Комбінації

Дискретна математика

Лекція 19

$$\boxed{C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій:

1. Нехай ми маємо літери лише двох типів (наприклад символи нуль 0 і одиниця 1), але достатньо багато символів кожного типу. Тоді C_n^k — це кількість слів довжини n, у яких рівно k символів першого типу та $(n-k)$ символів другого типу.
2. Маємо n різних предметів і 2 різні ящики, причому перший вміщує k предметів, а другий — $(n-k)$ предметів. Тоді C_n^k — це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.
3. Нехай є n різних ящиків і k однакових предметів ($k \leqslant n$). Тоді C_n^k — це кількість різних розміщень k предметів у ці n ящиків, по одному у кожен.

Вправа 2.3.16

Скільки k-елементних підмножин має n-елементна підмножина A, $k \leqslant n$?

$$\boxed{C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій:

1. Нехай ми маємо літери лише двох типів (наприклад символи нуль 0 і одиниця 1), але достатньо багато символів кожного типу. Тоді C_n^k — це кількість слів довжини n, у яких рівно k символів першого типу та $(n-k)$ символів другого типу.
2. Маємо n різних предметів і 2 різні ящики, причому перший вміщує k предметів, а другий — $(n-k)$ предметів. Тоді C_n^k — це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.
3. Нехай є n різних ящиків і k однакових предметів ($k \leqslant n$). Тоді C_n^k — це кількість різних розміщень k предметів у ці n ящиків по одному у кожен.

Вправа 2.3.16

Скільки k-елементних підмножин має n-елементна підмножина A, $k \leqslant n$?

$$\boxed{C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій:

1. Нехай ми маємо літери лише двох типів (наприклад символи нуль 0 і одиниця 1), але достатньо багато символів кожного типу. Тоді C_n^k — це кількість слів довжини n, у яких рівно k символів першого типу та $(n-k)$ символів другого типу (або кількість послідовностей довжини n, у яких k одиниць і $(n-k)$ нулів).
2. Маємо n різних предметів і 2 різні ящики, причому перший вміщує k предметів, а другий — $(n-k)$ предметів. Тоді C_n^k — це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.
3. Нехай є n різних ящиків і k однакових предметів $(k \leqslant n)$. Тоді C_n^k — це кількість різних розміщень k предметів у ці n ящики, по одному в кожен.

Вправа 2.3.16

Скільки k-елементних підмножин має n-елементна підмножина A, $k \leqslant n$?

$$\boxed{C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій:

1. Нехай ми маємо літери лише двох типів (наприклад символи нуль 0 і одиниця 1), але достатньо багато символів кожного типу. Тоді C_n^k — це кількість слів довжини n, у яких рівно k символів першого типу та $(n-k)$ символів другого типу (або кількість послідовностей довжини n, у яких k одиниць і $(n-k)$ нулів).
2. Маємо n різних предметів і 2 різні ящики, причому перший вміщує k предметів, а другий — $(n-k)$ предметів. Тоді C_n^k — це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.
3. Нехай є n різних ящиків і k однакових предметів $(k \leqslant n)$. Тоді C_n^k — це кількість різних розміщень k предметів у ці n ящики, по одному в кожен.

Вправа 2.3.16

Скільки k-елементних підмножин має n-елементна підмножина A, $k \leqslant n$?

$$\boxed{C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій:

1. Нехай ми маємо літери лише двох типів (наприклад символи нуль 0 і одиниця 1), але достатньо багато символів кожного типу. Тоді C_n^k — це кількість слів довжини n, у яких рівно k символів першого типу та $(n-k)$ символів другого типу (або кількість послідовностей довжини n, у яких k одиниць і $(n-k)$ нулів).
2. Маємо n різних предметів і 2 різні ящики, причому перший вміщує k предметів, а другий — $(n-k)$ предметів. Тоді C_n^k — це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.
3. Нехай є n різних ящиків і k однакових предметів ($k \leqslant n$). Тоді C_n^k — це кількість різних розміщень k предметів у ці n ящики, по одному в кожен.

Вправа 2.3.16

Скільки k-елементних підмножин має n-елементна підмножина A, $k \leqslant n$?

$$\boxed{C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій:

1. Нехай ми маємо літери лише двох типів (наприклад символи нуль 0 і одиниця 1), але достатньо багато символів кожного типу. Тоді C_n^k — це кількість слів довжини n, у яких рівно k символів першого типу та $(n-k)$ символів другого типу (або кількість послідовностей довжини n, у яких k одиниць і $(n-k)$ нулів).
2. Маємо n різних предметів і 2 різні ящики, причому перший вміщує k предметів, а другий — $(n-k)$ предметів. Тоді C_n^k — це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.
3. Нехай є n різних ящиків і k однакових предметів ($k \leqslant n$). Тоді C_n^k — це кількість різних розміщень k предметів у ці n ящики, по одному в кожен.

Вправа 2.3.16

Скільки k-елементних підмножин має n-елементна підмножина A, $k \leqslant n$?

$$\boxed{C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій:

1. Нехай ми маємо літери лише двох типів (наприклад символи нуль 0 і одиниця 1), але достатньо багато символів кожного типу. Тоді C_n^k — це кількість слів довжини n, у яких рівно k символів першого типу та $(n-k)$ символів другого типу (або кількість послідовностей довжини n, у яких k одиниць і $(n-k)$ нулів).
2. Маємо n різних предметів і 2 різні ящики, причому перший вміщує k предметів, а другий — $(n-k)$ предметів. Тоді C_n^k — це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.
3. Нехай є n різних ящиків і k однакових предметів $(k \leqslant n)$. Тоді C_n^k — це кількість різних розміщень k предметів у ці n ящики, по одному в кожен.

Вправа 2.3.16

Скільки k-елементних підмножин має n-елементна підмножина A, $k \leqslant n$?

Лекція 19: Комбінації

$$\boxed{C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій:

1. Нехай ми маємо літери лише двох типів (наприклад символи нуль 0 і одиниця 1), але достатньо багато символів кожного типу. Тоді C_n^k — це кількість слів довжини n, у яких рівно k символів першого типу та $(n-k)$ символів другого типу (або кількість послідовностей довжини n, у яких k одиниць і $(n-k)$ нулів).
2. Маємо n різних предметів і 2 різні ящики, причому перший вміщує k предметів, а другий — $(n-k)$ предметів. Тоді C_n^k — це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.
3. Нехай є n різних ящиків і k однакових предметів $(k \leqslant n)$. Тоді C_n^k — це кількість різних розміщень k предметів у ці n ящики, по одному в кожен.

Вправа 2.3.16

Скільки k-елементних підмножин має n-елементна підмножина A, $k \leqslant n$?

$$\boxed{C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій:

1. Нехай ми маємо літери лише двох типів (наприклад символи нуль 0 і одиниця 1), але достатньо багато символів кожного типу. Тоді C_n^k — це кількість слів довжини n, у яких рівно k символів першого типу та $(n-k)$ символів другого типу (або кількість послідовностей довжини n, у яких k одиниць і $(n-k)$ нулів).
2. Маємо n різних предметів і 2 різні ящики, причому перший вміщує k предметів, а другий — $(n-k)$ предметів. Тоді C_n^k — це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.
3. Нехай є n різних ящиків і k однакових предметів ($k \leqslant n$). Тоді C_n^k — це кількість різних розміщень k предметів у ці n ящики, по одному в кожен.

Вправа 2.3.16

Скільки k-елементних підмножин має n-елементна підмножина A, $k \leqslant n$?

$$\boxed{C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій:

1. Нехай ми маємо літери лише двох типів (наприклад символи нуль 0 і одиниця 1), але достатньо багато символів кожного типу. Тоді C_n^k — це кількість слів довжини n, у яких рівно k символів першого типу та $(n-k)$ символів другого типу (або кількість послідовностей довжини n, у яких k одиниць і $(n-k)$ нулів).
2. Маємо n різних предметів і 2 різні ящики, причому перший вміщує k предметів, а другий — $(n-k)$ предметів. Тоді C_n^k — це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.
3. Нехай є n різних ящиків і k однакових предметів ($k \leqslant n$). Тоді C_n^k — це кількість різних розміщень k предметів у ці n ящики, по одному в кожен.

Вправа 2.3.16

Скільки k-елементних підмножин має n-елементна підмножина A, $k \leqslant n$?

$$\boxed{C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій:

1. Нехай ми маємо літери лише двох типів (наприклад символи нуль 0 і одиниця 1), але достатньо багато символів кожного типу. Тоді C_n^k — це кількість слів довжини n, у яких рівно k символів першого типу та $(n-k)$ символів другого типу (або кількість послідовностей довжини n, у яких k одиниць і $(n-k)$ нулів).
2. Маємо n різних предметів і 2 різні ящики, причому перший вміщує k предметів, а другий — $(n-k)$ предметів. Тоді C_n^k — це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.
3. Нехай є n різних ящиків і k однакових предметів ($k \leqslant n$). Тоді C_n^k — це кількість різних розміщень k предметів у ці n ящики, по одному в кожен.

Вправа 2.3.16

Скільки k-елементних підмножин має n-елементна підмножина A, $k \leqslant n$?

Приклад 2.3.7

Скільки прямих можна провести через вісім точок, з яких жодні три не лежать на одній прямій?

Розв'язок. Пряма визначається двома різними точками, через які вона проходить. Тому шукана кількість прямих дорівнюватиме кількості різних пар точок, які можна скласти з даних восьми точок. При цьому, щоб прямі не збігалися, пари точок повинні відрізнятися хоча б однією точкою. Тому маємо комбінації з восьми елементів по два, тобто маємо

$$C_8^2 = \frac{8!}{2! \cdot (8-2)!} = \frac{8!}{2! \cdot (6)!} = \frac{7 \cdot 8}{2} = 28$$

прямих.

Приклад 2.3.7

Скільки прямих можна провести через вісім точок, з яких жодні три не лежать на одній прямій?

Розв'язок. Пряма визначається двома різними точками, через які вона проходить. Тому шукана кількість прямих дорівнюватиме кількості різних пар точок, які можна скласти з даних восьми точок. При цьому, щоб прямі не збігалися, пари точок повинні відрізнятися хоча б однією точкою. Тому маємо комбінації з восьми елементів по два, тобто маємо

$$C_8^2 = \frac{8!}{2! \cdot (8-2)!} = \frac{8!}{2! \cdot (6)!} = \frac{7 \cdot 8}{2} = 28$$

прямих.

Приклад 2.3.7

Скільки прямих можна провести через вісім точок, з яких жодні три не лежать на одній прямій?

Розв'язок. Пряма визначається двома різними точками, через які вона проходить. Тому шукана кількість прямих дорівнюватиме кількості різних пар точок, які можна скласти з даних восьми точок. При цьому, щоб прямі не збігалися, пари точок повинні відрізнятися хоча б однією точкою. Тому маємо комбінації з восьми елементів по два, тобто маємо

$$C_8^2 = \frac{8!}{2! \cdot (8-2)!} = \frac{8!}{2! \cdot (6)!} = \frac{7 \cdot 8}{2} = 28$$

прямих.

Приклад 2.3.7

Скільки прямих можна провести через вісім точок, з яких жодні три не лежать на одній прямій?

Розв'язок. Пряма визначається двома різними точками, через які вона проходить. Тому шукана кількість прямих дорівнюватиме кількості різних пар точок, які можна скласти з даних восьми точок. При цьому, щоб прямі не збігалися, пари точок повинні відрізнятися хоча б однією точкою. Тому маємо комбінації з восьми елементів по два, тобто маємо

$$C_8^2 = \frac{8!}{2! \cdot (8-2)!} = \frac{8!}{2! \cdot (6)!} = \frac{7 \cdot 8}{2} = 28$$

прямих.

Приклад 2.3.7

Скільки прямих можна провести через вісім точок, з яких жодні три не лежать на одній прямій?

Розв'язок. Пряма визначається двома різними точками, через які вона проходить. Тому шукана кількість прямих дорівнюватиме кількості різних пар точок, які можна скласти з даних восьми точок. При цьому, щоб прямі не збігалися, пари точок повинні відрізнятися хоча б однією точкою. Тому маємо комбінації з восьми елементів по два, тобто маємо

$$C_8^2 = \frac{8!}{2! \cdot (8-2)!} = \frac{8!}{2! \cdot (6)!} = \frac{7 \cdot 8}{2} = 28$$

прямих.

Приклад 2.3.7

Скільки прямих можна провести через вісім точок, з яких жодні три не лежать на одній прямій?

Розв'язок. Пряма визначається двома різними точками, через які вона проходить. Тому шукана кількість прямих дорівнюватиме кількості різних пар точок, які можна скласти з даних восьми точок. При цьому, щоб прямі не збігалися, пари точок повинні відрізнятися хоча б однією точкою. Тому маємо комбінації з восьми елементів по два, тобто маємо

$$C_8^2 = \frac{8!}{2! \cdot (8-2)!} = \frac{8!}{2! \cdot (6)!} = \frac{7 \cdot 8}{2} = 28$$

прямих.

Приклад 2.3.7

Скільки прямих можна провести через вісім точок, з яких жодні три не лежать на одній прямій?

Розв'язок. Пряма визначається двома різними точками, через які вона проходить. Тому шукана кількість прямих дорівнюватиме кількості різних пар точок, які можна скласти з даних восьми точок. При цьому, щоб прямі не збігалися, пари точок повинні відрізнятися хоча б однією точкою. Тому маємо комбінації з восьми елементів по два, тобто маємо

$$C_8^2 = \frac{8!}{2! \cdot (8-2)!} = \frac{8!}{2! \cdot (6)!} = \frac{7 \cdot 8}{2} = 28$$

прямих.

Приклад 2.3.7

Скільки прямих можна провести через вісім точок, з яких жодні три не лежать на одній прямій?

Розв'язок. Пряма визначається двома різними точками, через які вона проходить. Тому шукана кількість прямих дорівнюватиме кількості різних пар точок, які можна скласти з даних восьми точок. При цьому, щоб прямі не збігалися, пари точок повинні відрізнятися хоча б однією точкою. Тому маємо комбінації з восьми елементів по два, тобто маємо

$$C_8^2 = \frac{8!}{2! \cdot (8-2)!} = \frac{8!}{2! \cdot (6)!} = \frac{7 \cdot 8}{2} = 28$$

прямих.

Приклад 2.3.7

Скільки прямих можна провести через вісім точок, з яких жодні три не лежать на одній прямій?

Розв'язок. Пряма визначається двома різними точками, через які вона проходить. Тому шукана кількість прямих дорівнюватиме кількості різних пар точок, які можна скласти з даних восьми точок. При цьому, щоб прямі не збігалися, пари точок повинні відрізнятися хоча б однією точкою. Тому маємо комбінації з восьми елементів по два, тобто маємо

$$C_8^2 = \frac{8!}{2! \cdot (8-2)!} = \frac{8!}{2! \cdot (6)!} = \frac{7 \cdot 8}{2} = 28$$

прямих.

Приклад 2.3.8

Скількома способами можна розподілити уроки в шести класах між трьома вчителями, якщо кожен учитель викладатиме у двох класах?

Розв'язок. Перший вчитель може вибрати два класи із шести C_6^2 різними способами. Після вибору першого вчителя другий може вибрати два класи з чотирьох, що залишилися, C_4^2 різними способами. Тому ці два вчителі можуть вибрати по два класи $C_6^2 \cdot C_4^2$ різними способами.

Якщо перші два вчителі зробили вибір, то третій може взяти лише ті два класи, що залишилися. Звідси шукана кількість способів розподілу уроків, що кожен учитель викладатиме у двох класах, дорівнює:

$$C_6^2 \cdot C_4^2 = \frac{6!}{2! \cdot (6-2)!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 15 \cdot 6 = 90.$$

Приклад 2.3.8

Скількома способами можна розподілити уроки в шести класах між трьома вчителями, якщо кожен учитель викладатиме у двох класах?

Розв'язок. Перший вчитель може вибрати два класи із шести C_6^2 різними способами. Після вибору першого вчителя другий може вибрати два класи з чотирьох, що залишилися, C_4^2 різними способами. Тому ці два вчителі можуть вибрати по два класи $C_6^2 \cdot C_4^2$ різними способами.

Якщо перші два вчителі зробили вибір, то третій може взяти лише ті два класи, що залишилися. Звідси шукана кількість способів розподілу уроків, що кожен учитель викладатиме у двох класах, дорівнює:

$$C_6^2 \cdot C_4^2 = \frac{6!}{2! \cdot (6-2)!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 15 \cdot 6 = 90.$$

Приклад 2.3.8

Скількома способами можна розподілити уроки в шести класах між трьома вчителями, якщо кожен учитель викладатиме у двох класах?

Розв'язок. Перший вчитель може вибрати два класи із шести C_6^2 різними способами. Після вибору першого вчителя другий може вибрати два класи з чотирьох, що залишилися, C_4^2 різними способами. Тому ці два вчителі можуть вибрати по два класи $C_6^2 \cdot C_4^2$ різними способами.

Якщо перші два вчителі зробили вибір, то третій може взяти лише ті два класи, що залишилися. Звідси шукана кількість способів розподілу уроків, що кожен учитель викладатиме у двох класах, дорівнює:

$$C_6^2 \cdot C_4^2 = \frac{6!}{2! \cdot (6-2)!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 15 \cdot 6 = 90.$$

Приклад 2.3.8

Скількома способами можна розподілити уроки в шести класах між трьома вчителями, якщо кожен учитель викладатиме у двох класах?

Розв'язок. Перший вчитель може вибрати два класи із шести C_6^2 різними способами. Після вибору першого вчителя другий може вибрати два класи з чотирьох, що залишилися, C_4^2 різними способами. Тому ці два вчителі можуть вибрати по два класи $C_6^2 \cdot C_4^2$ різними способами.

Якщо перші два вчителі зробили вибір, то третій може взяти лише ті два класи, що залишилися. Звідси шукана кількість способів розподілу уроків, що кожен учитель викладатиме у двох класах, дорівнює:

$$C_6^2 \cdot C_4^2 = \frac{6!}{2! \cdot (6-2)!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 15 \cdot 6 = 90.$$

Приклад 2.3.8

Скількома способами можна розподілити уроки в шести класах між трьома вчителями, якщо кожен учитель викладатиме у двох класах?

Розв'язок. Перший вчитель може вибрати два класи із шести C_6^2 різними способами. Після вибору першого вчителя другий може вибрати два класи з чотирьох, що залишилися, C_4^2 різними способами. Тому ці два вчителі можуть вибрати по два класи $C_6^2 \cdot C_4^2$ різними способами.

Якщо перші два вчителі зробили вибір, то третій може взяти лише ті два класи, що залишилися. Звідси шукана кількість способів розподілу уроків, що кожен учитель викладатиме у двох класах, дорівнює:

$$C_6^2 \cdot C_4^2 = \frac{6!}{2! \cdot (6-2)!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 15 \cdot 6 = 90.$$

Приклад 2.3.8

Скількома способами можна розподілити уроки в шести класах між трьома вчителями, якщо кожен учитель викладатиме у двох класах?

Розв'язок. Перший вчитель може вибрати два класи із шести C_6^2 різними способами. Після вибору першого вчителя другий може вибрати два класи з чотирьох, що залишилися, C_4^2 різними способами. Тому ці два вчителі можуть вибрати по два класи $C_6^2 \cdot C_4^2$ різними способами.

Якщо перші два вчителі зробили вибір, то третій може взяти лише ті два класи, що залишилися. Звідси шукана кількість способів розподілу уроків, що кожен учитель викладатиме у двох класах, дорівнює:

$$C_6^2 \cdot C_4^2 = \frac{6!}{2! \cdot (6-2)!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 15 \cdot 6 = 90.$$

Приклад 2.3.8

Скількома способами можна розподілити уроки в шести класах між трьома вчителями, якщо кожен учитель викладатиме у двох класах?

Розв'язок. Перший вчитель може вибрати два класи із шести C_6^2 різними способами. Після вибору першого вчителя другий може вибрати два класи з чотирьох, що залишилися, C_4^2 різними способами. Тому ці два вчителі можуть вибрати по два класи $C_6^2 \cdot C_4^2$ різними способами.

Якщо перші два вчителі зробили вибір, то третій може взяти лише ті два класи, що залишилися. Звідси шукана кількість способів розподілу уроків, що кожен учитель викладатиме у двох класах, дорівнює:

$$C_6^2 \cdot C_4^2 = \frac{6!}{2! \cdot (6-2)!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 15 \cdot 6 = 90.$$

Приклад 2.3.8

Скількома способами можна розподілити уроки в шести класах між трьома вчителями, якщо кожен учитель викладатиме у двох класах?

Розв'язок. Перший вчитель може вибрати два класи із шести C_6^2 різними способами. Після вибору першого вчителя другий може вибрати два класи з чотирьох, що залишилися, C_4^2 різними способами. Тому ці два вчителі можуть вибрати по два класи $C_6^2 \cdot C_4^2$ різними способами.

Якщо перші два вчителі зробили вибір, то третій може взяти лише ті два класи, що залишилися. Звідси шукана кількість способів розподілу уроків, що кожен учитель викладатиме у двох класах, дорівнює:

$$C_6^2 \cdot C_4^2 = \frac{6!}{2! \cdot (6-2)!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 15 \cdot 6 = 90.$$

Приклад 2.3.8

Скількома способами можна розподілити уроки в шести класах між трьома вчителями, якщо кожен учитель викладатиме у двох класах?

Розв'язок. Перший вчитель може вибрати два класи із шести C_6^2 різними способами. Після вибору першого вчителя другий може вибрати два класи з чотирьох, що залишилися, C_4^2 різними способами. Тому ці два вчителі можуть вибрати по два класи $C_6^2 \cdot C_4^2$ різними способами.

Якщо перші два вчителі зробили вибір, то третій може взяти лише ті два класи, що залишилися. Звідси шукана кількість способів розподілу уроків, що кожен учитель викладатиме у двох класах, дорівнює:

$$C_6^2 \cdot C_4^2 = \frac{6!}{2! \cdot (6-2)!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 15 \cdot 6 = 90.$$

Приклад 2.3.8

Скількома способами можна розподілити уроки в шести класах між трьома вчителями, якщо кожен учитель викладатиме у двох класах?

Розв'язок. Перший вчитель може вибрати два класи із шести C_6^2 різними способами. Після вибору першого вчителя другий може вибрати два класи з чотирьох, що залишилися, C_4^2 різними способами. Тому ці два вчителі можуть вибрати по два класи $C_6^2 \cdot C_4^2$ різними способами.

Якщо перші два вчителі зробили вибір, то третій може взяти лише ті два класи, що залишилися. Звідси шукана кількість способів розподілу уроків, що кожен учитель викладатиме у двох класах, дорівнює:

$$C_6^2 \cdot C_4^2 = \frac{6!}{2! \cdot (6-2)!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 15 \cdot 6 = 90.$$

Приклад 2.3.9

Скільки різних добутків, кратних числу 10, можна отримати з чисел

$$2, 3, 5, 7, 11, 13?$$

Розв'язок. Будемо складати добутки, кратні 10, у вигляді $2 \cdot 5 \cdot n$, де n — всі можливі добутки з чисел $3, 7, 11, 13$. У число n можуть включатися від 0 до 4 множників.

Отже, всіх можливих добутків, що задовольняють умову, буде

$$\begin{aligned} &C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 = \\ &\quad = 1 + \frac{4!}{1! \cdot (4-1)!} + \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} + \frac{4!}{3! \cdot (4-3)!} + \frac{4!}{4! \cdot (4-4)!} = \\ &\quad = 1 + \frac{4!}{1! \cdot 3!} + \frac{4!}{2! \cdot 2!} + \frac{4!}{3! \cdot 1!} + \frac{4!}{4! \cdot 0!} = \\ &\quad = 1 + 4 + 3 + 4 + 1 = \\ &\quad = 13. \end{aligned}$$

Приклад 2.3.9

Скільки різних добутків, кратних числу 10, можна отримати з чисел

$$2, 3, 5, 7, 11, 13?$$

Розв'язок. Будемо складати добутки, кратні 10, у вигляді $2 \cdot 5 \cdot n$, де n — всі можливі добутки з чисел $3, 7, 11, 13$. У число n можуть включатися від 0 до 4 множників.

Отже, всіх можливих добутків, що задовольняють умову, буде

$$\begin{aligned}
&C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 = \\
&\quad = 1 + \frac{4!}{1! \cdot (4-1)!} + \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} + \frac{4!}{3! \cdot (4-3)!} + \frac{4!}{4! \cdot (4-4)!} = \\
&\quad = 1 + \frac{4!}{1! \cdot 3!} + \frac{4!}{2! \cdot 2!} + \frac{4!}{3! \cdot 1!} + \frac{4!}{4! \cdot 0!} = \\
&\quad = 1 + 4 + 3 + 4 + 1 = \\
&\quad = 13.
\end{aligned}$$

Приклад 2.3.9

Скільки різних добутків, кратних числу 10, можна отримати з чисел

$$2, 3, 5, 7, 11, 13?$$

Розв'язок. Будемо складати добутки, кратні 10, у вигляді $2 \cdot 5 \cdot n$, де n — всі можливі добутки з чисел $3, 7, 11, 13$. У число n можуть включатися від 0 до 4 множників.

Отже, всіх можливих добутків, що задовольняють умову, буде

$$C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 =$$
$$= 1 + \frac{4!}{1! \cdot (4-1)!} + \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} + \frac{4!}{3! \cdot (4-3)!} + \frac{4!}{4! \cdot (4-4)!} =$$
$$= 1 + \frac{4!}{1! \cdot 3!} + \frac{4!}{2! \cdot 2!} + \frac{4!}{3! \cdot 1!} + \frac{4!}{4! \cdot 0!} =$$
$$= 1 + 4 + 3 + 4 + 1 =$$
$$= 13.$$

Приклад 2.3.9

Скільки різних добутків, кратних числу 10, можна отримати з чисел

$$2, 3, 5, 7, 11, 13?$$

Розв'язок. Будемо складати добутки, кратні 10, у вигляді $2 \cdot 5 \cdot n$, де n — всі можливі добутки з чисел $3, 7, 11, 13$. У число n можуть включатися від 0 до 4 множників.

Отже, всіх можливих добутків, що задовольняють умову, буде

$$\begin{aligned} & C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 = \\ & \quad = 1 + \frac{4!}{1! \cdot (4-1)!} + \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} + \frac{4!}{3! \cdot (4-3)!} + \frac{4!}{4! \cdot (4-4)!} = \\ & \quad = 1 + \frac{4!}{1! \cdot 3!} + \frac{4!}{2! \cdot 2!} + \frac{4!}{3! \cdot 1!} + \frac{4!}{4! \cdot 0!} = \\ & \quad = 1 + 4 + 3 + 4 + 1 = \\ & \quad = 13. \end{aligned}$$

Приклад 2.3.9

Скільки різних добутків, кратних числу 10, можна отримати з чисел

$$2, 3, 5, 7, 11, 13?$$

Розв'язок. Будемо складати добутки, кратні 10, у вигляді $2 \cdot 5 \cdot n$, де n — всі можливі добутки з чисел $3, 7, 11, 13$. У число n можуть включатися від 0 до 4 множників.

Отже, всіх можливих добутків, що задовольняють умову, буде

$$\begin{aligned}
&C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 = \\
&\quad = 1 + \frac{4!}{1! \cdot (4-1)!} + \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} + \frac{4!}{3! \cdot (4-3)!} + \frac{4!}{4! \cdot (4-4)!} = \\
&\quad = 1 + \frac{4!}{1! \cdot 3!} + \frac{4!}{2! \cdot 2!} + \frac{4!}{3! \cdot 1!} + \frac{4!}{4! \cdot 0!} = \\
&\quad = 1 + 4 + 3 + 4 + 1 = \\
&\quad = 13.
\end{aligned}$$

Приклад 2.3.9

Скільки різних добутків, кратних числу 10, можна отримати з чисел

$$2, 3, 5, 7, 11, 13?$$

Розв'язок. Будемо складати добутки, кратні 10, у вигляді $2 \cdot 5 \cdot n$, де n — всі можливі добутки з чисел $3, 7, 11, 13$. У число n можуть включатися від 0 до 4 множників.

Отже, всіх можливих добутків, що задовольняють умову, буде

$$C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 =$$
$$= 1 + \frac{4!}{1! \cdot (4-1)!} + \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} + \frac{4!}{3! \cdot (4-3)!} + \frac{4!}{4! \cdot (4-4)!} =$$
$$= 1 + \frac{4!}{1! \cdot 3!} + \frac{4!}{2! \cdot 2!} + \frac{4!}{3! \cdot 1!} + \frac{4!}{4! \cdot 0!} =$$
$$= 1 + 4 + 3 + 4 + 1 =$$
$$= 13.$$

Приклад 2.3.9

Скільки різних добутків, кратних числу 10, можна отримати з чисел

$$2, 3, 5, 7, 11, 13?$$

Розв'язок. Будемо складати добутки, кратні 10, у вигляді $2 \cdot 5 \cdot n$, де n — всі можливі добутки з чисел $3, 7, 11, 13$. У число n можуть включатися від 0 до 4 множників.

Отже, всіх можливих добутків, що задовольняють умову, буде

$$\begin{aligned}
&C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 = \\
&\quad = 1 + \frac{4!}{1! \cdot (4-1)!} + \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} + \frac{4!}{3! \cdot (4-3)!} + \frac{4!}{4! \cdot (4-4)!} = \\
&\quad = 1 + \frac{4!}{1! \cdot 3!} + \frac{4!}{2! \cdot 2!} + \frac{4!}{3! \cdot 1!} + \frac{4!}{4! \cdot 0!} = \\
&\quad = 1 + 4 + 3 + 4 + 1 = \\
&\quad = 13.
\end{aligned}$$

Приклад 2.3.9

Скільки різних добутків, кратних числу 10, можна отримати з чисел

$$2, 3, 5, 7, 11, 13?$$

Розв'язок. Будемо складати добутки, кратні 10, у вигляді $2 \cdot 5 \cdot n$, де n — всі можливі добутки з чисел $3, 7, 11, 13$. У число n можуть включатися від 0 до 4 множників.

Отже, всіх можливих добутків, що задовольняють умову, буде

$$\begin{aligned}
&C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 = \\
&\quad = 1 + \frac{4!}{1! \cdot (4-1)!} + \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} + \frac{4!}{3! \cdot (4-3)!} + \frac{4!}{4! \cdot (4-4)!} = \\
&\quad = 1 + \frac{4!}{1! \cdot 3!} + \frac{4!}{2! \cdot 2!} + \frac{4!}{3! \cdot 1!} + \frac{4!}{4! \cdot 0!} = \\
&\quad = 1 + 4 + 3 + 4 + 1 = \\
&\quad = 13.
\end{aligned}$$

Приклад 2.3.10

Скільки різних дільників має число 2310?

Розв'язок. Оскільки

$$2310 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11,$$

то його дільником буде лише таке натуральне число, яке є добутком різних чисел з множини чисел

$$\{2, 3, 5, 7, 11\},$$

вибираючи не більше одного числа з цієї множини. Складемо всеможливі різні добутки з цих чисел (вони містять від 1-го до 5-и множників) і додамо 1, як дільник даного числа.

Отже, число 2310 має

$$\begin{aligned}
1 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 = \\
&= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot (5-2)!} + \frac{5!}{3! \cdot (5-3)!} + \frac{5!}{4! \cdot (4-1)!} + 1 = \\
&= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot 3!} + \frac{5!}{3! \cdot 2!} + \frac{5!}{4! \cdot 1!} + 1 = \\
&= 1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = \\
&= 32
\end{aligned}$$

дільники.

Приклад 2.3.10

Скільки різних дільників має число 2310?

Розв'язок. Оскільки

$$2310 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11,$$

то його дільником буде лише таке натуральне число, яке є добутком різних чисел з множини чисел

$$\{2, 3, 5, 7, 11\},$$

вибираючи не більше одного числа з цієї множини. Складемо всеможливі різні добутки з цих чисел (вони містять від 1-го до 5-и множників) і додамо 1, як дільник даного числа.

Отже, число 2310 має

$$\begin{aligned} 1 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 = \\ &= 1 + 5 + \frac{5!}{2! {\cdot} (5-2)!} + \frac{5!}{3! {\cdot} (5-3)!} + \frac{5!}{4! {\cdot} (4-1)!} + 1 = \\ &= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot 3!} + \frac{5!}{3! \cdot 2!} + \frac{5!}{4! \cdot 1!} + 1 = \\ &= 1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = \\ &= 32 \end{aligned}$$

дільники.

Приклад 2.3.10

Скільки різних дільників має число 2310?

Розв'язок. Оскільки

$$2310 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11,$$

то його дільником буде лише таке натуральне число, яке є добутком різних чисел з множини чисел

$$\{2, 3, 5, 7, 11\},$$

вибираючи не більше одного числа з цієї множини. Складемо всеможливі різні добутки з цих чисел (вони містять від 1-го до 5-и множників) і додамо 1, як дільник даного числа.

Отже, число 2310 має

$$\begin{aligned}
1 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 = \\
&= 1 + 5 + \frac{5!}{2!{\cdot}(5-2)!} + \frac{5!}{3!{\cdot}(5-3)!} + \frac{5!}{4!{\cdot}(4-1)!} + 1 = \\
&= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot 3!} + \frac{5!}{3! \cdot 2!} + \frac{5!}{4! \cdot 1!} + 1 = \\
&= 1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = \\
&= 32
\end{aligned}$$

дільники.

Приклад 2.3.10

Скільки різних дільників має число 2310?

Розв'язок. Оскільки
$$2310 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11,$$
то його дільником буде лише таке натуральне число, яке є добутком різних чисел з множини чисел
$$\{2, 3, 5, 7, 11\},$$
вибираючи не більше одного числа з цієї множини. Складемо всеможливі різні добутки з цих чисел (вони містять від 1-го до 5-и множників) і додамо 1, як дільник даного числа.

Отже, число 2310 має
$$1 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 =$$
$$= 1 + 5 + \frac{5!}{2!{\cdot}(5-2)!} + \frac{5!}{3!{\cdot}(5-3)!} + \frac{5!}{4!{\cdot}(4-1)!} + 1 =$$
$$= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot 3!} + \frac{5!}{3! \cdot 2!} + \frac{5!}{4! \cdot 1!} + 1 =$$
$$= 1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 =$$
$$= 32$$
дільники.

Приклад 2.3.10

Скільки різних дільників має число 2310?

Розв'язок. Оскільки

$$2310 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11,$$

то його дільником буде лише таке натуральне число, яке є добутком різних чисел з множини чисел

$$\{2, 3, 5, 7, 11\},$$

вибираючи не більше одного числа з цієї множини. Складемо всеможливі різні добутки з цих чисел (вони містять від 1-го до 5-и множників) і додамо 1, як дільник даного числа.

Отже, число 2310 має

$$1 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 =$$
$$= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot (5-2)!} + \frac{5!}{3! \cdot (5-3)!} + \frac{5!}{4! \cdot (4-1)!} + 1 =$$
$$= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot 3!} + \frac{5!}{3! \cdot 2!} + \frac{5!}{4! \cdot 1!} + 1 =$$
$$= 1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 =$$
$$= 32$$

дільники.

Приклад 2.3.10

Скільки різних дільників має число 2310?

Розв'язок. Оскільки

$$2310 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11,$$

то його дільником буде лише таке натуральне число, яке є добутком різних чисел з множини чисел

$$\{2, 3, 5, 7, 11\},$$

вибираючи не більше одного числа з цієї множини. Складемо всеможливі різні добутки з цих чисел (вони містять від 1-го до 5-и множників) і додамо 1, як дільник даного числа.

Отже, число 2310 має

$$\begin{aligned}
1 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 = \\
&= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot (5-2)!} + \frac{5!}{3! \cdot (5-3)!} + \frac{5!}{4! \cdot (4-1)!} + 1 = \\
&= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot 3!} + \frac{5!}{3! \cdot 2!} + \frac{5!}{4! \cdot 1!} + 1 = \\
&= 1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = \\
&= 32
\end{aligned}$$

дільники.

Приклад 2.3.10

Скільки різних дільників має число 2310?

Розв'язок. Оскільки
$$2310 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11,$$
то його дільником буде лише таке натуральне число, яке є добутком різних чисел з множини чисел
$$\{2, 3, 5, 7, 11\},$$
вибираючи не більше одного числа з цієї множини. Складемо всеможливі різні добутки з цих чисел (вони містять від 1-го до 5-и множників) і додамо 1, як дільник даного числа.

Отже, число 2310 має
$$\begin{aligned} 1 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 = \\ &= 1 + 5 + \frac{5!}{2!{\cdot}(5-2)!} + \frac{5!}{3!{\cdot}(5-3)!} + \frac{5!}{4!{\cdot}(4-1)!} + 1 = \\ &= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot 3!} + \frac{5!}{3! \cdot 2!} + \frac{5!}{4! \cdot 1!} + 1 = \\ &= 1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = \\ &= 32 \end{aligned}$$
дільники.

Приклад 2.3.10

Скільки різних дільників має число 2310?

Розв'язок. Оскільки

$$2310 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11,$$

то його дільником буде лише таке натуральне число, яке є добутком різних чисел з множини чисел

$$\{2, 3, 5, 7, 11\},$$

вибираючи не більше одного числа з цієї множини. Складемо всеможливі різні добутки з цих чисел (вони містять від 1-го до 5-и множників) і додамо 1, як дільник даного числа.

Отже, число 2310 має

$$\begin{aligned}
1 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 = \\
&= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot (5-2)!} + \frac{5!}{3! \cdot (5-3)!} + \frac{5!}{4! \cdot (4-1)!} + 1 = \\
&= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot 3!} + \frac{5!}{3! \cdot 2!} + \frac{5!}{4! \cdot 1!} + 1 = \\
&= 1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = \\
&= 32
\end{aligned}$$

дільники.

Приклад 2.3.10

Скільки різних дільників має число 2310?

Розв'язок. Оскільки

$$2310 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11,$$

то його дільником буде лише таке натуральне число, яке є добутком різних чисел з множини чисел

$$\{2, 3, 5, 7, 11\},$$

вибираючи не більше одного числа з цієї множини. Складемо всеможливі різні добутки з цих чисел (вони містять від 1-го до 5-и множників) і додамо 1, як дільник даного числа.

Отже, число 2310 має

$$\begin{aligned} 1 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 &= \\ &= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot (5-2)!} + \frac{5!}{3! \cdot (5-3)!} + \frac{5!}{4! \cdot (4-1)!} + 1 = \\ &= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot 3!} + \frac{5!}{3! \cdot 2!} + \frac{5!}{4! \cdot 1!} + 1 = \\ &= 1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = \\ &= 32 \end{aligned}$$

дільники.

Приклад 2.3.10

Скільки різних дільників має число 2310?

Розв'язок. Оскільки
$$2310 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11,$$
то його дільником буде лише таке натуральне число, яке є добутком різних чисел з множини чисел
$$\{2, 3, 5, 7, 11\},$$
вибираючи не більше одного числа з цієї множини. Складемо всеможливі різні добутки з цих чисел (вони містять від 1-го до 5-и множників) і додамо 1, як дільник даного числа.

Отже, число 2310 має
$$\begin{aligned}1 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 = \\ &= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot (5-2)!} + \frac{5!}{3! \cdot (5-3)!} + \frac{5!}{4! \cdot (4-1)!} + 1 = \\ &= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot 3!} + \frac{5!}{3! \cdot 2!} + \frac{5!}{4! \cdot 1!} + 1 = \\ &= 1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = \\ &= 32\end{aligned}$$
дільники.

Приклад 2.3.10

Скільки різних дільників має число 2310?

Розв'язок. Оскільки

$$2310 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11,$$

то його дільником буде лише таке натуральне число, яке є добутком різних чисел з множини чисел

$$\{2, 3, 5, 7, 11\},$$

вибираючи не більше одного числа з цієї множини. Складемо всеможливі різні добутки з цих чисел (вони містять від 1-го до 5-и множників) і додамо 1, як дільник даного числа.

Отже, число 2310 має

$$\begin{aligned} 1 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 = \\ &= 1 + 5 + \frac{5!}{2!{\cdot}(5-2)!} + \frac{5!}{3!{\cdot}(5-3)!} + \frac{5!}{4!{\cdot}(4-1)!} + 1 = \\ &= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot 3!} + \frac{5!}{3! \cdot 2!} + \frac{5!}{4! \cdot 1!} + 1 = \\ &= 1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = \\ &= 32 \end{aligned}$$

дільники.

Приклад 2.3.10

Скільки різних дільників має число 2310?

Розв'язок. Оскільки

$$2310 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11,$$

то його дільником буде лише таке натуральне число, яке є добутком різних чисел з множини чисел

$$\{2, 3, 5, 7, 11\},$$

вибираючи не більше одного числа з цієї множини. Складемо всеможливі різні добутки з цих чисел (вони містять від 1-го до 5-и множників) і додамо 1, як дільник даного числа.

Отже, число 2310 має

$$\begin{aligned} 1 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 = \\ &= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot (5-2)!} + \frac{5!}{3! \cdot (5-3)!} + \frac{5!}{4! \cdot (4-1)!} + 1 = \\ &= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot 3!} + \frac{5!}{3! \cdot 2!} + \frac{5!}{4! \cdot 1!} + 1 = \\ &= 1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = \\ &= 32 \end{aligned}$$

дільники.

Приклад 2.3.10

Скільки різних дільників має число 2310?

Розв'язок. Оскільки

$$2310 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11,$$

то його дільником буде лише таке натуральне число, яке є добутком різних чисел з множини чисел

$$\{2, 3, 5, 7, 11\},$$

вибираючи не більше одного числа з цієї множини. Складемо всеможливі різні добутки з цих чисел (вони містять від 1-го до 5-и множників) і додамо 1, як дільник даного числа.

Отже, число 2310 має

$$\begin{aligned}
1 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 = \\
&= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot (5-2)!} + \frac{5!}{3! \cdot (5-3)!} + \frac{5!}{4! \cdot (4-1)!} + 1 = \\
&= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot 3!} + \frac{5!}{3! \cdot 2!} + \frac{5!}{4! \cdot 1!} + 1 = \\
&= 1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = \\
&= 32
\end{aligned}$$

дільники.

Приклад 2.3.11

З офісу фірми, у якій працює 20 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо директор, його заступник і секретар одночасно їхати не можуть?

Розв'язок. Кількість усіх можливих варіантів формування групи співробітників офісу у відрядження дорівнює C_{20}^5. Проте не всі ці варіанти можливі. Підрахуємо кількість варіантів вибору групи, які не задовольняють умову поїздки у відрядження. При цьому три вакансії займуть директор, його заступник і секретар, а решту дві можуть бути сформовані C_{17}^2 способами.

Отже, можливих варіантів буде

$$C_{20}^5 - C_{17}^2.$$

Вправа 2.3.17

З офісу фірми, у якій працює 25 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо може їхати не більше одного члена з керівництва? Керівництво офісу складається з директора та його двох заступників.

Приклад 2.3.11

З офісу фірми, у якій працює 20 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо директор, його заступник і секретар одночасно їхати не можуть?

Розв'язок. Кількість усіх можливих варіантів формування групи співробітників офісу у відрядження дорівнює C_{20}^5. Проте не всі ці варіанти можливі. Підрахуємо кількість варіантів вибору групи, які не задовольняють умову поїздки у відрядження. При цьому три вакансії займуть директор, його заступник і секретар, а решту дві можуть бути сформовані C_{17}^2 способами.

Отже, можливих варіантів буде

$$C_{20}^5 - C_{17}^2.$$

Вправа 2.3.17

З офісу фірми, у якій працює 25 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо може їхати не більше одного члена з керівництва? Керівництво офісу складається з директора та його двох заступників.

Приклад 2.3.11

З офісу фірми, у якій працює 20 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо директор, його заступник і секретар одночасно їхати не можуть?

Розв'язок. Кількість усіх можливих варіантів формування групи співробітників офісу у відрядження дорівнює C_{20}^5. Проте не всі ці варіанти можливі. Підрахуємо кількість варіантів вибору групи, які не задовольняють умову поїздки у відрядження. При цьому три вакансії займуть директор, його заступник і секретар, а решту дві можуть бути сформовані C_{17}^2 способами.

Отже, можливих варіантів буде

$$C_{20}^5 - C_{17}^2.$$

Вправа 2.3.17

З офісу фірми, у якій працює 25 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо може їхати не більше одного члена з керівництва? Керівництво офісу складається з директора та його двох заступників.

Приклад 2.3.11

З офісу фірми, у якій працює 20 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо директор, його заступник і секретар одночасно їхати не можуть?

Розв'язок. Кількість усіх можливих варіантів формування групи співробітників офісу у відрядження дорівнює C_{20}^{5}. Проте не всі ці варіанти можливі. Підрахуємо кількість варіантів вибору групи, які не задовольняють умову поїздки у відрядження. При цьому три вакансії займуть директор, його заступник і секретар, а решту дві можуть бути сформовані C_{17}^{2} способами.

Отже, можливих варіантів буде

$$C_{20}^{5} - C_{17}^{2}.$$

Вправа 2.3.17

З офісу фірми, у якій працює 25 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо може їхати не більше одного члена з керівництва? Керівництво офісу складається з директора та його двох заступників.

Приклад 2.3.11

З офісу фірми, у якій працює 20 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо директор, його заступник і секретар одночасно їхати не можуть?

Розв'язок. Кількість усіх можливих варіантів формування групи співробітників офісу у відрядження дорівнює C_{20}^{5}. Проте не всі ці варіанти можливі. Підрахуємо кількість варіантів вибору групи, які не задовольняють умову поїздки у відрядження. При цьому три вакансії займуть директор, його заступник і секретар, а решту дві можуть бути сформовані C_{17}^{2} способами.

Отже, можливих варіантів буде

$$C_{20}^{5} - C_{17}^{2}.$$

Вправа 2.3.17

З офісу фірми, у якій працює 25 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо може їхати не більше одного члена з керівництва? Керівництво офісу складається з директора та його двох заступників.

Приклад 2.3.11

З офісу фірми, у якій працює 20 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо директор, його заступник і секретар одночасно їхати не можуть?

Розв'язок. Кількість усіх можливих варіантів формування групи співробітників офісу у відрядження дорівнює C_{20}^5. Проте не всі ці варіанти можливі. Підрахуємо кількість варіантів вибору групи, які не задовольняють умову поїздки у відрядження. При цьому три вакансії займуть директор, його заступник і секретар, а решту дві можуть бути сформовані C_{17}^2 способами.

Отже, можливих варіантів буде

$$C_{20}^5 - C_{17}^2.$$

Вправа 2.3.17

З офісу фірми, у якій працює 25 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо може їхати не більше одного члена з керівництва? Керівництво офісу складається з директора та його двох заступників.

Приклад 2.3.11

З офісу фірми, у якій працює 20 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо директор, його заступник і секретар одночасно їхати не можуть?

Розв'язок. Кількість усіх можливих варіантів формування групи співробітників офісу у відрядження дорівнює C_{20}^5. Проте не всі ці варіанти можливі. Підрахуємо кількість варіантів вибору групи, які не задовольняють умову поїздки у відрядження. При цьому три вакансії займуть директор, його заступник і секретар, а решту дві можуть бути сформовані C_{17}^2 способами.

Отже, можливих варіантів буде

$$C_{20}^5 - C_{17}^2.$$

Вправа 2.3.17

З офісу фірми, у якій працює 25 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо може їхати не більше одного члена з керівництва? Керівництво офісу складається з директора та його двох заступників.

Приклад 2.3.11

З офісу фірми, у якій працює 20 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо директор, його заступник і секретар одночасно їхати не можуть?

Розв'язок. Кількість усіх можливих варіантів формування групи співробітників офісу у відрядження дорівнює C_{20}^5. Проте не всі ці варіанти можливі. Підрахуємо кількість варіантів вибору групи, які не задовольняють умову поїздки у відрядження. При цьому три вакансії займуть директор, його заступник і секретар, а решту дві можуть бути сформовані C_{17}^2 способами.

Отже, можливих варіантів буде

$$C_{20}^5 - C_{17}^2.$$

Вправа 2.3.17

З офісу фірми, у якій працює 25 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо може їхати не більше одного члена з керівництва? Керівництво офісу складається з директора та його двох заступників.

Приклад 2.3.11

З офісу фірми, у якій працює 20 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо директор, його заступник і секретар одночасно їхати не можуть?

Розв'язок. Кількість усіх можливих варіантів формування групи співробітників офісу у відрядження дорівнює C_{20}^5. Проте не всі ці варіанти можливі. Підрахуємо кількість варіантів вибору групи, які не задовольняють умову поїздки у відрядження. При цьому три вакансії займуть директор, його заступник і секретар, а решту дві можуть бути сформовані C_{17}^2 способами.

Отже, можливих варіантів буде

$$C_{20}^5 - C_{17}^2.$$

Вправа 2.3.17

З офісу фірми, у якій працює 25 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо може їхати не більше одного члена з керівництва? Керівництво офісу складається з директора та його двох заступників.

Приклад 2.3.11

З офісу фірми, у якій працює 20 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо директор, його заступник і секретар одночасно їхати не можуть?

Розв'язок. Кількість усіх можливих варіантів формування групи співробітників офісу у відрядження дорівнює C_{20}^5. Проте не всі ці варіанти можливі. Підрахуємо кількість варіантів вибору групи, які не задовольняють умову поїздки у відрядження. При цьому три вакансії займуть директор, його заступник і секретар, а решту дві можуть бути сформовані C_{17}^2 способами.

Отже, можливих варіантів буде

$$C_{20}^5 - C_{17}^2.$$

Вправа 2.3.17

З офісу фірми, у якій працює 25 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо може їхати не більше одного члена з керівництва? Керівництво офісу складається з директора та його двох заступників.

Приклад 2.3.11

З офісу фірми, у якій працює 20 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо директор, його заступник і секретар одночасно їхати не можуть?

Розв'язок. Кількість усіх можливих варіантів формування групи співробітників офісу у відрядження дорівнює C_{20}^5. Проте не всі ці варіанти можливі. Підрахуємо кількість варіантів вибору групи, які не задовольняють умову поїздки у відрядження. При цьому три вакансії займуть директор, його заступник і секретар, а решту дві можуть бути сформовані C_{17}^2 способами.

Отже, можливих варіантів буде

$$C_{20}^5 - C_{17}^2.$$

Вправа 2.3.17

З офісу фірми, у якій працює 25 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо може їхати не більше одного члена з керівництва? Керівництво офісу складається з директора та його двох заступників.

Приклад 2.3.11

З офісу фірми, у якій працює 20 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо директор, його заступник і секретар одночасно їхати не можуть?

Розв'язок. Кількість усіх можливих варіантів формування групи співробітників офісу у відрядження дорівнює C_{20}^5. Проте не всі ці варіанти можливі. Підрахуємо кількість варіантів вибору групи, які не задовольняють умову поїздки у відрядження. При цьому три вакансії займуть директор, його заступник і секретар, а решту дві можуть бути сформовані C_{17}^2 способами.

Отже, можливих варіантів буде

$$C_{20}^5 - C_{17}^2.$$

Вправа 2.3.17

З офісу фірми, у якій працює 25 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо може їхати не більше одного члена з керівництва? Керівництво офісу складається з директора та його двох заступників.

Приклад 2.3.11

З офісу фірми, у якій працює 20 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо директор, його заступник і секретар одночасно їхати не можуть?

Розв'язок. Кількість усіх можливих варіантів формування групи співробітників офісу у відрядження дорівнює C_{20}^5. Проте не всі ці варіанти можливі. Підрахуємо кількість варіантів вибору групи, які не задовольняють умову поїздки у відрядження. При цьому три вакансії займуть директор, його заступник і секретар, а решту дві можуть бути сформовані C_{17}^2 способами.

Отже, можливих варіантів буде

$$C_{20}^5 - C_{17}^2.$$

Вправа 2.3.17

З офісу фірми, у якій працює 25 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо може їхати не більше одного члена з керівництва? Керівництво офісу складається з директора та його двох заступників.

Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

(1) рівно два з них були виграшними;

(2) принаймні два з них були виграшними?

Розв'язок.

(1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами.

(2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^4 \cdot C_{92}^1 + C_8^5$$

Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

(1) рівно два з них були виграшними;

(2) принаймні два з них були виграшними?

Розв'язок.

(1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами.

(2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^4 \cdot C_{92}^1 + C_8^5.$$

Лекція 19: Комбінації

Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

(1) рівно два з них були виграшними;

(2) принаймні два з них були виграшними?

Розв'язок.

(1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами.

(2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^4 \cdot C_{92}^1 + C_8^5.$$

Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

(1) рівно два з них були виграшними;

(2) принаймні два з них були виграшними?

Розв'язок.

(1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами.

(2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^4 \cdot C_{92}^1 + C_8^5.$$

Лекція 19: Комбінації

Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

(1) рівно два з них були виграшними;

(2) принаймні два з них були виграшними?

Розв'язок.

(1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами.

(2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^4 \cdot C_{92}^1 + C_8^5.$$

Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

(1) рівно два з них були виграшними;

(2) принаймні два з них були виграшними?

Розв'язок.

(1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами.

(2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^4 \cdot C_{92}^1 + C_8^5.$$

Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

(1) рівно два з них були виграшними;

(2) принаймні два з них були виграшними?

Розв'язок.

(1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами.

(2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^4 \cdot C_{92}^1 + C_8^5.$$

Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

(1) рівно два з них були виграшними;

(2) принаймні два з них були виграшними?

Розв'язок.

(1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами.

(2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^4 \cdot C_{92}^1 + C_8^5.$$

Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

(1) рівно два з них були виграшними;

(2) принаймні два з них були виграшними?

Розв'язок.

(1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами.

(2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^4 \cdot C_{92}^1 + C_8^5.$$

Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

(1) рівно два з них були виграшними;

(2) принаймні два з них були виграшними?

Розв'язок.

(1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами.

(2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами; якщо три виграшні і два невиграшні, то це можна отримати

$$C_8^3 \cdot C_{92}^2$$

способами; якщо чотири виграшній один невиграшний, то це можна отримати

$$C_8^4 \cdot C_{92}^1$$

способами; якщо всі п'ять виграшних, то це можна отримати

$$C_8^5$$

способами.

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^4 \cdot C_{92}^1 + C_8^5.$$

Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

(1) рівно два з них були виграшними;

(2) принаймні два з них були виграшними?

Розв'язок.

(1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами.

(2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами; якщо три виграшні і два невиграшні, то це можна отримати

$$C_8^3 \cdot C_{92}^2$$

способами; якщо чотири виграшній один невиграшний, то це можна отримати

$$C_8^4 \cdot C_{92}^1$$

способами; якщо всі п'ять виграшних, то це можна отримати

$$C_8^5$$

способами.

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^4 \cdot C_{92}^1 + C_8^5.$$

Лекція 19: Комбінації

Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

(1) рівно два з них були виграшними;

(2) принаймні два з них були виграшними?

Розв'язок.

(1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати
$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$
способами.

(2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати
$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$
способами; якщо три виграшні і два невиграшні, то це можна отримати
$$C_8^3 \cdot C_{92}^2$$
способами; якщо чотири виграшній один невиграшний, то це можна отримати
$$C_8^4 \cdot C_{92}^1$$
способами; якщо всі п'ять виграшних, то це можна отримати
$$C_8^5$$
способами.

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює
$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^4 \cdot C_{92}^1 + C_8^5.$$

Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

(1) рівно два з них були виграшними;

(2) принаймні два з них були виграшними?

Розв'язок.

(1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами.

(2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами; якщо три виграшні і два невиграшні, то це можна отримати

$$C_8^3 \cdot C_{92}^2$$

способами; якщо чотири виграшній один невиграшний, то це можна отримати

$$C_8^4 \cdot C_{92}^1$$

способами; якщо всі п'ять виграшних, то це можна отримати

$$C_8^5$$

способами.

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^4 \cdot C_{92}^1 + C_8^5.$$

Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

(1) рівно два з них були виграшними;

(2) принаймні два з них були виграшними?

Розв'язок.

(1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати
$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$
способами.

(2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати
$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$
способами; якщо три виграшні і два невиграшні, то це можна отримати
$$C_8^3 \cdot C_{92}^2$$
способами; якщо чотири виграшні й один невиграшний, то це можна отримати
$$C_8^4 \cdot C_{92}^1$$
способами; якщо всі п'ять виграшних, то це можна отримати
$$C_8^5$$
способами.

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює
$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^4 \cdot C_{92}^1 + C_8^5.$$

Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

(1) рівно два з них були виграшними;

(2) принаймні два з них були виграшними?

Розв'язок.

(1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати
$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$
способами.

(2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати
$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$
способами; якщо три виграшні і два невиграшні, то це можна отримати
$$C_8^3 \cdot C_{92}^2$$
способами; якщо чотири виграшні й один невиграшний, то це можна отримати
$$C_8^4 \cdot C_{92}^1$$
способами; якщо всі п'ять виграшних, то це можна отримати
$$C_8^5$$
способами.

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює
$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^4 \cdot C_{92}^1 + C_8^5.$$

Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

(1) рівно два з них були виграшними;

(2) принаймні два з них були виграшними?

Розв'язок.

(1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами.

(2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами; якщо три виграшні і два невиграшні, то це можна отримати

$$C_8^3 \cdot C_{92}^2$$

способами; якщо чотири виграшні й один невиграшний, то це можна отримати

$$C_8^4 \cdot C_{92}^1$$

способами; якщо всі п'ять виграшних, то це можна отримати

$$C_8^5$$

способами.

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^4 \cdot C_{92}^1 + C_8^5.$$

Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

(1) рівно два з них були виграшними;

(2) принаймні два з них були виграшними?

Розв'язок.

(1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати
$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$
способами.

(2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати
$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$
способами; якщо три виграшні і два невиграшні, то це можна отримати
$$C_8^3 \cdot C_{92}^2$$
способами; якщо чотири виграшній один невиграшний, то це можна отримати
$$C_8^4 \cdot C_{92}^1$$
способами; якщо всі п'ять виграшних, то це можна отримати
$$C_8^5$$
способами.

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює
$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^4 \cdot C_{92}^1 + C_8^5.$$

Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

(1) рівно два з них були виграшними;

(2) принаймні два з них були виграшними?

Розв'язок.

(1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати
$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$
способами.

(2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати
$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$
способами; якщо три виграшні і два невиграшні, то це можна отримати
$$C_8^3 \cdot C_{92}^2$$
способами; якщо чотири виграшній один невиграшний, то це можна отримати
$$C_8^4 \cdot C_{92}^1$$
способами; якщо всі п'ять виграшних, то це можна отримати
$$C_8^5$$
способами.

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює
$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^4 \cdot C_{92}^1 + C_8^5.$$

Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

(1) рівно два з них були виграшними;

(2) принаймні два з них були виграшними?

Розв'язок.

(1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати
$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$
способами.

(2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати
$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$
способами; якщо три виграшні і два невиграшні, то це можна отримати
$$C_8^3 \cdot C_{92}^2$$
способами; якщо чотири виграшній один невиграшний, то це можна отримати
$$C_8^4 \cdot C_{92}^1$$
способами; якщо всі п'ять виграшних, то це можна отримати
$$C_8^5$$
способами.

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює
$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^4 \cdot C_{92}^1 + C_8^5.$$

Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

(1) рівно два з них були виграшними;

(2) принаймні два з них були виграшними?

Розв'язок.

(1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами.

(2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами; якщо три виграшні і два невиграшні, то це можна отримати

$$C_8^3 \cdot C_{92}^2$$

способами; якщо чотири виграшній один невиграшний, то це можна отримати

$$C_8^4 \cdot C_{92}^1$$

способами; якщо всі п'ять виграшних, то це можна отримати

$$C_8^5$$

способами.

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^4 \cdot C_{92}^1 + C_8^5.$$

Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

(1) рівно два з них були виграшними;

(2) принаймні два з них були виграшними?

Розв'язок.

(1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати
$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$
способами.

(2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати
$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$
способами; якщо три виграшні і два невиграшні, то це можна отримати
$$C_8^3 \cdot C_{92}^2$$
способами; якщо чотири виграшній один невиграшний, то це можна отримати
$$C_8^4 \cdot C_{92}^1$$
способами; якщо всі п'ять виграшних, то це можна отримати
$$C_8^5$$
способами.

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює
$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^4 \cdot C_{92}^1 + C_8^5.$$

Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

(1) рівно два з них були виграшними;

(2) принаймні два з них були виграшними?

Розв'язок.

(1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати
$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$
способами.

(2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати
$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$
способами; якщо три виграшні і два невиграшні, то це можна отримати
$$C_8^3 \cdot C_{92}^2$$
способами; якщо чотири виграшній один невиграшний, то це можна отримати
$$C_8^4 \cdot C_{92}^1$$
способами; якщо всі п'ять виграшних, то це можна отримати
$$C_8^5$$
способами.

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює
$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^4 \cdot C_{92}^1 + C_8^5.$$

Вправа 2.3.18

Скількома способами можна розділити колоду із 36 карт порівну так, щоб в кожній частині було по два тузи?

Вправа 2.3.18

Скількома способами можна розділити колоду із 36 карт порівну так, щоб в кожній частині було по два тузи?

Дякую за увагу!!!