Перестановки з повтореннями

Дискретна математика

Лекція 20

$$P(n_1, n_2, \dots, n_k) = P_n(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{(n_1 + n_2 + \dots + n_k)!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \ldots \cdot n_k!}$$

Нагадаємо моделі для перестановок з повтореннями:

1. Нехай маємо літери k типів і достатньо багато літер кожного типу. Тоді $P_n(n_1, n_2, \dots, n_k)$ — це кількість слів, в яких рівно n_j літер j-го типу, $j = 1, \dots, n$, $n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$.
2. Маємо n різних предметів і k різних ящиків (предмети приблизно однакові за розміром). Відомо, що перший ящик вміщує n_1 предметів, другий ящик вміщує n_2 предметів, і т.д., k-ий ящик вміщує n_k предметів ($n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$). Тоді $P_n(n_1, n_2, \dots, n_k)$ — це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.

Приклад 2.3.13

Скільки різних "слів", у тому числі і беззмістовних, можна отримати, переставляючи літери у слові *математика*?

Розв'язок. Літера *м* повторюється у даному слові два рази, літера *а* — три рази, літера *т* — два рази, літера *е* — один раз, літера *и* — один раз, літера *к* — один раз. Тому різних слів можна отримати

$$P_{10}(2, 3, 2, 1, 1, 1) = \frac{10!}{2! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1!} = 151200.$$

$$\boxed{P(n_1, n_2, \ldots, n_k) = P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{(n_1 + n_2 + \ldots + n_k)!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \ldots \cdot n_k!}}$$

Нагадаємо моделі для перестановок з повтореннями:

1. Нехай маємо літери k типів і достатньо багато літер кожного типу. Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість слів, в яких рівно n_j літер j-го типу, $j = 1, \ldots, n$, $n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$.
2. Маємо n різних предметів і k різних ящиків (предмети приблизно однакові за розміром). Відомо, що перший ящик вміщує n_1 предмет, другий ящик вміщує n_2 предмети, і т.д., k-ий ящик вміщує n_k предметів ($n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$). Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.

Приклад 2.3.13

Скільки різних “слів”, у тому числі і беззмістовних, можна отримати, переставляючи літери у слові *математика*?

Розв'язок. Літера *м* повторюється у даному слові два рази, літера *а* — три рази, літера *т* — два рази, літера *е* — один раз, літера *и* — один раз, літера *к* — один раз. Тому різних слів можна отримати

$$P_{10}(2, 3, 2, 1, 1, 1) = \frac{10!}{2! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1!} = 151200.$$

Лекція 20: Перестановки з повтореннями

$$\boxed{P(n_1, n_2, \ldots, n_k) = P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{(n_1 + n_2 + \ldots + n_k)!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \ldots \cdot n_k!}}$$

Нагадаємо моделі для перестановок з повтореннями:

1. Нехай маємо літери k типів і достатньо багато літер кожного типу. Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість слів, в яких рівно n_j літер j-го типу, $j = 1, \ldots, n$, $n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$.
2. Маємо n різних предметів і k різних ящиків (предмети приблизно однакові за розміром). Відомо, що перший ящик вміщує n_1 предмет, другий ящик вміщує n_2 предмети, і т.д., k-ий ящик вміщує n_k предметів ($n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$). Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.

Приклад 2.3.13

Скільки різних "слів", у тому числі і беззмістовних, можна отримати, переставляючи літери у слові *математика*?

Розв'язок. Літера *м* повторюється у даному слові два рази, літера *а* — три рази, літера *т* — два рази, літера *е* — один раз, літера *и* — один раз, літера *к* — один раз. Тому різних слів можна отримати

$$P_{10}(2, 3, 2, 1, 1, 1) = \frac{10!}{2! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1!} = 151200.$$

$$\boxed{P(n_1, n_2, \ldots, n_k) = P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{(n_1 + n_2 + \ldots + n_k)!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \ldots \cdot n_k!}}$$

Нагадаємо моделі для перестановок з повтореннями:

1. Нехай маємо літери k типів і достатньо багато літер кожного типу. Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість слів, в яких рівно n_j літер j-го типу, $j = 1, \ldots, n$, $n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$.
2. Маємо n різних предметів і k різних ящиків (предмети приблизно однакові за розміром). Відомо, що перший ящик вміщує n_1 предмет, другий ящик вміщує n_2 предмети, і т.д., k-ий ящик вміщує n_k предметів ($n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$). Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.

Приклад 2.3.13

Скільки різних "слів", у тому числі і беззмістовних, можна отримати, переставляючи літери у слові *математика*?

Розв'язок. Літера *м* повторюється у даному слові два рази, літера *а* — три рази, літера *т* — два рази, літера *е* — один раз, літера *и* — один раз, літера *к* — один раз. Тому різних слів можна отримати

$$P_{10}(2, 3, 2, 1, 1, 1) = \frac{10!}{2! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1!} = 151200.$$

$$\boxed{P(n_1, n_2, \ldots, n_k) = P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{(n_1 + n_2 + \ldots + n_k)!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \ldots \cdot n_k!}}$$

Нагадаємо моделі для перестановок з повтореннями:

1. Нехай маємо літери k типів і достатньо багато літер кожного типу. Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість слів, в яких рівно n_j літер j-го типу, $j = 1, \ldots, n$, $n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$.
2. Маємо n різних предметів і k різних ящиків (предмети приблизно однакові за розміром). Відомо, що перший ящик вміщує n_1 предмет, другий ящик вміщує n_2 предмети, і т.д., k-ий ящик вміщує n_k предметів ($n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$). Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.

Приклад 2.3.13

Скільки різних "слів", у тому числі і беззмістовних, можна отримати, переставляючи літери у слові *математика*?

Розв'язок. Літера *м* повторюється у даному слові два рази, літера *а* — три рази, літера *т* — два рази, літера *е* — один раз, літера *и* — один раз, літера *к* — один раз. Тому різних слів можна отримати

$$P_{10}(2, 3, 2, 1, 1, 1) = \frac{10!}{2! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1!} = 151200.$$

Лекція 20: Перестановки з повтореннями

$$\boxed{P(n_1, n_2, \ldots, n_k) = P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{(n_1 + n_2 + \ldots + n_k)!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \ldots \cdot n_k!}}$$

Нагадаємо моделі для перестановок з повтореннями:

1. Нехай маємо літери k типів і достатньо багато літер кожного типу. Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість слів, в яких рівно n_j літер j-го типу, $j = 1, \ldots, n$, $n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$.
2. Маємо n різних предметів і k різних ящиків (предмети приблизно однакові за розміром). Відомо, що перший ящик вміщує n_1 предмет, другий ящик вміщує n_2 предмети, і т.д., k-ий ящик вміщує n_k предметів $(n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n)$. Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.

Приклад 2.3.13

Скільки різних "слів", у тому числі і беззмістовних, можна отримати, переставляючи літери у слові *математика*?

Розв'язок. Літера *м* повторюється у даному слові два рази, літера *а* — три рази, літера *т* — два рази, літера *е* — один раз, літера *и* — один раз, літера *к* — один раз. Тому різних слів можна отримати

$$P_{10}(2, 3, 2, 1, 1, 1) = \frac{10!}{2! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1!} = 151200.$$

$$\boxed{P(n_1, n_2, \ldots, n_k) = P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{(n_1 + n_2 + \ldots + n_k)!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \ldots \cdot n_k!}}$$

Нагадаємо моделі для перестановок з повтореннями:

1. Нехай маємо літери k типів і достатньо багато літер кожного типу. Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість слів, в яких рівно n_j літер j-го типу, $j = 1, \ldots, n$, $n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$.
2. Маємо n різних предметів і k різних ящиків (предмети приблизно однакові за розміром). Відомо, що перший ящик вміщує n_1 предмет, другий ящик вміщує n_2 предмети, і т.д., k-ий ящик вміщує n_k предметів $(n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n)$. Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.

Приклад 2.3.13

Скільки різних "слів", у тому числі і беззмістовних, можна отримати, переставляючи літери у слові *математика*?

Розв'язок. Літера *м* повторюється у даному слові два рази, літера *а* — три рази, літера *т* — два рази, літера *е* — один раз, літера *и* — один раз, літера *к* — один раз. Тому різних слів можна отримати

$$P_{10}(2, 3, 2, 1, 1, 1) = \frac{10!}{2! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1!} = 151200.$$

Лекція 20: Перестановки з повтореннями

$$\boxed{P(n_1, n_2, \ldots, n_k) = P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{(n_1 + n_2 + \ldots + n_k)!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \ldots \cdot n_k!}}$$

Нагадаємо моделі для перестановок з повтореннями:

1. Нехай маємо літери k типів і достатньо багато літер кожного типу. Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість слів, в яких рівно n_j літер j-го типу, $j = 1, \ldots, n$, $n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$.
2. Маємо n різних предметів і k різних ящиків (предмети приблизно однакові за розміром). Відомо, що перший ящик вміщує n_1 предмет, другий ящик вміщує n_2 предмети, і т.д., k-ий ящик вміщує n_k предметів $(n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n)$. Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.

Приклад 2.3.13

Скільки різних "слів", у тому числі і беззмістовних, можна отримати, переставляючи літери у слові *математика*?

Розв'язок. Літера *м* повторюється у даному слові два рази, літера *а* — три рази, літера *т* — два рази, літера *е* — один раз, літера *и* — один раз, літера *к* — один раз. Тому різних слів можна отримати

$$P_{10}(2, 3, 2, 1, 1, 1) = \frac{10!}{2! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1!} = 151200.$$

Лекція 20: Перестановки з повтореннями

$$\boxed{P(n_1, n_2, \ldots, n_k) = P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{(n_1 + n_2 + \ldots + n_k)!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \ldots \cdot n_k!}}$$

Нагадаємо моделі для перестановок з повтореннями:

1. Нехай маємо літери k типів і достатньо багато літер кожного типу. Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість слів, в яких рівно n_j літер j-го типу, $j = 1, \ldots, n$, $n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$.
2. Маємо n різних предметів і k різних ящиків (предмети приблизно однакові за розміром). Відомо, що перший ящик вміщує n_1 предмет, другий ящик вміщує n_2 предмети, і т.д., k-ий ящик вміщує n_k предметів $(n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n)$. Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.

Приклад 2.3.13

Скільки різних "слів", у тому числі і беззмістовних, можна отримати, переставляючи літери у слові *математика*?

Розв'язок. Літера *м* повторюється у даному слові два рази, літера *а* — три рази, літера *т* — два рази, літера *е* — один раз, літера *и* — один раз, літера *к* — один раз. Тому різних слів можна отримати

$$P_{10}(2, 3, 2, 1, 1, 1) = \frac{10!}{2! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1!} = 151200.$$

Лекція 20: Перестановки з повтореннями

$$\boxed{P(n_1, n_2, \ldots, n_k) = P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{(n_1 + n_2 + \ldots + n_k)!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \ldots \cdot n_k!}}$$

Нагадаємо моделі для перестановок з повтореннями:

1. Нехай маємо літери k типів і достатньо багато літер кожного типу. Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість слів, в яких рівно n_j літер j-го типу, $j = 1, \ldots, n$, $n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$.
2. Маємо n різних предметів і k різних ящиків (предмети приблизно однакові за розміром). Відомо, що перший ящик вміщує n_1 предмет, другий ящик вміщує n_2 предмети, і т.д., k-ий ящик вміщує n_k предметів $(n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n)$. Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.

Приклад 2.3.13

Скільки різних "слів", у тому числі і беззмістовних, можна отримати, переставляючи літери у слові *математика*?

Розв'язок. Літера *м* повторюється у даному слові два рази, літера *а* — три рази, літера *т* — два рази, літера *е* — один раз, літера *и* — один раз, літера *к* — один раз. Тому різних слів можна отримати

$$P_{10}(2, 3, 2, 1, 1, 1) = \frac{10!}{2! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1!} = 151200.$$

$$P(n_1, n_2, \ldots, n_k) = P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{(n_1 + n_2 + \ldots + n_k)!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \ldots \cdot n_k!}$$

Нагадаємо моделі для перестановок з повтореннями:

1. Нехай маємо літери k типів і достатньо багато літер кожного типу. Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість слів, в яких рівно n_j літер j-го типу, $j = 1, \ldots, n$, $n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$.
2. Маємо n різних предметів і k різних ящиків (предмети приблизно однакові за розміром). Відомо, що перший ящик вміщує n_1 предмет, другий ящик вміщує n_2 предмети, і т.д., k-ий ящик вміщує n_k предметів ($n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$). Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.

Приклад 2.3.13

Скільки різних "слів", у тому числі і беззмістовних, можна отримати, переставляючи літери у слові *математика*?

Розв'язок. Літера *м* повторюється у даному слові два рази, літера *а* — три рази, літера *т* — два рази, літера *е* — один раз, літера *и* — один раз, літера *к* — один раз. Тому різних слів можна отримати

$$P_{10}(2, 3, 2, 1, 1, 1) = \frac{10!}{2! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1!} = 151200.$$

$$\boxed{P(n_1, n_2, \ldots, n_k) = P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{(n_1 + n_2 + \ldots + n_k)!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \ldots \cdot n_k!}}$$

Нагадаємо моделі для перестановок з повтореннями:

1. Нехай маємо літери k типів і достатньо багато літер кожного типу. Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість слів, в яких рівно n_j літер j-го типу, $j = 1, \ldots, n$, $n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$.
2. Маємо n різних предметів і k різних ящиків (предмети приблизно однакові за розміром). Відомо, що перший ящик вміщує n_1 предмет, другий ящик вміщує n_2 предмети, і т.д., k-ий ящик вміщує n_k предметів $(n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n)$. Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.

Приклад 2.3.13

Скільки різних "слів", у тому числі і беззмістовних, можна отримати, переставляючи літери у слові *математика*?

Розв'язок. Літера *м* повторюється у даному слові два рази, літера *а* — три рази, літера *т* — два рази, літера *е* — один раз, літера *и* — один раз, літера *к* — один раз. Тому різних слів можна отримати

$$P_{10}(2, 3, 2, 1, 1, 1) = \frac{10!}{2! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1!} = 151200.$$

$$P(n_1, n_2, \ldots, n_k) = P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{(n_1 + n_2 + \ldots + n_k)!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \ldots \cdot n_k!}$$

Нагадаємо моделі для перестановок з повтореннями:

1. Нехай маємо літери k типів і достатньо багато літер кожного типу. Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість слів, в яких рівно n_j літер j-го типу, $j = 1, \ldots, n$, $n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$.
2. Маємо n різних предметів і k різних ящиків (предмети приблизно однакові за розміром). Відомо, що перший ящик вміщує n_1 предмет, другий ящик вміщує n_2 предмети, і т.д., k-ий ящик вміщує n_k предметів $(n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n)$. Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.

Приклад 2.3.13

Скільки різних "слів", у тому числі і беззмістовних, можна отримати, переставляючи літери у слові *математика*?

Розв'язок. Літера *м* повторюється у даному слові два рази, літера *а* — три рази, літера *т* — два рази, літера *е* — один раз, літера *и* — один раз, літера *к* — один раз. Тому різних слів можна отримати

$$P_{10}(2, 3, 2, 1, 1, 1) = \frac{10!}{2! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1!} = 151200.$$

$$\boxed{P(n_1, n_2, \ldots, n_k) = P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{(n_1 + n_2 + \ldots + n_k)!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \ldots \cdot n_k!}}$$

Нагадаємо моделі для перестановок з повтореннями:

1. Нехай маємо літери k типів і достатньо багато літер кожного типу. Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість слів, в яких рівно n_j літер j-го типу, $j = 1, \ldots, n$, $n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$.
2. Маємо n різних предметів і k різних ящиків (предмети приблизно однакові за розміром). Відомо, що перший ящик вміщує n_1 предмет, другий ящик вміщує n_2 предмети, і т.д., k-ий ящик вміщує n_k предметів $(n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n)$. Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.

Приклад 2.3.13

Скільки різних "слів", у тому числі і беззмістовних, можна отримати, переставляючи літери у слові *математика*?

Розв'язок. Літера *м* повторюється у даному слові два рази, літера *а* — три рази, літера *т* — два рази, літера *е* — один раз, літера *и* — один раз, літера *к* — один раз. Тому різних слів можна отримати

$$P_{10}(2, 3, 2, 1, 1, 1) = \frac{10!}{2! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1!} = 151200.$$

$$P(n_1, n_2, \ldots, n_k) = P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{(n_1 + n_2 + \ldots + n_k)!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \ldots \cdot n_k!}$$

Нагадаємо моделі для перестановок з повтореннями:

1. Нехай маємо літери k типів і достатньо багато літер кожного типу. Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість слів, в яких рівно n_j літер j-го типу, $j = 1, \ldots, n$, $n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$.
2. Маємо n різних предметів і k різних ящиків (предмети приблизно однакові за розміром). Відомо, що перший ящик вміщує n_1 предмет, другий ящик вміщує n_2 предмети, і т.д., k-ий ящик вміщує n_k предметів $(n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n)$. Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.

Приклад 2.3.13

Скільки різних "слів", у тому числі і беззмістовних, можна отримати, переставляючи літери у слові *математика*?

Розв'язок. Літера *м* повторюється у даному слові два рази, літера *а* — три рази, літера *т* — два рази, літера *е* — один раз, літера *и* — один раз, літера *к* — один раз. Тому різних слів можна отримати

$$P_{10}(2, 3, 2, 1, 1, 1) = \frac{10!}{2! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1!} = 151200.$$

$$P(n_1, n_2, \ldots, n_k) = P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{(n_1 + n_2 + \ldots + n_k)!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \ldots \cdot n_k!}$$

Нагадаємо моделі для перестановок з повтореннями:

1. Нехай маємо літери k типів і достатньо багато літер кожного типу. Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість слів, в яких рівно n_j літер j-го типу, $j = 1, \ldots, n$, $n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$.
2. Маємо n різних предметів і k різних ящиків (предмети приблизно однакові за розміром). Відомо, що перший ящик вміщує n_1 предмет, другий ящик вміщує n_2 предмети, і т.д., k-ий ящик вміщує n_k предметів $(n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n)$. Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.

Приклад 2.3.13

Скільки різних "слів", у тому числі і беззмістовних, можна отримати, переставляючи літери у слові *математика*?

Розв'язок. Літера *м* повторюється у даному слові два рази, літера *а* — три рази, літера *т* — два рази, літера *е* — один раз, літера *и* — один раз, літера *к* — один раз. Тому різних слів можна отримати

$$P_{10}(2, 3, 2, 1, 1, 1) = \frac{10!}{2! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1!} = 151200.$$

$$P(n_1, n_2, \ldots, n_k) = P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{(n_1 + n_2 + \ldots + n_k)!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \ldots \cdot n_k!}$$

Нагадаємо моделі для перестановок з повтореннями:

1. Нехай маємо літери k типів і достатньо багато літер кожного типу. Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість слів, в яких рівно n_j літер j-го типу, $j = 1, \ldots, n$, $n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$.
2. Маємо n різних предметів і k різних ящиків (предмети приблизно однакові за розміром). Відомо, що перший ящик вміщує n_1 предмет, другий ящик вміщує n_2 предмети, і т.д., k-ий ящик вміщує n_k предметів $(n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n)$. Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.

Приклад 2.3.13

Скільки різних "слів", у тому числі і беззмістовних, можна отримати, переставляючи літери у слові *математика*?

Розв'язок. Літера *м* повторюється у даному слові два рази, літера *а* — три рази, літера *т* — два рази, літера *е* — один раз, літера *и* — один раз, літера *к* — один раз. Тому різних слів можна отримати

$$P_{10}(2,3,2,1,1,1) = \frac{10!}{2! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1!} = 151200.$$

$$P(n_1, n_2, \ldots, n_k) = P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{(n_1 + n_2 + \ldots + n_k)!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \ldots \cdot n_k!}$$

Нагадаємо моделі для перестановок з повтореннями:

1. Нехай маємо літери k типів і достатньо багато літер кожного типу. Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість слів, в яких рівно n_j літер j-го типу, $j = 1, \ldots, n$, $n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$.
2. Маємо n різних предметів і k різних ящиків (предмети приблизно однакові за розміром). Відомо, що перший ящик вміщує n_1 предмет, другий ящик вміщує n_2 предмети, і т.д., k-ий ящик вміщує n_k предметів $(n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n)$. Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.

Приклад 2.3.13

Скільки різних “слів”, у тому числі і беззмістовних, можна отримати, переставляючи літери у слові *математика*?

Розв’язок. Літера *м* повторюється у даному слові два рази, літера *а* — три рази, літера *т* — два рази, літера *е* — один раз, літера *и* — один раз, літера *к* — один раз. Тому різних слів можна отримати

$$P_{10}(2, 3, 2, 1, 1, 1) = \frac{10!}{2! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1!} = 151200.$$

$$\boxed{P(n_1, n_2, \ldots, n_k) = P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{(n_1 + n_2 + \ldots + n_k)!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \ldots \cdot n_k!}}$$

Нагадаємо моделі для перестановок з повтореннями:

1. Нехай маємо літери k типів і достатньо багато літер кожного типу. Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість слів, в яких рівно n_j літер j-го типу, $j = 1, \ldots, n$, $n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$.
2. Маємо n різних предметів і k різних ящиків (предмети приблизно однакові за розміром). Відомо, що перший ящик вміщує n_1 предмет, другий ящик вміщує n_2 предмети, і т.д., k-ий ящик вміщує n_k предметів $(n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n)$. Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.

Приклад 2.3.13

Скільки різних "слів", у тому числі і беззмістовних, можна отримати, переставляючи літери у слові *математика*?

Розв'язок. Літера *м* повторюється у даному слові два рази, літера *а* — три рази, літера *т* — два рази, літера *е* — один раз, літера *и* — один раз, літера *к* — один раз. Тому різних слів можна отримати

$$P_{10}(2, 3, 2, 1, 1, 1) = \frac{10!}{2! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1!} = 151200.$$

$$P(n_1, n_2, \ldots, n_k) = P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{(n_1 + n_2 + \ldots + n_k)!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \ldots \cdot n_k!}$$

Нагадаємо моделі для перестановок з повтореннями:

1. Нехай маємо літери k типів і достатньо багато літер кожного типу. Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість слів, в яких рівно n_j літер j-го типу, $j = 1, \ldots, n$, $n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$.
2. Маємо n різних предметів і k різних ящиків (предмети приблизно однакові за розміром). Відомо, що перший ящик вміщує n_1 предмет, другий ящик вміщує n_2 предмети, і т.д., k-ий ящик вміщує n_k предметів $(n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n)$. Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.

Приклад 2.3.13

Скільки різних “слів”, у тому числі і беззмістовних, можна отримати, переставляючи літери у слові *математика*?

Розв'язок. Літера *м* повторюється у даному слові два рази, літера *а* — три рази, літера *т* — два рази, літера *е* — один раз, літера *и* — один раз, літера *к* — один раз. Тому різних слів можна отримати

$$P_{10}(2, 3, 2, 1, 1, 1) = \frac{10!}{2! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1!} = 151200.$$

Лекція 20: Перестановки з повтореннями

$$P(n_1, n_2, \ldots, n_k) = P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{(n_1 + n_2 + \ldots + n_k)!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \ldots \cdot n_k!}$$

Нагадаємо моделі для перестановок з повтореннями:

1. Нехай маємо літери k типів і достатньо багато літер кожного типу. Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість слів, в яких рівно n_j літер j-го типу, $j = 1, \ldots, n$, $n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$.
2. Маємо n різних предметів і k різних ящиків (предмети приблизно однакові за розміром). Відомо, що перший ящик вміщує n_1 предмет, другий ящик вміщує n_2 предмети, і т.д., k-ий ящик вміщує n_k предметів $(n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n)$. Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.

Приклад 2.3.13

Скільки різних "слів", у тому числі і беззмістовних, можна отримати, переставляючи літери у слові *математика*?

Розв'язок. Літера *м* повторюється у даному слові два рази, літера *а* — три рази, літера *т* — два рази, літера *е* — один раз, літера *и* — один раз, літера *к* — один раз. Тому різних слів можна отримати

$$P_{10}(2, 3, 2, 1, 1, 1) = \frac{10!}{2! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1!} = 151200.$$

$$\boxed{P(n_1, n_2, \ldots, n_k) = P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{(n_1 + n_2 + \ldots + n_k)!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \ldots \cdot n_k!}}$$

Нагадаємо моделі для перестановок з повтореннями:

1. Нехай маємо літери k типів і достатньо багато літер кожного типу. Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість слів, в яких рівно n_j літер j-го типу, $j = 1, \ldots, n$, $n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$.
2. Маємо n різних предметів і k різних ящиків (предмети приблизно однакові за розміром). Відомо, що перший ящик вміщує n_1 предмет, другий ящик вміщує n_2 предмети, і т.д., k-ий ящик вміщує n_k предметів $(n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n)$. Тоді $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.

Приклад 2.3.13

Скільки різних “слів”, у тому числі і беззмістовних, можна отримати, переставляючи літери у слові *математика*?

Розв'язок. Літера *м* повторюється у даному слові два рази, літера *а* — три рази, літера *т* — два рази, літера *е* — один раз, літера *и* — один раз, літера *к* — один раз. Тому різних слів можна отримати

$$P_{10}(2, 3, 2, 1, 1, 1) = \frac{10!}{2! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1!} = 151200.$$

Лекція 20: Перестановки з повтореннями

Приклад 2.3.14

Скількома способами можна порівну роздати чотирьом гравцям 28 кісточок доміно?

Розв'язок. Шукана кількість способів:

$$P_{28}(7,7,7,7) = \frac{28!}{7! \cdot 7! \cdot 7! \cdot 7!} = \frac{28!}{(7!)^4}.$$

Вправа 2.3.19

Скільки різних "слів" можна отримати, переставляючи літери в слові *ананас*, *анонс* і *нонсенс*?

Вправа 2.3.20

Скількома способами можна розділити 15 предметів між трьома особами так, щоб кожна особа отримали однакову кількість предметів?

Вправа 2.3.21

Скількома способами можна розділити 20 футбольних команд на 4 підгрупи по 5 команд?

Приклад 2.3.14

Скількома способами можна порівну роздати чотирьом гравцям 28 кісточок доміно?

Розв'язок. Шукана кількість способів:

$$P_{28}(7,7,7,7) = \frac{28!}{7! \cdot 7! \cdot 7! \cdot 7!} = \frac{28!}{(7!)^4}.$$

Вправа 2.3.19

Скільки різних "слів" можна отримати, переставляючи літери в слові *ананас*, *анонс* і *нонсенс*?

Вправа 2.3.20

Скількома способами можна розділити 15 предметів між трьома особами так, щоб кожна особа отримали однакову кількість предметів?

Вправа 2.3.21

Скількома способами можна розділити 20 футбольних команд на 4 підгрупи по 5 команд?

Приклад 2.3.14

Скількома способами можна порівну роздати чотирьом гравцям 28 кісточок доміно?

Розв'язок. Шукана кількість способів:

$$P_{28}(7,7,7,7) = \frac{28!}{7!\cdot 7!\cdot 7!\cdot 7!} = \frac{28!}{(7!)^4}.$$

Вправа 2.3.19

Скільки різних "слів" можна отримати, переставляючи літери в слові *ананас*, *анонс* і *нонсенс*?

Вправа 2.3.20

Скількома способами можна розділити 15 предметів між трьома особами так, щоб кожна особа отримали однакову кількість предметів?

Вправа 2.3.21

Скількома способами можна розділити 20 футбольних команд на 4 підгрупи по 5 команд?

Приклад 2.3.14

Скількома способами можна порівну роздати чотирьом гравцям 28 кісточок доміно?

Розв'язок. Шукана кількість способів:

$$P_{28}(7,7,7,7) = \frac{28!}{7! \cdot 7! \cdot 7! \cdot 7!} = \frac{28!}{(7!)^4}.$$

Вправа 2.3.19

Скільки різних "слів" можна отримати, переставляючи літери в слові *ананас*, *анонс* і *нонсенс*?

Вправа 2.3.20

Скількома способами можна розділити 15 предметів між трьома особами так, щоб кожна особа отримали однакову кількість предметів?

Вправа 2.3.21

Скількома способами можна розділити 20 футбольних команд на 4 підгрупи по 5 команд?

Приклад 2.3.14

Скількома способами можна порівну роздати чотирьом гравцям 28 кісточок доміно?

Розв'язок. Шукана кількість способів:

$$P_{28}(7,7,7,7) = \frac{28!}{7! \cdot 7! \cdot 7! \cdot 7!} = \frac{28!}{(7!)^4}.$$

Вправа 2.3.19

Скільки різних "слів" можна отримати, переставляючи літери в слові *ананас*, *анонс* і *нонсенс*?

Вправа 2.3.20

Скількома способами можна розділити 15 предметів між трьома особами так, щоб кожна особа отримали однакову кількість предметів?

Вправа 2.3.21

Скількома способами можна розділити 20 футбольних команд на 4 підгрупи по 5 команд?

Приклад 2.3.14

Скількома способами можна порівну роздати чотирьом гравцям 28 кісточок доміно?

Розв'язок. Шукана кількість способів:

$$P_{28}(7,7,7,7) = \frac{28!}{7! \cdot 7! \cdot 7! \cdot 7!} = \frac{28!}{(7!)^4}.$$

Вправа 2.3.19

Скільки різних "слів" можна отримати, переставляючи літери в слові *ананас*, *анонс* і *нонсенс*?

Вправа 2.3.20

Скількома способами можна розділити 15 предметів між трьома особами так, щоб кожна особа отримали однакову кількість предметів?

Вправа 2.3.21

Скількома способами можна розділити 20 футбольних команд на 4 підгрупи по 5 команд?

Приклад 2.3.14

Скількома способами можна порівну роздати чотирьом гравцям 28 кісточок доміно?

Розв'язок. Шукана кількість способів:

$$P_{28}(7,7,7,7) = \frac{28!}{7! \cdot 7! \cdot 7! \cdot 7!} = \frac{28!}{(7!)^4}.$$

Вправа 2.3.19

Скільки різних "слів" можна отримати, переставляючи літери в слові *ананас*, *анонс* і *нонсенс*?

Вправа 2.3.20

Скількома способами можна розділити 15 предметів між трьома особами так, щоб кожна особа отримали однакову кількість предметів?

Вправа 2.3.21

Скількома способами можна розділити 20 футбольних команд на 4 підгрупи по 5 команд?

Приклад 2.3.14

Скількома способами можна порівну роздати чотирьом гравцям 28 кісточок доміно?

Розв'язок. Шукана кількість способів:

$$P_{28}(7,7,7,7) = \frac{28!}{7!\cdot 7!\cdot 7!\cdot 7!} = \frac{28!}{(7!)^4}.$$

Вправа 2.3.19

Скільки різних "слів" можна отримати, переставляючи літери в слові *ананас*, *анонс* і *нонсенс*?

Вправа 2.3.20

Скількома способами можна розділити 15 предметів між трьома особами так, щоб кожна особа отримали однакову кількість предметів?

Вправа 2.3.21

Скількома способами можна розділити 20 футбольних команд на 4 підгрупи по 5 команд?

Приклад 2.3.14

Скількома способами можна порівну роздати чотирьом гравцям 28 кісточок доміно?

Розв'язок. Шукана кількість способів:

$$P_{28}(7,7,7,7) = \frac{28!}{7! \cdot 7! \cdot 7! \cdot 7!} = \frac{28!}{(7!)^4}.$$

Вправа 2.3.19

Скільки різних "слів" можна отримати, переставляючи літери в слові *ананас*, *анонс* і *нонсенс*?

Вправа 2.3.20

Скількома способами можна розділити 15 предметів між трьома особами так, щоб кожна особа отримали однакову кількість предметів?

Вправа 2.3.21

Скількома способами можна розділити 20 футбольних команд на 4 підгрупи по 5 команд?

Вправа 2.3.22

Скількома способами можна порівну роздати 4 гравцям 36 карт?

Вправа 2.3.23

Скількома способами можна розселити 8 студентів у три кімнати: одномісну, тримісну та чотиримісну?

Вправа 2.3.24

Скількома способами можна роздати 14 яблук 7 хлопчикам так, щоб кожен з них отримав рівно по 2-а яблука?

Вправа 2.3.25

Скільки різних "слів" можна отримати, переставляючи літери в слові *Міссісіпі*?

Вправа 2.3.26

Скільки різних "слів", у яких літера *п* слідує зразу після літери *о*, можна отримати, переставляючи літери в слові *опоссум*?

Вправа 2.3.22

Скількома способами можна порівну роздати 4 гравцям 36 карт?

Вправа 2.3.23

Скількома способами можна розселити 8 студентів у три кімнати: одномісну, тримісну та чотиримісну?

Вправа 2.3.24

Скількома способами можна роздати 14 яблук 7 хлопчикам так, щоб кожен з них отримав рівно по 2-а яблука?

Вправа 2.3.25

Скільки різних "слів" можна отримати, переставляючи літери в слові *Міссісіпі*?

Вправа 2.3.26

Скільки різних "слів", у яких літера *п* слідує зразу після літери *о*, можна отримати, переставляючи літери в слові *опоссум*?

Вправа 2.3.22

Скількома способами можна порівну роздати 4 гравцям 36 карт?

Вправа 2.3.23

Скількома способами можна розселити 8 студентів у три кімнати: одномісну, тримісну та чотиримісну?

Вправа 2.3.24

Скількома способами можна роздати 14 яблук 7 хлопчикам так, щоб кожен з них отримав рівно по 2-а яблука?

Вправа 2.3.25

Скільки різних "слів" можна отримати, переставляючи літери в слові *Міссісіпі*?

Вправа 2.3.26

Скільки різних "слів", у яких літера *п* слідує зразу після літери *о*, можна отримати, переставляючи літери в слові *опоссум*?

Вправа 2.3.22

Скількома способами можна порівну роздати 4 гравцям 36 карт?

Вправа 2.3.23

Скількома способами можна розселити 8 студентів у три кімнати: одномісну, тримісну та чотиримісну?

Вправа 2.3.24

Скількома способами можна роздати 14 яблук 7 хлопчикам так, щоб кожен з них отримав рівно по 2-а яблука?

Вправа 2.3.25

Скільки різних "слів" можна отримати, переставляючи літери в слові *Міссісіпі*?

Вправа 2.3.26

Скільки різних "слів", у яких літера *п* слідує зразу після літери *о*, можна отримати, переставляючи літери в слові *опоссум*?

Вправа 2.3.22

Скількома способами можна порівну роздати 4 гравцям 36 карт?

Вправа 2.3.23

Скількома способами можна розселити 8 студентів у три кімнати: одномісну, тримісну та чотиримісну?

Вправа 2.3.24

Скількома способами можна роздати 14 яблук 7 хлопчикам так, щоб кожен з них отримав рівно по 2-а яблука?

Вправа 2.3.25

Скільки різних "слів" можна отримати, переставляючи літери в слові *Міссісіпі*?

Вправа 2.3.26

Скільки різних "слів", у яких літера *п* слідує зразу після літери *о*, можна отримати, переставляючи літери в слові *опоссум*?

Приклад 2.3.15

Скільки різних "слів", у яких 7 літер *а* не стоять одночасно поруч, можна отримати, переставляючи літери в слові *абабагаламага*?

Розв'язок. Очевидно, що переставляючи літери в слові *абабагаламага*, можна отримати

$$P_{13}(7,2,2,1,1) = \frac{13!}{7!\cdot 2!\cdot 2!\cdot 1!\cdot 1!} = \frac{13!}{7!\cdot 4}$$

всеможливих слів. З них 7 літер *а* стоятимуть одночасно поруч у

$$P_7(1,2,2,1,1) = \frac{7!}{1!\cdot 2!\cdot 2!\cdot 1!\cdot 1!} = \frac{7!}{4}$$

словах. Отже шуканих слів буде

$$P_{13}(7,2,2,1,1) - P_7(1,2,2,1,1) = \frac{13!}{7!\cdot 4} - \frac{7!}{4} = \frac{13! - (7!)^2}{7!\cdot 4}.$$

Вправа 2.3.27

Скількома способами четверо юнаків можуть запросити шестеро дівчат до танцю?

Приклад 2.3.15

Скільки різних "слів", у яких 7 літер *а* не стоять одночасно поруч, можна отримати, переставляючи літери в слові *абабагаламага*?

Розв'язок. Очевидно, що переставляючи літери в слові *абабагаламага*, можна отримати

$$P_{13}(7,2,2,1,1) = \frac{13!}{7!\cdot 2!\cdot 2!\cdot 1!\cdot 1!} = \frac{13!}{7!\cdot 4}$$

всеможливих слів. З них 7 літер *а* стоятимуть одночасно поруч у

$$P_{7}(1,2,2,1,1) = \frac{7!}{1!\cdot 2!\cdot 2!\cdot 1!\cdot 1!} = \frac{7!}{4}$$

словах. Отже шуканих слів буде

$$P_{13}(7,2,2,1,1) - P_{7}(1,2,2,1,1) = \frac{13!}{7!\cdot 4} - \frac{7!}{4} = \frac{13! - (7!)^2}{7!\cdot 4}.$$

Вправа 2.3.27

Скількома способами четверо юнаків можуть запросити шестеро дівчат до танцю?

Приклад 2.3.15

Скільки різних "слів", у яких 7 літер *а* не стоять одночасно поруч, можна отримати, переставляючи літери в слові *абабагаламага*?

Розв'язок. Очевидно, що переставляючи літери в слові *абабагаламага*, можна отримати

$$P_{13}(7,2,2,1,1) = \frac{13!}{7!\cdot 2!\cdot 2!\cdot 1!\cdot 1!} = \frac{13!}{7!\cdot 4}$$

всеможливих слів. З них 7 літер *а* стоятимуть одночасно поруч у

$$P_{7}(1,2,2,1,1) = \frac{7!}{1!\cdot 2!\cdot 2!\cdot 1!\cdot 1!} = \frac{7!}{4}$$

словах. Отже шуканих слів буде

$$P_{13}(7,2,2,1,1) - P_7(1,2,2,1,1) = \frac{13!}{7!\cdot 4} - \frac{7!}{4} = \frac{13! - (7!)^2}{7!\cdot 4}.$$

Вправа 2.3.27

Скількома способами четверо юнаків можуть запросити шестеро дівчат до танцю?

Приклад 2.3.15

Скільки різних "слів", у яких 7 літер *а* не стоять одночасно поруч, можна отримати, переставляючи літери в слові *абабагаламага*?

Розв'язок. Очевидно, що переставляючи літери в слові *абабагаламага*, можна отримати

$$P_{13}(7,2,2,1,1) = \frac{13!}{7!\cdot 2!\cdot 2!\cdot 1!\cdot 1!} = \frac{13!}{7!\cdot 4}$$

всеможливих слів. З них 7 літер *а* стоятимуть одночасно поруч у

$$P_{7}(1,2,2,1,1) = \frac{7!}{1!\cdot 2!\cdot 2!\cdot 1!\cdot 1!} = \frac{7!}{4}$$

словах. Отже шуканих слів буде

$$P_{13}(7,2,2,1,1) - P_{7}(1,2,2,1,1) = \frac{13!}{7!\cdot 4} - \frac{7!}{4} = \frac{13! - (7!)^2}{7!\cdot 4}.$$

Вправа 2.3.27

Скількома способами четверо юнаків можуть запросити шестеро дівчат до танцю?

Приклад 2.3.15

Скільки різних “слів”, у яких 7 літер *а* не стоять одночасно поруч, можна отримати, переставляючи літери в слові *абабагаламага*?

Розв’язок. Очевидно, що переставляючи літери в слові *абабагаламага*, можна отримати

$$P_{13}(7,2,2,1,1) = \frac{13!}{7!\cdot 2!\cdot 2!\cdot 1!\cdot 1!} = \frac{13!}{7!\cdot 4}$$

всеможливих слів. З них 7 літер *а* стоятимуть одночасно поруч у

$$P_7(1,2,2,1,1) = \frac{7!}{1!\cdot 2!\cdot 2!\cdot 1!\cdot 1!} = \frac{7!}{4}$$

словах. Отже шуканих слів буде

$$P_{13}(7,2,2,1,1) - P_7(1,2,2,1,1) = \frac{13!}{7!\cdot 4} - \frac{7!}{4} = \frac{13! - (7!)^2}{7!\cdot 4}.$$

Вправа 2.3.27

Скількома способами четверо юнаків можуть запросити шестеро дівчат до танцю?

Приклад 2.3.15

Скільки різних "слів", у яких 7 літер *а* не стоять одночасно поруч, можна отримати, переставляючи літери в слові *абабагаламага*?

Розв'язок. Очевидно, що переставляючи літери в слові *абабагаламага*, можна отримати

$$P_{13}(7,2,2,1,1) = \frac{13!}{7!\cdot 2!\cdot 2!\cdot 1!\cdot 1!} = \frac{13!}{7!\cdot 4}$$

всеможливих слів. З них 7 літер *а* стоятимуть одночасно поруч у

$$P_{7}(1,2,2,1,1) = \frac{7!}{1!\cdot 2!\cdot 2!\cdot 1!\cdot 1!} = \frac{7!}{4}$$

словах. Отже шуканих слів буде

$$P_{13}(7,2,2,1,1) - P_{7}(1,2,2,1,1) = \frac{13!}{7!\cdot 4} - \frac{7!}{4} = \frac{13! - (7!)^2}{7!\cdot 4}.$$

Вправа 2.3.27

Скількома способами четверо юнаків можуть запросити шестеро дівчат до танцю?

Приклад 2.3.15

Скільки різних "слів", у яких 7 літер *а* не стоять одночасно поруч, можна отримати, переставляючи літери в слові *абабагаламага*?

Розв'язок. Очевидно, що переставляючи літери в слові *абабагаламага*, можна отримати

$$P_{13}(7,2,2,1,1) = \frac{13!}{7!\cdot 2!\cdot 2!\cdot 1!\cdot 1!} = \frac{13!}{7!\cdot 4}$$

всеможливих слів. З них 7 літер *а* стоятимуть одночасно поруч у

$$P_7(1,2,2,1,1) = \frac{7!}{1!\cdot 2!\cdot 2!\cdot 1!\cdot 1!} = \frac{7!}{4}$$

словах. Отже шуканих слів буде

$$P_{13}(7,2,2,1,1) - P_7(1,2,2,1,1) = \frac{13!}{7!\cdot 4} - \frac{7!}{4} = \frac{13! - (7!)^2}{7!\cdot 4}.$$

Вправа 2.3.27

Скількома способами четверо юнаків можуть запросити шестеро дівчат до танцю?

Приклад 2.3.15

Скільки різних "слів", у яких 7 літер *а* не стоять одночасно поруч, можна отримати, переставляючи літери в слові *абабагаламага*?

Розв'язок. Очевидно, що переставляючи літери в слові *абабагаламага*, можна отримати

$$P_{13}(7,2,2,1,1) = \frac{13!}{7!\cdot 2!\cdot 2!\cdot 1!\cdot 1!} = \frac{13!}{7!\cdot 4}$$

всеможливих слів. З них 7 літер *а* стоятимуть одночасно поруч у

$$P_7(1,2,2,1,1) = \frac{7!}{1!\cdot 2!\cdot 2!\cdot 1!\cdot 1!} = \frac{7!}{4}$$

словах. Отже шуканих слів буде

$$P_{13}(7,2,2,1,1) - P_7(1,2,2,1,1) = \frac{13!}{7!\cdot 4} - \frac{7!}{4} = \frac{13! - (7!)^2}{7!\cdot 4}.$$

Вправа 2.3.27

Скількома способами четверо юнаків можуть запросити шестеро дівчат до танцю?

Приклад 2.3.15

Скільки різних “слів”, у яких 7 літер *а* не стоять одночасно поруч, можна отримати, переставляючи літери в слові *абабагаламага*?

Розв’язок. Очевидно, що переставляючи літери в слові *абабагаламага*, можна отримати

$$P_{13}(7,2,2,1,1) = \frac{13!}{7!\cdot 2!\cdot 2!\cdot 1!\cdot 1!} = \frac{13!}{7!\cdot 4}$$

всеможливих слів. З них 7 літер *а* стоятимуть одночасно поруч у

$$P_{7}(1,2,2,1,1) = \frac{7!}{1!\cdot 2!\cdot 2!\cdot 1!\cdot 1!} = \frac{7!}{4}$$

словах. Отже шуканих слів буде

$$P_{13}(7,2,2,1,1) - P_{7}(1,2,2,1,1) = \frac{13!}{7!\cdot 4} - \frac{7!}{4} = \frac{13! - (7!)^2}{7!\cdot 4}.$$

Вправа 2.3.27

Скількома способами четверо юнаків можуть запросити шестеро дівчат до танцю?

Приклад 2.3.15

Скільки різних “слів”, у яких 7 літер *а* не стоять одночасно поруч, можна отримати, переставляючи літери в слові *абабагаламага*?

Розв'язок. Очевидно, що переставляючи літери в слові *абабагаламага*, можна отримати

$$P_{13}(7,2,2,1,1) = \frac{13!}{7!\cdot 2!\cdot 2!\cdot 1!\cdot 1!} = \frac{13!}{7!\cdot 4}$$

всеможливих слів. З них 7 літер *а* стоятимуть одночасно поруч у

$$P_7(1,2,2,1,1) = \frac{7!}{1!\cdot 2!\cdot 2!\cdot 1!\cdot 1!} = \frac{7!}{4}$$

словах. Отже шуканих слів буде

$$P_{13}(7,2,2,1,1) - P_7(1,2,2,1,1) = \frac{13!}{7!\cdot 4} - \frac{7!}{4} = \frac{13! - (7!)^2}{7!\cdot 4}.$$

Вправа 2.3.27

Скількома способами четверо юнаків можуть запросити шестеро дівчат до танцю?

Приклад 2.3.15

Скільки різних "слів", у яких 7 літер *а* не стоять одночасно поруч, можна отримати, переставляючи літери в слові *абабагаламага*?

Розв'язок. Очевидно, що переставляючи літери в слові *абабагаламага*, можна отримати

$$P_{13}(7,2,2,1,1) = \frac{13!}{7!\cdot 2!\cdot 2!\cdot 1!\cdot 1!} = \frac{13!}{7!\cdot 4}$$

всеможливих слів. З них 7 літер *а* стоятимуть одночасно поруч у

$$P_7(1,2,2,1,1) = \frac{7!}{1!\cdot 2!\cdot 2!\cdot 1!\cdot 1!} = \frac{7!}{4}$$

словах. Отже шуканих слів буде

$$P_{13}(7,2,2,1,1) - P_7(1,2,2,1,1) = \frac{13!}{7!\cdot 4} - \frac{7!}{4} = \frac{13! - (7!)^2}{7!\cdot 4}.$$

Вправа 2.3.27

Скількома способами четверо юнаків можуть запросити шестеро дівчат до танцю?

Приклад 2.3.16

Скількома способами можна розподілити 20 футбольних команд на однакові 4 групи, щоб 4-и найсильніші команди грали у різних групах?

Розв'язок. Чотири найсильніші команди можна розподілити на 4 групи $P_4 = 4!$ способами. Оскільки в кожній групі має бути 5 команд, то залишилося розподілити 16 команд в чотири групи по чотири команди. Це можна зробити

$$P_{16}(4,4,4,4) = \frac{16!}{(4!)^4}$$

способами. Тоді за правилом добутку наш розподіл команд можна зробити

$$P_4 \cdot P_{16}(4,4,4,4) = 4! \cdot \frac{16!}{(4!)^4} = \frac{16!}{(4!)^3}$$

способами.

Приклад 2.3.16

Скількома способами можна розподілити 20 футбольних команд на однакові 4 групи, щоб 4-и найсильніші команди грали у різних групах?

Розв'язок. Чотири найсильніші команди можна розподілити на 4 групи $P_4 = 4!$ способами. Оскільки в кожній групі має бути 5 команд, то залишилося розподілити 16 команд в чотири групи по чотири команди. Це можна зробити

$$P_{16}(4,4,4,4) = \frac{16!}{(4!)^4}$$

способами. Тоді за правилом добутку наш розподіл команд можна зробити

$$P_4 \cdot P_{16}(4,4,4,4) = 4! \cdot \frac{16!}{(4!)^4} = \frac{16!}{(4!)^3}$$

способами.

Приклад 2.3.16

Скількома способами можна розподілити 20 футбольних команд на однакові 4 групи, щоб 4-и найсильніші команди грали у різних групах?

Розв'язок. Чотири найсильніші команди можна розподілити на 4 групи $P_4 = 4!$ способами. Оскільки в кожній групі має бути 5 команд, то залишилося розподілити 16 команд в чотири групи по чотири команди. Це можна зробити

$$P_{16}(4,4,4,4) = \frac{16!}{(4!)^4}$$

способами. Тоді за правилом добутку наш розподіл команд можна зробити

$$P_4 \cdot P_{16}(4,4,4,4) = 4! \cdot \frac{16!}{(4!)^4} = \frac{16!}{(4!)^3}$$

способами.

Приклад 2.3.16

Скількома способами можна розподілити 20 футбольних команд на однакові 4 групи, щоб 4-и найсильніші команди грали у різних групах?

Розв'язок. Чотири найсильніші команди можна розподілити на 4 групи $P_4 = 4!$ способами. Оскільки в кожній групі має бути 5 команд, то залишилося розподілити 16 команд в чотири групи по чотири команди. Це можна зробити

$$P_{16}(4,4,4,4) = \frac{16!}{(4!)^4}$$

способами. Тоді за правилом добутку наш розподіл команд можна зробити

$$P_4 \cdot P_{16}(4,4,4,4) = 4! \cdot \frac{16!}{(4!)^4} = \frac{16!}{(4!)^3}$$

способами.

Приклад 2.3.16

Скількома способами можна розподілити 20 футбольних команд на однакові 4 групи, щоб 4-и найсильніші команди грали у різних групах?

Розв'язок. Чотири найсильніші команди можна розподілити на 4 групи $P_4 = 4!$ способами. Оскільки в кожній групі має бути 5 команд, то залишилося розподілити 16 команд в чотири групи по чотири команди. Це можна зробити

$$P_{16}(4,4,4,4) = \frac{16!}{(4!)^4}$$

способами. Тоді за правилом добутку наш розподіл команд можна зробити

$$P_4 \cdot P_{16}(4,4,4,4) = 4! \cdot \frac{16!}{(4!)^4} = \frac{16!}{(4!)^3}$$

способами.

Приклад 2.3.16

Скількома способами можна розподілити 20 футбольних команд на однакові 4 групи, щоб 4-и найсильніші команди грали у різних групах?

Розв'язок. Чотири найсильніші команди можна розподілити на 4 групи $P_4 = 4!$ способами. Оскільки в кожній групі має бути 5 команд, то залишилося розподілити 16 команд в чотири групи по чотири команди. Це можна зробити

$$P_{16}(4,4,4,4) = \frac{16!}{(4!)^4}$$

способами. Тоді за правилом добутку наш розподіл команд можна зробити

$$P_4 \cdot P_{16}(4,4,4,4) = 4! \cdot \frac{16!}{(4!)^4} = \frac{16!}{(4!)^3}$$

способами.

Приклад 2.3.16

Скількома способами можна розподілити 20 футбольних команд на однакові 4 групи, щоб 4-и найсильніші команди грали у різних групах?

Розв'язок. Чотири найсильніші команди можна розподілити на 4 групи $P_4 = 4!$ способами. Оскільки в кожній групі має бути 5 команд, то залишилося розподілити 16 команд в чотири групи по чотири команди. Це можна зробити

$$P_{16}(4,4,4,4) = \frac{16!}{(4!)^4}$$

способами. Тоді за правилом добутку наш розподіл команд можна зробити

$$P_4 \cdot P_{16}(4,4,4,4) = 4! \cdot \frac{16!}{(4!)^4} = \frac{16!}{(4!)^3}$$

способами.

Приклад 2.3.16

Скількома способами можна розподілити 20 футбольних команд на однакові 4 групи, щоб 4-и найсильніші команди грали у різних групах?

Розв'язок. Чотири найсильніші команди можна розподілити на 4 групи $P_4 = 4!$ способами. Оскільки в кожній групі має бути 5 команд, то залишилося розподілити 16 команд в чотири групи по чотири команди. Це можна зробити

$$P_{16}(4,4,4,4) = \frac{16!}{(4!)^4}$$

способами. Тоді за правилом добутку наш розподіл команд можна зробити

$$P_4 \cdot P_{16}(4,4,4,4) = 4! \cdot \frac{16!}{(4!)^4} = \frac{16!}{(4!)^3}$$

способами.

Приклад 2.3.16

Скількома способами можна розподілити 20 футбольних команд на однакові 4 групи, щоб 4-и найсильніші команди грали у різних групах?

Розв'язок. Чотири найсильніші команди можна розподілити на 4 групи $P_4 = 4!$ способами. Оскільки в кожній групі має бути 5 команд, то залишилося розподілити 16 команд в чотири групи по чотири команди. Це можна зробити

$$P_{16}(4,4,4,4) = \frac{16!}{(4!)^4}$$

способами. Тоді за правилом добутку наш розподіл команд можна зробити

$$P_4 \cdot P_{16}(4,4,4,4) = 4! \cdot \frac{16!}{(4!)^4} = \frac{16!}{(4!)^3}$$

способами.

Приклад 2.3.16

Скількома способами можна розподілити 20 футбольних команд на однакові 4 групи, щоб 4-и найсильніші команди грали у різних групах?

Розв'язок. Чотири найсильніші команди можна розподілити на 4 групи $P_4 = 4!$ способами. Оскільки в кожній групі має бути 5 команд, то залишилося розподілити 16 команд в чотири групи по чотири команди. Це можна зробити

$$P_{16}(4,4,4,4) = \frac{16!}{(4!)^4}$$

способами. Тоді за правилом добутку наш розподіл команд можна зробити

$$P_4 \cdot P_{16}(4,4,4,4) = 4! \cdot \frac{16!}{(4!)^4} = \frac{16!}{(4!)^3}$$

способами.

Приклад 2.3.16

Скількома способами можна розподілити 20 футбольних команд на однакові 4 групи, щоб 4-и найсильніші команди грали у різних групах?

Розв'язок. Чотири найсильніші команди можна розподілити на 4 групи $P_4 = 4!$ способами. Оскільки в кожній групі має бути 5 команд, то залишилося розподілити 16 команд в чотири групи по чотири команди. Це можна зробити

$$P_{16}(4,4,4,4) = \frac{16!}{(4!)^4}$$

способами. Тоді за правилом добутку наш розподіл команд можна зробити

$$P_4 \cdot P_{16}(4,4,4,4) = 4! \cdot \frac{16!}{(4!)^4} = \frac{16!}{(4!)^3}$$

способами.

Приклад 2.3.17

Скількома способами можна розставити 10 білих і 10 чорних шашок на білих клітинках шахової дошки?

Розв'язок. Усього шахових клітинок є 64, а з них білих рівно половину — 32. Отож, ми маємо розкласти 10 білих і 10 чорних шашок, а 12 клітинок залишити вільними. Це можна зробити

$$P_{32}(10, 10, 12) = \frac{32!}{10! \cdot 10! \cdot 12!}$$

способами.

Вправа 2.3.28

Скількома способами можна розкласти 20 книжок на 5 поличок, якщо кожна поличка може вмістити всі книги та порядок книг на поличці може бути довільним?

Приклад 2.3.17

Скількома способами можна розставити 10 білих і 10 чорних шашок на білих клітинках шахової дошки?

Розв'язок. Усього шахових клітинок є 64, а з них білих рівно половину — 32. Отож, ми маємо розкласти 10 білих і 10 чорних шашок, а 12 клітинок залишити вільними. Це можна зробити

$$P_{32}(10, 10, 12) = \frac{32!}{10! \cdot 10! \cdot 12!}$$

способами.

Вправа 2.3.28

Скількома способами можна розкласти 20 книжок на 5 поличок, якщо кожна поличка може вмістити всі книги та порядок книг на поличці може бути довільним?

Приклад 2.3.17

Скількома способами можна розставити 10 білих і 10 чорних шашок на білих клітинках шахової дошки?

Розв'язок. Усього шахових клітинок є 64, а з них білих рівно половину — 32. Отож, ми маємо розкласти 10 білих і 10 чорних шашок, а 12 клітинок залишити вільними. Це можна зробити

$$P_{32}(10, 10, 12) = \frac{32!}{10! \cdot 10! \cdot 12!}$$

способами.

Вправа 2.3.28

Скількома способами можна розкласти 20 книжок на 5 поличок, якщо кожна поличка може вмістити всі книги та порядок книг на поличці може бути довільним?

Приклад 2.3.17

Скількома способами можна розставити 10 білих і 10 чорних шашок на білих клітинках шахової дошки?

Розв'язок. Усього шахових клітинок є 64, а з них білих рівно половину — 32. Отож, ми маємо розкласти 10 білих і 10 чорних шашок, а 12 клітинок залишити вільними. Це можна зробити

$$P_{32}(10,10,12) = \frac{32!}{10! \cdot 10! \cdot 12!}$$

способами.

Вправа 2.3.28

Скількома способами можна розкласти 20 книжок на 5 поличок, якщо кожна поличка може вмістити всі книги та порядок книг на поличці може бути довільним?

Приклад 2.3.17

Скількома способами можна розставити 10 білих і 10 чорних шашок на білих клітинках шахової дошки?

Розв'язок. Усього шахових клітинок є 64, а з них білих рівно половину — 32. Отож, ми маємо розкласти 10 білих і 10 чорних шашок, а 12 клітинок залишити вільними. Це можна зробити

$$P_{32}(10,10,12) = \frac{32!}{10! \cdot 10! \cdot 12!}$$

способами.

Вправа 2.3.28

Скількома способами можна розкласти 20 книжок на 5 поличок, якщо кожна поличка може вмістити всі книги та порядок книг на поличці може бути довільним?

Приклад 2.3.17

Скількома способами можна розставити 10 білих і 10 чорних шашок на білих клітинках шахової дошки?

Розв'язок. Усього шахових клітинок є 64, а з них білих рівно половину — 32. Отож, ми маємо розкласти 10 білих і 10 чорних шашок, а 12 клітинок залишити вільними. Це можна зробити

$$P_{32}(10, 10, 12) = \frac{32!}{10! \cdot 10! \cdot 12!}$$

способами.

Вправа 2.3.28

Скількома способами можна розкласти 20 книжок на 5 поличок, якщо кожна поличка може вмістити всі книги та порядок книг на поличці може бути довільним?

Приклад 2.3.17

Скількома способами можна розставити 10 білих і 10 чорних шашок на білих клітинках шахової дошки?

Розв'язок. Усього шахових клітинок є 64, а з них білих рівно половину — 32. Отож, ми маємо розкласти 10 білих і 10 чорних шашок, а 12 клітинок залишити вільними. Це можна зробити

$$P_{32}(10, 10, 12) = \frac{32!}{10! \cdot 10! \cdot 12!}$$

способами.

Вправа 2.3.28

Скількома способами можна розкласти 20 книжок на 5 поличок, якщо кожна поличка може вмістити всі книги та порядок книг на поличці може бути довільним?

Приклад 2.3.17

Скількома способами можна розставити 10 білих і 10 чорних шашок на білих клітинках шахової дошки?

Розв'язок. Усього шахових клітинок є 64, а з них білих рівно половину — 32. Отож, ми маємо розкласти 10 білих і 10 чорних шашок, а 12 клітинок залишити вільними. Це можна зробити

$$P_{32}(10, 10, 12) = \frac{32!}{10! \cdot 10! \cdot 12!}$$

способами.

Вправа 2.3.28

Скількома способами можна розкласти 20 книжок на 5 поличок, якщо кожна поличка може вмістити всі книги та порядок книг на поличці може бути довільним?

Приклад 2.3.17

Скількома способами можна розставити 10 білих і 10 чорних шашок на білих клітинках шахової дошки?

Розв'язок. Усього шахових клітинок є 64, а з них білих рівно половину — 32. Отож, ми маємо розкласти 10 білих і 10 чорних шашок, а 12 клітинок залишити вільними. Це можна зробити

$$P_{32}(10, 10, 12) = \frac{32!}{10! \cdot 10! \cdot 12!}$$

способами.

Вправа 2.3.28

Скількома способами можна розкласти 20 книжок на 5 поличок, якщо кожна поличка може вмістити всі книги та порядок книг на поличці може бути довільним?

Приклад 2.3.17

Скількома способами можна розставити 10 білих і 10 чорних шашок на білих клітинках шахової дошки?

Розв'язок. Усього шахових клітинок є 64, а з них білих рівно половину — 32. Отож, ми маємо розкласти 10 білих і 10 чорних шашок, а 12 клітинок залишити вільними. Це можна зробити

$$P_{32}(10, 10, 12) = \frac{32!}{10! \cdot 10! \cdot 12!}$$

способами.

Вправа 2.3.28

Скількома способами можна розкласти 20 книжок на 5 поличок, якщо кожна поличка може вмістити всі книги та порядок книг на поличці може бути довільним?

Приклад 2.3.17

Скількома способами можна розставити 10 білих і 10 чорних шашок на білих клітинках шахової дошки?

Розв'язок. Усього шахових клітинок є 64, а з них білих рівно половину — 32. Отож, ми маємо розкласти 10 білих і 10 чорних шашок, а 12 клітинок залишити вільними. Це можна зробити

$$P_{32}(10, 10, 12) = \frac{32!}{10! \cdot 10! \cdot 12!}$$

способами.

Вправа 2.3.28

Скількома способами можна розкласти 20 книжок на 5 поличок, якщо кожна поличка може вмістити всі книги та порядок книг на поличці може бути довільним?

Дякую за увагу!!!