

# Комбінації з повтореннями

Дискретна математика



Лекція 22

$$\overline{C}_n^k = C_{n+k-1}^k = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій з повтореннями:

- Така модель не дає доброї інтерпретації для комбінації з повторенням  $\overline{C}_n^k$  з  $n$  елементів по  $k$ , якщо не брати до уваги, що  $\overline{C}_n^k$  — це кількість комбінацій з повтореннями довжини  $(n+k-1)$ , з яких вибрано  $k$  елементів  $(n-1)$  разів.
- Нехай є  $n$  різних ящиків і  $k$  однакових предметів, причому кожен ящик може містити тільки один предмет. Тоді  $\overline{C}_n^k$  — це кількість різних розподілів  $k$  однакових предметів у ці  $n$  ящиків.

### Приклад 2.3.21

У пиріжковій продаються 10 сортів пиріжків. Скількома способами можна купити 14 пиріжків?

*Розв'язок.* Щоб купити 14 пиріжків, необхідно 14 разів зробити вибір сорту з 10 можливих. При цьому порядок вибору несуттєвий та при виборі можна повторюватися. Більше того, оскільки  $14 > 10$ , то повторення будуть гарантовані. Тоді кожен спосіб покупки 14 пиріжків буде невпорядкованою 14-вбіркою з повтореннями з 10, тобто буде комбінацією з повтореннями з 10 по 14, а тому існує

$$\overline{C}_{10}^{14} = C_{23}^{14} = \frac{23!}{14! \cdot 9!}$$

різних способів купити пиріжки.

$$\overline{C}_n^k = C_{n+k-1}^k = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій з повтореннями:

- Така модель не дає доброї інтерпретації для комбінації з повторенням  $\overline{C}_n^k$  з  $n$  елементів по  $k$ , якщо не брати до уваги, що  $\overline{C}_n^k = C_{n+k-1}^k$  — це кількість  $k$ -елементових підмножин множини  $\{1, 2, \dots, n+k-1\}$ , з яких немає  $k$  елементів  $1, 2, \dots, n$ .
- Нехай є  $n$  різних ящиків і  $k$  однакових предметів, причому кожен ящик може містити тільки один предмет. Тоді  $\overline{C}_n^k$  — це кількість різних розподілів  $k$  предметів у ці  $n$  ящиків.

### Приклад 2.3.21

У пиріжковій продаються 10 сортів пиріжків. Скількома способами можна купити 14 пиріжків?

*Розв'язок.* Щоб купити 14 пиріжків, необхідно 14 разів зробити вибір сорту з 10 можливих. При цьому порядок вибору несуттєвий та при виборі можна повторюватися. Більше того, оскільки  $14 > 10$ , то повторення будуть гарантовані. Тоді кожен спосіб покупки 14 пиріжків буде невпорядкованою 14-вбіркою з повтореннями з 10, тобто буде комбінацією з повтореннями з 10 по 14, а тому існує

$$\overline{C}_{10}^{14} = C_{23}^{14} = \frac{23!}{14! \cdot 9!}$$

різних способів купити пиріжки.

$$\overline{C}_n^k = C_{n+k-1}^k = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій з повтореннями:

- Така модель не дає доброї інтерпретації для комбінації з повторенням  $\overline{C}_n^k$  з  $n$  елементів по  $k$ , якщо не брати до уваги, що  $\overline{C}_n^k = C_{n+k-1}^k$  — це кількість комбінацій з повтореннями довжиною  $k$  з  $n+k-1$  різних елементів  $\{1, 2, \dots, n+k-1\}$ , з яких  $n-1$  елементів  $\{1, 2, \dots, n-1\}$  зустрічаються тільки один раз, а елементи  $\{n, n+1, \dots, n+k-1\}$  зустрічаються  $k$  разів.
- Нехай є  $n$  різних ящиків і  $k$  однакових предметів, причому кожен ящик може містити тільки один предмет. Тоді  $\overline{C}_n^k$  — це кількість різних розподілів  $k$  предметів по  $n$  ящиках.

### Приклад 2.3.21

У пиріжковій продаються 10 сортів пиріжків. Скількома способами можна купити 14 пиріжків?

*Розв'язок.* Щоб купити 14 пиріжків, необхідно 14 разів зробити вибір сорту з 10 можливих. При цьому порядок вибору несуттєвий та при виборі можна повторюватися. Більше того, оскільки  $14 > 10$ , то повторення будуть гарантовані. Тоді кожен спосіб покупки 14 пиріжків буде невпорядкованою 14-вбіркою з повтореннями з 10, тобто буде комбінацією з повтореннями з 10 по 14, а тому існує

$$\overline{C}_{10}^{14} = C_{23}^{14} = \frac{23!}{14! \cdot 9!}$$

різних способів купити пиріжки.

$$\overline{C}_n^k = C_{n+k-1}^k = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій з повтореннями:

- 1 Така модель не дає доброї інтерпретації для комбінації з повторенням  $\overline{C}_n^k$  з  $n$  елементів по  $k$ , якщо не брати до уваги, що  $\overline{C}_n^k$  — це кількість послідовностей довжини  $(n+k-1)$ , з яких рівно  $k$  одиниць і  $(n-1)$  нуль.
- 2 Нехай є  $n$  різних ящиків і  $k$  однакових предметів, причому кожен ящик може вмістити також всі ці предмети. Тоді  $\overline{C}_n^k$  — це кількість різних розміщень цих  $k$  предметів у ці  $n$  ящики.

### Приклад 2.3.21

У пиріжковій продаються 10 сортів пиріжків. Скількома способами можна купити 14 пиріжків?

*Розв'язок.* Щоб купити 14 пиріжків, необхідно 14 разів зробити вибір сорту з 10 можливих. При цьому порядок вибору несуттєвий та при виборі можна повторюватися. Більше того, оскільки  $14 > 10$ , то повторення будуть гарантовані. Тоді кожен спосіб покупки 14 пиріжків буде невпорядкованою 14-вибіркою з повтореннями з 10, тобто буде комбінацією з повтореннями з 10 по 14, а тому існує

$$\overline{C}_{10}^{14} = C_{23}^{14} = \frac{23!}{14! \cdot 9!}$$

різних способів купити пиріжки.

$$\bar{C}_n^k = C_{n+k-1}^k = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій з повтореннями:

- 1 Така модель не дає доброї інтерпретації для комбінації з повторенням  $\bar{C}_n^k$  з  $n$  елементів по  $k$ , якщо не брати до уваги, що  $\bar{C}_n^k$  — це кількість послідовностей довжини  $(n+k-1)$ , з яких рівно  $k$  одиниць і  $(n-1)$  нуль.
- 2 Нехай є  $n$  різних ящиків і  $k$  однакових предметів, причому кожен ящик може вмістити також всі ці предмети. Тоді  $\bar{C}_n^k$  — це кількість різних розміщень цих  $k$  предметів у ці  $n$  ящики.

### Приклад 2.3.21

У пірижковій продаються 10 сортів пірижків. Скількома способами можна купити 14 пірижків?

*Розв'язок.* Щоб купити 14 пірижків, необхідно 14 разів зробити вибір сорту з 10 можливих. При цьому порядок вибору несуттєвий та при виборі можна повторюватися. Більше того, оскільки  $14 > 10$ , то повторення будуть гарантовані. Тоді кожен спосіб покупки 14 пірижків буде невпорядкованою 14-вибіркою з повтореннями з 10, тобто буде комбінацією з повтореннями з 10 по 14, а тому існує

$$\bar{C}_{10}^{14} = C_{23}^{14} = \frac{23!}{14! \cdot 9!}$$

різних способів купити пірижки.

$$\overline{C}_n^k = C_{n+k-1}^k = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій з повтореннями:

- 1 Така модель не дає доброї інтерпретації для комбінації з повторенням  $\overline{C}_n^k$  з  $n$  елементів по  $k$ , якщо не брати до уваги, що  $\overline{C}_n^k$  — це кількість послідовностей довжини  $(n+k-1)$ , з яких рівно  $k$  одиниць і  $(n-1)$  нуль.
- 2 Нехай є  $n$  різних ящиків і  $k$  однакових предметів, причому кожен ящик може вмістити також всі ці предмети. Тоді  $\overline{C}_n^k$  — це кількість різних розміщень цих  $k$  предметів у ці  $n$  ящики.

### Приклад 2.3.21

У пиріжковій продаються 10 сортів пиріжків. Скількома способами можна купити 14 пиріжків?

*Розв'язок.* Щоб купити 14 пиріжків, необхідно 14 разів зробити вибір сорту з 10 можливих. При цьому порядок вибору несуттєвий та при виборі можна повторюватися. Більше того, оскільки  $14 > 10$ , то повторення будуть гарантовані. Тоді кожен спосіб покупки 14 пиріжків буде невпорядкованою 14-вибіркою з повтореннями з 10, тобто буде комбінацією з повтореннями з 10 по 14, а тому існує

$$\overline{C}_{10}^{14} = C_{23}^{14} = \frac{23!}{14! \cdot 9!}$$

різних способів купити пиріжки.

$$\overline{C}_n^k = C_{n+k-1}^k = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій з повтореннями:

- 1 Така модель не дає доброї інтерпретації для комбінації з повторенням  $\overline{C}_n^k$  з  $n$  елементів по  $k$ , якщо не брати до уваги, що  $\overline{C}_n^k$  — це кількість послідовностей довжини  $(n+k-1)$ , з яких рівно  $k$  одиниць і  $(n-1)$  нуль.
- 2 Нехай є  $n$  різних ящиків і  $k$  однакових предметів, причому кожен ящик може вмістити також всі ці предмети. Тоді  $\overline{C}_n^k$  — це кількість різних розміщень цих  $k$  предметів у ці  $n$  ящики.

### Приклад 2.3.21

У пірижковій продаються 10 сортів пірижків. Скількома способами можна купити 14 пірижків?

*Розв'язок.* Щоб купити 14 пірижків, необхідно 14 разів зробити вибір сорту з 10 можливих. При цьому порядок вибору несуттєвий та при виборі можна повторюватися. Більше того, оскільки  $14 > 10$ , то повторення будуть гарантовані. Тоді кожен спосіб покупки 14 пірижків буде невпорядкованою 14-вибіркою з повтореннями з 10, тобто буде комбінацією з повтореннями з 10 по 14, а тому існує

$$\overline{C}_{10}^{14} = C_{23}^{14} = \frac{23!}{14! \cdot 9!}$$

різних способів купити пірижки.



$$\overline{C}_n^k = C_{n+k-1}^k = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій з повтореннями:

- 1 Така модель не дає доброї інтерпретації для комбінації з повторенням  $\overline{C}_n^k$  з  $n$  елементів по  $k$ , якщо не брати до уваги, що  $\overline{C}_n^k$  — це кількість послідовностей довжини  $(n+k-1)$ , з яких рівно  $k$  одиниць і  $(n-1)$  нуль.
- 2 Нехай є  $n$  різних ящиків і  $k$  однакових предметів, причому кожен ящик може вмістити також всі ці предмети. Тоді  $\overline{C}_n^k$  — це кількість різних розміщень цих  $k$  предметів у ці  $n$  ящики.

### Приклад 2.3.21

У пиріжковій продаються 10 сортів пиріжків. Скількома способами можна купити 14 пиріжків?

*Розв'язок.* Щоб купити 14 пиріжків, необхідно 14 разів зробити вибір сорту з 10 можливих. При цьому порядок вибору несуттєвий та при виборі можна повторюватися. Більше того, оскільки  $14 > 10$ , то повторення будуть гарантовані. Тоді кожен спосіб покупки 14 пиріжків буде невпорядкованою 14-вибіркою з повтореннями з 10, тобто буде комбінацією з повтореннями з 10 по 14, а тому існує

$$\overline{C}_{10}^{14} = C_{23}^{14} = \frac{23!}{14! \cdot 9!}$$

різних способів купити пиріжки.

$$\overline{C}_n^k = C_{n+k-1}^k = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій з повтореннями:

- 1 Така модель не дає доброї інтерпретації для комбінації з повторенням  $\overline{C}_n^k$  з  $n$  елементів по  $k$ , якщо не брати до уваги, що  $\overline{C}_n^k$  — це кількість послідовностей довжини  $(n+k-1)$ , з яких рівно  $k$  одиниць і  $(n-1)$  нуль.
- 2 Нехай є  $n$  різних ящиків і  $k$  однакових предметів, причому кожен ящик може вмістити також всі ці предмети. Тоді  $\overline{C}_n^k$  — це кількість різних розміщень цих  $k$  предметів у ці  $n$  ящики.

### Приклад 2.3.21

У пірижковій продаються 10 сортів пірижків. Скількома способами можна купити 14 пірижків?

*Розв'язок.* Щоб купити 14 пірижків, необхідно 14 разів зробити вибір сорту з 10 можливих. При цьому порядок вибору несуттєвий та при виборі можна повторюватися. Більше того, оскільки  $14 > 10$ , то повторення будуть гарантовані. Тоді кожен спосіб покупки 14 пірижків буде невпорядкованою 14-вибіркою з повтореннями з 10, тобто буде комбінацією з повтореннями з 10 по 14, а тому існує

$$\overline{C}_{10}^{14} = C_{23}^{14} = \frac{23!}{14! \cdot 9!}$$

різних способів купити пірижки.

$$\overline{C}_n^k = C_{n+k-1}^k = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій з повтореннями:

- 1 Така модель не дає доброї інтерпретації для комбінації з повторенням  $\overline{C}_n^k$  з  $n$  елементів по  $k$ , якщо не брати до уваги, що  $\overline{C}_n^k$  — це кількість послідовностей довжини  $(n+k-1)$ , з яких рівно  $k$  одиниць і  $(n-1)$  нуль.
- 2 Нехай є  $n$  різних ящиків і  $k$  однакових предметів, причому кожен ящик може вмістити також всі ці предмети. Тоді  $\overline{C}_n^k$  — це кількість різних розміщень цих  $k$  предметів у ці  $n$  ящики.

### Приклад 2.3.21

У пірижковій продаються 10 сортів пірижків. Скількома способами можна купити 14 пірижків?

*Розв'язок.* Щоб купити 14 пірижків, необхідно 14 разів зробити вибір сорту з 10 можливих. При цьому порядок вибору несуттєвий та при виборі можна повторюватися. Більше того, оскільки  $14 > 10$ , то повторення будуть гарантовані. Тоді кожен спосіб покупки 14 пірижків буде невпорядкованою 14-вбіркою з повтореннями з 10, тобто буде комбінацією з повтореннями з 10 по 14, а тому існує

$$\overline{C}_{10}^{14} = C_{23}^{14} = \frac{23!}{14! \cdot 9!}$$

різних способів купити пірижки.

$$\overline{C}_n^k = C_{n+k-1}^k = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій з повтореннями:

- 1 Така модель не дає доброї інтерпретації для комбінації з повторенням  $\overline{C}_n^k$  з  $n$  елементів по  $k$ , якщо не брати до уваги, що  $\overline{C}_n^k$  — це кількість послідовностей довжини  $(n+k-1)$ , з яких рівно  $k$  одиниць і  $(n-1)$  нуль.
- 2 Нехай є  $n$  різних ящиків і  $k$  однакових предметів, причому кожен ящик може вмістити також всі ці предмети. Тоді  $\overline{C}_n^k$  — це кількість різних розміщень цих  $k$  предметів у ці  $n$  ящики.

### Приклад 2.3.21

У пірижковій продаються 10 сортів пірижків. Скількома способами можна купити 14 пірижків?

*Розв'язок.* Щоб купити 14 пірижків, необхідно 14 разів зробити вибір сорту з 10 можливих. При цьому порядок вибору несуттєвий та при виборі можна повторюватися. Більше того, оскільки  $14 > 10$ , то повторення будуть гарантовані. Тоді кожен спосіб покупки 14 пірижків буде невпорядкованою 14-вбіркою з повтореннями з 10, тобто буде комбінацією з повтореннями з 10 по 14, а тому існує

$$\overline{C}_{10}^{14} = C_{23}^{14} = \frac{23!}{14! \cdot 9!}$$

різних способів купити пірижки.

$$\overline{C}_n^k = C_{n+k-1}^k = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій з повтореннями:

- 1 Така модель не дає доброї інтерпретації для комбінації з повторенням  $\overline{C}_n^k$  з  $n$  елементів по  $k$ , якщо не брати до уваги, що  $\overline{C}_n^k$  — це кількість послідовностей довжини  $(n+k-1)$ , з яких рівно  $k$  одиниць і  $(n-1)$  нуль.
- 2 Нехай є  $n$  різних ящиків і  $k$  однакових предметів, причому кожен ящик може вмістити також всі ці предмети. Тоді  $\overline{C}_n^k$  — це кількість різних розміщень цих  $k$  предметів у ці  $n$  ящики.

### Приклад 2.3.21

У пірижковій продаються 10 сортів пірижків. Скількома способами можна купити 14 пірижків?

*Розв'язок.* Щоб купити 14 пірижків, необхідно 14 разів зробити вибір сорту з 10 можливих. При цьому порядок вибору несуттєвий та при виборі можна повторюватися. Більше того, оскільки  $14 > 10$ , то повторення будуть гарантовані. Тоді кожен спосіб покупки 14 пірижків буде невпорядкованою 14-вбіркою з повтореннями з 10, тобто буде комбінацією з повтореннями з 10 по 14, а тому існує

$$\overline{C}_{10}^{14} = C_{23}^{14} = \frac{23!}{14! \cdot 9!}$$

різних способів купити пірижки.

$$\overline{C}_n^k = C_{n+k-1}^k = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій з повтореннями:

- 1 Така модель не дає доброї інтерпретації для комбінації з повторенням  $\overline{C}_n^k$  з  $n$  елементів по  $k$ , якщо не брати до уваги, що  $\overline{C}_n^k$  — це кількість послідовностей довжини  $(n+k-1)$ , з яких рівно  $k$  одиниць і  $(n-1)$  нуль.
- 2 Нехай є  $n$  різних ящиків і  $k$  однакових предметів, причому кожен ящик може вмістити також всі ці предмети. Тоді  $\overline{C}_n^k$  — це кількість різних розміщень цих  $k$  предметів у ці  $n$  ящики.

### Приклад 2.3.21

У пірижковій продаються 10 сортів пірижків. Скількома способами можна купити 14 пірижків?

**Розв'язок.** Щоб купити 14 пірижків, необхідно 14 разів зробити вибір сорту з 10 можливих. При цьому порядок вибору несуттєвий та при виборі можна повторюватися. Більше того, оскільки  $14 > 10$ , то повторення будуть гарантовані. Тоді кожен спосіб покупки 14 пірижків буде невпорядкованою 14-вбіркою з повтореннями з 10, тобто буде комбінацією з повтореннями з 10 по 14, а тому існує

$$\overline{C}_{10}^{14} = C_{23}^{14} = \frac{23!}{14! \cdot 9!}$$

різних способів купити пірижки.

$$\overline{C}_n^k = C_{n+k-1}^k = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій з повтореннями:

- 1 Така модель не дає доброї інтерпретації для комбінації з повторенням  $\overline{C}_n^k$  з  $n$  елементів по  $k$ , якщо не брати до уваги, що  $\overline{C}_n^k$  — це кількість послідовностей довжини  $(n+k-1)$ , з яких рівно  $k$  одиниць і  $(n-1)$  нуль.
- 2 Нехай є  $n$  різних ящиків і  $k$  однакових предметів, причому кожен ящик може вмістити також всі ці предмети. Тоді  $\overline{C}_n^k$  — це кількість різних розміщень цих  $k$  предметів у ці  $n$  ящики.

### Приклад 2.3.21

У пірижковій продаються 10 сортів пірижків. Скількома способами можна купити 14 пірижків?

**Розв'язок.** Щоб купити 14 пірижків, необхідно 14 разів зробити вибір сорту з 10 можливих. При цьому порядок вибору несуттєвий та при виборі можна повторюватися. Більше того, оскільки  $14 > 10$ , то повторення будуть гарантовані. Тоді кожен спосіб покупки 14 пірижків буде невпорядкованою 14-вибіркою з повтореннями з 10, тобто буде комбінацією з повтореннями з 10 по 14, а тому існує

$$\overline{C}_{10}^{14} = C_{23}^{14} = \frac{23!}{14! \cdot 9!}$$

різних способів купити пірижки.

$$\overline{C}_n^k = C_{n+k-1}^k = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій з повтореннями:

- 1 Така модель не дає доброї інтерпретації для комбінації з повторенням  $\overline{C}_n^k$  з  $n$  елементів по  $k$ , якщо не брати до уваги, що  $\overline{C}_n^k$  — це кількість послідовностей довжини  $(n+k-1)$ , з яких рівно  $k$  одиниць і  $(n-1)$  нуль.
- 2 Нехай є  $n$  різних ящиків і  $k$  однакових предметів, причому кожен ящик може вмістити також всі ці предмети. Тоді  $\overline{C}_n^k$  — це кількість різних розміщень цих  $k$  предметів у ці  $n$  ящики.

### Приклад 2.3.21

У пірижковій продаються 10 сортів пірижків. Скількома способами можна купити 14 пірижків?

**Розв'язок.** Щоб купити 14 пірижків, необхідно 14 разів зробити вибір сорту з 10 можливих. При цьому порядок вибору несуттєвий та при виборі можна повторюватися. Більше того, оскільки  $14 > 10$ , то повторення будуть гарантовані. Тоді кожен спосіб покупки 14 пірижків буде невпорядкованою 14-вибіркою з повтореннями з 10, тобто буде комбінацією з повтореннями з 10 по 14, а тому існує

$$\overline{C}_{10}^{14} = C_{23}^{14} = \frac{23!}{14! \cdot 9!}$$

різних способів купити пірижки.



$$\overline{C}_n^k = C_{n+k-1}^k = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій з повтореннями:

- 1 Така модель не дає доброї інтерпретації для комбінації з повторенням  $\overline{C}_n^k$  з  $n$  елементів по  $k$ , якщо не брати до уваги, що  $\overline{C}_n^k$  — це кількість послідовностей довжини  $(n+k-1)$ , з яких рівно  $k$  одиниць і  $(n-1)$  нуль.
- 2 Нехай є  $n$  різних ящиків і  $k$  однакових предметів, причому кожен ящик може вмістити також всі ці предмети. Тоді  $\overline{C}_n^k$  — це кількість різних розміщень цих  $k$  предметів у ці  $n$  ящики.

### Приклад 2.3.21

У пірижковій продаються 10 сортів пірижків. Скількома способами можна купити 14 пірижків?

**Розв'язок.** Щоб купити 14 пірижків, необхідно 14 разів зробити вибір сорту з 10 можливих. При цьому порядок вибору несуттєвий та при виборі можна повторюватися. Більше того, оскільки  $14 > 10$ , то повторення будуть гарантовані. Тоді кожен спосіб покупки 14 пірижків буде невпорядкованою 14-вибіркою з повтореннями з 10, тобто буде комбінацією з повтореннями з 10 по 14, а тому існує

$$\overline{C}_{10}^{14} = C_{23}^{14} = \frac{23!}{14! \cdot 9!}$$

різних способів купити пірижки.

$$\overline{C}_n^k = C_{n+k-1}^k = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій з повтореннями:

- 1 Така модель не дає доброї інтерпретації для комбінації з повторенням  $\overline{C}_n^k$  з  $n$  елементів по  $k$ , якщо не брати до уваги, що  $\overline{C}_n^k$  — це кількість послідовностей довжини  $(n+k-1)$ , з яких рівно  $k$  одиниць і  $(n-1)$  нуль.
- 2 Нехай є  $n$  різних ящиків і  $k$  однакових предметів, причому кожен ящик може вмістити також всі ці предмети. Тоді  $\overline{C}_n^k$  — це кількість різних розміщень цих  $k$  предметів у ці  $n$  ящики.

### Приклад 2.3.21

У пірижковій продаються 10 сортів пірижків. Скількома способами можна купити 14 пірижків?

**Розв'язок.** Щоб купити 14 пірижків, необхідно 14 разів зробити вибір сорту з 10 можливих. При цьому порядок вибору несуттєвий та при виборі можна повторюватися. Більше того, оскільки  $14 > 10$ , то повторення будуть гарантовані. Тоді кожен спосіб покупки 14 пірижків буде невпорядкованою 14-вбіркою з повтореннями з 10, тобто буде комбінацією з повтореннями з 10 по 14, а тому існує

$$\overline{C}_{10}^{14} = C_{23}^{14} = \frac{23!}{14! \cdot 9!}$$

різних способів купити пірижки.

$$\overline{C}_n^k = C_{n+k-1}^k = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій з повтореннями:

- 1 Така модель не дає доброї інтерпретації для комбінації з повторенням  $\overline{C}_n^k$  з  $n$  елементів по  $k$ , якщо не брати до уваги, що  $\overline{C}_n^k$  — це кількість послідовностей довжини  $(n+k-1)$ , з яких рівно  $k$  одиниць і  $(n-1)$  нуль.
- 2 Нехай є  $n$  різних ящиків і  $k$  однакових предметів, причому кожен ящик може вмістити також всі ці предмети. Тоді  $\overline{C}_n^k$  — це кількість різних розміщень цих  $k$  предметів у ці  $n$  ящики.

### Приклад 2.3.21

У пірижковій продаються 10 сортів пірижків. Скількома способами можна купити 14 пірижків?

**Розв'язок.** Щоб купити 14 пірижків, необхідно 14 разів зробити вибір сорту з 10 можливих. При цьому порядок вибору несуттєвий та при виборі можна повторюватися. Більше того, оскільки  $14 > 10$ , то повторення будуть гарантовані. Тоді кожен спосіб покупки 14 пірижків буде невпорядкованою 14-вбіркою з повтореннями з 10, тобто буде комбінацією з повтореннями з 10 по 14, а тому існує

$$\overline{C}_{10}^{14} = C_{23}^{14} = \frac{23!}{14! \cdot 9!}$$

різних способів купити пірижки.

$$\overline{C}_n^k = C_{n+k-1}^k = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій з повтореннями:

- 1 Така модель не дає доброї інтерпретації для комбінації з повторенням  $\overline{C}_n^k$  з  $n$  елементів по  $k$ , якщо не брати до уваги, що  $\overline{C}_n^k$  — це кількість послідовностей довжини  $(n+k-1)$ , з яких рівно  $k$  одиниць і  $(n-1)$  нуль.
- 2 Нехай є  $n$  різних ящиків і  $k$  однакових предметів, причому кожен ящик може вмістити також всі ці предмети. Тоді  $\overline{C}_n^k$  — це кількість різних розміщень цих  $k$  предметів у ці  $n$  ящики.

### Приклад 2.3.21

У пірижковій продаються 10 сортів пірижків. Скількома способами можна купити 14 пірижків?

**Розв'язок.** Щоб купити 14 пірижків, необхідно 14 разів зробити вибір сорту з 10 можливих. При цьому порядок вибору несуттєвий та при виборі можна повторюватися. Більше того, оскільки  $14 > 10$ , то повторення будуть гарантовані. Тоді кожен спосіб покупки 14 пірижків буде невпорядкованою 14-вибіркою з повтореннями з 10, тобто буде комбінацією з повтореннями з 10 по 14, а тому існує

$$\overline{C}_{10}^{14} = C_{23}^{14} = \frac{23!}{14! \cdot 9!}$$

різних способів купити пірижки.

$$\overline{C}_n^k = C_{n+k-1}^k = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій з повтореннями:

- 1 Така модель не дає доброї інтерпретації для комбінації з повторенням  $\overline{C}_n^k$  з  $n$  елементів по  $k$ , якщо не брати до уваги, що  $\overline{C}_n^k$  — це кількість послідовностей довжини  $(n+k-1)$ , з яких рівно  $k$  одиниць і  $(n-1)$  нуль.
- 2 Нехай є  $n$  різних ящиків і  $k$  однакових предметів, причому кожен ящик може вмістити також всі ці предмети. Тоді  $\overline{C}_n^k$  — це кількість різних розміщень цих  $k$  предметів у ці  $n$  ящики.

### Приклад 2.3.21

У пірижковій продаються 10 сортів пірижків. Скількома способами можна купити 14 пірижків?

**Розв'язок.** Щоб купити 14 пірижків, необхідно 14 разів зробити вибір сорту з 10 можливих. При цьому порядок вибору несуттєвий та при виборі можна повторюватися. Більше того, оскільки  $14 > 10$ , то повторення будуть гарантовані. Тоді кожен спосіб покупки 14 пірижків буде невпорядкованою 14-вбіркою з повтореннями з 10, тобто буде комбінацією з повтореннями з 10 по 14, а тому існує

$$\overline{C}_{10}^{14} = C_{23}^{14} = \frac{23!}{14! \cdot 9!}$$

різних способів купити пірижки.

### Приклад 2.3.22

Скількома способами можна розкласти у 4 коробки 10 білих, 15 голубих і 8 зелених кульок? Кульки однакового кольору вважаються однаковими.

*Розв'язок.* Кульки можна розкласти окремо у 4 коробки:

• 10 білих кульок;

• 15 голубих кульок;

• 8 зелених кульок.

Оскільки довільний вибір білих кульок можна поєднати з довільним вибором голубих і з довільним вибором зелених кульок, то за правилом добутку отримуємо, що існує

$$\overline{C}_4^{10} \cdot \overline{C}_4^{15} \cdot \overline{C}_4^8 = C_{13}^{10} \cdot C_{18}^{15} \cdot C_{11}^8 = \frac{13!}{10! \cdot 3!} \cdot \frac{18!}{15! \cdot 3!} \cdot \frac{11!}{8! \cdot 3!}$$

шуканих способів розподілу кульок.

### Приклад 2.3.22

Скількома способами можна розкласти у 4 коробки 10 білих, 15 голубих і 8 зелених кульок? Кульки однакового кольору вважаються однаковими.

*Розв'язок.* Кульки можна розкласти окремо у 4 коробки:

- 10 білих кульок
- 15 голубих кульок
- 8 зелених кульок

Оскільки довільний вибір білих кульок можна поєнувати з довільним вибором голубих і з довільним вибором зелених кульок, то за правилом добутку отримуємо, що існує

$$\overline{C}_4^{10} \cdot \overline{C}_4^{15} \cdot \overline{C}_4^8 = C_{13}^{10} \cdot C_{18}^{15} \cdot C_{11}^8 = \frac{13!}{10! \cdot 3!} \cdot \frac{18!}{15! \cdot 3!} \cdot \frac{11!}{8! \cdot 3!}$$

шуканих способів розподілу кульок.

### Приклад 2.3.22

Скількома способами можна розкласти у 4 коробки 10 білих, 15 голубих і 8 зелених кульок? Кульки однакового кольору вважаються однаковими.

*Розв'язок.* Кульки можна розкласти окремо у 4 коробки:

- 10 білих кульок
- 15 голубих кульок
- 8 зелених кульок

Оскільки довільний вибір білих кульок можна поєнувати з довільним вибором голубих і з довільним вибором зелених кульок, то за правилом добутку отримуємо, що існує

$$\overline{C}_4^{10} \cdot \overline{C}_4^{15} \cdot \overline{C}_4^8 = C_{13}^{10} \cdot C_{18}^{15} \cdot C_{11}^8 = \frac{13!}{10! \cdot 3!} \cdot \frac{18!}{15! \cdot 3!} \cdot \frac{11!}{8! \cdot 3!}$$

шуканих способів розподілу кульок.



### Приклад 2.3.22

Скількома способами можна розкласти у 4 коробки 10 білих, 15 голубих і 8 зелених кульок? Кульки однакового кольору вважаються однаковими.

*Розв'язок.* Кульки можна розкласти окремо у 4 коробки:

- 10 білих кульок
- 15 голубих кульок
- 8 зелених кульок

Оскільки довільний вибір білих кульок можна поєнувати з довільним вибором голубих і з довільним вибором зелених кульок, то за правилом добутку отримуємо, що існує

$$\overline{C}_4^{10} \cdot \overline{C}_4^{15} \cdot \overline{C}_4^8 = C_{13}^{10} \cdot C_{18}^{15} \cdot C_{11}^8 = \frac{13!}{10! \cdot 3!} \cdot \frac{18!}{15! \cdot 3!} \cdot \frac{11!}{8! \cdot 3!}$$

шуканих способів розподілу кульок.

### Приклад 2.3.22

Скількома способами можна розкласти у 4 коробки 10 білих, 15 голубих і 8 зелених кульок? Кульки однакового кольору вважаються однаковими.

**Розв'язок.** Кульки можна розкласти окремо у 4 коробки:

- 10 білих кульок
- 15 голубих кульок
- 8 зелених кульок

Оскільки довільний вибір білих кульок можна поєнувати з довільним вибором голубих і з довільним вибором зелених кульок, то за правилом добутку отримуємо, що існує

$$\overline{C}_4^{10} \cdot \overline{C}_4^{15} \cdot \overline{C}_4^8 = C_{13}^{10} \cdot C_{18}^{15} \cdot C_{11}^8 = \frac{13!}{10! \cdot 3!} \cdot \frac{18!}{15! \cdot 3!} \cdot \frac{11!}{8! \cdot 3!}$$

шуканих способів розподілу кульок.

### Приклад 2.3.22

Скількома способами можна розкласти у 4 коробки 10 білих, 15 голубих і 8 зелених кульок? Кульки однакового кольору вважаються однаковими.

**Розв'язок.** Кульки можна розкласти окремо у 4 коробки:

- 10 білих кульок
- 15 голубих кульок
- 8 зелених кульок

Оскільки довільний вибір білих кульок можна поєнувати з довільним вибором голубих і з довільним вибором зелених кульок, то за правилом добутку отримуємо, що існує

$$\overline{C}_4^{10} \cdot \overline{C}_4^{15} \cdot \overline{C}_4^8 = C_{13}^{10} \cdot C_{18}^{15} \cdot C_{11}^8 = \frac{13!}{10! \cdot 3!} \cdot \frac{18!}{15! \cdot 3!} \cdot \frac{11!}{8! \cdot 3!}$$

шуканих способів розподілу кульок.

### Приклад 2.3.22

Скількома способами можна розкласти у 4 коробки 10 білих, 15 голубих і 8 зелених кульок? Кульки однакового кольору вважаються однаковими.

**Розв'язок.** Кульки можна розкласти окремо у 4 коробки:

- 10 білих кульок —  $\overline{C}_4^{10} = C_{13}^{10} = \frac{13!}{10! \cdot 3!}$  способами;
- 15 голубих кульок —  $\overline{C}_4^{15} = C_{18}^{15} = \frac{18!}{15! \cdot 3!}$  способами;
- 8 зелених кульок —  $\overline{C}_4^8 = C_{11}^8 = \frac{11!}{8! \cdot 3!}$  способами.

Оскільки довільний вибір білих кульок можна поєнувати з довільним вибором голубих і з довільним вибором зелених кульок, то за правилом добутку отримуємо, що існує

$$\overline{C}_4^{10} \cdot \overline{C}_4^{15} \cdot \overline{C}_4^8 = C_{13}^{10} \cdot C_{18}^{15} \cdot C_{11}^8 = \frac{13!}{10! \cdot 3!} \cdot \frac{18!}{15! \cdot 3!} \cdot \frac{11!}{8! \cdot 3!}$$

шуканих способів розподілу кульок.

### Приклад 2.3.22

Скількома способами можна розкласти у 4 коробки 10 білих, 15 голубих і 8 зелених кульок? Кульки однакового кольору вважаються однаковими.

**Розв'язок.** Кульки можна розкласти окремо у 4 коробки:

- 10 білих кульок —  $\overline{C}_4^{10} = C_{13}^{10} = \frac{13!}{10! \cdot 3!}$  способами;
- 15 голубих кульок —  $\overline{C}_4^{15} = C_{18}^{15} = \frac{18!}{15! \cdot 3!}$  способами;
- 8 зелених кульок —  $\overline{C}_4^8 = C_{11}^8 = \frac{11!}{8! \cdot 3!}$  способами.

Оскільки довільний вибір білих кульок можна поєнувати з довільним вибором голубих і з довільним вибором зелених кульок, то за правилом добутку отримуємо, що існує

$$\overline{C}_4^{10} \cdot \overline{C}_4^{15} \cdot \overline{C}_4^8 = C_{13}^{10} \cdot C_{18}^{15} \cdot C_{11}^8 = \frac{13!}{10! \cdot 3!} \cdot \frac{18!}{15! \cdot 3!} \cdot \frac{11!}{8! \cdot 3!}$$

шуканих способів розподілу кульок.

### Приклад 2.3.22

Скількома способами можна розкласти у 4 коробки 10 білих, 15 голубих і 8 зелених кульок? Кульки однакового кольору вважаються однаковими.

**Розв'язок.** Кульки можна розкласти окремо у 4 коробки:

- 10 білих кульок —  $\overline{C}_4^{10} = C_{13}^{10} = \frac{13!}{10! \cdot 3!}$  способами;
- 15 голубих кульок —  $\overline{C}_4^{15} = C_{18}^{15} = \frac{18!}{15! \cdot 3!}$  способами;
- 8 зелених кульок —  $\overline{C}_4^8 = C_{11}^8 = \frac{11!}{8! \cdot 3!}$  способами.

Оскільки довільний вибір білих кульок можна поєнувати з довільним вибором голубих і з довільним вибором зелених кульок, то за правилом добутку отримуємо, що існує

$$\overline{C}_4^{10} \cdot \overline{C}_4^{15} \cdot \overline{C}_4^8 = C_{13}^{10} \cdot C_{18}^{15} \cdot C_{11}^8 = \frac{13!}{10! \cdot 3!} \cdot \frac{18!}{15! \cdot 3!} \cdot \frac{11!}{8! \cdot 3!}$$

шуканих способів розподілу кульок.

### Приклад 2.3.22

Скількома способами можна розкласти у 4 коробки 10 білих, 15 голубих і 8 зелених кульок? Кульки однакового кольору вважаються однаковими.

**Розв'язок.** Кульки можна розкласти окремо у 4 коробки:

- 10 білих кульок —  $\overline{C}_4^{10} = C_{13}^{10} = \frac{13!}{10! \cdot 3!}$  способами;
- 15 голубих кульок —  $\overline{C}_4^{15} = C_{18}^{15} = \frac{18!}{15! \cdot 3!}$  способами;
- 8 зелених кульок —  $\overline{C}_4^8 = C_{11}^8 = \frac{11!}{8! \cdot 3!}$  способами.

Оскільки довільний вибір білих кульок можна поєнувати з довільним вибором голубих і з довільним вибором зелених кульок, то за правилом добутку отримуємо, що існує

$$\overline{C}_4^{10} \cdot \overline{C}_4^{15} \cdot \overline{C}_4^8 = C_{13}^{10} \cdot C_{18}^{15} \cdot C_{11}^8 = \frac{13!}{10! \cdot 3!} \cdot \frac{18!}{15! \cdot 3!} \cdot \frac{11!}{8! \cdot 3!}$$

шуканих способів розподілу кульок.

### Приклад 2.3.22

Скількома способами можна розкласти у 4 коробки 10 білих, 15 голубих і 8 зелених кульок? Кульки однакового кольору вважаються однаковими.

**Розв'язок.** Кульки можна розкласти окремо у 4 коробки:

- 10 білих кульок —  $\overline{C}_4^{10} = C_{13}^{10} = \frac{13!}{10! \cdot 3!}$  способами;
- 15 голубих кульок —  $\overline{C}_4^{15} = C_{18}^{15} = \frac{18!}{15! \cdot 3!}$  способами;
- 8 зелених кульок —  $\overline{C}_4^8 = C_{11}^8 = \frac{11!}{8! \cdot 3!}$  способами.

Оскільки довільний вибір білих кульок можна поєнувати з довільним вибором голубих і з довільним вибором зелених кульок, то за правилом добутку отримуємо, що існує

$$\overline{C}_4^{10} \cdot \overline{C}_4^{15} \cdot \overline{C}_4^8 = C_{13}^{10} \cdot C_{18}^{15} \cdot C_{11}^8 = \frac{13!}{10! \cdot 3!} \cdot \frac{18!}{15! \cdot 3!} \cdot \frac{11!}{8! \cdot 3!}$$

шуканих способів розподілу кульок.



### Приклад 2.3.22

Скількома способами можна розкласти у 4 коробки 10 білих, 15 голубих і 8 зелених кульок? Кульки однакового кольору вважаються однаковими.

**Розв'язок.** Кульки можна розкласти окремо у 4 коробки:

- 10 білих кульок —  $\bar{C}_4^{10} = C_{13}^{10} = \frac{13!}{10! \cdot 3!}$  способами;
- 15 голубих кульок —  $\bar{C}_4^{15} = C_{18}^{15} = \frac{18!}{15! \cdot 3!}$  способами;
- 8 зелених кульок —  $\bar{C}_4^8 = C_{11}^8 = \frac{11!}{8! \cdot 3!}$  способами.

Оскільки довільний вибір білих кульок можна поєнувати з довільним вибором голубих і з довільним вибором зелених кульок, то за правилом добутку отримуємо, що існує

$$\bar{C}_4^{10} \cdot \bar{C}_4^{15} \cdot \bar{C}_4^8 = C_{13}^{10} \cdot C_{18}^{15} \cdot C_{11}^8 = \frac{13!}{10! \cdot 3!} \cdot \frac{18!}{15! \cdot 3!} \cdot \frac{11!}{8! \cdot 3!}$$

шуканих способів розподілу кульок.

### Приклад 2.3.22

Скількома способами можна розкласти у 4 коробки 10 білих, 15 голубих і 8 зелених кульок? Кульки однакового кольору вважаються однаковими.

**Розв'язок.** Кульки можна розкласти окремо у 4 коробки:

- 10 білих кульок —  $\bar{C}_4^{10} = C_{13}^{10} = \frac{13!}{10! \cdot 3!}$  способами;
- 15 голубих кульок —  $\bar{C}_4^{15} = C_{18}^{15} = \frac{18!}{15! \cdot 3!}$  способами;
- 8 зелених кульок —  $\bar{C}_4^8 = C_{11}^8 = \frac{11!}{8! \cdot 3!}$  способами.

Оскільки довільний вибір білих кульок можна поєнувати з довільним вибором голубих і з довільним вибором зелених кульок, то за правилом добутку отримуємо, що існує

$$\bar{C}_4^{10} \cdot \bar{C}_4^{15} \cdot \bar{C}_4^8 = C_{13}^{10} \cdot C_{18}^{15} \cdot C_{11}^8 = \frac{13!}{10! \cdot 3!} \cdot \frac{18!}{15! \cdot 3!} \cdot \frac{11!}{8! \cdot 3!}$$

шуканих способів розподілу кульок.

### Приклад 2.3.22

Скількома способами можна розкласти у 4 коробки 10 білих, 15 голубих і 8 зелених кульок? Кульки однакового кольору вважаються однаковими.

**Розв'язок.** Кульки можна розкласти окремо у 4 коробки:

- 10 білих кульок —  $\bar{C}_4^{10} = C_{13}^{10} = \frac{13!}{10! \cdot 3!}$  способами;
- 15 голубих кульок —  $\bar{C}_4^{15} = C_{18}^{15} = \frac{18!}{15! \cdot 3!}$  способами;
- 8 зелених кульок —  $\bar{C}_4^8 = C_{11}^8 = \frac{11!}{8! \cdot 3!}$  способами.

Оскільки довільний вибір білих кульок можна поєнувати з довільним вибором голубих і з довільним вибором зелених кульок, то за правилом добутку отримуємо, що існує

$$\bar{C}_4^{10} \cdot \bar{C}_4^{15} \cdot \bar{C}_4^8 = C_{13}^{10} \cdot C_{18}^{15} \cdot C_{11}^8 = \frac{13!}{10! \cdot 3!} \cdot \frac{18!}{15! \cdot 3!} \cdot \frac{11!}{8! \cdot 3!}$$

шуканих способів розподілу кульок.

### Приклад 2.3.22

Скількома способами можна розкласти у 4 коробки 10 білих, 15 голубих і 8 зелених кульок? Кульки однакового кольору вважаються однаковими.

**Розв'язок.** Кульки можна розкласти окремо у 4 коробки:

- 10 білих кульок —  $\bar{C}_4^{10} = C_{13}^{10} = \frac{13!}{10! \cdot 3!}$  способами;
- 15 голубих кульок —  $\bar{C}_4^{15} = C_{18}^{15} = \frac{18!}{15! \cdot 3!}$  способами;
- 8 зелених кульок —  $\bar{C}_4^8 = C_{11}^8 = \frac{11!}{8! \cdot 3!}$  способами.

Оскільки довільний вибір білих кульок можна поєнувати з довільним вибором голубих і з довільним вибором зелених кульок, то за правилом добутку отримуємо, що існує

$$\bar{C}_4^{10} \cdot \bar{C}_4^{15} \cdot \bar{C}_4^8 = C_{13}^{10} \cdot C_{18}^{15} \cdot C_{11}^8 = \frac{13!}{10! \cdot 3!} \cdot \frac{18!}{15! \cdot 3!} \cdot \frac{11!}{8! \cdot 3!}$$

шуканих способів розподілу кульок.

### Приклад 2.3.22

Скількома способами можна розкласти у 4 коробки 10 білих, 15 голубих і 8 зелених кульок? Кульки однакового кольору вважаються однаковими.

**Розв'язок.** Кульки можна розкласти окремо у 4 коробки:

- 10 білих кульок —  $\overline{C}_4^{10} = C_{13}^{10} = \frac{13!}{10! \cdot 3!}$  способами;
- 15 голубих кульок —  $\overline{C}_4^{15} = C_{18}^{15} = \frac{18!}{15! \cdot 3!}$  способами;
- 8 зелених кульок —  $\overline{C}_4^8 = C_{11}^8 = \frac{11!}{8! \cdot 3!}$  способами.

Оскільки довільний вибір білих кульок можна поєнувати з довільним вибором голубих і з довільним вибором зелених кульок, то за правилом добутку отримуємо, що існує

$$\overline{C}_4^{10} \cdot \overline{C}_4^{15} \cdot \overline{C}_4^8 = C_{13}^{10} \cdot C_{18}^{15} \cdot C_{11}^8 = \frac{13!}{10! \cdot 3!} \cdot \frac{18!}{15! \cdot 3!} \cdot \frac{11!}{8! \cdot 3!}$$

шуканих способів розподілу кульок.

### Приклад 2.3.22

Скількома способами можна розкласти у 5 коробок 15 однакових кульок так, щоб жодна коробка не була порожньою?

*Розв'язок.* Виберемо 5 кульок і розкладемо їх по одній у 5 коробок.

Оскільки кульки однакові, то це можна зробити одним способом.

У нас залишилося 10 однакових кульок, які треба розкласти у 5 коробок. А це можна зробити

$$\overline{C}_5^{10} = C_{14}^{10} = \frac{14!}{10! \cdot 4!} = \frac{11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 11 \cdot 13 \cdot 7 = 1001$$

способом.

### Вправа 2.3.36

Скількома способами можна розподілити 6 однакових папок у 3 шухляди стола, якщо кожна шухляда може вмістити всі папки?

### Вправа 2.3.37

Скількома способами можна купити 8 тістечок у пекарні, де є 6 різних сортів?

### Приклад 2.3.22

Скількома способами можна розкласти у 5 коробок 15 однакових кульок так, щоб жодна коробка не була порожньою?

**Розв'язок.** Виберемо 5 кульок і розкладемо їх по одній у 5 коробок. Оскільки кульки однакові, то це можна зробити одним способом. У нас залишилося 10 однакових кульок, які треба розкласти у 5 коробок. А це можна зробити

$$\overline{C}_5^{10} = C_{14}^{10} = \frac{14!}{10! \cdot 4!} = \frac{11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 11 \cdot 13 \cdot 7 = 1001$$

способом.

### Вправа 2.3.36

Скількома способами можна розподілити 6 однакових папок у 3 шухляди стола, якщо кожна шухляда може вмістити всі папки?

### Вправа 2.3.37

Скількома способами можна купити 8 тістечок у пекарні, де є 6 різних сортів?

### Приклад 2.3.22

Скількома способами можна розкласти у 5 коробок 15 однакових кульок так, щоб жодна коробка не була порожньою?

*Розв'язок.* Виберемо 5 кульок і розкладемо їх по одній у 5 коробок.

Оскільки кульки однакові, то це можна зробити одним способом.

У нас залишилося 10 однакових кульок, які треба розкласти у 5 коробок. А це можна зробити

$$\overline{C}_5^{10} = C_{14}^{10} = \frac{14!}{10! \cdot 4!} = \frac{11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 11 \cdot 13 \cdot 7 = 1001$$

способом.

### Вправа 2.3.36

Скількома способами можна розподілити 6 однакових папок у 3 шухляди стола, якщо кожна шухляда може вмістити всі папки?

### Вправа 2.3.37

Скількома способами можна купити 8 тістечок у пекарні, де є 6 різних сортів?



### Приклад 2.3.22

Скількома способами можна розкласти у 5 коробок 15 однакових кульок так, щоб жодна коробка не була порожньою?

**Розв'язок.** Виберемо 5 кульок і розкладемо їх по одній у 5 коробок. Оскільки кульки однакові, то це можна зробити одним способом. У нас залишилося 10 однакових кульок, які треба розкласти у 5 коробок. А це можна зробити

$$\overline{C}_5^{10} = C_{14}^{10} = \frac{14!}{10! \cdot 4!} = \frac{11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 11 \cdot 13 \cdot 7 = 1001$$

способом.

### Вправа 2.3.36

Скількома способами можна розподілити 6 однакових папок у 3 шухляди стола, якщо кожна шухляда може вмістити всі папки?

### Вправа 2.3.37

Скількома способами можна купити 8 тістечок у пекарні, де є 6 різних сортів?

### Приклад 2.3.22

Скількома способами можна розкласти у 5 коробок 15 однакових кульок так, щоб жодна коробка не була порожньою?

**Розв'язок.** Виберемо 5 кульок і розкладемо їх по одній у 5 коробок.

Оскільки кульки однакові, то це можна зробити одним способом.

У нас залишилося 10 однакових кульок, які треба розкласти у 5 коробок. А це можна зробити

$$\overline{C}_5^{10} = C_{14}^{10} = \frac{14!}{10! \cdot 4!} = \frac{11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 11 \cdot 13 \cdot 7 = 1001$$

способом.

### Вправа 2.3.36

Скількома способами можна розподілити 6 однакових папок у 3 шухляди стола, якщо кожна шухляда може вмістити всі папки?

### Вправа 2.3.37

Скількома способами можна купити 8 тістечок у пекарні, де є 6 різних сортів?

### Приклад 2.3.22

Скількома способами можна розкласти у 5 коробок 15 однакових кульок так, щоб жодна коробка не була порожньою?

**Розв'язок.** Виберемо 5 кульок і розкладемо їх по одній у 5 коробок. Оскільки кульки однакові, то це можна зробити одним способом. У нас залишилося 10 однакових кульок, які треба розкласти у 5 коробок. А це можна зробити

$$\overline{C}_5^{10} = C_{14}^{10} = \frac{14!}{10! \cdot 4!} = \frac{11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 11 \cdot 13 \cdot 7 = 1001$$

способом.

### Вправа 2.3.36

Скількома способами можна розподілити 6 однакових папок у 3 шухляди стола, якщо кожна шухляда може вмістити всі папки?

### Вправа 2.3.37

Скількома способами можна купити 8 тістечок у пекарні, де є 6 різних сортів?

### Приклад 2.3.22

Скількома способами можна розкласти у 5 коробок 15 однакових кульок так, щоб жодна коробка не була порожньою?

**Розв'язок.** Виберемо 5 кульок і розкладемо їх по одній у 5 коробок. Оскільки кульки однакові, то це можна зробити одним способом. У нас залишилося 10 однакових кульок, які треба розкласти у 5 коробок. А це можна зробити

$$\bar{C}_5^{10} = C_{14}^{10} = \frac{14!}{10! \cdot 4!} = \frac{11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 11 \cdot 13 \cdot 7 = 1001$$

способом.

### Вправа 2.3.36

Скількома способами можна розподілити 6 однакових папок у 3 шухляди стола, якщо кожна шухляда може вмістити всі папки?

### Вправа 2.3.37

Скількома способами можна купити 8 тістечок у пекарні, де є 6 різних сортів?

### Приклад 2.3.22

Скількома способами можна розкласти у 5 коробок 15 однакових кульок так, щоб жодна коробка не була порожньою?

**Розв'язок.** Виберемо 5 кульок і розкладемо їх по одній у 5 коробок. Оскільки кульки однакові, то це можна зробити одним способом. У нас залишилося 10 однакових кульок, які треба розкласти у 5 коробок. А це можна зробити

$$\bar{C}_5^{10} = C_{14}^{10} = \frac{14!}{10! \cdot 4!} = \frac{11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 11 \cdot 13 \cdot 7 = 1001$$

способом.

### Вправа 2.3.36

Скількома способами можна розподілити 6 однакових папок у 3 шухляди стола, якщо кожна шухляда може вмістити всі папки?

### Вправа 2.3.37

Скількома способами можна купити 8 тістечок у пекарні, де є 6 різних сортів?

### Приклад 2.3.22

Скількома способами можна розкласти у 5 коробок 15 однакових кульок так, щоб жодна коробка не була порожньою?

**Розв'язок.** Виберемо 5 кульок і розкладемо їх по одній у 5 коробок. Оскільки кульки однакові, то це можна зробити одним способом. У нас залишилося 10 однакових кульок, які треба розкласти у 5 коробок. А це можна зробити

$$\overline{C}_5^{10} = C_{14}^{10} = \frac{14!}{10! \cdot 4!} = \frac{11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 11 \cdot 13 \cdot 7 = 1001$$

способом.

### Вправа 2.3.36

Скількома способами можна розподілити 6 однакових папок у 3 шухляди стола, якщо кожна шухляда може вмістити всі папки?

### Вправа 2.3.37

Скількома способами можна купити 8 тістечок у пекарні, де є 6 різних сортів?

### Вправа 2.3.38

Скількома способами можна покласти 25 однакових кульок у 12 коробок?

### Вправа 2.3.39

У поштовому відділенні продають 20 різних листівок.

- 1) Скількома способами можна купити 13 різних листівок?
- 2) Скількома способами можна купити 13 листівок?
- 3) Скількома способами 13 покупців можуть купити по одній листівці?

### Вправа 2.3.40

Порахувати всі кості доміно, як комбінації з повтореннями з 7 елементів по 2.

### Вправа 2.3.41

Скільки костей доміно можна утворити з чисел  $0, 1, 2, \dots, n$ .

### Вправа 2.3.38

Скількома способами можна покласти 25 однакових кульок у 12 коробок?

### Вправа 2.3.39

У поштовому відділенні продають 20 різних листівок.

- 1) Скількома способами можна купити 13 різних листівок?
- 2) Скількома способами можна купити 13 листівок?
- 3) Скількома способами 13 покупців можуть купити по одній листівці?

### Вправа 2.3.40

Порахувати всі кості доміно, як комбінації з повтореннями з 7 елементів по 2.

### Вправа 2.3.41

Скільки костей доміно можна утворити з чисел  $0, 1, 2, \dots, n$ .



### Вправа 2.3.38

Скількома способами можна покласти 25 однакових кульок у 12 коробок?

### Вправа 2.3.39

У поштовому відділенні продають 20 різних листівок.

- 1) Скількома способами можна купити 13 різних листівок?
- 2) Скількома способами можна купити 13 листівок?
- 3) Скількома способами 13 покупців можуть купити по одній листівці?

### Вправа 2.3.40

Порахувати всі кості доміно, як комбінації з повтореннями з 7 елементів по 2.

### Вправа 2.3.41

Скільки костей доміно можна утворити з чисел  $0, 1, 2, \dots, n$ .

### Вправа 2.3.38

Скількома способами можна покласти 25 однакових кульок у 12 коробок?

### Вправа 2.3.39

У поштовому відділенні продають 20 різних листівок.

- 1) Скількома способами можна купити 13 різних листівок?
- 2) Скількома способами можна купити 13 листівок?
- 3) Скількома способами 13 покупців можуть купити по одній листівці?

### Вправа 2.3.40

Порахувати всі кості доміно, як комбінації з повтореннями з 7 елементів по 2.

### Вправа 2.3.41

Скільки костей доміно можна утворити з чисел  $0, 1, 2, \dots, n$ .

### Вправа 2.3.38

Скількома способами можна покласти 25 однакових кульок у 12 коробок?

### Вправа 2.3.39

У поштовому відділенні продають 20 різних листівок.

- 1) Скількома способами можна купити 13 різних листівок?
- 2) Скількома способами можна купити 13 листівок?
- 3) Скількома способами 13 покупців можуть купити по одній листівці?

### Вправа 2.3.40

Порахувати всі кості доміно, як комбінації з повтореннями з 7 елементів по 2.

### Вправа 2.3.41

Скільки костей доміно можна утворити з чисел  $0, 1, 2, \dots, n$ .

Дякую за увагу!!!