2 a^{k-2} b^2 + \cdots + C_k^k b^k.$$

Доведемо, що твердження теореми виконується для $n = k+1$. Справді,

$$\begin{aligned}
(a+b)^{k+1} &= (a+b)^k \cdot (a+b) = \\
&= \left(C_k^0 a^k + C_k^1 a^{k-1} b + C_k^2 a^{k-2} b^2 + \cdots + C_k^k b^k\right) \cdot (a+b) = \\
&= C_k^0 a^{k+1} + C_k^1 a^k b + C_k^2 a^{k-1} b^2 + \cdots + C_k^k a b^k + \\
&\qquad + C_k^0 a^k b + C_k^1 a^{k-1} b^2 + C_k^2 a^{k-2} b^3 + \cdots + C_k^k b^{k+1} = \\
&= C_k^0 a^{k+1} + (C_k^1 + C_k^0) a^k b + (C_k^2 + C_k^1) a^{k-1} b^2 + \cdots + \\
&\qquad + (C_k^k + C_k^{k-1}) a b^k + C_k^k b^{k+1}.
\end{aligned}$$

Теорема 2.3.27

Для довільного натурального числа n виконується рівність

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \tag{3}$$

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді,

$$(a+b)^1 = 1 \cdot a + 1 \cdot b = C_1^0 \cdot a + C_1^1 \cdot b.$$

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: рівність (3) справджується для деякого натурального $n = k$, тобто

$$(a+b)^k = C_k^0 a^k + C_k^1 a^{k-1} b + C_k^2 a^{k-2} b^2 + \cdots + C_k^k b^k.$$

Доведемо, що твердження теореми виконується для $n = k+1$. Справді,

$$\begin{aligned}
(a+b)^{k+1} &= (a+b)^k \cdot (a+b) = \\
&= \left(C_k^0 a^k + C_k^1 a^{k-1} b + C_k^2 a^{k-2} b^2 + \cdots + C_k^k b^k\right) \cdot (a+b) = \\
&= C_k^0 a^{k+1} + C_k^1 a^k b + C_k^2 a^{k-1} b^2 + \cdots + C_k^k a b^k + \\
&\qquad + C_k^0 a^k b + C_k^1 a^{k-1} b^2 + C_k^2 a^{k-2} b^3 + \cdots + C_k^k b^{k+1} = \\
&= C_k^0 a^{k+1} + (C_k^1 + C_k^0) a^k b + (C_k^2 + C_k^1) a^{k-1} b^2 + \cdots + \\
&\qquad + (C_k^k + C_k^{k-1}) a b^k + C_k^k b^{k+1}.
\end{aligned}$$

Теорема 2.3.27

Для довільного натурального числа n виконується рівність
$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \tag{3}$$

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді,
$$(a+b)^1 = 1 \cdot a + 1 \cdot b = C_1^0 \cdot a + C_1^1 \cdot b.$$

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: рівність (3) справджується для деякого натурального $n = k$, тобто
$$(a+b)^k = C_k^0 a^k + C_k^1 a^{k-1} b + C_k^2 a^{k-2} b^2 + \cdots + C_k^k b^k.$$

Доведемо, що твердження теореми виконується для $n = k+1$. Справді,

$$\begin{aligned}
(a+b)^{k+1} &= (a+b)^k \cdot (a+b) = \\
&= \left(C_k^0 a^k + C_k^1 a^{k-1} b + C_k^2 a^{k-2} b^2 + \cdots + C_k^k b^k\right) \cdot (a+b) = \\
&= C_k^0 a^{k+1} + C_k^1 a^k b + C_k^2 a^{k-1} b^2 + \cdots + C_k^k a b^k + \\
&\qquad + C_k^0 a^k b + C_k^1 a^{k-1} b^2 + C_k^2 a^{k-2} b^3 + \cdots + C_k^k b^{k+1} = \\
&= C_k^0 a^{k+1} + (C_k^1 + C_k^0) a^k b + (C_k^2 + C_k^1) a^{k-1} b^2 + \cdots + \\
&\qquad + (C_k^k + C_k^{k-1}) a b^k + C_k^k b^{k+1}.
\end{aligned}$$

Теорема 2.3.27

Для довільного натурального числа n виконується рівність

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \quad (3)$$

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді,

$$(a+b)^1 = 1 \cdot a + 1 \cdot b = C_1^0 \cdot a + C_1^1 \cdot b.$$

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: рівність (3) справджується для деякого натурального $n = k$, тобто

$$(a+b)^k = C_k^0 a^k + C_k^1 a^{k-1} b + C_k^2 a^{k-2} b^2 + \cdots + C_k^k b^k.$$

Доведемо, що твердження теореми виконується для $n = k+1$. Справді,

$$\begin{aligned}
(a+b)^{k+1} &= (a+b)^k \cdot (a+b) = \\
&= \left(C_k^0 a^k + C_k^1 a^{k-1} b + C_k^2 a^{k-2} b^2 + \cdots + C_k^k b^k \right) \cdot (a+b) = \\
&= C_k^0 a^{k+1} + C_k^1 a^k b + C_k^2 a^{k-1} b^2 + \cdots + C_k^k a b^k + \\
&\qquad + C_k^0 a^k b + C_k^1 a^{k-1} b^2 + C_k^2 a^{k-2} b^3 + \cdots + C_k^k b^{k+1} = \\
&= C_k^0 a^{k+1} + (C_k^1 + C_k^0) a^k b + (C_k^2 + C_k^1) a^{k-1} b^2 + \cdots + \\
&\qquad + (C_k^k + C_k^{k-1}) a b^k + C_k^k b^{k+1}.
\end{aligned}$$

Теорема 2.3.27

Для довільного натурального числа n виконується рівність

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \tag{3}$$

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n = 1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді,

$$(a+b)^1 = 1 \cdot a + 1 \cdot b = C_1^0 \cdot a + C_1^1 \cdot b.$$

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n = k$: рівність (3) справджується для деякого натурального $n = k$, тобто

$$(a+b)^k = C_k^0 a^k + C_k^1 a^{k-1} b + C_k^2 a^{k-2} b^2 + \cdots + C_k^k b^k.$$

Доведемо, що твердження теореми виконується для $n = k+1$. Справді,

$$\begin{aligned}
(a+b)^{k+1} &= (a+b)^k \cdot (a+b) = \\
&= \left(C_k^0 a^k + C_k^1 a^{k-1} b + C_k^2 a^{k-2} b^2 + \cdots + C_k^k b^k\right) \cdot (a+b) = \\
&= C_k^0 a^{k+1} + C_k^1 a^k b + C_k^2 a^{k-1} b^2 + \cdots + C_k^k a b^k + \\
&\qquad + C_k^0 a^k b + C_k^1 a^{k-1} b^2 + C_k^2 a^{k-2} b^3 + \cdots + C_k^k b^{k+1} = \\
&= C_k^0 a^{k+1} + (C_k^1 + C_k^0) a^k b + (C_k^2 + C_k^1) a^{k-1} b^2 + \cdots + \\
&\qquad + (C_k^k + C_k^{k-1}) a b^k + C_k^k b^{k+1}.
\end{aligned}$$

Теорема 2.3.27

Для довільного натурального числа n виконується рівність
$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \qquad (3)$$

Доведення. Теорему доведемо методом математичної індукції.

Для $n=1$, очевидно, що твердження теореми виконується. Справді,
$$(a+b)^1 = 1\cdot a + 1\cdot b = C_1^0 \cdot a + C_1^1 \cdot b.$$

Припустимо, що твердження теореми виконується для $n=k$: рівність (3) справджується для деякого натурального $n=k$, тобто
$$(a+b)^k = C_k^0 a^k + C_k^1 a^{k-1} b + C_k^2 a^{k-2} b^2 + \cdots + C_k^k b^k.$$

Доведемо, що твердження теореми виконується для $n=k+1$. Справді,
$$\begin{aligned}(a+b)^{k+1} &= (a+b)^k \cdot (a+b) = \\ &= \left(C_k^0 a^k + C_k^1 a^{k-1} b + C_k^2 a^{k-2} b^2 + \cdots + C_k^k b^k\right) \cdot (a+b) = \\ &= C_k^0 a^{k+1} + C_k^1 a^k b + C_k^2 a^{k-1} b^2 + \cdots + C_k^k a b^k + \\ &\qquad + C_k^0 a^k b + C_k^1 a^{k-1} b^2 + C_k^2 a^{k-2} b^3 + \cdots + C_k^k b^{k+1} = \\ &= C_k^0 a^{k+1} + (C_k^1 + C_k^0) a^k b + (C_k^2 + C_k^1) a^{k-1} b^2 + \cdots + \\ &\qquad + (C_k^k + C_k^{k-1}) a b^k + C_k^k b^{k+1}.\end{aligned}$$

Далі скориставшись рівностями

$$C_k^0 = C_{k+1}^0 = 1 \qquad \text{і} \qquad C_k^k = C_{k+1}^{k+1} = 1$$

та формулою Паскаля

$$C_{k+1}^i = C_k^i + C_k^{i-1},$$

отримуємо рівність

$$(a+b)^{k+1} = C_k^0 a^{k+1} + (C_k^1 + C_k^0)a^k b + (C_k^2 + C_k^1)a^{k-1}b^2 + \cdots + \\ + (C_k^k + C_k^{k-1})ab^k + C_k^k b^{k+1} = \\ = C_{k+1}^0 a^{k+1} + C_{k+1}^1 a^k b + C_{k+1}^2 a^{k-1} b^2 + \cdots + C_{k+1}^{k+1} b^{k+1},$$

що і завершує доведення теореми. ∎

Формула (3) розкладу степеня двочлена у вигляді суми одночленів

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \tag{3}$$

називається ***формулою бінома Ньютона***. Коефіцієнти C_n^k називаються ***біноміальними коефіцієнтами***.

Якщо скористатися знаком суми, то формулу бінома Ньютона (3) можна записати так:

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k.$$

Далі скориставшись рівностями

$$C_k^0 = C_{k+1}^0 = 1 \qquad \text{і} \qquad C_k^k = C_{k+1}^{k+1} = 1$$

та формулою Паскаля

$$C_{k+1}^i = C_k^i + C_k^{i-1},$$

отримуємо рівність

$$(a+b)^{k+1} = C_k^0 a^{k+1} + (C_k^1 + C_k^0)a^k b + (C_k^2 + C_k^1)a^{k-1}b^2 + \cdots + \\ + (C_k^k + C_k^{k-1})ab^k + C_k^k b^{k+1} = \\ = C_{k+1}^0 a^{k+1} + C_{k+1}^1 a^k b + C_{k+1}^2 a^{k-1} b^2 + \cdots + C_{k+1}^{k+1} b^{k+1},$$

що і завершує доведення теореми. ■

Формула (3) розкладу степеня двочлена у вигляді суми одночленів

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \tag{3}$$

називається ***формулою бінома Ньютона***. Коефіцієнти C_n^k називаються ***біноміальними коефіцієнтами***.

Якщо скористатися знаком суми, то формулу бінома Ньютона (3) можна записати так:

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k.$$

Далі скориставшись рівностями

$$C_k^0 = C_{k+1}^0 = 1 \qquad \text{і} \qquad C_k^k = C_{k+1}^{k+1} = 1$$

та формулою Паскаля

$$C_{k+1}^i = C_k^i + C_k^{i-1},$$

отримуємо рівність

$$(a+b)^{k+1} = C_k^0 a^{k+1} + (C_k^1 + C_k^0)a^k b + (C_k^2 + C_k^1)a^{k-1}b^2 + \cdots + \\ + (C_k^k + C_k^{k-1})ab^k + C_k^k b^{k+1} = \\ = C_{k+1}^0 a^{k+1} + C_{k+1}^1 a^k b + C_{k+1}^2 a^{k-1} b^2 + \cdots + C_{k+1}^{k+1} b^{k+1},$$

що і завершує доведення теореми. ■

Формула (3) розкладу степеня двочлена у вигляді суми одночленів

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \tag{3}$$

називається ***формулою бінома Ньютона***. Коефіцієнти C_n^k називаються ***біноміальними коефіцієнтами***.

Якщо скористатися знаком суми, то формулу бінома Ньютона (3) можна записати так:

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k.$$

Лекція 24: Біном Ньютона. Поліноміальна теорема

Далі скориставшись рівностями

$$C_k^0 = C_{k+1}^0 = 1 \qquad \text{і} \qquad C_k^k = C_{k+1}^{k+1} = 1$$

та формулою Паскаля

$$C_{k+1}^i = C_k^i + C_k^{i-1},$$

отримуємо рівність

$$\begin{aligned}(a+b)^{k+1} &= C_k^0 a^{k+1} + (C_k^1 + C_k^0)a^k b + (C_k^2 + C_k^1)a^{k-1}b^2 + \cdots + \\ &\quad + (C_k^k + C_k^{k-1})ab^k + C_k^k b^{k+1} = \\ &= C_{k+1}^0 a^{k+1} + C_{k+1}^1 a^k b + C_{k+1}^2 a^{k-1} b^2 + \cdots + C_{k+1}^{k+1} b^{k+1},\end{aligned}$$

що і завершує доведення теореми. ∎

Формула (3) розкладу степеня двочлена у вигляді суми одночленів

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \tag{3}$$

називається ***формулою бінома Ньютона***. Коефіцієнти C_n^k називаються ***біноміальними коефіцієнтами***.

Якщо скористатися знаком суми, то формулу бінома Ньютона (3) можна записати так:

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k.$$

Далі скориставшись рівностями

$$C_k^0 = C_{k+1}^0 = 1 \qquad \text{і} \qquad C_k^k = C_{k+1}^{k+1} = 1$$

та формулою Паскаля

$$C_{k+1}^i = C_k^i + C_k^{i-1},$$

отримуємо рівність

$$(a+b)^{k+1} = C_k^0 a^{k+1} + (C_k^1 + C_k^0)a^k b + (C_k^2 + C_k^1)a^{k-1}b^2 + \cdots +$$
$$+ (C_k^k + C_k^{k-1})ab^k + C_k^k b^{k+1} =$$
$$= C_{k+1}^0 a^{k+1} + C_{k+1}^1 a^k b + C_{k+1}^2 a^{k-1} b^2 + \cdots + C_{k+1}^{k+1} b^{k+1},$$

що і завершує доведення теореми. ∎

Формула (3) розкладу степеня двочлена у вигляді суми одночленів

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \tag{3}$$

називається ***формулою бінома Ньютона***. Коефіцієнти C_n^k називаються ***біноміальними коефіцієнтами***.

Якщо скористатися знаком суми, то формулу бінома Ньютона (3) можна записати так:

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k.$$

Далі скориставшись рівностями

$$C_k^0 = C_{k+1}^0 = 1 \qquad \text{і} \qquad C_k^k = C_{k+1}^{k+1} = 1$$

та формулою Паскаля

$$C_{k+1}^i = C_k^i + C_k^{i-1},$$

отримуємо рівність

$$(a+b)^{k+1} = C_k^0 a^{k+1} + (C_k^1 + C_k^0)a^k b + (C_k^2 + C_k^1)a^{k-1}b^2 + \cdots + \\ + (C_k^k + C_k^{k-1})ab^k + C_k^k b^{k+1} = \\ = C_{k+1}^0 a^{k+1} + C_{k+1}^1 a^k b + C_{k+1}^2 a^{k-1} b^2 + \cdots + C_{k+1}^{k+1} b^{k+1},$$

що і завершує доведення теореми. ■

Формула (3) розкладу степеня двочлена у вигляді суми одночленів

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \tag{3}$$

називається ***формулою бінома Ньютона***. Коефіцієнти C_n^k називаються ***біноміальними коефіцієнтами***.

Якщо скористатися знаком суми, то формулу бінома Ньютона (3) можна записати так:

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k.$$

Далі скориставшись рівностями

$$C_k^0 = C_{k+1}^0 = 1 \qquad \text{і} \qquad C_k^k = C_{k+1}^{k+1} = 1$$

та формулою Паскаля

$$C_{k+1}^i = C_k^i + C_k^{i-1},$$

отримуємо рівність

$$\begin{aligned}(a+b)^{k+1} &= C_k^0 a^{k+1} + (C_k^1 + C_k^0)a^k b + (C_k^2 + C_k^1)a^{k-1}b^2 + \dots + \\ &\quad + (C_k^k + C_k^{k-1})ab^k + C_k^k b^{k+1} = \\ &= C_{k+1}^0 a^{k+1} + C_{k+1}^1 a^k b + C_{k+1}^2 a^{k-1} b^2 + \dots + C_{k+1}^{k+1} b^{k+1},\end{aligned}$$

що і завершує доведення теореми. ∎

Формула (3) розкладу степеня двочлена у вигляді суми одночленів

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^n b^n. \tag{3}$$

називається ***формулою бінома Ньютона***. Коефіцієнти C_n^k називаються ***біноміальними коефіцієнтами***.

Якщо скористатися знаком суми, то формулу бінома Ньютона (3) можна записати так:

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k.$$

Далі скориставшись рівностями

$$C_k^0 = C_{k+1}^0 = 1 \qquad \text{і} \qquad C_k^k = C_{k+1}^{k+1} = 1$$

та формулою Паскаля

$$C_{k+1}^i = C_k^i + C_k^{i-1},$$

отримуємо рівність

$$(a+b)^{k+1} = C_k^0 a^{k+1} + (C_k^1 + C_k^0)a^k b + (C_k^2 + C_k^1)a^{k-1}b^2 + \dots + \\ + (C_k^k + C_k^{k-1})ab^k + C_k^k b^{k+1} = \\ = C_{k+1}^0 a^{k+1} + C_{k+1}^1 a^k b + C_{k+1}^2 a^{k-1} b^2 + \dots + C_{k+1}^{k+1} b^{k+1},$$

що і завершує доведення теореми. ■

Формула (3) розкладу степеня двочлена у вигляді суми одночленів

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^n b^n. \qquad (3)$$

називається ***формулою бінома Ньютона***. Коефіцієнти C_n^k називаються ***біноміальними коефіцієнтами***.

Якщо скористатися знаком суми, то формулу бінома Ньютона (3) можна записати так:

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k.$$

Далі скориставшись рівностями

$$C_k^0 = C_{k+1}^0 = 1 \qquad \text{і} \qquad C_k^k = C_{k+1}^{k+1} = 1$$

та формулою Паскаля

$$C_{k+1}^i = C_k^i + C_k^{i-1},$$

отримуємо рівність

$$\begin{aligned}(a+b)^{k+1} = C_k^0 a^{k+1} + (C_k^1 + C_k^0)a^k b + (C_k^2 + C_k^1)a^{k-1}b^2 + \cdots +\\ + (C_k^k + C_k^{k-1})ab^k + C_k^k b^{k+1} =\\ = C_{k+1}^0 a^{k+1} + C_{k+1}^1 a^k b + C_{k+1}^2 a^{k-1} b^2 + \cdots + C_{k+1}^{k+1} b^{k+1},\end{aligned}$$

що і завершує доведення теореми. ■

Формула (3) розкладу степеня двочлена у вигляді суми одночленів

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \qquad (3)$$

називається ***формулою бінома Ньютона***. Коефіцієнти C_n^k називаються ***біноміальними коефіцієнтами***.

Якщо скористатися знаком суми, то формулу бінома Ньютона (3) можна записати так:

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k.$$

Далі скориставшись рівностями

$$C_k^0 = C_{k+1}^0 = 1 \qquad \text{і} \qquad C_k^k = C_{k+1}^{k+1} = 1$$

та формулою Паскаля

$$C_{k+1}^i = C_k^i + C_k^{i-1},$$

отримуємо рівність

$$\begin{aligned}(a+b)^{k+1} &= C_k^0 a^{k+1} + (C_k^1 + C_k^0)a^k b + (C_k^2 + C_k^1)a^{k-1}b^2 + \cdots + \\ &\quad + (C_k^k + C_k^{k-1})ab^k + C_k^k b^{k+1} = \\ &= C_{k+1}^0 a^{k+1} + C_{k+1}^1 a^k b + C_{k+1}^2 a^{k-1} b^2 + \cdots + C_{k+1}^{k+1} b^{k+1},\end{aligned}$$

що і завершує доведення теореми. ■

Формула (3) розкладу степеня двочлена у вигляді суми одночленів

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \tag{3}$$

називається ***формулою бінома Ньютона***. Коефіцієнти C_n^k називаються ***біноміальними коефіцієнтами***.

Якщо скористатися знаком суми, то формулу бінома Ньютона (3) можна записати так:

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k.$$

Далі скориставшись рівностями

$$C_k^0 = C_{k+1}^0 = 1 \qquad \text{і} \qquad C_k^k = C_{k+1}^{k+1} = 1$$

та формулою Паскаля

$$C_{k+1}^i = C_k^i + C_k^{i-1},$$

отримуємо рівність

$$\begin{aligned}(a+b)^{k+1} = C_k^0 a^{k+1} + (C_k^1 + C_k^0)a^k b + (C_k^2 + C_k^1)a^{k-1}b^2 + \cdots +\\ + (C_k^k + C_k^{k-1})ab^k + C_k^k b^{k+1} =\\ = C_{k+1}^0 a^{k+1} + C_{k+1}^1 a^k b + C_{k+1}^2 a^{k-1} b^2 + \cdots + C_{k+1}^{k+1} b^{k+1},\end{aligned}$$

що і завершує доведення теореми. ■

Формула (3) розкладу степеня двочлена у вигляді суми одночленів

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \tag{3}$$

називається ***формулою бінома Ньютона***. Коефіцієнти C_n^k називаються ***біноміальними коефіцієнтами***.

Якщо скористатися знаком суми, то формулу бінома Ньютона (3) можна записати так:

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k.$$

Далі скориставшись рівностями

$$C_k^0 = C_{k+1}^0 = 1 \qquad \text{і} \qquad C_k^k = C_{k+1}^{k+1} = 1$$

та формулою Паскаля

$$C_{k+1}^i = C_k^i + C_k^{i-1},$$

отримуємо рівність

$$\begin{aligned}(a+b)^{k+1} = C_k^0 a^{k+1} + (C_k^1 + C_k^0)a^k b + (C_k^2 + C_k^1)a^{k-1}b^2 + \cdots +\\ + (C_k^k + C_k^{k-1})ab^k + C_k^k b^{k+1} =\\ = C_{k+1}^0 a^{k+1} + C_{k+1}^1 a^k b + C_{k+1}^2 a^{k-1} b^2 + \cdots + C_{k+1}^{k+1} b^{k+1},\end{aligned}$$

що і завершує доведення теореми. ■

Формула (3) розкладу степеня двочлена у вигляді суми одночленів

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \tag{3}$$

називається ***формулою бінома Ньютона***. Коефіцієнти C_n^k називаються ***біноміальними коефіцієнтами***.

Якщо скористатися знаком суми, то формулу бінома Ньютона (3) можна записати так:

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k.$$

Далі скориставшись рівностями

$$C_k^0 = C_{k+1}^0 = 1 \qquad \text{і} \qquad C_k^k = C_{k+1}^{k+1} = 1$$

та формулою Паскаля

$$C_{k+1}^i = C_k^i + C_k^{i-1},$$

отримуємо рівність

$$\begin{aligned}(a+b)^{k+1} &= C_k^0 a^{k+1} + (C_k^1 + C_k^0)a^k b + (C_k^2 + C_k^1)a^{k-1}b^2 + \cdots + \\ &\quad + (C_k^k + C_k^{k-1})ab^k + C_k^k b^{k+1} = \\ &= C_{k+1}^0 a^{k+1} + C_{k+1}^1 a^k b + C_{k+1}^2 a^{k-1} b^2 + \cdots + C_{k+1}^{k+1} b^{k+1},\end{aligned}$$

що і завершує доведення теореми. ■

Формула (3) розкладу степеня двочлена у вигляді суми одночленів

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \tag{3}$$

називається ***формулою бінома Ньютона***. Коефіцієнти C_n^k називаються ***біноміальними коефіцієнтами***.

Якщо скористатися знаком суми, то формулу бінома Ньютона (3) можна записати так:

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k.$$

Далі скориставшись рівностями

$$C_k^0 = C_{k+1}^0 = 1 \qquad \text{і} \qquad C_k^k = C_{k+1}^{k+1} = 1$$

та формулою Паскаля

$$C_{k+1}^i = C_k^i + C_k^{i-1},$$

отримуємо рівність

$$(a+b)^{k+1} = C_k^0 a^{k+1} + (C_k^1 + C_k^0)a^k b + (C_k^2 + C_k^1)a^{k-1}b^2 + \cdots + \\ + (C_k^k + C_k^{k-1})ab^k + C_k^k b^{k+1} = \\ = C_{k+1}^0 a^{k+1} + C_{k+1}^1 a^k b + C_{k+1}^2 a^{k-1} b^2 + \cdots + C_{k+1}^{k+1} b^{k+1},$$

що і завершує доведення теореми. ■

Формула (3) розкладу степеня двочлена у вигляді суми одночленів

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \tag{3}$$

називається ***формулою бінома Ньютона***. Коефіцієнти C_n^k називаються ***біноміальними коефіцієнтами***.

Якщо скористатися знаком суми, то формулу бінома Ньютона (3) можна записати так:

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k.$$

Приклад 2.3.28.

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n}(-1)^k C_n^k = C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - C_n^3 + \cdots + (-1)^n C_n^n = 0.$$

Розв'язок. Підставивши у рівність (3)

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \qquad (3)$$

значення $a = 1$ і $b = -1$, отримаємо

$$0 = (1-1)^n =$$
$$= \sum_{k=0}^{n} C_n^k \cdot 1^{n-k} \cdot (-1)^k =$$
$$= \sum_{k=0}^{n} (-1)^k C_n^k = C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - C_n^3 + \cdots + (-1)^n C_n^n.$$

Приклад 2.3.28.

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n}(-1)^k C_n^k = C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - C_n^3 + \cdots + (-1)^n C_n^n = 0.$$

Розв'язок. Підставивши у рівність (3)

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \qquad (3)$$

значення $a = 1$ і $b = -1$, отримаємо

$$0 = (1-1)^n =$$
$$= \sum_{k=0}^{n} C_n^k \cdot 1^{n-k} \cdot (-1)^k =$$
$$= \sum_{k=0}^{n}(-1)^k C_n^k = C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - C_n^3 + \cdots + (-1)^n C_n^n.$$

Приклад 2.3.28.

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n}(-1)^k C_n^k = C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - C_n^3 + \cdots + (-1)^n C_n^n = 0.$$

Розв'язок. Підставивши у рівність (3)

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \qquad (3)$$

значення $a = 1$ і $b = -1$, отримаємо

$$\begin{aligned} 0 = (1-1)^n = \\ = \sum_{k=0}^{n} C_n^k \cdot 1^{n-k} \cdot (-1)^k = \\ = \sum_{k=0}^{n}(-1)^k C_n^k = C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - C_n^3 + \cdots + (-1)^n C_n^n. \end{aligned}$$

Приклад 2.3.28.

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n}(-1)^k C_n^k = C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - C_n^3 + \dots + (-1)^n C_n^n = 0.$$

Розв'язок. Підставивши у рівність (3)

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^n b^n. \qquad (3)$$

значення $a = 1$ і $b = -1$, отримаємо

$$0 = (1-1)^n =$$

$$= \sum_{k=0}^{n} C_n^k \cdot 1^{n-k} \cdot (-1)^k =$$

$$= \sum_{k=0}^{n} (-1)^k C_n^k = C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - C_n^3 + \dots + (-1)^n C_n^n.$$

Приклад 2.3.28.

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n}(-1)^k C_n^k = C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - C_n^3 + \dots + (-1)^n C_n^n = 0.$$

Розв'язок. Підставивши у рівність (3)

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^n b^n. \tag{3}$$

значення $a = 1$ і $b = -1$, отримаємо

$$0 = (1-1)^n =$$

$$= \sum_{k=0}^{n} C_n^k \cdot 1^{n-k} \cdot (-1)^k =$$

$$= \sum_{k=0}^{n}(-1)^k C_n^k = C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - C_n^3 + \dots + (-1)^n C_n^n.$$

Приклад 2.3.28.

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n}(-1)^k C_n^k = C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - C_n^3 + \cdots + (-1)^n C_n^n = 0.$$

Розв'язок. Підставивши у рівність (3)

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \qquad (3)$$

значення $a = 1$ і $b = -1$, отримаємо

$$0 = (1-1)^n = \\ = \sum_{k=0}^{n} C_n^k \cdot 1^{n-k} \cdot (-1)^k = \\ = \sum_{k=0}^{n}(-1)^k C_n^k = C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - C_n^3 + \cdots + (-1)^n C_n^n.$$

Приклад 2.3.28.

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n}(-1)^k C_n^k = C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - C_n^3 + \cdots + (-1)^n C_n^n = 0.$$

Розв'язок. Підставивши у рівність (3)

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \tag{3}$$

значення $a = 1$ і $b = -1$, отримаємо

$$\begin{aligned} 0 = (1-1)^n &= \\ &= \sum_{k=0}^{n} C_n^k \cdot 1^{n-k} \cdot (-1)^k = \\ &= \sum_{k=0}^{n} (-1)^k C_n^k = C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - C_n^3 + \cdots + (-1)^n C_n^n. \end{aligned}$$

Приклад 2.3.28.

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n}(-1)^k C_n^k = C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - C_n^3 + \cdots + (-1)^n C_n^n = 0.$$

Розв'язок. Підставивши у рівність (3)

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \qquad (3)$$

значення $a = 1$ і $b = -1$, отримаємо

$$\begin{aligned} 0 &= (1-1)^n = \\ &= \sum_{k=0}^{n} C_n^k \cdot 1^{n-k} \cdot (-1)^k = \\ &= \sum_{k=0}^{n}(-1)^k C_n^k = C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - C_n^3 + \cdots + (-1)^n C_n^n. \end{aligned}$$

Основні властивості формули бінома Ньютона

1. Розклад n-го степеня бінома (3) містить $n+1$ член.
2. Показники степеня при a спадають від n до 0, а показники степеня при b зростають від 0 до n.
3. Біноміальні коефіцієнти розкладу — це числа, які стоять у n-му рядку трикутника Паскаля.
4. Якщо показник степеня бінома — парне число, то біноміальний коефіцієнт середнього члена є найбільшим;
5. $(k+1)$-й член розкладу T_{k+1} визначається за формулою
6. Перший біноміальний коефіцієнт дорівнює 1,
7. $\sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$ для довільних невід'ємних цілих чисел n і k, $n \leqslant k$.
8. Сума біноміальних коефіцієнтів розкладу, які розміщенні на парних місцях, дорівнює

Основні властивості формули бінома Ньютона

1. Розклад n-го степеня бінома (3) містить $n+1$ член.
2. Показники степеня при a спадають від n до 0, а показники степеня при b зростають від 0 до n. Сума показників степеня при a та b у кожному члені розкладу дорівнює n.
3. Біноміальні коефіцієнти розкладу — це числа, які стоять у n-му рядку трикутника Паскаля. Коефіцієнти членів, рівновіддалених від кінців, рівні між собою.
4. Якщо показник степеня бінома — парне число, то біноміальний коефіцієнт середнього члена є найбільшим; якщо ж показник степеня бінома — непарне число, то біноміальні коефіцієнти двох середніх членів рівні між собою і є найбільшими.
5. $(k+1)$-й член розкладу T_{k+1} визначається за формулою
$$T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k,$$
де $k = 0, 1, 2, \ldots, n-1$.
6. Перший біноміальний коефіцієнт дорівнює 1, другий — n (показник степеня бінома). Щоб знайти кожний наступний коефіцієнт, потрібно біноміальний коефіцієнт попереднього члена помножити на показник a цього члена, і знайдений добуток поділити на число, яке відповідає порядковому номеру члена, біноміальний коефіцієнт якого визначається, тобто
$$C_n^k = C_n^{k-1} \cdot \frac{n-(k-1)}{k}, \qquad 1 \leqslant k+1 \leqslant \left[\frac{n+2}{2}\right].$$
7. $\sum\limits_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$ для довільних невід'ємних цілих чисел n і k, $n \leqslant k$.
8. Сума біноміальних коефіцієнтів розкладу, які розміщенні на парних місцях, дорівнює сумі коефіцієнтів членів розкладу, які розміщені на непарних місцях, тобто
$$C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + \cdots = C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + \cdots$$

Основні властивості формули бінома Ньютона

1. Розклад n-го степеня бінома (3) містить $n+1$ член.
2. Показники степеня при a спадають від n до 0, а показники степеня при b зростають від 0 до n. Сума показників степенів при a та b у кожному члені розкладу дорівнює n.
3. Біноміальні коефіцієнти розкладу — це числа, які стоять у n-му рядку трикутника Паскаля. Коефіцієнти членів, рівновіддалених від кінців, рівні між собою.
4. Якщо показник степеня бінома — парне число, то біноміальний коефіцієнт середнього члена є найбільшим; якщо ж показник степеня бінома — непарне число, то біноміальні коефіцієнти двох середніх членів рівні між собою і є найбільшими.
5. $(k+1)$-й член розкладу T_{k+1} визначається за формулою
$$T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k,$$
де $k = 0, 1, 2, \ldots, n-1$.
6. Перший біноміальний коефіцієнт дорівнює 1, другий — n (показник степеня бінома). Щоб знайти кожний наступний коефіцієнт, потрібно біноміальний коефіцієнт попереднього члена помножити на показник a цього члена і знайдений добуток поділити на число, яке відповідає порядковому номеру члена, біноміальний коефіцієнт якого визначається, тобто
$$C_n^k = C_n^{k-1} \cdot \frac{n-(k-1)}{k}, \qquad 1 \leqslant k+1 \leqslant \left[\frac{n+2}{2!}\right].$$
7. $\sum\limits_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$ для довільних невід'ємних цілих чисел n і k, $n \leqslant k$.
8. Сума біноміальних коефіцієнтів розкладу, які розміщенні на парних місцях, дорівнює сумі коефіцієнтів членів розкладу, які розміщені на непарних місцях, тобто
$$C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + \cdots = C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + \cdots.$$

Основні властивості формули бінома Ньютона

1. Розклад n-го степеня бінома (3) містить $n+1$ член.
2. Показники степеня при a спадають від n до 0, а показники степеня при b зростають від 0 до n. Сума показників степенів при a та b у кожному члені розкладу дорівнює n.
3. Біноміальні коефіцієнти розкладу — це числа, які стоять у n-му рядку трикутника Паскаля. Коефіцієнти членів, рівновіддалених від кінців, рівні між собою.
4. Якщо показник степеня бінома — парне число, то біноміальний коефіцієнт середнього члена є найбільшим; якщо ж показник степеня бінома — непарне число, то біноміальні коефіцієнти двох середніх членів рівні між собою і є найбільшими.
5. $(k+1)$-й член розкладу T_{k+1} визначається за формулою
$$T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k,$$
де $k = 0, 1, 2, \ldots, n-1$.
6. Перший біноміальний коефіцієнт дорівнює 1, другий — n (показник степеня бінома). Щоб знайти кожний наступний коефіцієнт, потрібно біноміальний коефіцієнт попереднього члена помножити на показник a цього члена і знайдений добуток поділити на число, яке відповідає порядковому номеру члена, біноміальний коефіцієнт якого визначається, тобто
$$C_n^k = C_n^{k-1} \cdot \frac{n-(k-1)}{k}, \qquad 1 \leqslant k+1 \leqslant \left[\frac{n+2}{2!}\right].$$
7. $\sum\limits_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$ для довільних невід'ємних цілих чисел n і k, $n \leqslant k$.
8. Сума біноміальних коефіцієнтів розкладу, які розміщенні на парних місцях, дорівнює сумі коефіцієнтів членів розкладу, які розміщені на непарних місцях, тобто
$$C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + \cdots = C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + \cdots.$$

Основні властивості формули бінома Ньютона

1. Розклад n-го степеня бінома (3) містить $n+1$ член.
2. Показники степеня при a спадають від n до 0, а показники степеня при b зростають від 0 до n. Сума показників степенів при a та b у кожному члені розкладу дорівнює n.
3. Біноміальні коефіцієнти розкладу — це числа, які стоять у n-му рядку трикутника Паскаля. Коефіцієнти членів, рівновіддалених від кінців, рівні між собою.
4. Якщо показник степеня бінома — парне число, то біноміальний коефіцієнт середнього члена є найбільшим; якщо ж показник степеня бінома — непарне число, то біноміальні коефіцієнти двох середніх членів рівні між собою і є найбільшими.
5. $(k+1)$-й член розкладу T_{k+1} визначається за формулою
$$T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k,$$
де $k = 0, 1, 2, \ldots, n-1$.
6. Перший біноміальний коефіцієнт дорівнює 1, другий — n (показник степеня бінома). Щоб знайти кожний наступний коефіцієнт, потрібно біноміальний коефіцієнт попереднього члена помножити на показник a цього члена і знайдений добуток поділити на число, яке відповідає порядковому номеру члена, біноміальний коефіцієнт якого визначається, тобто
$$C_n^k = C_n^{k-1} \cdot \frac{n-(k-1)}{k}, \qquad 1 \leqslant k+1 \leqslant \left[\frac{n+2}{2!}\right].$$
7. $\sum\limits_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$ для довільних невід'ємних цілих чисел n і k, $n \leqslant k$.
8. Сума біноміальних коефіцієнтів розкладу, які розміщенні на парних місцях, дорівнює сумі коефіцієнтів членів розкладу, які розміщені на непарних місцях, тобто
$$C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + \cdots = C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + \cdots.$$

Основні властивості формули бінома Ньютона

1. Розклад n-го степеня бінома (3) містить $n+1$ член.
2. Показники степеня при a спадають від n до 0, а показники степеня при b зростають від 0 до n. Сума показників степенів при a та b у кожному члені розкладу дорівнює n.
3. Біноміальні коефіцієнти розкладу — це числа, які стоять у n-му рядку трикутника Паскаля. Коефіцієнти членів, рівновіддалених від кінців, рівні між собою.
4. Якщо показник степеня бінома — парне число, то біноміальний коефіцієнт середнього члена є найбільшим; якщо ж показник степеня бінома — непарне число, то біноміальні коефіцієнти двох середніх членів рівні між собою і є найбільшими.
5. $(k+1)$-й член розкладу T_{k+1} визначається за формулою
$$T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k,$$
де $k = 0, 1, 2, \ldots, n-1$.
6. Перший біноміальний коефіцієнт дорівнює 1, другий — n (показник степеня бінома). Щоб знайти кожний наступний коефіцієнт, потрібно біноміальний коефіцієнт попереднього члена помножити на показник a цього члена і знайдений добуток поділити на число, яке відповідає порядковому номеру члена, біноміальний коефіцієнт якого визначається, тобто
$$C_n^k = C_n^{k-1} \cdot \frac{n-(k-1)}{k}, \qquad 1 \leqslant k+1 \leqslant \left[\frac{n+2}{2!}\right].$$
7. $\sum\limits_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$ для довільних невід'ємних цілих чисел n і k, $n \leqslant k$.
8. Сума біноміальних коефіцієнтів розкладу, які розміщенні на парних місцях, дорівнює сумі коефіцієнтів членів розкладу, які розміщені на непарних місцях, тобто
$$C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + \cdots = C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + \cdots.$$

Основні властивості формули бінома Ньютона

1. Розклад n-го степеня бінома (3) містить $n+1$ член.
2. Показники степеня при a спадають від n до 0, а показники степеня при b зростають від 0 до n. Сума показників степенів при a та b у кожному члені розкладу дорівнює n.
3. Біноміальні коефіцієнти розкладу — це числа, які стоять у n-му рядку трикутника Паскаля. Коефіцієнти членів, рівновіддалених від кінців, рівні між собою.
4. Якщо показник степеня бінома — парне число, то біноміальний коефіцієнт середнього члена є найбільшим; якщо ж показник степеня бінома — непарне число, то біноміальні коефіцієнти двох середніх членів рівні між собою і є найбільшими.
5. $(k+1)$-й член розкладу T_{k+1} визначається за формулою
$$T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k,$$
де $k = 0, 1, 2, \ldots, n-1$.
6. Перший біноміальний коефіцієнт дорівнює 1, другий — n (показник степеня бінома). Щоб знайти кожний наступний коефіцієнт, потрібно біноміальний коефіцієнт попереднього члена помножити на показник a цього члена і знайдений добуток поділити на число, яке відповідає порядковому номеру члена, біноміальний коефіцієнт якого визначається, тобто
$$C_n^k = C_n^{k-1} \cdot \frac{n-(k-1)}{k}, \qquad 1 \leqslant k+1 \leqslant \left[\frac{n+2}{2!}\right].$$
7. $\sum\limits_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$ для довільних невід'ємних цілих чисел n і k, $n \leqslant k$.
8. Сума біноміальних коефіцієнтів розкладу, які розміщенні на парних місцях, дорівнює сумі коефіцієнтів членів розкладу, які розміщені на непарних місцях, тобто
$$C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + \cdots = C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + \cdots.$$

Основні властивості формули бінома Ньютона

1. Розклад n-го степеня бінома (3) містить $n+1$ член.
2. Показники степеня при a спадають від n до 0, а показники степеня при b зростають від 0 до n. Сума показників степенів при a та b у кожному члені розкладу дорівнює n.
3. Біноміальні коефіцієнти розкладу — це числа, які стоять у n-му рядку трикутника Паскаля. Коефіцієнти членів, рівновіддалених від кінців, рівні між собою.
4. Якщо показник степеня бінома — парне число, то біноміальний коефіцієнт середнього члена є найбільшим; якщо ж показник степеня бінома — непарне число, то біноміальні коефіцієнти двох середніх членів рівні між собою і є найбільшими.
5. $(k+1)$-й член розкладу T_{k+1} визначається за формулою
$$T_{k+1}=C_n^k a^{n-k} b^k,$$
де $k=0,1,2,\ldots,n-1$.
6. Перший біноміальний коефіцієнт дорівнює 1, другий — n (показник степеня бінома). Щоб знайти кожний наступний коефіцієнт, потрібно біноміальний коефіцієнт попереднього члена помножити на показник a цього члена і знайдений добуток поділити на число, яке відповідає порядковому номеру члена, біноміальний коефіцієнт якого визначається, тобто
$$C_n^k=C_n^{k-1}\cdot\frac{n-(k-1)}{k},\qquad 1\leqslant k+1\leqslant\left[\frac{n+2}{2!}\right].$$
7. $\sum\limits_{k=0}^{n} C_n^k=2^n$ для довільних невід'ємних цілих чисел n і k, $n\leqslant k$.
8. Сума біноміальних коефіцієнтів розкладу, які розміщенні на парних місцях, дорівнює сумі коефіцієнтів членів розкладу, які розміщені на непарних місцях, тобто
$$C_n^0+C_n^2+C_n^4+\cdots=C_n^1+C_n^3+C_n^5+\cdots.$$

Основні властивості формули бінома Ньютона

1. Розклад n-го степеня бінома (3) містить $n+1$ член.
2. Показники степеня при a спадають від n до 0, а показники степеня при b зростають від 0 до n. Сума показників степенів при a та b у кожному члені розкладу дорівнює n.
3. Біноміальні коефіцієнти розкладу — це числа, які стоять у n-му рядку трикутника Паскаля. Коефіцієнти членів, рівновіддалених від кінців, рівні між собою.
4. Якщо показник степеня бінома — парне число, то біноміальний коефіцієнт середнього члена є найбільшим; якщо ж показник степеня бінома — непарне число, то біноміальні коефіцієнти двох середніх членів рівні між собою і є найбільшими.
5. $(k+1)$-й член розкладу T_{k+1} визначається за формулою
$$T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k,$$
де $k = 0, 1, 2, \dots, n-1$.
6. Перший біноміальний коефіцієнт дорівнює 1, другий — n (показник степеня бінома). Щоб знайти кожний наступний коефіцієнт, потрібно біноміальний коефіцієнт попереднього члена помножити на показник a цього члена і знайдений добуток поділити на число, яке відповідає порядковому номеру члена, біноміальний коефіцієнт якого визначається, тобто
$$C_n^k = C_n^{k-1} \cdot \frac{n-(k-1)}{k}, \qquad 1 \leqslant k+1 \leqslant \left[\frac{n+2}{2!}\right].$$
7. $\sum\limits_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$ для довільних невід'ємних цілих чисел n і k, $n \leqslant k$.
8. Сума біноміальних коефіцієнтів розкладу, які розміщенні на парних місцях, дорівнює сумі коефіцієнтів членів розкладу, які розміщені на непарних місцях, тобто
$$C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + \dots = C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + \dots .$$

Основні властивості формули бінома Ньютона

1. Розклад n-го степеня бінома (3) містить $n+1$ член.
2. Показники степеня при a спадають від n до 0, а показники степеня при b зростають від 0 до n. Сума показників степенів при a та b у кожному члені розкладу дорівнює n.
3. Біноміальні коефіцієнти розкладу — це числа, які стоять у n-му рядку трикутника Паскаля. Коефіцієнти членів, рівновіддалених від кінців, рівні між собою.
4. Якщо показник степеня бінома — парне число, то біноміальний коефіцієнт середнього члена є найбільшим; якщо ж показник степеня бінома — непарне число, то біноміальні коефіцієнти двох середніх членів рівні між собою і є найбільшими.
5. $(k+1)$-й член розкладу T_{k+1} визначається за формулою
$$T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k,$$
де $k = 0, 1, 2, \ldots, n-1$.
6. Перший біноміальний коефіцієнт дорівнює 1, другий — n (показник степеня бінома). Щоб знайти кожний наступний коефіцієнт, потрібно біноміальний коефіцієнт попереднього члена помножити на показник a цього члена і знайдений добуток поділити на число, яке відповідає порядковому номеру члена, біноміальний коефіцієнт якого визначається, тобто
$$C_n^k = C_n^{k-1} \cdot \frac{n-(k-1)}{k}, \qquad 1 \leqslant k+1 \leqslant \left[\frac{n+2}{2!}\right].$$
7. $\sum\limits_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$ для довільних невід'ємних цілих чисел n і k, $n \leqslant k$.
8. Сума біноміальних коефіцієнтів розкладу, які розміщенні на парних місцях, дорівнює сумі коефіцієнтів членів розкладу, які розміщені на непарних місцях, тобто
$$C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + \cdots = C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + \cdots.$$

Основні властивості формули бінома Ньютона

1. Розклад n-го степеня бінома (3) містить $n+1$ член.
2. Показники степеня при a спадають від n до 0, а показники степеня при b зростають від 0 до n. Сума показників степенів при a та b у кожному члені розкладу дорівнює n.
3. Біноміальні коефіцієнти розкладу — це числа, які стоять у n-му рядку трикутника Паскаля. Коефіцієнти членів, рівновіддалених від кінців, рівні між собою.
4. Якщо показник степеня бінома — парне число, то біноміальний коефіцієнт середнього члена є найбільшим; якщо ж показник степеня бінома — непарне число, то біноміальні коефіцієнти двох середніх членів рівні між собою і є найбільшими.
5. $(k+1)$-й член розкладу T_{k+1} визначається за формулою
$$T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k,$$
де $k = 0, 1, 2, \ldots, n-1$.
6. Перший біноміальний коефіцієнт дорівнює 1, другий — n (показник степеня бінома). Щоб знайти кожний наступний коефіцієнт, потрібно біноміальний коефіцієнт попереднього члена помножити на показник a цього члена і знайдений добуток поділити на число, яке відповідає порядковому номеру члена, біноміальний коефіцієнт якого визначається, тобто
$$C_n^k = C_n^{k-1} \cdot \frac{n-(k-1)}{k}, \qquad 1 \leqslant k+1 \leqslant \left[\frac{n+2}{2!}\right].$$
7. $\sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$ для довільних невід'ємних цілих чисел n і k, $n \leqslant k$.
8. Сума біноміальних коефіцієнтів розкладу, які розміщенні на парних місцях, дорівнює сумі коефіцієнтів членів розкладу, які розміщені на непарних місцях, тобто
$$C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + \cdots = C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + \cdots.$$

Основні властивості формули бінома Ньютона

1. Розклад n-го степеня бінома (3) містить $n+1$ член.
2. Показники степеня при a спадають від n до 0, а показники степеня при b зростають від 0 до n. Сума показників степенів при a та b у кожному члені розкладу дорівнює n.
3. Біноміальні коефіцієнти розкладу — це числа, які стоять у n-му рядку трикутника Паскаля. Коефіцієнти членів, рівновіддалених від кінців, рівні між собою.
4. Якщо показник степеня бінома — парне число, то біноміальний коефіцієнт середнього члена є найбільшим; якщо ж показник степеня бінома — непарне число, то біноміальні коефіцієнти двох середніх членів рівні між собою і є найбільшими.
5. $(k+1)$-й член розкладу T_{k+1} визначається за формулою
$$T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k,$$
де $k = 0, 1, 2, \ldots, n-1$.
6. Перший біноміальний коефіцієнт дорівнює 1, другий — n (показник степеня бінома). Щоб знайти кожний наступний коефіцієнт, потрібно біноміальний коефіцієнт попереднього члена помножити на показник a цього члена і знайдений добуток поділити на число, яке відповідає порядковому номеру члена, біноміальний коефіцієнт якого визначається, тобто
$$C_n^k = C_n^{k-1} \cdot \frac{n-(k-1)}{k}, \qquad 1 \leqslant k+1 \leqslant \left[\frac{n+2}{2!}\right].$$
7. $\sum\limits_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$ для довільних невід'ємних цілих чисел n і k, $n \leqslant k$.
8. Сума біноміальних коефіцієнтів розкладу, які розміщенні на парних місцях, дорівнює сумі коефіцієнтів членів розкладу, які розміщені на непарних місцях, тобто
$$C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + \cdots = C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + \cdots.$$

Основні властивості формули бінома Ньютона

1. Розклад n-го степеня бінома (3) містить $n+1$ член.
2. Показники степеня при a спадають від n до 0, а показники степеня при b зростають від 0 до n. Сума показників степенів при a та b у кожному члені розкладу дорівнює n.
3. Біноміальні коефіцієнти розкладу — це числа, які стоять у n-му рядку трикутника Паскаля. Коефіцієнти членів, рівновіддалених від кінців, рівні між собою.
4. Якщо показник степеня бінома — парне число, то біноміальний коефіцієнт середнього члена є найбільшим; якщо ж показник степеня бінома — непарне число, то біноміальні коефіцієнти двох середніх членів рівні між собою і є найбільшими.
5. $(k+1)$-й член розкладу T_{k+1} визначається за формулою
$$T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k,$$
де $k = 0, 1, 2, \ldots, n-1$.
6. Перший біноміальний коефіцієнт дорівнює 1, другий — n (показник степеня бінома). Щоб знайти кожний наступний коефіцієнт, потрібно біноміальний коефіцієнт попереднього члена помножити на показник a цього члена і знайдений добуток поділити на число, яке відповідає порядковому номеру члена, біноміальний коефіцієнт якого визначається, тобто
$$C_n^k = C_n^{k-1} \cdot \frac{n-(k-1)}{k}, \qquad 1 \leqslant k+1 \leqslant \left[\frac{n+2}{2!}\right].$$
7. $\sum\limits_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$ для довільних невід'ємних цілих чисел n і k, $n \leqslant k$.
8. Сума біноміальних коефіцієнтів розкладу, які розміщенні на парних місцях, дорівнює сумі коефіцієнтів членів розкладу, які розміщені на непарних місцях, тобто
$$C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + \cdots = C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + \cdots.$$

Основні властивості формули бінома Ньютона

1. Розклад n-го степеня бінома (3) містить $n+1$ член.
2. Показники степеня при a спадають від n до 0, а показники степеня при b зростають від 0 до n. Сума показників степенів при a та b у кожному члені розкладу дорівнює n.
3. Біноміальні коефіцієнти розкладу — це числа, які стоять у n-му рядку трикутника Паскаля. Коефіцієнти членів, рівновіддалених від кінців, рівні між собою.
4. Якщо показник степеня бінома — парне число, то біноміальний коефіцієнт середнього члена є найбільшим; якщо ж показник степеня бінома — непарне число, то біноміальні коефіцієнти двох середніх членів рівні між собою і є найбільшими.
5. $(k+1)$-й член розкладу T_{k+1} визначається за формулою
$$T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k,$$
де $k = 0, 1, 2, \ldots, n-1$.
6. Перший біноміальний коефіцієнт дорівнює 1, другий — n (показник степеня бінома). Щоб знайти кожний наступний коефіцієнт, потрібно біноміальний коефіцієнт попереднього члена помножити на показник a цього члена і знайдений добуток поділити на число, яке відповідає порядковому номеру члена, біноміальний коефіцієнт якого визначається, тобто
$$C_n^k = C_n^{k-1} \cdot \frac{n-(k-1)}{k}, \qquad 1 \leqslant k+1 \leqslant \left[\frac{n+2}{2!}\right].$$
7. $\sum\limits_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$ для довільних невід'ємних цілих чисел n і k, $n \leqslant k$.
8. Сума біноміальних коефіцієнтів розкладу, які розміщенні на парних місцях, дорівнює сумі коефіцієнтів членів розкладу, які розміщені на непарних місцях, тобто
$$C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + \cdots = C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + \cdots.$$

Основні властивості формули бінома Ньютона

1. Розклад n-го степеня бінома (3) містить $n+1$ член.
2. Показники степеня при a спадають від n до 0, а показники степеня при b зростають від 0 до n. Сума показників степенів при a та b у кожному члені розкладу дорівнює n.
3. Біноміальні коефіцієнти розкладу — це числа, які стоять у n-му рядку трикутника Паскаля. Коефіцієнти членів, рівновіддалених від кінців, рівні між собою.
4. Якщо показник степеня бінома — парне число, то біноміальний коефіцієнт середнього члена є найбільшим; якщо ж показник степеня бінома — непарне число, то біноміальні коефіцієнти двох середніх членів рівні між собою і є найбільшими.
5. $(k+1)$-й член розкладу T_{k+1} визначається за формулою
$$T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k,$$
де $k = 0, 1, 2, \ldots, n-1$.
6. Перший біноміальний коефіцієнт дорівнює 1, другий — n (показник степеня бінома). Щоб знайти кожний наступний коефіцієнт, потрібно біноміальний коефіцієнт попереднього члена помножити на показник a цього члена і знайдений добуток поділити на число, яке відповідає порядковому номеру члена, біноміальний коефіцієнт якого визначається, тобто
$$C_n^k = C_n^{k-1} \cdot \frac{n-(k-1)}{k}, \qquad 1 \leqslant k+1 \leqslant \left[\frac{n+2}{2!}\right].$$
7. $\sum\limits_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$ для довільних невід'ємних цілих чисел n і k, $n \leqslant k$.
8. Сума біноміальних коефіцієнтів розкладу, які розміщенні на парних місцях, дорівнює сумі коефіцієнтів членів розкладу, які розміщені на непарних місцях, тобто
$$C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + \cdots = C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + \cdots.$$

Лекція 24: Біном Ньютона. Поліноміальна теорема

Основні властивості формули бінома Ньютона

1. Розклад n-го степеня бінома (3) містить $n+1$ член.
2. Показники степеня при a спадають від n до 0, а показники степеня при b зростають від 0 до n. Сума показників степенів при a та b у кожному члені розкладу дорівнює n.
3. Біноміальні коефіцієнти розкладу — це числа, які стоять у n-му рядку трикутника Паскаля. Коефіцієнти членів, рівновіддалених від кінців, рівні між собою.
4. Якщо показник степеня бінома — парне число, то біноміальний коефіцієнт середнього члена є найбільшим; якщо ж показник степеня бінома — непарне число, то біноміальні коефіцієнти двох середніх членів рівні між собою і є найбільшими.
5. $(k+1)$-й член розкладу T_{k+1} визначається за формулою
$$T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k,$$
де $k = 0, 1, 2, \ldots, n-1$.
6. Перший біноміальний коефіцієнт дорівнює 1, другий — n (показник степеня бінома). Щоб знайти кожний наступний коефіцієнт, потрібно біноміальний коефіцієнт попереднього члена помножити на показник a цього члена і знайдений добуток поділити на число, яке відповідає порядковому номеру члена, біноміальний коефіцієнт якого визначається, тобто
$$C_n^k = C_n^{k-1} \cdot \frac{n-(k-1)}{k}, \qquad 1 \leqslant k+1 \leqslant \left[\frac{n+2}{2!}\right].$$
7. $\sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$ для довільних невід'ємних цілих чисел n і k, $n \leqslant k$.
8. Сума біноміальних коефіцієнтів розкладу, які розміщенні на парних місцях, дорівнює сумі коефіцієнтів членів розкладу, які розміщені на непарних місцях, тобто
$$C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + \cdots = C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + \cdots.$$

Основні властивості формули бінома Ньютона

1. Розклад n-го степеня бінома (3) містить $n+1$ член.
2. Показники степеня при a спадають від n до 0, а показники степеня при b зростають від 0 до n. Сума показників степенів при a та b у кожному члені розкладу дорівнює n.
3. Біноміальні коефіцієнти розкладу — це числа, які стоять у n-му рядку трикутника Паскаля. Коефіцієнти членів, рівновіддалених від кінців, рівні між собою.
4. Якщо показник степеня бінома — парне число, то біноміальний коефіцієнт середнього члена є найбільшим; якщо ж показник степеня бінома — непарне число, то біноміальні коефіцієнти двох середніх членів рівні між собою і є найбільшими.
5. $(k+1)$-й член розкладу T_{k+1} визначається за формулою
$$T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k,$$
де $k = 0, 1, 2, \ldots, n-1$.
6. Перший біноміальний коефіцієнт дорівнює 1, другий — n (показник степеня бінома). Щоб знайти кожний наступний коефіцієнт, потрібно біноміальний коефіцієнт попереднього члена помножити на показник a цього члена і знайдений добуток поділити на число, яке відповідає порядковому номеру члена, біноміальний коефіцієнт якого визначається, тобто
$$C_n^k = C_n^{k-1} \cdot \frac{n-(k-1)}{k}, \qquad 1 \leqslant k+1 \leqslant \left[\frac{n+2}{2!}\right].$$
7. $\sum\limits_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$ для довільних невід'ємних цілих чисел n і k, $n \leqslant k$.
8. Сума біноміальних коефіцієнтів розкладу, які розміщенні на парних місцях, дорівнює сумі коефіцієнтів членів розкладу, які розміщені на непарних місцях, тобто
$$C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + \cdots = C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + \cdots.$$

Лекція 24: Біном Ньютона. Поліноміальна теорема

Основні властивості формули бінома Ньютона

1. Розклад n-го степеня бінома (3) містить $n+1$ член.
2. Показники степеня при a спадають від n до 0, а показники степеня при b зростають від 0 до n. Сума показників степенів при a та b у кожному члені розкладу дорівнює n.
3. Біноміальні коефіцієнти розкладу — це числа, які стоять у n-му рядку трикутника Паскаля. Коефіцієнти членів, рівновіддалених від кінців, рівні між собою.
4. Якщо показник степеня бінома — парне число, то біноміальний коефіцієнт середнього члена є найбільшим; якщо ж показник степеня бінома — непарне число, то біноміальні коефіцієнти двох середніх членів рівні між собою і є найбільшими.
5. $(k+1)$-й член розкладу T_{k+1} визначається за формулою
$$T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k,$$
де $k = 0, 1, 2, \ldots, n-1$.
6. Перший біноміальний коефіцієнт дорівнює 1, другий — n (показник степеня бінома). Щоб знайти кожний наступний коефіцієнт, потрібно біноміальний коефіцієнт попереднього члена помножити на показник a цього члена і знайдений добуток поділити на число, яке відповідає порядковому номеру члена, біноміальний коефіцієнт якого визначається, тобто
$$C_n^k = C_n^{k-1} \cdot \frac{n-(k-1)}{k}, \qquad 1 \leqslant k+1 \leqslant \left[\frac{n+2}{2!}\right].$$
7. $\sum\limits_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$ для довільних невід'ємних цілих чисел n і k, $n \leqslant k$.
8. Сума біноміальних коефіцієнтів розкладу, які розміщенні на парних місцях, дорівнює сумі коефіцієнтів членів розкладу, які розміщені на непарних місцях, тобто
$$C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + \cdots = C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + \cdots .$$

Основні властивості формули бінома Ньютона

1. Розклад n-го степеня бінома (3) містить $n+1$ член.
2. Показники степеня при a спадають від n до 0, а показники степеня при b зростають від 0 до n. Сума показників степенів при a та b у кожному члені розкладу дорівнює n.
3. Біноміальні коефіцієнти розкладу — це числа, які стоять у n-му рядку трикутника Паскаля. Коефіцієнти членів, рівновіддалених від кінців, рівні між собою.
4. Якщо показник степеня бінома — парне число, то біноміальний коефіцієнт середнього члена є найбільшим; якщо ж показник степеня бінома — непарне число, то біноміальні коефіцієнти двох середніх членів рівні між собою і є найбільшими.
5. $(k+1)$-й член розкладу T_{k+1} визначається за формулою
$$T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k,$$
де $k = 0, 1, 2, \ldots, n-1$.
6. Перший біноміальний коефіцієнт дорівнює 1, другий — n (показник степеня бінома). Щоб знайти кожний наступний коефіцієнт, потрібно біноміальний коефіцієнт попереднього члена помножити на показник a цього члена і знайдений добуток поділити на число, яке відповідає порядковому номеру члена, біноміальний коефіцієнт якого визначається, тобто
$$C_n^k = C_n^{k-1} \cdot \frac{n-(k-1)}{k}, \qquad 1 \leqslant k+1 \leqslant \left[\frac{n+2}{2!}\right].$$
7. $\sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$ для довільних невід'ємних цілих чисел n і k, $n \leqslant k$.
8. Сума біноміальних коефіцієнтів розкладу, які розміщенні на парних місцях, дорівнює суми коефіцієнтів членів розкладу, які розміщені на непарних місцях, тобто
$$C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + \cdots = C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + \cdots.$$

Лекція 24: Біном Ньютона. Поліноміальна теорема

Основні властивості формули бінома Ньютона

1. Розклад n-го степеня бінома (3) містить $n+1$ член.
2. Показники степеня при a спадають від n до 0, а показники степеня при b зростають від 0 до n. Сума показників степенів при a та b у кожному члені розкладу дорівнює n.
3. Біноміальні коефіцієнти розкладу — це числа, які стоять у n-му рядку трикутника Паскаля. Коефіцієнти членів, рівновіддалених від кінців, рівні між собою.
4. Якщо показник степеня бінома — парне число, то біноміальний коефіцієнт середнього члена є найбільшим; якщо ж показник степеня бінома — непарне число, то біноміальні коефіцієнти двох середніх членів рівні між собою і є найбільшими.
5. $(k+1)$-й член розкладу T_{k+1} визначається за формулою
$$T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k,$$
де $k = 0, 1, 2, \ldots, n-1$.
6. Перший біноміальний коефіцієнт дорівнює 1, другий — n (показник степеня бінома). Щоб знайти кожний наступний коефіцієнт, потрібно біноміальний коефіцієнт попереднього члена помножити на показник a цього члена і знайдений добуток поділити на число, яке відповідає порядковому номеру члена, біноміальний коефіцієнт якого визначається, тобто
$$C_n^k = C_n^{k-1} \cdot \frac{n-(k-1)}{k}, \qquad 1 \leqslant k+1 \leqslant \left[\frac{n+2}{2!}\right].$$
7. $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$ для довільних невід'ємних цілих чисел n і k, $n \leqslant k$.
8. Сума біноміальних коефіцієнтів розкладу, які розміщенні на парних місцях, дорівнює сумі коефіцієнтів членів розкладу, які розміщені на непарних місцях, тобто
$$C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + \cdots = C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + \cdots .$$

Основні властивості формули бінома Ньютона

1. Розклад n-го степеня бінома (3) містить $n+1$ член.
2. Показники степеня при a спадають від n до 0, а показники степеня при b зростають від 0 до n. Сума показників степенів при a та b у кожному члені розкладу дорівнює n.
3. Біноміальні коефіцієнти розкладу — це числа, які стоять у n-му рядку трикутника Паскаля. Коефіцієнти членів, рівновіддалених від кінців, рівні між собою.
4. Якщо показник степеня бінома — парне число, то біноміальний коефіцієнт середнього члена є найбільшим; якщо ж показник степеня бінома — непарне число, то біноміальні коефіцієнти двох середніх членів рівні між собою і є найбільшими.
5. $(k+1)$-й член розкладу T_{k+1} визначається за формулою
$$T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k,$$
де $k = 0, 1, 2, \ldots, n-1$.
6. Перший біноміальний коефіцієнт дорівнює 1, другий — n (показник степеня бінома). Щоб знайти кожний наступний коефіцієнт, потрібно біноміальний коефіцієнт попереднього члена помножити на показник a цього члена і знайдений добуток поділити на число, яке відповідає порядковому номеру члена, біноміальний коефіцієнт якого визначається, тобто
$$C_n^k = C_n^{k-1} \cdot \frac{n-(k-1)}{k}, \qquad 1 \leqslant k+1 \leqslant \left[\frac{n+2}{2!}\right].$$
7. $\sum\limits_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$ для довільних невід'ємних цілих чисел n і k, $n \leqslant k$.
8. Сума біноміальних коефіцієнтів розкладу, які розміщенні на парних місцях, дорівнює сумі коефіцієнтів членів розкладу, які розміщені на непарних місцях, тобто
$$C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + \cdots = C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + \cdots .$$

Лекція 24: Біном Ньютона. Поліноміальна теорема

Основні властивості формули бінома Ньютона

1. Розклад n-го степеня бінома (3) містить $n+1$ член.
2. Показники степеня при a спадають від n до 0, а показники степеня при b зростають від 0 до n. Сума показників степенів при a та b у кожному члені розкладу дорівнює n.
3. Біноміальні коефіцієнти розкладу — це числа, які стоять у n-му рядку трикутника Паскаля. Коефіцієнти членів, рівновіддалених від кінців, рівні між собою.
4. Якщо показник степеня бінома — парне число, то біноміальний коефіцієнт середнього члена є найбільшим; якщо ж показник степеня бінома — непарне число, то біноміальні коефіцієнти двох середніх членів рівні між собою і є найбільшими.
5. $(k+1)$-й член розкладу T_{k+1} визначається за формулою
$$T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k,$$
де $k = 0, 1, 2, \ldots, n-1$.
6. Перший біноміальний коефіцієнт дорівнює 1, другий — n (показник степеня бінома). Щоб знайти кожний наступний коефіцієнт, потрібно біноміальний коефіцієнт попереднього члена помножити на показник a цього члена і знайдений добуток поділити на число, яке відповідає порядковому номеру члена, біноміальний коефіцієнт якого визначається, тобто
$$C_n^k = C_n^{k-1} \cdot \frac{n-(k-1)}{k}, \qquad 1 \leqslant k+1 \leqslant \left[\frac{n+2}{2!}\right].$$
7. $\sum\limits_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$ для довільних невід'ємних цілих чисел n і k, $n \leqslant k$.
8. Сума біноміальних коефіцієнтів розкладу, які розміщенні на парних місцях, дорівнює сумі коефіцієнтів членів розкладу, які розміщені на непарних місцях, тобто
$$C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + \cdots = C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + \cdots .$$

Основні властивості формули бінома Ньютона

1. Розклад n-го степеня бінома (3) містить $n+1$ член.
2. Показники степеня при a спадають від n до 0, а показники степеня при b зростають від 0 до n. Сума показників степенів при a та b у кожному члені розкладу дорівнює n.
3. Біноміальні коефіцієнти розкладу — це числа, які стоять у n-му рядку трикутника Паскаля. Коефіцієнти членів, рівновіддалених від кінців, рівні між собою.
4. Якщо показник степеня бінома — парне число, то біноміальний коефіцієнт середнього члена є найбільшим; якщо ж показник степеня бінома — непарне число, то біноміальні коефіцієнти двох середніх членів рівні між собою і є найбільшими.
5. $(k+1)$-й член розкладу T_{k+1} визначається за формулою
$$T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k,$$
де $k = 0, 1, 2, \ldots, n-1$.
6. Перший біноміальний коефіцієнт дорівнює 1, другий — n (показник степеня бінома). Щоб знайти кожний наступний коефіцієнт, потрібно біноміальний коефіцієнт попереднього члена помножити на показник a цього члена і знайдений добуток поділити на число, яке відповідає порядковому номеру члена, біноміальний коефіцієнт якого визначається, тобто
$$C_n^k = C_n^{k-1} \cdot \frac{n-(k-1)}{k}, \qquad 1 \leqslant k+1 \leqslant \left[\frac{n+2}{2!}\right].$$
7. $\sum\limits_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$ для довільних невід'ємних цілих чисел n і k, $n \leqslant k$.
8. Сума біноміальних коефіцієнтів розкладу, які розміщенні на парних місцях, дорівнює сумі коефіцієнтів членів розкладу, які розміщені на непарних місцях, тобто
$$C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + \cdots = C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + \cdots .$$

Приклад 2.3.29.

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n} 2^{3n-2k} C_n^k = 10^n.$$

Розв'язок. Зробивши відповідні перетворення та скориставшись формулою (3)

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \tag{3}$$

отримуємо

$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^{n} 2^{3n-2k} C_n^k &= \sum_{k=0}^{n} 2^{3n-3k+k} C_n^k = \\ &= \sum_{k=0}^{n} 2^{3(n-k)} 2^k C_n^k = \\ &= \sum_{k=0}^{n} (2^3)^{n-k} 2^k C_n^k = \\ &= (2^3+2)^n = \\ &= 10^n.\end{aligned}$$

Отже, шукана рівність отримується шляхом безпосередньої підстановки у формулу бінома Ньютона (3) значень $a = 2^3$ і $b = 2$.

Приклад 2.3.29.

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n} 2^{3n-2k} C_n^k = 10^n.$$

Розв'язок. Зробивши відповідні перетворення та скориставшись формулою (3)

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^n b^n. \tag{3}$$

отримуємо

$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^{n} 2^{3n-2k} C_n^k &= \sum_{k=0}^{n} 2^{3n-3k+k} C_n^k = \\ &= \sum_{k=0}^{n} 2^{3(n-k)} 2^k C_n^k = \\ &= \sum_{k=0}^{n} (2^3)^{n-k} 2^k C_n^k = \\ &= (2^3+2)^n = \\ &= 10^n.\end{aligned}$$

Отже, шукана рівність отримується шляхом безпосередньої підстановки у формулу бінома Ньютона (3) значень $a = 2^3$ і $b = 2$.

Приклад 2.3.29.

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n} 2^{3n-2k} C_n^k = 10^n.$$

Розв'язок. Зробивши відповідні перетворення та скориставшись формулою (3)

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^n b^n. \quad (3)$$

отримуємо

$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^{n} 2^{3n-2k} C_n^k &= \sum_{k=0}^{n} 2^{3n-3k+k} C_n^k = \\ &= \sum_{k=0}^{n} 2^{3(n-k)} 2^k C_n^k = \\ &= \sum_{k=0}^{n} (2^3)^{n-k} 2^k C_n^k = \\ &= (2^3+2)^n = \\ &= 10^n.\end{aligned}$$

Отже, шукана рівність отримується шляхом безпосередньої підстановки у формулу бінома Ньютона (3) значень $a = 2^3$ і $b = 2$.

Приклад 2.3.29.

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n} 2^{3n-2k} C_n^k = 10^n.$$

Розв'язок. Зробивши відповідні перетворення та скориставшись формулою (3)

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \qquad (3)$$

отримуємо

$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^{n} 2^{3n-2k} C_n^k &= \sum_{k=0}^{n} 2^{3n-3k+k} C_n^k = \\ &= \sum_{k=0}^{n} 2^{3(n-k)} 2^k C_n^k = \\ &= \sum_{k=0}^{n} (2^3)^{n-k} 2^k C_n^k = \\ &= (2^3+2)^n = \\ &= 10^n.\end{aligned}$$

Отже, шукана рівність отримується шляхом безпосередньої підстановки у формулу бінома Ньютона (3) значень $a = 2^3$ і $b = 2$.

Приклад 2.3.29.

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n} 2^{3n-2k} C_n^k = 10^n.$$

Розв'язок. Зробивши відповідні перетворення та скориставшись формулою (3)

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^n b^n. \qquad (3)$$

отримуємо

$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^{n} 2^{3n-2k} C_n^k &= \sum_{k=0}^{n} 2^{3n-3k+k} C_n^k = \\ &= \sum_{k=0}^{n} 2^{3(n-k)} 2^k C_n^k = \\ &= \sum_{k=0}^{n} (2^3)^{n-k} 2^k C_n^k = \\ &= (2^3+2)^n = \\ &= 10^n.\end{aligned}$$

Отже, шукана рівність отримується шляхом безпосередньої підстановки у формулу бінома Ньютона (3) значень $a = 2^3$ і $b = 2$.

Приклад 2.3.29.

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n} 2^{3n-2k} C_n^k = 10^n.$$

Розв'язок. Зробивши відповідні перетворення та скориставшись формулою (3)

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \quad (3)$$

отримуємо

$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^{n} 2^{3n-2k} C_n^k &= \sum_{k=0}^{n} 2^{3n-3k+k} C_n^k = \\ &= \sum_{k=0}^{n} 2^{3(n-k)} 2^k C_n^k = \\ &= \sum_{k=0}^{n} (2^3)^{n-k} 2^k C_n^k = \\ &= (2^3+2)^n = \\ &= 10^n.\end{aligned}$$

Отже, шукана рівність отримується шляхом безпосередньої підстановки у формулу бінома Ньютона (3) значень $a = 2^3$ і $b = 2$.

Приклад 2.3.29.

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n} 2^{3n-2k} C_n^k = 10^n.$$

Розв'язок. Зробивши відповідні перетворення та скориставшись формулою (3)

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \qquad (3)$$

отримуємо

$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^{n} 2^{3n-2k} C_n^k &= \sum_{k=0}^{n} 2^{3n-3k+k} C_n^k = \\ &= \sum_{k=0}^{n} 2^{3(n-k)} 2^k C_n^k = \\ &= \sum_{k=0}^{n} (2^3)^{n-k} 2^k C_n^k = \\ &= (2^3+2)^n = \\ &= 10^n.\end{aligned}$$

Отже, шукана рівність отримується шляхом безпосередньої підстановки у формулу бінома Ньютона (3) значень $a = 2^3$ і $b = 2$.

Приклад 2.3.29.

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n} 2^{3n-2k} C_n^k = 10^n.$$

Розв'язок. Зробивши відповідні перетворення та скориставшись формулою (3)

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \tag{3}$$

отримуємо

$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^{n} 2^{3n-2k} C_n^k &= \sum_{k=0}^{n} 2^{3n-3k+k} C_n^k = \\ &= \sum_{k=0}^{n} 2^{3(n-k)} 2^k C_n^k = \\ &= \sum_{k=0}^{n} (2^3)^{n-k} 2^k C_n^k = \\ &= (2^3+2)^n = \\ &= 10^n.\end{aligned}$$

Отже, шукана рівність отримується шляхом безпосередньої підстановки у формулу бінома Ньютона (3) значень $a = 2^3$ і $b = 2$.

Приклад 2.3.29.

Доведіть рівність
$$\sum_{k=0}^{n} 2^{3n-2k} C_n^k = 10^n.$$

Розв'язок. Зробивши відповідні перетворення та скориставшись формулою (3)
$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \qquad (3)$$
отримуємо
$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^{n} 2^{3n-2k} C_n^k &= \sum_{k=0}^{n} 2^{3n-3k+k} C_n^k = \\ &= \sum_{k=0}^{n} 2^{3(n-k)} 2^k C_n^k = \\ &= \sum_{k=0}^{n} (2^3)^{n-k} 2^k C_n^k = \\ &= (2^3+2)^n = \\ &= 10^n.\end{aligned}$$

Отже, шукана рівність отримується шляхом безпосередньої підстановки у формулу бінома Ньютона (3) значень $a = 2^3$ і $b = 2$.

Приклад 2.3.29.

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n} 2^{3n-2k} C_n^k = 10^n.$$

Розв'язок. Зробивши відповідні перетворення та скориставшись формулою (3)

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \tag{3}$$

отримуємо

$$\begin{aligned}
\sum_{k=0}^{n} 2^{3n-2k} C_n^k &= \sum_{k=0}^{n} 2^{3n-3k+k} C_n^k = \\
&= \sum_{k=0}^{n} 2^{3(n-k)} 2^k C_n^k = \\
&= \sum_{k=0}^{n} (2^3)^{n-k} 2^k C_n^k = \\
&= (2^3+2)^n = \\
&= 10^n.
\end{aligned}$$

Отже, шукана рівність отримується шляхом безпосередньої підстановки у формулу бінома Ньютона (3) значень $a = 2^3$ і $b = 2$.

Приклад 2.3.30

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = C_n^1 + 2C_n^2 + \cdots + nC_n^n = n \cdot 2^{n-1}.$$

Розв'язок. Введемо у формулу бінома Ньютона (3)

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \qquad (3)$$

змінну, прийнявши $b = x$:

$$(a+x)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} x + C_n^2 a^{n-2} x^2 + \cdots + C_n^n x^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} x^k.$$

Продиференціювавши ліву та праву частини цих рівності по x, отримаємо

$$n(a+x)^{n-1} = C_n^1 a^{n-1} + 2C_n^2 a^{n-2} x + \cdots + nC_n^n x^{n-1} = \sum_{k=1}^{n} kC_n^k a^{n-k} x^{k-1}.$$

Покладаючи в останній рівності $a = 1$ і $x = 1$, очевидно, що отримаємо рівність

$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = C_n^1 + 2C_n^2 + \cdots + nC_n^n = n \cdot 2^{n-1}.$$

Приклад 2.3.30

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = C_n^1 + 2C_n^2 + \dots + nC_n^n = n \cdot 2^{n-1}.$$

Розв'язок. Введемо у формулу бінома Ньютона (3)

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^n b^n. \qquad (3)$$

змінну, прийнявши $b = x$:

$$(a+x)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} x + C_n^2 a^{n-2} x^2 + \dots + C_n^n x^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} x^k.$$

Продиференціювавши ліву та праву частини цих рівності по x, отримаємо

$$n(a+x)^{n-1} = C_n^1 a^{n-1} + 2C_n^2 a^{n-2} x + \dots + nC_n^n x^{n-1} = \sum_{k=1}^{n} kC_n^k a^{n-k} x^{k-1}.$$

Покладаючи в останній рівності $a = 1$ і $x = 1$, очевидно, що отримаємо рівність

$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = C_n^1 + 2C_n^2 + \dots + nC_n^n = n \cdot 2^{n-1}.$$

Приклад 2.3.30

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = C_n^1 + 2C_n^2 + \dots + nC_n^n = n \cdot 2^{n-1}.$$

Розв'язок. Введемо у формулу бінома Ньютона (3)

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^n b^n. \quad (3)$$

змінну, прийнявши $b = x$:

$$(a+x)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} x + C_n^2 a^{n-2} x^2 + \dots + C_n^n x^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} x^k.$$

Продиференціювавши ліву та праву частини цих рівності по x, отримаємо

$$n(a+x)^{n-1} = C_n^1 a^{n-1} + 2C_n^2 a^{n-2} x + \dots + nC_n^n x^{n-1} = \sum_{k=1}^{n} kC_n^k a^{n-k} x^{k-1}.$$

Покладаючи в останній рівності $a = 1$ і $x = 1$, очевидно, що отримаємо рівність

$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = C_n^1 + 2C_n^2 + \dots + nC_n^n = n \cdot 2^{n-1}.$$

Приклад 2.3.30

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = C_n^1 + 2C_n^2 + \cdots + nC_n^n = n \cdot 2^{n-1}.$$

Розв'язок. Введемо у формулу бінома Ньютона (3)

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \tag{3}$$

змінну, прийнявши $b = x$:

$$(a+x)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} x + C_n^2 a^{n-2} x^2 + \cdots + C_n^n x^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} x^k.$$

Продиференціювавши ліву та праву частини цих рівності по x, отримаємо

$$n(a+x)^{n-1} = C_n^1 a^{n-1} + 2C_n^2 a^{n-2} x + \cdots + nC_n^n x^{n-1} = \sum_{k=1}^{n} kC_n^k a^{n-k} x^{k-1}.$$

Покладаючи в останній рівності $a = 1$ і $x = 1$, очевидно, що отримаємо рівність

$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = C_n^1 + 2C_n^2 + \cdots + nC_n^n = n \cdot 2^{n-1}.$$

Приклад 2.3.30

Доведіть рівність
$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = C_n^1 + 2C_n^2 + \cdots + nC_n^n = n \cdot 2^{n-1}.$$

Розв'язок. Введемо у формулу бінома Ньютона (3)
$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \quad (3)$$
змінну, прийнявши $b = x$:
$$(a+x)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} x + C_n^2 a^{n-2} x^2 + \cdots + C_n^n x^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} x^k.$$
Продиференціювавши ліву та праву частини цих рівності по x, отримаємо
$$n(a+x)^{n-1} = C_n^1 a^{n-1} + 2C_n^2 a^{n-2} x + \cdots + nC_n^n x^{n-1} = \sum_{k=1}^{n} kC_n^k a^{n-k} x^{k-1}.$$
Покладаючи в останній рівності $a = 1$ і $x = 1$, очевидно, що отримаємо рівність
$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = C_n^1 + 2C_n^2 + \cdots + nC_n^n = n \cdot 2^{n-1}.$$

Приклад 2.3.30

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = C_n^1 + 2C_n^2 + \cdots + nC_n^n = n \cdot 2^{n-1}.$$

Розв'язок. Введемо у формулу бінома Ньютона (3)

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \qquad (3)$$

змінну, прийнявши $b = x$:

$$(a+x)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} x + C_n^2 a^{n-2} x^2 + \cdots + C_n^n x^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} x^k.$$

Продиференціювавши ліву та праву частини цих рівності по x, отримаємо

$$n(a+x)^{n-1} = C_n^1 a^{n-1} + 2C_n^2 a^{n-2} x + \cdots + nC_n^n x^{n-1} = \sum_{k=1}^{n} kC_n^k a^{n-k} x^{k-1}.$$

Покладаючи в останній рівності $a = 1$ і $x = 1$, очевидно, що отримаємо рівність

$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = C_n^1 + 2C_n^2 + \cdots + nC_n^n = n \cdot 2^{n-1}.$$

Приклад 2.3.30

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = C_n^1 + 2C_n^2 + \cdots + nC_n^n = n \cdot 2^{n-1}.$$

Розв'язок. Введемо у формулу бінома Ньютона (3)

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \tag{3}$$

змінну, прийнявши $b = x$:

$$(a+x)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} x + C_n^2 a^{n-2} x^2 + \cdots + C_n^n x^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} x^k.$$

Продиференціювавши ліву та праву частини цих рівності по x, отримаємо

$$n(a+x)^{n-1} = C_n^1 a^{n-1} + 2C_n^2 a^{n-2} x + \cdots + nC_n^n x^{n-1} = \sum_{k=1}^{n} kC_n^k a^{n-k} x^{k-1}.$$

Покладаючи в останній рівності $a = 1$ і $x = 1$, очевидно, що отримаємо рівність

$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = C_n^1 + 2C_n^2 + \cdots + nC_n^n = n \cdot 2^{n-1}.$$

Приклад 2.3.30

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = C_n^1 + 2C_n^2 + \cdots + nC_n^n = n \cdot 2^{n-1}.$$

Розв'язок. Введемо у формулу бінома Ньютона (3)

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \quad (3)$$

змінну, прийнявши $b = x$:

$$(a+x)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} x + C_n^2 a^{n-2} x^2 + \cdots + C_n^n x^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} x^k.$$

Продиференціювавши ліву та праву частини цих рівності по x, отримаємо

$$n(a+x)^{n-1} = C_n^1 a^{n-1} + 2C_n^2 a^{n-2} x + \cdots + nC_n^n x^{n-1} = \sum_{k=1}^{n} kC_n^k a^{n-k} x^{k-1}.$$

Покладаючи в останній рівності $a = 1$ і $x = 1$, очевидно, що отримаємо рівність

$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = C_n^1 + 2C_n^2 + \cdots + nC_n^n = n \cdot 2^{n-1}.$$

Приклад 2.3.30

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = C_n^1 + 2C_n^2 + \cdots + nC_n^n = n \cdot 2^{n-1}.$$

Розв'язок. Введемо у формулу бінома Ньютона (3)

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \tag{3}$$

змінну, прийнявши $b = x$:

$$(a+x)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} x + C_n^2 a^{n-2} x^2 + \cdots + C_n^n x^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} x^k.$$

Продиференціювавши ліву та праву частини цих рівності по x, отримаємо

$$n(a+x)^{n-1} = C_n^1 a^{n-1} + 2C_n^2 a^{n-2} x + \cdots + nC_n^n x^{n-1} = \sum_{k=1}^{n} kC_n^k a^{n-k} x^{k-1}.$$

Покладаючи в останній рівності $a = 1$ і $x = 1$, очевидно, що отримаємо рівність

$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = C_n^1 + 2C_n^2 + \cdots + nC_n^n = n \cdot 2^{n-1}.$$

Приклад 2.3.30

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = C_n^1 + 2C_n^2 + \dots + nC_n^n = n \cdot 2^{n-1}.$$

Розв'язок. Введемо у формулу бінома Ньютона (3)

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^n b^n. \tag{3}$$

змінну, прийнявши $b = x$:

$$(a+x)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} x + C_n^2 a^{n-2} x^2 + \dots + C_n^n x^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} x^k.$$

Продиференціювавши ліву та праву частини цих рівності по x, отримаємо

$$n(a+x)^{n-1} = C_n^1 a^{n-1} + 2C_n^2 a^{n-2} x + \dots + nC_n^n x^{n-1} = \sum_{k=1}^{n} kC_n^k a^{n-k} x^{k-1}.$$

Покладаючи в останній рівності $a = 1$ і $x = 1$, очевидно, що отримаємо рівність

$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = C_n^1 + 2C_n^2 + \dots + nC_n^n = n \cdot 2^{n-1}.$$

Приклад 2.3.30

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = C_n^1 + 2C_n^2 + \cdots + nC_n^n = n \cdot 2^{n-1}.$$

Розв'язок. Введемо у формулу бінома Ньютона (3)

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \qquad (3)$$

змінну, прийнявши $b = x$:

$$(a+x)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} x + C_n^2 a^{n-2} x^2 + \cdots + C_n^n x^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} x^k.$$

Продиференціювавши ліву та праву частини цих рівності по x, отримаємо

$$n(a+x)^{n-1} = C_n^1 a^{n-1} + 2C_n^2 a^{n-2} x + \cdots + nC_n^n x^{n-1} = \sum_{k=1}^{n} kC_n^k a^{n-k} x^{k-1}.$$

Покладаючи в останній рівності $a = 1$ і $x = 1$, очевидно, що отримаємо рівність

$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = C_n^1 + 2C_n^2 + \cdots + nC_n^n = n \cdot 2^{n-1}.$$

Приклад 2.3.30

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = C_n^1 + 2C_n^2 + \cdots + nC_n^n = n \cdot 2^{n-1}.$$

Розв'язок. Введемо у формулу бінома Ньютона (3)

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \qquad (3)$$

змінну, прийнявши $b = x$:

$$(a+x)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} x + C_n^2 a^{n-2} x^2 + \cdots + C_n^n x^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} x^k.$$

Продиференціювавши ліву та праву частини цих рівності по x, отримаємо

$$n(a+x)^{n-1} = C_n^1 a^{n-1} + 2C_n^2 a^{n-2} x + \cdots + nC_n^n x^{n-1} = \sum_{k=1}^{n} kC_n^k a^{n-k} x^{k-1}.$$

Покладаючи в останній рівності $a = 1$ і $x = 1$, очевидно, що отримаємо рівність

$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = C_n^1 + 2C_n^2 + \cdots + nC_n^n = n \cdot 2^{n-1}.$$

Приклад 2.3.30

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = C_n^1 + 2C_n^2 + \cdots + nC_n^n = n \cdot 2^{n-1}.$$

Розв'язок. Введемо у формулу бінома Ньютона (3)

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n. \qquad (3)$$

змінну, прийнявши $b = x$:

$$(a+x)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} x + C_n^2 a^{n-2} x^2 + \cdots + C_n^n x^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} x^k.$$

Продиференціювавши ліву та праву частини цих рівності по x, отримаємо

$$n(a+x)^{n-1} = C_n^1 a^{n-1} + 2C_n^2 a^{n-2} x + \cdots + nC_n^n x^{n-1} = \sum_{k=1}^{n} kC_n^k a^{n-k} x^{k-1}.$$

Покладаючи в останній рівності $a = 1$ і $x = 1$, очевидно, що отримаємо рівність

$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = C_n^1 + 2C_n^2 + \cdots + nC_n^n = n \cdot 2^{n-1}.$$

Лекція 24: Біном Ньютона. Поліноміальна теорема

Приклад 2.3.31

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = C_n^0 + 3C_n^1 + 5C_n^2 + 7C_n^3 + \cdots + (2n+1)C_n^n = (n+1)\cdot 2^n.$$

Розв'язок. Скориставшись формулою

$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$$

та доведеною рівністю

$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = n\cdot 2^{n-1}$$

у прикладі 2.3.30, виконаємо такі перетворення

$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k &= \sum_{k=0}^{n}\left(2kC_n^k + C_n^k\right) = \sum_{k=0}^{n} 2kC_n^k + \sum_{k=0}^{n} C_n^k = \\ &= 2\cdot\sum_{k=0}^{n} kC_n^k + \sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2\cdot n\cdot 2^{n-1} + 2^n \\ &= (n+1)\cdot 2^n.\end{aligned}$$

У результаті отримуємо необхідну рівність

$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = C_n^0 + 3C_n^1 + 5C_n^2 + 7C_n^3 + \cdots + (2n+1)C_n^n = (n+1)\cdot 2^n.$$

Приклад 2.3.31

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = C_n^0 + 3C_n^1 + 5C_n^2 + 7C_n^3 + \cdots + (2n+1)C_n^n = (n+1)\cdot 2^n.$$

Розв'язок. Скориставшись формулою

$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$$

та доведеною рівністю

$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = n\cdot 2^{n-1}$$

у прикладі 2.3.30, виконаємо такі перетворення

$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = \sum_{k=0}^{n}\left(2kC_n^k + C_n^k\right) = \sum_{k=0}^{n} 2kC_n^k + \sum_{k=0}^{n} C_n^k =$$

$$= 2\cdot\sum_{k=0}^{n} kC_n^k + \sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2\cdot n\cdot 2^{n-1} + 2^n$$

$$= (n+1)\cdot 2^n.$$

У результаті отримуємо необхідну рівність

$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = C_n^0 + 3C_n^1 + 5C_n^2 + 7C_n^3 + \cdots + (2n+1)C_n^n = (n+1)\cdot 2^n.$$

Приклад 2.3.31

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = C_n^0 + 3C_n^1 + 5C_n^2 + 7C_n^3 + \cdots + (2n+1)C_n^n = (n+1)\cdot 2^n.$$

Розв'язок. Скориставшись формулою

$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$$

та доведеною рівністю

$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = n\cdot 2^{n-1}$$

у прикладі 2.3.30, виконаємо такі перетворення

$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = \sum_{k=0}^{n}\left(2kC_n^k + C_n^k\right) = \sum_{k=0}^{n}2kC_n^k + \sum_{k=0}^{n}C_n^k =$$

$$= 2\cdot\sum_{k=0}^{n}kC_n^k + \sum_{k=0}^{n}C_n^k = 2\cdot n\cdot 2^{n-1} + 2^n$$

$$= (n+1)\cdot 2^n.$$

У результаті отримуємо необхідну рівність

$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = C_n^0 + 3C_n^1 + 5C_n^2 + 7C_n^3 + \cdots + (2n+1)C_n^n = (n+1)\cdot 2^n.$$

Приклад 2.3.31

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = C_n^0 + 3C_n^1 + 5C_n^2 + 7C_n^3 + \cdots + (2n+1)C_n^n = (n+1)\cdot 2^n.$$

Розв'язок. Скориставшись формулою

$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$$

та доведеною рівністю

$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = n\cdot 2^{n-1}$$

у прикладі 2.3.30, виконаємо такі перетворення

$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = \sum_{k=0}^{n}\left(2kC_n^k + C_n^k\right) = \sum_{k=0}^{n} 2kC_n^k + \sum_{k=0}^{n} C_n^k =$$

$$= 2\cdot\sum_{k=0}^{n} kC_n^k + \sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2\cdot n\cdot 2^{n-1} + 2^n$$

$$= (n+1)\cdot 2^n.$$

У результаті отримуємо необхідну рівність

$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = C_n^0 + 3C_n^1 + 5C_n^2 + 7C_n^3 + \cdots + (2n+1)C_n^n = (n+1)\cdot 2^n.$$

Приклад 2.3.31

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = C_n^0 + 3C_n^1 + 5C_n^2 + 7C_n^3 + \cdots + (2n+1)C_n^n = (n+1)\cdot 2^n.$$

Розв'язок. Скориставшись формулою

$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$$

та доведеною рівністю

$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = n\cdot 2^{n-1}$$

у прикладі 2.3.30, виконаємо такі перетворення

$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = \sum_{k=0}^{n}\left(2kC_n^k + C_n^k\right) = \sum_{k=0}^{n} 2kC_n^k + \sum_{k=0}^{n} C_n^k =$$

$$= 2\cdot\sum_{k=0}^{n} kC_n^k + \sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2\cdot n\cdot 2^{n-1} + 2^n$$

$$= (n+1)\cdot 2^n.$$

У результаті отримуємо необхідну рівність

$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = C_n^0 + 3C_n^1 + 5C_n^2 + 7C_n^3 + \cdots + (2n+1)C_n^n = (n+1)\cdot 2^n.$$

Приклад 2.3.31

Доведіть рівність
$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = C_n^0 + 3C_n^1 + 5C_n^2 + 7C_n^3 + \cdots + (2n+1)C_n^n = (n+1)\cdot 2^n.$$

Розв'язок. Скориставшись формулою
$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$$
та доведеною рівністю
$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = n\cdot 2^{n-1}$$
у прикладі 2.3.30, виконаємо такі перетворення
$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = \sum_{k=0}^{n}\left(2kC_n^k + C_n^k\right) = \sum_{k=0}^{n} 2kC_n^k + \sum_{k=0}^{n} C_n^k =$$
$$= 2\cdot\sum_{k=0}^{n} kC_n^k + \sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2\cdot n\cdot 2^{n-1} + 2^n$$
$$= (n+1)\cdot 2^n.$$

У результаті отримуємо необхідну рівність
$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = C_n^0 + 3C_n^1 + 5C_n^2 + 7C_n^3 + \cdots + (2n+1)C_n^n = (n+1)\cdot 2^n.$$

Приклад 2.3.31

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = C_n^0 + 3C_n^1 + 5C_n^2 + 7C_n^3 + \cdots + (2n+1)C_n^n = (n+1)\cdot 2^n.$$

Розв'язок. Скориставшись формулою

$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$$

та доведеною рівністю

$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = n\cdot 2^{n-1}$$

у прикладі 2.3.30, виконаємо такі перетворення

$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = \sum_{k=0}^{n}\left(2kC_n^k + C_n^k\right) = \sum_{k=0}^{n} 2kC_n^k + \sum_{k=0}^{n} C_n^k =$$

$$= 2\cdot\sum_{k=0}^{n} kC_n^k + \sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2\cdot n\cdot 2^{n-1} + 2^n$$

$$= (n+1)\cdot 2^n.$$

У результаті отримуємо необхідну рівність

$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = C_n^0 + 3C_n^1 + 5C_n^2 + 7C_n^3 + \cdots + (2n+1)C_n^n = (n+1)\cdot 2^n.$$

Приклад 2.3.31

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = C_n^0 + 3C_n^1 + 5C_n^2 + 7C_n^3 + \cdots + (2n+1)C_n^n = (n+1)\cdot 2^n.$$

Розв'язок. Скориставшись формулою

$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$$

та доведеною рівністю

$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = n\cdot 2^{n-1}$$

у прикладі 2.3.30, виконаємо такі перетворення

$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = \sum_{k=0}^{n}\left(2kC_n^k + C_n^k\right) = \sum_{k=0}^{n} 2kC_n^k + \sum_{k=0}^{n} C_n^k =$$

$$= 2\cdot\sum_{k=0}^{n} kC_n^k + \sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2\cdot n\cdot 2^{n-1} + 2^n$$

$$= (n+1)\cdot 2^n.$$

У результаті отримуємо необхідну рівність

$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = C_n^0 + 3C_n^1 + 5C_n^2 + 7C_n^3 + \cdots + (2n+1)C_n^n = (n+1)\cdot 2^n.$$

Приклад 2.3.31

Доведіть рівність
$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = C_n^0 + 3C_n^1 + 5C_n^2 + 7C_n^3 + \cdots + (2n+1)C_n^n = (n+1)\cdot 2^n.$$

Розв'язок. Скориставшись формулою
$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$$
та доведеною рівністю
$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = n\cdot 2^{n-1}$$
у прикладі 2.3.30, виконаємо такі перетворення
$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = \sum_{k=0}^{n}\left(2kC_n^k + C_n^k\right) = \sum_{k=0}^{n} 2kC_n^k + \sum_{k=0}^{n} C_n^k =$$
$$= 2\cdot\sum_{k=0}^{n} kC_n^k + \sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2\cdot n\cdot 2^{n-1} + 2^n$$
$$= (n+1)\cdot 2^n.$$

У результаті отримуємо необхідну рівність
$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = C_n^0 + 3C_n^1 + 5C_n^2 + 7C_n^3 + \cdots + (2n+1)C_n^n = (n+1)\cdot 2^n.$$

Приклад 2.3.31

Доведіть рівність
$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = C_n^0 + 3C_n^1 + 5C_n^2 + 7C_n^3 + \cdots + (2n+1)C_n^n = (n+1)\cdot 2^n.$$

Розв'язок. Скориставшись формулою
$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$$
та доведеною рівністю
$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = n\cdot 2^{n-1}$$
у прикладі 2.3.30, виконаємо такі перетворення
$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = \sum_{k=0}^{n}\left(2kC_n^k + C_n^k\right) = \sum_{k=0}^{n} 2kC_n^k + \sum_{k=0}^{n} C_n^k =$$
$$= 2\cdot\sum_{k=0}^{n} kC_n^k + \sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2\cdot n\cdot 2^{n-1} + 2^n$$
$$= (n+1)\cdot 2^n.$$

У результаті отримуємо необхідну рівність
$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = C_n^0 + 3C_n^1 + 5C_n^2 + 7C_n^3 + \cdots + (2n+1)C_n^n = (n+1)\cdot 2^n.$$

Приклад 2.3.31

Доведіть рівність
$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = C_n^0 + 3C_n^1 + 5C_n^2 + 7C_n^3 + \cdots + (2n+1)C_n^n = (n+1)\cdot 2^n.$$

Розв'язок. Скориставшись формулою
$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$$
та доведеною рівністю
$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = n\cdot 2^{n-1}$$
у прикладі 2.3.30, виконаємо такі перетворення
$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = \sum_{k=0}^{n}\left(2kC_n^k + C_n^k\right) = \sum_{k=0}^{n} 2kC_n^k + \sum_{k=0}^{n} C_n^k =$$
$$= 2\cdot\sum_{k=0}^{n} kC_n^k + \sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2\cdot n\cdot 2^{n-1} + 2^n$$
$$= (n+1)\cdot 2^n.$$

У результаті отримуємо необхідну рівність
$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = C_n^0 + 3C_n^1 + 5C_n^2 + 7C_n^3 + \cdots + (2n+1)C_n^n = (n+1)\cdot 2^n.$$

Приклад 2.3.31

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = C_n^0 + 3C_n^1 + 5C_n^2 + 7C_n^3 + \cdots + (2n+1)C_n^n = (n+1)\cdot 2^n.$$

Розв'язок. Скориставшись формулою

$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$$

та доведеною рівністю

$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = n\cdot 2^{n-1}$$

у прикладі 2.3.30, виконаємо такі перетворення

$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k &= \sum_{k=0}^{n}\left(2kC_n^k + C_n^k\right) = \sum_{k=0}^{n} 2kC_n^k + \sum_{k=0}^{n} C_n^k = \\ &= 2\cdot\sum_{k=0}^{n} kC_n^k + \sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2\cdot n\cdot 2^{n-1} + 2^n \\ &= (n+1)\cdot 2^n.\end{aligned}$$

У результаті отримуємо необхідну рівність

$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = C_n^0 + 3C_n^1 + 5C_n^2 + 7C_n^3 + \cdots + (2n+1)C_n^n = (n+1)\cdot 2^n.$$

Приклад 2.3.31

Доведіть рівність
$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = C_n^0 + 3C_n^1 + 5C_n^2 + 7C_n^3 + \cdots + (2n+1)C_n^n = (n+1)\cdot 2^n.$$

Розв'язок. Скориставшись формулою
$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$$
та доведеною рівністю
$$\sum_{k=0}^{n} kC_n^k = n\cdot 2^{n-1}$$
у прикладі 2.3.30, виконаємо такі перетворення
$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = \sum_{k=0}^{n}\left(2kC_n^k + C_n^k\right) = \sum_{k=0}^{n} 2kC_n^k + \sum_{k=0}^{n} C_n^k =$$
$$= 2\cdot\sum_{k=0}^{n} kC_n^k + \sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2\cdot n\cdot 2^{n-1} + 2^n$$
$$= (n+1)\cdot 2^n.$$

У результаті отримуємо необхідну рівність
$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = C_n^0 + 3C_n^1 + 5C_n^2 + 7C_n^3 + \cdots + (2n+1)C_n^n = (n+1)\cdot 2^n.$$

Приклад 2.3.32

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1} C_n^k = C_n^0 + \frac{1}{2} C_n^1 + \frac{1}{2} C_n^3 + \cdots + \frac{1}{n+1} C_n^n = \frac{1}{n+1} \cdot \left(2^{n-1} - 1\right).$$

Розв'язок. Введемо у формулу бінома Ньютона (3) змінну, прийнявши $b = x$:

$$(a+x)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} x + C_n^2 a^{n-2} x^2 + \cdots + C_n^n x^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} x^k.$$

Проінтегруємо ліву та праву частини цих рівності по x в межах від c до d:

$$\int_c^d (a+x)^n \, dx = \int_c^d \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} x^k \, dx = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \int_c^d x^k \, dx =$$

$$= \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \left(\frac{1}{k+1} x^{k+1} \Big|_c^d \right) = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \frac{1}{k+1} \left(d^{k+1} - c^{k+1}\right).$$

Підставивши в рівність

$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \frac{1}{k+1} \left(d^{k+1} - c^{k+1}\right) = \int_c^d (a+x)^n \, dx,$$

$a = 1$, $d = 1$ і $c = 0$, отримуємо

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1} C_n^k = \int_0^1 (1+x)^n \, dx = \frac{1}{n+1} (1+x)^{n+1} \Big|_0^1 = \frac{1}{n+1} \cdot \left(2^{n-1} - 1\right).$$

Приклад 2.3.32

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n}\frac{1}{k+1}C_n^k = C_n^0+\frac{1}{2}C_n^1+\frac{1}{2}C_n^3+\cdots+\frac{1}{n+1}C_n^n=\frac{1}{n+1}\cdot\left(2^{n-1}-1\right).$$

Розв'язок. Введемо у формулу бінома Ньютона (3) змінну, прийнявши $b=x$:

$$(a+x)^n=C_n^0a^n+C_n^1a^{n-1}x+C_n^2a^{n-2}x^2+\cdots+C_n^nx^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^ka^{n-k}x^k.$$

Проінтегруємо ліву та праву частини цих рівності по x в межах від c до d:

$$\int_c^d(a+x)^n\,dx=\int_c^d\sum_{k=0}^{n}C_n^ka^{n-k}x^k\,dx=\sum_{k=0}^{n}C_n^ka^{n-k}\int_c^d x^k\,dx=$$

$$=\sum_{k=0}^{n}C_n^ka^{n-k}\left(\frac{1}{k+1}x^{k+1}\Big|_c^d\right)=\sum_{k=0}^{n}C_n^ka^{n-k}\frac{1}{k+1}\left(d^{k+1}-c^{k+1}\right).$$

Підставивши в рівність

$$\sum_{k=0}^{n}C_n^ka^{n-k}\frac{1}{k+1}\left(d^{k+1}-c^{k+1}\right)=\int_c^d(a+x)^n\,dx,$$

$a=1$, $d=1$ і $c=0$, отримуємо

$$\sum_{k=0}^{n}\frac{1}{k+1}C_n^k=\int_0^1(1+x)^n\,dx=\frac{1}{n+1}(1+x)^{n+1}\Big|_0^1=\frac{1}{n+1}\cdot\left(2^{n-1}-1\right).$$

Приклад 2.3.32

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1} C_n^k = C_n^0 + \frac{1}{2} C_n^1 + \frac{1}{2} C_n^3 + \cdots + \frac{1}{n+1} C_n^n = \frac{1}{n+1} \cdot \left(2^{n-1} - 1\right).$$

Розв'язок. Введемо у формулу бінома Ньютона (3) змінну, прийнявши $b = x$:

$$(a+x)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} x + C_n^2 a^{n-2} x^2 + \cdots + C_n^n x^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} x^k.$$

Проінтегруємо ліву та праву частини цих рівності по x в межах від c до d:

$$\int_c^d (a+x)^n\, dx = \int_c^d \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} x^k\, dx = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \int_c^d x^k\, dx =$$

$$= \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \left(\frac{1}{k+1} x^{k+1} \Big|_c^d \right) = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \frac{1}{k+1} \left(d^{k+1} - c^{k+1}\right).$$

Підставивши в рівність

$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \frac{1}{k+1} \left(d^{k+1} - c^{k+1}\right) = \int_c^d (a+x)^n\, dx,$$

$a = 1$, $d = 1$ і $c = 0$, отримуємо

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1} C_n^k = \int_0^1 (1+x)^n\, dx = \frac{1}{n+1} (1+x)^{n+1} \Big|_0^1 = \frac{1}{n+1} \cdot \left(2^{n-1} - 1\right).$$

Приклад 2.3.32

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n}\frac{1}{k+1}C_n^k = C_n^0+\frac{1}{2}C_n^1+\frac{1}{2}C_n^3+\cdots+\frac{1}{n+1}C_n^n=\frac{1}{n+1}\cdot\left(2^{n-1}-1\right).$$

Розв'язок. Введемо у формулу бінома Ньютона (3) змінну, прийнявши $b=x$:

$$(a+x)^n=C_n^0a^n+C_n^1a^{n-1}x+C_n^2a^{n-2}x^2+\cdots+C_n^nx^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^ka^{n-k}x^k.$$

Проінтегруємо ліву та праву частини цих рівності по x в межах від c до d:

$$\int_c^d(a+x)^n\,dx=\int_c^d\sum_{k=0}^{n}C_n^ka^{n-k}x^k\,dx=\sum_{k=0}^{n}C_n^ka^{n-k}\int_c^d x^k\,dx=$$

$$=\sum_{k=0}^{n}C_n^ka^{n-k}\left(\frac{1}{k+1}\,x^{k+1}\Big|_c^d\right)=\sum_{k=0}^{n}C_n^ka^{n-k}\frac{1}{k+1}\left(d^{k+1}-c^{k+1}\right).$$

Підставивши в рівність

$$\sum_{k=0}^{n}C_n^ka^{n-k}\frac{1}{k+1}\left(d^{k+1}-c^{k+1}\right)=\int_c^d(a+x)^n\,dx,$$

$a=1$, $d=1$ і $c=0$, отримуємо

$$\sum_{k=0}^{n}\frac{1}{k+1}C_n^k=\int_0^1(1+x)^n\,dx=\frac{1}{n+1}(1+x)^{n+1}\Big|_0^1=\frac{1}{n+1}\cdot\left(2^{n-1}-1\right).$$

Приклад 2.3.32

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1} C_n^k = C_n^0 + \frac{1}{2} C_n^1 + \frac{1}{2} C_n^3 + \cdots + \frac{1}{n+1} C_n^n = \frac{1}{n+1} \cdot \left(2^{n-1} - 1\right).$$

Розв'язок. Введемо у формулу бінома Ньютона (3) змінну, прийнявши $b = x$:

$$(a+x)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} x + C_n^2 a^{n-2} x^2 + \cdots + C_n^n x^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} x^k.$$

Проінтегруємо ліву та праву частини цих рівності по x в межах від c до d:

$$\int_c^d (a+x)^n \, dx = \int_c^d \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} x^k \, dx = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \int_c^d x^k \, dx =$$

$$= \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \left(\frac{1}{k+1} x^{k+1} \Big|_c^d \right) = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \frac{1}{k+1} \left(d^{k+1} - c^{k+1} \right).$$

Підставивши в рівність

$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \frac{1}{k+1} \left(d^{k+1} - c^{k+1} \right) = \int_c^d (a+x)^n \, dx,$$

$a = 1$, $d = 1$ і $c = 0$, отримуємо

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1} C_n^k = \int_0^1 (1+x)^n \, dx = \frac{1}{n+1} (1+x)^{n+1} \Big|_0^1 = \frac{1}{n+1} \cdot \left(2^{n-1} - 1\right).$$

Приклад 2.3.32

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1} C_n^k = C_n^0 + \frac{1}{2} C_n^1 + \frac{1}{2} C_n^3 + \dots + \frac{1}{n+1} C_n^n = \frac{1}{n+1} \cdot \left(2^{n-1} - 1\right).$$

Розв'язок. Введемо у формулу бінома Ньютона (3) змінну, прийнявши $b = x$:

$$(a+x)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} x + C_n^2 a^{n-2} x^2 + \dots + C_n^n x^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} x^k.$$

Проінтегруємо ліву та праву частини цих рівності по x в межах від c до d:

$$\int_c^d (a+x)^n \, dx = \int_c^d \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} x^k \, dx = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \int_c^d x^k \, dx =$$

$$= \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \left(\frac{1}{k+1} x^{k+1} \Big|_c^d \right) = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \frac{1}{k+1} \left(d^{k+1} - c^{k+1}\right).$$

Підставивши в рівність

$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \frac{1}{k+1} \left(d^{k+1} - c^{k+1}\right) = \int_c^d (a+x)^n \, dx,$$

$a = 1$, $d = 1$ і $c = 0$, отримуємо

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1} C_n^k = \int_0^1 (1+x)^n \, dx = \frac{1}{n+1} (1+x)^{n+1} \Big|_0^1 = \frac{1}{n+1} \cdot \left(2^{n-1} - 1\right).$$

Приклад 2.3.32

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1} C_n^k = C_n^0 + \frac{1}{2} C_n^1 + \frac{1}{2} C_n^3 + \cdots + \frac{1}{n+1} C_n^n = \frac{1}{n+1} \cdot \left(2^{n-1} - 1\right).$$

Розв'язок. Введемо у формулу бінома Ньютона (3) змінну, прийнявши $b = x$:

$$(a+x)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} x + C_n^2 a^{n-2} x^2 + \cdots + C_n^n x^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} x^k.$$

Проінтегруємо ліву та праву частини цих рівності по x в межах від c до d:

$$\int_c^d (a+x)^n \, dx = \int_c^d \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} x^k \, dx = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \int_c^d x^k \, dx =$$

$$= \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \left(\frac{1}{k+1} x^{k+1} \Big|_c^d \right) = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \frac{1}{k+1} \left(d^{k+1} - c^{k+1}\right).$$

Підставивши в рівність

$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \frac{1}{k+1} \left(d^{k+1} - c^{k+1}\right) = \int_c^d (a+x)^n \, dx,$$

$a = 1$, $d = 1$ і $c = 0$, отримуємо

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1} C_n^k = \int_0^1 (1+x)^n \, dx = \frac{1}{n+1} (1+x)^{n+1} \Big|_0^1 = \frac{1}{n+1} \cdot \left(2^{n-1} - 1\right).$$

Приклад 2.3.32

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1} C_n^k = C_n^0 + \frac{1}{2} C_n^1 + \frac{1}{2} C_n^3 + \dots + \frac{1}{n+1} C_n^n = \frac{1}{n+1} \cdot \left(2^{n-1} - 1\right).$$

Розв'язок. Введемо у формулу бінома Ньютона (3) змінну, прийнявши $b = x$:

$$(a+x)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} x + C_n^2 a^{n-2} x^2 + \dots + C_n^n x^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} x^k.$$

Проінтегруємо ліву та праву частини цих рівності по x в межах від c до d:

$$\int_c^d (a+x)^n \, dx = \int_c^d \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} x^k \, dx = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \int_c^d x^k \, dx =$$

$$= \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \left(\frac{1}{k+1} x^{k+1} \Big|_c^d \right) = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \frac{1}{k+1} \left(d^{k+1} - c^{k+1} \right).$$

Підставивши в рівність

$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \frac{1}{k+1} \left(d^{k+1} - c^{k+1} \right) = \int_c^d (a+x)^n \, dx,$$

$a = 1$, $d = 1$ і $c = 0$, отримуємо

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1} C_n^k = \int_0^1 (1+x)^n \, dx = \frac{1}{n+1} (1+x)^{n+1} \Big|_0^1 = \frac{1}{n+1} \cdot \left(2^{n-1} - 1\right).$$

Приклад 2.3.32

Доведіть рівність
$$\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1} C_n^k = C_n^0 + \frac{1}{2} C_n^1 + \frac{1}{2} C_n^3 + \cdots + \frac{1}{n+1} C_n^n = \frac{1}{n+1} \cdot \left(2^{n-1} - 1\right).$$

Розв'язок. Введемо у формулу бінома Ньютона (3) змінну, прийнявши $b = x$:
$$(a+x)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} x + C_n^2 a^{n-2} x^2 + \cdots + C_n^n x^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} x^k.$$

Проінтегруємо ліву та праву частини цих рівності по x в межах від c до d:
$$\int_c^d (a+x)^n \, dx = \int_c^d \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} x^k \, dx = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \int_c^d x^k \, dx =$$
$$= \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \left(\frac{1}{k+1} \, x^{k+1} \Big|_c^d \right) = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \frac{1}{k+1} \left(d^{k+1} - c^{k+1} \right).$$

Підставивши в рівність
$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \frac{1}{k+1} \left(d^{k+1} - c^{k+1} \right) = \int_c^d (a+x)^n \, dx,$$
$a = 1$, $d = 1$ і $c = 0$, отримуємо
$$\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1} C_n^k = \int_0^1 (1+x)^n \, dx = \frac{1}{n+1} (1+x)^{n+1} \Big|_0^1 = \frac{1}{n+1} \cdot \left(2^{n-1} - 1\right).$$

Приклад 2.3.32

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1} C_n^k = C_n^0 + \frac{1}{2} C_n^1 + \frac{1}{2} C_n^3 + \cdots + \frac{1}{n+1} C_n^n = \frac{1}{n+1} \cdot \left(2^{n-1} - 1\right).$$

Розв'язок. Введемо у формулу бінома Ньютона (3) змінну, прийнявши $b = x$:

$$(a+x)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} x + C_n^2 a^{n-2} x^2 + \cdots + C_n^n x^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} x^k.$$

Проінтегруємо ліву та праву частини цих рівності по x в межах від c до d:

$$\int_c^d (a+x)^n \, dx = \int_c^d \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} x^k \, dx = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \int_c^d x^k \, dx =$$

$$= \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \left(\frac{1}{k+1} \, x^{k+1} \Big|_c^d \right) = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \frac{1}{k+1} \left(d^{k+1} - c^{k+1}\right).$$

Підставивши в рівність

$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \frac{1}{k+1} \left(d^{k+1} - c^{k+1}\right) = \int_c^d (a+x)^n \, dx,$$

$a = 1$, $d = 1$ і $c = 0$, отримуємо

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1} C_n^k = \int_0^1 (1+x)^n \, dx = \frac{1}{n+1} (1+x)^{n+1} \Big|_0^1 = \frac{1}{n+1} \cdot \left(2^{n-1} - 1\right).$$

Приклад 2.3.32

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1} C_n^k = C_n^0 + \frac{1}{2} C_n^1 + \frac{1}{2} C_n^3 + \dots + \frac{1}{n+1} C_n^n = \frac{1}{n+1} \cdot \left(2^{n-1} - 1\right).$$

Розв'язок. Введемо у формулу бінома Ньютона (3) змінну, прийнявши $b = x$:

$$(a+x)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} x + C_n^2 a^{n-2} x^2 + \dots + C_n^n x^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} x^k.$$

Проінтегруємо ліву та праву частини цих рівності по x в межах від c до d:

$$\int_c^d (a+x)^n \, dx = \int_c^d \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} x^k \, dx = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \int_c^d x^k \, dx =$$

$$= \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \left(\frac{1}{k+1} \, x^{k+1} \Big|_c^d \right) = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \frac{1}{k+1} \left(d^{k+1} - c^{k+1}\right).$$

Підставивши в рівність

$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \frac{1}{k+1} \left(d^{k+1} - c^{k+1}\right) = \int_c^d (a+x)^n \, dx,$$

$a = 1$, $d = 1$ і $c = 0$, отримуємо

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1} C_n^k = \int_0^1 (1+x)^n \, dx = \frac{1}{n+1} (1+x)^{n+1} \Big|_0^1 = \frac{1}{n+1} \cdot \left(2^{n-1} - 1\right).$$

Приклад 2.3.32

Доведіть рівність
$$\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1} C_n^k = C_n^0 + \frac{1}{2} C_n^1 + \frac{1}{2} C_n^3 + \cdots + \frac{1}{n+1} C_n^n = \frac{1}{n+1} \cdot \left(2^{n-1} - 1\right).$$

Розв'язок. Введемо у формулу бінома Ньютона (3) змінну, прийнявши $b = x$:
$$(a+x)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} x + C_n^2 a^{n-2} x^2 + \cdots + C_n^n x^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} x^k.$$

Проінтегруємо ліву та праву частини цих рівності по x в межах від c до d:
$$\int_c^d (a+x)^n \, dx = \int_c^d \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} x^k \, dx = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \int_c^d x^k \, dx =$$
$$= \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \left(\frac{1}{k+1} \, x^{k+1} \Big|_c^d \right) = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \frac{1}{k+1} \left(d^{k+1} - c^{k+1} \right).$$

Підставивши в рівність
$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} \frac{1}{k+1} \left(d^{k+1} - c^{k+1} \right) = \int_c^d (a+x)^n \, dx,$$
$a = 1$, $d = 1$ і $c = 0$, отримуємо
$$\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1} C_n^k = \int_0^1 (1+x)^n \, dx = \frac{1}{n+1} (1+x)^{n+1} \Big|_0^1 = \frac{1}{n+1} \cdot \left(2^{n-1} - 1\right).$$

Приклад 2.3.32

Доведіть рівність

$$\sum_{k=0}^{n}\frac{1}{k+1}C_n^k = C_n^0+\frac{1}{2}C_n^1+\frac{1}{2}C_n^3+\cdots+\frac{1}{n+1}C_n^n=\frac{1}{n+1}\cdot\left(2^{n-1}-1\right).$$

Розв'язок. Введемо у формулу бінома Ньютона (3) змінну, прийнявши $b=x$:

$$(a+x)^n=C_n^0a^n+C_n^1a^{n-1}x+C_n^2a^{n-2}x^2+\cdots+C_n^nx^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^ka^{n-k}x^k.$$

Проінтегруємо ліву та праву частини цих рівності по x в межах від c до d:

$$\int\limits_c^d (a+x)^n\,dx=\int\limits_c^d\sum_{k=0}^{n}C_n^ka^{n-k}x^k\,dx=\sum_{k=0}^{n}C_n^ka^{n-k}\int\limits_c^d x^k\,dx=$$

$$=\sum_{k=0}^{n}C_n^ka^{n-k}\left(\frac{1}{k+1}\,x^{k+1}\Big|_c^d\right)=\sum_{k=0}^{n}C_n^ka^{n-k}\frac{1}{k+1}\left(d^{k+1}-c^{k+1}\right).$$

Підставивши в рівність

$$\sum_{k=0}^{n}C_n^ka^{n-k}\frac{1}{k+1}\left(d^{k+1}-c^{k+1}\right)=\int\limits_c^d(a+x)^n\,dx,$$

$a=1$, $d=1$ і $c=0$, отримуємо

$$\sum_{k=0}^{n}\frac{1}{k+1}C_n^k=\int\limits_0^1(1+x)^n\,dx=\frac{1}{n+1}(1+x)^{n+1}\Big|_0^1=\frac{1}{n+1}\cdot\left(2^{n-1}-1\right).$$

Приклад 2.3.33

Знайдіть середній член розкладу бінома

$$\left(\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{12}.$$

Розв'язок. За умовою маємо, що $a = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$, $b = -\dfrac{1}{\sqrt{x}} = -x^{-\frac{1}{2}}$ і $n = 12$. Тоді біноміальний розклад міститиме $n + 1 = 13$ доданків і середнім членом буде сьомий, який дорівнює:

$$T_7 = T_{6+1} = C_{12}^6 a^{12-6} b^6 = C_{12}^6 a^6 b^6 =$$

$$= C_{12}^6 \left(x^{\frac{1}{3}}\right)^6 \left(-x^{-\frac{1}{2}}\right)^6 =$$

$$= C_{12}^6 x^2 x^{-3} = C_{12}^6 x^{-1} = \frac{924}{x}.$$

Приклад 2.3.33

Знайдіть середній член розкладу бінома

$$\left(\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{12}.$$

Розв'язок. За умовою маємо, що $a = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$, $b = -\frac{1}{\sqrt{x}} = -x^{-\frac{1}{2}}$ і $n = 12$. Тоді біноміальний розклад міститиме $n + 1 = 13$ доданків і середнім членом буде сьомий, який дорівнює:

$$T_7 = T_{6+1} = C_{12}^6 a^{12-6} b^6 = C_{12}^6 a^6 b^6 =$$
$$= C_{12}^6 \left(x^{\frac{1}{3}}\right)^6 \left(-x^{-\frac{1}{2}}\right)^6 =$$
$$= C_{12}^6 x^2 x^{-3} = C_{12}^6 x^{-1} = \frac{924}{x}.$$

Приклад 2.3.33

Знайдіть середній член розкладу бінома

$$\left(\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{12}.$$

Розв'язок. За умовою маємо, що $a = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$, $b = -\frac{1}{\sqrt{x}} = -x^{-\frac{1}{2}}$ і $n = 12$. Тоді біноміальний розклад міститиме $n + 1 = 13$ доданків і середнім членом буде сьомий, який дорівнює:

$$T_7 = T_{6+1} = C_{12}^6 a^{12-6} b^6 = C_{12}^6 a^6 b^6 =$$
$$= C_{12}^6 \left(x^{\frac{1}{3}}\right)^6 \left(-x^{-\frac{1}{2}}\right)^6 =$$
$$= C_{12}^6 x^2 x^{-3} = C_{12}^6 x^{-1} = \frac{924}{x}.$$

Приклад 2.3.33

Знайдіть середній член розкладу бінома

$$\left(\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{12}.$$

Розв'язок. За умовою маємо, що $a = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$, $b = -\dfrac{1}{\sqrt{x}} = -x^{-\frac{1}{2}}$ і $n = 12$. Тоді біноміальний розклад міститиме $n + 1 = 13$ доданків і середнім членом буде сьомий, який дорівнює:

$$T_7 = T_{6+1} = C_{12}^6 a^{12-6} b^6 = C_{12}^6 a^6 b^6 =$$
$$= C_{12}^6 \left(x^{\frac{1}{3}}\right)^6 \left(-x^{-\frac{1}{2}}\right)^6 =$$
$$= C_{12}^6 x^2 x^{-3} = C_{12}^6 x^{-1} = \frac{924}{x}.$$

Приклад 2.3.33

Знайдіть середній член розкладу бінома

$$\left(\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{12}.$$

Розв'язок. За умовою маємо, що $a = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$, $b = -\dfrac{1}{\sqrt{x}} = -x^{-\frac{1}{2}}$ і $n = 12$. Тоді біноміальний розклад міститиме $n + 1 = 13$ доданків і середнім членом буде сьомий, який дорівнює:

$$T_7 = T_{6+1} = C_{12}^6 a^{12-6} b^6 = C_{12}^6 a^6 b^6 =$$
$$= C_{12}^6 \left(x^{\frac{1}{3}}\right)^6 \left(-x^{-\frac{1}{2}}\right)^6 =$$
$$= C_{12}^6 x^2 x^{-3} = C_{12}^6 x^{-1} = \frac{924}{x}.$$

Приклад 2.3.33

Знайдіть середній член розкладу бінома

$$\left(\sqrt[3]{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{12}.$$

Розв'язок. За умовою маємо, що $a=\sqrt[3]{x}=x^{\frac{1}{3}}$, $b=-\frac{1}{\sqrt{x}}=-x^{-\frac{1}{2}}$ і $n=12$. Тоді біноміальний розклад міститиме $n+1=13$ доданків і середнім членом буде сьомий, який дорівнює:

$$T_7=T_{6+1}=C_{12}^6a^{12-6}b^6=C_{12}^6a^6b^6=$$
$$=C_{12}^6\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^6\left(-x^{-\frac{1}{2}}\right)^6=$$
$$=C_{12}^6x^2x^{-3}=C_{12}^6x^{-1}=\frac{924}{x}.$$

Приклад 2.3.33

Знайдіть середній член розкладу бінома

$$\left(\sqrt[3]{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{12}.$$

Розв'язок. За умовою маємо, що $a=\sqrt[3]{x}=x^{\frac{1}{3}}$, $b=-\dfrac{1}{\sqrt{x}}=-x^{-\frac{1}{2}}$ і $n=12$. Тоді біноміальний розклад міститиме $n+1=13$ доданків і середнім членом буде сьомий, який дорівнює:

$$T_7=T_{6+1}=C_{12}^{6}a^{12-6}b^{6}=C_{12}^{6}a^{6}b^{6}=$$
$$=C_{12}^{6}\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^{6}\left(-x^{-\frac{1}{2}}\right)^{6}=$$
$$=C_{12}^{6}x^{2}x^{-3}=C_{12}^{6}x^{-1}=\frac{924}{x}.$$

Приклад 2.3.33

Знайдіть середній член розкладу бінома

$$\left(\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{12}.$$

Розв'язок. За умовою маємо, що $a = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$, $b = -\dfrac{1}{\sqrt{x}} = -x^{-\frac{1}{2}}$ і $n = 12$. Тоді біноміальний розклад міститиме $n + 1 = 13$ доданків і середнім членом буде сьомий, який дорівнює:

$$\begin{aligned} T_7 = T_{6+1} = C_{12}^6 a^{12-6} b^6 = C_{12}^6 a^6 b^6 = \\ = C_{12}^6 \left(x^{\frac{1}{3}}\right)^6 \left(-x^{-\frac{1}{2}}\right)^6 = \\ = C_{12}^6 x^2 x^{-3} = C_{12}^6 x^{-1} = \frac{924}{x}. \end{aligned}$$

Лекція 24: Біном Ньютона. Поліноміальна теорема

Приклад 2.3.34

Знайдіть член розкладу бінома

$$\left(x\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n,$$

який містить x^5, якщо сума всіх біноміальних коефіцієнтів цього розкладу дорівнює 128.

Розв'язок. За умовою маємо, що $a=x\sqrt{x}=x^{\frac{3}{2}}$, $b=\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}=x^{-\frac{1}{3}}$ і $2^n=128$. З останньої рівності випливає, що $n=7$. Тоді загальний член розкладу матиме вигляд:

$$T_{k+1}=C_7^k a^{7-k}b^k=C_7^k\left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{7-k}\left(x^{-\frac{1}{3}}\right)^k=C_7^k x^{\frac{3(7-k)}{2}-\frac{k}{3}},\ k=0,1,2,3,4,5,6,7.$$

Розв'язавши рівняння

$$\frac{3(7-k)}{2}-\frac{k}{3}=5,$$

$$9(7-k)-2k=30,$$

$$63-9k-2k=30,$$

отримуємо, що $k=3$. Отже, шуканим є четвертий член, який має вигляд

$$T_4=C_7^3x^5=35x^5.$$

Приклад 2.3.34

Знайдіть член розкладу бінома

$$\left(x\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n,$$

який містить x^5, якщо сума всіх біноміальних коефіцієнтів цього розкладу дорівнює 128.

Розв'язок. За умовою маємо, що $a = x\sqrt{x} = x^{\frac{3}{2}}$, $b = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}} = x^{-\frac{1}{3}}$ і $2^n = 128$. З останньої рівності випливає, що $n = 7$. Тоді загальний член розкладу матиме вигляд:

$$T_{k+1}=C_7^k a^{7-k} b^k=C_7^k \left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{7-k}\left(x^{-\frac{1}{3}}\right)^k=C_7^k\, x^{\frac{3(7-k)}{2}-\frac{k}{3}},\ k=0,1,2,3,4,5,6,7.$$

Розв'язавши рівняння

$$\frac{3(7-k)}{2}-\frac{k}{3}=5,$$

$$9(7-k)-2k=30,$$

$$63-9k-2k=30,$$

отримуємо, що $k = 3$. Отже, шуканим є четвертий член, який має вигляд

$$T_4 = C_7^3\, x^5 = 35x^5.$$

Приклад 2.3.34

Знайдіть член розкладу бінома

$$\left(x\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{n},$$

який містить x^5, якщо сума всіх біноміальних коефіцієнтів цього розкладу дорівнює 128.

Розв'язок. За умовою маємо, що $a = x\sqrt{x} = x^{\frac{3}{2}}$, $b = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}} = x^{-\frac{1}{3}}$ і $2^n = 128$. З останньої рівності випливає, що $n = 7$. Тоді загальний член розкладу матиме вигляд:

$$T_{k+1} = C_7^k a^{7-k} b^k = C_7^k \left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{7-k}\left(x^{-\frac{1}{3}}\right)^{k} = C_7^k\, x^{\frac{3(7-k)}{2}-\frac{k}{3}},\ k = 0,1,2,3,4,5,6,7.$$

Розв'язавши рівняння

$$\frac{3(7-k)}{2}-\frac{k}{3}=5,$$

$$9(7-k)-2k=30,$$

$$63-9k-2k=30,$$

отримуємо, що $k = 3$. Отже, шуканим є четвертий член, який має вигляд

$$T_4 = C_7^3\, x^5 = 35x^5.$$

Приклад 2.3.34

Знайдіть член розкладу бінома

$$\left(x\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n,$$

який містить x^5, якщо сума всіх біноміальних коефіцієнтів цього розкладу дорівнює 128.

Розв'язок. За умовою маємо, що $a=x\sqrt{x}=x^{\frac{3}{2}}$, $b=\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}=x^{-\frac{1}{3}}$ і $2^n=128$. З останньої рівності випливає, що $n=7$. Тоді загальний член розкладу матиме вигляд:

$$T_{k+1}=C_7^k a^{7-k} b^k=C_7^k\left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{7-k}\left(x^{-\frac{1}{3}}\right)^k=C_7^k\, x^{\frac{3(7-k)}{2}-\frac{k}{3}},\ k=0,1,2,3,4,5,6,7.$$

Розв'язавши рівняння

$$\frac{3(7-k)}{2}-\frac{k}{3}=5,$$

$$9(7-k)-2k=30,$$

$$63-9k-2k=30,$$

отримуємо, що $k=3$. Отже, шуканим є четвертий член, який має вигляд

$$T_4=C_7^3\, x^5=35x^5.$$

Приклад 2.3.34

Знайдіть член розкладу бінома

$$\left(x\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n,$$

який містить x^5, якщо сума всіх біноміальних коефіцієнтів цього розкладу дорівнює 128.

Розв'язок. За умовою маємо, що $a = x\sqrt{x} = x^{\frac{3}{2}}$, $b = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}} = x^{-\frac{1}{3}}$ і $2^n = 128$. З останньої рівності випливає, що $n = 7$. Тоді загальний член розкладу матиме вигляд:

$$T_{k+1} = C_7^k a^{7-k} b^k = C_7^k \left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{7-k} \left(x^{-\frac{1}{3}}\right)^k = C_7^k\, x^{\frac{3(7-k)}{2}-\frac{k}{3}},\ k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.$$

Розв'язавши рівняння

$$\frac{3(7-k)}{2}-\frac{k}{3} = 5,$$

$$9(7-k)-2k = 30,$$

$$63-9k-2k = 30,$$

отримуємо, що $k = 3$. Отже, шуканим є четвертий член, який має вигляд

$$T_4 = C_7^3\, x^5 = 35x^5.$$

Приклад 2.3.34

Знайдіть член розкладу бінома

$$\left(x\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n,$$

який містить x^5, якщо сума всіх біноміальних коефіцієнтів цього розкладу дорівнює 128.

Розв'язок. За умовою маємо, що $a = x\sqrt{x} = x^{\frac{3}{2}}$, $b = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}} = x^{-\frac{1}{3}}$ і $2^n = 128$. З останньої рівності випливає, що $n = 7$. Тоді загальний член розкладу матиме вигляд:

$$T_{k+1} = C_7^k a^{7-k} b^k = C_7^k \left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{7-k} \left(x^{-\frac{1}{3}}\right)^k = C_7^k\, x^{\frac{3(7-k)}{2}-\frac{k}{3}},\ k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.$$

Розв'язавши рівняння

$$\frac{3(7-k)}{2} - \frac{k}{3} = 5,$$

$$9(7-k) - 2k = 30,$$

$$63 - 9k - 2k = 30,$$

отримуємо, що $k = 3$. Отже, шуканим є четвертий член, який має вигляд

$$T_4 = C_7^3\, x^5 = 35x^5.$$

Приклад 2.3.34

Знайдіть член розкладу бінома

$$\left(x\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n,$$

який містить x^5, якщо сума всіх біноміальних коефіцієнтів цього розкладу дорівнює 128.

Розв'язок. За умовою маємо, що $a = x\sqrt{x} = x^{\frac{3}{2}}$, $b = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}} = x^{-\frac{1}{3}}$ і $2^n = 128$. З останньої рівності випливає, що $n = 7$. Тоді загальний член розкладу матиме вигляд:

$$T_{k+1}=C_7^k a^{7-k}b^k=C_7^k\left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{7-k}\left(x^{-\frac{1}{3}}\right)^k=C_7^k\,x^{\frac{3(7-k)}{2}-\frac{k}{3}},\ k=0,1,2,3,4,5,6,7.$$

Розв'язавши рівняння

$$\frac{3(7-k)}{2}-\frac{k}{3}=5,$$

$$9(7-k)-2k=30,$$

$$63-9k-2k=30,$$

отримуємо, що $k = 3$. Отже, шуканим є четвертий член, який має вигляд

$$T_4 = C_7^3\,x^5 = 35x^5.$$

Приклад 2.3.34

Знайдіть член розкладу бінома
$$\left(x\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n,$$
який містить x^5, якщо сума всіх біноміальних коефіцієнтів цього розкладу дорівнює 128.

Розв'язок. За умовою маємо, що $a = x\sqrt{x} = x^{\frac{3}{2}}$, $b = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}} = x^{-\frac{1}{3}}$ і $2^n = 128$. З останньої рівності випливає, що $n = 7$. Тоді загальний член розкладу матиме вигляд:
$$T_{k+1}=C_7^k a^{7-k} b^k = C_7^k \left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{7-k}\left(x^{-\frac{1}{3}}\right)^k = C_7^k\, x^{\frac{3(7-k)}{2}-\frac{k}{3}},\ k=0,1,2,3,4,5,6,7.$$
Розв'язавши рівняння
$$\frac{3(7-k)}{2}-\frac{k}{3}=5,$$
$$9(7-k)-2k=30,$$
$$63-9k-2k=30,$$
отримуємо, що $k=3$. Отже, шуканим є четвертий член, який має вигляд
$$T_4 = C_7^3\, x^5 = 35x^5.$$

Приклад 2.3.34

Знайдіть член розкладу бінома

$$\left(x\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n,$$

який містить x^5, якщо сума всіх біноміальних коефіцієнтів цього розкладу дорівнює 128.

Розв'язок. За умовою маємо, що $a = x\sqrt{x} = x^{\frac{3}{2}}$, $b = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}} = x^{-\frac{1}{3}}$ і $2^n = 128$. З останньої рівності випливає, що $n = 7$. Тоді загальний член розкладу матиме вигляд:

$$T_{k+1}=C_7^k a^{7-k} b^k = C_7^k \left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{7-k}\left(x^{-\frac{1}{3}}\right)^k = C_7^k\, x^{\frac{3(7-k)}{2}-\frac{k}{3}},\ k=0,1,2,3,4,5,6,7.$$

Розв'язавши рівняння

$$\frac{3(7-k)}{2}-\frac{k}{3}=5,$$

$$9(7-k)-2k=30,$$

$$63-9k-2k=30,$$

отримуємо, що $k=3$. Отже, шуканим є четвертий член, який має вигляд

$$T_4 = C_7^3\, x^5 = 35x^5.$$

Приклад 2.3.34

Знайдіть член розкладу бінома

$$\left(x\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n,$$

який містить x^5, якщо сума всіх біноміальних коефіцієнтів цього розкладу дорівнює 128.

Розв'язок. За умовою маємо, що $a = x\sqrt{x} = x^{\frac{3}{2}}$, $b = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}} = x^{-\frac{1}{3}}$ і $2^n = 128$. З останньої рівності випливає, що $n = 7$. Тоді загальний член розкладу матиме вигляд:

$$T_{k+1} = C_7^k a^{7-k} b^k = C_7^k \left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{7-k} \left(x^{-\frac{1}{3}}\right)^k = C_7^k\, x^{\frac{3(7-k)}{2}-\frac{k}{3}},\ k = 0,1,2,3,4,5,6,7.$$

Розв'язавши рівняння

$$\frac{3(7-k)}{2} - \frac{k}{3} = 5,$$

$$9(7-k) - 2k = 30,$$

$$63 - 9k - 2k = 30,$$

отримуємо, що $k = 3$. Отже, шуканим є четвертий член, який має вигляд

$$T_4 = C_7^3\, x^5 = 35x^5.$$

Приклад 2.3.34

Знайдіть член розкладу бінома

$$\left(x\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n,$$

який містить x^5, якщо сума всіх біноміальних коефіцієнтів цього розкладу дорівнює 128.

Розв'язок. За умовою маємо, що $a=x\sqrt{x}=x^{\frac{3}{2}}$, $b=\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}=x^{-\frac{1}{3}}$ і $2^n=128$. З останньої рівності випливає, що $n=7$. Тоді загальний член розкладу матиме вигляд:

$$T_{k+1}=C_7^k a^{7-k}b^k=C_7^k\left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{7-k}\left(x^{-\frac{1}{3}}\right)^k=C_7^k\,x^{\frac{3(7-k)}{2}-\frac{k}{3}},\ k=0,1,2,3,4,5,6,7.$$

Розв'язавши рівняння

$$\frac{3(7-k)}{2}-\frac{k}{3}=5,$$

$$9(7-k)-2k=30,$$

$$63-9k-2k=30,$$

отримуємо, що $k=3$. Отже, шуканим є четвертий член, який має вигляд

$$T_4=C_7^3\,x^5=35x^5.$$

Приклад 2.3.34

Знайдіть член розкладу бінома

$$\left(x\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{n},$$

який містить x^5, якщо сума всіх біноміальних коефіцієнтів цього розкладу дорівнює 128.

Розв'язок. За умовою маємо, що $a=x\sqrt{x}=x^{\frac{3}{2}}$, $b=\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}=x^{-\frac{1}{3}}$ і $2^n=128$. З останньої рівності випливає, що $n=7$. Тоді загальний член розкладу матиме вигляд:

$$T_{k+1}=C_7^k a^{7-k}b^k=C_7^k\left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{7-k}\left(x^{-\frac{1}{3}}\right)^{k}=C_7^k\,x^{\frac{3(7-k)}{2}-\frac{k}{3}},\ k=0,1,2,3,4,5,6,7.$$

Розв'язавши рівняння

$$\frac{3(7-k)}{2}-\frac{k}{3}=5,$$

$$9(7-k)-2k=30,$$

$$63-9k-2k=30,$$

отримуємо, що $k=3$. Отже, шуканим є четвертий член, який має вигляд

$$T_4=C_7^3\,x^5=35x^5.$$

Приклад 2.3.34

Знайдіть член розкладу бінома

$$\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n,$$

який містить x^5, якщо сума всіх біноміальних коефіцієнтів цього розкладу дорівнює 128.

Розв'язок. За умовою маємо, що $a = x\sqrt{x} = x^{\frac{3}{2}}$, $b = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}} = x^{-\frac{1}{3}}$ і $2^n = 128$. З останньої рівності випливає, що $n = 7$. Тоді загальний член розкладу матиме вигляд:

$$T_{k+1} = C_7^k a^{7-k} b^k = C_7^k \left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{7-k} \left(x^{-\frac{1}{3}}\right)^k = C_7^k\, x^{\frac{3(7-k)}{2} - \frac{k}{3}},\ k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.$$

Розв'язавши рівняння

$$\frac{3(7-k)}{2} - \frac{k}{3} = 5,$$

$$9(7-k) - 2k = 30,$$

$$63 - 9k - 2k = 30,$$

отримуємо, що $k = 3$. Отже, шуканим є четвертий член, який має вигляд

$$T_4 = C_7^3\, x^5 = 35x^5.$$

Приклад 2.3.34

Знайдіть член розкладу бінома

$$\left(x\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n,$$

який містить x^5, якщо сума всіх біноміальних коефіцієнтів цього розкладу дорівнює 128.

Розв'язок. За умовою маємо, що $a = x\sqrt{x} = x^{\frac{3}{2}}$, $b = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}} = x^{-\frac{1}{3}}$ і $2^n = 128$. З останньої рівності випливає, що $n = 7$. Тоді загальний член розкладу матиме вигляд:

$$T_{k+1}{=}C_7^k a^{7-k} b^k{=}C_7^k \left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{7-k}\left(x^{-\frac{1}{3}}\right)^k{=}C_7^k\, x^{\frac{3(7-k)}{2}-\frac{k}{3}},\ k = 0,1,2,3,4,5,6,7.$$

Розв'язавши рівняння

$$\frac{3(7-k)}{2}-\frac{k}{3}=5,$$

$$9(7-k)-2k=30,$$

$$63-9k-2k=30,$$

отримуємо, що $k = 3$. Отже, шуканим є четвертий член, який має вигляд

$$T_4 = C_7^3\, x^5 = 35x^5.$$

Приклад 2.3.34

Знайдіть член розкладу бінома

$$\left(x\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n,$$

який містить x^5, якщо сума всіх біноміальних коефіцієнтів цього розкладу дорівнює 128.

Розв'язок. За умовою маємо, що $a = x\sqrt{x} = x^{\frac{3}{2}}$, $b = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}} = x^{-\frac{1}{3}}$ і $2^n = 128$. З останньої рівності випливає, що $n = 7$. Тоді загальний член розкладу матиме вигляд:

$$T_{k+1}=C_7^k a^{7-k} b^k=C_7^k \left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{7-k}\left(x^{-\frac{1}{3}}\right)^k=C_7^k\, x^{\frac{3(7-k)}{2}-\frac{k}{3}},\ k=0,1,2,3,4,5,6,7.$$

Розв'язавши рівняння

$$\frac{3(7-k)}{2}-\frac{k}{3}=5,$$

$$9(7-k)-2k=30,$$

$$63-9k-2k=30,$$

отримуємо, що $k=3$. Отже, шуканим є четвертий член, який має вигляд

$$T_4 = C_7^3\, x^5 = 35x^5.$$

Приклад 2.3.34

Знайдіть член розкладу бінома

$$\left(x\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n,$$

який містить x^5, якщо сума всіх біноміальних коефіцієнтів цього розкладу дорівнює 128.

Розв'язок. За умовою маємо, що $a = x\sqrt{x} = x^{\frac{3}{2}}$, $b = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}} = x^{-\frac{1}{3}}$ і $2^n = 128$. З останньої рівності випливає, що $n = 7$. Тоді загальний член розкладу матиме вигляд:

$$T_{k+1} = C_7^k a^{7-k} b^k = C_7^k \left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{7-k} \left(x^{-\frac{1}{3}}\right)^k = C_7^k\, x^{\frac{3(7-k)}{2}-\frac{k}{3}},\ k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.$$

Розв'язавши рівняння

$$\frac{3(7-k)}{2} - \frac{k}{3} = 5,$$

$$9(7-k) - 2k = 30,$$

$$63 - 9k - 2k = 30,$$

отримуємо, що $k = 3$. Отже, шуканим є четвертий член, який має вигляд

$$T_4 = C_7^3\, x^5 = 35x^5.$$

Приклад 2.3.34

Знайдіть член розкладу бінома

$$\left(x\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n,$$

який містить x^5, якщо сума всіх біноміальних коефіцієнтів цього розкладу дорівнює 128.

Розв'язок. За умовою маємо, що $a=x\sqrt{x}=x^{\frac{3}{2}}$, $b=\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}=x^{-\frac{1}{3}}$ і $2^n=128$. З останньої рівності випливає, що $n=7$. Тоді загальний член розкладу матиме вигляд:

$$T_{k+1}=C_7^k a^{7-k} b^k=C_7^k\left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{7-k}\left(x^{-\frac{1}{3}}\right)^k=C_7^k\, x^{\frac{3(7-k)}{2}-\frac{k}{3}},\ k=0,1,2,3,4,5,6,7.$$

Розв'язавши рівняння

$$\frac{3(7-k)}{2}-\frac{k}{3}=5,$$

$$9(7-k)-2k=30,$$

$$63-9k-2k=30,$$

отримуємо, що $k=3$. Отже, шуканим є четвертий член, який має вигляд

$$T_4=C_7^3\, x^5=35x^5.$$

Приклад 2.3.34

Знайдіть член розкладу бінома

$$\left(x\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n,$$

який містить x^5, якщо сума всіх біноміальних коефіцієнтів цього розкладу дорівнює 128.

Розв'язок. За умовою маємо, що $a=x\sqrt{x}=x^{\frac{3}{2}}$, $b=\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}=x^{-\frac{1}{3}}$ і $2^n=128$. З останньої рівності випливає, що $n=7$. Тоді загальний член розкладу матиме вигляд:

$$T_{k+1}=C_7^k a^{7-k}b^k=C_7^k\left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{7-k}\left(x^{-\frac{1}{3}}\right)^k=C_7^k\,x^{\frac{3(7-k)}{2}-\frac{k}{3}},\ k=0,1,2,3,4,5,6,7.$$

Розв'язавши рівняння

$$\frac{3(7-k)}{2}-\frac{k}{3}=5,$$

$$9(7-k)-2k=30,$$

$$63-9k-2k=30,$$

отримуємо, що $k=3$. Отже, шуканим є четвертий член, який має вигляд

$$T_4=C_7^3\,x^5=35x^5.$$

Вправа 2.3.42

Доведіть рівності:

1) $\sum_{k=0}^{n} 2^k C_n^k = 3^n$;
2) $\sum_{k=0}^{2n} (-1)^k 10^k C_{2n}^k = 81^n$;
3) $\sum_{k=1}^{n} (-1)^{k-1} k C_n^k = 0$;
4) $\sum_{k=2}^{n} k(k-1) C_n^k = n(n-1)2^{n-2}$;
5) $\sum_{k=0}^{n} k^2 C_n^k = n(n+1)2^{n-2}$;
6) $\sum_{k=0}^{n} (-1)^k \frac{1}{k+1} C_n^k = \frac{1}{n+1}$.

Вправа 2.3.42

Доведіть рівності:

1) $\sum\limits_{k=0}^{n} 2^k C_n^k = 3^n$;
2) $\sum\limits_{k=0}^{2n} (-1)^k 10^k C_{2n}^k = 81^n$;
3) $\sum\limits_{k=1}^{n} (-1)^{k-1} k C_n^k = 0$;
4) $\sum\limits_{k=2}^{n} k(k-1) C_n^k = n(n-1)2^{n-2}$;
5) $\sum\limits_{k=0}^{n} k^2 C_n^k = n(n+1)2^{n-2}$;
6) $\sum\limits_{k=0}^{n} (-1)^k \dfrac{1}{k+1} C_n^k = \dfrac{1}{n+1}$.

Вправа 2.3.43

Сума біноміальних коефіцієнтів розкладу бінома

$$\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^n$$

дорівнює 1024. Знайдіть член розкладу, який містить x^{11}.

Вправа 2.3.44

Знайдіть значення x у розкладі бінома $\left(1 + x^2\right)^{12}$, якщо різниця між третім і другим членами розкладу дорівнює 54.

Вправа 2.3.45

Знайдіть значення x у розкладі бінома

$$\left(\frac{1}{\sqrt[7]{x^2}} + x^{\lg \sqrt{x}}\right)^9,$$

якщо третій член розкладу дорівнює 36000.

Вправа 2.3.43

Сума біноміальних коефіцієнтів розкладу бінома

$$\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^n$$

дорівнює 1024. Знайдіть член розкладу, який містить x^{11}.

Вправа 2.3.44

Знайдіть значення x у розкладі бінома $\left(1+x^2\right)^{12}$, якщо різниця між третім і другим членами розкладу дорівнює 54.

Вправа 2.3.45

Знайдіть значення x у розкладі бінома

$$\left(\frac{1}{\sqrt[7]{x^2}}+x^{\lg\sqrt{x}}\right)^9,$$

якщо третій член розкладу дорівнює 36000.

Вправа 2.3.43

Сума біноміальних коефіцієнтів розкладу бінома

$$\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^n$$

дорівнює 1024. Знайдіть член розкладу, який містить x^{11}.

Вправа 2.3.44

Знайдіть значення x у розкладі бінома $\left(1+x^2\right)^{12}$, якщо різниця між третім і другим членами розкладу дорівнює 54.

Вправа 2.3.45

Знайдіть значення x у розкладі бінома

$$\left(\frac{1}{\sqrt[7]{x^2}}+x^{\lg\sqrt{x}}\right)^9,$$

якщо третій член розкладу дорівнює 36000.

Вправа 2.3.43

Сума біноміальних коефіцієнтів розкладу бінома

$$\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^n$$

дорівнює 1024. Знайдіть член розкладу, який містить x^{11}.

Вправа 2.3.44

Знайдіть значення x у розкладі бінома $\left(1 + x^2\right)^{12}$, якщо різниця між третім і другим членами розкладу дорівнює 54.

Вправа 2.3.45

Знайдіть значення x у розкладі бінома

$$\left(\frac{1}{\sqrt[7]{x^2}} + x^{\lg \sqrt{x}}\right)^9,$$

якщо третій член розкладу дорівнює 36000.

Ісаак Ньютон вперше довів, що для довільних дійсних чисел x і α, де $|x| < 1$, справджується рівність

$$(1+x)^{\alpha}=1+\frac{\alpha}{1!}x+\frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^2+\frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!}x^3+\dots+\frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-(k-1))}{k!}x^k+\dots.$$

Звідси випливає формула, яка виражає наближену рівність

$$(1+x)^{\alpha} \approx 1+\alpha x \tag{4}$$

де $|x| < 1$ і α — довільне дійсне число.

У формулу бінома Ньютона

$$(x+a)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k x^{n-k} a^k$$

підставимо значення

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Отримаємо

$$(x+a)^n = \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{k!(n-k)!} x^{n-k} a^k,$$

або

$$(x+a)^n = \sum_{k+l=n} \frac{n!}{k!l!} x^{n-k} a^k, \tag{5}$$

де підсумовування поширюється на всі можливі системи цілих невід'ємних значень k і l, які задовольняють умову $k+l=n$.

Ісаак Ньютон вперше довів, що для довільних дійсних чисел x і α, де $|x| < 1$, справджується рівність

$$(1+x)^\alpha = 1 + \frac{\alpha}{1!}x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^2 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!}x^3 + \cdots + \frac{\alpha(\alpha-1)\ldots(\alpha-(k-1))}{k!}x^k + \cdots .$$

Звідси випливає формула, яка виражає наближену рівність

$$(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x \qquad (4)$$

де $|x| < 1$ і α — довільне дійсне число.

У формулу бінома Ньютона

$$(x+a)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k x^{n-k} a^k$$

підставимо значення

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Отримаємо

$$(x+a)^n = \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{k!(n-k)!} x^{n-k} a^k,$$

або

$$(x+a)^n = \sum_{k+l=n} \frac{n!}{k!l!} x^{n-k} a^k, \qquad (5)$$

де підсумовування поширюється на всі можливі системи цілих невід'ємних значень k і l, які задовольняють умову $k + l = n$.

Ісаак Ньютон вперше довів, що для довільних дійсних чисел x і α, де $|x| < 1$, справджується рівність

$$(1+x)^{\alpha}=1+\frac{\alpha}{1!}x+\frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^2+\frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!}x^3+\dots+\frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-(k-1))}{k!}x^k+\dots.$$

Звідси випливає формула, яка виражає наближену рівність

$$(1+x)^{\alpha} \approx 1+\alpha x \tag{4}$$

де $|x| < 1$ і α — довільне дійсне число.

У формулу бінома Ньютона

$$(x+a)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k x^{n-k} a^k$$

підставимо значення

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Отримаємо

$$(x+a)^n = \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{k!(n-k)!} x^{n-k} a^k,$$

або

$$(x+a)^n = \sum_{k+l=n} \frac{n!}{k!l!} x^{n-k} a^k, \tag{5}$$

де підсумовування поширюється на всі можливі системи цілих невід'ємних значень k і l, які задовольняють умову $k+l=n$.

Ісаак Ньютон вперше довів, що для довільних дійсних чисел x і α, де $|x| < 1$, справджується рівність

$$(1+x)^\alpha = 1 + \frac{\alpha}{1!}\,x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}\,x^2 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!}\,x^3 + \cdots + \frac{\alpha(\alpha-1)\ldots(\alpha-(k-1))}{k!}\,x^k + \cdots .$$

Звідси випливає формула, яка виражає наближену рівність

$$(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x \tag{4}$$

де $|x| < 1$ і α — довільне дійсне число.

У формулу бінома Ньютона

$$(x+a)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k x^{n-k} a^k$$

підставимо значення

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Отримаємо

$$(x+a)^n = \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{k!(n-k)!} x^{n-k} a^k,$$

або

$$(x+a)^n = \sum_{k+l=n} \frac{n!}{k!l!} x^{n-k} a^k, \tag{5}$$

де підсумовування поширюється на всі можливі системи цілих невід'ємних значень k і l, які задовольняють умову $k + l = n$.

Ісаак Ньютон вперше довів, що для довільних дійсних чисел x і α, де $|x| < 1$, справджується рівність

$$(1+x)^{\alpha} = 1 + \frac{\alpha}{1!}x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^2 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!}x^3 + \cdots + \frac{\alpha(\alpha-1)\ldots(\alpha-(k-1))}{k!}x^k + \cdots .$$

Звідси випливає формула, яка виражає наближену рівність

$$(1+x)^{\alpha} \approx 1 + \alpha x \tag{4}$$

де $|x| < 1$ і α — довільне дійсне число.

У формулу бінома Ньютона

$$(x+a)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k x^{n-k} a^k$$

підставимо значення

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Отримаємо

$$(x+a)^n = \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{k!(n-k)!} x^{n-k} a^k,$$

або

$$(x+a)^n = \sum_{k+l=n} \frac{n!}{k!l!} x^{n-k} a^k, \tag{5}$$

де підсумовування поширюється на всі можливі системи цілих невід'ємних значень k і l, які задовольняють умову $k + l = n$.

Ісаак Ньютон вперше довів, що для довільних дійсних чисел x і α, де $|x| < 1$, справджується рівність

$$(1+x)^{\alpha}=1+\frac{\alpha}{1!}\,x+\frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}\,x^2+\frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!}\,x^3+\cdots+\frac{\alpha(\alpha-1)\ldots(\alpha-(k-1))}{k!}\,x^k+\cdots .$$

Звідси випливає формула, яка виражає наближену рівність

$$(1+x)^{\alpha} \approx 1+\alpha x \tag{4}$$

де $|x| < 1$ і α — довільне дійсне число.

У формулу бінома Ньютона

$$(x+a)^n=\sum_{k=0}^{n} C_n^k x^{n-k} a^k$$

підставимо значення

$$C_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Отримаємо

$$(x+a)^n=\sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{k!(n-k)!} x^{n-k} a^k,$$

або

$$(x+a)^n=\sum_{k+l=n} \frac{n!}{k!l!} x^{n-k} a^k, \tag{5}$$

де підсумовування поширюється на всі можливі системи цілих невід'ємних значень k і l, які задовольняють умову $k+l=n$.

Ісаак Ньютон вперше довів, що для довільних дійсних чисел x і α, де $|x| < 1$, справджується рівність

$$(1+x)^\alpha = 1 + \frac{\alpha}{1!}x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^2 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!}x^3 + \cdots + \frac{\alpha(\alpha-1)\ldots(\alpha-(k-1))}{k!}x^k + \cdots.$$

Звідси випливає формула, яка виражає наближену рівність

$$(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x \tag{4}$$

де $|x| < 1$ і α — довільне дійсне число.

У формулу бінома Ньютона

$$(x+a)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k x^{n-k} a^k$$

підставимо значення

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Отримаємо

$$(x+a)^n = \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{k!(n-k)!} x^{n-k} a^k,$$

або

$$(x+a)^n = \sum_{k+l=n} \frac{n!}{k!l!} x^{n-k} a^k, \tag{5}$$

де підсумовування поширюється на всі можливі системи цілих невід'ємних значень k і l, які задовольняють умову $k + l = n$.

Ісаак Ньютон вперше довів, що для довільних дійсних чисел x і α, де $|x|<1$, справджується рівність

$$(1+x)^{\alpha}=1+\frac{\alpha}{1!}x+\frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^2+\frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!}x^3+\dots+\frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-(k-1))}{k!}x^k+\dots.$$

Звідси випливає формула, яка виражає наближену рівність

$$(1+x)^{\alpha}\approx 1+\alpha x \tag{4}$$

де $|x|<1$ і α — довільне дійсне число.

У формулу бінома Ньютона

$$(x+a)^n=\sum_{k=0}^{n} C_n^k x^{n-k}a^k$$

підставимо значення

$$C_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Отримаємо

$$(x+a)^n=\sum_{k=0}^{n}\frac{n!}{k!(n-k)!}x^{n-k}a^k,$$

або

$$(x+a)^n=\sum_{k+l=n}\frac{n!}{k!l!}x^{n-k}a^k, \tag{5}$$

де підсумовування поширюється на всі можливі системи цілих невід'ємних значень k і l, які задовольняють умову $k+l=n$.

Ісаак Ньютон вперше довів, що для довільних дійсних чисел x і α, де $|x| < 1$, справджується рівність

$$(1+x)^\alpha = 1 + \frac{\alpha}{1!}x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^2 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!}x^3 + \cdots + \frac{\alpha(\alpha-1)\ldots(\alpha-(k-1))}{k!}x^k + \cdots.$$

Звідси випливає формула, яка виражає наближену рівність

$$(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x \qquad (4)$$

де $|x| < 1$ і α — довільне дійсне число.

У формулу бінома Ньютона

$$(x+a)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k x^{n-k} a^k$$

підставимо значення

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Отримаємо

$$(x+a)^n = \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{k!(n-k)!} x^{n-k} a^k,$$

або

$$(x+a)^n = \sum_{k+l=n} \frac{n!}{k!l!} x^{n-k} a^k, \qquad (5)$$

де підсумовування поширюється на всі можливі системи цілих невід'ємних значень k і l, які задовольняють умову $k + l = n$.

Ісаак Ньютон вперше довів, що для довільних дійсних чисел x і α, де $|x| < 1$, справджується рівність

$$(1+x)^\alpha = 1 + \frac{\alpha}{1!}x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^2 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!}x^3 + \cdots + \frac{\alpha(\alpha-1)\ldots(\alpha-(k-1))}{k!}x^k + \cdots .$$

Звідси випливає формула, яка виражає наближену рівність

$$(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x \tag{4}$$

де $|x| < 1$ і α — довільне дійсне число.

У формулу бінома Ньютона

$$(x+a)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k x^{n-k} a^k$$

підставимо значення

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Отримаємо

$$(x+a)^n = \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{k!(n-k)!} x^{n-k} a^k,$$

або

$$(x+a)^n = \sum_{k+l=n} \frac{n!}{k!l!} x^{n-k} a^k, \tag{5}$$

де підсумовування поширюється на всі можливі системи цілих невід'ємних значень k і l, які задовольняють умову $k+l=n$.

Ісаак Ньютон вперше довів, що для довільних дійсних чисел x і α, де $|x| < 1$, справджується рівність

$$(1+x)^\alpha = 1 + \frac{\alpha}{1!}x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^2 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!}x^3 + \cdots + \frac{\alpha(\alpha-1)\ldots(\alpha-(k-1))}{k!}x^k + \cdots .$$

Звідси випливає формула, яка виражає наближену рівність

$$(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x \qquad (4)$$

де $|x| < 1$ і α — довільне дійсне число.

У формулу бінома Ньютона

$$(x+a)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k x^{n-k} a^k$$

підставимо значення

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Отримаємо

$$(x+a)^n = \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{k!(n-k)!} x^{n-k} a^k,$$

або

$$(x+a)^n = \sum_{k+l=n} \frac{n!}{k!l!} x^{n-k} a^k, \qquad (5)$$

де підсумовування поширюється на всі можливі системи цілих невід'ємних значень k і l, які задовольняють умову $k + l = n$.

Ісаак Ньютон вперше довів, що для довільних дійсних чисел x і α, де $|x| < 1$, справджується рівність

$$(1+x)^\alpha = 1 + \frac{\alpha}{1!}x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^2 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!}x^3 + \cdots + \frac{\alpha(\alpha-1)\ldots(\alpha-(k-1))}{k!}x^k + \cdots .$$

Звідси випливає формула, яка виражає наближену рівність

$$(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x \qquad (4)$$

де $|x| < 1$ і α — довільне дійсне число.

У формулу бінома Ньютона

$$(x+a)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k x^{n-k} a^k$$

підставимо значення

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Отримаємо

$$(x+a)^n = \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{k!(n-k)!} x^{n-k} a^k,$$

або

$$(x+a)^n = \sum_{k+l=n} \frac{n!}{k!l!} x^{n-k} a^k, \qquad (5)$$

де підсумовування поширюється на всі можливі системи цілих невід'ємних значень k і l, які задовольняють умову $k + l = n$.

Ісаак Ньютон вперше довів, що для довільних дійсних чисел x і α, де $|x| < 1$, справджується рівність

$$(1+x)^{\alpha}=1+\frac{\alpha}{1!}x+\frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^2+\frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!}x^3+\cdots+\frac{\alpha(\alpha-1)\ldots(\alpha-(k-1))}{k!}x^k+\cdots.$$

Звідси випливає формула, яка виражає наближену рівність

$$(1+x)^{\alpha} \approx 1+\alpha x \tag{4}$$

де $|x| < 1$ і α — довільне дійсне число.

У формулу бінома Ньютона

$$(x+a)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k x^{n-k} a^k$$

підставимо значення

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Отримаємо

$$(x+a)^n = \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{k!(n-k)!} x^{n-k} a^k,$$

або

$$(x+a)^n = \sum_{k+l=n} \frac{n!}{k!l!} x^{n-k} a^k, \tag{5}$$

де підсумовування поширюється на всі можливі системи цілих невід'ємних значень k і l, які задовольняють умову $k+l=n$.

Ісаак Ньютон вперше довів, що для довільних дійсних чисел x і α, де $|x| < 1$, справджується рівність

$$(1+x)^{\alpha}=1+\frac{\alpha}{1!}\,x+\frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}\,x^2+\frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!}\,x^3+\cdots+\frac{\alpha(\alpha-1)\ldots(\alpha-(k-1))}{k!}\,x^k+\cdots.$$

Звідси випливає формула, яка виражає наближену рівність

$$(1+x)^{\alpha} \approx 1+\alpha x \tag{4}$$

де $|x| < 1$ і α — довільне дійсне число.

У формулу бінома Ньютона

$$(x+a)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k x^{n-k} a^k$$

підставимо значення

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Отримаємо

$$(x+a)^n = \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{k!(n-k)!} x^{n-k} a^k,$$

або

$$(x+a)^n = \sum_{k+l=n} \frac{n!}{k!l!} x^{n-k} a^k, \tag{5}$$

де підсумовування поширюється на всі можливі системи цілих невід'ємних значень k і l, які задовольняють умову $k+l=n$.

Ісаак Ньютон вперше довів, що для довільних дійсних чисел x і α, де $|x| < 1$, справджується рівність

$$(1+x)^{\alpha}=1+\frac{\alpha}{1!}\,x+\frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}\,x^2+\frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!}\,x^3+\cdots+\frac{\alpha(\alpha-1)\ldots(\alpha-(k-1))}{k!}\,x^k+\cdots.$$

Звідси випливає формула, яка виражає наближену рівність

$$(1+x)^{\alpha} \approx 1+\alpha x \tag{4}$$

де $|x| < 1$ і α — довільне дійсне число.

У формулу бінома Ньютона

$$(x+a)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k x^{n-k} a^k$$

підставимо значення

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Отримаємо

$$(x+a)^n = \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{k!(n-k)!} x^{n-k} a^k,$$

або

$$(x+a)^n = \sum_{k+l=n} \frac{n!}{k!l!} x^{n-k} a^k, \tag{5}$$

де підсумовування поширюється на всі можливі системи цілих невід'ємних значень k і l, які задовольняють умову $k+l=n$.

Узагальненням формули бінома Ньютона (3), є формула піднесення до n-го степеня суми

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_m.$$

Теорема 2.3.35

Для довільного натурального числа n виконується рівність

$$(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n = \sum_{\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_m=n} \frac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!} x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m}.$$

Доведення. Відомо, що n-ий степінь суми $x_1 + x_2 + \cdots + x_m$ є добутком n співмножників:

$$\begin{gathered} x_1 + x_2 + \cdots + x_m \\ x_1 + x_2 + \cdots + x_m \\ \cdots \;\; \cdots \;\; \cdots \;\; \cdots \;\; \cdots \\ x_1 + x_2 + \cdots + x_m. \end{gathered}$$

Для того, щоб обчислити цей добуток, потрібно кожний доданок першого множника помножити на кожен доданок другого множника, кожен із знайдених добутків помножити на кожен доданок третього множника і т.д., а потім додати усі знайдені добутки.

Узагальненням формули бінома Ньютона (3), є формула піднесення до n-го степеня суми

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_m.$$

Теорема 2.3.35

Для довільного натурального числа n виконується рівність

$$(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n = \sum_{\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_m=n} \frac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!} x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m}.$$

Доведення. Відомо, що n-ий степінь суми $x_1 + x_2 + \cdots + x_m$ є добутком n співмножників:

$$\begin{gathered} x_1 + x_2 + \cdots + x_m \\ x_1 + x_2 + \cdots + x_m \\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \\ x_1 + x_2 + \cdots + x_m. \end{gathered}$$

Для того, щоб обчислити цей добуток, потрібно кожний доданок першого множника помножити на кожен доданок другого множника, кожен із знайдених добутків помножити на кожен доданок третього множника і т.д., а потім додати усі знайдені добутки.

Узагальненням формули бінома Ньютона (3), є формула піднесення до n-го степеня суми

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_m.$$

Теорема 2.3.35

Для довільного натурального числа n виконується рівність

$$(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n = \sum_{\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_m=n} \frac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!} x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m}.$$

Доведення. Відомо, що n-ий степінь суми $x_1 + x_2 + \cdots + x_m$ є добутком n співмножників:

$$\begin{array}{c} x_1 + x_2 + \cdots + x_m \\ x_1 + x_2 + \cdots + x_m \\ \cdots \ \cdots \ \cdots \ \cdots \ \cdots \\ x_1 + x_2 + \cdots + x_m. \end{array}$$

Для того, щоб обчислити цей добуток, потрібно кожний доданок першого множника помножити на кожен доданок другого множника, кожен із знайдених добутків помножити на кожен доданок третього множника і т.д., а потім додати усі знайдені добутки.

Узагальненням формули бінома Ньютона (3), є формула піднесення до n-го степеня суми

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_m.$$

Теорема 2.3.35

Для довільного натурального числа n виконується рівність

$$(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n = \sum_{\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_m=n} \frac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!} x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m}.$$

Доведення. Відомо, що n-ий степінь суми $x_1 + x_2 + \cdots + x_m$ є добутком n співмножників:

$$\begin{gathered} x_1 + x_2 + \cdots + x_m \\ x_1 + x_2 + \cdots + x_m \\ \cdots \;\; \cdots \;\; \cdots \;\; \cdots \;\; \cdots \\ x_1 + x_2 + \cdots + x_m. \end{gathered}$$

Для того, щоб обчислити цей добуток, потрібно кожний доданок першого множника помножити на кожен доданок другого множника, кожен із знайдених добутків помножити на кожен доданок третього множника і т.д., а потім додати усі знайдені добутки.

Узагальненням формули бінома Ньютона (3), є формула піднесення до n-го степеня суми

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_m.$$

Теорема 2.3.35

Для довільного натурального числа n виконується рівність

$$(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n = \sum_{\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_m=n} \frac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!} x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m}.$$

Доведення. Відомо, що n-ий степінь суми $x_1 + x_2 + \cdots + x_m$ є добутком n співмножників:

$$\begin{gathered} x_1 + x_2 + \cdots + x_m \\ x_1 + x_2 + \cdots + x_m \\ \cdots \ \cdots \ \cdots \ \cdots \ \cdots \\ x_1 + x_2 + \cdots + x_m. \end{gathered}$$

Для того, щоб обчислити цей добуток, потрібно кожний доданок першого множника помножити на кожен доданок другого множника, кожен із знайдених добутків помножити на кожен доданок третього множника і т.д., а потім додати усі знайдені добутки.

Узагальненням формули бінома Ньютона (3), є формула піднесення до n-го степеня суми

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_m.$$

Теорема 2.3.35

Для довільного натурального числа n виконується рівність

$$(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n = \sum_{\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_m=n} \frac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!} \, x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m}.$$

Доведення. Відомо, що n-ий степінь суми $x_1 + x_2 + \cdots + x_m$ є добутком n співмножників:

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_m$$
$$x_1 + x_2 + \cdots + x_m$$
$$\cdots \;\; \cdots \;\; \cdots \;\; \cdots \;\; \cdots$$
$$x_1 + x_2 + \cdots + x_m.$$

Для того, щоб обчислити цей добуток, потрібно кожний доданок першого множника помножити на кожен доданок другого множника, кожен із знайдених добутків помножити на кожен доданок третього множника і т.д., а потім додати усі знайдені добутки.

Узагальненням формули бінома Ньютона (3), є формула піднесення до n-го степеня суми

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_m.$$

Теорема 2.3.35

Для довільного натурального числа n виконується рівність

$$(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n = \sum_{\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_m=n} \frac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!} \, x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m}.$$

Доведення. Відомо, що n-ий степінь суми $x_1 + x_2 + \cdots + x_m$ є добутком n співмножників:

$$\begin{gathered} x_1 + x_2 + \cdots + x_m \\ x_1 + x_2 + \cdots + x_m \\ \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \\ x_1 + x_2 + \cdots + x_m. \end{gathered}$$

Для того, щоб обчислити цей добуток, потрібно кожний доданок першого множника помножити на кожен доданок другого множника, кожен із знайдених добутків помножити на кожен доданок третього множника і т.д., а потім додати усі знайдені добутки.

Узагальненням формули бінома Ньютона (3), є формула піднесення до n-го степеня суми

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_m.$$

Теорема 2.3.35

Для довільного натурального числа n виконується рівність

$$(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n = \sum_{\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_m=n} \frac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!} x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m}.$$

Доведення. Відомо, що n-ий степінь суми $x_1 + x_2 + \cdots + x_m$ є добутком n співмножників:

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_m$$
$$x_1 + x_2 + \cdots + x_m$$
$$\cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots$$
$$x_1 + x_2 + \cdots + x_m.$$

Для того, щоб обчислити цей добуток, потрібно кожний доданок першого множника помножити на кожен доданок другого множника, кожен із знайдених добутків помножити на кожен доданок третього множника і т.д., а потім додати усі знайдені добутки.

Узагальненням формули бінома Ньютона (3), є формула піднесення до n-го степеня суми

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_m.$$

Теорема 2.3.35

Для довільного натурального числа n виконується рівність

$$(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n = \sum_{\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_m=n} \frac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!}\, x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m}.$$

Доведення. Відомо, що n-ий степінь суми $x_1 + x_2 + \cdots + x_m$ є добутком n співмножників:

$$\begin{gathered} x_1 + x_2 + \cdots + x_m \\ x_1 + x_2 + \cdots + x_m \\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \\ x_1 + x_2 + \cdots + x_m. \end{gathered}$$

Для того, щоб обчислити цей добуток, потрібно кожний доданок першого множника помножити на кожен доданок другого множника, кожен із знайдених добутків помножити на кожен доданок третього множника і т.д., а потім додати усі знайдені добутки.

Узагальненням формули бінома Ньютона (3), є формула піднесення до n-го степеня суми

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_m.$$

Теорема 2.3.35

Для довільного натурального числа n виконується рівність

$$(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n = \sum_{\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_m=n} \frac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!} x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m}.$$

Доведення. Відомо, що n-ий степінь суми $x_1 + x_2 + \cdots + x_m$ є добутком n співмножників:

$$\begin{array}{c} x_1 + x_2 + \cdots + x_m \\ x_1 + x_2 + \cdots + x_m \\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \\ x_1 + x_2 + \cdots + x_m. \end{array}$$

Для того, щоб обчислити цей добуток, потрібно кожний доданок першого множника помножити на кожен доданок другого множника, кожен із знайдених добутків помножити на кожен доданок третього множника і т.д., а потім додати усі знайдені добутки.

Узагальненням формули бінома Ньютона (3), є формула піднесення до n-го степеня суми

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_m.$$

Теорема 2.3.35

Для довільного натурального числа n виконується рівність

$$(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n = \sum_{\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_m=n} \frac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!} \, x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m}.$$

Доведення. Відомо, що n-ий степінь суми $x_1 + x_2 + \cdots + x_m$ є добутком n співмножників:

$$\begin{gathered} x_1 + x_2 + \cdots + x_m \\ x_1 + x_2 + \cdots + x_m \\ \cdots \ \cdots \ \cdots \ \cdots \ \cdots \\ x_1 + x_2 + \cdots + x_m. \end{gathered}$$

Для того, щоб обчислити цей добуток, потрібно кожний доданок першого множника помножити на кожен доданок другого множника, кожен із знайдених добутків помножити на кожен доданок третього множника і т.д., а потім додати усі знайдені добутки.

Узагальненням формули бінома Ньютона (3), є формула піднесення до n-го степеня суми

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_m.$$

Теорема 2.3.35

Для довільного натурального числа n виконується рівність

$$(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n = \sum_{\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_m=n} \frac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!} x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m}.$$

Доведення. Відомо, що n-ий степінь суми $x_1 + x_2 + \cdots + x_m$ є добутком n співмножників:

$$\begin{gathered} x_1 + x_2 + \cdots + x_m \\ x_1 + x_2 + \cdots + x_m \\ \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \\ x_1 + x_2 + \cdots + x_m. \end{gathered}$$

Для того, щоб обчислити цей добуток, потрібно кожний доданок першого множника помножити на кожен доданок другого множника, кожен із знайдених добутків помножити на кожен доданок третього множника і т.д., а потім додати усі знайдені добутки.

Узагальненням формули бінома Ньютона (3), є формула піднесення до n-го степеня суми

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_m.$$

Теорема 2.3.35

Для довільного натурального числа n виконується рівність

$$(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n = \sum_{\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_m=n} \frac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!} x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m}.$$

Доведення. Відомо, що n-ий степінь суми $x_1 + x_2 + \cdots + x_m$ є добутком n співмножників:

$$\begin{gathered} x_1 + x_2 + \cdots + x_m \\ x_1 + x_2 + \cdots + x_m \\ \cdots \; \cdots \; \cdots \; \cdots \; \cdots \\ x_1 + x_2 + \cdots + x_m. \end{gathered}$$

Для того, щоб обчислити цей добуток, потрібно кожний доданок першого множника помножити на кожен доданок другого множника, кожен із знайдених добутків помножити на кожен доданок третього множника і т.д., а потім додати усі знайдені добутки.

Узагальненням формули бінома Ньютона (3), є формула піднесення до n-го степеня суми

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_m.$$

Теорема 2.3.35

Для довільного натурального числа n виконується рівність

$$(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n = \sum_{\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_m=n} \frac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!} x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m}.$$

Доведення. Відомо, що n-ий степінь суми $x_1 + x_2 + \cdots + x_m$ є добутком n співмножників:

$$\begin{gathered} x_1 + x_2 + \cdots + x_m \\ x_1 + x_2 + \cdots + x_m \\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \\ x_1 + x_2 + \cdots + x_m. \end{gathered}$$

Для того, щоб обчислити цей добуток, потрібно кожний доданок першого множника помножити на кожен доданок другого множника, кожен із знайдених добутків помножити на кожен доданок третього множника і т.д., а потім додати усі знайдені добутки.

Якщо з першого множника ми візьмемо доданок x_{i_1}, з другого x_{i_2}, і т.д., з n-го — x_{i_n}, де кожен з індексів $i_1, i_2, \ldots, i_n$ може дорівнювати будь-якому з чисел $1, 2, \ldots, m$, то отримаємо такий член добутку

$$x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}. \tag{6}$$

Очевидно, що кожному члену $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ відповідає розміщення з повтореннями з m елементів $x_1, x_2, \ldots, x_m$ по n елементів і, навпаки, кожному такому розміщенню відповідає один член (6). Звідси випливає, що кількість всіх членів (6) дорівнює кількості різних розміщень з повтореннями з m елементів по n, тобто m^n.

Але не всі ці m^n члени різні. Члени, в кожному з яких x_1 повторюється α_1 раз, x_2 повторюється α_2 раз, і т.д., x_m повторюється α_m раз $(\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n)$, є подібними.

Кожен такий член відповідає перестановці з повтореннями $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ порядку n, в якій елементи $x_1, x_2, \ldots, x_m$ повторюються відповідно $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ раз, і навпаки, кожна така перестановка відповідає лише одному з цих подібних членів.

Якщо з першого множника ми візьмемо доданок x_{i_1}, з другого x_{i_2}, і т.д., з n-го — x_{i_n}, де кожен з індексів $i_1, i_2, \ldots, i_n$ може дорівнювати будь-якому з чисел $1, 2, \ldots, m$, то отримаємо такий член добутку

$$x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}. \tag{6}$$

Очевидно, що кожному члену $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ відповідає розміщення з повтореннями з m елементів $x_1, x_2, \ldots, x_m$ по n елементів і, навпаки, кожному такому розміщенню відповідає один член (6). Звідси випливає, що кількість всіх членів (6) дорівнює кількості різних розміщень з повтореннями з m елементів по n, тобто m^n.

Але не всі ці m^n члени різні. Члени, в кожному з яких x_1 повторюється α_1 раз, x_2 повторюється α_2 раз, і т.д., x_m повторюється α_m раз ($\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n$), є подібними.

Кожен такий член відповідає перестановці з повтореннями $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ порядку n, в якій елементи $x_1, x_2, \ldots, x_m$ повторюються відповідно $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ раз, і навпаки, кожна така перестановка відповідає лише одному з цих подібних членів.

Якщо з першого множника ми візьмемо доданок x_{i_1}, з другого x_{i_2}, і т.д., з n-го — x_{i_n}, де кожен з індексів $i_1, i_2, \ldots, i_n$ може дорівнювати будь-якому з чисел $1, 2, \ldots, m$, то отримаємо такий член добутку

$$x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}. \tag{6}$$

Очевидно, що кожному члену $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ відповідає розміщення з повтореннями з m елементів $x_1, x_2, \ldots, x_m$ по n елементів і, навпаки, кожному такому розміщенню відповідає один член (6). Звідси випливає, що кількість всіх членів (6) дорівнює кількості різних розміщень з повтореннями з m елементів по n, тобто m^n.

Але не всі ці m^n члени різні. Члени, в кожному з яких x_1 повторюється α_1 раз, x_2 повторюється α_2 раз, і т.д., x_m повторюється α_m раз $(\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n)$, є подібними.

Кожен такий член відповідає перестановці з повтореннями $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ порядку n, в якій елементи $x_1, x_2, \ldots, x_m$ повторюються відповідно $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ раз, і навпаки, кожна така перестановка відповідає лише одному з цих подібних членів.

Якщо з першого множника ми візьмемо доданок x_{i_1}, з другого x_{i_2}, і т.д., з n-го — x_{i_n}, де кожен з індексів $i_1, i_2, \ldots, i_n$ може дорівнювати будь-якому з чисел $1, 2, \ldots, m$, то отримаємо такий член добутку

$$x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}. \tag{6}$$

Очевидно, що кожному члену $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ відповідає розміщення з повтореннями з m елементів $x_1, x_2, \ldots, x_m$ по n елементів і, навпаки, кожному такому розміщенню відповідає один член (6). Звідси випливає, що кількість всіх членів (6) дорівнює кількості різних розміщень з повтореннями з m елементів по n, тобто m^n.

Але не всі ці m^n члени різні. Члени, в кожному з яких x_1 повторюється α_1 раз, x_2 повторюється α_2 раз, і т.д., x_m повторюється α_m раз $(\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n)$, є подібними.

Кожен такий член відповідає перестановці з повтореннями $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ порядку n, в якій елементи $x_1, x_2, \ldots, x_m$ повторюються відповідно $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ раз, і навпаки, кожна така перестановка відповідає лише одному з цих подібних членів.

Якщо з першого множника ми візьмемо доданок x_{i_1}, з другого x_{i_2}, і т.д., з n-го — x_{i_n}, де кожен з індексів $i_1, i_2, \ldots, i_n$ може дорівнювати будь-якому з чисел $1, 2, \ldots, m$, то отримаємо такий член добутку

$$x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}. \tag{6}$$

Очевидно, що кожному члену $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ відповідає розміщення з повтореннями з m елементів $x_1, x_2, \ldots, x_m$ по n елементів і, навпаки, кожному такому розміщенню відповідає один член (6). Звідси випливає, що кількість всіх членів (6) дорівнює кількості різних розміщень з повтореннями з m елементів по n, тобто m^n.

Але не всі ці m^n члени різні. Члени, в кожному з яких x_1 повторюється α_1 раз, x_2 повторюється α_2 раз, і т.д., x_m повторюється α_m раз $(\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n)$, є подібними.

Кожен такий член відповідає перестановці з повтореннями $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ порядку n, в якій елементи $x_1, x_2, \ldots, x_m$ повторюються відповідно $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ раз, і навпаки, кожна така перестановка відповідає лише одному з цих подібних членів.

Якщо з першого множника ми візьмемо доданок x_{i_1}, з другого x_{i_2}, і т.д., з n-го — x_{i_n}, де кожен з індексів $i_1, i_2, \ldots, i_n$ може дорівнювати будь-якому з чисел $1, 2, \ldots, m$, то отримаємо такий член добутку

$$x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}. \tag{6}$$

Очевидно, що кожному члену $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ відповідає розміщення з повтореннями з m елементів $x_1, x_2, \ldots, x_m$ по n елементів і, навпаки, кожному такому розміщенню відповідає один член (6). Звідси випливає, що кількість всіх членів (6) дорівнює кількості різних розміщень з повтореннями з m елементів по n, тобто m^n.

Але не всі ці m^n члени різні. Члени, в кожному з яких x_1 повторюється α_1 раз, x_2 повторюється α_2 раз, і т.д., x_m повторюється α_m раз $(\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n)$, є подібними.

Кожен такий член відповідає перестановці з повтореннями $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ порядку n, в якій елементи $x_1, x_2, \ldots, x_m$ повторюються відповідно $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ раз, і навпаки, кожна така перестановка відповідає лише одному з цих подібних членів.

Якщо з першого множника ми візьмемо доданок x_{i_1}, з другого x_{i_2}, і т.д., з n-го — x_{i_n}, де кожен з індексів $i_1, i_2, \ldots, i_n$ може дорівнювати будь-якому з чисел $1, 2, \ldots, m$, то отримаємо такий член добутку

$$x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}. \tag{6}$$

Очевидно, що кожному члену $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ відповідає розміщення з повтореннями з m елементів $x_1, x_2, \ldots, x_m$ по n елементів і, навпаки, кожному такому розміщенню відповідає один член (6). Звідси випливає, що кількість всіх членів (6) дорівнює кількості різних розміщень з повтореннями з m елементів по n, тобто m^n.

Але не всі ці m^n члени різні. Члени, в кожному з яких x_1 повторюється α_1 раз, x_2 повторюється α_2 раз, і т.д., x_m повторюється α_m раз $(\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n)$, є подібними.

Кожен такий член відповідає перестановці з повтореннями $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ порядку n, в якій елементи $x_1, x_2, \ldots, x_m$ повторюються відповідно $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ раз, і навпаки, кожна така перестановка відповідає лише одному з цих подібних членів.

Якщо з першого множника ми візьмемо доданок x_{i_1}, з другого x_{i_2}, і т.д., з n-го — x_{i_n}, де кожен з індексів $i_1, i_2, \ldots, i_n$ може дорівнювати будь-якому з чисел $1, 2, \ldots, m$, то отримаємо такий член добутку

$$x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}. \tag{6}$$

Очевидно, що кожному члену $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ відповідає розміщення з повтореннями з m елементів $x_1, x_2, \ldots, x_m$ по n елементів і, навпаки, кожному такому розміщенню відповідає один член (6). Звідси випливає, що кількість всіх членів (6) дорівнює кількості різних розміщень з повтореннями з m елементів по n, тобто m^n.

Але не всі ці m^n члени різні. Члени, в кожному з яких x_1 повторюється α_1 раз, x_2 повторюється α_2 раз, і т.д., x_m повторюється α_m раз $(\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n)$, є подібними.

Кожен такий член відповідає перестановці з повтореннями $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ порядку n, в якій елементи $x_1, x_2, \ldots, x_m$ повторюються відповідно $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ раз, і навпаки, кожна така перестановка відповідає лише одному з цих подібних членів.

Якщо з першого множника ми візьмемо доданок x_{i_1}, з другого x_{i_2}, і т.д., з n-го — x_{i_n}, де кожен з індексів $i_1, i_2, \ldots, i_n$ може дорівнювати будь-якому з чисел $1, 2, \ldots, m$, то отримаємо такий член добутку

$$x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}. \tag{6}$$

Очевидно, що кожному члену $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ відповідає розміщення з повтореннями з m елементів $x_1, x_2, \ldots, x_m$ по n елементів і, навпаки, кожному такому розміщенню відповідає один член (6). Звідси випливає, що кількість всіх членів (6) дорівнює кількості різних розміщень з повтореннями з m елементів по n, тобто m^n.

Але не всі ці m^n члени різні. Члени, в кожному з яких x_1 повторюється α_1 раз, x_2 повторюється α_2 раз, і т.д., x_m повторюється α_m раз $(\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n)$, є подібними.

Кожен такий член відповідає перестановці з повтореннями $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ порядку n, в якій елементи $x_1, x_2, \ldots, x_m$ повторюються відповідно $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ раз, і навпаки, кожна така перестановка відповідає лише одному з цих подібних членів.

Якщо з першого множника ми візьмемо доданок x_{i_1}, з другого x_{i_2}, і т.д., з n-го — x_{i_n}, де кожен з індексів $i_1, i_2, \ldots, i_n$ може дорівнювати будь-якому з чисел $1, 2, \ldots, m$, то отримаємо такий член добутку

$$x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}. \tag{6}$$

Очевидно, що кожному члену $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ відповідає розміщення з повтореннями з m елементів $x_1, x_2, \ldots, x_m$ по n елементів і, навпаки, кожному такому розміщенню відповідає один член (6). Звідси випливає, що кількість всіх членів (6) дорівнює кількості різних розміщень з повтореннями з m елементів по n, тобто m^n.

Але не всі ці m^n члени різні. Члени, в кожному з яких x_1 повторюється α_1 раз, x_2 повторюється α_2 раз, і т.д., x_m повторюється α_m раз $(\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n)$, є подібними.

Кожен такий член відповідає перестановці з повтореннями $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ порядку n, в якій елементи $x_1, x_2, \ldots, x_m$ повторюються відповідно $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ раз, і навпаки, кожна така перестановка відповідає лише одному з цих подібних членів.

Якщо з першого множника ми візьмемо доданок x_{i_1}, з другого x_{i_2}, і т.д., з n-го — x_{i_n}, де кожен з індексів $i_1, i_2, \ldots, i_n$ може дорівнювати будь-якому з чисел $1, 2, \ldots, m$, то отримаємо такий член добутку

$$x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}. \tag{6}$$

Очевидно, що кожному члену $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ відповідає розміщення з повтореннями з m елементів $x_1, x_2, \ldots, x_m$ по n елементів і, навпаки, кожному такому розміщенню відповідає один член (6). Звідси випливає, що кількість всіх членів (6) дорівнює кількості різних розміщень з повтореннями з m елементів по n, тобто m^n.

Але не всі ці m^n члени різні. Члени, в кожному з яких x_1 повторюється α_1 раз, x_2 повторюється α_2 раз, і т.д., x_m повторюється α_m раз $(\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n)$, є подібними.

Кожен такий член відповідає перестановці з повтореннями $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ порядку n, в якій елементи $x_1, x_2, \ldots, x_m$ повторюються відповідно $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ раз, і навпаки, кожна така перестановка відповідає лише одному з цих подібних членів.

Якщо з першого множника ми візьмемо доданок x_{i_1}, з другого x_{i_2}, і т.д., з n-го — x_{i_n}, де кожен з індексів $i_1, i_2, \ldots, i_n$ може дорівнювати будь-якому з чисел $1, 2, \ldots, m$, то отримаємо такий член добутку

$$x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}. \tag{6}$$

Очевидно, що кожному члену $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ відповідає розміщення з повтореннями з m елементів $x_1, x_2, \ldots, x_m$ по n елементів і, навпаки, кожному такому розміщенню відповідає один член (6). Звідси випливає, що кількість всіх членів (6) дорівнює кількості різних розміщень з повтореннями з m елементів по n, тобто m^n.

Але не всі ці m^n члени різні. Члени, в кожному з яких x_1 повторюється α_1 раз, x_2 повторюється α_2 раз, і т.д., x_m повторюється α_m раз $(\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n)$, є подібними.

Кожен такий член відповідає перестановці з повтореннями $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ порядку n, в якій елементи $x_1, x_2, \ldots, x_m$ повторюються відповідно $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ раз, і навпаки, кожна така перестановка відповідає лише одному з цих подібних членів.

Якщо з першого множника ми візьмемо доданок x_{i_1}, з другого x_{i_2}, і т.д., з n-го — x_{i_n}, де кожен з індексів $i_1, i_2, \ldots, i_n$ може дорівнювати будь-якому з чисел $1, 2, \ldots, m$, то отримаємо такий член добутку

$$x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}. \tag{6}$$

Очевидно, що кожному члену $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ відповідає розміщення з повтореннями з m елементів $x_1, x_2, \ldots, x_m$ по n елементів і, навпаки, кожному такому розміщенню відповідає один член (6). Звідси випливає, що кількість всіх членів (6) дорівнює кількості різних розміщень з повтореннями з m елементів по n, тобто m^n.

Але не всі ці m^n члени різні. Члени, в кожному з яких x_1 повторюється α_1 раз, x_2 повторюється α_2 раз, і т.д., x_m повторюється α_m раз $(\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n)$, є подібними.

Кожен такий член відповідає перестановці з повтореннями $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ порядку n, в якій елементи $x_1, x_2, \ldots, x_m$ повторюються відповідно $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ раз, і навпаки, кожна така перестановка відповідає лише одному з цих подібних членів.

Якщо з першого множника ми візьмемо доданок x_{i_1}, з другого x_{i_2}, і т.д., з n-го — x_{i_n}, де кожен з індексів $i_1, i_2, \dots, i_n$ може дорівнювати будь-якому з чисел $1, 2, \dots, m$, то отримаємо такий член добутку

$$x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_n}. \qquad (6)$$

Очевидно, що кожному члену $x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_n}$ відповідає розміщення з повтореннями з m елементів $x_1, x_2, \dots, x_m$ по n елементів і, навпаки, кожному такому розміщенню відповідає один член (6). Звідси випливає, що кількість всіх членів (6) дорівнює кількості різних розміщень з повтореннями з m елементів по n, тобто m^n.

Але не всі ці m^n члени різні. Члени, в кожному з яких x_1 повторюється α_1 раз, x_2 повторюється α_2 раз, і т.д., x_m повторюється α_m раз $(\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n)$, є подібними.

Кожен такий член відповідає перестановці з повтореннями $x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_n}$ порядку n, в якій елементи $x_1, x_2, \dots, x_m$ повторюються відповідно $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ раз, і навпаки, кожна така перестановка відповідає лише одному з цих подібних членів.

Якщо з першого множника ми візьмемо доданок x_{i_1}, з другого x_{i_2}, і т.д., з n-го — x_{i_n}, де кожен з індексів $i_1, i_2, \ldots, i_n$ може дорівнювати будь-якому з чисел $1, 2, \ldots, m$, то отримаємо такий член добутку

$$x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}. \tag{6}$$

Очевидно, що кожному члену $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ відповідає розміщення з повтореннями з m елементів $x_1, x_2, \ldots, x_m$ по n елементів і, навпаки, кожному такому розміщенню відповідає один член (6). Звідси випливає, що кількість всіх членів (6) дорівнює кількості різних розміщень з повтореннями з m елементів по n, тобто m^n.

Але не всі ці m^n члени різні. Члени, в кожному з яких x_1 повторюється α_1 раз, x_2 повторюється α_2 раз, і т.д., x_m повторюється α_m раз $(\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n)$, є подібними.

Кожен такий член відповідає перестановці з повтореннями $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ порядку n, в якій елементи $x_1, x_2, \ldots, x_m$ повторюються відповідно $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ раз, і навпаки, кожна така перестановка відповідає лише одному з цих подібних членів.

Якщо з першого множника ми візьмемо доданок x_{i_1}, з другого x_{i_2}, і т.д., з n-го — x_{i_n}, де кожен з індексів $i_1, i_2, \ldots, i_n$ може дорівнювати будь-якому з чисел $1, 2, \ldots, m$, то отримаємо такий член добутку

$$x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}. \tag{6}$$

Очевидно, що кожному члену $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ відповідає розміщення з повтореннями з m елементів $x_1, x_2, \ldots, x_m$ по n елементів і, навпаки, кожному такому розміщенню відповідає один член (6). Звідси випливає, що кількість всіх членів (6) дорівнює кількості різних розміщень з повтореннями з m елементів по n, тобто m^n.

Але не всі ці m^n члени різні. Члени, в кожному з яких x_1 повторюється α_1 раз, x_2 повторюється α_2 раз, і т.д., x_m повторюється α_m раз $(\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n)$, є подібними.

Кожен такий член відповідає перестановці з повтореннями $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ порядку n, в якій елементи $x_1, x_2, \ldots, x_m$ повторюються відповідно $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ раз, і навпаки, кожна така перестановка відповідає лише одному з цих подібних членів.

Якщо з першого множника ми візьмемо доданок x_{i_1}, з другого x_{i_2}, і т.д., з n-го — x_{i_n}, де кожен з індексів $i_1, i_2, \ldots, i_n$ може дорівнювати будь-якому з чисел $1, 2, \ldots, m$, то отримаємо такий член добутку

$$x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}. \tag{6}$$

Очевидно, що кожному члену $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ відповідає розміщення з повтореннями з m елементів $x_1, x_2, \ldots, x_m$ по n елементів і, навпаки, кожному такому розміщенню відповідає один член (6). Звідси випливає, що кількість всіх членів (6) дорівнює кількості різних розміщень з повтореннями з m елементів по n, тобто m^n.

Але не всі ці m^n члени різні. Члени, в кожному з яких x_1 повторюється α_1 раз, x_2 повторюється α_2 раз, і т.д., x_m повторюється α_m раз $(\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n)$, є подібними.

Кожен такий член відповідає перестановці з повтореннями $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ порядку n, в якій елементи $x_1, x_2, \ldots, x_m$ повторюються відповідно $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ раз, і навпаки, кожна така перестановка відповідає лише одному з цих подібних членів.

Якщо з першого множника ми візьмемо доданок x_{i_1}, з другого x_{i_2}, і т.д., з n-го — x_{i_n}, де кожен з індексів $i_1, i_2, \ldots, i_n$ може дорівнювати будь-якому з чисел $1, 2, \ldots, m$, то отримаємо такий член добутку

$$x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}. \tag{6}$$

Очевидно, що кожному члену $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ відповідає розміщення з повтореннями з m елементів $x_1, x_2, \ldots, x_m$ по n елементів і, навпаки, кожному такому розміщенню відповідає один член (6). Звідси випливає, що кількість всіх членів (6) дорівнює кількості різних розміщень з повтореннями з m елементів по n, тобто m^n.

Але не всі ці m^n члени різні. Члени, в кожному з яких x_1 повторюється α_1 раз, x_2 повторюється α_2 раз, і т.д., x_m повторюється α_m раз $(\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n)$, є подібними.

Кожен такий член відповідає перестановці з повтореннями $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ порядку n, в якій елементи $x_1, x_2, \ldots, x_m$ повторюються відповідно $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ раз, і навпаки, кожна така перестановка відповідає лише одному з цих подібних членів.

Якщо з першого множника ми візьмемо доданок x_{i_1}, з другого x_{i_2}, і т.д., з n-го — x_{i_n}, де кожен з індексів $i_1, i_2, \ldots, i_n$ може дорівнювати будь-якому з чисел $1, 2, \ldots, m$, то отримаємо такий член добутку

$$x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}. \tag{6}$$

Очевидно, що кожному члену $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ відповідає розміщення з повтореннями з m елементів $x_1, x_2, \ldots, x_m$ по n елементів і, навпаки, кожному такому розміщенню відповідає один член (6). Звідси випливає, що кількість всіх членів (6) дорівнює кількості різних розміщень з повтореннями з m елементів по n, тобто m^n.

Але не всі ці m^n члени різні. Члени, в кожному з яких x_1 повторюється α_1 раз, x_2 повторюється α_2 раз, і т.д., x_m повторюється α_m раз ($\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n$), є подібними.

Кожен такий член відповідає перестановці з повтореннями $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ порядку n, в якій елементи $x_1, x_2, \ldots, x_m$ повторюються відповідно $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ раз, і навпаки, кожна така перестановка відповідає лише одному з цих подібних членів.

Якщо з першого множника ми візьмемо доданок x_{i_1}, з другого x_{i_2}, і т.д., з n-го — x_{i_n}, де кожен з індексів $i_1, i_2, \ldots, i_n$ може дорівнювати будь-якому з чисел $1, 2, \ldots, m$, то отримаємо такий член добутку

$$x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}. \tag{6}$$

Очевидно, що кожному члену $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ відповідає розміщення з повтореннями з m елементів $x_1, x_2, \ldots, x_m$ по n елементів і, навпаки, кожному такому розміщенню відповідає один член (6). Звідси випливає, що кількість всіх членів (6) дорівнює кількості різних розміщень з повтореннями з m елементів по n, тобто m^n.

Але не всі ці m^n члени різні. Члени, в кожному з яких x_1 повторюється α_1 раз, x_2 повторюється α_2 раз, і т.д., x_m повторюється α_m раз $(\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n)$, є подібними.

Кожен такий член відповідає перестановці з повтореннями $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ порядку n, в якій елементи $x_1, x_2, \ldots, x_m$ повторюються відповідно $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ раз, і навпаки, кожна така перестановка відповідає лише одному з цих подібних членів.

Якщо з першого множника ми візьмемо доданок x_{i_1}, з другого x_{i_2}, і т.д., з n-го — x_{i_n}, де кожен з індексів $i_1, i_2, \ldots, i_n$ може дорівнювати будь-якому з чисел $1, 2, \ldots, m$, то отримаємо такий член добутку

$$x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}. \tag{6}$$

Очевидно, що кожному члену $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ відповідає розміщення з повтореннями з m елементів $x_1, x_2, \ldots, x_m$ по n елементів і, навпаки, кожному такому розміщенню відповідає один член (6). Звідси випливає, що кількість всіх членів (6) дорівнює кількості різних розміщень з повтореннями з m елементів по n, тобто m^n.

Але не всі ці m^n члени різні. Члени, в кожному з яких x_1 повторюється α_1 раз, x_2 повторюється α_2 раз, і т.д., x_m повторюється α_m раз $(\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n)$, є подібними.

Кожен такий член відповідає перестановці з повтореннями $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n}$ порядку n, в якій елементи $x_1, x_2, \ldots, x_m$ повторюються відповідно $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ раз, і навпаки, кожна така перестановка відповідає лише одному з цих подібних членів.

Отже, кількість всіх подібних членів дорівнює кількості різних перестановок з повтореннями порядку $n = \alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m$, в яких елементи $x_1, x_2, \ldots, x_m$ повторюються відповідно $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ раз, тобто дорівнює числу $\dfrac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!}$.

Тоді кожен член $x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m}$, де $\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n$, входить до розкладу $(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n$ з коефіцієнтом $\dfrac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!}$.

Звідси випливає, що

$$(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n = \sum_{\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n} \frac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!} x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m},$$

де підсумовування поширюється на будь-які системи цілих невід'ємних значень $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$, які задовольняють умову $\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n$, що і треба було довести. ■

Отже, кількість всіх подібних членів дорівнює кількості різних перестановок з повтореннями порядку $n = \alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m$, в яких елементи $x_1, x_2, \ldots, x_m$ повторюються відповідно $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ раз, тобто дорівнює числу $\dfrac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!}$.

Тоді кожен член $x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m}$, де $\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n$, входить до розкладу $(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n$ з коефіцієнтом $\dfrac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!}$.

Звідси випливає, що

$$(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n = \sum_{\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n} \frac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!} \, x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m},$$

де підсумовування поширюється на будь-які системи цілих невід'ємних значень $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$, які задовольняють умову $\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n$, що і треба було довести. ∎

Лекція 24: Біном Ньютона. Поліноміальна теорема

Отже, кількість всіх подібних членів дорівнює кількості різних перестановок з повтореннями порядку $n = \alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m$, в яких елементи $x_1, x_2, \ldots, x_m$ повторюються відповідно $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ раз, тобто дорівнює числу $\dfrac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!}$.

Тоді кожен член $x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m}$, де $\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n$, входить до розкладу $(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n$ з коефіцієнтом $\dfrac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!}$.

Звідси випливає, що

$$(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n = \sum_{\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n} \frac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!} x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m},$$

де підсумовування поширюється на будь-які системи цілих невід'ємних значень $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$, які задовольняють умову $\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n$, що і треба було довести. ∎

Отже, кількість всіх подібних членів дорівнює кількості різних перестановок з повтореннями порядку $n = \alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m$, в яких елементи $x_1, x_2, \ldots, x_m$ повторюються відповідно $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ раз, тобто дорівнює числу $\dfrac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!}$.

Тоді кожен член $x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m}$, де $\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n$, входить до розкладу $(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n$ з коефіцієнтом $\dfrac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!}$.

Звідси випливає, що

$$(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n = \sum_{\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n} \frac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!} x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m},$$

де підсумовування поширюється на будь-які системи цілих невід'ємних значень $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$, які задовольняють умову $\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n$, що і треба було довести. ■

Отже, кількість всіх подібних членів дорівнює кількості різних перестановок з повтореннями порядку $n = \alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m$, в яких елементи $x_1, x_2, \ldots, x_m$ повторюються відповідно $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ раз, тобто дорівнює числу $\dfrac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!}$.

Тоді кожен член $x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m}$, де $\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n$, входить до розкладу $(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n$ з коефіцієнтом $\dfrac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!}$.

Звідси випливає, що

$$(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n = \sum_{\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_m=n} \frac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!} x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m},$$

де підсумовування поширюється на будь-які системи цілих невід'ємних значень $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$, які задовольняють умову $\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n$, що і треба було довести.

Отже, кількість всіх подібних членів дорівнює кількості різних перестановок з повтореннями порядку $n = \alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m$, в яких елементи $x_1, x_2, \ldots, x_m$ повторюються відповідно $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ раз, тобто дорівнює числу $\dfrac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!}$.

Тоді кожен член $x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m}$, де $\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n$, входить до розкладу $(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n$ з коефіцієнтом $\dfrac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!}$.

Звідси випливає, що

$$(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n = \sum_{\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n} \frac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!} x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m},$$

де підсумовування поширюється на будь-які системи цілих невід'ємних значень $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$, які задовольняють умову $\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n$, що і треба було довести. ∎

Отже, кількість всіх подібних членів дорівнює кількості різних перестановок з повтореннями порядку $n = \alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m$, в яких елементи $x_1, x_2, \ldots, x_m$ повторюються відповідно $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ раз, тобто дорівнює числу $\dfrac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!}$.

Тоді кожен член $x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m}$, де $\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n$, входить до розкладу $(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n$ з коефіцієнтом $\dfrac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!}$.

Звідси випливає, що

$$(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n = \sum_{\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_m=n} \frac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!} x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m},$$

де підсумовування поширюється на будь-які системи цілих невід'ємних значень $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$, які задовольняють умову $\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n$, що і треба було довести. ■

Отже, кількість всіх подібних членів дорівнює кількості різних перестановок з повтореннями порядку $n = \alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m$, в яких елементи $x_1, x_2, \ldots, x_m$ повторюються відповідно $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ раз, тобто дорівнює числу $\dfrac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!}$.

Тоді кожен член $x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m}$, де $\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n$, входить до розкладу $(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n$ з коефіцієнтом $\dfrac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!}$.

Звідси випливає, що

$$(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n = \sum_{\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n} \frac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!} \, x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m},$$

де підсумовування поширюється на будь-які системи цілих невід'ємних значень $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$, які задовольняють умову $\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n$, що і треба було довести. ∎

Отже, кількість всіх подібних членів дорівнює кількості різних перестановок з повтореннями порядку $n = \alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m$, в яких елементи $x_1, x_2, \ldots, x_m$ повторюються відповідно $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ раз, тобто дорівнює числу $\dfrac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!}$.

Тоді кожен член $x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m}$, де $\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n$, входить до розкладу $(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n$ з коефіцієнтом $\dfrac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!}$.

Звідси випливає, що

$$(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n = \sum_{\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n} \frac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!} x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m},$$

де підсумовування поширюється на будь-які системи цілих невід'ємних значень $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$, які задовольняють умову $\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_m = n$, що і треба було довести. ■

Означення 2.3.36

Коефіцієнти

$$\frac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!},$$

з якими члени $x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m}$ входять до розкладу $(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n$, називаються ***поліноміальними***.

Приклад 2.3.37

Обчисліть наближене значення $\sqrt[4]{1{,}004}$.

Розв'язок. Використаємо формулу (4)

$$(1 + x)^\alpha \approx 1 + \alpha x \qquad (4)$$

для наближеного обчислення:

$$\sqrt[4]{1{,}004} = \sqrt[4]{1 + 0{,}004} = (1 + 0{,}004)^{\frac{1}{4}} \approx 1 + \frac{1}{4} \cdot 0{,}004 = 1{,}001.$$

Означення 2.3.36

Коефіцієнти
$$\frac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!},$$
з якими члени $x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m}$ входять до розкладу $(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n$, називаються ***поліноміальними***.

Приклад 2.3.37

Обчисліть наближене значення $\sqrt[4]{1{,}004}$.

Розв'язок. Використаємо формулу (4)
$$(1 + x)^\alpha \approx 1 + \alpha x \tag{4}$$
для наближеного обчислення:
$$\sqrt[4]{1{,}004} = \sqrt[4]{1 + 0{,}004} = (1 + 0{,}004)^{\frac{1}{4}} \approx 1 + \frac{1}{4} \cdot 0{,}004 = 1{,}001.$$

Означення 2.3.36

Коефіцієнти
$$\frac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!},$$
з якими члени $x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m}$ входять до розкладу $(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n$, називаються ***поліноміальними***.

Приклад 2.3.37

Обчисліть наближене значення $\sqrt[4]{1{,}004}$.

Розв'язок. Використаємо формулу (4)
$$(1 + x)^\alpha \approx 1 + \alpha x \tag{4}$$
для наближеного обчислення:
$$\sqrt[4]{1{,}004} = \sqrt[4]{1 + 0{,}004} = (1 + 0{,}004)^{\frac{1}{4}} \approx 1 + \frac{1}{4} \cdot 0{,}004 = 1{,}001.$$

Означення 2.3.36

Коефіцієнти

$$\frac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!},$$

з якими члени $x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m}$ входять до розкладу $(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n$, називаються ***поліноміальними***.

Приклад 2.3.37

Обчисліть наближене значення $\sqrt[4]{1{,}004}$.

Розв'язок. Використаємо формулу (4)

$$(1 + x)^\alpha \approx 1 + \alpha x \tag{4}$$

для наближеного обчислення:

$$\sqrt[4]{1{,}004} = \sqrt[4]{1 + 0{,}004} = (1 + 0{,}004)^{\frac{1}{4}} \approx 1 + \frac{1}{4} \cdot 0{,}004 = 1{,}001.$$

Означення 2.3.36

Коефіцієнти
$$\frac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!},$$
з якими члени $x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m}$ входять до розкладу $(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n$, називаються ***поліноміальними***.

Приклад 2.3.37

Обчисліть наближене значення $\sqrt[4]{1{,}004}$.

Розв'язок. Використаємо формулу (4)
$$(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x \tag{4}$$
для наближеного обчислення:
$$\sqrt[4]{1{,}004} = \sqrt[4]{1 + 0{,}004} = (1 + 0{,}004)^{\frac{1}{4}} \approx 1 + \frac{1}{4} \cdot 0{,}004 = 1{,}001.$$

Означення 2.3.36

Коефіцієнти

$$\frac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!},$$

з якими члени $x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m}$ входять до розкладу $(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n$, називаються ***поліноміальними***.

Приклад 2.3.37

Обчисліть наближене значення $\sqrt[4]{1{,}004}$.

Розв'язок. Використаємо формулу (4)

$$(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x \tag{4}$$

для наближеного обчислення:

$$\sqrt[4]{1{,}004} = \sqrt[4]{1 + 0{,}004} = (1 + 0{,}004)^{\frac{1}{4}} \approx 1 + \frac{1}{4} \cdot 0{,}004 = 1{,}001.$$

Означення 2.3.36

Коефіцієнти
$$\frac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!},$$
з якими члени $x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m}$ входять до розкладу $(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n$, називаються ***поліноміальними***.

Приклад 2.3.37

Обчисліть наближене значення $\sqrt[4]{1{,}004}$.

Розв'язок. Використаємо формулу (4)

$$(1 + x)^\alpha \approx 1 + \alpha x \tag{4}$$

для наближеного обчислення:

$$\sqrt[4]{1{,}004} = \sqrt[4]{1 + 0{,}004} = (1 + 0{,}004)^{\frac{1}{4}} \approx 1 + \frac{1}{4} \cdot 0{,}004 = 1{,}001.$$

Означення 2.3.36

Коефіцієнти
$$\frac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!},$$
з якими члени $x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m}$ входять до розкладу $(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n$, називаються ***поліноміальними***.

Приклад 2.3.37

Обчисліть наближене значення $\sqrt[4]{1{,}004}$.

Розв'язок. Використаємо формулу (4)
$$(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x \qquad (4)$$
для наближеного обчислення:
$$\sqrt[4]{1{,}004} = \sqrt[4]{1 + 0{,}004} = (1 + 0{,}004)^{\frac{1}{4}} \approx 1 + \frac{1}{4} \cdot 0{,}004 = 1{,}001.$$

Означення 2.3.36

Коефіцієнти
$$\frac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!},$$
з якими члени $x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m}$ входять до розкладу $(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n$, називаються ***поліноміальними***.

Приклад 2.3.37

Обчисліть наближене значення $\sqrt[4]{1{,}004}$.

Розв'язок. Використаємо формулу (4)
$$(1+x)^{\alpha} \approx 1 + \alpha x \tag{4}$$
для наближеного обчислення:
$$\sqrt[4]{1{,}004} = \sqrt[4]{1 + 0{,}004} = (1 + 0{,}004)^{\frac{1}{4}} \approx 1 + \frac{1}{4} \cdot 0{,}004 = 1{,}001.$$

Означення 2.3.36

Коефіцієнти

$$\frac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!},$$

з якими члени $x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m}$ входять до розкладу $(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n$, називаються ***поліноміальними***.

Приклад 2.3.37

Обчисліть наближене значення $\sqrt[4]{1{,}004}$.

Розв'язок. Використаємо формулу (4)

$$(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x \tag{4}$$

для наближеного обчислення:

$$\sqrt[4]{1{,}004} = \sqrt[4]{1 + 0{,}004} = (1 + 0{,}004)^{\frac{1}{4}} \approx 1 + \frac{1}{4} \cdot 0{,}004 = 1{,}001.$$

Означення 2.3.36

Коефіцієнти
$$\frac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!},$$
з якими члени $x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m}$ входять до розкладу $(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n$, називаються ***поліноміальними***.

Приклад 2.3.37

Обчисліть наближене значення $\sqrt[4]{1{,}004}$.

Розв'язок. Використаємо формулу (4)
$$(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x \tag{4}$$

для наближеного обчислення:
$$\sqrt[4]{1{,}004} = \sqrt[4]{1 + 0{,}004} = (1 + 0{,}004)^{\frac{1}{4}} \approx 1 + \frac{1}{4} \cdot 0{,}004 = 1{,}001.$$

Означення 2.3.36

Коефіцієнти
$$\frac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!},$$
з якими члени $x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m}$ входять до розкладу $(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n$, називаються ***поліноміальними***.

Приклад 2.3.37

Обчисліть наближене значення $\sqrt[4]{1{,}004}$.

Розв'язок. Використаємо формулу (4)
$$(1 + x)^\alpha \approx 1 + \alpha x \tag{4}$$
для наближеного обчислення:
$$\sqrt[4]{1{,}004} = \sqrt[4]{1 + 0{,}004} = (1 + 0{,}004)^{\frac{1}{4}} \approx 1 + \frac{1}{4} \cdot 0{,}004 = 1{,}001.$$

Означення 2.3.36

Коефіцієнти
$$\frac{n!}{\alpha_1! \cdot \alpha_2! \cdot \ldots \cdot \alpha_m!},$$
з якими члени $x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_m^{\alpha_m}$ входять до розкладу $(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n$, називаються ***поліноміальними***.

Приклад 2.3.37

Обчисліть наближене значення $\sqrt[4]{1{,}004}$.

Розв'язок. Використаємо формулу (4)
$$(1 + x)^\alpha \approx 1 + \alpha x \qquad (4)$$
для наближеного обчислення:
$$\sqrt[4]{1{,}004} = \sqrt[4]{1 + 0{,}004} = (1 + 0{,}004)^{\frac{1}{4}} \approx 1 + \frac{1}{4} \cdot 0{,}004 = 1{,}001.$$

Приклад 2.3.38

Обчисліть значення $(x_1+x_2+x_3+x_4)^3$.

Розв'язок. Використаємо теорему 2.3.35:

$$
\begin{aligned}
(x_1+x_2+x_3+x_4)^3 &= \frac{3!}{3!0!0!0!}x_1^3+\frac{3!}{0!3!0!0!}x_2^3+\frac{3!}{0!0!3!0!}x_3^3+\frac{3!}{0!0!0!3!}x_4^3+\\
&+\frac{3!}{2!1!0!0!}x_1^2x_2+\frac{3!}{2!0!1!0!}x_1^2x_3+\frac{3!}{2!0!0!1!}x_1^2x_4+\\
&\quad+\frac{3!}{1!2!0!0!}x_1x_2^2+\frac{3!}{0!2!1!0!}x_2^2x_3+\frac{3!}{0!2!0!1!}x_2^2x_4+\\
&\quad+\frac{3!}{1!0!2!0!}x_1x_3^2+\frac{3!}{0!1!2!0!}x_2x_3^2+\frac{3!}{0!0!2!1!}x_3^2x_4+\\
&\quad+\frac{3!}{1!0!0!2!}x_1x_4^2+\frac{3!}{0!1!0!2!}x_2x_4^2+\frac{3!}{0!0!1!2!}x_3x_4^2+\\
&+\frac{3!}{1!1!1!0!}x_1x_2x_3+\frac{3!}{1!1!0!1!}x_1x_2x_4+\frac{3!}{1!0!1!1!}x_1x_3x_4+\\
&\quad+\frac{3!}{0!1!1!1!}x_2x_3x_4=\\
&=x_1^3+x_2^3+x_3^3+x_4^3+\\
&\quad+3(x_1^2x_2+x_1^2x_3+x_1^2x_4+x_1x_2^2+x_2^2x_3+x_2^2x_4+\\
&\qquad+x_1x_3^2+x_2x_3^2+x_3^2x_4+x_1x_4^2+x_2x_4^2+x_3x_4^2)+\\
&\quad+6(x_1x_2x_3+x_1x_2x_4+x_1x_3x_4+x_2x_3x_4).
\end{aligned}
$$

Приклад 2.3.38

Обчисліть значення $(x_1+x_2+x_3+x_4)^3$.

Розв'язок. Використаємо теорему 2.3.35:

$$\begin{aligned}(x_1+x_2+x_3+x_4)^3 &= \frac{3!}{3!0!0!0!}x_1^3+\frac{3!}{0!3!0!0!}x_2^3+\frac{3!}{0!0!3!0!}x_3^3+\frac{3!}{0!0!0!3!}x_4^3+\\ &+\frac{3!}{2!1!0!0!}x_1^2x_2+\frac{3!}{2!0!1!0!}x_1^2x_3+\frac{3!}{2!0!0!1!}x_1^2x_4+\\ &+\frac{3!}{1!2!0!0!}x_1x_2^2+\frac{3!}{0!2!1!0!}x_2^2x_3+\frac{3!}{0!2!0!1!}x_2^2x_4+\\ &+\frac{3!}{1!0!2!0!}x_1x_3^2+\frac{3!}{0!1!2!0!}x_2x_3^2+\frac{3!}{0!0!2!1!}x_3^2x_4+\\ &+\frac{3!}{1!0!0!2!}x_1x_4^2+\frac{3!}{0!1!0!2!}x_2x_4^2+\frac{3!}{0!0!1!2!}x_3x_4^2+\\ &+\frac{3!}{1!1!1!0!}x_1x_2x_3+\frac{3!}{1!1!0!1!}x_1x_2x_4+\frac{3!}{1!0!1!1!}x_1x_3x_4+\\ &+\frac{3!}{0!1!1!1!}x_2x_3x_4=\\ &=x_1^3+x_2^3+x_3^3+x_4^3+\\ &+3(x_1^2x_2+x_1^2x_3+x_1^2x_4+x_1x_2^2+x_2^2x_3+x_2^2x_4+\\ &+x_1x_3^2+x_2x_3^2+x_3^2x_4+x_1x_4^2+x_2x_4^2+x_3x_4^2)+\\ &+6(x_1x_2x_3+x_1x_2x_4+x_1x_3x_4+x_2x_3x_4).\end{aligned}$$

Приклад 2.3.38

Обчисліть значення $(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)^3$.

Розв'язок. Використаємо теорему 2.3.35:

$$\begin{aligned}(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)^3 &= \frac{3!}{3!0!0!0!}x_1^3 + \frac{3!}{0!3!0!0!}x_2^3 + \frac{3!}{0!0!3!0!}x_3^3 + \frac{3!}{0!0!0!3!}x_4^3 + \\ &+ \frac{3!}{2!1!0!0!}x_1^2x_2 + \frac{3!}{2!0!1!0!}x_1^2x_3 + \frac{3!}{2!0!0!1!}x_1^2x_4 + \\ &\quad + \frac{3!}{1!2!0!0!}x_1x_2^2 + \frac{3!}{0!2!1!0!}x_2^2x_3 + \frac{3!}{0!2!0!1!}x_2^2x_4 + \\ &\quad + \frac{3!}{1!0!2!0!}x_1x_3^2 + \frac{3!}{0!1!2!0!}x_2x_3^2 + \frac{3!}{0!0!2!1!}x_3^2x_4 + \\ &\quad + \frac{3!}{1!0!0!2!}x_1x_4^2 + \frac{3!}{0!1!0!2!}x_2x_4^2 + \frac{3!}{0!0!1!2!}x_3x_4^2 + \\ &+ \frac{3!}{1!1!1!0!}x_1x_2x_3 + \frac{3!}{1!1!0!1!}x_1x_2x_4 + \frac{3!}{1!0!1!1!}x_1x_3x_4 + \\ &\quad + \frac{3!}{0!1!1!1!}x_2x_3x_4 = \\ &= x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + x_4^3 + \\ &\quad + 3(x_1^2x_2 + x_1^2x_3 + x_1^2x_4 + x_1x_2^2 + x_2^2x_3 + x_2^2x_4 + \\ &\qquad + x_1x_3^2 + x_2x_3^2 + x_3^2x_4 + x_1x_4^2 + x_2x_4^2 + x_3x_4^2) + \\ &\quad + 6(x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + x_1x_3x_4 + x_2x_3x_4).\end{aligned}$$

Приклад 2.3.38

Обчисліть значення $(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)^3$.

Розв'язок. Використаємо теорему 2.3.35:

$$
\begin{aligned}
(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)^3 &= \frac{3!}{3!0!0!0!}x_1^3 + \frac{3!}{0!3!0!0!}x_2^3 + \frac{3!}{0!0!3!0!}x_3^3 + \frac{3!}{0!0!0!3!}x_4^3 + \\
&\quad + \frac{3!}{2!1!0!0!}x_1^2x_2 + \frac{3!}{2!0!1!0!}x_1^2x_3 + \frac{3!}{2!0!0!1!}x_1^2x_4 + \\
&\quad + \frac{3!}{1!2!0!0!}x_1x_2^2 + \frac{3!}{0!2!1!0!}x_2^2x_3 + \frac{3!}{0!2!0!1!}x_2^2x_4 + \\
&\quad + \frac{3!}{1!0!2!0!}x_1x_3^2 + \frac{3!}{0!1!2!0!}x_2x_3^2 + \frac{3!}{0!0!2!1!}x_3^2x_4 + \\
&\quad + \frac{3!}{1!0!0!2!}x_1x_4^2 + \frac{3!}{0!1!0!2!}x_2x_4^2 + \frac{3!}{0!0!1!2!}x_3x_4^2 + \\
&\quad + \frac{3!}{1!1!1!0!}x_1x_2x_3 + \frac{3!}{1!1!0!1!}x_1x_2x_4 + \frac{3!}{1!0!1!1!}x_1x_3x_4 + \\
&\quad + \frac{3!}{0!1!1!1!}x_2x_3x_4 = \\
&= x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + x_4^3 + \\
&\quad + 3(x_1^2x_2 + x_1^2x_3 + x_1^2x_4 + x_1x_2^2 + x_2^2x_3 + x_2^2x_4 + \\
&\quad\quad + x_1x_3^2 + x_2x_3^2 + x_3^2x_4 + x_1x_4^2 + x_2x_4^2 + x_3x_4^2) + \\
&\quad + 6(x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + x_1x_3x_4 + x_2x_3x_4).
\end{aligned}
$$

Приклад 2.3.38

Обчисліть значення $(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)^3$.

Розв'язок. Використаємо теорему 2.3.35:

$$
\begin{aligned}
(x_1+x_2+x_3+x_4)^3 &= \frac{3!}{3!0!0!0!}x_1^3 + \frac{3!}{0!3!0!0!}x_2^3 + \frac{3!}{0!0!3!0!}x_3^3 + \frac{3!}{0!0!0!3!}x_4^3 + \\
&+ \frac{3!}{2!1!0!0!}x_1^2x_2 + \frac{3!}{2!0!1!0!}x_1^2x_3 + \frac{3!}{2!0!0!1!}x_1^2x_4 + \\
&+ \frac{3!}{1!2!0!0!}x_1x_2^2 + \frac{3!}{0!2!1!0!}x_2^2x_3 + \frac{3!}{0!2!0!1!}x_2^2x_4 + \\
&+ \frac{3!}{1!0!2!0!}x_1x_3^2 + \frac{3!}{0!1!2!0!}x_2x_3^2 + \frac{3!}{0!0!2!1!}x_3^2x_4 + \\
&+ \frac{3!}{1!0!0!2!}x_1x_4^2 + \frac{3!}{0!1!0!2!}x_2x_4^2 + \frac{3!}{0!0!1!2!}x_3x_4^2 + \\
&+ \frac{3!}{1!1!1!0!}x_1x_2x_3 + \frac{3!}{1!1!0!1!}x_1x_2x_4 + \frac{3!}{1!0!1!1!}x_1x_3x_4 + \\
&+ \frac{3!}{0!1!1!1!}x_2x_3x_4 = \\
&= x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + x_4^3 + \\
&+ 3(x_1^2x_2 + x_1^2x_3 + x_1^2x_4 + x_1x_2^2 + x_2^2x_3 + x_2^2x_4 + \\
&+ x_1x_3^2 + x_2x_3^2 + x_3^2x_4 + x_1x_4^2 + x_2x_4^2 + x_3x_4^2) + \\
&+ 6(x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + x_1x_3x_4 + x_2x_3x_4).
\end{aligned}
$$

Приклад 2.3.38

Обчисліть значення $(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)^3$.

Розв'язок. Використаємо теорему 2.3.35:

$$
\begin{aligned}
(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)^3 = {} & \frac{3!}{3!0!0!0!} x_1^3 + \frac{3!}{0!3!0!0!} x_2^3 + \frac{3!}{0!0!3!0!} x_3^3 + \frac{3!}{0!0!0!3!} x_4^3 + \\
& + \frac{3!}{2!1!0!0!} x_1^2 x_2 + \frac{3!}{2!0!1!0!} x_1^2 x_3 + \frac{3!}{2!0!0!1!} x_1^2 x_4 + \\
& + \frac{3!}{1!2!0!0!} x_1 x_2^2 + \frac{3!}{0!2!1!0!} x_2^2 x_3 + \frac{3!}{0!2!0!1!} x_2^2 x_4 + \\
& + \frac{3!}{1!0!2!0!} x_1 x_3^2 + \frac{3!}{0!1!2!0!} x_2 x_3^2 + \frac{3!}{0!0!2!1!} x_3^2 x_4 + \\
& + \frac{3!}{1!0!0!2!} x_1 x_4^2 + \frac{3!}{0!1!0!2!} x_2 x_4^2 + \frac{3!}{0!0!1!2!} x_3 x_4^2 + \\
& + \frac{3!}{1!1!1!0!} x_1 x_2 x_3 + \frac{3!}{1!1!0!1!} x_1 x_2 x_4 + \frac{3!}{1!0!1!1!} x_1 x_3 x_4 + \\
& + \frac{3!}{0!1!1!1!} x_2 x_3 x_4 = \\
= {} & x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + x_4^3 + \\
& + 3(x_1^2 x_2 + x_1^2 x_3 + x_1^2 x_4 + x_1 x_2^2 + x_2^2 x_3 + x_2^2 x_4 + \\
& \quad + x_1 x_3^2 + x_2 x_3^2 + x_3^2 x_4 + x_1 x_4^2 + x_2 x_4^2 + x_3 x_4^2) + \\
& + 6(x_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 x_4 + x_1 x_3 x_4 + x_2 x_3 x_4).
\end{aligned}
$$

Дякую за увагу!!!

Дякую за увагу!!!