Обчислення потужності об'єднання скінченних множин

Дискретна математика

Лекція 14

Якщо A і B — скінченні диз'юнктні множини, то потужність (кількість елементів) їхнього об'єднання дорівнює сумі потужностей цих множин, тобто

$$|A \sqcup B| = |A| + |B|. \tag{1}$$

У загальному випадку, якщо $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ — скінченна сім'я диз'юнктних скінченних множин, то формула (1) набуде вигляду

$$\left|\bigsqcup_{i=1}^{n} A_i\right| = \sum_{i=1}^{n} |A_i|. \tag{2}$$

Якщо A і B — скінченні множини, то очевидно, що

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|. \tag{3}$$

У загальному випадку, якщо $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ — скінченна сім'я скінченних множин, то формула (3) набуде вигляду

$$\begin{aligned} \left|A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n\right| = |A_1| + |A_2| + \cdots + |A_n| - \\ - |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - \cdots - |A_{n-1} \cap A_n| + \\ + |A_1 \cap A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_4| + \cdots + |A_{n-2} \cap A_{n-1} \cap A_n| - \\ - \cdots + (-1)^{n+1} |A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n| \end{aligned} \tag{4}$$

або

$$\left|\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right| = \sum_{k=1}^{n} \left((-1)^{k+1} \sum_{1 \leqslant i_1 < i_2 < \cdots < i_k \leqslant n} \left|A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \cdots \cap A_{i_k}\right| \right).$$

Якщо A і B — скінченні диз'юнктні множини, то потужність (кількість елементів) їхнього об'єднання дорівнює сумі потужностей цих множин, тобто

$$|A \sqcup B| = |A| + |B|. \tag{1}$$

У загальному випадку, якщо $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ — скінченна сім'я диз'юнктних скінченних множин, то формула (1) набуде вигляду

$$\left| \bigsqcup_{i=1}^{n} A_i \right| = \sum_{i=1}^{n} |A_i|. \tag{2}$$

Якщо A і B — скінченні множини, то очевидно, що

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|. \tag{3}$$

У загальному випадку, якщо $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ — скінченна сім'я скінченних множин, то формула (3) набуде вигляду

$$\begin{aligned} |A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n| &= |A_1| + |A_2| + \cdots + |A_n| - \\ &- |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - \cdots - |A_{n-1} \cap A_n| + \\ &+ |A_1 \cap A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_4| + \cdots + |A_{n-2} \cap A_{n-1} \cap A_n| - \\ &- \cdots + (-1)^{n+1} |A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n| \end{aligned} \tag{4}$$

або

$$\left| \bigcup_{i=1}^{n} A_i \right| = \sum_{k=1}^{n} \left((-1)^{k+1} \sum_{1 \leqslant i_1 < i_2 < \cdots < i_k \leqslant n} |A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \cdots \cap A_{i_k}| \right).$$

Якщо A і B — скінченні диз'юнктні множини, то потужність (кількість елементів) їхнього об'єднання дорівнює сумі потужностей цих множин, тобто

$$|A \sqcup B| = |A| + |B|. \tag{1}$$

У загальному випадку, якщо $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ — скінченна сім'я диз'юнктних скінченних множин, то формула (1) набуде вигляду

$$\left|\bigsqcup_{i=1}^{n} A_i\right| = \sum_{i=1}^{n} |A_i|. \tag{2}$$

Якщо A і B — скінченні множини, то очевидно, що

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|. \tag{3}$$

У загальному випадку, якщо $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ — скінченна сім'я скінченних множин, то формула (3) набуде вигляду

$$\begin{aligned}\left|A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n\right| &= |A_1| + |A_2| + \cdots + |A_n| - \\ &- |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - \cdots - |A_{n-1} \cap A_n| + \\ &+ |A_1 \cap A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_4| + \cdots + |A_{n-2} \cap A_{n-1} \cap A_n| - \\ &- \cdots + (-1)^{n+1} |A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n|\end{aligned} \tag{4}$$

або

$$\left|\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right| = \sum_{k=1}^{n} \left((-1)^{k+1} \sum_{1 \leqslant i_1 < i_2 < \cdots < i_k \leqslant n} \left|A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \cdots \cap A_{i_k}\right|\right).$$

Якщо A і B — скінченні диз'юнктні множини, то потужність (кількість елементів) їхнього об'єднання дорівнює сумі потужностей цих множин, тобто

$$|A \sqcup B| = |A| + |B|. \tag{1}$$

У загальному випадку, якщо $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ — скінченна сім'я диз'юнктних скінченних множин, то формула (1) набуде вигляду

$$\left|\bigsqcup_{i=1}^{n} A_i\right| = \sum_{i=1}^{n} |A_i|. \tag{2}$$

Якщо A і B — скінченні множини, то очевидно, що

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|. \tag{3}$$

У загальному випадку, якщо $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ — скінченна сім'я скінченних множин, то формула (3) набуде вигляду

$$\begin{aligned} \left|A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n\right| = {} & |A_1| + |A_2| + \cdots + |A_n| - \\ & - |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - \cdots - |A_{n-1} \cap A_n| + \\ & + |A_1 \cap A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_4| + \cdots + |A_{n-2} \cap A_{n-1} \cap A_n| - \\ & - \cdots + (-1)^{n+1} |A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n| \end{aligned} \tag{4}$$

або

$$\left|\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right| = \sum_{k=1}^{n} \left((-1)^{k+1} \sum_{1 \leqslant i_1 < i_2 < \cdots < i_k \leqslant n} \left|A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \cdots \cap A_{i_k}\right| \right).$$

Якщо A і B — скінченні диз'юнктні множини, то потужність (кількість елементів) їхнього об'єднання дорівнює сумі потужностей цих множин, тобто

$$|A \sqcup B| = |A| + |B|. \tag{1}$$

У загальному випадку, якщо $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ — скінченна сім'я диз'юнктних скінченних множин, то формула (1) набуде вигляду

$$\left| \bigsqcup_{i=1}^{n} A_i \right| = \sum_{i=1}^{n} |A_i| \,. \tag{2}$$

Якщо A і B — скінченні множини, то очевидно, що

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|. \tag{3}$$

У загальному випадку, якщо $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ — скінченна сім'я скінченних множин, то формула (3) набуде вигляду

$$\begin{aligned} |A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n| = {} & |A_1| + |A_2| + \cdots + |A_n| - \\ & - |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - \cdots - |A_{n-1} \cap A_n| + \\ & + |A_1 \cap A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_4| + \cdots + |A_{n-2} \cap A_{n-1} \cap A_n| - \\ & - \cdots + (-1)^{n+1} |A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n| \end{aligned} \tag{4}$$

або

$$\left| \bigcup_{i=1}^{n} A_i \right| = \sum_{k=1}^{n} \left((-1)^{k+1} \sum_{1 \leqslant i_1 < i_2 < \cdots < i_k \leqslant n} |A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \cdots \cap A_{i_k}| \right).$$

Якщо A і B — скінченні диз'юнктні множини, то потужність (кількість елементів) їхнього об'єднання дорівнює сумі потужностей цих множин, тобто

$$|A \sqcup B| = |A| + |B|. \tag{1}$$

У загальному випадку, якщо $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ — скінченна сім'я диз'юнктних скінченних множин, то формула (1) набуде вигляду

$$\left|\bigsqcup_{i=1}^{n} A_i\right| = \sum_{i=1}^{n} |A_i|\,. \tag{2}$$

Якщо A і B — скінченні множини, то очевидно, що

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|. \tag{3}$$

У загальному випадку, якщо $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ — скінченна сім'я скінченних множин, то формула (3) набуде вигляду

$$\begin{aligned}\left|A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n\right| &= |A_1| + |A_2| + \cdots + |A_n| - \\ &- |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - \cdots - |A_{n-1} \cap A_n| + \\ &+ |A_1 \cap A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_4| + \cdots + |A_{n-2} \cap A_{n-1} \cap A_n| - \\ &- \cdots + (-1)^{n+1} \left|A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n\right|\end{aligned} \tag{4}$$

або

$$\left|\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right| = \sum_{k=1}^{n} \left((-1)^{k+1} \sum_{1 \leqslant i_1 < i_2 < \cdots < i_k \leqslant n} \left|A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \cdots \cap A_{i_k}\right| \right).$$

Якщо A і B — скінченні диз'юнктні множини, то потужність (кількість елементів) їхнього об'єднання дорівнює сумі потужностей цих множин, тобто

$$|A \sqcup B| = |A| + |B|. \tag{1}$$

У загальному випадку, якщо $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ — скінченна сім'я диз'юнктних скінченних множин, то формула (1) набуде вигляду

$$\left|\bigsqcup_{i=1}^{n} A_i\right| = \sum_{i=1}^{n} |A_i|. \tag{2}$$

Якщо A і B — скінченні множини, то очевидно, що

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|. \tag{3}$$

У загальному випадку, якщо $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ — скінченна сім'я скінченних множин, то формула (3) набуде вигляду

$$\begin{aligned} |A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n| = {} & |A_1| + |A_2| + \cdots + |A_n| - \\ & - |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - \cdots - |A_{n-1} \cap A_n| + \\ & + |A_1 \cap A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_4| + \cdots + |A_{n-2} \cap A_{n-1} \cap A_n| - \\ & - \cdots + (-1)^{n+1} |A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n| \end{aligned} \tag{4}$$

або

$$\left|\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right| = \sum_{k=1}^{n} \left((-1)^{k+1} \sum_{1 \leqslant i_1 < i_2 < \cdots < i_k \leqslant n} |A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \cdots \cap A_{i_k}| \right).$$

Якщо A і B — скінченні диз'юнктні множини, то потужність (кількість елементів) їхнього об'єднання дорівнює сумі потужностей цих множин, тобто

$$|A \sqcup B| = |A| + |B|. \tag{1}$$

У загальному випадку, якщо $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ — скінченна сім'я диз'юнктних скінченних множин, то формула (1) набуде вигляду

$$\left|\bigsqcup_{i=1}^{n} A_i\right| = \sum_{i=1}^{n} |A_i|\,. \tag{2}$$

Якщо A і B — скінченні множини, то очевидно, що

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|. \tag{3}$$

У загальному випадку, якщо $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ — скінченна сім'я скінченних множин, то формула (3) набуде вигляду

$$\begin{aligned} |A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n| = {} & |A_1| + |A_2| + \cdots + |A_n| - \\ & - |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - \cdots - |A_{n-1} \cap A_n| + \\ & + |A_1 \cap A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_4| + \cdots + |A_{n-2} \cap A_{n-1} \cap A_n| - \\ & - \cdots + (-1)^{n+1} |A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n| \end{aligned} \tag{4}$$

або

$$\left|\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right| = \sum_{k=1}^{n} \left((-1)^{k+1} \sum_{1 \leqslant i_1 < i_2 < \cdots < i_k \leqslant n} |A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \cdots \cap A_{i_k}| \right).$$

Якщо A і B — скінченні диз'юнктні множини, то потужність (кількість елементів) їхнього об'єднання дорівнює сумі потужностей цих множин, тобто

$$|A \sqcup B| = |A| + |B|. \tag{1}$$

У загальному випадку, якщо $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ — скінченна сім'я диз'юнктних скінченних множин, то формула (1) набуде вигляду

$$\left| \bigsqcup_{i=1}^{n} A_i \right| = \sum_{i=1}^{n} |A_i| \,. \tag{2}$$

Якщо A і B — скінченні множини, то очевидно, що

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|. \tag{3}$$

У загальному випадку, якщо $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ — скінченна сім'я скінченних множин, то формула (3) набуде вигляду

$$\begin{aligned} \left|A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n\right| = {} & |A_1| + |A_2| + \dots + |A_n| - \\ & - |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - \dots - |A_{n-1} \cap A_n| + \\ & + |A_1 \cap A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_4| + \dots + |A_{n-2} \cap A_{n-1} \cap A_n| - \\ & - \dots + (-1)^{n+1} |A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n| \end{aligned} \tag{4}$$

або

$$\left| \bigcup_{i=1}^{n} A_i \right| = \sum_{k=1}^{n} \left((-1)^{k+1} \sum_{1 \leqslant i_1 < i_2 < \dots < i_k \leqslant n} |A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \dots \cap A_{i_k}| \right).$$

Лекція 14: Обчислення потужності об'єднання скінченних множин

Якщо A і B — скінченні диз'юнктні множини, то потужність (кількість елементів) їхнього об'єднання дорівнює сумі потужностей цих множин, тобто

$$|A \sqcup B| = |A| + |B|. \tag{1}$$

У загальному випадку, якщо $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ — скінченна сім'я диз'юнктних скінченних множин, то формула (1) набуде вигляду

$$\left|\bigsqcup_{i=1}^{n} A_i\right| = \sum_{i=1}^{n} |A_i|\,. \tag{2}$$

Якщо A і B — скінченні множини, то очевидно, що

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|. \tag{3}$$

У загальному випадку, якщо $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ — скінченна сім'я скінченних множин, то формула (3) набуде вигляду

$$\begin{aligned} \big|A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n\big| = {} & |A_1| + |A_2| + \cdots + |A_n| - \\ & - |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - \cdots - |A_{n-1} \cap A_n| + \\ & + |A_1 \cap A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_4| + \cdots + |A_{n-2} \cap A_{n-1} \cap A_n| - \\ & - \cdots + (-1)^{n+1} |A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n| \end{aligned} \tag{4}$$

або

$$\left|\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right| = \sum_{k=1}^{n} \left((-1)^{k+1} \sum_{1 \leqslant i_1 < i_2 < \cdots < i_k \leqslant n} \left|A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \cdots \cap A_{i_k}\right| \right).$$

Якщо A і B — скінченні диз'юнктні множини, то потужність (кількість елементів) їхнього об'єднання дорівнює сумі потужностей цих множин, тобто

$$|A \sqcup B| = |A| + |B|. \tag{1}$$

У загальному випадку, якщо $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ — скінченна сім'я диз'юнктних скінченних множин, то формула (1) набуде вигляду

$$\left| \bigsqcup_{i=1}^{n} A_i \right| = \sum_{i=1}^{n} |A_i| \,. \tag{2}$$

Якщо A і B — скінченні множини, то очевидно, що

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|. \tag{3}$$

У загальному випадку, якщо $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ — скінченна сім'я скінченних множин, то формула (3) набуде вигляду

$$\begin{aligned} \left|A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n\right| &= |A_1| + |A_2| + \cdots + |A_n| - \\ &- |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - \cdots - |A_{n-1} \cap A_n| + \\ &+ |A_1 \cap A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_4| + \cdots + |A_{n-2} \cap A_{n-1} \cap A_n| - \\ &- \cdots + (-1)^{n+1} |A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n| \end{aligned} \tag{4}$$

або

$$\left| \bigcup_{i=1}^{n} A_i \right| = \sum_{k=1}^{n} \left((-1)^{k+1} \sum_{1 \leqslant i_1 < i_2 < \cdots < i_k \leqslant n} \left| A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \cdots \cap A_{i_k} \right| \right).$$

Вправа 2.1.1

У скінченній множині A задано підмножини $A_1, A_2, \ldots, A_n$. Відомо потужності кожної з них, а також потужності їхніх перетинів по 2, по 3, і т.д. Скільки елементів множини A не належить жодній з множин $A_1, A_2, \ldots, A_n$?

Вправа 2.1.2

Нехай підмножини $A_1, A_2, \ldots, A_n$ множини A з вправи 2.1.1 розташовані симетрично, а саме:

$$
\begin{aligned}
&|A_1| = |A_2| = \cdots = |A_n| = p_1,\\
&|A_1 \cap A_2| = |A_1 \cap A_3| = \cdots = |A_{n-1} \cap A_n| = p_2,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&|A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n| = p_n.
\end{aligned}
$$

Скільки елементів множини A не належить жодній з множин $A_1, A_2, \ldots, A_n$?

Вправа 2.1.1

У скінченній множині A задано підмножини $A_1, A_2, \ldots, A_n$. Відомо потужності кожної з них, а також потужності їхніх перетинів по 2, по 3, і т.д. Скільки елементів множини A не належить жодній з множин $A_1, A_2, \ldots, A_n$?

Вправа 2.1.2

Нехай підмножини $A_1, A_2, \ldots, A_n$ множини A з вправи 2.1.1 розташовані симетрично, а саме:

$$
\begin{aligned}
&|A_1| = |A_2| = \cdots = |A_n| = p_1,\\
&|A_1 \cap A_2| = |A_1 \cap A_3| = \cdots = |A_{n-1} \cap A_n| = p_2,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&|A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n| = p_n.
\end{aligned}
$$

Скільки елементів множини A не належить жодній з множин $A_1, A_2, \ldots, A_n$?

Вправа 2.1.1

У скінченній множині A задано підмножини $A_1, A_2, \ldots, A_n$. Відомо потужності кожної з них, а також потужності їхніх перетинів по 2, по 3, і т.д. Скільки елементів множини A не належить жодній з множин $A_1, A_2, \ldots, A_n$?

Вправа 2.1.2

Нехай підмножини $A_1, A_2, \ldots, A_n$ множини A з вправи 2.1.1 розташовані симетрично, а саме:

$$
\begin{aligned}
&|A_1| = |A_2| = \cdots = |A_n| = p_1,\\
&|A_1 \cap A_2| = |A_1 \cap A_3| = \cdots = |A_{n-1} \cap A_n| = p_2,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&|A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n| = p_n.
\end{aligned}
$$

Скільки елементів множини A не належить жодній з множин $A_1, A_2, \ldots, A_n$?

Приклад 2.1.1

Вибори голови студентського самоврядування відбуваються так: у бюлетень внесено три кандидати X, Y і Z та потрібно викреслити кандидата, чи кандидатів. Перемагає той, за кого віддано найбільшу кількість голосів. Після голосування 950-ма розданими бюлетенями виявилося, що 160 студентів проголосувало лише за кандидата X, 140 – лише за Y, 200 — лише за Z. Бюлетені з одним викресленим кандидатом розподілилися так:

- 90 – і за X, і за Y;
- 40 – і за Y, і за Z;
- 60 – і за X, і за Z.

За всіх трьох кандидатів проголосувало 200 студентів. Зіпсованих бюлетенів не було. Хто з кандидатів переміг? Скільки студентів не проголосували за жодного кандидата?

Розв'язок. Використаємо позначення X, Y і Z для множини студентів, які підтримують кандидатів X, Y і Z, відповідно. Схематично це зобразимо на рис.

Приклад 2.1.1

Вибори голови студентського самоврядування відбуваються так: у бюлетень внесено три кандидати X, Y і Z та потрібно викреслити кандидата, чи кандидатів. Перемагає той, за кого віддано найбільшу кількість голосів. Після голосування 950-ма розданими бюлетенями виявилося, що 160 студентів проголосувало лише за кандидата X, 140 – лише за Y, 200 — лише за Z. Бюлетені з одним викресленим кандидатом розподілилися так:

- 90 – і за X, і за Y;
- 40 – і за Y, і за Z;
- 60 – і за X, і за Z.

За всіх трьох кандидатів проголосувало 200 студентів. Зіпсованих бюлетенів не було. Хто з кандидатів переміг? Скільки студентів не проголосували за жодного кандидата?

Розв'язок. Використаємо позначення X, Y і Z для множини студентів, які підтримують кандидатів X, Y і Z, відповідно. Схематично це зобразимо на рис.

Приклад 2.1.1

Вибори голови студентського самоврядування відбуваються так: у бюлетень внесено три кандидати X, Y і Z та потрібно викреслити кандидата, чи кандидатів. Перемагає той, за кого віддано найбільшу кількість голосів. Після голосування 950-ма розданими бюлетенями виявилося, що 160 студентів проголосувало лише за кандидата X, 140 – лише за Y, 200 — лише за Z. Бюлетені з одним викресленим кандидатом розподілилися так:

- 90 – і за X, і за Y;
- 40 – і за Y, і за Z;
- 60 – і за X, і за Z.

За всіх трьох кандидатів проголосувало 200 студентів. Зіпсованих бюлетенів не було. Хто з кандидатів переміг? Скільки студентів не проголосували за жодного кандидата?

Розв'язок. Використаємо позначення X, Y і Z для множини студентів, які підтримують кандидатів X, Y і Z, відповідно. Схематично це зобразимо на рис.

Приклад 2.1.1

Вибори голови студентського самоврядування відбуваються так: у бюлетень внесено три кандидати X, Y і Z та потрібно викреслити кандидата, чи кандидатів. Перемагає той, за кого віддано найбільшу кількість голосів. Після голосування 950-ма розданими бюлетенями виявилося, що 160 студентів проголосувало лише за кандидата X, 140 – лише за Y, 200 — лише за Z. Бюлетені з одним викресленим кандидатом розподілилися так:

- 90 – і за X, і за Y;
- 40 – і за Y, і за Z;
- 60 – і за X, і за Z.

За всіх трьох кандидатів проголосувало 200 студентів. Зіпсованих бюлетенів не було. Хто з кандидатів переміг? Скільки студентів не проголосували за жодного кандидата?

Розв'язок. Використаємо позначення X, Y і Z для множини студентів, які підтримують кандидатів X, Y і Z, відповідно. Схематично це зобразимо на рис.

Приклад 2.1.1

Вибори голови студентського самоврядування відбуваються так: у бюлетень внесено три кандидати X, Y і Z та потрібно викреслити кандидата, чи кандидатів. Перемагає той, за кого віддано найбільшу кількість голосів. Після голосування 950-ма розданими бюлетенями виявилося, що 160 студентів проголосувало лише за кандидата X, 140 – лише за Y, 200 — лише за Z. Бюлетені з одним викресленим кандидатом розподілилися так:

- 90 – і за X, і за Y;
- 40 – і за Y, і за Z;
- 60 – і за X, і за Z.

За всіх трьох кандидатів проголосувало 200 студентів. Зіпсованих бюлетенів не було. Хто з кандидатів переміг? Скільки студентів не проголосували за жодного кандидата?

Розв'язок. Використаємо позначення X, Y і Z для множини студентів, які підтримують кандидатів X, Y і Z, відповідно. Схематично це зобразимо на рис.

Приклад 2.1.1

Вибори голови студентського самоврядування відбуваються так: у бюлетень внесено три кандидати X, Y і Z та потрібно викреслити кандидата, чи кандидатів. Перемагає той, за кого віддано найбільшу кількість голосів. Після голосування 950-ма розданими бюлетенями виявилося, що 160 студентів проголосувало лише за кандидата X, 140 – лише за Y, 200 — лише за Z. Бюлетені з одним викресленим кандидатом розподілилися так:

- 90 – і за X, і за Y;
- 40 – і за Y, і за Z;
- 60 – і за X, і за Z.

За всіх трьох кандидатів проголосувало 200 студентів. Зіпсованих бюлетенів не було. Хто з кандидатів переміг? Скільки студентів не проголосували за жодного кандидата?

Розв'язок. Використаємо позначення X, Y і Z для множини студентів, які підтримують кандидатів X, Y і Z, відповідно. Схематично це зобразимо на рис.

Приклад 2.1.1

Вибори голови студентського самоврядування відбуваються так: у бюлетень внесено три кандидати X, Y і Z та потрібно викреслити кандидата, чи кандидатів. Перемагає той, за кого віддано найбільшу кількість голосів. Після голосування 950-ма розданими бюлетенями виявилося, що 160 студентів проголосувало лише за кандидата X, 140 – лише за Y, 200 — лише за Z. Бюлетені з одним викресленим кандидатом розподілилися так:

- 90 – і за X, і за Y;
- 40 – і за Y, і за Z;
- 60 – і за X, і за Z.

За всіх трьох кандидатів проголосувало 200 студентів. Зіпсованих бюлетенів не було. Хто з кандидатів переміг? Скільки студентів не проголосували за жодного кандидата?

Розв'язок. Використаємо позначення X, Y і Z для множини студентів, які підтримують кандидатів X, Y і Z, відповідно. Схематично це зобразимо на рис.

Приклад 2.1.1

Вибори голови студентського самоврядування відбуваються так: у бюлетень внесено три кандидати X, Y і Z та потрібно викреслити кандидата, чи кандидатів. Перемагає той, за кого віддано найбільшу кількість голосів. Після голосування 950-ма розданими бюлетенями виявилося, що 160 студентів проголосувало лише за кандидата X, 140 – лише за Y, 200 — лише за Z. Бюлетені з одним викресленим кандидатом розподілилися так:

- 90 – і за X, і за Y;
- 40 – і за Y, і за Z;
- 60 – і за X, і за Z.

За всіх трьох кандидатів проголосувало 200 студентів. Зіпсованих бюлетенів не було. Хто з кандидатів переміг? Скільки студентів не проголосували за жодного кандидата?

Розв'язок. Використаємо позначення X, Y і Z для множини студентів, які підтримують кандидатів X, Y і Z, відповідно. Схематично це зобразимо на рис.

Приклад 2.1.1

Вибори голови студентського самоврядування відбуваються так: у бюлетень внесено три кандидати X, Y і Z та потрібно викреслити кандидата, чи кандидатів. Перемагає той, за кого віддано найбільшу кількість голосів. Після голосування 950-ма розданими бюлетенями виявилося, що 160 студентів проголосувало лише за кандидата X, 140 – лише за Y, 200 — лише за Z. Бюлетені з одним викресленим кандидатом розподілилися так:

- 90 – і за X, і за Y;
- 40 – і за Y, і за Z;
- 60 – і за X, і за Z.

За всіх трьох кандидатів проголосувало 200 студентів. Зіпсованих бюлетенів не було. Хто з кандидатів переміг? Скільки студентів не проголосували за жодного кандидата?

Розв'язок. Використаємо позначення X, Y і Z для множини студентів, які підтримують кандидатів X, Y і Z, відповідно. Схематично це зобразимо на рис.

Приклад 2.1.1

Вибори голови студентського самоврядування відбуваються так: у бюлетень внесено три кандидати X, Y і Z та потрібно викреслити кандидата, чи кандидатів. Перемагає той, за кого віддано найбільшу кількість голосів. Після голосування 950-ма розданими бюлетенями виявилося, що 160 студентів проголосувало лише за кандидата X, 140 – лише за Y, 200 — лише за Z. Бюлетені з одним викресленим кандидатом розподілилися так:

- 90 – і за X, і за Y;
- 40 – і за Y, і за Z;
- 60 – і за X, і за Z.

За всіх трьох кандидатів проголосувало 200 студентів. Зіпсованих бюлетенів не було. Хто з кандидатів переміг? Скільки студентів не проголосували за жодного кандидата?

Розв’язок. Використаємо позначення X, Y і Z для множини студентів, які підтримують кандидатів X, Y і Z, відповідно. Схематично це зобразимо на рис.

Приклад 2.1.1

Вибори голови студентського самоврядування відбуваються так: у бюлетень внесено три кандидати X, Y і Z та потрібно викреслити кандидата, чи кандидатів. Перемагає той, за кого віддано найбільшу кількість голосів. Після голосування 950-ма розданими бюлетенями виявилося, що 160 студентів проголосувало лише за кандидата X, 140 – лише за Y, 200 — лише за Z. Бюлетені з одним викресленим кандидатом розподілилися так:

- 90 – і за X, і за Y;
- 40 – і за Y, і за Z;
- 60 – і за X, і за Z.

За всіх трьох кандидатів проголосувало 200 студентів. Зіпсованих бюлетенів не було. Хто з кандидатів переміг? Скільки студентів не проголосували за жодного кандидата?

Розв'язок. Використаємо позначення X, Y і Z для множини студентів, які підтримують кандидатів X, Y і Z, відповідно. Схематично це зобразимо на рис.

Приклад 2.1.1

Вибори голови студентського самоврядування відбуваються так: у бюлетень внесено три кандидати X, Y і Z та потрібно викреслити кандидата, чи кандидатів. Перемагає той, за кого віддано найбільшу кількість голосів. Після голосування 950-ма розданими бюлетенями виявилося, що 160 студентів проголосувало лише за кандидата X, 140 – лише за Y, 200 — лише за Z. Бюлетені з одним викресленим кандидатом розподілилися так:

- 90 – і за X, і за Y;
- 40 – і за Y, і за Z;
- 60 – і за X, і за Z.

За всіх трьох кандидатів проголосувало 200 студентів. Зіпсованих бюлетенів не було. Хто з кандидатів переміг? Скільки студентів не проголосували за жодного кандидата?

Розв'язок. Використаємо позначення X, Y і Z для множини студентів, які підтримують кандидатів X, Y і Z, відповідно. Схематично це зобразимо на рис.

Приклад 2.1.1

Вибори голови студентського самоврядування відбуваються так: у бюлетень внесено три кандидати X, Y і Z та потрібно викреслити кандидата, чи кандидатів. Перемагає той, за кого віддано найбільшу кількість голосів. Після голосування 950-ма розданими бюлетенями виявилося, що 160 студентів проголосувало лише за кандидата X, 140 – лише за Y, 200 — лише за Z. Бюлетені з одним викресленим кандидатом розподілилися так:

- 90 – і за X, і за Y;
- 40 – і за Y, і за Z;
- 60 – і за X, і за Z.

За всіх трьох кандидатів проголосувало 200 студентів. Зіпсованих бюлетенів не було. Хто з кандидатів переміг? Скільки студентів не проголосували за жодного кандидата?

Розв'язок. Використаємо позначення X, Y і Z для множини студентів, які підтримують кандидатів X, Y і Z, відповідно. Схематично це зобразимо на рис.

Приклад 2.1.1

Вибори голови студентського самоврядування відбуваються так: у бюлетень внесено три кандидати X, Y і Z та потрібно викреслити кандидата, чи кандидатів. Перемагає той, за кого віддано найбільшу кількість голосів. Після голосування 950-ма розданими бюлетенями виявилося, що 160 студентів проголосувало лише за кандидата X, 140 – лише за Y, 200 — лише за Z. Бюлетені з одним викресленим кандидатом розподілилися так:

- 90 – і за X, і за Y;
- 40 – і за Y, і за Z;
- 60 – і за X, і за Z.

За всіх трьох кандидатів проголосувало 200 студентів. Зіпсованих бюлетенів не було. Хто з кандидатів переміг? Скільки студентів не проголосували за жодного кандидата?

Розв'язок. Використаємо позначення X, Y і Z для множини студентів, які підтримують кандидатів X, Y і Z, відповідно. Схематично це зобразимо на рис.

Приклад 2.1.1

Вибори голови студентського самоврядування відбуваються так: у бюлетень внесено три кандидати X, Y і Z та потрібно викреслити кандидата, чи кандидатів. Перемагає той, за кого віддано найбільшу кількість голосів. Після голосування 950-ма розданими бюлетенями виявилося, що 160 студентів проголосувало лише за кандидата X, 140 – лише за Y, 200 — лише за Z. Бюлетені з одним викресленим кандидатом розподілилися так:

- 90 – і за X, і за Y;
- 40 – і за Y, і за Z;
- 60 – і за X, і за Z.

За всіх трьох кандидатів проголосувало 200 студентів. Зіпсованих бюлетенів не було. Хто з кандидатів переміг? Скільки студентів не проголосували за жодного кандидата?

Розв'язок. Використаємо позначення X, Y і Z для множини студентів, які підтримують кандидатів X, Y і Z, відповідно. Схематично це зобразимо на рис.

Приклад 2.1.1

Вибори голови студентського самоврядування відбуваються так: у бюлетень внесено три кандидати X, Y і Z та потрібно викреслити кандидата, чи кандидатів. Перемагає той, за кого віддано найбільшу кількість голосів. Після голосування 950-ма розданими бюлетенями виявилося, що 160 студентів проголосувало лише за кандидата X, 140 – лише за Y, 200 — лише за Z. Бюлетені з одним викресленим кандидатом розподілилися так:

- 90 – і за X, і за Y;
- 40 – і за Y, і за Z;
- 60 – і за X, і за Z.

За всіх трьох кандидатів проголосувало 200 студентів. Зіпсованих бюлетенів не було. Хто з кандидатів переміг? Скільки студентів не проголосували за жодного кандидата?

Розв'язок. Використаємо позначення X, Y і Z для множини студентів, які підтримують кандидатів X, Y і Z, відповідно. Схематично це зобразимо на рис.

Приклад 2.1.1

Вибори голови студентського самоврядування відбуваються так: у бюлетень внесено три кандидати X, Y і Z та потрібно викреслити кандидата, чи кандидатів. Перемагає той, за кого віддано найбільшу кількість голосів. Після голосування 950-ма розданими бюлетенями виявилося, що 160 студентів проголосувало лише за кандидата X, 140 – лише за Y, 200 — лише за Z. Бюлетені з одним викресленим кандидатом розподілилися так:

- 90 – і за X, і за Y;
- 40 – і за Y, і за Z;
- 60 – і за X, і за Z.

За всіх трьох кандидатів проголосувало 200 студентів. Зіпсованих бюлетенів не було. Хто з кандидатів переміг? Скільки студентів не проголосували за жодного кандидата?

Розв'язок. Використаємо позначення X, Y і Z для множини студентів, які підтримують кандидатів X, Y і Z, відповідно. Схематично це зобразимо на рис.

Приклад 2.1.1

Вибори голови студентського самоврядування відбуваються так: у бюлетень внесено три кандидати X, Y і Z та потрібно викреслити кандидата, чи кандидатів. Перемагає той, за кого віддано найбільшу кількість голосів. Після голосування 950-ма розданими бюлетенями виявилося, що 160 студентів проголосувало лише за кандидата X, 140 – лише за Y, 200 — лише за Z. Бюлетені з одним викресленим кандидатом розподілилися так:

- 90 – і за X, і за Y;
- 40 – і за Y, і за Z;
- 60 – і за X, і за Z.

За всіх трьох кандидатів проголосувало 200 студентів. Зіпсованих бюлетенів не було. Хто з кандидатів переміг? Скільки студентів не проголосували за жодного кандидата?

Розв'язок. Використаємо позначення X, Y і Z для множини студентів, які підтримують кандидатів X, Y і Z, відповідно. Схематично це зобразимо на рис.

Приклад 2.1.1

Вибори голови студентського самоврядування відбуваються так: у бюлетень внесено три кандидати X, Y і Z та потрібно викреслити кандидата, чи кандидатів. Перемагає той, за кого віддано найбільшу кількість голосів. Після голосування 950-ма розданими бюлетенями виявилося, що 160 студентів проголосувало лише за кандидата X, 140 – лише за Y, 200 — лише за Z. Бюлетені з одним викресленим кандидатом розподілилися так:

- 90 – і за X, і за Y;
- 40 – і за Y, і за Z;
- 60 – і за X, і за Z.

За всіх трьох кандидатів проголосувало 200 студентів. Зіпсованих бюлетенів не було. Хто з кандидатів переміг? Скільки студентів не проголосували за жодного кандидата?

Розв'язок. Використаємо позначення X, Y і Z для множини студентів, які підтримують кандидатів X, Y і Z, відповідно. Схематично це зобразимо на рис.

Приклад 2.1.1

Вибори голови студентського самоврядування відбуваються так: у бюлетень внесено три кандидати X, Y і Z та потрібно викреслити кандидата, чи кандидатів. Перемагає той, за кого віддано найбільшу кількість голосів. Після голосування 950-ма розданими бюлетенями виявилося, що 160 студентів проголосувало лише за кандидата X, 140 – лише за Y, 200 — лише за Z. Бюлетені з одним викресленим кандидатом розподілилися так:

- 90 – і за X, і за Y;
- 40 – і за Y, і за Z;
- 60 – і за X, і за Z.

За всіх трьох кандидатів проголосувало 200 студентів. Зіпсованих бюлетенів не було. Хто з кандидатів переміг? Скільки студентів не проголосували за жодного кандидата?

Розв'язок. Використаємо позначення X, Y і Z для множини студентів, які підтримують кандидатів X, Y і Z, відповідно. Схематично це зобразимо на рис.

Приклад 2.1.1

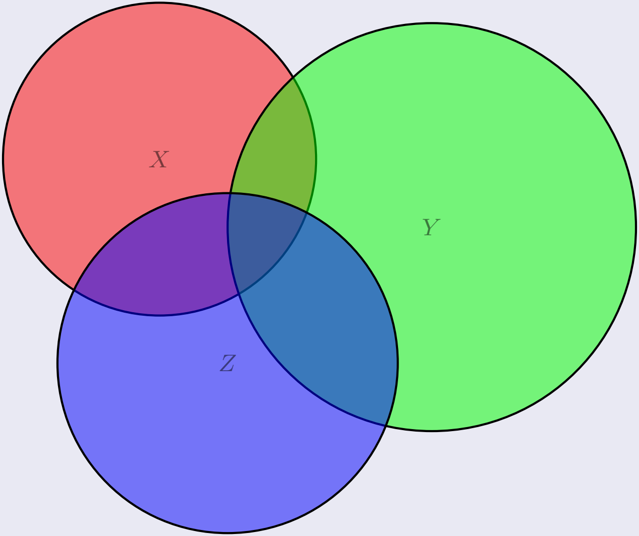
Вибори голови студентського самоврядування відбуваються так: у бюлетень внесено три кандидати X, Y і Z та потрібно викреслити кандидата, чи кандидатів. Перемагає той, за кого віддано найбільшу кількість голосів. Після голосування 950-ма розданими бюлетенями виявилося, що 160 студентів проголосувало лише за кандидата X, 140 – лише за Y, 200 — лише за Z. Бюлетені з одним викресленим кандидатом розподілилися так:

- 90 – і за X, і за Y;
- 40 – і за Y, і за Z;
- 60 – і за X, і за Z.

За всіх трьох кандидатів проголосувало 200 студентів. Зіпсованих бюлетенів не було. Хто з кандидатів переміг? Скільки студентів не проголосували за жодного кандидата?

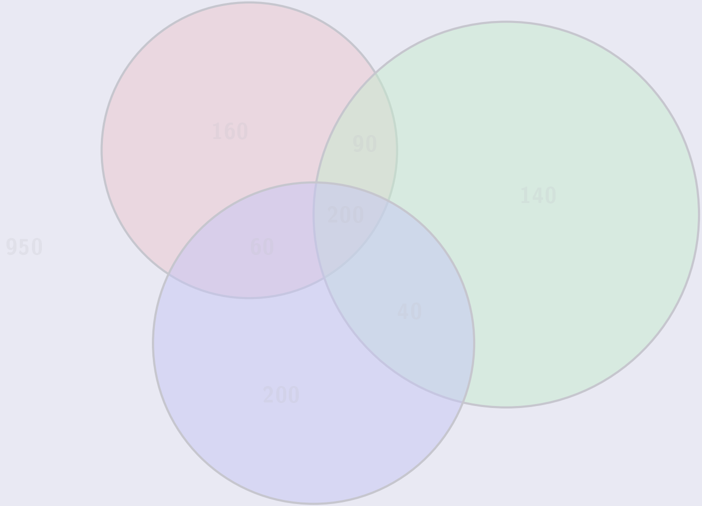
Розв'язок. Використаємо позначення X, Y і Z для множини студентів, які підтримують кандидатів X, Y і Z, відповідно. Схематично це зобразимо на рис.

Приклад 2.1.1 (продовження)



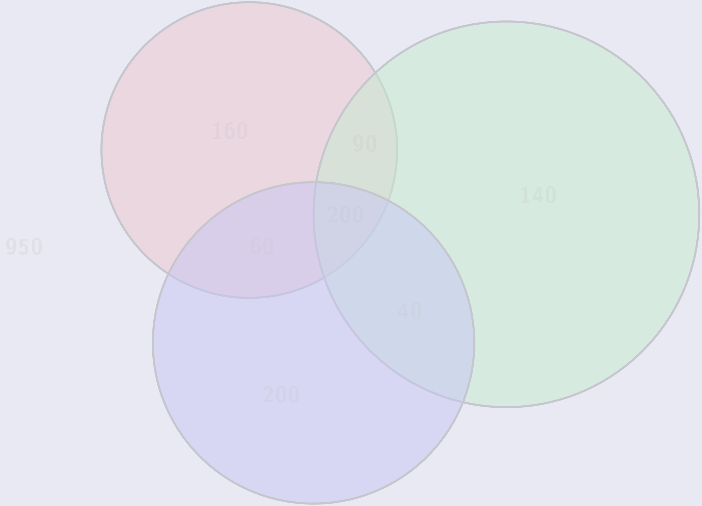
Приклад 2.1.1 (продовження)

Далі внесемо умови задачі на рис.



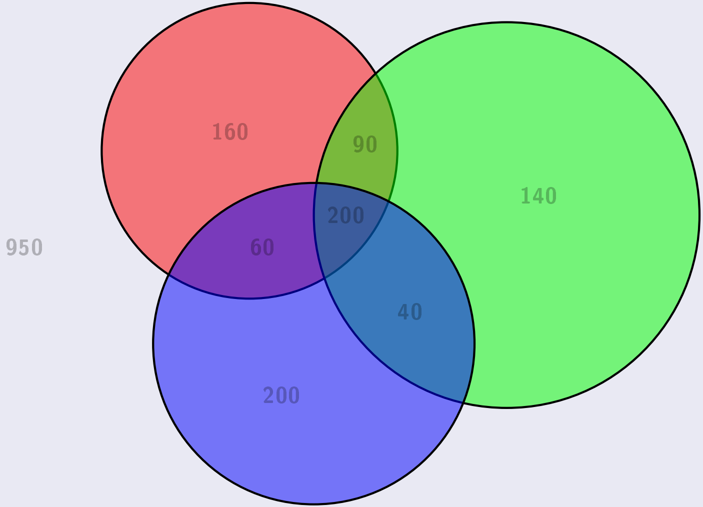
Приклад 2.1.1 (продовження)

Далі внесемо умови задачі на рис.



Приклад 2.1.1 (продовження)

Далі внесемо умови задачі на рис.



Приклад 2.1.1 (продовження)

Залишилося порахувати:
$|X| = 160 + 90 + 60 + 200 = 510,$
$|Y| = 140 + 90 + 40 + 200 = 470,$
$|Z| = 200 + 60 + 40 + 200 = 500.$
Отже, переміг кандидат X. Тоді кількість студентів, які не підтримали жодного кандидата:

$$950 - (200 + 160 + 140 + 60 + 90 + 40 + 200) = 60.$$

Вправа 2.1.3

Кожен співробітник механіко-математичного факультету володіє хоча б однією іноземною мовою. 126 осіб володіє англійською, 28 — німецькою, а 13 — французькою. Відомо також, що 13 осіб володіє більше ніж однією іноземною мовою, а один із них — всіма трьома. Одна особа володіє іспанською, і більше ніхто нею не володіє. Скільки співробітників на факультеті?

Приклад 2.1.1 (продовження)

Залишилося порахувати:
$|X| = 160 + 90 + 60 + 200 = 510,$
$|Y| = 140 + 90 + 40 + 200 = 470,$
$|Z| = 200 + 60 + 40 + 200 = 500.$
Отже, переміг кандидат X. Тоді кількість студентів, які не підтримали жодного кандидата:

$$950 - (200 + 160 + 140 + 60 + 90 + 40 + 200) = 60.$$

Вправа 2.1.3

Кожен співробітник механіко-математичного факультету володіє хоча б однією іноземною мовою. 126 осіб володіє англійською, 28 — німецькою, а 13 — французькою. Відомо також, що 13 осіб володіє більше ніж однією іноземною мовою, а один із них — всіма трьома. Одна особа володіє іспанською, і більше ніхто нею не володіє. Скільки співробітників на факультеті?

Приклад 2.1.1 (продовження)

Залишилося порахувати:
$|X| = 160 + 90 + 60 + 200 = 510,$
$|Y| = 140 + 90 + 40 + 200 = 470,$
$|Z| = 200 + 60 + 40 + 200 = 500.$
Отже, переміг кандидат X. Тоді кількість студентів, які не підтримали жодного кандидата:

$$950 - (200 + 160 + 140 + 60 + 90 + 40 + 200) = 60.$$

Вправа 2.1.3

Кожен співробітник механіко-математичного факультету володіє хоча б однією іноземною мовою. 126 осіб володіє англійською, 28 — німецькою, а 13 — французькою. Відомо також, що 13 осіб володіє більше ніж однією іноземною мовою, а один із них — всіма трьома. Одна особа володіє іспанською, і більше ніхто нею не володіє. Скільки співробітників на факультеті?

Приклад 2.1.1 (продовження)

Залишилося порахувати:
$|X| = 160 + 90 + 60 + 200 = 510,$
$|Y| = 140 + 90 + 40 + 200 = 470,$
$|Z| = 200 + 60 + 40 + 200 = 500.$
Отже, переміг кандидат X. Тоді кількість студентів, які не підтримали жодного кандидата:

$$950 - (200 + 160 + 140 + 60 + 90 + 40 + 200) = 60.$$

Вправа 2.1.3

Кожен співробітник механіко-математичного факультету володіє хоча б однією іноземною мовою. 126 осіб володіє англійською, 28 — німецькою, а 13 — французькою. Відомо також, що 13 осіб володіє більше ніж однією іноземною мовою, а один із них — всіма трьома. Одна особа володіє іспанською, і більше ніхто нею не володіє. Скільки співробітників на факультеті?

Приклад 2.1.1 (продовження)

Залишилося порахувати:
$|X| = 160 + 90 + 60 + 200 = 510,$
$|Y| = 140 + 90 + 40 + 200 = 470,$
$|Z| = 200 + 60 + 40 + 200 = 500.$
Отже, переміг кандидат X. Тоді кількість студентів, які не підтримали жодного кандидата:

$$950 - (200 + 160 + 140 + 60 + 90 + 40 + 200) = 60.$$

Вправа 2.1.3

Кожен співробітник механіко-математичного факультету володіє хоча б однією іноземною мовою. 126 осіб володіє англійською, 28 — німецькою, а 13 — французькою. Відомо також, що 13 осіб володіє більше ніж однією іноземною мовою, а один із них — всіма трьома. Одна особа володіє іспанською, і більше ніхто нею не володіє. Скільки співробітників на факультеті?

Приклад 2.1.1 (продовження)

Залишилося порахувати:
$|X| = 160 + 90 + 60 + 200 = 510,$
$|Y| = 140 + 90 + 40 + 200 = 470,$
$|Z| = 200 + 60 + 40 + 200 = 500.$
Отже, переміг кандидат X. Тоді кількість студентів, які не підтримали жодного кандидата:

$$950 - (200 + 160 + 140 + 60 + 90 + 40 + 200) = 60.$$

Вправа 2.1.3

Кожен співробітник механіко-математичного факультету володіє хоча б однією іноземною мовою. 126 осіб володіє англійською, 28 — німецькою, а 13 — французькою. Відомо також, що 13 осіб володіє більше ніж однією іноземною мовою, а один із них — всіма трьома. Одна особа володіє іспанською, і більше ніхто нею не володіє. Скільки співробітників на факультеті?

Приклад 2.1.1 (продовження)

Залишилося порахувати:
$|X| = 160 + 90 + 60 + 200 = 510,$
$|Y| = 140 + 90 + 40 + 200 = 470,$
$|Z| = 200 + 60 + 40 + 200 = 500.$
Отже, переміг кандидат X. Тоді кількість студентів, які не підтримали жодного кандидата:

$$950 - (200 + 160 + 140 + 60 + 90 + 40 + 200) = 60.$$

Вправа 2.1.3

Кожен співробітник механіко-математичного факультету володіє хоча б однією іноземною мовою. 126 осіб володіє англійською, 28 — німецькою, а 13 — французькою. Відомо також, що 13 осіб володіє більше ніж однією іноземною мовою, а один із них — всіма трьома. Одна особа володіє іспанською, і більше ніхто нею не володіє. Скільки співробітників на факультеті?

Приклад 2.1.1 (продовження)

Залишилося порахувати:
$|X| = 160 + 90 + 60 + 200 = 510,$
$|Y| = 140 + 90 + 40 + 200 = 470,$
$|Z| = 200 + 60 + 40 + 200 = 500.$
Отже, переміг кандидат X. Тоді кількість студентів, які не підтримали жодного кандидата:

$$950 - (200 + 160 + 140 + 60 + 90 + 40 + 200) = 60.$$

Вправа 2.1.3

Кожен співробітник механіко-математичного факультету володіє хоча б однією іноземною мовою. 126 осіб володіє англійською, 28 — німецькою, а 13 — французькою. Відомо також, що 13 осіб володіє більше ніж однією іноземною мовою, а один із них — всіма трьома. Одна особа володіє іспанською, і більше ніхто нею не володіє. Скільки співробітників на факультеті?

Приклад 2.1.1 (продовження)

Залишилося порахувати:
$|X| = 160 + 90 + 60 + 200 = 510,$
$|Y| = 140 + 90 + 40 + 200 = 470,$
$|Z| = 200 + 60 + 40 + 200 = 500.$
Отже, переміг кандидат X. Тоді кількість студентів, які не підтримали жодного кандидата:

$$950 - (200 + 160 + 140 + 60 + 90 + 40 + 200) = 60.$$

Вправа 2.1.3

Кожен співробітник механіко-математичного факультету володіє хоча б однією іноземною мовою. 126 осіб володіє англійською, 28 — німецькою, а 13 — французькою. Відомо також, що 13 осіб володіє більше ніж однією іноземною мовою, а один із них — всіма трьома. Одна особа володіє іспанською, і більше ніхто нею не володіє. Скільки співробітників на факультеті?

Вправа 2.1.4

Доведіть, що кількість натуральних чисел, які не перевищують 1000 і діляться на натуральне число n дорівнює $\left[\dfrac{1000}{n}\right]$.

Вправа 2.1.5

Скільки існує натуральних чисел, які не перевищують 1000 і не діляться ні на 2, ні на 3, ні на 5.

Вправа 2.1.6

Скільки існує натуральних чисел, які не перевищують 1000 і не діляться ні на 6, ні на 10, ні на 15.

Вправа 2.1.7

Скільки існує простих чисел, які не перевищують 100?

Вправа 2.1.8

Скільки існує простих чисел, які не перевищують 200?

Вправа 2.1.4

Доведіть, що кількість натуральних чисел, які не перевищують 1000 і діляться на натуральне число n дорівнює $\left[\dfrac{1000}{n}\right]$.

Вправа 2.1.5

Скільки існує натуральних чисел, які не перевищують 1000 і не діляться ні на 2, ні на 3, ні на 5.

Вправа 2.1.6

Скільки існує натуральних чисел, які не перевищують 1000 і не діляться ні на 6, ні на 10, ні на 15.

Вправа 2.1.7

Скільки існує простих чисел, які не перевищують 100?

Вправа 2.1.8

Скільки існує простих чисел, які не перевищують 200?

Вправа 2.1.4

Доведіть, що кількість натуральних чисел, які не перевищують 1000 і діляться на натуральне число n дорівнює $\left[\dfrac{1000}{n}\right]$.

Вправа 2.1.5

Скільки існує натуральних чисел, які не перевищують 1000 і не діляться ні на 2, ні на 3, ні на 5.

Вправа 2.1.6

Скільки існує натуральних чисел, які не перевищують 1000 і не діляться ні на 6, ні на 10, ні на 15.

Вправа 2.1.7

Скільки існує простих чисел, які не перевищують 100?

Вправа 2.1.8

Скільки існує простих чисел, які не перевищують 200?

Вправа 2.1.4

Доведіть, що кількість натуральних чисел, які не перевищують 1000 і діляться на натуральне число n дорівнює $\left[\dfrac{1000}{n}\right]$.

Вправа 2.1.5

Скільки існує натуральних чисел, які не перевищують 1000 і не діляться ні на 2, ні на 3, ні на 5.

Вправа 2.1.6

Скільки існує натуральних чисел, які не перевищують 1000 і не діляться ні на 6, ні на 10, ні на 15.

Вправа 2.1.7

Скільки існує простих чисел, які не перевищують 100?

Вправа 2.1.8

Скільки існує простих чисел, які не перевищують 200?

Вправа 2.1.4

Доведіть, що кількість натуральних чисел, які не перевищують 1000 і діляться на натуральне число n дорівнює $\left[\dfrac{1000}{n}\right]$.

Вправа 2.1.5

Скільки існує натуральних чисел, які не перевищують 1000 і не діляться ні на 2, ні на 3, ні на 5.

Вправа 2.1.6

Скільки існує натуральних чисел, які не перевищують 1000 і не діляться ні на 6, ні на 10, ні на 15.

Вправа 2.1.7

Скільки існує простих чисел, які не перевищують 100?

Вправа 2.1.8

Скільки існує простих чисел, які не перевищують 200?

Вправа 2.1.4

Доведіть, що кількість натуральних чисел, які не перевищують 1000 і діляться на натуральне число n дорівнює $\left[\dfrac{1000}{n}\right]$.

Вправа 2.1.5

Скільки існує натуральних чисел, які не перевищують 1000 і не діляться ні на 2, ні на 3, ні на 5.

Вправа 2.1.6

Скільки існує натуральних чисел, які не перевищують 1000 і не діляться ні на 6, ні на 10, ні на 15.

Вправа 2.1.7

Скільки існує простих чисел, які не перевищують 100?

Вправа 2.1.8

Скільки існує простих чисел, які не перевищують 200?

Формулу (4)

$$\begin{aligned}|A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n| = |A_1| + |A_2| + \cdots + |A_n| - \\ - |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - \cdots - |A_{n-1} \cap A_n| + \\ + |A_1 \cap A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_4| + \cdots + |A_{n-2} \cap A_{n-1} \cap A_n| - \\ - \cdots + (-1)^{n+1} |A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n|\end{aligned} \tag{4}$$

також можна подати у вигляді ***формули включень і виключень***. Нехай маємо N елементів і n властивостей $P(1), P(2), \ldots, P(n)$. Позначимо через N_i — кількість елементів, які задовольняють властивість $P(i)$, через $N_{i,j}$ — кількість елементів, які задовольняють одночасно властивості $P(i)$ і $P(j)$; і в загальному випадку, через $N_{i_1,i_2,\ldots,i_k}$, $k \leqslant n$, — кількість елементів, які задовольняють одночасно властивості $P(i_1), P(i_2), \ldots, P(i_k)$. Нехай $N(0)$ — кількість елементів, які не задовольняють жодну з перелічених властивостей $P(1), P(2), \ldots, P(n)$. ***Формула включень і виключень*** виглядає так:

$$\begin{aligned}N(0) = N - \sum_i N_i + \sum_{i_1<i_2} N_{i_1,i_2} - \sum_{i_1<i_2<i_3} N_{i_1,i_2,i_3} + \cdots + \\ + (-1)^k \sum_{i_1<i_2<\cdots<i_k} N_{i_1,i_2,\ldots,i_k} + (-1)^n N_{1,2,\ldots,n}.\end{aligned} \tag{5}$$

Формулу (4)

$$\begin{aligned}|A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n| = |A_1| + |A_2| + \dots + |A_n| - \\ - |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - \dots - |A_{n-1} \cap A_n| + \\ + |A_1 \cap A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_4| + \dots + |A_{n-2} \cap A_{n-1} \cap A_n| - \\ - \dots + (-1)^{n+1} |A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n|\end{aligned} \tag{4}$$

також можна подати у вигляді ***формули включень і виключень***. Нехай маємо N елементів і n властивостей $P(1), P(2), \dots, P(n)$. Позначимо через N_i — кількість елементів, які задовольняють властивість $P(i)$, через $N_{i,j}$ — кількість елементів, які задовольняють одночасно властивості $P(i)$ і $P(j)$; і в загальному випадку, через $N_{i_1,i_2,\dots,i_k}$, $k \leqslant n$, — кількість елементів, які задовольняють одночасно властивості $P(i_1), P(i_2), \dots, P(i_k)$. Нехай $N(0)$ — кількість елементів, які не задовольняють жодну з перелічених властивостей $P(1), P(2), \dots, P(n)$. ***Формула включень і виключень*** виглядає так:

$$\begin{aligned}N(0) = N - \sum_i N_i + \sum_{i_1<i_2} N_{i_1,i_2} - \sum_{i_1<i_2<i_3} N_{i_1,i_2,i_3} + \dots + \\ + (-1)^k \sum_{i_1<i_2<\dots<i_k} N_{i_1,i_2,\dots,i_k} + (-1)^n N_{1,2,\dots,n}.\end{aligned} \tag{5}$$

Формулу (4)

$$\begin{aligned}\left|A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n\right| = |A_1| + |A_2| + \dots + |A_n| - \\ - |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - \dots - |A_{n-1} \cap A_n| + \\ + |A_1 \cap A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_4| + \dots + |A_{n-2} \cap A_{n-1} \cap A_n| - \\ - \dots + (-1)^{n+1} |A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n|\end{aligned} \tag{4}$$

також можна подати у вигляді ***формули включень і виключень***. Нехай маємо N елементів і n властивостей $P(1), P(2), \dots, P(n)$. Позначимо через N_i — кількість елементів, які задовольняють властивість $P(i)$, через $N_{i,j}$ — кількість елементів, які задовольняють одночасно властивості $P(i)$ і $P(j)$; і в загальному випадку, через $N_{i_1,i_2,\dots,i_k}$, $k \leqslant n$, — кількість елементів, які задовольняють одночасно властивості $P(i_1), P(i_2), \dots, P(i_k)$. Нехай $N(0)$ — кількість елементів, які не задовольняють жодну з перелічених властивостей $P(1), P(2), \dots, P(n)$. ***Формула включень і виключень*** виглядає так:

$$\begin{aligned}N(0) = N - \sum_i N_i + \sum_{i_1<i_2} N_{i_1,i_2} - \sum_{i_1<i_2<i_3} N_{i_1,i_2,i_3} + \dots + \\ + (-1)^k \sum_{i_1<i_2<\dots<i_k} N_{i_1,i_2,\dots,i_k} + (-1)^n N_{1,2,\dots,n}.\end{aligned} \tag{5}$$

Формулу (4)

$$
\begin{aligned}
\left|A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n\right| = |A_1| + |A_2| + \cdots + |A_n| - \\
- |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - \cdots - |A_{n-1} \cap A_n| + \\
+ |A_1 \cap A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_4| + \cdots + |A_{n-2} \cap A_{n-1} \cap A_n| - \\
- \cdots + (-1)^{n+1} |A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n|
\end{aligned} \tag{4}
$$

також можна подати у вигляді ***формули включень і виключень***. Нехай маємо N елементів і n властивостей $P(1), P(2), \ldots, P(n)$. Позначимо через N_i — кількість елементів, які задовольняють властивість $P(i)$, через $N_{i,j}$ — кількість елементів, які задовольняють одночасно властивості $P(i)$ і $P(j)$; і в загальному випадку, через $N_{i_1,i_2,\ldots,i_k}$, $k \leqslant n$, — кількість елементів, які задовольняють одночасно властивості $P(i_1), P(i_2), \ldots, P(i_k)$. Нехай $N(0)$ — кількість елементів, які не задовольняють жодну з перелічених властивостей $P(1), P(2), \ldots, P(n)$. ***Формула включень і виключень*** виглядає так:

$$
\begin{aligned}
N(0) = N - \sum_{i} N_i + \sum_{i_1 < i_2} N_{i_1,i_2} - \sum_{i_1 < i_2 < i_3} N_{i_1,i_2,i_3} + \cdots + \\
+ (-1)^k \sum_{i_1 < i_2 < \cdots < i_k} N_{i_1,i_2,\ldots,i_k} + (-1)^n N_{1,2,\ldots,n}.
\end{aligned} \tag{5}
$$

Формулу (4)

$$\begin{aligned}\left|A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n\right| = |A_1| + |A_2| + \cdots + |A_n| - \\ - |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - \cdots - |A_{n-1} \cap A_n| + \\ + |A_1 \cap A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_4| + \cdots + |A_{n-2} \cap A_{n-1} \cap A_n| - \\ - \cdots + (-1)^{n+1} |A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n|\end{aligned} \tag{4}$$

також можна подати у вигляді ***формули включень і виключень***. Нехай маємо N елементів і n властивостей $P(1), P(2), \ldots, P(n)$. Позначимо через N_i — кількість елементів, які задовольняють властивість $P(i)$, через $N_{i,j}$ — кількість елементів, які задовольняють одночасно властивості $P(i)$ і $P(j)$; і в загальному випадку, через $N_{i_1,i_2,\ldots,i_k}$, $k \leqslant n$, — кількість елементів, які задовольняють одночасно властивості $P(i_1), P(i_2), \ldots, P(i_k)$. Нехай $N(0)$ — кількість елементів, які не задовольняють жодну з перелічених властивостей $P(1), P(2), \ldots, P(n)$. ***Формула включень і виключень*** виглядає так:

$$\begin{aligned}N(0) = N - \sum_i N_i + \sum_{i_1<i_2} N_{i_1,i_2} - \sum_{i_1<i_2<i_3} N_{i_1,i_2,i_3} + \cdots + \\ + (-1)^k \sum_{i_1<i_2<\cdots<i_k} N_{i_1,i_2,\ldots,i_k} + (-1)^n N_{1,2,\ldots,n}.\end{aligned} \tag{5}$$

Формулу (4)

$$\begin{aligned} |A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n| = {} & |A_1| + |A_2| + \cdots + |A_n| - \\ & - |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - \cdots - |A_{n-1} \cap A_n| + \\ & + |A_1 \cap A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_4| + \cdots + |A_{n-2} \cap A_{n-1} \cap A_n| - \\ & - \cdots + (-1)^{n+1} |A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n| \end{aligned} \tag{4}$$

також можна подати у вигляді ***формули включень і виключень***. Нехай маємо N елементів і n властивостей $P(1), P(2), \ldots, P(n)$. Позначимо через N_i — кількість елементів, які задовольняють властивість $P(i)$, через $N_{i,j}$ — кількість елементів, які задовольняють одночасно властивості $P(i)$ і $P(j)$; і в загальному випадку, через $N_{i_1,i_2,\ldots,i_k}$, $k \leqslant n$, — кількість елементів, які задовольняють одночасно властивості $P(i_1), P(i_2), \ldots, P(i_k)$. Нехай $N(0)$ — кількість елементів, які не задовольняють жодну з перелічених властивостей $P(1), P(2), \ldots, P(n)$. ***Формула включень і виключень*** виглядає так:

$$\begin{aligned} N(0) = N - \sum_{i} N_i + \sum_{i_1<i_2} N_{i_1,i_2} - \sum_{i_1<i_2<i_3} N_{i_1,i_2,i_3} + \cdots + \\ + (-1)^k \sum_{i_1<i_2<\cdots<i_k} N_{i_1,i_2,\ldots,i_k} + (-1)^n N_{1,2,\ldots,n}. \end{aligned} \tag{5}$$

Формулу (4)

$$
\begin{aligned}
|A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n| = {} & |A_1| + |A_2| + \dots + |A_n| - \\
& - |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - \dots - |A_{n-1} \cap A_n| + \\
& + |A_1 \cap A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_4| + \dots + |A_{n-2} \cap A_{n-1} \cap A_n| - \\
& - \dots + (-1)^{n+1} |A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n|
\end{aligned}
\tag{4}
$$

також можна подати у вигляді ***формули включень і виключень***. Нехай маємо N елементів і n властивостей $P(1), P(2), \dots, P(n)$. Позначимо через N_i — кількість елементів, які задовольняють властивість $P(i)$, через $N_{i,j}$ — кількість елементів, які задовольняють одночасно властивості $P(i)$ і $P(j)$; і в загальному випадку, через $N_{i_1,i_2,\dots,i_k}$, $k \leqslant n$, — кількість елементів, які задовольняють одночасно властивості $P(i_1), P(i_2), \dots, P(i_k)$. Нехай $N(0)$ — кількість елементів, які не задовольняють жодну з перелічених властивостей $P(1), P(2), \dots, P(n)$. ***Формула включень і виключень*** виглядає так:

$$
\begin{aligned}
N(0) = N - \sum_i N_i + \sum_{i_1 < i_2} N_{i_1,i_2} - \sum_{i_1 < i_2 < i_3} N_{i_1,i_2,i_3} + \dots + \\
+ (-1)^k \sum_{i_1 < i_2 < \dots < i_k} N_{i_1,i_2,\dots,i_k} + (-1)^n N_{1,2,\dots,n}.
\end{aligned}
\tag{5}
$$

Формулу (4)

$$\begin{aligned}
|A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n| = {} & |A_1| + |A_2| + \dots + |A_n| - \\
& - |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - \dots - |A_{n-1} \cap A_n| + \\
& + |A_1 \cap A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_4| + \dots + |A_{n-2} \cap A_{n-1} \cap A_n| - \\
& - \dots + (-1)^{n+1} |A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n|
\end{aligned} \tag{4}$$

також можна подати у вигляді ***формули включень і виключень***. Нехай маємо N елементів і n властивостей $P(1), P(2), \dots, P(n)$. Позначимо через N_i — кількість елементів, які задовольняють властивість $P(i)$, через $N_{i,j}$ — кількість елементів, які задовольняють одночасно властивості $P(i)$ і $P(j)$; і в загальному випадку, через $N_{i_1,i_2,\dots,i_k}$, $k \leqslant n$, — кількість елементів, які задовольняють одночасно властивості $P(i_1), P(i_2), \dots, P(i_k)$. Нехай $N(0)$ — кількість елементів, які не задовольняють жодну з перелічених властивостей $P(1), P(2), \dots, P(n)$. ***Формула включень і виключень*** виглядає так:

$$\begin{aligned}
N(0) = N - \sum_i N_i + \sum_{i_1 < i_2} N_{i_1,i_2} - \sum_{i_1<i_2<i_3} N_{i_1,i_2,i_3} + \dots + \\
+ (-1)^k \sum_{i_1<i_2<\dots<i_k} N_{i_1,i_2,\dots,i_k} + (-1)^n N_{1,2,\dots,n}.
\end{aligned} \tag{5}$$

Формулу (4)

$$\begin{aligned}|A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n| = {} & |A_1| + |A_2| + \cdots + |A_n| - \\ & - |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - \cdots - |A_{n-1} \cap A_n| + \\ & + |A_1 \cap A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_4| + \cdots + |A_{n-2} \cap A_{n-1} \cap A_n| - \\ & - \cdots + (-1)^{n+1} |A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n|\end{aligned} \tag{4}$$

також можна подати у вигляді ***формули включень і виключень***. Нехай маємо N елементів і n властивостей $P(1), P(2), \ldots, P(n)$. Позначимо через N_i — кількість елементів, які задовольняють властивість $P(i)$, через $N_{i,j}$ — кількість елементів, які задовольняють одночасно властивості $P(i)$ і $P(j)$; і в загальному випадку, через $N_{i_1,i_2,\ldots,i_k}$, $k \leqslant n$, — кількість елементів, які задовольняють одночасно властивості $P(i_1), P(i_2), \ldots, P(i_k)$. Нехай $N(0)$ — кількість елементів, які не задовольняють жодну з перелічених властивостей $P(1), P(2), \ldots, P(n)$. ***Формула включень і виключень*** виглядає так:

$$\begin{aligned}N(0) = N - \sum_i N_i + \sum_{i_1<i_2} N_{i_1,i_2} - \sum_{i_1<i_2<i_3} N_{i_1,i_2,i_3} + \cdots + \\ + (-1)^k \sum_{i_1<i_2<\cdots<i_k} N_{i_1,i_2,\ldots,i_k} + (-1)^n N_{1,2,\ldots,n}.\end{aligned} \tag{5}$$

Формулу (4)

$$
\begin{aligned}
\left|A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n\right| = |A_1| + |A_2| + \dots + |A_n| - \\
- |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - \dots - |A_{n-1} \cap A_n| + \\
+ |A_1 \cap A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_4| + \dots + |A_{n-2} \cap A_{n-1} \cap A_n| - \\
- \dots + (-1)^{n+1} |A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n|
\end{aligned} \tag{4}
$$

також можна подати у вигляді ***формули включень і виключень***. Нехай маємо N елементів і n властивостей $P(1), P(2), \dots, P(n)$. Позначимо через N_i — кількість елементів, які задовольняють властивість $P(i)$, через $N_{i,j}$ — кількість елементів, які задовольняють одночасно властивості $P(i)$ і $P(j)$; і в загальному випадку, через $N_{i_1, i_2, \dots, i_k}$, $k \leqslant n$, — кількість елементів, які задовольняють одночасно властивості $P(i_1), P(i_2), \dots, P(i_k)$. Нехай $N(0)$ — кількість елементів, які не задовольняють жодну з перелічених властивостей $P(1), P(2), \dots, P(n)$.

Формула включень і виключень виглядає так:

$$
\begin{aligned}
N(0) = N - \sum_i N_i + \sum_{i_1 < i_2} N_{i_1, i_2} - \sum_{i_1 < i_2 < i_3} N_{i_1, i_2, i_3} + \dots + \\
+ (-1)^k \sum_{i_1 < i_2 < \dots < i_k} N_{i_1, i_2, \dots, i_k} + (-1)^n N_{1,2,\dots,n}.
\end{aligned} \tag{5}
$$

Формулу (4)

$$\begin{aligned}|A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n| = |A_1| + |A_2| + \cdots + |A_n| - \\ - |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - \cdots - |A_{n-1} \cap A_n| + \\ + |A_1 \cap A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_4| + \cdots + |A_{n-2} \cap A_{n-1} \cap A_n| - \\ - \cdots + (-1)^{n+1} |A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n|\end{aligned} \tag{4}$$

також можна подати у вигляді ***формули включень і виключень***. Нехай маємо N елементів і n властивостей $P(1), P(2), \ldots, P(n)$. Позначимо через N_i — кількість елементів, які задовольняють властивість $P(i)$, через $N_{i,j}$ — кількість елементів, які задовольняють одночасно властивості $P(i)$ і $P(j)$; і в загальному випадку, через $N_{i_1,i_2,\ldots,i_k}$, $k \leqslant n$, — кількість елементів, які задовольняють одночасно властивості $P(i_1), P(i_2), \ldots, P(i_k)$. Нехай $N(0)$ — кількість елементів, які не задовольняють жодну з перелічених властивостей $P(1), P(2), \ldots, P(n)$. ***Формула включень і виключень*** виглядає так:

$$\begin{aligned}N(0) = N - \sum_i N_i + \sum_{i_1<i_2} N_{i_1,i_2} - \sum_{i_1<i_2<i_3} N_{i_1,i_2,i_3} + \cdots + \\ + (-1)^k \sum_{i_1<i_2<\cdots<i_k} N_{i_1,i_2,\ldots,i_k} + (-1)^n N_{1,2,\ldots,n}.\end{aligned} \tag{5}$$

Формулу (4)

$$\begin{aligned}|A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n| &= |A_1| + |A_2| + \dots + |A_n| - \\ &- |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - \dots - |A_{n-1} \cap A_n| + \\ &+ |A_1 \cap A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_4| + \dots + |A_{n-2} \cap A_{n-1} \cap A_n| - \\ &- \dots + (-1)^{n+1} |A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n|\end{aligned} \tag{4}$$

також можна подати у вигляді ***формули включень і виключень***. Нехай маємо N елементів і n властивостей $P(1), P(2), \dots, P(n)$. Позначимо через N_i — кількість елементів, які задовольняють властивість $P(i)$, через $N_{i,j}$ — кількість елементів, які задовольняють одночасно властивості $P(i)$ і $P(j)$; і в загальному випадку, через $N_{i_1,i_2,\dots,i_k}$, $k \leqslant n$, — кількість елементів, які задовольняють одночасно властивості $P(i_1), P(i_2), \dots, P(i_k)$. Нехай $N(0)$ — кількість елементів, які не задовольняють жодну з перелічених властивостей $P(1), P(2), \dots, P(n)$.
Формула включень і виключень виглядає так:

$$\begin{aligned}N(0) = N - \sum_{i} N_i + \sum_{i_1<i_2} N_{i_1,i_2} - \sum_{i_1<i_2<i_3} N_{i_1,i_2,i_3} + \dots + \\ + (-1)^k \sum_{i_1<i_2<\dots<i_k} N_{i_1,i_2,\dots,i_k} + (-1)^n N_{1,2,\dots,n}.\end{aligned} \tag{5}$$

Для доведення формули включень і виключень через A_i позначимо множину елементів, які задовольняють властивість $P(i)$. Тоді маємо, що

$$N_i = |A_i|,$$

$$N_{i,j} = |A_i \cap A_j|,$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$N_{i_1,i_2,\dots,i_k} = |A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \dots \cap A_{i_k}|.$$

Далі застосуємо формулу (4)

$$\begin{aligned} |A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n| = |A_1| + |A_2| + \dots + |A_n| - \\ - |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - \dots - |A_{n-1} \cap A_n| + \\ + |A_1 \cap A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_4| + \dots + |A_{n-2} \cap A_{n-1} \cap A_n| - \\ - \dots + (-1)^{n+1} |A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n| \end{aligned} \tag{4}$$

Для доведення формули включень і виключень через A_i позначимо множину елементів, які задовольняють властивість $P(i)$. Тоді маємо, що

$$N_i = |A_i|,$$

$$N_{i,j} = |A_i \cap A_j|,$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$N_{i_1,i_2,\dots,i_k} = |A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \dots \cap A_{i_k}|.$$

Далі застосуємо формулу (4)

$$\begin{aligned} \left|A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n\right| &= |A_1| + |A_2| + \dots + |A_n| - \\ &- |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - \dots - |A_{n-1} \cap A_n| + \\ &+ |A_1 \cap A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_4| + \dots + |A_{n-2} \cap A_{n-1} \cap A_n| - \\ &- \dots + (-1)^{n+1} |A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n| \end{aligned} \tag{4}$$

Для доведення формули включень і виключень через A_i позначимо множину елементів, які задовольняють властивість $P(i)$. Тоді маємо, що

$$N_i = |A_i|,$$

$$N_{i,j} = |A_i \cap A_j|,$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$N_{i_1,i_2,\ldots,i_k} = |A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \cdots \cap A_{i_k}|.$$

Далі застосуємо формулу (4)

$$\begin{aligned} \left|A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n\right| = |A_1| + |A_2| + \cdots + |A_n| - \\ - |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - \cdots - |A_{n-1} \cap A_n| + \\ + |A_1 \cap A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_4| + \cdots + |A_{n-2} \cap A_{n-1} \cap A_n| - \\ - \cdots + (-1)^{n+1} |A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n| \end{aligned} \tag{4}$$

Лекція 14: Обчислення потужності об'єднання скінченних множин

Для доведення формули включень і виключень через A_i позначимо множину елементів, які задовольняють властивість $P(i)$. Тоді маємо, що

$$N_i = |A_i|\,,$$

$$N_{i,j} = |A_i \cap A_j|\,,$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$N_{i_1,i_2,\dots,i_k} = |A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \dots \cap A_{i_k}|\,.$$

Далі застосуємо формулу (4)

$$\begin{aligned} \left|A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n\right| &= |A_1| + |A_2| + \dots + |A_n| - \\ &- |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - \dots - |A_{n-1} \cap A_n| + \\ &+ |A_1 \cap A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_4| + \dots + |A_{n-2} \cap A_{n-1} \cap A_n| - \\ &- \dots + (-1)^{n+1} |A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n| \end{aligned} \tag{4}$$

Для доведення формули включень і виключень через A_i позначимо множину елементів, які задовольняють властивість $P(i)$. Тоді маємо, що

$$N_i = |A_i|,$$

$$N_{i,j} = |A_i \cap A_j|,$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$N_{i_1,i_2,\dots,i_k} = |A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \dots \cap A_{i_k}|.$$

Далі застосуємо формулу (4)

$$\begin{aligned} \left|A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n\right| &= |A_1| + |A_2| + \dots + |A_n| - \\ &- |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - \dots - |A_{n-1} \cap A_n| + \\ &+ |A_1 \cap A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_4| + \dots + |A_{n-2} \cap A_{n-1} \cap A_n| - \\ &- \dots + (-1)^{n+1} |A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n| \end{aligned} \quad (4)$$

Для доведення формули включень і виключень через A_i позначимо множину елементів, які задовольняють властивість $P(i)$. Тоді маємо, що

$$N_i = |A_i|,$$

$$N_{i,j} = |A_i \cap A_j|,$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$N_{i_1,i_2,\dots,i_k} = |A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \dots \cap A_{i_k}|.$$

Далі застосуємо формулу (4)

$$\begin{aligned} |A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n| = |A_1| + |A_2| + \dots + |A_n| - \\ - |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - \dots - |A_{n-1} \cap A_n| + \\ + |A_1 \cap A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_4| + \dots + |A_{n-2} \cap A_{n-1} \cap A_n| - \\ - \dots + (-1)^{n+1} |A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n| \end{aligned} \tag{4}$$

Для доведення формули включень і виключень через A_i позначимо множину елементів, які задовольняють властивість $P(i)$. Тоді маємо, що

$$N_i = |A_i|\,,$$

$$N_{i,j} = |A_i \cap A_j|\,,$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$N_{i_1,i_2,\dots,i_k} = |A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \dots \cap A_{i_k}|\,.$$

Далі застосуємо формулу (4)

$$\begin{aligned}\left|A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n\right| &= |A_1| + |A_2| + \dots + |A_n| - \\ &- |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - \dots - |A_{n-1} \cap A_n| + \\ &+ |A_1 \cap A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_4| + \dots + |A_{n-2} \cap A_{n-1} \cap A_n| - \\ &- \dots + (-1)^{n+1} |A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n|\end{aligned} \tag{4}$$

Для доведення формули включень і виключень через A_i позначимо множину елементів, які задовольняють властивість $P(i)$. Тоді маємо, що

$$N_i = |A_i|\,,$$

$$N_{i,j} = |A_i \cap A_j|\,,$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$N_{i_1,i_2,\ldots,i_k} = |A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \cdots \cap A_{i_k}|\,.$$

Далі застосуємо формулу (4)

$$\begin{aligned} |A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n| = |A_1| + |A_2| + \cdots + |A_n| - \\ - |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - \cdots - |A_{n-1} \cap A_n| + \\ + |A_1 \cap A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_4| + \cdots + |A_{n-2} \cap A_{n-1} \cap A_n| - \\ - \cdots + (-1)^{n+1} |A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n| \end{aligned} \tag{4}$$

Для доведення формули включень і виключень через A_i позначимо множину елементів, які задовольняють властивість $P(i)$. Тоді маємо, що

$$N_i = |A_i|,$$

$$N_{i,j} = |A_i \cap A_j|,$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$N_{i_1,i_2,\ldots,i_k} = |A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \cdots \cap A_{i_k}|.$$

Далі застосуємо формулу (4)

$$\begin{aligned}\left|A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n\right| = |A_1| + |A_2| + \cdots + |A_n| - \\ - |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - \cdots - |A_{n-1} \cap A_n| + \\ + |A_1 \cap A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_4| + \cdots + |A_{n-2} \cap A_{n-1} \cap A_n| - \\ - \cdots + (-1)^{n+1} |A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n|\end{aligned} \tag{4}$$

Приклад 2.1.2 (задача про безлад)

Скільки існує перестановок скінченної множини натуральних чисел $\{1, 2, \ldots, m\}$, які жодне з чисел не залишають на своєму місці?

Розв'язок. Позначимо через N_i множину таких перестановок, які не рухають число i. Очевидно, що $|N_i| = (m-1)!$. Через $N_{i,j}$ позначимо множину перестановок, які не рухають числа i та j. Тоді $|N_{i,j}| = (m-2)!$. І нарешті через $N_{i_1,i_2,\ldots,i_k}$ позначимо множину перестановок, які не рухають числа $i_1, i_2, \ldots, i_k$. Очевидно, що $|N_{i_1,i_2,\ldots,i_k}| = (m-k)!$. Тоді за формулою включень і виключень (5)

$$\begin{aligned} N(0) = N - \sum_i N_i + \sum_{i_1<i_2} N_{i_1,i_2} - \sum_{i_1<i_2<i_3} N_{i_1,i_2,i_3} + \cdots + \\ + (-1)^k \sum_{i_1<i_2<\cdots<i_k} N_{i_1,i_2,\ldots,i_k} + (-1)^n N_{1,2,\ldots,n}. \end{aligned} \tag{5}$$

кількість перестановок скінченної множини натуральних чисел $\{1, 2, \ldots, m\}$, які жодне з чисел не залишають на своєму місці дорівнює

$$\begin{aligned} D_n = m! - C_m^1(m-1)! + C_m^2(m-2)! + \cdots + (-1)^m C_m^m = \\ = m!\left(\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \cdots + (-1)^m \frac{1}{m!}\right). \end{aligned} \tag{6}$$

Приклад 2.1.2 (задача про безлад)

Скільки існує перестановок скінченної множини натуральних чисел $\{1, 2, \ldots, m\}$, які жодне з чисел не залишають на своєму місці?

Розв'язок. Позначимо через N_i множину таких перестановок, які не рухають число i. Очевидно, що $|N_i| = (m-1)!$. Через $N_{i,j}$ позначимо множину перестановок, які не рухають числа i та j. Тоді $|N_{i,j}| = (m-2)!$. І нарешті через $N_{i_1,i_2,\ldots,i_k}$ позначимо множину перестановок, які не рухають числа $i_1, i_2, \ldots, i_k$. Очевидно, що $|N_{i_1,i_2,\ldots,i_k}| = (m-k)!$. Тоді за формулою включень і виключень (5)

$$N(0) = N - \sum_{i} N_i + \sum_{i_1<i_2} N_{i_1,i_2} - \sum_{i_1<i_2<i_3} N_{i_1,i_2,i_3} + \cdots + \\ + (-1)^k \sum_{i_1<i_2<\cdots<i_k} N_{i_1,i_2,\ldots,i_k} + (-1)^n N_{1,2,\ldots,n}. \tag{5}$$

кількість перестановок скінченної множини натуральних чисел $\{1, 2, \ldots, m\}$, які жодне з чисел не залишають на своєму місці дорівнює

$$D_n = m! - C_m^1(m-1)! + C_m^2(m-2)! + \cdots + (-1)^m C_m^m = \\ = m!\left(\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \cdots + (-1)^m \frac{1}{m!}\right). \tag{6}$$

Приклад 2.1.2 (задача про безлад)

Скільки існує перестановок скінченної множини натуральних чисел $\{1, 2, \ldots, m\}$, які жодне з чисел не залишають на своєму місці?

Розв'язок. Позначимо через N_i множину таких перестановок, які не рухають число i. Очевидно, що $|N_i| = (m-1)!$. Через $N_{i,j}$ позначимо множину перестановок, які не рухають числа i та j. Тоді $|N_{i,j}| = (m-2)!$. І нарешті через $N_{i_1,i_2,\ldots,i_k}$ позначимо множину перестановок, які не рухають числа $i_1, i_2, \ldots, i_k$. Очевидно, що $|N_{i_1,i_2,\ldots,i_k}| = (m-k)!$. Тоді за формулою включень і виключень (5)

$$N(0) = N - \sum_i N_i + \sum_{i_1<i_2} N_{i_1,i_2} - \sum_{i_1<i_2<i_3} N_{i_1,i_2,i_3} + \cdots + \\ + (-1)^k \sum_{i_1<i_2<\cdots<i_k} N_{i_1,i_2,\ldots,i_k} + (-1)^n N_{1,2,\ldots,n}. \tag{5}$$

кількість перестановок скінченної множини натуральних чисел $\{1, 2, \ldots, m\}$, які жодне з чисел не залишають на своєму місці дорівнює

$$D_n = m! - C_m^1(m-1)! + C_m^2(m-2)! + \cdots + (-1)^m C_m^m = \\ = m!\left(\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \cdots + (-1)^m \frac{1}{m!}\right). \tag{6}$$

Приклад 2.1.2 (задача про безлад)

Скільки існує перестановок скінченної множини натуральних чисел $\{1, 2, \ldots, m\}$, які жодне з чисел не залишають на своєму місці?

Розв'язок. Позначимо через N_i множину таких перестановок, які не рухають число i. Очевидно, що $|N_i| = (m-1)!$. Через $N_{i,j}$ позначимо множину перестановок, які не рухають числа i та j. Тоді $|N_{i,j}| = (m-2)!$. І нарешті через $N_{i_1,i_2,\ldots,i_k}$ позначимо множину перестановок, які не рухають числа $i_1, i_2, \ldots, i_k$. Очевидно, що $|N_{i_1,i_2,\ldots,i_k}| = (m-k)!$. Тоді за формулою включень і виключень (5)

$$\begin{aligned} N(0) = N - \sum_{i} N_i + \sum_{i_1<i_2} N_{i_1,i_2} - \sum_{i_1<i_2<i_3} N_{i_1,i_2,i_3} + \cdots + \\ + (-1)^k \sum_{i_1<i_2<\cdots<i_k} N_{i_1,i_2,\ldots,i_k} + (-1)^n N_{1,2,\ldots,n}. \end{aligned} \tag{5}$$

кількість перестановок скінченної множини натуральних чисел $\{1, 2, \ldots, m\}$, які жодне з чисел не залишають на своєму місці дорівнює

$$\begin{aligned} D_n = m! - C_m^1(m-1)! + C_m^2(m-2)! + \cdots + (-1)^m C_m^m = \\ = m!\left(\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \cdots + (-1)^m \frac{1}{m!}\right). \end{aligned} \tag{6}$$

Приклад 2.1.2 (задача про безлад)

Скільки існує перестановок скінченної множини натуральних чисел $\{1, 2, \dots, m\}$, які жодне з чисел не залишають на своєму місці?

Розв'язок. Позначимо через N_i множину таких перестановок, які не рухають число i. Очевидно, що $|N_i| = (m-1)!$. Через $N_{i,j}$ позначимо множину перестановок, які не рухають числа i та j. Тоді $|N_{i,j}| = (m-2)!$. І нарешті через $N_{i_1,i_2,\dots,i_k}$ позначимо множину перестановок, які не рухають числа $i_1, i_2, \dots, i_k$. Очевидно, що $|N_{i_1,i_2,\dots,i_k}| = (m-k)!$. Тоді за формулою включень і виключень (5)

$$N(0) = N - \sum_i N_i + \sum_{i_1<i_2} N_{i_1,i_2} - \sum_{i_1<i_2<i_3} N_{i_1,i_2,i_3} + \dots + + (-1)^k \sum_{i_1<i_2<\dots<i_k} N_{i_1,i_2,\dots,i_k} + (-1)^n N_{1,2,\dots,n}. \tag{5}$$

кількість перестановок скінченної множини натуральних чисел $\{1, 2, \dots, m\}$, які жодне з чисел не залишають на своєму місці дорівнює

$$D_n = m! - C_m^1 (m-1)! + C_m^2 (m-2)! + \dots + (-1)^m C_m^m = = m! \left(\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \dots + (-1)^m \frac{1}{m!} \right). \tag{6}$$

Приклад 2.1.2 (задача про безлад)

Скільки існує перестановок скінченної множини натуральних чисел $\{1, 2, \ldots, m\}$, які жодне з чисел не залишають на своєму місці?

Розв'язок. Позначимо через N_i множину таких перестановок, які не рухають число i. Очевидно, що $|N_i| = (m-1)!$. Через $N_{i,j}$ позначимо множину перестановок, які не рухають числа i та j. Тоді $|N_{i,j}| = (m-2)!$. І нарешті через $N_{i_1,i_2,\ldots,i_k}$ позначимо множину перестановок, які не рухають числа $i_1, i_2, \ldots, i_k$. Очевидно, що $|N_{i_1,i_2,\ldots,i_k}| = (m-k)!$. Тоді за формулою включень і виключень (5)

$$N(0) = N - \sum_i N_i + \sum_{i_1<i_2} N_{i_1,i_2} - \sum_{i_1<i_2<i_3} N_{i_1,i_2,i_3} + \cdots + (-1)^k \sum_{i_1<i_2<\cdots<i_k} N_{i_1,i_2,\ldots,i_k} + (-1)^n N_{1,2,\ldots,n}. \tag{5}$$

кількість перестановок скінченної множини натуральних чисел $\{1, 2, \ldots, m\}$, які жодне з чисел не залишають на своєму місці дорівнює

$$D_n = m! - C_m^1(m-1)! + C_m^2(m-2)! + \cdots + (-1)^m C_m^m = m!\left(\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \cdots + (-1)^m \frac{1}{m!}\right). \tag{6}$$

Приклад 2.1.2 (задача про безлад)

Скільки існує перестановок скінченної множини натуральних чисел $\{1, 2, \ldots, m\}$, які жодне з чисел не залишають на своєму місці?

Розв'язок. Позначимо через N_i множину таких перестановок, які не рухають число i. Очевидно, що $|N_i| = (m-1)!$. Через $N_{i,j}$ позначимо множину перестановок, які не рухають числа i та j. Тоді $|N_{i,j}| = (m-2)!$. І нарешті через $N_{i_1,i_2,\ldots,i_k}$ позначимо множину перестановок, які не рухають числа $i_1, i_2, \ldots, i_k$. Очевидно, що $|N_{i_1,i_2,\ldots,i_k}| = (m-k)!$. Тоді за формулою включень і виключень (5)

$$N(0) = N - \sum_i N_i + \sum_{i_1<i_2} N_{i_1,i_2} - \sum_{i_1<i_2<i_3} N_{i_1,i_2,i_3} + \cdots + + (-1)^k \sum_{i_1<i_2<\cdots<i_k} N_{i_1,i_2,\ldots,i_k} + (-1)^n N_{1,2,\ldots,n}. \quad (5)$$

кількість перестановок скінченної множини натуральних чисел $\{1, 2, \ldots, m\}$, які жодне з чисел не залишають на своєму місці дорівнює

$$D_n = m! - C_m^1 (m-1)! + C_m^2 (m-2)! + \cdots + (-1)^m C_m^m = = m! \left(\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \cdots + (-1)^m \frac{1}{m!} \right). \quad (6)$$

Приклад 2.1.2 (задача про безлад)

Скільки існує перестановок скінченної множини натуральних чисел $\{1, 2, \ldots, m\}$, які жодне з чисел не залишають на своєму місці?

Розв'язок. Позначимо через N_i множину таких перестановок, які не рухають число i. Очевидно, що $|N_i| = (m-1)!$. Через $N_{i,j}$ позначимо множину перестановок, які не рухають числа i та j. Тоді $|N_{i,j}| = (m-2)!$.
І нарешті через $N_{i_1,i_2,\ldots,i_k}$ позначимо множину перестановок, які не рухають числа $i_1, i_2, \ldots, i_k$. Очевидно, що $|N_{i_1,i_2,\ldots,i_k}| = (m-k)!$. Тоді за формулою включень і виключень (5)

$$N(0) = N - \sum_i N_i + \sum_{i_1<i_2} N_{i_1,i_2} - \sum_{i_1<i_2<i_3} N_{i_1,i_2,i_3} + \cdots + \\ + (-1)^k \sum_{i_1<i_2<\cdots<i_k} N_{i_1,i_2,\ldots,i_k} + (-1)^n N_{1,2,\ldots,n}. \tag{5}$$

кількість перестановок скінченної множини натуральних чисел $\{1, 2, \ldots, m\}$, які жодне з чисел не залишають на своєму місці дорівнює

$$D_n = m! - C_m^1(m-1)! + C_m^2(m-2)! + \cdots + (-1)^m C_m^m = \\ = m!\left(\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \cdots + (-1)^m \frac{1}{m!}\right). \tag{6}$$

Приклад 2.1.2 (задача про безлад)

Скільки існує перестановок скінченної множини натуральних чисел $\{1, 2, \ldots, m\}$, які жодне з чисел не залишають на своєму місці?

Розв'язок. Позначимо через N_i множину таких перестановок, які не рухають число i. Очевидно, що $|N_i| = (m-1)!$. Через $N_{i,j}$ позначимо множину перестановок, які не рухають числа i та j. Тоді $|N_{i,j}| = (m-2)!$. І нарешті через $N_{i_1,i_2,\ldots,i_k}$ позначимо множину перестановок, які не рухають числа $i_1, i_2, \ldots, i_k$. Очевидно, що $|N_{i_1,i_2,\ldots,i_k}| = (m-k)!$. Тоді за формулою включень і виключень (5)

$$N(0) = N - \sum_i N_i + \sum_{i_1<i_2} N_{i_1,i_2} - \sum_{i_1<i_2<i_3} N_{i_1,i_2,i_3} + \cdots + + (-1)^k \sum_{i_1<i_2<\cdots<i_k} N_{i_1,i_2,\ldots,i_k} + (-1)^n N_{1,2,\ldots,n}. \tag{5}$$

кількість перестановок скінченної множини натуральних чисел $\{1, 2, \ldots, m\}$, які жодне з чисел не залишають на своєму місці дорівнює

$$D_n = m! - C_m^1(m-1)! + C_m^2(m-2)! + \cdots + (-1)^m C_m^m = = m!\left(\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \cdots + (-1)^m \frac{1}{m!}\right). \tag{6}$$

Приклад 2.1.2 (задача про безлад)

Скільки існує перестановок скінченної множини натуральних чисел $\{1, 2, \ldots, m\}$, які жодне з чисел не залишають на своєму місці?

Розв'язок. Позначимо через N_i множину таких перестановок, які не рухають число i. Очевидно, що $|N_i| = (m-1)!$. Через $N_{i,j}$ позначимо множину перестановок, які не рухають числа i та j. Тоді $|N_{i,j}| = (m-2)!$. І нарешті через $N_{i_1,i_2,\ldots,i_k}$ позначимо множину перестановок, які не рухають числа $i_1, i_2, \ldots, i_k$. Очевидно, що $|N_{i_1,i_2,\ldots,i_k}| = (m-k)!$. Тоді за формулою включень і виключень (5)

$$N(0) = N - \sum_i N_i + \sum_{i_1<i_2} N_{i_1,i_2} - \sum_{i_1<i_2<i_3} N_{i_1,i_2,i_3} + \cdots + (-1)^k \sum_{i_1<i_2<\cdots<i_k} N_{i_1,i_2,\ldots,i_k} + (-1)^n N_{1,2,\ldots,n}. \tag{5}$$

кількість перестановок скінченної множини натуральних чисел $\{1, 2, \ldots, m\}$, які жодне з чисел не залишають на своєму місці дорівнює

$$D_n = m! - C_m^1(m-1)! + C_m^2(m-2)! + \cdots + (-1)^m C_m^m = m!\left(\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \cdots + (-1)^m \frac{1}{m!}\right). \tag{6}$$

Приклад 2.1.2 (задача про безлад)

Скільки існує перестановок скінченної множини натуральних чисел $\{1, 2, \ldots, m\}$, які жодне з чисел не залишають на своєму місці?

Розв'язок. Позначимо через N_i множину таких перестановок, які не рухають число i. Очевидно, що $|N_i| = (m-1)!$. Через $N_{i,j}$ позначимо множину перестановок, які не рухають числа i та j. Тоді $|N_{i,j}| = (m-2)!$. І нарешті через $N_{i_1,i_2,\ldots,i_k}$ позначимо множину перестановок, які не рухають числа $i_1, i_2, \ldots, i_k$. Очевидно, що $|N_{i_1,i_2,\ldots,i_k}| = (m-k)!$. Тоді за формулою включень і виключень (5)

$$N(0) = N - \sum_i N_i + \sum_{i_1<i_2} N_{i_1,i_2} - \sum_{i_1<i_2<i_3} N_{i_1,i_2,i_3} + \cdots + \\ + (-1)^k \sum_{i_1<i_2<\cdots<i_k} N_{i_1,i_2,\ldots,i_k} + (-1)^n N_{1,2,\ldots,n}. \tag{5}$$

кількість перестановок скінченної множини натуральних чисел $\{1, 2, \ldots, m\}$, які жодне з чисел не залишають на своєму місці дорівнює

$$D_n = m! - C_m^1(m-1)! + C_m^2(m-2)! + \cdots + (-1)^m C_m^m = \\ = m!\left(\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \cdots + (-1)^m \frac{1}{m!}\right). \tag{6}$$

Приклад 2.1.2 (задача про безлад)

Скільки існує перестановок скінченної множини натуральних чисел $\{1, 2, \ldots, m\}$, які жодне з чисел не залишають на своєму місці?

Розв’язок. Позначимо через N_i множину таких перестановок, які не рухають число i. Очевидно, що $|N_i| = (m-1)!$. Через $N_{i,j}$ позначимо множину перестановок, які не рухають числа i та j. Тоді $|N_{i,j}| = (m-2)!$. І нарешті через $N_{i_1,i_2,\ldots,i_k}$ позначимо множину перестановок, які не рухають числа $i_1, i_2, \ldots, i_k$. Очевидно, що $|N_{i_1,i_2,\ldots,i_k}| = (m-k)!$. Тоді за формулою включень і виключень (5)

$$N(0) = N - \sum_i N_i + \sum_{i_1<i_2} N_{i_1,i_2} - \sum_{i_1<i_2<i_3} N_{i_1,i_2,i_3} + \cdots + \\ + (-1)^k \sum_{i_1<i_2<\cdots<i_k} N_{i_1,i_2,\ldots,i_k} + (-1)^n N_{1,2,\ldots,n}. \tag{5}$$

кількість перестановок скінченної множини натуральних чисел $\{1, 2, \ldots, m\}$, які жодне з чисел не залишають на своєму місці дорівнює

$$D_n = m! - C_m^1(m-1)! + C_m^2(m-2)! + \cdots + (-1)^m C_m^m = \\ = m!\left(\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \cdots + (-1)^m \frac{1}{m!}\right). \tag{6}$$

Приклад 2.1.2 (задача про безлад)

Скільки існує перестановок скінченної множини натуральних чисел $\{1, 2, \ldots, m\}$, які жодне з чисел не залишають на своєму місці?

Розв'язок. Позначимо через N_i множину таких перестановок, які не рухають число i. Очевидно, що $|N_i| = (m-1)!$. Через $N_{i,j}$ позначимо множину перестановок, які не рухають числа i та j. Тоді $|N_{i,j}| = (m-2)!$. І нарешті через $N_{i_1,i_2,\ldots,i_k}$ позначимо множину перестановок, які не рухають числа $i_1, i_2, \ldots, i_k$. Очевидно, що $|N_{i_1,i_2,\ldots,i_k}| = (m-k)!$. Тоді за формулою включень і виключень (5)

$$\begin{aligned}N(0) = N - \sum_{i} N_i + \sum_{i_1<i_2} N_{i_1,i_2} - \sum_{i_1<i_2<i_3} N_{i_1,i_2,i_3} + \cdots + \\ + (-1)^k \sum_{i_1<i_2<\cdots<i_k} N_{i_1,i_2,\ldots,i_k} + (-1)^n N_{1,2,\ldots,n}.\end{aligned} \tag{5}$$

кількість перестановок скінченної множини натуральних чисел $\{1, 2, \ldots, m\}$, які жодне з чисел не залишають на своєму місці дорівнює

$$\begin{aligned}D_n = m! - C_m^1(m-1)! + C_m^2(m-2)! + \cdots + (-1)^m C_m^m = \\ = m!\left(\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \cdots + (-1)^m \frac{1}{m!}\right).\end{aligned} \tag{6}$$

Приклад 2.1.2 (задача про безлад)

Скільки існує перестановок скінченної множини натуральних чисел $\{1, 2, \ldots, m\}$, які жодне з чисел не залишають на своєму місці?

Розв'язок. Позначимо через N_i множину таких перестановок, які не рухають число i. Очевидно, що $|N_i| = (m-1)!$. Через $N_{i,j}$ позначимо множину перестановок, які не рухають числа i та j. Тоді $|N_{i,j}| = (m-2)!$. І нарешті через $N_{i_1,i_2,\ldots,i_k}$ позначимо множину перестановок, які не рухають числа $i_1, i_2, \ldots, i_k$. Очевидно, що $|N_{i_1,i_2,\ldots,i_k}| = (m-k)!$. Тоді за формулою включень і виключень (5)

$$N(0) = N - \sum_i N_i + \sum_{i_1<i_2} N_{i_1,i_2} - \sum_{i_1<i_2<i_3} N_{i_1,i_2,i_3} + \cdots + \\ + (-1)^k \sum_{i_1<i_2<\cdots<i_k} N_{i_1,i_2,\ldots,i_k} + (-1)^n N_{1,2,\ldots,n}. \tag{5}$$

кількість перестановок скінченної множини натуральних чисел $\{1, 2, \ldots, m\}$, які жодне з чисел не залишають на своєму місці дорівнює

$$D_n = m! - C_m^1(m-1)! + C_m^2(m-2)! + \cdots + (-1)^m C_m^m = \\ = m!\left(\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \cdots + (-1)^m \frac{1}{m!}\right). \tag{6}$$

Вправа 2.1.9

Скільки існує перестановок скінченної множини натуральних чисел $\{1, 2, \ldots, m\}$, які рівно r чисел залишають на своєму місці?

Вправа 2.1.9

Скільки існує перестановок скінченної множини натуральних чисел $\{1, 2, \ldots, m\}$, які рівно r чисел залишають на своєму місці?

Дякую за увагу!!!