Ординали. Аксіома вибору. Трансфінітна індукція

Дискретна математика

Лекція 12

Нехай $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ — дві частково впорядковані множини. Відображення $f\colon (X, \leqslant) \to (Y, \leqq)$ називається *ізоморфізмом частково впорядкованих множин* $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$, якщо f — бієктивне відображення та $a \leqslant b$ в $(X, \leqslant)$ тоді і лише тоді, коли $f(a) \leqq f(b)$ в $(Y, \leqq)$. У цьому випадку частково впорядкованих множини $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ називаються *порядково ізоморфними*.

Нехай $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ — дві ізоморфні частково впорядковані множини. Про такі множини ми будемо говорити, що вони мають один і той же *порядковий тип*. Лінійно впорядковані множини — це частковий випадок частково впорядкованих множин, а тому можна також говорити про їх порядковий тип.

Множина натуральних чисел $\mathbb{N}$ зі звичайним відношенням $\leqslant$ є найпростішим прикладом нескінченної лінійно впорядкованої множини. Її порядковий тип позначають через ω. Очевидно, що порядковий тип ω мають також такі підмножини в $\mathbb{R}$ зі звичайним відношенням $\leqslant$:

- множина всіх непарний натуральних чисел $2\mathbb{N}+1 = \{2n+1 \mid n \in \mathbb{N}\}$;
- множина всіх парний натуральних чисел $2\mathbb{N} = \{2n \mid n \in \mathbb{N}\}$;
- кожна строго зростаюча послідовність дійсних чисел $\{x_n\}$:

$$x_1 < x_2 < \cdots < x_n < \cdots .$$

Нехай $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ — дві частково впорядковані множини. Відображення $f\colon (X, \leqslant) \to (Y, \leqq)$ називається *ізоморфізмом частково впорядкованих множин* $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$, якщо f — бієктивне відображення та $a \leqslant b$ в $(X, \leqslant)$ тоді і лише тоді, коли $f(a) \leqq f(b)$ в $(Y, \leqq)$. У цьому випадку частково впорядкованих множини $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ називаються *порядково ізоморфними*.

Нехай $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ — дві ізоморфні частково впорядковані множини. Про такі множини ми будемо говорити, що вони мають один і той же *порядковий тип*. Лінійно впорядковані множини — це частковий випадок частково впорядкованих множин, а тому можна також говорити про їх порядковий тип.

Множина натуральних чисел $\mathbb{N}$ зі звичайним відношенням $\leqslant$ є найпростішим прикладом нескінченної лінійно впорядкованої множини. Її порядковий тип позначають через ω. Очевидно, що порядковий тип ω мають також такі підмножини в $\mathbb{R}$ зі звичайним відношенням $\leqslant$:

- множина всіх непарний натуральних чисел $2\mathbb{N}+1 = \{2n+1 \mid n \in \mathbb{N}\}$;
- множина всіх парний натуральних чисел $2\mathbb{N} = \{2n \mid n \in \mathbb{N}\}$;
- кожна строго зростаюча послідовність дійсних чисел $\{x_n\}$:

$$x_1 < x_2 < \cdots < x_n < \cdots .$$

Нехай $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ — дві частково впорядковані множини. Відображення $f\colon (X, \leqslant) \to (Y, \leqq)$ називається *ізоморфізмом частково впорядкованих множин* $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$, якщо f — бієктивне відображення та $a \leqslant b$ в $(X, \leqslant)$ тоді і лише тоді, коли $f(a) \leqq f(b)$ в $(Y, \leqq)$. У цьому випадку частково впорядкованих множини $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ називаються *порядково ізоморфними*.

Нехай $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ — дві ізоморфні частково впорядковані множини. Про такі множини ми будемо говорити, що вони мають один і той же *порядковий тип*. Лінійно впорядковані множини — це частковий випадок частково впорядкованих множин, а тому можна також говорити про їх порядковий тип.

Множина натуральних чисел $\mathbb{N}$ зі звичайним відношенням $\leqslant$ є найпростішим прикладом нескінченної лінійно впорядкованої множини. Її порядковий тип позначають через ω. Очевидно, що порядковий тип ω мають також такі підмножини в $\mathbb{R}$ зі звичайним відношенням $\leqslant$:

- множина всіх непарний натуральних чисел $2\mathbb{N}+1 = \{2n+1 \mid n \in \mathbb{N}\}$;
- множина всіх парний натуральних чисел $2\mathbb{N} = \{2n \mid n \in \mathbb{N}\}$;
- кожна строго зростаюча послідовність дійсних чисел $\{x_n\}$:

$$x_1 < x_2 < \cdots < x_n < \cdots .$$

Нехай $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ — дві частково впорядковані множини. Відображення $f\colon (X, \leqslant) \to (Y, \leqq)$ називається *ізоморфізмом частково впорядкованих множин* $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$, якщо f — бієктивне відображення та $a \leqslant b$ в $(X, \leqslant)$ тоді і лише тоді, коли $f(a) \leqq f(b)$ в $(Y, \leqq)$. У цьому випадку частково впорядкованих множини $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ називаються *порядково ізоморфними*.

Нехай $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ — дві ізоморфні частково впорядковані множини. Про такі множини ми будемо говорити, що вони мають один і той же *порядковий тип*. Лінійно впорядковані множини — це частковий випадок частково впорядкованих множин, а тому можна також говорити про їх порядковий тип.

Множина натуральних чисел $\mathbb{N}$ зі звичайним відношенням $\leqslant$ є найпростішим прикладом нескінченної лінійно впорядкованої множини. Її порядковий тип позначають через ω. Очевидно, що порядковий тип ω мають також такі підмножини в $\mathbb{R}$ зі звичайним відношенням $\leqslant$:

- множина всіх непарний натуральних чисел $2\mathbb{N}+1 = \{2n+1 \mid n \in \mathbb{N}\}$;
- множина всіх парний натуральних чисел $2\mathbb{N} = \{2n \mid n \in \mathbb{N}\}$;
- кожна строго зростаюча послідовність дійсних чисел $\{x_n\}$:

$$x_1 < x_2 < \cdots < x_n < \cdots .$$

Нехай $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ — дві частково впорядковані множини. Відображення $f\colon (X, \leqslant) \to (Y, \leqq)$ називається *ізоморфізмом частково впорядкованих множин* $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$, якщо f — бієктивне відображення та $a \leqslant b$ в $(X, \leqslant)$ тоді і лише тоді, коли $f(a) \leqq f(b)$ в $(Y, \leqq)$. У цьому випадку частково впорядкованих множини $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ називаються *порядково ізоморфними*.

Нехай $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ — дві ізоморфні частково впорядковані множини. Про такі множини ми будемо говорити, що вони мають один і той же *порядковий тип*. Лінійно впорядковані множини — це частковий випадок частково впорядкованих множин, а тому можна також говорити про їх порядковий тип.

Множина натуральних чисел $\mathbb{N}$ зі звичайним відношенням $\leqslant$ є найпростішим прикладом нескінченної лінійно впорядкованої множини. Її порядковий тип позначають через ω. Очевидно, що порядковий тип ω мають також такі підмножини в $\mathbb{R}$ зі звичайним відношенням $\leqslant$:

- множина всіх непарний натуральних чисел $2\mathbb{N}+1 = \{2n+1 \mid n \in \mathbb{N}\}$;
- множина всіх парний натуральних чисел $2\mathbb{N} = \{2n \mid n \in \mathbb{N}\}$;
- кожна строго зростаюча послідовність дійсних чисел $\{x_n\}$:

$$x_1 < x_2 < \cdots < x_n < \cdots .$$

Нехай $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ — дві частково впорядковані множини. Відображення $f\colon (X, \leqslant) \to (Y, \leqq)$ називається *ізоморфізмом частково впорядкованих множин* $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$, якщо f — бієктивне відображення та $a \leqslant b$ в $(X, \leqslant)$ тоді і лише тоді, коли $f(a) \leqq f(b)$ в $(Y, \leqq)$. У цьому випадку частково впорядкованих множини $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ називаються *порядково ізоморфними*.

Нехай $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ — дві ізоморфні частково впорядковані множини. Про такі множини ми будемо говорити, що вони мають один і той же *порядковий тип*. Лінійно впорядковані множини — це частковий випадок частково впорядкованих множин, а тому можна також говорити про їх порядковий тип.

Множина натуральних чисел $\mathbb{N}$ зі звичайним відношенням $\leqslant$ є найпростішим прикладом нескінченної лінійно впорядкованої множини. Її порядковий тип позначають через ω. Очевидно, що порядковий тип ω мають також такі підмножини в $\mathbb{R}$ зі звичайним відношенням $\leqslant$:

- множина всіх непарний натуральних чисел $2\mathbb{N}+1 = \{2n+1 \mid n \in \mathbb{N}\}$;
- множина всіх парний натуральних чисел $2\mathbb{N} = \{2n \mid n \in \mathbb{N}\}$;
- кожна строго зростаюча послідовність дійсних чисел $\{x_n\}$:

$$x_1 < x_2 < \cdots < x_n < \cdots .$$

Нехай $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ — дві частково впорядковані множини. Відображення $f\colon (X, \leqslant) \to (Y, \leqq)$ називається *ізоморфізмом частково впорядкованих множин* $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$, якщо f — бієктивне відображення та $a \leqslant b$ в $(X, \leqslant)$ тоді і лише тоді, коли $f(a) \leqq f(b)$ в $(Y, \leqq)$. У цьому випадку частково впорядкованих множини $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ називаються *порядково ізоморфними*.

Нехай $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ — дві ізоморфні частково впорядковані множини. Про такі множини ми будемо говорити, що вони мають один і той же *порядковий тип*. Лінійно впорядковані множини — це частковий випадок частково впорядкованих множин, а тому можна також говорити про їх порядковий тип.

Множина натуральних чисел $\mathbb{N}$ зі звичайним відношенням $\leqslant$ є найпростішим прикладом нескінченної лінійно впорядкованої множини. Її порядковий тип позначають через ω. Очевидно, що порядковий тип ω мають також такі підмножини в $\mathbb{R}$ зі звичайним відношенням $\leqslant$:

- множина всіх непарний натуральних чисел $2\mathbb{N}+1 = \{2n+1 \mid n \in \mathbb{N}\}$;
- множина всіх парний натуральних чисел $2\mathbb{N} = \{2n \mid n \in \mathbb{N}\}$;
- кожна строго зростаюча послідовність дійсних чисел $\{x_n\}$:

$$x_1 < x_2 < \cdots < x_n < \cdots.$$

Нехай $(X,\leqslant)$ та $(Y,\leqq)$ — дві частково впорядковані множини. Відображення $f\colon (X,\leqslant)\to(Y,\leqq)$ називається *ізоморфізмом частково впорядкованих множин* $(X,\leqslant)$ та $(Y,\leqq)$, якщо f — бієктивне відображення та $a\leqslant b$ в $(X,\leqslant)$ тоді і лише тоді, коли $f(a)\leqq f(b)$ в $(Y,\leqq)$. У цьому випадку частково впорядкованих множини $(X,\leqslant)$ та $(Y,\leqq)$ називаються *порядково ізоморфними*.

Нехай $(X,\leqslant)$ та $(Y,\leqq)$ — дві ізоморфні частково впорядковані множини. Про такі множини ми будемо говорити, що вони мають один і той же *порядковий тип*. Лінійно впорядковані множини — це частковий випадок частково впорядкованих множин, а тому можна також говорити про їх порядковий тип.

Множина натуральних чисел $\mathbb{N}$ зі звичайним відношенням $\leqslant$ є найпростішим прикладом нескінченної лінійно впорядкованої множини. Її порядковий тип позначають через ω. Очевидно, що порядковий тип ω мають також такі підмножини в $\mathbb{R}$ зі звичайним відношенням $\leqslant$:

- множина всіх непарний натуральних чисел $2\mathbb{N}+1=\{2n+1 \mid n\in\mathbb{N}\}$;
- множина всіх парний натуральних чисел $2\mathbb{N}=\{2n \mid n\in\mathbb{N}\}$;
- кожна строго зростаюча послідовність дійсних чисел $\{x_n\}$:

$$x_1<x_2<\cdots<x_n<\cdots.$$

Нехай $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ — дві частково впорядковані множини. Відображення $f\colon (X, \leqslant) \to (Y, \leqq)$ називається *ізоморфізмом частково впорядкованих множин* $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$, якщо f — бієктивне відображення та $a \leqslant b$ в $(X, \leqslant)$ тоді і лише тоді, коли $f(a) \leqq f(b)$ в $(Y, \leqq)$. У цьому випадку частково впорядкованих множини $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ називаються *порядково ізоморфними*.

Нехай $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ — дві ізоморфні частково впорядковані множини. Про такі множини ми будемо говорити, що вони мають один і той же *порядковий тип*. Лінійно впорядковані множини — це частковий випадок частково впорядкованих множин, а тому можна також говорити про їх порядковий тип.

Множина натуральних чисел $\mathbb{N}$ зі звичайним відношенням $\leqslant$ є найпростішим прикладом нескінченної лінійно впорядкованої множини. Її порядковий тип позначають через ω. Очевидно, що порядковий тип ω мають також такі підмножини в $\mathbb{R}$ зі звичайним відношенням $\leqslant$:

- множина всіх непарний натуральних чисел $2\mathbb{N}+1 = \{2n+1 \mid n \in \mathbb{N}\}$;
- множина всіх парний натуральних чисел $2\mathbb{N} = \{2n \mid n \in \mathbb{N}\}$;
- кожна строго зростаюча послідовність дійсних чисел $\{x_n\}$:

$$x_1 < x_2 < \cdots < x_n < \cdots .$$

Нехай $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ — дві частково впорядковані множини. Відображення $f\colon (X, \leqslant) \to (Y, \leqq)$ називається *ізоморфізмом частково впорядкованих множин* $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$, якщо f — бієктивне відображення та $a \leqslant b$ в $(X, \leqslant)$ тоді і лише тоді, коли $f(a) \leqq f(b)$ в $(Y, \leqq)$. У цьому випадку частково впорядкованих множини $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ називаються *порядково ізоморфними*.

Нехай $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ — дві ізоморфні частково впорядковані множини. Про такі множини ми будемо говорити, що вони мають один і той же *порядковий тип*. Лінійно впорядковані множини — це частковий випадок частково впорядкованих множин, а тому можна також говорити про їх порядковий тип.

Множина натуральних чисел $\mathbb{N}$ зі звичайним відношенням $\leqslant$ є найпростішим прикладом нескінченної лінійно впорядкованої множини. Її порядковий тип позначають через ω. Очевидно, що порядковий тип ω мають також такі підмножини в $\mathbb{R}$ зі звичайним відношенням $\leqslant$:

- множина всіх непарний натуральних чисел $2\mathbb{N} + 1 = \{2n + 1 \mid n \in \mathbb{N}\}$;
- множина всіх парний натуральних чисел $2\mathbb{N} = \{2n \mid n \in \mathbb{N}\}$;
- кожна строго зростаюча послідовність дійсних чисел $\{x_n\}$:

$$x_1 < x_2 < \cdots < x_n < \cdots .$$

Нехай $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ — дві частково впорядковані множини. Відображення $f\colon (X, \leqslant) \to (Y, \leqq)$ називається *ізоморфізмом частково впорядкованих множин* $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$, якщо f — бієктивне відображення та $a \leqslant b$ в $(X, \leqslant)$ тоді і лише тоді, коли $f(a) \leqq f(b)$ в $(Y, \leqq)$. У цьому випадку частково впорядкованих множини $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ називаються *порядково ізоморфними*.

Нехай $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ — дві ізоморфні частково впорядковані множини. Про такі множини ми будемо говорити, що вони мають один і той же *порядковий тип*. Лінійно впорядковані множини — це частковий випадок частково впорядкованих множин, а тому можна також говорити про їх порядковий тип.

Множина натуральних чисел $\mathbb{N}$ зі звичайним відношенням $\leqslant$ є найпростішим прикладом нескінченної лінійно впорядкованої множини. Її порядковий тип позначають через ω. Очевидно, що порядковий тип ω мають також такі підмножини в $\mathbb{R}$ зі звичайним відношенням $\leqslant$:

- множина всіх непарний натуральних чисел $2\mathbb{N}+1 = \{2n+1 \mid n \in \mathbb{N}\}$;
- множина всіх парний натуральних чисел $2\mathbb{N} = \{2n \mid n \in \mathbb{N}\}$;
- кожна строго зростаюча послідовність дійсних чисел $\{x_n\}$:

$$x_1 < x_2 < \cdots < x_n < \cdots .$$

Нехай $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ — дві частково впорядковані множини. Відображення $f\colon (X, \leqslant) \to (Y, \leqq)$ називається *ізоморфізмом частково впорядкованих множин* $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$, якщо f — бієктивне відображення та $a \leqslant b$ в $(X, \leqslant)$ тоді і лише тоді, коли $f(a) \leqq f(b)$ в $(Y, \leqq)$. У цьому випадку частково впорядкованих множини $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ називаються *порядково ізоморфними*.

Нехай $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ — дві ізоморфні частково впорядковані множини. Про такі множини ми будемо говорити, що вони мають один і той же *порядковий тип*. Лінійно впорядковані множини — це частковий випадок частково впорядкованих множин, а тому можна також говорити про їх порядковий тип.

Множина натуральних чисел $\mathbb{N}$ зі звичайним відношенням $\leqslant$ є найпростішим прикладом нескінченної лінійно впорядкованої множини. Її порядковий тип позначають через ω. Очевидно, що порядковий тип ω мають також такі підмножини в $\mathbb{R}$ зі звичайним відношенням $\leqslant$:

- множина всіх непарний натуральних чисел $2\mathbb{N}+1 = \{2n+1 \mid n \in \mathbb{N}\}$;
- множина всіх парний натуральних чисел $2\mathbb{N} = \{2n \mid n \in \mathbb{N}\}$;
- кожна строго зростаюча послідовність дійсних чисел $\{x_n\}$:

$$x_1 < x_2 < \cdots < x_n < \cdots .$$

Нехай $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ — дві частково впорядковані множини. Відображення $f\colon (X, \leqslant) \to (Y, \leqq)$ називається *ізоморфізмом частково впорядкованих множин* $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$, якщо f — бієктивне відображення та $a \leqslant b$ в $(X, \leqslant)$ тоді і лише тоді, коли $f(a) \leqq f(b)$ в $(Y, \leqq)$. У цьому випадку частково впорядкованих множини $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ називаються *порядково ізоморфними*.

Нехай $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ — дві ізоморфні частково впорядковані множини. Про такі множини ми будемо говорити, що вони мають один і той же *порядковий тип*. Лінійно впорядковані множини — це частковий випадок частково впорядкованих множин, а тому можна також говорити про їх порядковий тип.

Множина натуральних чисел $\mathbb{N}$ зі звичайним відношенням $\leqslant$ є найпростішим прикладом нескінченної лінійно впорядкованої множини. Її порядковий тип позначають через ω. Очевидно, що порядковий тип ω мають також такі підмножини в $\mathbb{R}$ зі звичайним відношенням $\leqslant$:

- множина всіх непарний натуральних чисел $2\mathbb{N}+1 = \{2n+1 \mid n \in \mathbb{N}\}$;
- множина всіх парний натуральних чисел $2\mathbb{N} = \{2n \mid n \in \mathbb{N}\}$;
- кожна строго зростаюча послідовність дійсних чисел $\{x_n\}$:

$$x_1 < x_2 < \cdots < x_n < \cdots .$$

Нехай $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ — дві частково впорядковані множини. Відображення $f\colon (X, \leqslant) \to (Y, \leqq)$ називається *ізоморфізмом частково впорядкованих множин* $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$, якщо f — бієктивне відображення та $a \leqslant b$ в $(X, \leqslant)$ тоді і лише тоді, коли $f(a) \leqq f(b)$ в $(Y, \leqq)$. У цьому випадку частково впорядкованих множини $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ називаються *порядково ізоморфними*.

Нехай $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ — дві ізоморфні частково впорядковані множини. Про такі множини ми будемо говорити, що вони мають один і той же *порядковий тип*. Лінійно впорядковані множини — це частковий випадок частково впорядкованих множин, а тому можна також говорити про їх порядковий тип.

Множина натуральних чисел $\mathbb{N}$ зі звичайним відношенням $\leqslant$ є найпростішим прикладом нескінченної лінійно впорядкованої множини. Її порядковий тип позначають через ω. Очевидно, що порядковий тип ω мають також такі підмножини в $\mathbb{R}$ зі звичайним відношенням $\leqslant$:

- множина всіх непарний натуральних чисел $2\mathbb{N}+1 = \{2n+1 \mid n \in \mathbb{N}\}$;
- множина всіх парний натуральних чисел $2\mathbb{N} = \{2n \mid n \in \mathbb{N}\}$;
- кожна строго зростаюча послідовність дійсних чисел $\{x_n\}$:

$$x_1 < x_2 < \cdots < x_n < \cdots .$$

Нехай $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ — дві частково впорядковані множини. Відображення $f\colon (X, \leqslant) \to (Y, \leqq)$ називається *ізоморфізмом частково впорядкованих множин* $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$, якщо f — бієктивне відображення та $a \leqslant b$ в $(X, \leqslant)$ тоді і лише тоді, коли $f(a) \leqq f(b)$ в $(Y, \leqq)$. У цьому випадку частково впорядкованих множини $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ називаються *порядково ізоморфними*.

Нехай $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ — дві ізоморфні частково впорядковані множини. Про такі множини ми будемо говорити, що вони мають один і той же *порядковий тип*. Лінійно впорядковані множини — це частковий випадок частково впорядкованих множин, а тому можна також говорити про їх порядковий тип.

Множина натуральних чисел $\mathbb{N}$ зі звичайним відношенням $\leqslant$ є найпростішим прикладом нескінченної лінійно впорядкованої множини. Її порядковий тип позначають через ω. Очевидно, що порядковий тип ω мають також такі підмножини в $\mathbb{R}$ зі звичайним відношенням $\leqslant$:

- множина всіх непарний натуральних чисел $2\mathbb{N} + 1 = \{2n + 1 \mid n \in \mathbb{N}\}$;
- множина всіх парний натуральних чисел $2\mathbb{N} = \{2n \mid n \in \mathbb{N}\}$;
- кожна строго зростаюча послідовність дійсних чисел $\{x_n\}$:

$$x_1 < x_2 < \cdots < x_n < \cdots .$$

Нехай $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ — дві частково впорядковані множини. Відображення $f\colon (X, \leqslant) \to (Y, \leqq)$ називається *ізоморфізмом частково впорядкованих множин* $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$, якщо f — бієктивне відображення та $a \leqslant b$ в $(X, \leqslant)$ тоді і лише тоді, коли $f(a) \leqq f(b)$ в $(Y, \leqq)$. У цьому випадку частково впорядкованих множини $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ називаються *порядково ізоморфними*.

Нехай $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ — дві ізоморфні частково впорядковані множини. Про такі множини ми будемо говорити, що вони мають один і той же *порядковий тип*. Лінійно впорядковані множини — це частковий випадок частково впорядкованих множин, а тому можна також говорити про їх порядковий тип.

Множина натуральних чисел $\mathbb{N}$ зі звичайним відношенням $\leqslant$ є найпростішим прикладом нескінченної лінійно впорядкованої множини. Її порядковий тип позначають через ω. Очевидно, що порядковий тип ω мають також такі підмножини в $\mathbb{R}$ зі звичайним відношенням $\leqslant$:

- множина всіх непарний натуральних чисел $2\mathbb{N}+1 = \{2n+1 \mid n \in \mathbb{N}\}$;
- множина всіх парний натуральних чисел $2\mathbb{N} = \{2n \mid n \in \mathbb{N}\}$;
- кожна строго зростаюча послідовність дійсних чисел $\{x_n\}$:

$$x_1 < x_2 < \cdots < x_n < \cdots .$$

Нехай $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ — дві частково впорядковані множини. Відображення $f\colon (X, \leqslant) \to (Y, \leqq)$ називається *ізоморфізмом частково впорядкованих множин* $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$, якщо f — бієктивне відображення та $a \leqslant b$ в $(X, \leqslant)$ тоді і лише тоді, коли $f(a) \leqq f(b)$ в $(Y, \leqq)$. У цьому випадку частково впорядкованих множини $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ називаються *порядково ізоморфними*.

Нехай $(X, \leqslant)$ та $(Y, \leqq)$ — дві ізоморфні частково впорядковані множини. Про такі множини ми будемо говорити, що вони мають один і той же *порядковий тип*. Лінійно впорядковані множини — це частковий випадок частково впорядкованих множин, а тому можна також говорити про їх порядковий тип.

Множина натуральних чисел $\mathbb{N}$ зі звичайним відношенням $\leqslant$ є найпростішим прикладом нескінченної лінійно впорядкованої множини. Її порядковий тип позначають через ω. Очевидно, що порядковий тип ω мають також такі підмножини в $\mathbb{R}$ зі звичайним відношенням $\leqslant$:

- множина всіх непарний натуральних чисел $2\mathbb{N}+1 = \{2n+1 \mid n \in \mathbb{N}\}$;
- множина всіх парний натуральних чисел $2\mathbb{N} = \{2n \mid n \in \mathbb{N}\}$;
- кожна строго зростаюча послідовність дійсних чисел $\{x_n\}$:

$$x_1 < x_2 < \cdots < x_n < \cdots .$$

Очевидно, якщо дві частково впорядковані множини мають однаковий порядковий тип, то вони рівнопотужні. Однак обернене твердження хибне. Так, зокрема множини натуральних, цілих і раціональних чисел зі звичайним відношенням $\leqslant$ мають однакову потужність, а саме вони зліченні, тобто $|\mathbb{N}| = |\mathbb{Z}| = |\mathbb{Q}| = \aleph_0$, але вони не є попарно порядково ізоморфними, а отже їхні порядкові типи попарно різні.

Лише порядковий тип лінійно впорядкованої скінченної множини X визначається числом $|X| = n$ його елементів і позначається також через n.

На множині натуральних чисел існують інші порядкові типи, відмінні від ω. Таким є, зокрема, порядковий тип множини натуральних чисел з таким лінійним порядком:

$$1<4<7<\cdots<3n+1<\cdots<2<5<8<\cdots<3n+2<\cdots<3<6<9<\cdots<3n+3<\cdots.$$

Порядковий тип такої множини $\omega \cdot 3 = \omega + \omega + \omega$.

Вправа 1.9.29

Доведіть, що множина порядкових типів, яка відповідає потужності $\aleph_0$ є незліченною.

Очевидно, якщо дві частково впорядковані множини мають однаковий порядковий тип, то вони рівнопотужні. Однак обернене твердження хибне. Так, зокрема множини натуральних, цілих і раціональних чисел зі звичайним відношенням $\leqslant$ мають однакову потужність, а саме вони зліченні, тобто $|\mathbb{N}| = |\mathbb{Z}| = |\mathbb{Q}| = \aleph_0$, але вони не є попарно порядково ізоморфними, а отже їхні порядкові типи попарно різні.

Лише порядковий тип лінійно впорядкованої скінченної множини X визначається числом $|X| = n$ його елементів і позначається також через n.

На множині натуральних чисел існують інші порядкові типи, відмінні від ω. Таким є, зокрема, порядковий тип множини натуральних чисел з таким лінійним порядком:

$$1<4<7<\cdots<3n+1<\cdots<2<5<8<\cdots<3n+2<\cdots<3<6<9<\cdots<3n+3<\cdots .$$

Порядковий тип такої множини $\omega \cdot 3 = \omega + \omega + \omega$.

Вправа 1.9.29

Доведіть, що множина порядкових типів, яка відповідає потужності $\aleph_0$ є незліченною.

Очевидно, якщо дві частково впорядковані множини мають однаковий порядковий тип, то вони рівнопотужні. Однак обернене твердження хибне. Так, зокрема множини натуральних, цілих і раціональних чисел зі звичайним відношенням $\leqslant$ мають однакову потужність, а саме вони зліченні, тобто $|\mathbb{N}| = |\mathbb{Z}| = |\mathbb{Q}| = \aleph_0$, але вони не є попарно порядково ізоморфними, а отже їхні порядкові типи попарно різні.

Лише порядковий тип лінійно впорядкованої скінченної множини X визначається числом $|X| = n$ його елементів і позначається також через n.

На множині натуральних чисел існують інші порядкові типи, відмінні від ω. Таким є, зокрема, порядковий тип множини натуральних чисел з таким лінійним порядком:

$$1<4<7<\cdots<3n+1<\cdots<2<5<8<\cdots<3n+2<\cdots<3<6<9<\cdots<3n+3<\cdots.$$

Порядковий тип такої множини $\omega \cdot 3 = \omega + \omega + \omega$.

Вправа 1.9.29

Доведіть, що множина порядкових типів, яка відповідає потужності $\aleph_0$ є незліченною.

Очевидно, якщо дві частково впорядковані множини мають однаковий порядковий тип, то вони рівнопотужні. Однак обернене твердження хибне. Так, зокрема множини натуральних, цілих і раціональних чисел зі звичайним відношенням $\leqslant$ мають однакову потужність, а саме вони зліченні, тобто $|\mathbb{N}| = |\mathbb{Z}| = |\mathbb{Q}| = \aleph_0$, але вони не є попарно порядково ізоморфними, а отже їхні порядкові типи попарно різні.

Лише порядковий тип лінійно впорядкованої скінченної множини X визначається числом $|X| = n$ його елементів і позначається також через n.

На множині натуральних чисел існують інші порядкові типи, відмінні від ω. Таким є, зокрема, порядковий тип множини натуральних чисел з таким лінійним порядком:

$$1<4<7<\cdots<3n+1<\cdots<2<5<8<\cdots<3n+2<\cdots<3<6<9<\cdots<3n+3<\cdots .$$

Порядковий тип такої множини $\omega \cdot 3 = \omega + \omega + \omega$.

Вправа 1.9.29

Доведіть, що множина порядкових типів, яка відповідає потужності $\aleph_0$ є незліченною.

Очевидно, якщо дві частково впорядковані множини мають однаковий порядковий тип, то вони рівнопотужні. Однак обернене твердження хибне. Так, зокрема множини натуральних, цілих і раціональних чисел зі звичайним відношенням $\leqslant$ мають однакову потужність, а саме вони зліченні, тобто $|\mathbb{N}| = |\mathbb{Z}| = |\mathbb{Q}| = \aleph_0$, але вони не є попарно порядково ізоморфними, а отже їхні порядкові типи попарно різні.

Лише порядковий тип лінійно впорядкованої скінченної множини X визначається числом $|X| = n$ його елементів і позначається також через n.

На множині натуральних чисел існують інші порядкові типи, відмінні від ω. Таким є, зокрема, порядковий тип множини натуральних чисел з таким лінійним порядком:

$$1<4<7<\cdots<3n+1<\cdots<2<5<8<\cdots<3n+2<\cdots<3<6<9<\cdots<3n+3<\cdots.$$

Порядковий тип такої множини $\omega \cdot 3 = \omega + \omega + \omega$.

Вправа 1.9.29

Доведіть, що множина порядкових типів, яка відповідає потужності $\aleph_0$ є незліченною.

Очевидно, якщо дві частково впорядковані множини мають однаковий порядковий тип, то вони рівнопотужні. Однак обернене твердження хибне. Так, зокрема множини натуральних, цілих і раціональних чисел зі звичайним відношенням $\leqslant$ мають однакову потужність, а саме вони зліченні, тобто $|\mathbb{N}| = |\mathbb{Z}| = |\mathbb{Q}| = \aleph_0$, але вони не є попарно порядково ізоморфними, а отже їхні порядкові типи попарно різні.

Лише порядковий тип лінійно впорядкованої скінченної множини X визначається числом $|X| = n$ його елементів і позначається також через n.

На множині натуральних чисел існують інші порядкові типи, відмінні від ω. Таким є, зокрема, порядковий тип множини натуральних чисел з таким лінійним порядком:

$$1<4<7<\cdots<3n+1<\cdots<2<5<8<\cdots<3n+2<\cdots<3<6<9<\cdots<3n+3<\cdots.$$

Порядковий тип такої множини $\omega \cdot 3 = \omega + \omega + \omega$.

Вправа 1.9.29

Доведіть, що множина порядкових типів, яка відповідає потужності $\aleph_0$ є незліченною.

Очевидно, якщо дві частково впорядковані множини мають однаковий порядковий тип, то вони рівнопотужні. Однак обернене твердження хибне. Так, зокрема множини натуральних, цілих і раціональних чисел зі звичайним відношенням $\leqslant$ мають однакову потужність, а саме вони зліченні, тобто $|\mathbb{N}| = |\mathbb{Z}| = |\mathbb{Q}| = \aleph_0$, але вони не є попарно порядково ізоморфними, а отже їхні порядкові типи попарно різні.

Лише порядковий тип лінійно впорядкованої скінченної множини X визначається числом $|X| = n$ його елементів і позначається також через n.

На множині натуральних чисел існують інші порядкові типи, відмінні від ω. Таким є, зокрема, порядковий тип множини натуральних чисел з таким лінійним порядком:

$$1<4<7<\cdots<3n+1<\cdots<2<5<8<\cdots<3n+2<\cdots<3<6<9<\cdots<3n+3<\cdots .$$

Порядковий тип такої множини $\omega \cdot 3 = \omega + \omega + \omega$.

Вправа 1.9.29

Доведіть, що множина порядкових типів, яка відповідає потужності $\aleph_0$ є незліченною.

Очевидно, якщо дві частково впорядковані множини мають однаковий порядковий тип, то вони рівнопотужні. Однак обернене твердження хибне. Так, зокрема множини натуральних, цілих і раціональних чисел зі звичайним відношенням $\leqslant$ мають однакову потужність, а саме вони зліченні, тобто $|\mathbb{N}| = |\mathbb{Z}| = |\mathbb{Q}| = \aleph_0$, але вони не є попарно порядково ізоморфними, а отже їхні порядкові типи попарно різні.

Лише порядковий тип лінійно впорядкованої скінченної множини X визначається числом $|X| = n$ його елементів і позначається також через n.

На множині натуральних чисел існують інші порядкові типи, відмінні від ω. Таким є, зокрема, порядковий тип множини натуральних чисел з таким лінійним порядком:

$$1<4<7<\cdots<3n+1<\cdots<2<5<8<\cdots<3n+2<\cdots<3<6<9<\cdots<3n+3<\cdots.$$

Порядковий тип такої множини $\omega \cdot 3 = \omega + \omega + \omega$.

Вправа 1.9.29

Доведіть, що множина порядкових типів, яка відповідає потужності $\aleph_0$ є незліченною.

Очевидно, якщо дві частково впорядковані множини мають однаковий порядковий тип, то вони рівнопотужні. Однак обернене твердження хибне. Так, зокрема множини натуральних, цілих і раціональних чисел зі звичайним відношенням $\leqslant$ мають однакову потужність, а саме вони зліченні, тобто $|\mathbb{N}| = |\mathbb{Z}| = |\mathbb{Q}| = \aleph_0$, але вони не є попарно порядково ізоморфними, а отже їхні порядкові типи попарно різні.

Лише порядковий тип лінійно впорядкованої скінченної множини X визначається числом $|X| = n$ його елементів і позначається також через n.

На множині натуральних чисел існують інші порядкові типи, відмінні від ω. Таким є, зокрема, порядковий тип множини натуральних чисел з таким лінійним порядком:

$$1<4<7<\cdots<3n+1<\cdots<2<5<8<\cdots<3n+2<\cdots<3<6<9<\cdots<3n+3<\cdots.$$

Порядковий тип такої множини $\omega \cdot 3 = \omega + \omega + \omega$.

Вправа 1.9.29

Доведіть, що множина порядкових типів, яка відповідає потужності $\aleph_0$ є незліченною.

Очевидно, якщо дві частково впорядковані множини мають однаковий порядковий тип, то вони рівнопотужні. Однак обернене твердження хибне. Так, зокрема множини натуральних, цілих і раціональних чисел зі звичайним відношенням $\leqslant$ мають однакову потужність, а саме вони зліченні, тобто $|\mathbb{N}| = |\mathbb{Z}| = |\mathbb{Q}| = \aleph_0$, але вони не є попарно порядково ізоморфними, а отже їхні порядкові типи попарно різні.

Лише порядковий тип лінійно впорядкованої скінченної множини X визначається числом $|X| = n$ його елементів і позначається також через n.

На множині натуральних чисел існують інші порядкові типи, відмінні від ω. Таким є, зокрема, порядковий тип множини натуральних чисел з таким лінійним порядком:

$$1<4<7<\cdots<3n+1<\cdots<2<5<8<\cdots<3n+2<\cdots<3<6<9<\cdots<3n+3<\cdots.$$

Порядковий тип такої множини $\omega \cdot 3 = \omega + \omega + \omega$.

Вправа 1.9.29

Доведіть, що множина порядкових типів, яка відповідає потужності $\aleph_0$ є незліченною.

Очевидно, якщо дві частково впорядковані множини мають однаковий порядковий тип, то вони рівнопотужні. Однак обернене твердження хибне. Так, зокрема множини натуральних, цілих і раціональних чисел зі звичайним відношенням $\leqslant$ мають однакову потужність, а саме вони зліченні, тобто $|\mathbb{N}| = |\mathbb{Z}| = |\mathbb{Q}| = \aleph_0$, але вони не є попарно порядково ізоморфними, а отже їхні порядкові типи попарно різні.

Лише порядковий тип лінійно впорядкованої скінченної множини X визначається числом $|X| = n$ його елементів і позначається також через n.

На множині натуральних чисел існують інші порядкові типи, відмінні від ω. Таким є, зокрема, порядковий тип множини натуральних чисел з таким лінійним порядком:

$$1<4<7<\cdots<3n+1<\cdots<2<5<8<\cdots<3n+2<\cdots<3<6<9<\cdots<3n+3<\cdots.$$

Порядковий тип такої множини $\omega \cdot 3 = \omega + \omega + \omega$.

Вправа 1.9.29

Доведіть, що множина порядкових типів, яка відповідає потужності $\aleph_0$ є незліченною.

Очевидно, якщо дві частково впорядковані множини мають однаковий порядковий тип, то вони рівнопотужні. Однак обернене твердження хибне. Так, зокрема множини натуральних, цілих і раціональних чисел зі звичайним відношенням $\leqslant$ мають однакову потужність, а саме вони зліченні, тобто $|\mathbb{N}| = |\mathbb{Z}| = |\mathbb{Q}| = \aleph_0$, але вони не є попарно порядково ізоморфними, а отже їхні порядкові типи попарно різні.

Лише порядковий тип лінійно впорядкованої скінченної множини X визначається числом $|X| = n$ його елементів і позначається також через n.

На множині натуральних чисел існують інші порядкові типи, відмінні від ω. Таким є, зокрема, порядковий тип множини натуральних чисел з таким лінійним порядком:

$$1<4<7<\cdots<3n+1<\cdots<2<5<8<\cdots<3n+2<\cdots<3<6<9<\cdots<3n+3<\cdots .$$

Порядковий тип такої множини $\omega \cdot 3 = \omega + \omega + \omega$.

Вправа 1.9.29

Доведіть, що множина порядкових типів, яка відповідає потужності $\aleph_0$ є незліченною.

Очевидно, якщо дві частково впорядковані множини мають однаковий порядковий тип, то вони рівнопотужні. Однак обернене твердження хибне. Так, зокрема множини натуральних, цілих і раціональних чисел зі звичайним відношенням $\leqslant$ мають однакову потужність, а саме вони зліченні, тобто $|\mathbb{N}| = |\mathbb{Z}| = |\mathbb{Q}| = \aleph_0$, але вони не є попарно порядково ізоморфними, а отже їхні порядкові типи попарно різні.

Лише порядковий тип лінійно впорядкованої скінченної множини X визначається числом $|X| = n$ його елементів і позначається також через n.

На множині натуральних чисел існують інші порядкові типи, відмінні від ω. Таким є, зокрема, порядковий тип множини натуральних чисел з таким лінійним порядком:

$$1{<}4{<}7{<}\cdots{<}3n{+}1{<}\cdots{<}2{<}5{<}8{<}\cdots{<}3n{+}2{<}\cdots{<}3{<}6{<}9{<}\cdots{<}3n{+}3{<}\cdots .$$

Порядковий тип такої множини $\omega \cdot 3 = \omega + \omega + \omega$.

Вправа 1.9.29

Доведіть, що множина порядкових типів, яка відповідає потужності $\aleph_0$ є незліченною.

Очевидно, якщо дві частково впорядковані множини мають однаковий порядковий тип, то вони рівнопотужні. Однак обернене твердження хибне. Так, зокрема множини натуральних, цілих і раціональних чисел зі звичайним відношенням $\leqslant$ мають однакову потужність, а саме вони зліченні, тобто $|\mathbb{N}| = |\mathbb{Z}| = |\mathbb{Q}| = \aleph_0$, але вони не є попарно порядково ізоморфними, а отже їхні порядкові типи попарно різні.

Лише порядковий тип лінійно впорядкованої скінченної множини X визначається числом $|X| = n$ його елементів і позначається також через n.

На множині натуральних чисел існують інші порядкові типи, відмінні від ω. Таким є, зокрема, порядковий тип множини натуральних чисел з таким лінійним порядком:

$$1{<}4{<}7{<}\cdots{<}3n{+}1{<}\cdots{<}2{<}5{<}8{<}\cdots{<}3n{+}2{<}\cdots{<}3{<}6{<}9{<}\cdots{<}3n{+}3{<}\cdots .$$

Порядковий тип такої множини $\omega \cdot 3 = \omega + \omega + \omega$.

Вправа 1.9.29

Доведіть, що множина порядкових типів, яка відповідає потужності $\aleph_0$ є незліченною.

Нагадаємо означення *цілком впорядкованої множини*: це така лінійно впорядкована множина, що кожна її непорожня підмножина має найменший елемент. Серед нескінченних множин натуральні числа зі звичайним порядком є цілком впорядкованою множиною. Також на кожній скінченній множині можна визначити повний порядок.

Зауважимо, що множина від'ємних цілих чисел зі звичайним порядком $\leqslant$ є лінійно впорядкованою, але не є цілком впорядкованою, а її порядковий тип записують ω^*.
Очевидно, також, що довільна непорожня підмножина цілком впорядкованої множини є також цілком впорядкованою.

Виникає питання: *чи на кожній множині можна визначити повний порядок?* Виявляється, умова, що кожну множину можна цілком впорядкувати еквівалентна аксіомі вибору, і це довів Цермело на початку минулого століття. Аксіому вибору часто називають також аксіомою Цермело, оскільки саме він її ввів.

Аксіома вибору.

Нехай $\mathfrak{M} = \{M_i \mid i \in \mathcal{J}\}$ — множина диз'юнктних непорожніх множин. Тоді існує множина M, кожен елемент якої m_i є елементом деякої множини M_i і M перетинається з множиною M_i по одному елементу m_i.

Нагадаємо означення *цілком впорядкованої множини*: це така лінійно впорядкована множина, що кожна її непорожня підмножина має найменший елемент. Серед нескінченних множин натуральні числа зі звичайним порядком є цілком впорядкованою множиною. Також на кожній скінченній множині можна визначити повний порядок.

Зауважимо, що множина від'ємних цілих чисел зі звичайним порядком $\leqslant$ є лінійно впорядкованою, але не є цілком впорядкованою, а її порядковий тип записують ω^*.
Очевидно, також, що довільна непорожня підмножина цілком впорядкованої множини є також цілком впорядкованою.

Виникає питання: *чи на кожній множині можна визначити повний порядок?* Виявляється, умова, що кожну множину можна цілком впорядкувати еквівалентна аксіомі вибору, і це довів Цермело на початку минулого століття. Аксіому вибору часто називають також аксіомою Цермело, оскільки саме він її ввів.

Аксіома вибору.

Нехай $\mathfrak{M} = \{M_i \mid i \in \mathcal{J}\}$ — множина диз'юнктних непорожніх множин. Тоді існує множина M, кожен елемент якої m_i є елементом деякої множини M_i і M перетинається з множиною M_i по одному елементу m_i.

Нагадаємо означення *цілком впорядкованої множини*: це така лінійно впорядкована множина, що кожна її непорожня підмножина має найменший елемент. Серед нескінченних множин натуральні числа зі звичайним порядком є цілком впорядкованою множиною. Також на кожній скінченній множині можна визначити повний порядок.

Зауважимо, що множина від'ємних цілих чисел зі звичайним порядком $\leqslant$ є лінійно впорядкованою, але не є цілком впорядкованою, а її порядковий тип записують ω^*.
Очевидно, також, що довільна непорожня підмножина цілком впорядкованої множини є також цілком впорядкованою.

Виникає питання: *чи на кожній множині можна визначити повний порядок?* Виявляється, умова, що кожну множину можна цілком впорядкувати еквівалентна аксіомі вибору, і це довів Цермело на початку минулого століття. Аксіому вибору часто називають також аксіомою Цермело, оскільки саме він її ввів.

Аксіома вибору.

Нехай $\mathfrak{M} = \{M_i \mid i \in \mathcal{J}\}$ — множина диз'юнктних непорожніх множин. Тоді існує множина M, кожен елемент якої m_i є елементом деякої множини M_i і M перетинається з множиною M_i по одному елементу m_i.

Нагадаємо означення *цілком впорядкованої множини*: це така лінійно впорядкована множина, що кожна її непорожня підмножина має найменший елемент. Серед нескінченних множин натуральні числа зі звичайним порядком є цілком впорядкованою множиною. Також на кожній скінченній множині можна визначити повний порядок.

Зауважимо, що множина від'ємних цілих чисел зі звичайним порядком $\leqslant$ є лінійно впорядкованою, але не є цілком впорядкованою, а її порядковий тип записують ω^*.
Очевидно, також, що довільна непорожня підмножина цілком впорядкованої множини є також цілком впорядкованою.

Виникає питання: *чи на кожній множині можна визначити повний порядок?* Виявляється, умова, що кожну множину можна цілком впорядкувати еквівалентна аксіомі вибору, і це довів Цермело на початку минулого століття. Аксіому вибору часто називають також аксіомою Цермело, оскільки саме він її ввів.

Аксіома вибору.

Нехай $\mathfrak{M} = \{M_i \mid i \in \mathcal{J}\}$ — множина диз'юнктних непорожніх множин. Тоді існує множина M, кожен елемент якої m_i є елементом деякої множини M_i і M перетинається з множиною M_i по одному елементу m_i.

Нагадаємо означення *цілком впорядкованої множини*: це така лінійно впорядкована множина, що кожна її непорожня підмножина має найменший елемент. Серед нескінченних множин натуральні числа зі звичайним порядком є цілком впорядкованою множиною. Також на кожній скінченній множині можна визначити повний порядок.

Зауважимо, що множина від'ємних цілих чисел зі звичайним порядком $\leqslant$ є лінійно впорядкованою, але не є цілком впорядкованою, а її порядковий тип записують ω^*.
Очевидно, також, що довільна непорожня підмножина цілком впорядкованої множини є також цілком впорядкованою.

Виникає питання: *чи на кожній множині можна визначити повний порядок?* Виявляється, умова, що кожну множину можна цілком впорядкувати еквівалентна аксіомі вибору, і це довів Цермело на початку минулого століття. Аксіому вибору часто називають також аксіомою Цермело, оскільки саме він її ввів.

Аксіома вибору.

Нехай $\mathfrak{M} = \{M_i \mid i \in \mathcal{J}\}$ — множина диз'юнктних непорожніх множин. Тоді існує множина M, кожен елемент якої m_i є елементом деякої множини M_i і M перетинається з множиною M_i по одному елементу m_i.

Нагадаємо означення *цілком впорядкованої множини*: це така лінійно впорядкована множина, що кожна її непорожня підмножина має найменший елемент. Серед нескінченних множин натуральні числа зі звичайним порядком є цілком впорядкованою множиною. Також на кожній скінченній множині можна визначити повний порядок.

Зауважимо, що множина від'ємних цілих чисел зі звичайним порядком $\leqslant$ є лінійно впорядкованою, але не є цілком впорядкованою, а її порядковий тип записують ω^*.
Очевидно, також, що довільна непорожня підмножина цілком впорядкованої множини є також цілком впорядкованою.

Виникає питання: *чи на кожній множині можна визначити повний порядок?* Виявляється, умова, що кожну множину можна цілком впорядкувати еквівалентна аксіомі вибору, і це довів Цермело на початку минулого століття. Аксіому вибору часто називають також аксіомою Цермело, оскільки саме він її ввів.

Аксіома вибору.

Нехай $\mathfrak{M} = \{M_i \mid i \in \mathcal{J}\}$ — множина диз'юнктних непорожніх множин. Тоді існує множина M, кожен елемент якої m_i є елементом деякої множини M_i і M перетинається з множиною M_i по одному елементу m_i.

Нагадаємо означення *цілком впорядкованої множини*: це така лінійно впорядкована множина, що кожна її непорожня підмножина має найменший елемент. Серед нескінченних множин натуральні числа зі звичайним порядком є цілком впорядкованою множиною. Також на кожній скінченній множині можна визначити повний порядок.

Зауважимо, що множина від'ємних цілих чисел зі звичайним порядком $\leqslant$ є лінійно впорядкованою, але не є цілком впорядкованою, а її порядковий тип записують ω^*.
Очевидно, також, що довільна непорожня підмножина цілком впорядкованої множини є також цілком впорядкованою.

Виникає питання: *чи на кожній множині можна визначити повний порядок?* Виявляється, умова, що кожну множину можна цілком впорядкувати еквівалентна аксіомі вибору, і це довів Цермело на початку минулого століття. Аксіому вибору часто називають також аксіомою Цермело, оскільки саме він її ввів.

Аксіома вибору.

Нехай $\mathfrak{M} = \{M_i \mid i \in \mathcal{J}\}$ — множина диз'юнктних непорожніх множин. Тоді існує множина M, кожен елемент якої m_i є елементом деякої множини M_i і M перетинається з множиною M_i по одному елементу m_i.

Нагадаємо означення *цілком впорядкованої множини*: це така лінійно впорядкована множина, що кожна її непорожня підмножина має найменший елемент. Серед нескінченних множин натуральні числа зі звичайним порядком є цілком впорядкованою множиною. Також на кожній скінченній множині можна визначити повний порядок.

Зауважимо, що множина від'ємних цілих чисел зі звичайним порядком $\leqslant$ є лінійно впорядкованою, але не є цілком впорядкованою, а її порядковий тип записують ω^*.
Очевидно, також, що довільна непорожня підмножина цілком впорядкованої множини є також цілком впорядкованою.

Виникає питання: *чи на кожній множині можна визначити повний порядок?* Виявляється, умова, що кожну множину можна цілком впорядкувати еквівалентна аксіомі вибору, і це довів Цермело на початку минулого століття. Аксіому вибору часто називають також аксіомою Цермело, оскільки саме він її ввів.

Аксіома вибору.

Нехай $\mathfrak{M} = \{M_i \mid i \in \mathcal{J}\}$ — множина диз'юнктних непорожніх множин. Тоді існує множина M, кожен елемент якої m_i є елементом деякої множини M_i і M перетинається з множиною M_i по одному елементу m_i.

Нагадаємо означення *цілком впорядкованої множини*: це така лінійно впорядкована множина, що кожна її непорожня підмножина має найменший елемент. Серед нескінченних множин натуральні числа зі звичайним порядком є цілком впорядкованою множиною. Також на кожній скінченній множині можна визначити повний порядок.

Зауважимо, що множина від'ємних цілих чисел зі звичайним порядком $\leqslant$ є лінійно впорядкованою, але не є цілком впорядкованою, а її порядковий тип записують ω^*.

Очевидно, також, що довільна непорожня підмножина цілком впорядкованої множини є також цілком впорядкованою.

Виникає питання: *чи на кожній множині можна визначити повний порядок?* Виявляється, умова, що кожну множину можна цілком впорядкувати еквівалентна аксіомі вибору, і це довів Цермело на початку минулого століття. Аксіому вибору часто називають також аксіомою Цермело, оскільки саме він її ввів.

Аксіома вибору.

Нехай $\mathfrak{M} = \{M_i \mid i \in \mathcal{J}\}$ — множина диз'юнктних непорожніх множин. Тоді існує множина M, кожен елемент якої m_i є елементом деякої множини M_i і M перетинається з множиною M_i по одному елементу m_i.

Нагадаємо означення *цілком впорядкованої множини*: це така лінійно впорядкована множина, що кожна її непорожня підмножина має найменший елемент. Серед нескінченних множин натуральні числа зі звичайним порядком є цілком впорядкованою множиною. Також на кожній скінченній множині можна визначити повний порядок.

Зауважимо, що множина від'ємних цілих чисел зі звичайним порядком $\leqslant$ є лінійно впорядкованою, але не є цілком впорядкованою, а її порядковий тип записують ω^*.
Очевидно, також, що довільна непорожня підмножина цілком впорядкованої множини є також цілком впорядкованою.

Виникає питання: *чи на кожній множині можна визначити повний порядок?* Виявляється, умова, що кожну множину можна цілком впорядкувати еквівалентна аксіомі вибору, і це довів Цермело на початку минулого століття. Аксіому вибору часто називають також аксіомою Цермело, оскільки саме він її ввів.

Аксіома вибору.

Нехай $\mathfrak{M} = \{M_i \mid i \in \mathcal{J}\}$ — множина диз'юнктних непорожніх множин. Тоді існує множина M, кожен елемент якої m_i є елементом деякої множини M_i і M перетинається з множиною M_i по одному елементу m_i.

Нагадаємо означення *цілком впорядкованої множини*: це така лінійно впорядкована множина, що кожна її непорожня підмножина має найменший елемент. Серед нескінченних множин натуральні числа зі звичайним порядком є цілком впорядкованою множиною. Також на кожній скінченній множині можна визначити повний порядок.

Зауважимо, що множина від'ємних цілих чисел зі звичайним порядком $\leqslant$ є лінійно впорядкованою, але не є цілком впорядкованою, а її порядковий тип записують ω^*.
Очевидно, також, що довільна непорожня підмножина цілком впорядкованої множини є також цілком впорядкованою.

Виникає питання: *чи на кожній множині можна визначити повний порядок?* Виявляється, умова, що кожну множину можна цілком впорядкувати еквівалентна аксіомі вибору, і це довів Цермело на початку минулого століття. Аксіому вибору часто називають також аксіомою Цермело, оскільки саме він її ввів.

Аксіома вибору.

Нехай $\mathfrak{M} = \{M_i \mid i \in \mathcal{J}\}$ — множина диз'юнктних непорожніх множин. Тоді існує множина M, кожен елемент якої m_i є елементом деякої множини M_i і M перетинається з множиною M_i по одному елементу m_i.

Нагадаємо означення *цілком впорядкованої множини*: це така лінійно впорядкована множина, що кожна її непорожня підмножина має найменший елемент. Серед нескінченних множин натуральні числа зі звичайним порядком є цілком впорядкованою множиною. Також на кожній скінченній множині можна визначити повний порядок.

Зауважимо, що множина від'ємних цілих чисел зі звичайним порядком $\leqslant$ є лінійно впорядкованою, але не є цілком впорядкованою, а її порядковий тип записують ω^*.
Очевидно, також, що довільна непорожня підмножина цілком впорядкованої множини є також цілком впорядкованою.

Виникає питання: *чи на кожній множині можна визначити повний порядок?* Виявляється, умова, що кожну множину можна цілком впорядкувати еквівалентна аксіомі вибору, і це довів Цермело на початку минулого століття. Аксіому вибору часто називають також аксіомою Цермело, оскільки саме він її ввів.

Аксіома вибору.

Нехай $\mathfrak{M} = \{M_i \mid i \in \mathcal{I}\}$ — множина диз'юнктних непорожніх множин. Тоді існує множина M, кожен елемент якої m_i є елементом деякої множини M_i і M перетинається з множиною M_i по одному елементу m_i.

Нагадаємо означення *цілком впорядкованої множини*: це така лінійно впорядкована множина, що кожна її непорожня підмножина має найменший елемент. Серед нескінченних множин натуральні числа зі звичайним порядком є цілком впорядкованою множиною. Також на кожній скінченній множині можна визначити повний порядок.

Зауважимо, що множина від'ємних цілих чисел зі звичайним порядком $\leqslant$ є лінійно впорядкованою, але не є цілком впорядкованою, а її порядковий тип записують ω^*.
Очевидно, також, що довільна непорожня підмножина цілком впорядкованої множини є також цілком впорядкованою.

Виникає питання: *чи на кожній множині можна визначити повний порядок?* Виявляється, умова, що кожну множину можна цілком впорядкувати еквівалентна аксіомі вибору, і це довів Цермело на початку минулого століття. Аксіому вибору часто називають також аксіомою Цермело, оскільки саме він її ввів.

Аксіома вибору.

Нехай $\mathfrak{M} = \{M_i \mid i \in \mathcal{J}\}$ — множина диз'юнктних непорожніх множин. Тоді існує множина M, кожен елемент якої m_i є елементом деякої множини M_i і M перетинається з множиною M_i по одному елементу m_i.

Нагадаємо означення *цілком впорядкованої множини*: це така лінійно впорядкована множина, що кожна її непорожня підмножина має найменший елемент. Серед нескінченних множин натуральні числа зі звичайним порядком є цілком впорядкованою множиною. Також на кожній скінченній множині можна визначити повний порядок.

Зауважимо, що множина від'ємних цілих чисел зі звичайним порядком $\leqslant$ є лінійно впорядкованою, але не є цілком впорядкованою, а її порядковий тип записують ω^*.
Очевидно, також, що довільна непорожня підмножина цілком впорядкованої множини є також цілком впорядкованою.

Виникає питання: *чи на кожній множині можна визначити повний порядок?* Виявляється, умова, що кожну множину можна цілком впорядкувати еквівалентна аксіомі вибору, і це довів Цермело на початку минулого століття. Аксіому вибору часто називають також аксіомою Цермело, оскільки саме він її ввів.

Аксіома вибору.

Нехай $\mathfrak{M} = \{M_i \mid i \in \mathcal{J}\}$ — множина диз'юнктних непорожніх множин. Тоді існує множина M, кожен елемент якої m_i є елементом деякої множини M_i і M перетинається з множиною M_i по одному елементу m_i.

Нагадаємо означення *цілком впорядкованої множини*: це така лінійно впорядкована множина, що кожна її непорожня підмножина має найменший елемент. Серед нескінченних множин натуральні числа зі звичайним порядком є цілком впорядкованою множиною. Також на кожній скінченній множині можна визначити повний порядок.

Зауважимо, що множина від'ємних цілих чисел зі звичайним порядком $\leqslant$ є лінійно впорядкованою, але не є цілком впорядкованою, а її порядковий тип записують ω^*.
Очевидно, також, що довільна непорожня підмножина цілком впорядкованої множини є також цілком впорядкованою.

Виникає питання: *чи на кожній множині можна визначити повний порядок?* Виявляється, умова, що кожну множину можна цілком впорядкувати еквівалентна аксіомі вибору, і це довів Цермело на початку минулого століття. Аксіому вибору часто називають також аксіомою Цермело, оскільки саме він її ввів.

Аксіома вибору.

Нехай $\mathfrak{M} = \{M_i \mid i \in \mathcal{J}\}$ — множина диз'юнктних непорожніх множин. Тоді існує множина M, кожен елемент якої m_i є елементом деякої множини M_i і M перетинається з множиною M_i по одному елементу m_i.

Нагадаємо означення *цілком впорядкованої множини*: це така лінійно впорядкована множина, що кожна її непорожня підмножина має найменший елемент. Серед нескінченних множин натуральні числа зі звичайним порядком є цілком впорядкованою множиною. Також на кожній скінченній множині можна визначити повний порядок.

Зауважимо, що множина від'ємних цілих чисел зі звичайним порядком $\leqslant$ є лінійно впорядкованою, але не є цілком впорядкованою, а її порядковий тип записують ω^*.
Очевидно, також, що довільна непорожня підмножина цілком впорядкованої множини є також цілком впорядкованою.

Виникає питання: *чи на кожній множині можна визначити повний порядок?* Виявляється, умова, що кожну множину можна цілком впорядкувати еквівалентна аксіомі вибору, і це довів Цермело на початку минулого століття. Аксіому вибору часто називають також аксіомою Цермело, оскільки саме він її ввів.

Аксіома вибору.

Нехай $\mathfrak{M} = \{M_i \mid i \in \mathcal{J}\}$ — множина диз'юнктних непорожніх множин. Тоді існує множина M, кожен елемент якої m_i є елементом деякої множини M_i і M перетинається з множиною M_i по одному елементу m_i.

Нагадаємо означення *цілком впорядкованої множини*: це така лінійно впорядкована множина, що кожна її непорожня підмножина має найменший елемент. Серед нескінченних множин натуральні числа зі звичайним порядком є цілком впорядкованою множиною. Також на кожній скінченній множині можна визначити повний порядок.

Зауважимо, що множина від'ємних цілих чисел зі звичайним порядком $\leqslant$ є лінійно впорядкованою, але не є цілком впорядкованою, а її порядковий тип записують ω^*.
Очевидно, також, що довільна непорожня підмножина цілком впорядкованої множини є також цілком впорядкованою.

Виникає питання: *чи на кожній множині можна визначити повний порядок?* Виявляється, умова, що кожну множину можна цілком впорядкувати еквівалентна аксіомі вибору, і це довів Цермело на початку минулого століття. Аксіому вибору часто називають також аксіомою Цермело, оскільки саме він її ввів.

Аксіома вибору.

Нехай $\mathfrak{M} = \{M_i \mid i \in \mathcal{J}\}$ — множина диз'юнктних непорожніх множин. Тоді існує множина M, кожен елемент якої m_i є елементом деякої множини M_i і M перетинається з множиною M_i по одному елементу m_i.

Нагадаємо означення *цілком впорядкованої множини*: це така лінійно впорядкована множина, що кожна її непорожня підмножина має найменший елемент. Серед нескінченних множин натуральні числа зі звичайним порядком є цілком впорядкованою множиною. Також на кожній скінченній множині можна визначити повний порядок.

Зауважимо, що множина від'ємних цілих чисел зі звичайним порядком $\leqslant$ є лінійно впорядкованою, але не є цілком впорядкованою, а її порядковий тип записують ω^*.
Очевидно, також, що довільна непорожня підмножина цілком впорядкованої множини є також цілком впорядкованою.

Виникає питання: *чи на кожній множині можна визначити повний порядок?* Виявляється, умова, що кожну множину можна цілком впорядкувати еквівалентна аксіомі вибору, і це довів Цермело на початку минулого століття. Аксіому вибору часто називають також аксіомою Цермело, оскільки саме він її ввів.

Аксіома вибору.

Нехай $\mathfrak{M} = \{M_i \mid i \in \mathcal{J}\}$ — множина диз'юнктних непорожніх множин. Тоді існує множина M, кожен елемент якої m_i є елементом деякої множини M_i і M перетинається з множиною M_i по одному елементу m_i.

Нагадаємо означення *цілком впорядкованої множини*: це така лінійно впорядкована множина, що кожна її непорожня підмножина має найменший елемент. Серед нескінченних множин натуральні числа зі звичайним порядком є цілком впорядкованою множиною. Також на кожній скінченній множині можна визначити повний порядок.

Зауважимо, що множина від'ємних цілих чисел зі звичайним порядком $\leqslant$ є лінійно впорядкованою, але не є цілком впорядкованою, а її порядковий тип записують ω^*.
Очевидно, також, що довільна непорожня підмножина цілком впорядкованої множини є також цілком впорядкованою.

Виникає питання: *чи на кожній множині можна визначити повний порядок?* Виявляється, умова, що кожну множину можна цілком впорядкувати еквівалентна аксіомі вибору, і це довів Цермело на початку минулого століття. Аксіому вибору часто називають також аксіомою Цермело, оскільки саме він її ввів.

Аксіома вибору.

Нехай $\mathfrak{M} = \{M_i \mid i \in \mathcal{J}\}$ — множина диз'юнктних непорожніх множин. Тоді існує множина M, кожен елемент якої m_i є елементом деякої множини M_i і M перетинається з множиною M_i по одному елементу m_i.

Нагадаємо означення *цілком впорядкованої множини*: це така лінійно впорядкована множина, що кожна її непорожня підмножина має найменший елемент. Серед нескінченних множин натуральні числа зі звичайним порядком є цілком впорядкованою множиною. Також на кожній скінченній множині можна визначити повний порядок.

Зауважимо, що множина від'ємних цілих чисел зі звичайним порядком $\leqslant$ є лінійно впорядкованою, але не є цілком впорядкованою, а її порядковий тип записують ω^*.
Очевидно, також, що довільна непорожня підмножина цілком впорядкованої множини є також цілком впорядкованою.

Виникає питання: *чи на кожній множині можна визначити повний порядок?* Виявляється, умова, що кожну множину можна цілком впорядкувати еквівалентна аксіомі вибору, і це довів Цермело на початку минулого століття. Аксіому вибору часто називають також аксіомою Цермело, оскільки саме він її ввів.

Аксіома вибору.

Нехай $\mathfrak{M} = \{M_i \mid i \in \mathcal{J}\}$ — множина диз'юнктних непорожніх множин. Тоді існує множина M, кожен елемент якої m_i є елементом деякої множини M_i і M перетинається з множиною M_i по одному елементу m_i.

Порядковий тип цілком впорядкованої множини називається *ординалом*, або *ординальним числом*. Ординали представляють собою одне з розширень натуральних чисел, яке відрізняється як від цілих, так і від кардинальних чисел. Як й інші різноманітності чисел, їх можна додавати, множити та підносити до степеня. Порядкові типи нескінченних цілком впорядкованих множин називаються *трансфінітами* (лат. *trans* — за, через + *finitio* — край, межа) або *трансфінітними числами*. Ординали відіграють важливу роль у доведенні багатьох теорем теорії множин — зокрема, завдяки пов'язаному з ними принципу трансфінітної індукції.

Порядкові числа були введені Георгом Кантором (Georg Cantor) у 1883 р. як спосіб описання нескінченних послідовностей, а також класифікації множин, на яких визначена впорядкована структура. Він випадково відкрив впорядковані числа, розв'язуючи задачу, яка стосувалася тригонометричних рядів.

Порядковий тип цілком впорядкованої множини називається *ординалом*, або *ординальним числом*. Ординали представляють собою одне з розширень натуральних чисел, яке відрізняється як від цілих, так і від кардинальних чисел. Як й інші різноманітності чисел, їх можна додавати, множити та підносити до степеня. Порядкові типи нескінченних цілком впорядкованих множин називаються *трансфінітами* (лат. *trans* — за, через + *finitio* — край, межа) або *трансфінітними числами*. Ординали відіграють важливу роль у доведенні багатьох теорем теорії множин — зокрема, завдяки пов'язаному з ними принципу трансфінітної індукції.

Порядкові числа були введені Георгом Кантором (Georg Cantor) у 1883 р. як спосіб описання нескінченних послідовностей, а також класифікації множин, на яких визначена впорядкована структура. Він випадково відкрив впорядковані числа, розв'язуючи задачу, яка стосувалася тригонометричних рядів.

Порядковий тип цілком впорядкованої множини називається *ординалом*, або *ординальним числом*. Ординали представляють собою одне з розширень натуральних чисел, яке відрізняється як від цілих, так і від кардинальних чисел. Як й інші різноманітності чисел, їх можна додавати, множити та підносити до степеня. Порядкові типи нескінченних цілком впорядкованих множин називаються *трансфінітами* (лат. *trans* — за, через + *finitio* — край, межа) або *трансфінітними числами*. Ординали відіграють важливу роль у доведенні багатьох теорем теорії множин — зокрема, завдяки пов'язаному з ними принципу трансфінітної індукції.

Порядкові числа були введені Георгом Кантором (Georg Cantor) у 1883 р. як спосіб описання нескінченних послідовностей, а також класифікації множин, на яких визначена впорядкована структура. Він випадково відкрив впорядковані числа, розв'язуючи задачу, яка стосувалася тригонометричних рядів.

Порядковий тип цілком впорядкованої множини називається *ординалом*, або *ординальним числом*. Ординали представляють собою одне з розширень натуральних чисел, яке відрізняється як від цілих, так і від кардинальних чисел. Як й інші різноманітності чисел, їх можна додавати, множити та підносити до степеня. Порядкові типи нескінченних цілком впорядкованих множин називаються *трансфінітами* (лат. *trans* — за, через + *finitio* — край, межа) або *трансфінітними числами*. Ординали відіграють важливу роль у доведенні багатьох теорем теорії множин — зокрема, завдяки пов'язаному з ними принципу трансфінітної індукції.

Порядкові числа були введені Георгом Кантором (Georg Cantor) у 1883 р. як спосіб описання нескінченних послідовностей, а також класифікації множин, на яких визначена впорядкована структура. Він випадково відкрив впорядковані числа, розв'язуючи задачу, яка стосувалася тригонометричних рядів.

Порядковий тип цілком впорядкованої множини називається *ординалом*, або *ординальним числом*. Ординали представляють собою одне з розширень натуральних чисел, яке відрізняється як від цілих, так і від кардинальних чисел. Як й інші різноманітності чисел, їх можна додавати, множити та підносити до степеня. Порядкові типи нескінченних цілком впорядкованих множин називаються *трансфінітами* (лат. *trans* — за, через + *finitio* — край, межа) або *трансфінітними числами*. Ординали відіграють важливу роль у доведенні багатьох теорем теорії множин — зокрема, завдяки пов'язаному з ними принципу трансфінітної індукції.

Порядкові числа були введені Георгом Кантором (Georg Cantor) у 1883 р. як спосіб описання нескінченних послідовностей, а також класифікації множин, на яких визначена впорядкована структура. Він випадково відкрив впорядковані числа, розв'язуючи задачу, яка стосувалася тригонометричних рядів.

Порядковий тип цілком впорядкованої множини називається *ординалом*, або *ординальним числом*. Ординали представляють собою одне з розширень натуральних чисел, яке відрізняється як від цілих, так і від кардинальних чисел. Як й інші різноманітності чисел, їх можна додавати, множити та підносити до степеня. Порядкові типи нескінченних цілком впорядкованих множин називаються *трансфінітами* (лат. *trans* — за, через + *finitio* — край, межа) або *трансфінітними числами*. Ординали відіграють важливу роль у доведенні багатьох теорем теорії множин — зокрема, завдяки пов'язаному з ними принципу трансфінітної індукції.

Порядкові числа були введені Георгом Кантором (Georg Cantor) у 1883 р. як спосіб описання нескінченних послідовностей, а також класифікації множин, на яких визначена впорядкована структура. Він випадково відкрив впорядковані числа, розв'язуючи задачу, яка стосувалася тригонометричних рядів.

Порядковий тип цілком впорядкованої множини називається *ординалом*, або *ординальним числом*. Ординали представляють собою одне з розширень натуральних чисел, яке відрізняється як від цілих, так і від кардинальних чисел. Як й інші різноманітності чисел, їх можна додавати, множити та підносити до степеня. Порядкові типи нескінченних цілком впорядкованих множин називаються *трансфінітами* (лат. *trans* — за, через + *finitio* — край, межа) або *трансфінітними числами*. Ординали відіграють важливу роль у доведенні багатьох теорем теорії множин — зокрема, завдяки пов'язаному з ними принципу трансфінітної індукції.

Порядкові числа були введені Георгом Кантором (Georg Cantor) у 1883 р. як спосіб описання нескінченних послідовностей, а також класифікації множин, на яких визначена впорядкована структура. Він випадково відкрив впорядковані числа, розв'язуючи задачу, яка стосувалася тригонометричних рядів.

Порядковий тип цілком впорядкованої множини називається *ординалом*, або *ординальним числом*. Ординали представляють собою одне з розширень натуральних чисел, яке відрізняється як від цілих, так і від кардинальних чисел. Як й інші різноманітності чисел, їх можна додавати, множити та підносити до степеня. Порядкові типи нескінченних цілком впорядкованих множин називаються *трансфінітами* (лат. *trans* — за, через + *finitio* — край, межа) або *трансфінітними числами*. Ординали відіграють важливу роль у доведенні багатьох теорем теорії множин — зокрема, завдяки пов'язаному з ними принципу трансфінітної індукції.

Порядкові числа були введені Георгом Кантором (Georg Cantor) у 1883 р. як спосіб описання нескінченних послідовностей, а також класифікації множин, на яких визначена впорядкована структура. Він випадково відкрив впорядковані числа, розв'язуючи задачу, яка стосувалася тригонометричних рядів.

Порядковий тип цілком впорядкованої множини називається *ординалом*, або *ординальним числом*. Ординали представляють собою одне з розширень натуральних чисел, яке відрізняється як від цілих, так і від кардинальних чисел. Як й інші різноманітності чисел, їх можна додавати, множити та підносити до степеня. Порядкові типи нескінченних цілком впорядкованих множин називаються *трансфінітами* (лат. *trans* — за, через + *finitio* — край, межа) або *трансфінітними числами*. Ординали відіграють важливу роль у доведенні багатьох теорем теорії множин — зокрема, завдяки пов'язаному з ними принципу трансфінітної індукції.

Порядкові числа були введені Георгом Кантором (Georg Cantor) у 1883 р. як спосіб описання нескінченних послідовностей, а також класифікації множин, на яких визначена впорядкована структура. Він випадково відкрив впорядковані числа, розв'язуючи задачу, яка стосувалася тригонометричних рядів.

Порядковий тип цілком впорядкованої множини називається *ординалом*, або *ординальним числом*. Ординали представляють собою одне з розширень натуральних чисел, яке відрізняється як від цілих, так і від кардинальних чисел. Як й інші різноманітності чисел, їх можна додавати, множити та підносити до степеня. Порядкові типи нескінченних цілком впорядкованих множин називаються *трансфінітами* (лат. *trans* — за, через + *finitio* — край, межа) або *трансфінітними числами*. Ординали відіграють важливу роль у доведенні багатьох теорем теорії множин — зокрема, завдяки пов'язаному з ними принципу трансфінітної індукції.

Порядкові числа були введені Георгом Кантором (Georg Cantor) у 1883 р. як спосіб описання нескінченних послідовностей, а також класифікації множин, на яких визначена впорядкована структура. Він випадково відкрив впорядковані числа, розв'язуючи задачу, яка стосувалася тригонометричних рядів.

Порядковий тип цілком впорядкованої множини називається *ординалом*, або *ординальним числом*. Ординали представляють собою одне з розширень натуральних чисел, яке відрізняється як від цілих, так і від кардинальних чисел. Як й інші різноманітності чисел, їх можна додавати, множити та підносити до степеня. Порядкові типи нескінченних цілком впорядкованих множин називаються *трансфінітами* (лат. *trans* — за, через + *finitio* — край, межа) або *трансфінітними числами*. Ординали відіграють важливу роль у доведенні багатьох теорем теорії множин — зокрема, завдяки пов'язаному з ними принципу трансфінітної індукції.

Порядкові числа були введені Георгом Кантором (Georg Cantor) у 1883 р. як спосіб описання нескінченних послідовностей, а також класифікації множин, на яких визначена впорядкована структура. Він випадково відкрив впорядковані числа, розв'язуючи задачу, яка стосувалася тригонометричних рядів.

Порядковий тип цілком впорядкованої множини називається *ординалом*, або *ординальним числом*. Ординали представляють собою одне з розширень натуральних чисел, яке відрізняється як від цілих, так і від кардинальних чисел. Як й інші різноманітності чисел, їх можна додавати, множити та підносити до степеня. Порядкові типи нескінченних цілком впорядкованих множин називаються *трансфінітами* (лат. *trans* — за, через + *finitio* — край, межа) або *трансфінітними числами*. Ординали відіграють важливу роль у доведенні багатьох теорем теорії множин — зокрема, завдяки пов'язаному з ними принципу трансфінітної індукції.

Порядкові числа були введені Георгом Кантором (Georg Cantor) у 1883 р. як спосіб описання нескінченних послідовностей, а також класифікації множин, на яких визначена впорядкована структура. Він випадково відкрив впорядковані числа, розв'язуючи задачу, яка стосувалася тригонометричних рядів.

Порядковий тип цілком впорядкованої множини називається *ординалом*, або *ординальним числом*. Ординали представляють собою одне з розширень натуральних чисел, яке відрізняється як від цілих, так і від кардинальних чисел. Як й інші різноманітності чисел, їх можна додавати, множити та підносити до степеня. Порядкові типи нескінченних цілком впорядкованих множин називаються *трансфінітами* (лат. *trans* — за, через + *finitio* — край, межа) або *трансфінітними числами*. Ординали відіграють важливу роль у доведенні багатьох теорем теорії множин — зокрема, завдяки пов'язаному з ними принципу трансфінітної індукції.

Порядкові числа були введені Георгом Кантором (Georg Cantor) у 1883 р. як спосіб описання нескінченних послідовностей, а також класифікації множин, на яких визначена впорядкована структура. Він випадково відкрив впорядковані числа, розв'язуючи задачу, яка стосувалася тригонометричних рядів.

Порядковий тип цілком впорядкованої множини називається *ординалом*, або *ординальним числом*. Ординали представляють собою одне з розширень натуральних чисел, яке відрізняється як від цілих, так і від кардинальних чисел. Як й інші різноманітності чисел, їх можна додавати, множити та підносити до степеня. Порядкові типи нескінченних цілком впорядкованих множин називаються *трансфінітами* (лат. *trans* — за, через + *finitio* — край, межа) або *трансфінітними числами*. Ординали відіграють важливу роль у доведенні багатьох теорем теорії множин — зокрема, завдяки пов'язаному з ними принципу трансфінітної індукції.

Порядкові числа були введені Георгом Кантором (Georg Cantor) у 1883 р. як спосіб описання нескінченних послідовностей, а також класифікації множин, на яких визначена впорядкована структура. Він випадково відкрив впорядковані числа, розв'язуючи задачу, яка стосувалася тригонометричних рядів.

Порядковий тип цілком впорядкованої множини називається *ординалом*, або *ординальним числом*. Ординали представляють собою одне з розширень натуральних чисел, яке відрізняється як від цілих, так і від кардинальних чисел. Як й інші різноманітності чисел, їх можна додавати, множити та підносити до степеня. Порядкові типи нескінченних цілком впорядкованих множин називаються *трансфінітами* (лат. *trans* — за, через + *finitio* — край, межа) або *трансфінітними числами*. Ординали відіграють важливу роль у доведенні багатьох теорем теорії множин — зокрема, завдяки пов'язаному з ними принципу трансфінітної індукції.

Порядкові числа були введені Георгом Кантором (Georg Cantor) у 1883 р. як спосіб описання нескінченних послідовностей, а також класифікації множин, на яких визначена впорядкована структура. Він випадково відкрив впорядковані числа, розв'язуючи задачу, яка стосувалася тригонометричних рядів.

Порядковий тип цілком впорядкованої множини називається *ординалом*, або *ординальним числом*. Ординали представляють собою одне з розширень натуральних чисел, яке відрізняється як від цілих, так і від кардинальних чисел. Як й інші різноманітності чисел, їх можна додавати, множити та підносити до степеня. Порядкові типи нескінченних цілком впорядкованих множин називаються *трансфінітами* (лат. *trans* — за, через + *finitio* — край, межа) або *трансфінітними числами*. Ординали відіграють важливу роль у доведенні багатьох теорем теорії множин — зокрема, завдяки пов'язаному з ними принципу трансфінітної індукції.

Порядкові числа були введені Георгом Кантором (Georg Cantor) у 1883 р. як спосіб описання нескінченних послідовностей, а також класифікації множин, на яких визначена впорядкована структура. Він випадково відкрив впорядковані числа, розв'язуючи задачу, яка стосувалася тригонометричних рядів.

Порядковий тип цілком впорядкованої множини називається *ординалом*, або *ординальним числом*. Ординали представляють собою одне з розширень натуральних чисел, яке відрізняється як від цілих, так і від кардинальних чисел. Як й інші різноманітності чисел, їх можна додавати, множити та підносити до степеня. Порядкові типи нескінченних цілком впорядкованих множин називаються *трансфінітами* (лат. *trans* — за, через + *finitio* — край, межа) або *трансфінітними числами*. Ординали відіграють важливу роль у доведенні багатьох теорем теорії множин — зокрема, завдяки пов'язаному з ними принципу трансфінітної індукції.

Порядкові числа були введені Георгом Кантором (Georg Cantor) у 1883 р. як спосіб описання нескінченних послідовностей, а також класифікації множин, на яких визначена впорядкована структура. Він випадково відкрив впорядковані числа, розв'язуючи задачу, яка стосувалася тригонометричних рядів.

Скінченні порядкові (та кардинальні) числа представляють собою числа натурального ряду: $0, 1, 2, \ldots$, оскільки два довільні повні упорядкування скінченної множини ізоморфні зі збереженням порядку. Найменше нескінченно велике порядкове число ω ототожнюється з кардинальним числом $\aleph_0$. Однак у випадку трансфінітних чисел, більших за ω, ординали, порівнюючи з кардинальними числами, дають можливість показати більш тонку класифікацію множин, що базується на інформації про їхні упорядкованості. У той же час як всі зліченні множини описуються одним кардинальним числом, що дорівнює $\aleph_0$, потужність зліченних ординалів нескінченна та є незліченна:

$$\omega, \omega+1, \omega+2, \ldots, \omega \cdot 2, \omega \cdot 2+1, \ldots, \omega^2, \ldots, \omega^3, \ldots, \omega^\omega, \ldots, \omega^{\omega^\omega}, \ldots, \varepsilon_0, \ldots$$

У даному випадку операції додавання та множення трансфінітних чисел не є комутативними: так, зокрема $1+\omega = \omega \neq \omega + 1$; аналогічно $2 \cdot \omega = \omega \neq \omega \cdot 2$. Множина всіх зліченних ординалів утворює перше незліченне порядкове число ω_1, яке відповідає кардинальному числу $\aleph_1$ (наступне кардинальне число після $\aleph_0$). Цілком впорядковані кардинальні числа ототожнюються з їхніми початковими ординалами, тобто мінімальними ординалами відповідної потужності. Потужність порядкового числа визначає відповідність між класами порядкових і кардинальних чисел за типом "багато до одного".

Скінченні порядкові (та кардинальні) числа представляють собою числа натурального ряду: $0, 1, 2, \ldots$, оскільки два довільні повні упорядкування скінченної множини ізоморфні зі збереженням порядку. Найменше нескінченно велике порядкове число ω ототожнюється з кардинальним числом $\aleph_0$. Однак у випадку трансфінітних чисел, більших за ω, ординали, порівнюючи з кардинальними числами, дають можливість показати більш тонку класифікацію множин, що базується на інформації про їхні упорядкованості. У той же час як всі зліченні множини описуються одним кардинальним числом, що дорівнює $\aleph_0$, потужність зліченних ординалів нескінченна та є незліченна:

$$\omega, \omega+1, \omega+2, \ldots, \omega\cdot 2, \omega\cdot 2+1, \ldots, \omega^2, \ldots, \omega^3, \ldots, \omega^\omega, \ldots, \omega^{\omega^\omega}, \ldots, \varepsilon_0, \ldots$$

У даному випадку операції додавання та множення трансфінітних чисел не є комутативними: так, зокрема $1+\omega = \omega \neq \omega+1$; аналогічно $2\cdot\omega = \omega \neq \omega\cdot 2$. Множина всіх зліченних ординалів утворює перше незліченне порядкове число ω_1, яке відповідає кардинальному числу $\aleph_1$ (наступне кардинальне число після $\aleph_0$). Цілком впорядковані кардинальні числа ототожнюються з їхніми початковими ординалами, тобто мінімальними ординалами відповідної потужності. Потужність порядкового числа визначає відповідність між класами порядкових і кардинальних чисел за типом “багато до одного”.

Скінченні порядкові (та кардинальні) числа представляють собою числа натурального ряду: $0, 1, 2, \ldots$, оскільки два довільні повні упорядкування скінченної множини ізоморфні зі збереженням порядку. Найменше нескінченно велике порядкове число ω ототожнюється з кардинальним числом $\aleph_0$. Однак у випадку трансфінітних чисел, більших за ω, ординали, порівнюючи з кардинальними числами, дають можливість показати більш тонку класифікацію множин, що базується на інформації про їхні упорядкованості. У той же час як всі зліченні множини описуються одним кардинальним числом, що дорівнює $\aleph_0$, потужність зліченних ординалів нескінченна та є незліченна:

$$\omega, \omega+1, \omega+2, \ldots, \omega\cdot 2, \omega\cdot 2+1, \ldots, \omega^2, \ldots, \omega^3, \ldots, \omega^\omega, \ldots, \omega^{\omega^\omega}, \ldots, \varepsilon_0, \ldots$$

У даному випадку операції додавання та множення трансфінітних чисел не є комутативними: так, зокрема $1+\omega = \omega \neq \omega+1$; аналогічно $2\cdot\omega = \omega \neq \omega\cdot 2$. Множина всіх зліченних ординалів утворює перше незліченне порядкове число ω_1, яке відповідає кардинальному числу $\aleph_1$ (наступне кардинальне число після $\aleph_0$). Цілком впорядковані кардинальні числа ототожнюються з їхніми початковими ординалами, тобто мінімальними ординалами відповідної потужності. Потужність порядкового числа визначає відповідність між класами порядкових і кардинальних чисел за типом “багато до одного”.

Скінченні порядкові (та кардинальні) числа представляють собою числа натурального ряду: $0, 1, 2, \ldots$, оскільки два довільні повні упорядкування скінченної множини ізоморфні зі збереженням порядку. Найменше нескінченно велике порядкове число ω ототожнюється з кардинальним числом $\aleph_0$. Однак у випадку трансфінітних чисел, більших за ω, ординали, порівнюючи з кардинальними числами, дають можливість показати більш тонку класифікацію множин, що базується на інформації про їхні упорядкованості. У той же час як всі зліченні множини описуються одним кардинальним числом, що дорівнює $\aleph_0$, потужність зліченних ординалів нескінченна та є незліченна:

$$\omega, \omega+1, \omega+2, \ldots, \omega \cdot 2, \omega \cdot 2+1, \ldots, \omega^2, \ldots, \omega^3, \ldots, \omega^\omega, \ldots, \omega^{\omega^\omega}, \ldots, \varepsilon_0, \ldots$$

У даному випадку операції додавання та множення трансфінітних чисел не є комутативними: так, зокрема $1+\omega = \omega \neq \omega + 1$; аналогічно $2 \cdot \omega = \omega \neq \omega \cdot 2$. Множина всіх зліченних ординалів утворює перше незліченне порядкове число ω_1, яке відповідає кардинальному числу $\aleph_1$ (наступне кардинальне число після $\aleph_0$). Цілком впорядковані кардинальні числа ототожнюються з їхніми початковими ординалами, тобто мінімальними ординалами відповідної потужності. Потужність порядкового числа визначає відповідність між класами порядкових і кардинальних чисел за типом “багато до одного”.

Скінченні порядкові (та кардинальні) числа представляють собою числа натурального ряду: $0, 1, 2, \ldots$, оскільки два довільні повні упорядкування скінченної множини ізоморфні зі збереженням порядку. Найменше нескінченно велике порядкове число ω ототожнюється з кардинальним числом $\aleph_0$. Однак у випадку трансфінітних чисел, більших за ω, ординали, порівнюючи з кардинальними числами, дають можливість показати більш тонку класифікацію множин, що базується на інформації про їхні упорядкованості. У той же час як всі зліченні множини описуються одним кардинальним числом, що дорівнює $\aleph_0$, потужність зліченних ординалів нескінченна та є незліченна:

$$\omega, \omega+1, \omega+2, \ldots, \omega\cdot 2, \omega\cdot 2+1, \ldots, \omega^2, \ldots, \omega^3, \ldots, \omega^\omega, \ldots, \omega^{\omega^\omega}, \ldots, \varepsilon_0, \ldots$$

У даному випадку операції додавання та множення трансфінітних чисел не є комутативними: так, зокрема $1+\omega = \omega \neq \omega+1$; аналогічно $2\cdot\omega = \omega \neq \omega\cdot 2$. Множина всіх зліченних ординалів утворює перше незліченне порядкове число ω_1, яке відповідає кардинальному числу $\aleph_1$ (наступне кардинальне число після $\aleph_0$). Цілком впорядковані кардинальні числа ототожнюються з їхніми початковими ординалами, тобто мінімальними ординалами відповідної потужності. Потужність порядкового числа визначає відповідність між класами порядкових і кардинальних чисел за типом “багато до одного”.

Скінченні порядкові (та кардинальні) числа представляють собою числа натурального ряду: $0, 1, 2, \ldots$, оскільки два довільні повні упорядкування скінченної множини ізоморфні зі збереженням порядку. Найменше нескінченно велике порядкове число ω ототожнюється з кардинальним числом $\aleph_0$. Однак у випадку трансфінітних чисел, більших за ω, ординали, порівнюючи з кардинальними числами, дають можливість показати більш тонку класифікацію множин, що базується на інформації про їхні упорядкованості. У той же час як всі зліченні множини описуються одним кардинальним числом, що дорівнює $\aleph_0$, потужність зліченних ординалів нескінченна та є незліченна:

$$\omega, \omega+1, \omega+2, \ldots, \omega\cdot 2, \omega\cdot 2+1, \ldots, \omega^2, \ldots, \omega^3, \ldots, \omega^\omega, \ldots, \omega^{\omega^\omega}, \ldots, \varepsilon_0, \ldots$$

У даному випадку операції додавання та множення трансфінітних чисел не є комутативними: так, зокрема $1+\omega = \omega \neq \omega+1$; аналогічно $2\cdot\omega = \omega \neq \omega\cdot 2$. Множина всіх зліченних ординалів утворює перше незліченне порядкове число ω_1, яке відповідає кардинальному числу $\aleph_1$ (наступне кардинальне число після $\aleph_0$). Цілком впорядковані кардинальні числа ототожнюються з їхніми початковими ординалами, тобто мінімальними ординалами відповідної потужності. Потужність порядкового числа визначає відповідність між класами порядкових і кардинальних чисел за типом "багато до одного".

Скінченні порядкові (та кардинальні) числа представляють собою числа натурального ряду: $0, 1, 2, \ldots$, оскільки два довільні повні упорядкування скінченної множини ізоморфні зі збереженням порядку. Найменше нескінченно велике порядкове число ω ототожнюється з кардинальним числом $\aleph_0$. Однак у випадку трансфінітних чисел, більших за ω, ординали, порівнюючи з кардинальними числами, дають можливість показати більш тонку класифікацію множин, що базується на інформації про їхні упорядкованості. У той же час як всі зліченні множини описуються одним кардинальним числом, що дорівнює $\aleph_0$, потужність зліченних ординалів нескінченна та є незліченна:

$$\omega, \omega+1, \omega+2, \ldots, \omega \cdot 2, \omega \cdot 2+1, \ldots, \omega^2, \ldots, \omega^3, \ldots, \omega^\omega, \ldots, \omega^{\omega^\omega}, \ldots, \varepsilon_0, \ldots$$

У даному випадку операції додавання та множення трансфінітних чисел не є комутативними: так, зокрема $1+\omega = \omega \neq \omega+1$; аналогічно $2 \cdot \omega = \omega \neq \omega \cdot 2$. Множина всіх зліченних ординалів утворює перше незліченне порядкове число ω_1, яке відповідає кардинальному числу $\aleph_1$ (наступне кардинальне число після $\aleph_0$). Цілком впорядковані кардинальні числа ототожнюються з їхніми початковими ординалами, тобто мінімальними ординалами відповідної потужності. Потужність порядкового числа визначає відповідність між класами порядкових і кардинальних чисел за типом "багато до одного".

Скінченні порядкові (та кардинальні) числа представляють собою числа натурального ряду: $0, 1, 2, \ldots$, оскільки два довільні повні упорядкування скінченної множини ізоморфні зі збереженням порядку. Найменше нескінченно велике порядкове число ω ототожнюється з кардинальним числом $\aleph_0$. Однак у випадку трансфінітних чисел, більших за ω, ординали, порівнюючи з кардинальними числами, дають можливість показати більш тонку класифікацію множин, що базується на інформації про їхні упорядкованості. У той же час як всі зліченні множини описуються одним кардинальним числом, що дорівнює $\aleph_0$, потужність зліченних ординалів нескінченна та є незліченна:

$$\omega, \omega+1, \omega+2, \ldots, \omega\cdot 2, \omega\cdot 2+1, \ldots, \omega^2, \ldots, \omega^3, \ldots, \omega^\omega, \ldots, \omega^{\omega^\omega}, \ldots, \varepsilon_0, \ldots$$

У даному випадку операції додавання та множення трансфінітних чисел не є комутативними: так, зокрема $1+\omega = \omega \neq \omega+1$; аналогічно $2\cdot\omega = \omega \neq \omega\cdot 2$. Множина всіх зліченних ординалів утворює перше незліченне порядкове число ω_1, яке відповідає кардинальному числу $\aleph_1$ (наступне кардинальне число після $\aleph_0$). Цілком впорядковані кардинальні числа ототожнюються з їхніми початковими ординалами, тобто мінімальними ординалами відповідної потужності. Потужність порядкового числа визначає відповідність між класами порядкових і кардинальних чисел за типом “багато до одного”.

Скінченні порядкові (та кардинальні) числа представляють собою числа натурального ряду: $0, 1, 2, \ldots$, оскільки два довільні повні упорядкування скінченної множини ізоморфні зі збереженням порядку. Найменше нескінченно велике порядкове число ω ототожнюється з кардинальним числом $\aleph_0$. Однак у випадку трансфінітних чисел, більших за ω, ординали, порівнюючи з кардинальними числами, дають можливість показати більш тонку класифікацію множин, що базується на інформації про їхні упорядкованості. У той же час як всі зліченні множини описуються одним кардинальним числом, що дорівнює $\aleph_0$, потужність зліченних ординалів нескінченна та є незліченна:

$$\omega, \omega+1, \omega+2, \ldots, \omega\cdot 2, \omega\cdot 2+1, \ldots, \omega^2, \ldots, \omega^3, \ldots, \omega^\omega, \ldots, \omega^{\omega^\omega}, \ldots, \varepsilon_0, \ldots$$

У даному випадку операції додавання та множення трансфінітних чисел не є комутативними: так, зокрема $1+\omega = \omega \neq \omega+1$; аналогічно $2\cdot\omega = \omega \neq \omega\cdot 2$. Множина всіх зліченних ординалів утворює перше незліченне порядкове число ω_1, яке відповідає кардинальному числу $\aleph_1$ (наступне кардинальне число після $\aleph_0$). Цілком впорядковані кардинальні числа ототожнюються з їхніми початковими ординалами, тобто мінімальними ординалами відповідної потужності. Потужність порядкового числа визначає відповідність між класами порядкових і кардинальних чисел за типом “багато до одного”.

Скінченні порядкові (та кардинальні) числа представляють собою числа натурального ряду: $0, 1, 2, \ldots$, оскільки два довільні повні упорядкування скінченної множини ізоморфні зі збереженням порядку. Найменше нескінченно велике порядкове число ω ототожнюється з кардинальним числом $\aleph_0$. Однак у випадку трансфінітних чисел, більших за ω, ординали, порівнюючи з кардинальними числами, дають можливість показати більш тонку класифікацію множин, що базується на інформації про їхні упорядкованості. У той же час як всі зліченні множини описуються одним кардинальним числом, що дорівнює $\aleph_0$, потужність зліченних ординалів нескінченна та є незліченна:

$$\omega, \omega+1, \omega+2, \ldots, \omega\cdot 2, \omega\cdot 2+1, \ldots, \omega^2, \ldots, \omega^3, \ldots, \omega^\omega, \ldots, \omega^{\omega^\omega}, \ldots, \varepsilon_0, \ldots$$

У даному випадку операції додавання та множення трансфінітних чисел не є комутативними: так, зокрема $1+\omega = \omega \neq \omega+1$; аналогічно $2\cdot\omega = \omega \neq \omega\cdot 2$. Множина всіх зліченних ординалів утворює перше незліченне порядкове число ω_1, яке відповідає кардинальному числу $\aleph_1$ (наступне кардинальне число після $\aleph_0$). Цілком впорядковані кардинальні числа ототожнюються з їхніми початковими ординалами, тобто мінімальними ординалами відповідної потужності. Потужність порядкового числа визначає відповідність між класами порядкових і кардинальних чисел за типом “багато до одного”.

Скінченні порядкові (та кардинальні) числа представляють собою числа натурального ряду: $0, 1, 2, \ldots$, оскільки два довільні повні упорядкування скінченної множини ізоморфні зі збереженням порядку. Найменше нескінченно велике порядкове число ω ототожнюється з кардинальним числом $\aleph_0$. Однак у випадку трансфінітних чисел, більших за ω, ординали, порівнюючи з кардинальними числами, дають можливість показати більш тонку класифікацію множин, що базується на інформації про їхні упорядкованості. У той же час як всі зліченні множини описуються одним кардинальним числом, що дорівнює $\aleph_0$, потужність зліченних ординалів нескінченна та є незліченна:

$$\omega, \omega+1, \omega+2, \ldots, \omega\cdot 2, \omega\cdot 2+1, \ldots, \omega^2, \ldots, \omega^3, \ldots, \omega^\omega, \ldots, \omega^{\omega^\omega}, \ldots, \varepsilon_0, \ldots$$

У даному випадку операції додавання та множення трансфінітних чисел не є комутативними: так, зокрема $1+\omega = \omega \neq \omega+1$; аналогічно $2\cdot\omega = \omega \neq \omega\cdot 2$. Множина всіх зліченних ординалів утворює перше незліченне порядкове число ω_1, яке відповідає кардинальному числу $\aleph_1$ (наступне кардинальне число після $\aleph_0$). Цілком впорядковані кардинальні числа ототожнюються з їхніми початковими ординалами, тобто мінімальними ординалами відповідної потужності. Потужність порядкового числа визначає відповідність між класами порядкових і кардинальних чисел за типом “багато до одного”.

Скінченні порядкові (та кардинальні) числа представляють собою числа натурального ряду: $0, 1, 2, \ldots$, оскільки два довільні повні упорядкування скінченної множини ізоморфні зі збереженням порядку. Найменше нескінченно велике порядкове число ω ототожнюється з кардинальним числом $\aleph_0$. Однак у випадку трансфінітних чисел, більших за ω, ординали, порівнюючи з кардинальними числами, дають можливість показати більш тонку класифікацію множин, що базується на інформації про їхні упорядкованості. У той же час як всі зліченні множини описуються одним кардинальним числом, що дорівнює $\aleph_0$, потужність зліченних ординалів нескінченна та є незліченна:

$$\omega, \omega+1, \omega+2, \ldots, \omega\cdot 2, \omega\cdot 2+1, \ldots, \omega^2, \ldots, \omega^3, \ldots, \omega^\omega, \ldots, \omega^{\omega^\omega}, \ldots, \varepsilon_0, \ldots$$

У даному випадку операції додавання та множення трансфінітних чисел не є комутативними: так, зокрема $1+\omega = \omega \neq \omega+1$; аналогічно $2\cdot\omega = \omega \neq \omega\cdot 2$. Множина всіх зліченних ординалів утворює перше незліченне порядкове число ω_1, яке відповідає кардинальному числу $\aleph_1$ (наступне кардинальне число після $\aleph_0$). Цілком впорядковані кардинальні числа ототожнюються з їхніми початковими ординалами, тобто мінімальними ординалами відповідної потужності. Потужність порядкового числа визначає відповідність між класами порядкових і кардинальних чисел за типом “багато до одного”.

Скінченні порядкові (та кардинальні) числа представляють собою числа натурального ряду: $0, 1, 2, \ldots$, оскільки два довільні повні упорядкування скінченної множини ізоморфні зі збереженням порядку. Найменше нескінченно велике порядкове число ω ототожнюється з кардинальним числом $\aleph_0$. Однак у випадку трансфінітних чисел, більших за ω, ординали, порівнюючи з кардинальними числами, дають можливість показати більш тонку класифікацію множин, що базується на інформації про їхні упорядкованості. У той же час як всі зліченні множини описуються одним кардинальним числом, що дорівнює $\aleph_0$, потужність зліченних ординалів нескінченна та є незліченна:

$$\omega, \omega+1, \omega+2, \ldots, \omega\cdot 2, \omega\cdot 2+1, \ldots, \omega^2, \ldots, \omega^3, \ldots, \omega^\omega, \ldots, \omega^{\omega^\omega}, \ldots, \varepsilon_0, \ldots$$

У даному випадку операції додавання та множення трансфінітних чисел не є комутативними: так, зокрема $1+\omega = \omega \neq \omega + 1$; аналогічно $2 \cdot \omega = \omega \neq \omega \cdot 2$. Множина всіх зліченних ординалів утворює перше незліченне порядкове число ω_1, яке відповідає кардинальному числу $\aleph_1$ (наступне кардинальне число після $\aleph_0$). Цілком впорядковані кардинальні числа ототожнюються з їхніми початковими ординалами, тобто мінімальними ординалами відповідної потужності. Потужність порядкового числа визначає відповідність між класами порядкових і кардинальних чисел за типом “багато до одного”.

Скінченні порядкові (та кардинальні) числа представляють собою числа натурального ряду: $0, 1, 2, \ldots$, оскільки два довільні повні упорядкування скінченної множини ізоморфні зі збереженням порядку. Найменше нескінченно велике порядкове число ω ототожнюється з кардинальним числом $\aleph_0$. Однак у випадку трансфінітних чисел, більших за ω, ординали, порівнюючи з кардинальними числами, дають можливість показати більш тонку класифікацію множин, що базується на інформації про їхні упорядкованості. У той же час як всі зліченні множини описуються одним кардинальним числом, що дорівнює $\aleph_0$, потужність зліченних ординалів нескінченна та є незліченна:

$$\omega, \omega+1, \omega+2, \ldots, \omega\cdot 2, \omega\cdot 2+1, \ldots, \omega^2, \ldots, \omega^3, \ldots, \omega^\omega, \ldots, \omega^{\omega^\omega}, \ldots, \varepsilon_0, \ldots$$

У даному випадку операції додавання та множення трансфінітних чисел не є комутативними: так, зокрема $1+\omega = \omega \neq \omega+1$; аналогічно $2\cdot\omega = \omega \neq \omega\cdot 2$. Множина всіх зліченних ординалів утворює перше незліченне порядкове число ω_1, яке відповідає кардинальному числу $\aleph_1$ (наступне кардинальне число після $\aleph_0$). Цілком впорядковані кардинальні числа ототожнюються з їхніми початковими ординалами, тобто мінімальними ординалами відповідної потужності. Потужність порядкового числа визначає відповідність між класами порядкових і кардинальних чисел за типом “багато до одного”.

Скінченні порядкові (та кардинальні) числа представляють собою числа натурального ряду: $0, 1, 2, \ldots$, оскільки два довільні повні упорядкування скінченної множини ізоморфні зі збереженням порядку. Найменше нескінченно велике порядкове число ω ототожнюється з кардинальним числом $\aleph_0$. Однак у випадку трансфінітних чисел, більших за ω, ординали, порівнюючи з кардинальними числами, дають можливість показати більш тонку класифікацію множин, що базується на інформації про їхні упорядкованості. У той же час як всі зліченні множини описуються одним кардинальним числом, що дорівнює $\aleph_0$, потужність зліченних ординалів нескінченна та є незліченна:

$$\omega, \omega+1, \omega+2, \ldots, \omega\cdot 2, \omega\cdot 2+1, \ldots, \omega^2, \ldots, \omega^3, \ldots, \omega^\omega, \ldots, \omega^{\omega^\omega}, \ldots, \varepsilon_0, \ldots$$

У даному випадку операції додавання та множення трансфінітних чисел не є комутативними: так, зокрема $1+\omega = \omega \neq \omega+1$; аналогічно $2\cdot\omega = \omega \neq \omega\cdot 2$. Множина всіх зліченних ординалів утворює перше незліченне порядкове число ω_1, яке відповідає кардинальному числу $\aleph_1$ (наступне кардинальне число після $\aleph_0$). Цілком впорядковані кардинальні числа ототожнюються з їхніми початковими ординалами, тобто мінімальними ординалами відповідної потужності. Потужність порядкового числа визначає відповідність між класами порядкових і кардинальних чисел за типом “багато до одного”.

Скінченні порядкові (та кардинальні) числа представляють собою числа натурального ряду: $0, 1, 2, \ldots$, оскільки два довільні повні упорядкування скінченної множини ізоморфні зі збереженням порядку. Найменше нескінченно велике порядкове число ω ототожнюється з кардинальним числом $\aleph_0$. Однак у випадку трансфінітних чисел, більших за ω, ординали, порівнюючи з кардинальними числами, дають можливість показати більш тонку класифікацію множин, що базується на інформації про їхні упорядкованості. У той же час як всі зліченні множини описуються одним кардинальним числом, що дорівнює $\aleph_0$, потужність зліченних ординалів нескінченна та є незліченна:

$$\omega, \omega+1, \omega+2, \ldots, \omega\cdot 2, \omega\cdot 2+1, \ldots, \omega^2, \ldots, \omega^3, \ldots, \omega^\omega, \ldots, \omega^{\omega^\omega}, \ldots, \varepsilon_0, \ldots$$

У даному випадку операції додавання та множення трансфінітних чисел не є комутативними: так, зокрема $1+\omega = \omega \neq \omega + 1$; аналогічно $2\cdot\omega = \omega \neq \omega\cdot 2$. Множина всіх зліченних ординалів утворює перше незліченне порядкове число ω_1, яке відповідає кардинальному числу $\aleph_1$ (наступне кардинальне число після $\aleph_0$). Цілком впорядковані кардинальні числа ототожнюються з їхніми початковими ординалами, тобто мінімальними ординалами відповідної потужності. Потужність порядкового числа визначає відповідність між класами порядкових і кардинальних чисел за типом "багато до одного".

Скінченні порядкові (та кардинальні) числа представляють собою числа натурального ряду: $0, 1, 2, \ldots$, оскільки два довільні повні упорядкування скінченної множини ізоморфні зі збереженням порядку. Найменше нескінченно велике порядкове число ω ототожнюється з кардинальним числом $\aleph_0$. Однак у випадку трансфінітних чисел, більших за ω, ординали, порівнюючи з кардинальними числами, дають можливість показати більш тонку класифікацію множин, що базується на інформації про їхні упорядкованості. У той же час як всі зліченні множини описуються одним кардинальним числом, що дорівнює $\aleph_0$, потужність зліченних ординалів нескінченна та є незліченна:

$$\omega, \omega+1, \omega+2, \ldots, \omega\cdot 2, \omega\cdot 2+1, \ldots, \omega^2, \ldots, \omega^3, \ldots, \omega^\omega, \ldots, \omega^{\omega^\omega}, \ldots, \varepsilon_0, \ldots$$

У даному випадку операції додавання та множення трансфінітних чисел не є комутативними: так, зокрема $1+\omega=\omega\neq\omega+1$; аналогічно $2\cdot\omega=\omega\neq\omega\cdot 2$. Множина всіх зліченних ординалів утворює перше незліченне порядкове число ω_1, яке відповідає кардинальному числу $\aleph_1$ (наступне кардинальне число після $\aleph_0$). Цілком впорядковані кардинальні числа ототожнюються з їхніми початковими ординалами, тобто мінімальними ординалами відповідної потужності. Потужність порядкового числа визначає відповідність між класами порядкових і кардинальних чисел за типом "багато до одного".

Скінченні порядкові (та кардинальні) числа представляють собою числа натурального ряду: $0, 1, 2, \ldots$, оскільки два довільні повні упорядкування скінченної множини ізоморфні зі збереженням порядку. Найменше нескінченно велике порядкове число ω ототожнюється з кардинальним числом $\aleph_0$. Однак у випадку трансфінітних чисел, більших за ω, ординали, порівнюючи з кардинальними числами, дають можливість показати більш тонку класифікацію множин, що базується на інформації про їхні упорядкованості. У той же час як всі зліченні множини описуються одним кардинальним числом, що дорівнює $\aleph_0$, потужність зліченних ординалів нескінченна та є незліченна:

$$\omega, \omega+1, \omega+2, \ldots, \omega\cdot 2, \omega\cdot 2+1, \ldots, \omega^2, \ldots, \omega^3, \ldots, \omega^\omega, \ldots, \omega^{\omega^\omega}, \ldots, \varepsilon_0, \ldots$$

У даному випадку операції додавання та множення трансфінітних чисел не є комутативними: так, зокрема $1+\omega = \omega \neq \omega + 1$; аналогічно $2\cdot\omega = \omega \neq \omega\cdot 2$. Множина всіх зліченних ординалів утворює перше незліченне порядкове число ω_1, яке відповідає кардинальному числу $\aleph_1$ (наступне кардинальне число після $\aleph_0$). Цілком впорядковані кардинальні числа ототожнюються з їхніми початковими ординалами, тобто мінімальними ординалами відповідної потужності. Потужність порядкового числа визначає відповідність між класами порядкових і кардинальних чисел за типом “багато до одного”.

Скінченні порядкові (та кардинальні) числа представляють собою числа натурального ряду: $0, 1, 2, \ldots$, оскільки два довільні повні упорядкування скінченної множини ізоморфні зі збереженням порядку. Найменше нескінченно велике порядкове число ω ототожнюється з кардинальним числом $\aleph_0$. Однак у випадку трансфінітних чисел, більших за ω, ординали, порівнюючи з кардинальними числами, дають можливість показати більш тонку класифікацію множин, що базується на інформації про їхні упорядкованості. У той же час як всі зліченні множини описуються одним кардинальним числом, що дорівнює $\aleph_0$, потужність зліченних ординалів нескінченна та є незліченна:

$$\omega, \omega+1, \omega+2, \ldots, \omega\cdot 2, \omega\cdot 2+1, \ldots, \omega^2, \ldots, \omega^3, \ldots, \omega^\omega, \ldots, \omega^{\omega^\omega}, \ldots, \varepsilon_0, \ldots$$

У даному випадку операції додавання та множення трансфінітних чисел не є комутативними: так, зокрема $1+\omega = \omega \neq \omega+1$; аналогічно $2\cdot\omega = \omega \neq \omega\cdot 2$. Множина всіх зліченних ординалів утворює перше незліченне порядкове число ω_1, яке відповідає кардинальному числу $\aleph_1$ (наступне кардинальне число після $\aleph_0$). Цілком впорядковані кардинальні числа ототожнюються з їхніми початковими ординалами, тобто мінімальними ординалами відповідної потужності. Потужність порядкового числа визначає відповідність між класами порядкових і кардинальних чисел за типом “багато до одного”.

Скінченні порядкові (та кардинальні) числа представляють собою числа натурального ряду: $0, 1, 2, \ldots$, оскільки два довільні повні упорядкування скінченної множини ізоморфні зі збереженням порядку. Найменше нескінченно велике порядкове число ω ототожнюється з кардинальним числом $\aleph_0$. Однак у випадку трансфінітних чисел, більших за ω, ординали, порівнюючи з кардинальними числами, дають можливість показати більш тонку класифікацію множин, що базується на інформації про їхні упорядкованості. У той же час як всі зліченні множини описуються одним кардинальним числом, що дорівнює $\aleph_0$, потужність зліченних ординалів нескінченна та є незліченна:

$$\omega, \omega+1, \omega+2, \ldots, \omega\cdot 2, \omega\cdot 2+1, \ldots, \omega^2, \ldots, \omega^3, \ldots, \omega^\omega, \ldots, \omega^{\omega^\omega}, \ldots, \varepsilon_0, \ldots$$

У даному випадку операції додавання та множення трансфінітних чисел не є комутативними: так, зокрема $1+\omega = \omega \neq \omega+1$; аналогічно $2\cdot\omega = \omega \neq \omega\cdot 2$. Множина всіх зліченних ординалів утворює перше незліченне порядкове число ω_1, яке відповідає кардинальному числу $\aleph_1$ (наступне кардинальне число після $\aleph_0$). Цілком впорядковані кардинальні числа ототожнюються з їхніми початковими ординалами, тобто мінімальними ординалами відповідної потужності. Потужність порядкового числа визначає відповідність між класами порядкових і кардинальних чисел за типом “багато до одного”.

Скінченні порядкові (та кардинальні) числа представляють собою числа натурального ряду: $0, 1, 2, \ldots$, оскільки два довільні повні упорядкування скінченної множини ізоморфні зі збереженням порядку. Найменше нескінченно велике порядкове число ω ототожнюється з кардинальним числом $\aleph_0$. Однак у випадку трансфінітних чисел, більших за ω, ординали, порівнюючи з кардинальними числами, дають можливість показати більш тонку класифікацію множин, що базується на інформації про їхні упорядкованості. У той же час як всі зліченні множини описуються одним кардинальним числом, що дорівнює $\aleph_0$, потужність зліченних ординалів нескінченна та є незліченна:

$$\omega, \omega+1, \omega+2, \ldots, \omega \cdot 2, \omega \cdot 2+1, \ldots, \omega^2, \ldots, \omega^3, \ldots, \omega^\omega, \ldots, \omega^{\omega^\omega}, \ldots, \varepsilon_0, \ldots$$

У даному випадку операції додавання та множення трансфінітних чисел не є комутативними: так, зокрема $1+\omega = \omega \neq \omega+1$; аналогічно $2 \cdot \omega = \omega \neq \omega \cdot 2$. Множина всіх зліченних ординалів утворює перше незліченне порядкове число ω_1, яке відповідає кардинальному числу $\aleph_1$ (наступне кардинальне число після $\aleph_0$). Цілком впорядковані кардинальні числа ототожнюються з їхніми початковими ординалами, тобто мінімальними ординалами відповідної потужності. Потужність порядкового числа визначає відповідність між класами порядкових і кардинальних чисел за типом “багато до одного”.

Скінченні порядкові (та кардинальні) числа представляють собою числа натурального ряду: $0, 1, 2, \ldots$, оскільки два довільні повні упорядкування скінченної множини ізоморфні зі збереженням порядку. Найменше нескінченно велике порядкове число ω ототожнюється з кардинальним числом $\aleph_0$. Однак у випадку трансфінітних чисел, більших за ω, ординали, порівнюючи з кардинальними числами, дають можливість показати більш тонку класифікацію множин, що базується на інформації про їхні упорядкованості. У той же час як всі зліченні множини описуються одним кардинальним числом, що дорівнює $\aleph_0$, потужність зліченних ординалів нескінченна та є незліченна:

$$\omega, \omega+1, \omega+2, \ldots, \omega\cdot 2, \omega\cdot 2+1, \ldots, \omega^2, \ldots, \omega^3, \ldots, \omega^\omega, \ldots, \omega^{\omega^\omega}, \ldots, \varepsilon_0, \ldots$$

У даному випадку операції додавання та множення трансфінітних чисел не є комутативними: так, зокрема $1+\omega = \omega \neq \omega+1$; аналогічно $2\cdot\omega = \omega \neq \omega\cdot 2$. Множина всіх зліченних ординалів утворює перше незліченне порядкове число ω_1, яке відповідає кардинальному числу $\aleph_1$ (наступне кардинальне число після $\aleph_0$). Цілком впорядковані кардинальні числа ототожнюються з їхніми початковими ординалами, тобто мінімальними ординалами відповідної потужності. Потужність порядкового числа визначає відповідність між класами порядкових і кардинальних чисел за типом “багато до одного”.

Зазвичай довільний ординал α визначається як порядковий тип множини ординалів, строго менших за α. Ця властивість дозволяє зобразити довільне порядкове число у вигляді множини ординалів, строго менших за нього самого. Усі порядкові числа можна розбити на три категорії: нуль, наступне порядкове число та граничне порядкове число. Для заданого класу порядкових чисел можна вказати його α-й елемент — інакше кажучи, елементи класу можна проіндексувати (порахувати). Такий клас буде замкненим і необмеженим за умови, що функція індексування неперервна та ніколи не зупиняється. Нормальна форма Кантора трансфінітного числа дозволяє єдиним чином зображати довільне порядкове число у вигляді скінченної суми порядкових степенів ординала ω. Однак, така форма не може використовуватися в якості основи для універсальної системи позначення порядкових чисел через наявності в ній автореферентних зображень: наприклад, $\varepsilon_0 = \omega^{\varepsilon_0}$. Можна визначити більш великі порядкові числа, однак по мірі їх росту їхнє описання ускладнюється.

Зазвичай довільний ординал α визначається як порядковий тип множини ординалів, строго менших за α. Ця властивість дозволяє зобразити довільне порядкове число у вигляді множини ординалів, строго менших за нього самого. Усі порядкові числа можна розбити на три категорії: нуль, наступне порядкове число та граничне порядкове число. Для заданого класу порядкових чисел можна вказати його α-й елемент — інакше кажучи, елементи класу можна проіндексувати (порахувати). Такий клас буде замкненим і необмеженим за умови, що функція індексування неперервна та ніколи не зупиняється. Нормальна форма Кантора трансфінітного числа дозволяє єдиним чином зображати довільне порядкове число у вигляді скінченної суми порядкових степенів ординала ω. Однак, така форма не може використовуватися в якості основи для універсальної системи позначення порядкових чисел через наявності в ній автореферентних зображень: наприклад, $\varepsilon_0 = \omega^{\varepsilon_0}$. Можна визначити більш великі порядкові числа, однак по мірі їх росту їхнє описання ускладнюється.

Зазвичай довільний ординал α визначається як порядковий тип множини ординалів, строго менших за α. Ця властивість дозволяє зобразити довільне порядкове число у вигляді множини ординалів, строго менших за нього самого. Усі порядкові числа можна розбити на три категорії: нуль, наступне порядкове число та граничне порядкове число. Для заданого класу порядкових чисел можна вказати його α-й елемент — інакше кажучи, елементи класу можна проіндексувати (порахувати). Такий клас буде замкненим і необмеженим за умови, що функція індексування неперервна та ніколи не зупиняється. Нормальна форма Кантора трансфінітного числа дозволяє єдиним чином зображати довільне порядкове число у вигляді скінченної суми порядкових степенів ординала ω. Однак, така форма не може використовуватися в якості основи для універсальної системи позначення порядкових чисел через наявності в ній автореферентних зображень: наприклад, $\varepsilon_0 = \omega^{\varepsilon_0}$. Можна визначити більш великі порядкові числа, однак по мірі їх росту їхнє описання ускладнюється.

Зазвичай довільний ординал α визначається як порядковий тип множини ординалів, строго менших за α. Ця властивість дозволяє зобразити довільне порядкове число у вигляді множини ординалів, строго менших за нього самого. Усі порядкові числа можна розбити на три категорії: нуль, наступне порядкове число та граничне порядкове число. Для заданого класу порядкових чисел можна вказати його α-й елемент — інакше кажучи, елементи класу можна проіндексувати (порахувати). Такий клас буде замкненим і необмеженим за умови, що функція індексування неперервна та ніколи не зупиняється. Нормальна форма Кантора трансфінітного числа дозволяє єдиним чином зображати довільне порядкове число у вигляді скінченної суми порядкових степенів ординала ω. Однак, така форма не може використовуватися в якості основи для універсальної системи позначення порядкових чисел через наявності в ній автореферентних зображень: наприклад, $\varepsilon_0 = \omega^{\varepsilon_0}$. Можна визначити більш великі порядкові числа, однак по мірі їх росту їхнє описання ускладнюється.

Зазвичай довільний ординал α визначається як порядковий тип множини ординалів, строго менших за α. Ця властивість дозволяє зобразити довільне порядкове число у вигляді множини ординалів, строго менших за нього самого. Усі порядкові числа можна розбити на три категорії: нуль, наступне порядкове число та граничне порядкове число. Для заданого класу порядкових чисел можна вказати його α-й елемент — інакше кажучи, елементи класу можна проіндексувати (порахувати). Такий клас буде замкненим і необмеженим за умови, що функція індексування неперервна та ніколи не зупиняється. Нормальна форма Кантора трансфінітного числа дозволяє єдиним чином зображати довільне порядкове число у вигляді скінченної суми порядкових степенів ординала ω. Однак, така форма не може використовуватися в якості основи для універсальної системи позначення порядкових чисел через наявності в ній автореферентних зображень: наприклад, $\varepsilon_0 = \omega^{\varepsilon_0}$. Можна визначити більш великі порядкові числа, однак по мірі їх росту їхнє описання ускладнюється.

Зазвичай довільний ординал α визначається як порядковий тип множини ординалів, строго менших за α. Ця властивість дозволяє зобразити довільне порядкове число у вигляді множини ординалів, строго менших за нього самого. Усі порядкові числа можна розбити на три категорії: нуль, наступне порядкове число та граничне порядкове число. Для заданого класу порядкових чисел можна вказати його α-й елемент — інакше кажучи, елементи класу можна проіндексувати (порахувати). Такий клас буде замкненим і необмеженим за умови, що функція індексування неперервна та ніколи не зупиняється. Нормальна форма Кантора трансфінітного числа дозволяє єдиним чином зображати довільне порядкове число у вигляді скінченної суми порядкових степенів ординала ω. Однак, така форма не може використовуватися в якості основи для універсальної системи позначення порядкових чисел через наявності в ній автореферентних зображень: наприклад, $\varepsilon_0 = \omega^{\varepsilon_0}$. Можна визначити більш великі порядкові числа, однак по мірі їх росту їхнє описання ускладнюється.

Зазвичай довільний ординал α визначається як порядковий тип множини ординалів, строго менших за α. Ця властивість дозволяє зобразити довільне порядкове число у вигляді множини ординалів, строго менших за нього самого. Усі порядкові числа можна розбити на три категорії: нуль, наступне порядкове число та граничне порядкове число. Для заданого класу порядкових чисел можна вказати його α-й елемент — інакше кажучи, елементи класу можна проіндексувати (порахувати). Такий клас буде замкненим і необмеженим за умови, що функція індексування неперервна та ніколи не зупиняється. Нормальна форма Кантора трансфінітного числа дозволяє єдиним чином зображати довільне порядкове число у вигляді скінченної суми порядкових степенів ординала ω. Однак, така форма не може використовуватися в якості основи для універсальної системи позначення порядкових чисел через наявності в ній автореферентних зображень: наприклад, $\varepsilon_0 = \omega^{\varepsilon_0}$. Можна визначити більш великі порядкові числа, однак по мірі їх росту їхнє описання ускладнюється.

Зазвичай довільний ординал α визначається як порядковий тип множини ординалів, строго менших за α. Ця властивість дозволяє зобразити довільне порядкове число у вигляді множини ординалів, строго менших за нього самого. Усі порядкові числа можна розбити на три категорії: нуль, наступне порядкове число та граничне порядкове число. Для заданого класу порядкових чисел можна вказати його α-й елемент — інакше кажучи, елементи класу можна проіндексувати (порахувати). Такий клас буде замкненим і необмеженим за умови, що функція індексування неперервна та ніколи не зупиняється. Нормальна форма Кантора трансфінітного числа дозволяє єдиним чином зображати довільне порядкове число у вигляді скінченної суми порядкових степенів ординала ω. Однак, така форма не може використовуватися в якості основи для універсальної системи позначення порядкових чисел через наявності в ній автореферентних зображень: наприклад, $\varepsilon_0 = \omega^{\varepsilon_0}$. Можна визначити більш великі порядкові числа, однак по мірі їх росту їхнє описання ускладнюється.

Зазвичай довільний ординал α визначається як порядковий тип множини ординалів, строго менших за α. Ця властивість дозволяє зобразити довільне порядкове число у вигляді множини ординалів, строго менших за нього самого. Усі порядкові числа можна розбити на три категорії: нуль, наступне порядкове число та граничне порядкове число. Для заданого класу порядкових чисел можна вказати його α-й елемент — інакше кажучи, елементи класу можна проіндексувати (порахувати). Такий клас буде замкненим і необмеженим за умови, що функція індексування неперервна та ніколи не зупиняється. Нормальна форма Кантора трансфінітного числа дозволяє єдиним чином зображати довільне порядкове число у вигляді скінченної суми порядкових степенів ординала ω. Однак, така форма не може використовуватися в якості основи для універсальної системи позначення порядкових чисел через наявності в ній автореферентних зображень: наприклад, $\varepsilon_0 = \omega^{\varepsilon_0}$. Можна визначити більш великі порядкові числа, однак по мірі їх росту їхнє описання ускладнюється.

Зазвичай довільний ординал α визначається як порядковий тип множини ординалів, строго менших за α. Ця властивість дозволяє зобразити довільне порядкове число у вигляді множини ординалів, строго менших за нього самого. Усі порядкові числа можна розбити на три категорії: нуль, наступне порядкове число та граничне порядкове число. Для заданого класу порядкових чисел можна вказати його α-й елемент — інакше кажучи, елементи класу можна проіндексувати (порахувати). Такий клас буде замкненим і необмеженим за умови, що функція індексування неперервна та ніколи не зупиняється. Нормальна форма Кантора трансфінітного числа дозволяє єдиним чином зображати довільне порядкове число у вигляді скінченної суми порядкових степенів ординала ω. Однак, така форма не може використовуватися в якості основи для універсальної системи позначення порядкових чисел через наявності в ній автореферентних зображень: наприклад, $\varepsilon_0 = \omega^{\varepsilon_0}$. Можна визначити більш великі порядкові числа, однак по мірі їх росту їхнє описання ускладнюється.

Зазвичай довільний ординал α визначається як порядковий тип множини ординалів, строго менших за α. Ця властивість дозволяє зобразити довільне порядкове число у вигляді множини ординалів, строго менших за нього самого. Усі порядкові числа можна розбити на три категорії: нуль, наступне порядкове число та граничне порядкове число. Для заданого класу порядкових чисел можна вказати його α-й елемент — інакше кажучи, елементи класу можна проіндексувати (порахувати). Такий клас буде замкненим і необмеженим за умови, що функція індексування неперервна та ніколи не зупиняється. Нормальна форма Кантора трансфінітного числа дозволяє єдиним чином зображати довільне порядкове число у вигляді скінченної суми порядкових степенів ординала ω. Однак, така форма не може використовуватися в якості основи для універсальної системи позначення порядкових чисел через наявності в ній автореферентних зображень: наприклад, $\varepsilon_0 = \omega^{\varepsilon_0}$. Можна визначити більш великі порядкові числа, однак по мірі їх росту їхнє описання ускладнюється.

Зазвичай довільний ординал α визначається як порядковий тип множини ординалів, строго менших за α. Ця властивість дозволяє зобразити довільне порядкове число у вигляді множини ординалів, строго менших за нього самого. Усі порядкові числа можна розбити на три категорії: нуль, наступне порядкове число та граничне порядкове число. Для заданого класу порядкових чисел можна вказати його α-й елемент — інакше кажучи, елементи класу можна проіндексувати (порахувати). Такий клас буде замкненим і необмеженим за умови, що функція індексування неперервна та ніколи не зупиняється. Нормальна форма Кантора трансфінітного числа дозволяє єдиним чином зображати довільне порядкове число у вигляді скінченної суми порядкових степенів ординала ω. Однак, така форма не може використовуватися в якості основи для універсальної системи позначення порядкових чисел через наявності в ній автореферентних зображень: наприклад, $\varepsilon_0 = \omega^{\varepsilon_0}$. Можна визначити більш великі порядкові числа, однак по мірі їх росту їхнє описання ускладнюється.

Зазвичай довільний ординал α визначається як порядковий тип множини ординалів, строго менших за α. Ця властивість дозволяє зобразити довільне порядкове число у вигляді множини ординалів, строго менших за нього самого. Усі порядкові числа можна розбити на три категорії: нуль, наступне порядкове число та граничне порядкове число. Для заданого класу порядкових чисел можна вказати його α-й елемент — інакше кажучи, елементи класу можна проіндексувати (порахувати). Такий клас буде замкненим і необмеженим за умови, що функція індексування неперервна та ніколи не зупиняється. Нормальна форма Кантора трансфінітного числа дозволяє єдиним чином зображати довільне порядкове число у вигляді скінченної суми порядкових степенів ординала ω. Однак, така форма не може використовуватися в якості основи для універсальної системи позначення порядкових чисел через наявності в ній автореферентних зображень: наприклад, $\varepsilon_0 = \omega^{\varepsilon_0}$. Можна визначити більш великі порядкові числа, однак по мірі їх росту їхнє описання ускладнюється.

Зазвичай довільний ординал α визначається як порядковий тип множини ординалів, строго менших за α. Ця властивість дозволяє зобразити довільне порядкове число у вигляді множини ординалів, строго менших за нього самого. Усі порядкові числа можна розбити на три категорії: нуль, наступне порядкове число та граничне порядкове число. Для заданого класу порядкових чисел можна вказати його α-й елемент — інакше кажучи, елементи класу можна проіндексувати (порахувати). Такий клас буде замкненим і необмеженим за умови, що функція індексування неперервна та ніколи не зупиняється. Нормальна форма Кантора трансфінітного числа дозволяє єдиним чином зображати довільне порядкове число у вигляді скінченної суми порядкових степенів ординала ω. Однак, така форма не може використовуватися в якості основи для універсальної системи позначення порядкових чисел через наявності в ній автореферентних зображень: наприклад, $\varepsilon_0 = \omega^{\varepsilon_0}$. Можна визначити більш великі порядкові числа, однак по мірі їх росту їхнє описання ускладнюється.

Зазвичай довільний ординал α визначається як порядковий тип множини ординалів, строго менших за α. Ця властивість дозволяє зобразити довільне порядкове число у вигляді множини ординалів, строго менших за нього самого. Усі порядкові числа можна розбити на три категорії: нуль, наступне порядкове число та граничне порядкове число. Для заданого класу порядкових чисел можна вказати його α-й елемент — інакше кажучи, елементи класу можна проіндексувати (порахувати). Такий клас буде замкненим і необмеженим за умови, що функція індексування неперервна та ніколи не зупиняється. Нормальна форма Кантора трансфінітного числа дозволяє єдиним чином зображати довільне порядкове число у вигляді скінченної суми порядкових степенів ординала ω. Однак, така форма не може використовуватися в якості основи для універсальної системи позначення порядкових чисел через наявності в ній автореферентних зображень: наприклад, $\varepsilon_0 = \omega^{\varepsilon_0}$. Можна визначити більш великі порядкові числа, однак по мірі їх росту їхнє описання ускладнюється.

Зазвичай довільний ординал α визначається як порядковий тип множини ординалів, строго менших за α. Ця властивість дозволяє зобразити довільне порядкове число у вигляді множини ординалів, строго менших за нього самого. Усі порядкові числа можна розбити на три категорії: нуль, наступне порядкове число та граничне порядкове число. Для заданого класу порядкових чисел можна вказати його α-й елемент — інакше кажучи, елементи класу можна проіндексувати (порахувати). Такий клас буде замкненим і необмеженим за умови, що функція індексування неперервна та ніколи не зупиняється. Нормальна форма Кантора трансфінітного числа дозволяє єдиним чином зображати довільне порядкове число у вигляді скінченної суми порядкових степенів ординала ω. Однак, така форма не може використовуватися в якості основи для універсальної системи позначення порядкових чисел через наявності в ній автореферентних зображень: наприклад, $\varepsilon_0 = \omega^{\varepsilon_0}$. Можна визначити більш великі порядкові числа, однак по мірі їх росту їхнє описання ускладнюється.

Зазвичай довільний ординал α визначається як порядковий тип множини ординалів, строго менших за α. Ця властивість дозволяє зобразити довільне порядкове число у вигляді множини ординалів, строго менших за нього самого. Усі порядкові числа можна розбити на три категорії: нуль, наступне порядкове число та граничне порядкове число. Для заданого класу порядкових чисел можна вказати його α-й елемент — інакше кажучи, елементи класу можна проіндексувати (порахувати). Такий клас буде замкненим і необмеженим за умови, що функція індексування неперервна та ніколи не зупиняється. Нормальна форма Кантора трансфінітного числа дозволяє єдиним чином зображати довільне порядкове число у вигляді скінченної суми порядкових степенів ординала ω. Однак, така форма не може використовуватися в якості основи для універсальної системи позначення порядкових чисел через наявності в ній автореферентних зображень: наприклад, $\varepsilon_0 = \omega^{\varepsilon_0}$. Можна визначити більш великі порядкові числа, однак по мірі їх росту їхнє описання ускладнюється.

Зазвичай довільний ординал α визначається як порядковий тип множини ординалів, строго менших за α. Ця властивість дозволяє зобразити довільне порядкове число у вигляді множини ординалів, строго менших за нього самого. Усі порядкові числа можна розбити на три категорії: нуль, наступне порядкове число та граничне порядкове число. Для заданого класу порядкових чисел можна вказати його α-й елемент — інакше кажучи, елементи класу можна проіндексувати (порахувати). Такий клас буде замкненим і необмеженим за умови, що функція індексування неперервна та ніколи не зупиняється. Нормальна форма Кантора трансфінітного числа дозволяє єдиним чином зображати довільне порядкове число у вигляді скінченної суми порядкових степенів ординала ω. Однак, така форма не може використовуватися в якості основи для універсальної системи позначення порядкових чисел через наявності в ній автореферентних зображень: наприклад, $\varepsilon_0 = \omega^{\varepsilon_0}$. Можна визначити більш великі порядкові числа, однак по мірі їх росту їхнє описання ускладнюється.

Зазвичай довільний ординал α визначається як порядковий тип множини ординалів, строго менших за α. Ця властивість дозволяє зобразити довільне порядкове число у вигляді множини ординалів, строго менших за нього самого. Усі порядкові числа можна розбити на три категорії: нуль, наступне порядкове число та граничне порядкове число. Для заданого класу порядкових чисел можна вказати його α-й елемент — інакше кажучи, елементи класу можна проіндексувати (порахувати). Такий клас буде замкненим і необмеженим за умови, що функція індексування неперервна та ніколи не зупиняється. Нормальна форма Кантора трансфінітного числа дозволяє єдиним чином зображати довільне порядкове число у вигляді скінченної суми порядкових степенів ординала ω. Однак, така форма не може використовуватися в якості основи для універсальної системи позначення порядкових чисел через наявності в ній автореферентних зображень: наприклад, $\varepsilon_0 = \omega^{\varepsilon_0}$. Можна визначити більш великі порядкові числа, однак по мірі їх росту їхнє описання ускладнюється.

Зазвичай довільний ординал α визначається як порядковий тип множини ординалів, строго менших за α. Ця властивість дозволяє зобразити довільне порядкове число у вигляді множини ординалів, строго менших за нього самого. Усі порядкові числа можна розбити на три категорії: нуль, наступне порядкове число та граничне порядкове число. Для заданого класу порядкових чисел можна вказати його α-й елемент — інакше кажучи, елементи класу можна проіндексувати (порахувати). Такий клас буде замкненим і необмеженим за умови, що функція індексування неперервна та ніколи не зупиняється. Нормальна форма Кантора трансфінітного числа дозволяє єдиним чином зображати довільне порядкове число у вигляді скінченної суми порядкових степенів ординала ω. Однак, така форма не може використовуватися в якості основи для універсальної системи позначення порядкових чисел через наявності в ній автореферентних зображень: наприклад, $\varepsilon_0 = \omega^{\varepsilon_0}$. Можна визначити більш великі порядкові числа, однак по мірі їх росту їхнє описання ускладнюється.

Порядкові числа як розширення множини натуральних чисел

Натуральні числа (до яких у даному випадку відноситься і число 0) мають два основних застосування: описання потужності деякої множини та описання позиції елемента в заданій послідовності. У випадку скінченних множин ці поняття збігаються; з точністю до ізоморфізму існує єдиний спосіб розкласти елементи скінченної множини у вигляді послідовності. У випадку нескінченних множин необхідно розрізняти поняття розміру та пов'язані з ним кардинальні числа та поняття позиції, узагальненням якого є порядкові числа. Це пояснюється тем, що нескінченна множина, маючи фіксовану потужність, може бути цілком впорядкованою більш ніж одним неізоморфним способом.

Хоча поняття кардинального числа, пов'язаного з множиною, не потребує визначення на ній якої-небудь структури, ординали тісно пов'язані з особливою різномаїтністю множин, які називаються цілком впорядкованими (по суті ці поняття настільки близькі, що деякі математики не розрізняють їх). Цей термін позначає лінійно впорядковану множину, в якій немає нескінченно спадних послідовностей (хоча можуть існувати нескінченно зростаючі), або, що еквівалентно, множину, в якій довільна непорожня підмножина містить найменший елемент. Порядкові числа можна використовувати як для позначення елементів довільної заданої цілком впорядкованої множини: найменший елемент отримує мітку 0, наступний за ним — мітку 1, наступний — 2, і т.д., так і для обчислення "величини" всієї множини шляхом визначення найменшого ординала, який не є міткою якого-небудь елемента множини. Така "величина" називається *порядковим типом множини*.

Порядкові числа як розширення множини натуральних чисел

Натуральні числа (до яких у даному випадку відноситься і число 0) мають два основних застосування: описання потужності деякої множини та описання позиції елемента в заданій послідовності. У випадку скінченних множин ці поняття збігаються; з точністю до ізоморфізму існує єдиний спосіб розкласти елементи скінченної множини у вигляді послідовності. У випадку нескінченних множин необхідно розрізняти поняття розміру та пов'язані з ним кардинальні числа та поняття позиції, узагальненням якого є порядкові числа. Це пояснюється тем, що нескінченна множина, маючи фіксовану потужність, може бути цілком впорядкованою більш ніж одним неізоморфним способом.

Хоча поняття кардинального числа, пов'язаного з множиною, не потребує визначення на ній якої-небудь структури, ординали тісно пов'язані з особливою різномаїтністю множин, які називаються цілком впорядкованими (по суті ці поняття настільки близькі, що деякі математики не розрізняють їх). Цей термін позначає лінійно впорядковану множину, в якій немає нескінченно спадних послідовностей (хоча можуть існувати нескінченно зростаючі), або, що еквівалентно, множину, в якій довільна непорожня підмножина містить найменший елемент. Порядкові числа можна використовувати як для позначення елементів довільної заданої цілком впорядкованої множини: найменший елемент отримує мітку 0, наступний за ним — мітку 1, наступний — 2, і т.д., так і для обчислення "величини" всієї множини шляхом визначення найменшого ординала, який не є міткою якого-небудь елемента множини. Така "величина" називається *порядковим типом множини*.

Порядкові числа як розширення множини натуральних чисел

Натуральні числа (до яких у даному випадку відноситься і число 0) мають два основних застосування: описання потужності деякої множини та описання позиції елемента в заданій послідовності. У випадку скінченних множин ці поняття збігаються; з точністю до ізоморфізму існує єдиний спосіб розкласти елементи скінченної множини у вигляді послідовності. У випадку нескінченних множин необхідно розрізняти поняття розміру та пов'язані з ним кардинальні числа та поняття позиції, узагальненням якого є порядкові числа. Це пояснюється тем, що нескінченна множина, маючи фіксовану потужність, може бути цілком впорядкованою більш ніж одним неізоморфним способом.

Хоча поняття кардинального числа, пов'язаного з множиною, не потребує визначення на ній якої-небудь структури, ординали тісно пов'язані з особливою різномаїтністю множин, які називаються цілком впорядкованими (по суті ці поняття настільки близькі, що деякі математики не розрізняють їх). Цей термін позначає лінійно впорядковану множину, в якій немає нескінченно спадних послідовностей (хоча можуть існувати нескінченно зростаючі), або, що еквівалентно, множину, в якій довільна непорожня підмножина містить найменший елемент. Порядкові числа можна використовувати як для позначення елементів довільної заданої цілком впорядкованої множини: найменший елемент отримує мітку 0, наступний за ним — мітку 1, наступний — 2, і т.д., так і для обчислення "величини" всієї множини шляхом визначення найменшого ординала, який не є міткою якого-небудь елемента множини. Така "величина" називається *порядковим типом множини*.

Порядкові числа як розширення множини натуральних чисел

Натуральні числа (до яких у даному випадку відноситься і число 0) мають два основних застосування: описання потужності деякої множини та описання позиції елемента в заданій послідовності. У випадку скінченних множин ці поняття збігаються; з точністю до ізоморфізму існує єдиний спосіб розкласти елементи скінченної множини у вигляді послідовності. У випадку нескінченних множин необхідно розрізняти поняття розміру та пов'язані з ним кардинальні числа та поняття позиції, узагальненням якого є порядкові числа. Це пояснюється тем, що нескінченна множина, маючи фіксовану потужність, може бути цілком впорядкованою більш ніж одним неізоморфним способом.

Хоча поняття кардинального числа, пов'язаного з множиною, не потребує визначення на ній якої-небудь структури, ординали тісно пов'язані з особливою різномаїтністю множин, які називаються цілком впорядкованими (по суті ці поняття настільки близькі, що деякі математики не розрізняють їх). Цей термін позначає лінійно впорядковану множину, в якій немає нескінченно спадних послідовностей (хоча можуть існувати нескінченно зростаючі), або, що еквівалентно, множину, в якій довільна непорожня підмножина містить найменший елемент. Порядкові числа можна використовувати як для позначення елементів довільної заданої цілком впорядкованої множини: найменший елемент отримує мітку 0, наступний за ним — мітку 1, наступний — 2, і т.д., так і для обчислення "величини" всієї множини шляхом визначення найменшого ординала, який не є міткою якого-небудь елемента множини. Така "величина" називається *порядковим типом множини*.

Порядкові числа як розширення множини натуральних чисел

Натуральні числа (до яких у даному випадку відноситься і число 0) мають два основних застосування: описання потужності деякої множини та описання позиції елемента в заданій послідовності. У випадку скінченних множин ці поняття збігаються; з точністю до ізоморфізму існує єдиний спосіб розкласти елементи скінченної множини у вигляді послідовності. У випадку нескінченних множин необхідно розрізняти поняття розміру та пов'язані з ним кардинальні числа та поняття позиції, узагальненням якого є порядкові числа. Це пояснюється тем, що нескінченна множина, маючи фіксовану потужність, може бути цілком впорядкованою більш ніж одним неізоморфним способом.

Хоча поняття кардинального числа, пов'язаного з множиною, не потребує визначення на ній якої-небудь структури, ординали тісно пов'язані з особливою різномаїтністю множин, які називаються цілком впорядкованими (по суті ці поняття настільки близькі, що деякі математики не розрізняють їх). Цей термін позначає лінійно впорядковану множину, в якій немає нескінченно спадних послідовностей (хоча можуть існувати нескінченно зростаючі), або, що еквівалентно, множину, в якій довільна непорожня підмножина містить найменший елемент. Порядкові числа можна використовувати як для позначення елементів довільної заданої цілком впорядкованої множини: найменший елемент отримує мітку 0, наступний за ним — мітку 1, наступний — 2, і т.д., так і для обчислення "величини" всієї множини шляхом визначення найменшого ординала, який не є міткою якого-небудь елемента множини. Така "величина" називається *порядковим типом множини*.

Порядкові числа як розширення множини натуральних чисел

Натуральні числа (до яких у даному випадку відноситься і число 0) мають два основних застосування: описання потужності деякої множини та описання позиції елемента в заданій послідовності. У випадку скінченних множин ці поняття збігаються; з точністю до ізоморфізму існує єдиний спосіб розкласти елементи скінченної множини у вигляді послідовності. У випадку нескінченних множин необхідно розрізняти поняття розміру та пов'язані з ним кардинальні числа та поняття позиції, узагальненням якого є порядкові числа. Це пояснюється тем, що нескінченна множина, маючи фіксовану потужність, може бути цілком впорядкованою більш ніж одним неізоморфним способом.

Хоча поняття кардинального числа, пов'язаного з множиною, не потребує визначення на ній якої-небудь структури, ординали тісно пов'язані з особливою різномаїтністю множин, які називаються цілком впорядкованими (по суті ці поняття настільки близькі, що деякі математики не розрізняють їх). Цей термін позначає лінійно впорядковану множину, в якій немає нескінченно спадних послідовностей (хоча можуть існувати нескінченно зростаючі), або, що еквівалентно, множину, в якій довільна непорожня підмножина містить найменший елемент. Порядкові числа можна використовувати як для позначення елементів довільної заданої цілком впорядкованої множини: найменший елемент отримує мітку 0, наступний за ним — мітку 1, наступний — 2, і т.д., так і для обчислення "величини" всієї множини шляхом визначення найменшого ординала, який не є міткою якого-небудь елемента множини. Така "величина" називається *порядковим типом множини*.

Порядкові числа як розширення множини натуральних чисел

Натуральні числа (до яких у даному випадку відноситься і число 0) мають два основних застосування: описання потужності деякої множини та описання позиції елемента в заданій послідовності. У випадку скінченних множин ці поняття збігаються; з точністю до ізоморфізму існує єдиний спосіб розкласти елементи скінченної множини у вигляді послідовності. У випадку нескінченних множин необхідно розрізняти поняття розміру та пов'язані з ним кардинальні числа та поняття позиції, узагальненням якого є порядкові числа. Це пояснюється тем, що нескінченна множина, маючи фіксовану потужність, може бути цілком впорядкованою більш ніж одним неізоморфним способом.

Хоча поняття кардинального числа, пов'язаного з множиною, не потребує визначення на ній якої-небудь структури, ординали тісно пов'язані з особливою різномаїтністю множин, які називаються цілком впорядкованими (по суті ці поняття настільки близькі, що деякі математики не розрізняють їх). Цей термін позначає лінійно впорядковану множину, в якій немає нескінченно спадних послідовностей (хоча можуть існувати нескінченно зростаючі), або, що еквівалентно, множину, в якій довільна непорожня підмножина містить найменший елемент. Порядкові числа можна використовувати як для позначення елементів довільної заданої цілком впорядкованої множини: найменший елемент отримує мітку 0, наступний за ним — мітку 1, наступний — 2, і т.д., так і для обчислення "величини" всієї множини шляхом визначення найменшого ординала, який не є міткою якого-небудь елемента множини. Така "величина" називається *порядковим типом множини*.

Порядкові числа як розширення множини натуральних чисел

Натуральні числа (до яких у даному випадку відноситься і число 0) мають два основних застосування: описання потужності деякої множини та описання позиції елемента в заданій послідовності. У випадку скінченних множин ці поняття збігаються; з точністю до ізоморфізму існує єдиний спосіб розкласти елементи скінченної множини у вигляді послідовності. У випадку нескінченних множин необхідно розрізняти поняття розміру та пов'язані з ним кардинальні числа та поняття позиції, узагальненням якого є порядкові числа. Це пояснюється тем, що нескінченна множина, маючи фіксовану потужність, може бути цілком впорядкованою більш ніж одним неізоморфним способом.

Хоча поняття кардинального числа, пов'язаного з множиною, не потребує визначення на ній якої-небудь структури, ординали тісно пов'язані з особливою різномаїтністю множин, які називаються цілком впорядкованими (по суті ці поняття настільки близькі, що деякі математики не розрізняють їх). Цей термін позначає лінійно впорядковану множину, в якій немає нескінченно спадних послідовностей (хоча можуть існувати нескінченно зростаючі), або, що еквівалентно, множину, в якій довільна непорожня підмножина містить найменший елемент. Порядкові числа можна використовувати як для позначення елементів довільної заданої цілком впорядкованої множини: найменший елемент отримує мітку 0, наступний за ним — мітку 1, наступний — 2, і т.д., так і для обчислення "величини" всієї множини шляхом визначення найменшого ординала, який не є міткою якого-небудь елемента множини. Така "величина" називається *порядковим типом множини*.

Порядкові числа як розширення множини натуральних чисел

Натуральні числа (до яких у даному випадку відноситься і число 0) мають два основних застосування: описання потужності деякої множини та описання позиції елемента в заданій послідовності. У випадку скінченних множин ці поняття збігаються; з точністю до ізоморфізму існує єдиний спосіб розкласти елементи скінченної множини у вигляді послідовності. У випадку нескінченних множин необхідно розрізняти поняття розміру та пов'язані з ним кардинальні числа та поняття позиції, узагальненням якого є порядкові числа. Це пояснюється тем, що нескінченна множина, маючи фіксовану потужність, може бути цілком впорядкованою більш ніж одним неізоморфним способом.

Хоча поняття кардинального числа, пов'язаного з множиною, не потребує визначення на ній якої-небудь структури, ординали тісно пов'язані з особливою різномаїтністю множин, які називаються цілком впорядкованими (по суті ці поняття настільки близькі, що деякі математики не розрізняють їх). Цей термін позначає лінійно впорядковану множину, в якій немає нескінченно спадних послідовностей (хоча можуть існувати нескінченно зростаючі), або, що еквівалентно, множину, в якій довільна непорожня підмножина містить найменший елемент. Порядкові числа можна використовувати як для позначення елементів довільної заданої цілком впорядкованої множини: найменший елемент отримує мітку 0, наступний за ним — мітку 1, наступний — 2, і т.д., так і для обчислення "величини" всієї множини шляхом визначення найменшого ординала, який не є міткою якого-небудь елемента множини. Така "величина" називається *порядковим типом множини*.

Порядкові числа як розширення множини натуральних чисел

Натуральні числа (до яких у даному випадку відноситься і число 0) мають два основних застосування: описання потужності деякої множини та описання позиції елемента в заданій послідовності. У випадку скінченних множин ці поняття збігаються; з точністю до ізоморфізму існує єдиний спосіб розкласти елементи скінченної множини у вигляді послідовності. У випадку нескінченних множин необхідно розрізняти поняття розміру та пов'язані з ним кардинальні числа та поняття позиції, узагальненням якого є порядкові числа. Це пояснюється тем, що нескінченна множина, маючи фіксовану потужність, може бути цілком впорядкованою більш ніж одним неізоморфним способом.

Хоча поняття кардинального числа, пов'язаного з множиною, не потребує визначення на ній якої-небудь структури, ординали тісно пов'язані з особливою різномаїтністю множин, які називаються цілком впорядкованими (по суті ці поняття настільки близькі, що деякі математики не розрізняють їх). Цей термін позначає лінійно впорядковану множину, в якій немає нескінченно спадних послідовностей (хоча можуть існувати нескінченно зростаючі), або, що еквівалентно, множину, в якій довільна непорожня підмножина містить найменший елемент. Порядкові числа можна використовувати як для позначення елементів довільної заданої цілком впорядкованої множини: найменший елемент отримує мітку 0, наступний за ним — мітку 1, наступний — 2, і т.д., так і для обчислення "величини" всієї множини шляхом визначення найменшого ординала, який не є міткою якого-небудь елемента множини. Така "величина" називається *порядковим типом множини*.

Порядкові числа як розширення множини натуральних чисел

Натуральні числа (до яких у даному випадку відноситься і число 0) мають два основних застосування: описання потужності деякої множини та описання позиції елемента в заданій послідовності. У випадку скінченних множин ці поняття збігаються; з точністю до ізоморфізму існує єдиний спосіб розкласти елементи скінченної множини у вигляді послідовності. У випадку нескінченних множин необхідно розрізняти поняття розміру та пов'язані з ним кардинальні числа та поняття позиції, узагальненням якого є порядкові числа. Це пояснюється тем, що нескінченна множина, маючи фіксовану потужність, може бути цілком впорядкованою більш ніж одним неізоморфним способом.

Хоча поняття кардинального числа, пов'язаного з множиною, не потребує визначення на ній якої-небудь структури, ординали тісно пов'язані з особливою різномаїтністю множин, які називаються цілком впорядкованими (по суті ці поняття настільки близькі, що деякі математики не розрізняють їх). Цей термін позначає лінійно впорядковану множину, в якій немає нескінченно спадних послідовностей (хоча можуть існувати нескінченно зростаючі), або, що еквівалентно, множину, в якій довільна непорожня підмножина містить найменший елемент. Порядкові числа можна використовувати як для позначення елементів довільної заданої цілком впорядкованої множини: найменший елемент отримує мітку 0, наступний за ним — мітку 1, наступний — 2, і т.д., так і для обчислення "величини" всієї множини шляхом визначення найменшого ординала, який не є міткою якого-небудь елемента множини. Така "величина" називається *порядковим типом множини*.

Порядкові числа як розширення множини натуральних чисел

Натуральні числа (до яких у даному випадку відноситься і число 0) мають два основних застосування: описання потужності деякої множини та описання позиції елемента в заданій послідовності. У випадку скінченних множин ці поняття збігаються; з точністю до ізоморфізму існує єдиний спосіб розкласти елементи скінченної множини у вигляді послідовності. У випадку нескінченних множин необхідно розрізняти поняття розміру та пов'язані з ним кардинальні числа та поняття позиції, узагальненням якого є порядкові числа. Це пояснюється тем, що нескінченна множина, маючи фіксовану потужність, може бути цілком впорядкованою більш ніж одним неізоморфним способом.

Хоча поняття кардинального числа, пов'язаного з множиною, не потребує визначення на ній якої-небудь структури, ординали тісно пов'язані з особливою різномаїтністю множин, які називаються цілком впорядкованими (по суті ці поняття настільки близькі, що деякі математики не розрізняють їх). Цей термін позначає лінійно впорядковану множину, в якій немає нескінченно спадних послідовностей (хоча можуть існувати нескінченно зростаючі), або, що еквівалентно, множину, в якій довільна непорожня підмножина містить найменший елемент. Порядкові числа можна використовувати як для позначення елементів довільної заданої цілком впорядкованої множини: найменший елемент отримує мітку 0, наступний за ним — мітку 1, наступний — 2, і т.д., так і для обчислення "величини" всієї множини шляхом визначення найменшого ординала, який не є міткою якого-небудь елемента множини. Така "величина" називається *порядковим типом множини*.

Порядкові числа як розширення множини натуральних чисел

Натуральні числа (до яких у даному випадку відноситься і число 0) мають два основних застосування: описання потужності деякої множини та описання позиції елемента в заданій послідовності. У випадку скінченних множин ці поняття збігаються; з точністю до ізоморфізму існує єдиний спосіб розкласти елементи скінченної множини у вигляді послідовності. У випадку нескінченних множин необхідно розрізняти поняття розміру та пов'язані з ним кардинальні числа та поняття позиції, узагальненням якого є порядкові числа. Це пояснюється тем, що нескінченна множина, маючи фіксовану потужність, може бути цілком впорядкованою більш ніж одним неізоморфним способом.

Хоча поняття кардинального числа, пов'язаного з множиною, не потребує визначення на ній якої-небудь структури, ординали тісно пов'язані з особливою різномаїтністю множин, які називаються цілком впорядкованими (по суті ці поняття настільки близькі, що деякі математики не розрізняють їх). Цей термін позначає лінійно впорядковану множину, в якій немає нескінченно спадних послідовностей (хоча можуть існувати нескінченно зростаючі), або, що еквівалентно, множину, в якій довільна непорожня підмножина містить найменший елемент. Порядкові числа можна використовувати як для позначення елементів довільної заданої цілком впорядкованої множини: найменший елемент отримує мітку 0, наступний за ним — мітку 1, наступний — 2, і т.д., так і для обчислення "величини" всієї множини шляхом визначення найменшого ординала, який не є міткою якого-небудь елемента множини. Така "величина" називається *порядковим типом множини*.

Порядкові числа як розширення множини натуральних чисел

Натуральні числа (до яких у даному випадку відноситься і число 0) мають два основних застосування: описання потужності деякої множини та описання позиції елемента в заданій послідовності. У випадку скінченних множин ці поняття збігаються; з точністю до ізоморфізму існує єдиний спосіб розкласти елементи скінченної множини у вигляді послідовності. У випадку нескінченних множин необхідно розрізняти поняття розміру та пов'язані з ним кардинальні числа та поняття позиції, узагальненням якого є порядкові числа. Це пояснюється тем, що нескінченна множина, маючи фіксовану потужність, може бути цілком впорядкованою більш ніж одним неізоморфним способом.

Хоча поняття кардинального числа, пов'язаного з множиною, не потребує визначення на ній якої-небудь структури, ординали тісно пов'язані з особливою різномаїтністю множин, які називаються цілком впорядкованими (по суті ці поняття настільки близькі, що деякі математики не розрізняють їх). Цей термін позначає лінійно впорядковану множину, в якій немає нескінченно спадних послідовностей (хоча можуть існувати нескінченно зростаючі), або, що еквівалентно, множину, в якій довільна непорожня підмножина містить найменший елемент. Порядкові числа можна використовувати як для позначення елементів довільної заданої цілком впорядкованої множини: найменший елемент отримує мітку 0, наступний за ним — мітку 1, наступний — 2, і т.д., так і для обчислення "величини" всієї множини шляхом визначення найменшого ординала, який не є міткою якого-небудь елемента множини. Така "величина" називається *порядковим типом множини*.

Порядкові числа як розширення множини натуральних чисел

Натуральні числа (до яких у даному випадку відноситься і число 0) мають два основних застосування: описання потужності деякої множини та описання позиції елемента в заданій послідовності. У випадку скінченних множин ці поняття збігаються; з точністю до ізоморфізму існує єдиний спосіб розкласти елементи скінченної множини у вигляді послідовності. У випадку нескінченних множин необхідно розрізняти поняття розміру та пов'язані з ним кардинальні числа та поняття позиції, узагальненням якого є порядкові числа. Це пояснюється тем, що нескінченна множина, маючи фіксовану потужність, може бути цілком впорядкованою більш ніж одним неізоморфним способом.

Хоча поняття кардинального числа, пов'язаного з множиною, не потребує визначення на ній якої-небудь структури, ординали тісно пов'язані з особливою різномаїтністю множин, які називаються цілком впорядкованими (по суті ці поняття настільки близькі, що деякі математики не розрізняють їх). Цей термін позначає лінійно впорядковану множину, в якій немає нескінченно спадних послідовностей (хоча можуть існувати нескінченно зростаючі), або, що еквівалентно, множину, в якій довільна непорожня підмножина містить найменший елемент. Порядкові числа можна використовувати як для позначення елементів довільної заданої цілком впорядкованої множини: найменший елемент отримує мітку 0, наступний за ним — мітку 1, наступний — 2, і т.д., так і для обчислення "величини" всієї множини шляхом визначення найменшого ординала, який не є міткою якого-небудь елемента множини. Така "величина" називається *порядковим типом множини*.

Порядкові числа як розширення множини натуральних чисел

Натуральні числа (до яких у даному випадку відноситься і число 0) мають два основних застосування: описання потужності деякої множини та описання позиції елемента в заданій послідовності. У випадку скінченних множин ці поняття збігаються; з точністю до ізоморфізму існує єдиний спосіб розкласти елементи скінченної множини у вигляді послідовності. У випадку нескінченних множин необхідно розрізняти поняття розміру та пов'язані з ним кардинальні числа та поняття позиції, узагальненням якого є порядкові числа. Це пояснюється тем, що нескінченна множина, маючи фіксовану потужність, може бути цілком впорядкованою більш ніж одним неізоморфним способом.

Хоча поняття кардинального числа, пов'язаного з множиною, не потребує визначення на ній якої-небудь структури, ординали тісно пов'язані з особливою різномаїтністю множин, які називаються цілком впорядкованими (по суті ці поняття настільки близькі, що деякі математики не розрізняють їх). Цей термін позначає лінійно впорядковану множину, в якій немає нескінченно спадних послідовностей (хоча можуть існувати нескінченно зростаючі), або, що еквівалентно, множину, в якій довільна непорожня підмножина містить найменший елемент. Порядкові числа можна використовувати як для позначення елементів довільної заданої цілком впорядкованої множини: найменший елемент отримує мітку 0, наступний за ним — мітку 1, наступний — 2, і т.д., так і для обчислення "величини" всієї множини шляхом визначення найменшого ординала, який не є міткою якого-небудь елемента множини. Така "величина" називається *порядковим типом множини*.

Порядкові числа як розширення множини натуральних чисел

Натуральні числа (до яких у даному випадку відноситься і число 0) мають два основних застосування: описання потужності деякої множини та описання позиції елемента в заданій послідовності. У випадку скінченних множин ці поняття збігаються; з точністю до ізоморфізму існує єдиний спосіб розкласти елементи скінченної множини у вигляді послідовності. У випадку нескінченних множин необхідно розрізняти поняття розміру та пов'язані з ним кардинальні числа та поняття позиції, узагальненням якого є порядкові числа. Це пояснюється тем, що нескінченна множина, маючи фіксовану потужність, може бути цілком впорядкованою більш ніж одним неізоморфним способом.

Хоча поняття кардинального числа, пов'язаного з множиною, не потребує визначення на ній якої-небудь структури, ординали тісно пов'язані з особливою різномаїтністю множин, які називаються цілком впорядкованими (по суті ці поняття настільки близькі, що деякі математики не розрізняють їх). Цей термін позначає лінійно впорядковану множину, в якій немає нескінченно спадних послідовностей (хоча можуть існувати нескінченно зростаючі), або, що еквівалентно, множину, в якій довільна непорожня підмножина містить найменший елемент. Порядкові числа можна використовувати як для позначення елементів довільної заданої цілком впорядкованої множини: найменший елемент отримує мітку 0, наступний за ним — мітку 1, наступний — 2, і т.д., так і для обчислення "величини" всієї множини шляхом визначення найменшого ординала, який не є міткою якого-небудь елемента множини. Така "величина" називається *порядковим типом множини*.

Порядкові числа як розширення множини натуральних чисел

Натуральні числа (до яких у даному випадку відноситься і число 0) мають два основних застосування: описання потужності деякої множини та описання позиції елемента в заданій послідовності. У випадку скінченних множин ці поняття збігаються; з точністю до ізоморфізму існує єдиний спосіб розкласти елементи скінченної множини у вигляді послідовності. У випадку нескінченних множин необхідно розрізняти поняття розміру та пов'язані з ним кардинальні числа та поняття позиції, узагальненням якого є порядкові числа. Це пояснюється тем, що нескінченна множина, маючи фіксовану потужність, може бути цілком впорядкованою більш ніж одним неізоморфним способом.

Хоча поняття кардинального числа, пов'язаного з множиною, не потребує визначення на ній якої-небудь структури, ординали тісно пов'язані з особливою різномаїтністю множин, які називаються цілком впорядкованими (по суті ці поняття настільки близькі, що деякі математики не розрізняють їх). Цей термін позначає лінійно впорядковану множину, в якій немає нескінченно спадних послідовностей (хоча можуть існувати нескінченно зростаючі), або, що еквівалентно, множину, в якій довільна непорожня підмножина містить найменший елемент. Порядкові числа можна використовувати як для позначення елементів довільної заданої цілком впорядкованої множини: найменший елемент отримує мітку 0, наступний за ним — мітку 1, наступний — 2, і т.д., так і для обчислення "величини" всієї множини шляхом визначення найменшого ординала, який не є міткою якого-небудь елемента множини. Така "величина" називається *порядковим типом множини*.

Порядкові числа як розширення множини натуральних чисел

Натуральні числа (до яких у даному випадку відноситься і число 0) мають два основних застосування: описання потужності деякої множини та описання позиції елемента в заданій послідовності. У випадку скінченних множин ці поняття збігаються; з точністю до ізоморфізму існує єдиний спосіб розкласти елементи скінченної множини у вигляді послідовності. У випадку нескінченних множин необхідно розрізняти поняття розміру та пов'язані з ним кардинальні числа та поняття позиції, узагальненням якого є порядкові числа. Це пояснюється тем, що нескінченна множина, маючи фіксовану потужність, може бути цілком впорядкованою більш ніж одним неізоморфним способом.

Хоча поняття кардинального числа, пов'язаного з множиною, не потребує визначення на ній якої-небудь структури, ординали тісно пов'язані з особливою різномаїтністю множин, які називаються цілком впорядкованими (по суті ці поняття настільки близькі, що деякі математики не розрізняють їх). Цей термін позначає лінійно впорядковану множину, в якій немає нескінченно спадних послідовностей (хоча можуть існувати нескінченно зростаючі), або, що еквівалентно, множину, в якій довільна непорожня підмножина містить найменший елемент. Порядкові числа можна використовувати як для позначення елементів довільної заданої цілком впорядкованої множини: найменший елемент отримує мітку 0, наступний за ним — мітку 1, наступний — 2, і т.д., так і для обчислення "величини" всієї множини шляхом визначення найменшого ординала, який не є міткою якого-небудь елемента множини. Така "величина" називається *порядковим типом множини*.

Порядкові числа як розширення множини натуральних чисел

Натуральні числа (до яких у даному випадку відноситься і число 0) мають два основних застосування: описання потужності деякої множини та описання позиції елемента в заданій послідовності. У випадку скінченних множин ці поняття збігаються; з точністю до ізоморфізму існує єдиний спосіб розкласти елементи скінченної множини у вигляді послідовності. У випадку нескінченних множин необхідно розрізняти поняття розміру та пов'язані з ним кардинальні числа та поняття позиції, узагальненням якого є порядкові числа. Це пояснюється тем, що нескінченна множина, маючи фіксовану потужність, може бути цілком впорядкованою більш ніж одним неізоморфним способом.

Хоча поняття кардинального числа, пов'язаного з множиною, не потребує визначення на ній якої-небудь структури, ординали тісно пов'язані з особливою різномаїтністю множин, які називаються цілком впорядкованими (по суті ці поняття настільки близькі, що деякі математики не розрізняють їх). Цей термін позначає лінійно впорядковану множину, в якій немає нескінченно спадних послідовностей (хоча можуть існувати нескінченно зростаючі), або, що еквівалентно, множину, в якій довільна непорожня підмножина містить найменший елемент. Порядкові числа можна використовувати як для позначення елементів довільної заданої цілком впорядкованої множини: найменший елемент отримує мітку 0, наступний за ним — мітку 1, наступний — 2, і т.д., так і для обчислення "величини" всієї множини шляхом визначення найменшого ординала, який не є міткою якого-небудь елемента множини. Така "величина" називається *порядковим типом множини*.

Порядкові числа як розширення множини натуральних чисел

Натуральні числа (до яких у даному випадку відноситься і число 0) мають два основних застосування: описання потужності деякої множини та описання позиції елемента в заданій послідовності. У випадку скінченних множин ці поняття збігаються; з точністю до ізоморфізму існує єдиний спосіб розкласти елементи скінченної множини у вигляді послідовності. У випадку нескінченних множин необхідно розрізняти поняття розміру та пов'язані з ним кардинальні числа та поняття позиції, узагальненням якого є порядкові числа. Це пояснюється тем, що нескінченна множина, маючи фіксовану потужність, може бути цілком впорядкованою більш ніж одним неізоморфним способом.

Хоча поняття кардинального числа, пов'язаного з множиною, не потребує визначення на ній якої-небудь структури, ординали тісно пов'язані з особливою різномаїтністю множин, які називаються цілком впорядкованими (по суті ці поняття настільки близькі, що деякі математики не розрізняють їх). Цей термін позначає лінійно впорядковану множину, в якій немає нескінченно спадних послідовностей (хоча можуть існувати нескінченно зростаючі), або, що еквівалентно, множину, в якій довільна непорожня підмножина містить найменший елемент. Порядкові числа можна використовувати як для позначення елементів довільної заданої цілком впорядкованої множини: найменший елемент отримує мітку 0, наступний за ним — мітку 1, наступний — 2, і т.д., так і для обчислення "величини" всієї множини шляхом визначення найменшого ординала, який не є міткою якого-небудь елемента множини. Така "величина" називається *порядковим типом множини*.

Порядкові числа як розширення множини натуральних чисел

Натуральні числа (до яких у даному випадку відноситься і число 0) мають два основних застосування: описання потужності деякої множини та описання позиції елемента в заданій послідовності. У випадку скінченних множин ці поняття збігаються; з точністю до ізоморфізму існує єдиний спосіб розкласти елементи скінченної множини у вигляді послідовності. У випадку нескінченних множин необхідно розрізняти поняття розміру та пов'язані з ним кардинальні числа та поняття позиції, узагальненням якого є порядкові числа. Це пояснюється тем, що нескінченна множина, маючи фіксовану потужність, може бути цілком впорядкованою більш ніж одним неізоморфним способом.

Хоча поняття кардинального числа, пов'язаного з множиною, не потребує визначення на ній якої-небудь структури, ординали тісно пов'язані з особливою різномаїтністю множин, які називаються цілком впорядкованими (по суті ці поняття настільки близькі, що деякі математики не розрізняють їх). Цей термін позначає лінійно впорядковану множину, в якій немає нескінченно спадних послідовностей (хоча можуть існувати нескінченно зростаючі), або, що еквівалентно, множину, в якій довільна непорожня підмножина містить найменший елемент. Порядкові числа можна використовувати як для позначення елементів довільної заданої цілком впорядкованої множини: найменший елемент отримує мітку 0, наступний за ним — мітку 1, наступний — 2, і т.д., так і для обчислення "величини" всієї множини шляхом визначення найменшого ординала, який не є міткою якого-небудь елемента множини. Така "величина" називається *порядковим типом множини*.

Порядкові числа як розширення множини натуральних чисел

Натуральні числа (до яких у даному випадку відноситься і число 0) мають два основних застосування: описання потужності деякої множини та описання позиції елемента в заданій послідовності. У випадку скінченних множин ці поняття збігаються; з точністю до ізоморфізму існує єдиний спосіб розкласти елементи скінченної множини у вигляді послідовності. У випадку нескінченних множин необхідно розрізняти поняття розміру та пов'язані з ним кардинальні числа та поняття позиції, узагальненням якого є порядкові числа. Це пояснюється тем, що нескінченна множина, маючи фіксовану потужність, може бути цілком впорядкованою більш ніж одним неізоморфним способом.

Хоча поняття кардинального числа, пов'язаного з множиною, не потребує визначення на ній якої-небудь структури, ординали тісно пов'язані з особливою різномаїтністю множин, які називаються цілком впорядкованими (по суті ці поняття настільки близькі, що деякі математики не розрізняють їх). Цей термін позначає лінійно впорядковану множину, в якій немає нескінченно спадних послідовностей (хоча можуть існувати нескінченно зростаючі), або, що еквівалентно, множину, в якій довільна непорожня підмножина містить найменший елемент. Порядкові числа можна використовувати як для позначення елементів довільної заданої цілком впорядкованої множини: найменший елемент отримує мітку 0, наступний за ним — мітку 1, наступний — 2, і т.д., так і для обчислення "величини" всієї множини шляхом визначення найменшого ординала, який не є міткою якого-небудь елемента множини. Така "величина" називається *порядковим типом множини*.

Порядкові числа як розширення множини натуральних чисел

Натуральні числа (до яких у даному випадку відноситься і число 0) мають два основних застосування: описання потужності деякої множини та описання позиції елемента в заданій послідовності. У випадку скінченних множин ці поняття збігаються; з точністю до ізоморфізму існує єдиний спосіб розкласти елементи скінченної множини у вигляді послідовності. У випадку нескінченних множин необхідно розрізняти поняття розміру та пов'язані з ним кардинальні числа та поняття позиції, узагальненням якого є порядкові числа. Це пояснюється тем, що нескінченна множина, маючи фіксовану потужність, може бути цілком впорядкованою більш ніж одним неізоморфним способом.

Хоча поняття кардинального числа, пов'язаного з множиною, не потребує визначення на ній якої-небудь структури, ординали тісно пов'язані з особливою різномаїтністю множин, які називаються цілком впорядкованими (по суті ці поняття настільки близькі, що деякі математики не розрізняють їх). Цей термін позначає лінійно впорядковану множину, в якій немає нескінченно спадних послідовностей (хоча можуть існувати нескінченно зростаючі), або, що еквівалентно, множину, в якій довільна непорожня підмножина містить найменший елемент. Порядкові числа можна використовувати як для позначення елементів довільної заданої цілком впорядкованої множини: найменший елемент отримує мітку 0, наступний за ним — мітку 1, наступний — 2, і т.д., так і для обчислення "величини" всієї множини шляхом визначення найменшого ординала, який не є міткою якого-небудь елемента множини. Така "величина" називається *порядковим типом множини*.

Порядкові числа як розширення множини натуральних чисел

Натуральні числа (до яких у даному випадку відноситься і число 0) мають два основних застосування: описання потужності деякої множини та описання позиції елемента в заданій послідовності. У випадку скінченних множин ці поняття збігаються; з точністю до ізоморфізму існує єдиний спосіб розкласти елементи скінченної множини у вигляді послідовності. У випадку нескінченних множин необхідно розрізняти поняття розміру та пов'язані з ним кардинальні числа та поняття позиції, узагальненням якого є порядкові числа. Це пояснюється тем, що нескінченна множина, маючи фіксовану потужність, може бути цілком впорядкованою більш ніж одним неізоморфним способом.

Хоча поняття кардинального числа, пов'язаного з множиною, не потребує визначення на ній якої-небудь структури, ординали тісно пов'язані з особливою різномаїтністю множин, які називаються цілком впорядкованими (по суті ці поняття настільки близькі, що деякі математики не розрізняють їх). Цей термін позначає лінійно впорядковану множину, в якій немає нескінченно спадних послідовностей (хоча можуть існувати нескінченно зростаючі), або, що еквівалентно, множину, в якій довільна непорожня підмножина містить найменший елемент. Порядкові числа можна використовувати як для позначення елементів довільної заданої цілком впорядкованої множини: найменший елемент отримує мітку 0, наступний за ним — мітку 1, наступний — 2, і т.д., так і для обчислення "величини" всієї множини шляхом визначення найменшого ординала, який не є міткою якого-небудь елемента множини. Така "величина" називається *порядковим типом множини*.

Порядкові числа як розширення множини натуральних чисел

Натуральні числа (до яких у даному випадку відноситься і число 0) мають два основних застосування: описання потужності деякої множини та описання позиції елемента в заданій послідовності. У випадку скінченних множин ці поняття збігаються; з точністю до ізоморфізму існує єдиний спосіб розкласти елементи скінченної множини у вигляді послідовності. У випадку нескінченних множин необхідно розрізняти поняття розміру та пов'язані з ним кардинальні числа та поняття позиції, узагальненням якого є порядкові числа. Це пояснюється тем, що нескінченна множина, маючи фіксовану потужність, може бути цілком впорядкованою більш ніж одним неізоморфним способом.

Хоча поняття кардинального числа, пов'язаного з множиною, не потребує визначення на ній якої-небудь структури, ординали тісно пов'язані з особливою різномаїтністю множин, які називаються цілком впорядкованими (по суті ці поняття настільки близькі, що деякі математики не розрізняють їх). Цей термін позначає лінійно впорядковану множину, в якій немає нескінченно спадних послідовностей (хоча можуть існувати нескінченно зростаючі), або, що еквівалентно, множину, в якій довільна непорожня підмножина містить найменший елемент. Порядкові числа можна використовувати як для позначення елементів довільної заданої цілком впорядкованої множини: найменший елемент отримує мітку 0, наступний за ним — мітку 1, наступний — 2, і т.д., так і для обчислення "величини" всієї множини шляхом визначення найменшого ординала, який не є міткою якого-небудь елемента множини. Така "величина" називається *порядковим типом множини*.

Порядкові числа як розширення множини натуральних чисел

Натуральні числа (до яких у даному випадку відноситься і число 0) мають два основних застосування: описання потужності деякої множини та описання позиції елемента в заданій послідовності. У випадку скінченних множин ці поняття збігаються; з точністю до ізоморфізму існує єдиний спосіб розкласти елементи скінченної множини у вигляді послідовності. У випадку нескінченних множин необхідно розрізняти поняття розміру та пов'язані з ним кардинальні числа та поняття позиції, узагальненням якого є порядкові числа. Це пояснюється тем, що нескінченна множина, маючи фіксовану потужність, може бути цілком впорядкованою більш ніж одним неізоморфним способом.

Хоча поняття кардинального числа, пов'язаного з множиною, не потребує визначення на ній якої-небудь структури, ординали тісно пов'язані з особливою різномаїтністю множин, які називаються цілком впорядкованими (по суті ці поняття настільки близькі, що деякі математики не розрізняють їх). Цей термін позначає лінійно впорядковану множину, в якій немає нескінченно спадних послідовностей (хоча можуть існувати нескінченно зростаючі), або, що еквівалентно, множину, в якій довільна непорожня підмножина містить найменший елемент. Порядкові числа можна використовувати як для позначення елементів довільної заданої цілком впорядкованої множини: найменший елемент отримує мітку 0, наступний за ним — мітку 1, наступний — 2, і т.д., так і для обчислення "величини" всієї множини шляхом визначення найменшого ординала, який не є міткою якого-небудь елемента множини. Така "величина" називається *порядковим типом множини*.

Порядкові числа як розширення множини натуральних чисел

Натуральні числа (до яких у даному випадку відноситься і число 0) мають два основних застосування: описання потужності деякої множини та описання позиції елемента в заданій послідовності. У випадку скінченних множин ці поняття збігаються; з точністю до ізоморфізму існує єдиний спосіб розкласти елементи скінченної множини у вигляді послідовності. У випадку нескінченних множин необхідно розрізняти поняття розміру та пов'язані з ним кардинальні числа та поняття позиції, узагальненням якого є порядкові числа. Це пояснюється тем, що нескінченна множина, маючи фіксовану потужність, може бути цілком впорядкованою більш ніж одним неізоморфним способом.

Хоча поняття кардинального числа, пов'язаного з множиною, не потребує визначення на ній якої-небудь структури, ординали тісно пов'язані з особливою різномаїтністю множин, які називаються цілком впорядкованими (по суті ці поняття настільки близькі, що деякі математики не розрізняють їх). Цей термін позначає лінійно впорядковану множину, в якій немає нескінченно спадних послідовностей (хоча можуть існувати нескінченно зростаючі), або, що еквівалентно, множину, в якій довільна непорожня підмножина містить найменший елемент. Порядкові числа можна використовувати як для позначення елементів довільної заданої цілком впорядкованої множини: найменший елемент отримує мітку 0, наступний за ним — мітку 1, наступний — 2, і т.д., так і для обчислення "величини" всієї множини шляхом визначення найменшого ординала, який не є міткою якого-небудь елемента множини. Така "величина" називається *порядковим типом множини*.

Порядкові числа як розширення множини натуральних чисел

Натуральні числа (до яких у даному випадку відноситься і число 0) мають два основних застосування: описання потужності деякої множини та описання позиції елемента в заданій послідовності. У випадку скінченних множин ці поняття збігаються; з точністю до ізоморфізму існує єдиний спосіб розкласти елементи скінченної множини у вигляді послідовності. У випадку нескінченних множин необхідно розрізняти поняття розміру та пов'язані з ним кардинальні числа та поняття позиції, узагальненням якого є порядкові числа. Це пояснюється тем, що нескінченна множина, маючи фіксовану потужність, може бути цілком впорядкованою більш ніж одним неізоморфним способом.

Хоча поняття кардинального числа, пов'язаного з множиною, не потребує визначення на ній якої-небудь структури, ординали тісно пов'язані з особливою різномаїтністю множин, які називаються цілком впорядкованими (по суті ці поняття настільки близькі, що деякі математики не розрізняють їх). Цей термін позначає лінійно впорядковану множину, в якій немає нескінченно спадних послідовностей (хоча можуть існувати нескінченно зростаючі), або, що еквівалентно, множину, в якій довільна непорожня підмножина містить найменший елемент. Порядкові числа можна використовувати як для позначення елементів довільної заданої цілком впорядкованої множини: найменший елемент отримує мітку 0, наступний за ним — мітку 1, наступний — 2, і т.д., так і для обчислення "величини" всієї множини шляхом визначення найменшого ординала, який не є міткою якого-небудь елемента множини. Така "величина" називається *порядковим типом множини*.

Порядкові числа як розширення множини натуральних чисел

Натуральні числа (до яких у даному випадку відноситься і число 0) мають два основних застосування: описання потужності деякої множини та описання позиції елемента в заданій послідовності. У випадку скінченних множин ці поняття збігаються; з точністю до ізоморфізму існує єдиний спосіб розкласти елементи скінченної множини у вигляді послідовності. У випадку нескінченних множин необхідно розрізняти поняття розміру та пов'язані з ним кардинальні числа та поняття позиції, узагальненням якого є порядкові числа. Це пояснюється тем, що нескінченна множина, маючи фіксовану потужність, може бути цілком впорядкованою більш ніж одним неізоморфним способом.

Хоча поняття кардинального числа, пов'язаного з множиною, не потребує визначення на ній якої-небудь структури, ординали тісно пов'язані з особливою різномаїтністю множин, які називаються цілком впорядкованими (по суті ці поняття настільки близькі, що деякі математики не розрізняють їх). Цей термін позначає лінійно впорядковану множину, в якій немає нескінченно спадних послідовностей (хоча можуть існувати нескінченно зростаючі), або, що еквівалентно, множину, в якій довільна непорожня підмножина містить найменший елемент. Порядкові числа можна використовувати як для позначення елементів довільної заданої цілком впорядкованої множини: найменший елемент отримує мітку 0, наступний за ним — мітку 1, наступний — 2, і т.д., так і для обчислення "величини" всієї множини шляхом визначення найменшого ординала, який не є міткою якого-небудь елемента множини. Така "величина" називається *порядковим типом множини*.

Порядкові числа як розширення множини натуральних чисел

Натуральні числа (до яких у даному випадку відноситься і число 0) мають два основних застосування: описання потужності деякої множини та описання позиції елемента в заданій послідовності. У випадку скінченних множин ці поняття збігаються; з точністю до ізоморфізму існує єдиний спосіб розкласти елементи скінченної множини у вигляді послідовності. У випадку нескінченних множин необхідно розрізняти поняття розміру та пов'язані з ним кардинальні числа та поняття позиції, узагальненням якого є порядкові числа. Це пояснюється тем, що нескінченна множина, маючи фіксовану потужність, може бути цілком впорядкованою більш ніж одним неізоморфним способом.

Хоча поняття кардинального числа, пов'язаного з множиною, не потребує визначення на ній якої-небудь структури, ординали тісно пов'язані з особливою різномаїтністю множин, які називаються цілком впорядкованими (по суті ці поняття настільки близькі, що деякі математики не розрізняють їх). Цей термін позначає лінійно впорядковану множину, в якій немає нескінченно спадних послідовностей (хоча можуть існувати нескінченно зростаючі), або, що еквівалентно, множину, в якій довільна непорожня підмножина містить найменший елемент. Порядкові числа можна використовувати як для позначення елементів довільної заданої цілком впорядкованої множини: найменший елемент отримує мітку 0, наступний за ним — мітку 1, наступний — 2, і т.д., так і для обчислення "величини" всієї множини шляхом визначення найменшого ординала, який не є міткою якого-небудь елемента множини. Така "величина" називається *порядковим типом множини*.

Порядкові числа як розширення множини натуральних чисел

Натуральні числа (до яких у даному випадку відноситься і число 0) мають два основних застосування: описання потужності деякої множини та описання позиції елемента в заданій послідовності. У випадку скінченних множин ці поняття збігаються; з точністю до ізоморфізму існує єдиний спосіб розкласти елементи скінченної множини у вигляді послідовності. У випадку нескінченних множин необхідно розрізняти поняття розміру та пов'язані з ним кардинальні числа та поняття позиції, узагальненням якого є порядкові числа. Це пояснюється тем, що нескінченна множина, маючи фіксовану потужність, може бути цілком впорядкованою більш ніж одним неізоморфним способом.

Хоча поняття кардинального числа, пов'язаного з множиною, не потребує визначення на ній якої-небудь структури, ординали тісно пов'язані з особливою різномаїтністю множин, які називаються цілком впорядкованими (по суті ці поняття настільки близькі, що деякі математики не розрізняють їх). Цей термін позначає лінійно впорядковану множину, в якій немає нескінченно спадних послідовностей (хоча можуть існувати нескінченно зростаючі), або, що еквівалентно, множину, в якій довільна непорожня підмножина містить найменший елемент. Порядкові числа можна використовувати як для позначення елементів довільної заданої цілком впорядкованої множини: найменший елемент отримує мітку 0, наступний за ним — мітку 1, наступний — 2, і т.д., так і для обчислення "величини" всієї множини шляхом визначення найменшого ординала, який не є міткою якого-небудь елемента множини. Така "величина" називається *порядковим типом множини*.

Довільне порядкове число визначається множиною *попередніх ординалів*: фактично найбільш поширене означення порядкового числа ототожнює його з множиною попередніх ординалів. Так зокрема, ординал 142 представляє собою порядковий тип множини попередніх ординалів, тобто ординалів від 0 (найменший ординал) до 141 (безпосередній попередник 142), і зазвичай ототожнюється з множиною

$$\{0, 1, 2, \ldots, 141\}.$$

Виконується й обернене твердження: довільна замкнена вниз множина (тобто така множина S, що містить елемент a, то і містить усі елементи $b \leqslant a$): ординалів S — тобто є такою, що для довільного ординала $\alpha \in S$ і довільно ординала $\beta < \alpha$ ординал β також є елементом ординала S — сам є ординалом, оскільки його можна ототожнити з таким.

До цього ми згадували лише скінченні ординали, які збігаються з натуральними числами. Поруч з ними існують також нескінченні ординали: найменшим серед яких є порядковий тип натуральних чисел (тобто скінченних ординалів) ω, який навіть можна ототожнити з самою множиною натуральних чисел. Справді, множина натуральних чисел замкнена вниз і, як довільна підмножина ординалів є цілком впорядкованою, а отже її можна ототожнити з відповідним порядковим число, що насправді відповідає означенню ординала ω.

Довільне порядкове число визначається множиною *попередніх ординалів*: фактично найбільш поширене означення порядкового числа ототожнює його з множиною попередніх ординалів. Так зокрема, ординал 142 представляє собою порядковий тип множини попередніх ординалів, тобто ординалів від 0 (найменший ординал) до 141 (безпосередній попередник 142), і зазвичай ототожнюється з множиною

$$\{0, 1, 2, \ldots, 141\}.$$

Виконується й обернене твердження: довільна замкнена вниз множина (тобто така множина S, що містить елемент a, то і містить усі елементи $b \leqslant a$): ординалів S — тобто є такою, що для довільного ординала $\alpha \in S$ і довільно ординала $\beta < \alpha$ ординал β також є елементом ординала S — сам є ординалом, оскільки його можна ототожнити з таким.

До цього ми згадували лише скінченні ординали, які збігаються з натуральними числами. Поруч з ними існують також нескінченні ординали: найменшим серед яких є порядковий тип натуральних чисел (тобто скінченних ординалів) ω, який навіть можна ототожнити з самою множиною натуральних чисел. Справді, множина натуральних чисел замкнена вниз і, як довільна підмножина ординалів є цілком впорядкованою, а отже її можна ототожнити з відповідним порядковим число, що насправді відповідає означенню ординала ω.

Довільне порядкове число визначається множиною *попередніх ординалів*: фактично найбільш поширене означення порядкового числа ототожнює його з множиною попередніх ординалів. Так зокрема, ординал 142 представляє собою порядковий тип множини попередніх ординалів, тобто ординалів від 0 (найменший ординал) до 141 (безпосередній попередник 142), і зазвичай ототожнюється з множиною

$$\{0, 1, 2, \ldots, 141\}.$$

Виконується й обернене твердження: довільна замкнена вниз множина (тобто така множина S, що містить елемент a, то і містить усі елементи $b \leqslant a$): ординалів S — тобто є такою, що для довільного ординала $\alpha \in S$ і довільно ординала $\beta < \alpha$ ординал β також є елементом ординала S — сам є ординалом, оскільки його можна ототожнити з таким.

До цього ми згадували лише скінченні ординали, які збігаються з натуральними числами. Поруч з ними існують також нескінченні ординали: найменшим серед яких є порядковий тип натуральних чисел (тобто скінченних ординалів) ω, який навіть можна ототожнити з самою множиною натуральних чисел. Справді, множина натуральних чисел замкнена вниз і, як довільна підмножина ординалів є цілком впорядкованою, а отже її можна ототожнити з відповідним порядковим число, що насправді відповідає означенню ординала ω.

Довільне порядкове число визначається множиною *попередніх ординалів*: фактично найбільш поширене означення порядкового числа ототожнює його з множиною попередніх ординалів. Так зокрема, ординал 142 представляє собою порядковий тип множини попередніх ординалів, тобто ординалів від 0 (найменший ординал) до 141 (безпосередній попередник 142), і зазвичай ототожнюється з множиною

$$\{0, 1, 2, \ldots, 141\}.$$

Виконується й обернене твердження: довільна замкнена вниз множина (тобто така множина S, що містить елемент a, то і містить усі елементи $b \leqslant a$): ординалів S — тобто є такою, що для довільного ординала $\alpha \in S$ і довільно ординала $\beta < \alpha$ ординал β також є елементом ординала S — сам є ординалом, оскільки його можна ототожнити з таким.

До цього ми згадували лише скінченні ординали, які збігаються з натуральними числами. Поруч з ними існують також нескінченні ординали: найменшим серед яких є порядковий тип натуральних чисел (тобто скінченних ординалів) ω, який навіть можна ототожнити з самою множиною натуральних чисел. Справді, множина натуральних чисел замкнена вниз і, як довільна підмножина ординалів є цілком впорядкованою, а отже її можна ототожнити з відповідним порядковим число, що насправді відповідає означенню ординала ω.

Довільне порядкове число визначається множиною *попередніх ординалів*: фактично найбільш поширене означення порядкового числа ототожнює його з множиною попередніх ординалів. Так зокрема, ординал 142 представляє собою порядковий тип множини попередніх ординалів, тобто ординалів від 0 (найменший ординал) до 141 (безпосередній попередник 142), і зазвичай ототожнюється з множиною

$$\{0, 1, 2, \ldots, 141\}.$$

Виконується й обернене твердження: довільна замкнена вниз множина (тобто така множина S, що містить елемент a, то і містить усі елементи $b \leqslant a$): ординалів S — тобто є такою, що для довільного ординала $\alpha \in S$ і довільно ординала $\beta < \alpha$ ординал β також є елементом ординала S — сам є ординалом, оскільки його можна ототожнити з таким.

До цього ми згадували лише скінченні ординали, які збігаються з натуральними числами. Поруч з ними існують також нескінченні ординали: найменшим серед яких є порядковий тип натуральних чисел (тобто скінченних ординалів) ω, який навіть можна ототожнити з самою множиною натуральних чисел. Справді, множина натуральних чисел замкнена вниз і, як довільна підмножина ординалів є цілком впорядкованою, а отже її можна ототожнити з відповідним порядковим число, що насправді відповідає означенню ординала ω.

Довільне порядкове число визначається множиною *попередніх ординалів*: фактично найбільш поширене означення порядкового числа ототожнює його з множиною попередніх ординалів. Так зокрема, ординал 142 представляє собою порядковий тип множини попередніх ординалів, тобто ординалів від 0 (найменший ординал) до 141 (безпосередній попередник 142), і зазвичай ототожнюється з множиною

$$\{0, 1, 2, \ldots, 141\}.$$

Виконується й обернене твердження: довільна замкнена вниз множина (тобто така множина S, що містить елемент a, то і містить усі елементи $b \leqslant a$): ординалів S — тобто є такою, що для довільного ординала $\alpha \in S$ і довільно ординала $\beta < \alpha$ ординал β також є елементом ординала S — сам є ординалом, оскільки його можна ототожнити з таким.

До цього ми згадували лише скінченні ординали, які збігаються з натуральними числами. Поруч з ними існують також нескінченні ординали: найменшим серед яких є порядковий тип натуральних чисел (тобто скінченних ординалів) ω, який навіть можна ототожнити з самою множиною натуральних чисел. Справді, множина натуральних чисел замкнена вниз і, як довільна підмножина ординалів є цілком впорядкованою, а отже її можна ототожнити з відповідним порядковим число, що насправді відповідає означенню ординала ω.

Довільне порядкове число визначається множиною *попередніх ординалів*: фактично найбільш поширене означення порядкового числа ототожнює його з множиною попередніх ординалів. Так зокрема, ординал 142 представляє собою порядковий тип множини попередніх ординалів, тобто ординалів від 0 (найменший ординал) до 141 (безпосередній попередник 142), і зазвичай ототожнюється з множиною

$$\{0, 1, 2, \ldots, 141\}.$$

Виконується й обернене твердження: довільна замкнена вниз множина (тобто така множина S, що містить елемент a, то і містить усі елементи $b \leqslant a$): ординалів S — тобто є такою, що для довільного ординала $\alpha \in S$ і довільно ординала $\beta < \alpha$ ординал β також є елементом ординала S — сам є ординалом, оскільки його можна ототожнити з таким.

До цього ми згадували лише скінченні ординали, які збігаються з натуральними числами. Поруч з ними існують також нескінченні ординали: найменшим серед яких є порядковий тип натуральних чисел (тобто скінченних ординалів) ω, який навіть можна ототожнити з самою множиною натуральних чисел. Справді, множина натуральних чисел замкнена вниз і, як довільна підмножина ординалів є цілком впорядкованою, а отже її можна ототожнити з відповідним порядковим число, що насправді відповідає означенню ординала ω.

Довільне порядкове число визначається множиною *попередніх ординалів*: фактично найбільш поширене означення порядкового числа ототожнює його з множиною попередніх ординалів. Так зокрема, ординал 142 представляє собою порядковий тип множини попередніх ординалів, тобто ординалів від 0 (найменший ординал) до 141 (безпосередній попередник 142), і зазвичай ототожнюється з множиною

$$\{0, 1, 2, \ldots, 141\}.$$

Виконується й обернене твердження: довільна замкнена вниз множина (тобто така множина S, що містить елемент a, то і містить усі елементи $b \leqslant a$): ординалів S — тобто є такою, що для довільного ординала $\alpha \in S$ і довільно ординала $\beta < \alpha$ ординал β також є елементом ординала S — сам є ординалом, оскільки його можна ототожнити з таким.

До цього ми згадували лише скінченні ординали, які збігаються з натуральними числами. Поруч з ними існують також нескінченні ординали: найменшим серед яких є порядковий тип натуральних чисел (тобто скінченних ординалів) ω, який навіть можна ототожнити з самою множиною натуральних чисел. Справді, множина натуральних чисел замкнена вниз і, як довільна підмножина ординалів є цілком впорядкованою, а отже її можна ототожнити з відповідним порядковим число, що насправді відповідає означенню ординала ω.

Довільне порядкове число визначається множиною *попередніх ординалів*: фактично найбільш поширене означення порядкового числа ототожнює його з множиною попередніх ординалів. Так зокрема, ординал 142 представляє собою порядковий тип множини попередніх ординалів, тобто ординалів від 0 (найменший ординал) до 141 (безпосередній попередник 142), і зазвичай ототожнюється з множиною

$$\{0, 1, 2, \ldots, 141\}.$$

Виконується й обернене твердження: довільна замкнена вниз множина (тобто така множина S, що містить елемент a, то і містить усі елементи $b \leqslant a$): ординалів S — тобто є такою, що для довільного ординала $\alpha \in S$ і довільно ординала $\beta < \alpha$ ординал β також є елементом ординала S — сам є ординалом, оскільки його можна ототожнити з таким.

До цього ми згадували лише скінченні ординали, які збігаються з натуральними числами. Поруч з ними існують також нескінченні ординали: найменшим серед яких є порядковий тип натуральних чисел (тобто скінченних ординалів) ω, який навіть можна ототожнити з самою множиною натуральних чисел. Справді, множина натуральних чисел замкнена вниз і, як довільна підмножина ординалів є цілком впорядкованою, а отже її можна ототожнити з відповідним порядковим число, що насправді відповідає означенню ординала ω.

Довільне порядкове число визначається множиною *попередніх ординалів*: фактично найбільш поширене означення порядкового числа ототожнює його з множиною попередніх ординалів. Так зокрема, ординал 142 представляє собою порядковий тип множини попередніх ординалів, тобто ординалів від 0 (найменший ординал) до 141 (безпосередній попередник 142), і зазвичай ототожнюється з множиною

$$\{0, 1, 2, \ldots, 141\}.$$

Виконується й обернене твердження: довільна замкнена вниз множина (тобто така множина S, що містить елемент a, то і містить усі елементи $b \leqslant a$): ординалів S — тобто є такою, що для довільного ординала $\alpha \in S$ і довільно ординала $\beta < \alpha$ ординал β також є елементом ординала S — сам є ординалом, оскільки його можна ототожнити з таким.

До цього ми згадували лише скінченні ординали, які збігаються з натуральними числами. Поруч з ними існують також нескінченні ординали: найменшим серед яких є порядковий тип натуральних чисел (тобто скінченних ординалів) ω, який навіть можна ототожнити з самою множиною натуральних чисел. Справді, множина натуральних чисел замкнена вниз і, як довільна підмножина ординалів є цілком впорядкованою, а отже її можна ототожнити з відповідним порядковим число, що насправді відповідає означенню ординала ω.

Довільне порядкове число визначається множиною *попередніх ординалів*: фактично найбільш поширене означення порядкового числа ототожнює його з множиною попередніх ординалів. Так зокрема, ординал 142 представляє собою порядковий тип множини попередніх ординалів, тобто ординалів від 0 (найменший ординал) до 141 (безпосередній попередник 142), і зазвичай ототожнюється з множиною

$$\{0, 1, 2, \ldots, 141\}.$$

Виконується й обернене твердження: довільна замкнена вниз множина (тобто така множина S, що містить елемент a, то і містить усі елементи $b \leqslant a$): ординалів S — тобто є такою, що для довільного ординала $\alpha \in S$ і довільно ординала $\beta < \alpha$ ординал β також є елементом ординала S — сам є ординалом, оскільки його можна ототожнити з таким.

До цього ми згадували лише скінченні ординали, які збігаються з натуральними числами. Поруч з ними існують також нескінченні ординали: найменшим серед яких є порядковий тип натуральних чисел (тобто скінченних ординалів) ω, який навіть можна ототожнити з самою множиною натуральних чисел. Справді, множина натуральних чисел замкнена вниз і, як довільна підмножина ординалів є цілком впорядкованою, а отже її можна ототожнити з відповідним порядковим число, що насправді відповідає означенню ординала ω.

Довільне порядкове число визначається множиною *попередніх ординалів*: фактично найбільш поширене означення порядкового числа ототожнює його з множиною попередніх ординалів. Так зокрема, ординал 142 представляє собою порядковий тип множини попередніх ординалів, тобто ординалів від 0 (найменший ординал) до 141 (безпосередній попередник 142), і зазвичай ототожнюється з множиною

$$\{0, 1, 2, \ldots, 141\}.$$

Виконується й обернене твердження: довільна замкнена вниз множина (тобто така множина S, що містить елемент a, то і містить усі елементи $b \leqslant a$): ординалів S — тобто є такою, що для довільного ординала $\alpha \in S$ і довільно ординала $\beta < \alpha$ ординал β також є елементом ординала S — сам є ординалом, оскільки його можна ототожнити з таким.

До цього ми згадували лише скінченні ординали, які збігаються з натуральними числами. Поруч з ними існують також нескінченні ординали: найменшим серед яких є порядковий тип натуральних чисел (тобто скінченних ординалів) ω, який навіть можна ототожнити з самою множиною натуральних чисел. Справді, множина натуральних чисел замкнена вниз і, як довільна підмножина ординалів є цілком впорядкованою, а отже її можна ототожнити з відповідним порядковим число, що насправді відповідає означенню ординала ω.

Довільне порядкове число визначається множиною *попередніх ординалів*: фактично найбільш поширене означення порядкового числа ототожнює його з множиною попередніх ординалів. Так зокрема, ординал 142 представляє собою порядковий тип множини попередніх ординалів, тобто ординалів від 0 (найменший ординал) до 141 (безпосередній попередник 142), і зазвичай ототожнюється з множиною

$$\{0, 1, 2, \ldots, 141\}.$$

Виконується й обернене твердження: довільна замкнена вниз множина (тобто така множина S, що містить елемент a, то і містить усі елементи $b \leqslant a$): ординалів S — тобто є такою, що для довільного ординала $\alpha \in S$ і довільно ординала $\beta < \alpha$ ординал β також є елементом ординала S — сам є ординалом, оскільки його можна ототожнити з таким.

До цього ми згадували лише скінченні ординали, які збігаються з натуральними числами. Поруч з ними існують також нескінченні ординали: найменшим серед яких є порядковий тип натуральних чисел (тобто скінченних ординалів) ω, який навіть можна ототожнити з самою множиною натуральних чисел. Справді, множина натуральних чисел замкнена вниз і, як довільна підмножина ординалів є цілком впорядкованою, а отже її можна ототожнити з відповідним порядковим число, що насправді відповідає означенню ординала ω.

Довільне порядкове число визначається множиною *попередніх ординалів*: фактично найбільш поширене означення порядкового числа ототожнює його з множиною попередніх ординалів. Так зокрема, ординал 142 представляє собою порядковий тип множини попередніх ординалів, тобто ординалів від 0 (найменший ординал) до 141 (безпосередній попередник 142), і зазвичай ототожнюється з множиною

$$\{0, 1, 2, \ldots, 141\}.$$

Виконується й обернене твердження: довільна замкнена вниз множина (тобто така множина S, що містить елемент a, то і містить усі елементи $b \leqslant a$): ординалів S — тобто є такою, що для довільного ординала $\alpha \in S$ і довільно ординала $\beta < \alpha$ ординал β також є елементом ординала S — сам є ординалом, оскільки його можна ототожнити з таким.

До цього ми згадували лише скінченні ординали, які збігаються з натуральними числами. Поруч з ними існують також нескінченні ординали: найменшим серед яких є порядковий тип натуральних чисел (тобто скінченних ординалів) ω, який навіть можна ототожнити з самою множиною натуральних чисел. Справді, множина натуральних чисел замкнена вниз і, як довільна підмножина ординалів є цілком впорядкованою, а отже її можна ототожнити з відповідним порядковим число, що насправді відповідає означенню ординала ω.

Довільне порядкове число визначається множиною *попередніх ординалів*: фактично найбільш поширене означення порядкового числа ототожнює його з множиною попередніх ординалів. Так зокрема, ординал 142 представляє собою порядковий тип множини попередніх ординалів, тобто ординалів від 0 (найменший ординал) до 141 (безпосередній попередник 142), і зазвичай ототожнюється з множиною

$$\{0, 1, 2, \ldots, 141\}.$$

Виконується й обернене твердження: довільна замкнена вниз множина (тобто така множина S, що містить елемент a, то і містить усі елементи $b \leqslant a$): ординалів S — тобто є такою, що для довільного ординала $\alpha \in S$ і довільно ординала $\beta < \alpha$ ординал β також є елементом ординала S — сам є ординалом, оскільки його можна ототожнити з таким.

До цього ми згадували лише скінченні ординали, які збігаються з натуральними числами. Поруч з ними існують також нескінченні ординали: найменшим серед яких є порядковий тип натуральних чисел (тобто скінченних ординалів) ω, який навіть можна ототожнити з самою множиною натуральних чисел. Справді, множина натуральних чисел замкнена вниз і, як довільна підмножина ординалів є цілком впорядкованою, а отже її можна ототожнити з відповідним порядковим число, що насправді відповідає означенню ординала ω.

Довільне порядкове число визначається множиною *попередніх ординалів*: фактично найбільш поширене означення порядкового числа ототожнює його з множиною попередніх ординалів. Так зокрема, ординал 142 представляє собою порядковий тип множини попередніх ординалів, тобто ординалів від 0 (найменший ординал) до 141 (безпосередній попередник 142), і зазвичай ототожнюється з множиною

$$\{0, 1, 2, \ldots, 141\}.$$

Виконується й обернене твердження: довільна замкнена вниз множина (тобто така множина S, що містить елемент a, то і містить усі елементи $b \leqslant a$): ординалів S — тобто є такою, що для довільного ординала $\alpha \in S$ і довільно ординала $\beta < \alpha$ ординал β також є елементом ординала S — сам є ординалом, оскільки його можна ототожнити з таким.

До цього ми згадували лише скінченні ординали, які збігаються з натуральними числами. Поруч з ними існують також нескінченні ординали: найменшим серед яких є порядковий тип натуральних чисел (тобто скінченних ординалів) ω, який навіть можна ототожнити з самою множиною натуральних чисел. Справді, множина натуральних чисел замкнена вниз і, як довільна підмножина ординалів є цілком впорядкованою, а отже її можна ототожнити з відповідним порядковим число, що насправді відповідає означенню ординала ω.

Довільне порядкове число визначається множиною *попередніх ординалів*: фактично найбільш поширене означення порядкового числа ототожнює його з множиною попередніх ординалів. Так зокрема, ординал 142 представляє собою порядковий тип множини попередніх ординалів, тобто ординалів від 0 (найменший ординал) до 141 (безпосередній попередник 142), і зазвичай ототожнюється з множиною

$$\{0, 1, 2, \ldots, 141\}.$$

Виконується й обернене твердження: довільна замкнена вниз множина (тобто така множина S, що містить елемент a, то і містить усі елементи $b \leqslant a$): ординалів S — тобто є такою, що для довільного ординала $\alpha \in S$ і довільно ординала $\beta < \alpha$ ординал β також є елементом ординала S — сам є ординалом, оскільки його можна ототожнити з таким.

До цього ми згадували лише скінченні ординали, які збігаються з натуральними числами. Поруч з ними існують також нескінченні ординали: найменшим серед яких є порядковий тип натуральних чисел (тобто скінченних ординалів) ω, який навіть можна ототожнити з самою множиною натуральних чисел. Справді, множина натуральних чисел замкнена вниз і, як довільна підмножина ординалів є цілком впорядкованою, а отже її можна ототожнити з відповідним порядковим число, що насправді відповідає означенню ординала ω.

Довільне порядкове число визначається множиною *попередніх ординалів*: фактично найбільш поширене означення порядкового числа ототожнює його з множиною попередніх ординалів. Так зокрема, ординал 142 представляє собою порядковий тип множини попередніх ординалів, тобто ординалів від 0 (найменший ординал) до 141 (безпосередній попередник 142), і зазвичай ототожнюється з множиною

$$\{0, 1, 2, \ldots, 141\}.$$

Виконується й обернене твердження: довільна замкнена вниз множина (тобто така множина S, що містить елемент a, то і містить усі елементи $b \leqslant a$): ординалів S — тобто є такою, що для довільного ординала $\alpha \in S$ і довільно ординала $\beta < \alpha$ ординал β також є елементом ординала S — сам є ординалом, оскільки його можна ототожнити з таким.

До цього ми згадували лише скінченні ординали, які збігаються з натуральними числами. Поруч з ними існують також нескінченні ординали: найменшим серед яких є порядковий тип натуральних чисел (тобто скінченних ординалів) ω, який навіть можна ототожнити з самою множиною натуральних чисел. Справді, множина натуральних чисел замкнена вниз і, як довільна підмножина ординалів є цілком впорядкованою, а отже її можна ототожнити з відповідним порядковим число, що насправді відповідає означенню ординала ω.

Довільне порядкове число визначається множиною *попередніх ординалів*: фактично найбільш поширене означення порядкового числа ототожнює його з множиною попередніх ординалів. Так зокрема, ординал 142 представляє собою порядковий тип множини попередніх ординалів, тобто ординалів від 0 (найменший ординал) до 141 (безпосередній попередник 142), і зазвичай ототожнюється з множиною

$$\{0, 1, 2, \ldots, 141\}.$$

Виконується й обернене твердження: довільна замкнена вниз множина (тобто така множина S, що містить елемент a, то і містить усі елементи $b \leqslant a$): ординалів S — тобто є такою, що для довільного ординала $\alpha \in S$ і довільно ординала $\beta < \alpha$ ординал β також є елементом ординала S — сам є ординалом, оскільки його можна ототожнити з таким.

До цього ми згадували лише скінченні ординали, які збігаються з натуральними числами. Поруч з ними існують також нескінченні ординали: найменшим серед яких є порядковий тип натуральних чисел (тобто скінченних ординалів) ω, який навіть можна ототожнити з самою множиною натуральних чисел. Справді, множина натуральних чисел замкнена вниз і, як довільна підмножина ординалів є цілком впорядкованою, а отже її можна ототожнити з відповідним порядковим число, що насправді відповідає означенню ординала ω.

Довільне порядкове число визначається множиною *попередніх ординалів*: фактично найбільш поширене означення порядкового числа ототожнює його з множиною попередніх ординалів. Так зокрема, ординал 142 представляє собою порядковий тип множини попередніх ординалів, тобто ординалів від 0 (найменший ординал) до 141 (безпосередній попередник 142), і зазвичай ототожнюється з множиною

$$\{0, 1, 2, \ldots, 141\}.$$

Виконується й обернене твердження: довільна замкнена вниз множина (тобто така множина S, що містить елемент a, то і містить усі елементи $b \leqslant a$): ординалів S — тобто є такою, що для довільного ординала $\alpha \in S$ і довільно ординала $\beta < \alpha$ ординал β також є елементом ординала S — сам є ординалом, оскільки його можна ототожнити з таким.

До цього ми згадували лише скінченні ординали, які збігаються з натуральними числами. Поруч з ними існують також нескінченні ординали: найменшим серед яких є порядковий тип натуральних чисел (тобто скінченних ординалів) ω, який навіть можна ототожнити з самою множиною натуральних чисел. Справді, множина натуральних чисел замкнена вниз і, як довільна підмножина ординалів є цілком впорядкованою, а отже її можна ототожнити з відповідним порядковим число, що насправді відповідає означенню ординала ω.

Довільне порядкове число визначається множиною *попередніх ординалів*: фактично найбільш поширене означення порядкового числа ототожнює його з множиною попередніх ординалів. Так зокрема, ординал 142 представляє собою порядковий тип множини попередніх ординалів, тобто ординалів від 0 (найменший ординал) до 141 (безпосередній попередник 142), і зазвичай ототожнюється з множиною

$$\{0, 1, 2, \ldots, 141\}.$$

Виконується й обернене твердження: довільна замкнена вниз множина (тобто така множина S, що містить елемент a, то і містить усі елементи $b \leqslant a$): ординалів S — тобто є такою, що для довільного ординала $\alpha \in S$ і довільно ординала $\beta < \alpha$ ординал β також є елементом ординала S — сам є ординалом, оскільки його можна ототожнити з таким.

До цього ми згадували лише скінченні ординали, які збігаються з натуральними числами. Поруч з ними існують також нескінченні ординали: найменшим серед яких є порядковий тип натуральних чисел (тобто скінченних ординалів) ω, який навіть можна ототожнити з самою множиною натуральних чисел. Справді, множина натуральних чисел замкнена вниз і, як довільна підмножина ординалів є цілком впорядкованою, а отже її можна ототожнити з відповідним порядковим число, що насправді відповідає означенню ординала ω.

Довільне порядкове число визначається множиною *попередніх ординалів*: фактично найбільш поширене означення порядкового числа ототожнює його з множиною попередніх ординалів. Так зокрема, ординал 142 представляє собою порядковий тип множини попередніх ординалів, тобто ординалів від 0 (найменший ординал) до 141 (безпосередній попередник 142), і зазвичай ототожнюється з множиною

$$\{0, 1, 2, \dots, 141\}.$$

Виконується й обернене твердження: довільна замкнена вниз множина (тобто така множина S, що містить елемент a, то і містить усі елементи $b \leqslant a$): ординалів S — тобто є такою, що для довільного ординала $\alpha \in S$ і довільно ординала $\beta < \alpha$ ординал β також є елементом ординала S — сам є ординалом, оскільки його можна ототожнити з таким.

До цього ми згадували лише скінченні ординали, які збігаються з натуральними числами. Поруч з ними існують також нескінченні ординали: найменшим серед яких є порядковий тип натуральних чисел (тобто скінченних ординалів) ω, який навіть можна ототожнити з самою множиною натуральних чисел. Справді, множина натуральних чисел замкнена вниз і, як довільна підмножина ординалів є цілком впорядкованою, а отже її можна ототожнити з відповідним порядковим число, що насправді відповідає означенню ординала ω.

Довільне порядкове число визначається множиною *попередніх ординалів*: фактично найбільш поширене означення порядкового числа ототожнює його з множиною попередніх ординалів. Так зокрема, ординал 142 представляє собою порядковий тип множини попередніх ординалів, тобто ординалів від 0 (найменший ординал) до 141 (безпосередній попередник 142), і зазвичай ототожнюється з множиною

$$\{0, 1, 2, \ldots, 141\}.$$

Виконується й обернене твердження: довільна замкнена вниз множина (тобто така множина S, що містить елемент a, то і містить усі елементи $b \leqslant a$): ординалів S — тобто є такою, що для довільного ординала $\alpha \in S$ і довільно ординала $\beta < \alpha$ ординал β також є елементом ординала S — сам є ординалом, оскільки його можна ототожнити з таким.

До цього ми згадували лише скінченні ординали, які збігаються з натуральними числами. Поруч з ними існують також нескінченні ординали: найменшим серед яких є порядковий тип натуральних чисел (тобто скінченних ординалів) ω, який навіть можна ототожнити з самою множиною натуральних чисел. Справді, множина натуральних чисел замкнена вниз і, як довільна підмножина ординалів є цілком впорядкованою, а отже її можна ототожнити з відповідним порядковим число, що насправді відповідає означенню ординала ω.

Довільне порядкове число визначається множиною *попередніх ординалів*: фактично найбільш поширене означення порядкового числа ототожнює його з множиною попередніх ординалів. Так зокрема, ординал 142 представляє собою порядковий тип множини попередніх ординалів, тобто ординалів від 0 (найменший ординал) до 141 (безпосередній попередник 142), і зазвичай ототожнюється з множиною

$$\{0, 1, 2, \ldots, 141\}.$$

Виконується й обернене твердження: довільна замкнена вниз множина (тобто така множина S, що містить елемент a, то і містить усі елементи $b \leqslant a$): ординалів S — тобто є такою, що для довільного ординала $\alpha \in S$ і довільно ординала $\beta < \alpha$ ординал β також є елементом ординала S — сам є ординалом, оскільки його можна ототожнити з таким.

До цього ми згадували лише скінченні ординали, які збігаються з натуральними числами. Поруч з ними існують також нескінченні ординали: найменшим серед яких є порядковий тип натуральних чисел (тобто скінченних ординалів) ω, який навіть можна ототожнити з самою множиною натуральних чисел. Справді, множина натуральних чисел замкнена вниз і, як довільна підмножина ординалів є цілком впорядкованою, а отже її можна ототожнити з відповідним порядковим число, що насправді відповідає означенню ординала ω.

Довільне порядкове число визначається множиною *попередніх ординалів*: фактично найбільш поширене означення порядкового числа ототожнює його з множиною попередніх ординалів. Так зокрема, ординал 142 представляє собою порядковий тип множини попередніх ординалів, тобто ординалів від 0 (найменший ординал) до 141 (безпосередній попередник 142), і зазвичай ототожнюється з множиною

$$\{0, 1, 2, \ldots, 141\}.$$

Виконується й обернене твердження: довільна замкнена вниз множина (тобто така множина S, що містить елемент a, то і містить усі елементи $b \leqslant a$): ординалів S — тобто є такою, що для довільного ординала $\alpha \in S$ і довільно ординала $\beta < \alpha$ ординал β також є елементом ординала S — сам є ординалом, оскільки його можна ототожнити з таким.

До цього ми згадували лише скінченні ординали, які збігаються з натуральними числами. Поруч з ними існують також нескінченні ординали: найменшим серед яких є порядковий тип натуральних чисел (тобто скінченних ординалів) ω, який навіть можна ототожнити з самою множиною натуральних чисел. Справді, множина натуральних чисел замкнена вниз і, як довільна підмножина ординалів є цілком впорядкованою, а отже її можна ототожнити з відповідним порядковим число, що насправді відповідає означенню ординала ω.

Можливо більш інтуїтивну уяву про порядкові числа можна отримати, розглянувши декілька їхніх перших представників: як згадувалося вище клас ординалів починається з натуральних чисел $0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$[1] Після всіх натуральних чисел розташований перший нескінченний ординал ω, за яким слідують $\omega + 1$, $\omega + 2$, $\omega + 2$, і т.д. Після всіх таких чисел йде $\omega \cdot 2$ (тобто $\omega + \omega$), $\omega \cdot 2 + 1$, $\omega \cdot 2 + 2$, і т.д., потім $\omega \cdot 3$, а після нього — $\omega \cdot 4$. Далі, слідує множина ординалів, які можна записати у вигляді $\omega \cdot m + n$, де m і n — натуральні числа, також має мати відповідне порядкове число: таким числом буде ω^2. За ним ідуть ω^3, ω^4, …, ω^ω, потім ω^{ω^2}, ω^{ω^3}, ω^{ω^4} і — набагато пізніше $\varepsilon_0 = \omega^{\omega^{\omega^{\omega^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}}$. Цей процес можна продовжувати необмежено. Висловлення "необмеженості" — це і є сильна властивість порядкових чисел: власно кажучи, коли ми, перелічуємо порядкові числа, використовуємо вираз "і т.д.", ми цим самим визначаємо порядкові числа, які слідують за ним. Найменший незліченний ординал є множиною всіх зліченних ординалів і позначається ω_1.

[1] Ми вважаємо, що нуль 0 є натуральним числом.

Можливо більш інтуїтивну уяву про порядкові числа можна отримати, розглянувши декілька їхніх перших представників: як згадувалося вище клас ординалів починається з натуральних чисел $0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$[1] Після всіх натуральних чисел розташований перший нескінченний ординал ω, за яким слідують $\omega + 1$, $\omega + 2$, $\omega + 2$, і т.д. Після всіх таких чисел йде $\omega \cdot 2$ (тобто $\omega + \omega$), $\omega \cdot 2 + 1$, $\omega \cdot 2 + 2$, і т.д., потім $\omega \cdot 3$, а після нього — $\omega \cdot 4$. Далі, слідує множина ординалів, які можна записати у вигляді $\omega \cdot m + n$, де m і n — натуральні числа, також має мати відповідне порядкове число: таким числом буде ω^2. За ним ідуть ω^3, ω^4, …, ω^ω, потім ω^{ω^2}, ω^{ω^3}, ω^{ω^4} і — набагато пізніше $\varepsilon_0 = \omega^{\omega^{\omega^{\omega^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}}$. Цей процес можна продовжувати необмежено. Висловлення “необмеженості” — це і є сильна властивість порядкових чисел: власно кажучи, коли ми, перелічуємо порядкові числа, використовуємо вираз “і т.д.”, ми цим самим визначаємо порядкові числа, які слідують за ним. Найменший незліченний ординал є множиною всіх зліченних ординалів і позначається ω_1.

[1] Ми вважаємо, що нуль 0 є натуральним числом.

Можливо більш інтуїтивну уяву про порядкові числа можна отримати, розглянувши декілька їхніх перших представників: як згадувалося вище клас ординалів починається з натуральних чисел $0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$[1] Після всіх натуральних чисел розташований перший нескінченний ординал ω, за яким слідують $\omega + 1$, $\omega + 2$, $\omega + 2$, і т.д. Після всіх таких чисел йде $\omega \cdot 2$ (тобто $\omega + \omega$), $\omega \cdot 2 + 1$, $\omega \cdot 2 + 2$, і т.д., потім $\omega \cdot 3$, а після нього — $\omega \cdot 4$. Далі, слідує множина ординалів, які можна записати у вигляді $\omega \cdot m + n$, де m і n — натуральні числа, також має мати відповідне порядкове число: таким числом буде ω^2. За ним ідуть ω^3, ω^4, ..., ω^ω, потім ω^{ω^2}, ω^{ω^3}, ω^{ω^4} і — набагато пізніше $\varepsilon_0 = \omega^{\omega^{\omega^{\omega^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}}$. Цей процес можна продовжувати необмежено. Висловлення "необмеженості" — це і є сильна властивість порядкових чисел: власно кажучи, коли ми, перелічуємо порядкові числа, використовуємо вираз "і т.д.", ми цим самим визначаємо порядкові числа, які слідують за ним. Найменший незлічений ординал є множиною всіх злічених ординалів і позначається ω_1.

[1] Ми вважаємо, що нуль 0 є натуральним числом.

Лекція 12: Ординали. Аксіома вибору. Трансфінітна індукція

Можливо більш інтуїтивну уяву про порядкові числа можна отримати, розглянувши декілька їхніх перших представників: як згадувалося вище клас ординалів починається з натуральних чисел $0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$[1] Після всіх натуральних чисел розташований перший нескінченний ординал ω, за яким слідують $\omega + 1$, $\omega + 2$, $\omega + 2$, і т.д. Після всіх таких чисел йде $\omega \cdot 2$ (тобто $\omega + \omega$), $\omega \cdot 2 + 1$, $\omega \cdot 2 + 2$, і т.д., потім $\omega \cdot 3$, а після нього — $\omega \cdot 4$. Далі, слідує множина ординалів, які можна записати у вигляді $\omega \cdot m + n$, де m і n — натуральні числа, також має мати відповідне порядкове число: таким числом буде ω^2. За ним ідуть ω^3, ω^4, ..., ω^ω, потім ω^{ω^2}, ω^{ω^3}, ω^{ω^4} і — набагато пізніше $\varepsilon_0 = \omega^{\omega^{\omega^{\omega^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}}$. Цей процес можна продовжувати необмежено. Висловлення "необмеженості" — це і є сильна властивість порядкових чисел: власно кажучи, коли ми, перелічуємо порядкові числа, використовуємо вираз "і т.д.", ми цим самим визначаємо порядкові числа, які слідують за ним. Найменший незліченний ординал є множиною всіх зліченних ординалів і позначається ω_1.

[1] Ми вважаємо, що нуль 0 є натуральним числом.

Можливо більш інтуїтивну уяву про порядкові числа можна отримати, розглянувши декілька їхніх перших представників: як згадувалося вище клас ординалів починається з натуральних чисел $0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$[1] Після всіх натуральних чисел розташований перший нескінченний ординал ω, за яким слідують $\omega + 1$, $\omega + 2$, $\omega + 2$, і т.д. Після всіх таких чисел йде $\omega \cdot 2$ (тобто $\omega + \omega$), $\omega \cdot 2 + 1$, $\omega \cdot 2 + 2$, і т.д., потім $\omega \cdot 3$, а після нього — $\omega \cdot 4$. Далі, слідує множина ординалів, які можна записати у вигляді $\omega \cdot m + n$, де m і n — натуральні числа, також має мати відповідне порядкове число: таким числом буде ω^2. За ним ідуть ω^3, ω^4, ..., ω^ω, потім ω^{ω^2}, ω^{ω^3}, ω^{ω^4} і — набагато пізніше $\varepsilon_0 = \omega^{\omega^{\omega^{\omega^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}}$. Цей процес можна продовжувати необмежено. Висловлення "необмеженості" — це і є сильна властивість порядкових чисел: власно кажучи, коли ми, перелічуємо порядкові числа, використовуємо вираз "і т.д.", ми цим самим визначаємо порядкові числа, які слідують за ним. Найменший незліченний ординал є множиною всіх зліченних ординалів і позначається ω_1.

[1] Ми вважаємо, що нуль 0 є натуральним числом.

Можливо більш інтуїтивну уяву про порядкові числа можна отримати, розглянувши декілька їхніх перших представників: як згадувалося вище клас ординалів починається з натуральних чисел $0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$[1] Після всіх натуральних чисел розташований перший нескінченний ординал ω, за яким слідують $\omega+1$, $\omega+2$, $\omega+2$, і т.д. Після всіх таких чисел йде $\omega \cdot 2$ (тобто $\omega+\omega$), $\omega \cdot 2+1$, $\omega \cdot 2+2$, і т.д., потім $\omega \cdot 3$, а після нього — $\omega \cdot 4$. Далі, слідує множина ординалів, які можна записати у вигляді $\omega \cdot m+n$, де m і n — натуральні числа, також має мати відповідне порядкове число: таким числом буде ω^2. За ним ідуть ω^3, ω^4, ..., ω^ω, потім ω^{ω^2}, ω^{ω^3}, ω^{ω^4} і — набагато пізніше $\varepsilon_0 = \omega^{\omega^{\omega^{\omega^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}}$. Цей процес можна продовжувати необмежено. Висловлення “необмеженості” — це і є сильна властивість порядкових чисел: власно кажучи, коли ми, перелічуємо порядкові числа, використовуємо вираз “і т.д.”, ми цим самим визначаємо порядкові числа, які слідують за ним. Найменший незліченний ординал є множиною всіх зліченних ординалів і позначається ω_1.

[1] Ми вважаємо, що нуль 0 є натуральним числом.

Можливо більш інтуїтивну уяву про порядкові числа можна отримати, розглянувши декілька їхніх перших представників: як згадувалося вище клас ординалів починається з натуральних чисел $0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$[1] Після всіх натуральних чисел розташований перший нескінченний ординал ω, за яким слідують $\omega + 1$, $\omega + 2$, $\omega + 2$, і т.д. Після всіх таких чисел йде $\omega \cdot 2$ (тобто $\omega + \omega$), $\omega \cdot 2 + 1$, $\omega \cdot 2 + 2$, і т.д., потім $\omega \cdot 3$, а після нього — $\omega \cdot 4$. Далі, слідує множина ординалів, які можна записати у вигляді $\omega \cdot m + n$, де m і n — натуральні числа, також має мати відповідне порядкове число: таким числом буде ω^2. За ним ідуть ω^3, ω^4, ..., ω^ω, потім ω^{ω^2}, ω^{ω^3}, ω^{ω^4} і — набагато пізніше $\varepsilon_0 = \omega^{\omega^{\omega^{\omega^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}}$. Цей процес можна продовжувати необмежено. Висловлення "необмеженості" — це і є сильна властивість порядкових чисел: власно кажучи, коли ми, перелічуємо порядкові числа, використовуємо вираз "і т.д.", ми цим самим визначаємо порядкові числа, які слідують за ним. Найменший незліченний ординал є множиною всіх зліченних ординалів і позначається ω_1.

[1] Ми вважаємо, що нуль 0 є натуральним числом.

Можливо більш інтуїтивну уяву про порядкові числа можна отримати, розглянувши декілька їхніх перших представників: як згадувалося вище клас ординалів починається з натуральних чисел $0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$[1] Після всіх натуральних чисел розташований перший нескінченний ординал ω, за яким слідують $\omega + 1$, $\omega + 2$, $\omega + 2$, і т.д. Після всіх таких чисел йде $\omega \cdot 2$ (тобто $\omega + \omega$), $\omega \cdot 2 + 1$, $\omega \cdot 2 + 2$, і т.д., потім $\omega \cdot 3$, а після нього — $\omega \cdot 4$. Далі, слідує множина ординалів, які можна записати у вигляді $\omega \cdot m + n$, де m і n — натуральні числа, також має мати відповідне порядкове число: таким числом буде ω^2. За ним ідуть ω^3, ω^4, $\ldots$, ω^ω, потім ω^{ω^2}, ω^{ω^3}, ω^{ω^4} і — набагато пізніше $\varepsilon_0 = \omega^{\omega^{\omega^{\omega^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}}$. Цей процес можна продовжувати необмежено. Висловлення “необмеженості” — це і є сильна властивість порядкових чисел: власно кажучи, коли ми, перелічуємо порядкові числа, використовуємо вираз “і т.д.”, ми цим самим визначаємо порядкові числа, які слідують за ним. Найменший незліченний ординал є множиною всіх зліченних ординалів і позначається ω_1.

[1] Ми вважаємо, що нуль 0 є натуральним числом.

Можливо більш інтуїтивну уяву про порядкові числа можна отримати, розглянувши декілька їхніх перших представників: як згадувалося вище клас ординалів починається з натуральних чисел $0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$[1] Після всіх натуральних чисел розташований перший нескінченний ординал ω, за яким слідують $\omega + 1$, $\omega + 2$, $\omega + 2$, і т.д. Після всіх таких чисел йде $\omega \cdot 2$ (тобто $\omega + \omega$), $\omega \cdot 2 + 1$, $\omega \cdot 2 + 2$, і т.д., потім $\omega \cdot 3$, а після нього — $\omega \cdot 4$. Далі, слідує множина ординалів, які можна записати у вигляді $\omega \cdot m + n$, де m і n — натуральні числа, також має мати відповідне порядкове число: таким числом буде ω^2. За ним ідуть ω^3, ω^4, …, ω^ω, потім ω^{ω^2}, ω^{ω^3}, ω^{ω^4} і — набагато пізніше $\varepsilon_0 = \omega^{\omega^{\omega^{\omega^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}}$. Цей процес можна продовжувати необмежено. Висловлення “необмеженості” — це і є сильна властивість порядкових чисел: власно кажучи, коли ми, перелічуємо порядкові числа, використовуємо вираз “і т.д.”, ми цим самим визначаємо порядкові числа, які слідують за ним. Найменший незлічений ординал є множиною всіх злічених ординалів і позначається ω_1.

[1] Ми вважаємо, що нуль 0 є натуральним числом.

Можливо більш інтуїтивну уяву про порядкові числа можна отримати, розглянувши декілька їхніх перших представників: як згадувалося вище клас ординалів починається з натуральних чисел $0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$[1] Після всіх натуральних чисел розташований перший нескінченний ординал ω, за яким слідують $\omega + 1$, $\omega + 2$, $\omega + 2$, і т.д. Після всіх таких чисел йде $\omega \cdot 2$ (тобто $\omega + \omega$), $\omega \cdot 2 + 1$, $\omega \cdot 2 + 2$, і т.д., потім $\omega \cdot 3$, а після нього — $\omega \cdot 4$. Далі, слідує множина ординалів, які можна записати у вигляді $\omega \cdot m + n$, де m і n — натуральні числа, також має мати відповідне порядкове число: таким числом буде ω^2. За ним ідуть ω^3, ω^4, …, ω^ω, потім ω^{ω^2}, ω^{ω^3}, ω^{ω^4} і — набагато пізніше $\varepsilon_0 = \omega^{\omega^{\omega^{\omega^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}}$. Цей процес можна продовжувати необмежено. Висловлення “необмеженості” — це і є сильна властивість порядкових чисел: власно кажучи, коли ми, перелічуємо порядкові числа, використовуємо вираз “і т.д.”, ми цим самим визначаємо порядкові числа, які слідують за ним. Найменший незліченний ординал є множиною всіх зліченних ординалів і позначається ω_1.

[1] Ми вважаємо, що нуль 0 є натуральним числом.

Можливо більш інтуїтивну уяву про порядкові числа можна отримати, розглянувши декілька їхніх перших представників: як згадувалося вище клас ординалів починається з натуральних чисел $0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$[1] Після всіх натуральних чисел розташований перший нескінченний ординал ω, за яким слідують $\omega + 1$, $\omega + 2$, $\omega + 2$, і т.д. Після всіх таких чисел йде $\omega \cdot 2$ (тобто $\omega + \omega$), $\omega \cdot 2 + 1$, $\omega \cdot 2 + 2$, і т.д., потім $\omega \cdot 3$, а після нього — $\omega \cdot 4$. Далі, слідує множина ординалів, які можна записати у вигляді $\omega \cdot m + n$, де m і n — натуральні числа, також має мати відповідне порядкове число: таким числом буде ω^2. За ним ідуть ω^3, ω^4, ..., ω^ω, потім ω^{ω^2}, ω^{ω^3}, ω^{ω^4} і — набагато пізніше $\varepsilon_0 = \omega^{\omega^{\omega^{\omega^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}}$. Цей процес можна продовжувати необмежено. Висловлення "необмеженості" — це і є сильна властивість порядкових чисел: власно кажучи, коли ми, перелічуємо порядкові числа, використовуємо вираз "і т.д.", ми цим самим визначаємо порядкові числа, які слідують за ним. Найменший незліченний ординал є множиною всіх зліченних ординалів і позначається ω_1.

[1] Ми вважаємо, що нуль 0 є натуральним числом.

Можливо більш інтуїтивну уяву про порядкові числа можна отримати, розглянувши декілька їхніх перших представників: як згадувалося вище клас ординалів починається з натуральних чисел $0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$[1] Після всіх натуральних чисел розташований перший нескінченний ординал ω, за яким слідують $\omega + 1$, $\omega + 2$, $\omega + 2$, і т.д. Після всіх таких чисел йде $\omega \cdot 2$ (тобто $\omega + \omega$), $\omega \cdot 2 + 1$, $\omega \cdot 2 + 2$, і т.д., потім $\omega \cdot 3$, а після нього — $\omega \cdot 4$. Далі, слідує множина ординалів, які можна записати у вигляді $\omega \cdot m + n$, де m і n — натуральні числа, також має мати відповідне порядкове число: таким числом буде ω^2. За ним ідуть ω^3, ω^4, …, ω^ω, потім ω^{ω^2}, ω^{ω^3}, ω^{ω^4} і — набагато пізніше $\varepsilon_0 = \omega^{\omega^{\omega^{\omega^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}}$. Цей процес можна продовжувати необмежено. Висловлення "необмеженості" — це і є сильна властивість порядкових чисел: власно кажучи, коли ми, перелічуємо порядкові числа, використовуємо вираз "і т.д.", ми цим самим визначаємо порядкові числа, які слідують за ним. Найменший незліченний ординал є множиною всіх зліченних ординалів і позначається ω_1.

[1] Ми вважаємо, що нуль 0 є натуральним числом.

Можливо більш інтуїтивну уяву про порядкові числа можна отримати, розглянувши декілька їхніх перших представників: як згадувалося вище клас ординалів починається з натуральних чисел $0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$[1] Після всіх натуральних чисел розташований перший нескінченний ординал ω, за яким слідують $\omega+1$, $\omega+2$, $\omega+2$, і т.д. Після всіх таких чисел йде $\omega \cdot 2$ (тобто $\omega+\omega$), $\omega \cdot 2+1$, $\omega \cdot 2+2$, і т.д., потім $\omega \cdot 3$, а після нього — $\omega \cdot 4$. Далі, слідує множина ординалів, які можна записати у вигляді $\omega \cdot m+n$, де m і n — натуральні числа, також має мати відповідне порядкове число: таким числом буде ω^2. За ним ідуть ω^3, ω^4, …, ω^ω, потім ω^{ω^2}, ω^{ω^3}, ω^{ω^4} і — набагато пізніше $\varepsilon_0 = \omega^{\omega^{\omega^{\omega^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}}$. Цей процес можна продовжувати необмежено. Висловлення “необмеженості” — це і є сильна властивість порядкових чисел: власно кажучи, коли ми, перелічуємо порядкові числа, використовуємо вираз “і т.д.”, ми цим самим визначаємо порядкові числа, які слідують за ним. Найменший незліченний ординал є множиною всіх зліченних ординалів і позначається ω_1.

[1] Ми вважаємо, що нуль 0 є натуральним числом.

Можливо більш інтуїтивну уяву про порядкові числа можна отримати, розглянувши декілька їхніх перших представників: як згадувалося вище клас ординалів починається з натуральних чисел $0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$[1] Після всіх натуральних чисел розташований перший нескінченний ординал ω, за яким слідують $\omega + 1$, $\omega + 2$, $\omega + 2$, і т.д. Після всіх таких чисел йде $\omega \cdot 2$ (тобто $\omega + \omega$), $\omega \cdot 2 + 1$, $\omega \cdot 2 + 2$, і т.д., потім $\omega \cdot 3$, а після нього — $\omega \cdot 4$. Далі, слідує множина ординалів, які можна записати у вигляді $\omega \cdot m + n$, де m і n — натуральні числа, також має мати відповідне порядкове число: таким числом буде ω^2. За ним ідуть ω^3, ω^4, …, ω^ω, потім ω^{ω^2}, ω^{ω^3}, ω^{ω^4} і — набагато пізніше $\varepsilon_0 = \omega^{\omega^{\omega^{\omega^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}}$. Цей процес можна продовжувати необмежено. Висловлення "необмеженості" — це і є сильна властивість порядкових чисел: власно кажучи, коли ми, перелічуємо порядкові числа, використовуємо вираз "і т.д.", ми цим самим визначаємо порядкові числа, які слідують за ним. Найменший незліченний ординал є множиною всіх зліченних ординалів і позначається ω_1.

[1] Ми вважаємо, що нуль 0 є натуральним числом.

Можливо більш інтуїтивну уяву про порядкові числа можна отримати, розглянувши декілька їхніх перших представників: як згадувалося вище клас ординалів починається з натуральних чисел $0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$[1] Після всіх натуральних чисел розташований перший нескінченний ординал ω, за яким слідують $\omega + 1$, $\omega + 2$, $\omega + 2$, і т.д. Після всіх таких чисел йде $\omega \cdot 2$ (тобто $\omega + \omega$), $\omega \cdot 2 + 1$, $\omega \cdot 2 + 2$, і т.д., потім $\omega \cdot 3$, а після нього — $\omega \cdot 4$. Далі, слідує множина ординалів, які можна записати у вигляді $\omega \cdot m + n$, де m і n — натуральні числа, також має мати відповідне порядкове число: таким числом буде ω^2. За ним ідуть ω^3, ω^4, ..., ω^ω, потім ω^{ω^2}, ω^{ω^3}, ω^{ω^4} і — набагато пізніше $\varepsilon_0 = \omega^{\omega^{\omega^{\omega^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}}$. Цей процес можна продовжувати необмежено. Висловлення "необмеженості" — це і є сильна властивість порядкових чисел: власно кажучи, коли ми, перелічуємо порядкові числа, використовуємо вираз "і т.д.", ми цим самим визначаємо порядкові числа, які слідують за ним. Найменший незліченний ординал є множиною всіх зліченних ординалів і позначається ω_1.

[1] Ми вважаємо, що нуль 0 є натуральним числом.

Можливо більш інтуїтивну уяву про порядкові числа можна отримати, розглянувши декілька їхніх перших представників: як згадувалося вище клас ординалів починається з натуральних чисел $0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$[1] Після всіх натуральних чисел розташований перший нескінченний ординал ω, за яким слідують $\omega + 1$, $\omega + 2$, $\omega + 2$, і т.д. Після всіх таких чисел йде $\omega \cdot 2$ (тобто $\omega + \omega$), $\omega \cdot 2 + 1$, $\omega \cdot 2 + 2$, і т.д., потім $\omega \cdot 3$, а після нього — $\omega \cdot 4$. Далі, слідує множина ординалів, які можна записати у вигляді $\omega \cdot m + n$, де m і n — натуральні числа, також має мати відповідне порядкове число: таким числом буде ω^2. За ним ідуть ω^3, ω^4, …, ω^ω, потім ω^{ω^2}, ω^{ω^3}, ω^{ω^4} і — набагато пізніше $\varepsilon_0 = \omega^{\omega^{\omega^{\omega^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}}$. Цей процес можна продовжувати необмежено. Висловлення "необмеженості" — це і є сильна властивість порядкових чисел: власно кажучи, коли ми, перелічуємо порядкові числа, використовуємо вираз "і т.д.", ми цим самим визначаємо порядкові числа, які слідують за ним. Найменший незліченний ординал є множиною всіх зліченних ординалів і позначається ω_1.

[1]Ми вважаємо, що нуль 0 є натуральним числом.

Можливо більш інтуїтивну уяву про порядкові числа можна отримати, розглянувши декілька їхніх перших представників: як згадувалося вище клас ординалів починається з натуральних чисел $0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$[1] Після всіх натуральних чисел розташований перший нескінченний ординал ω, за яким слідують $\omega+1$, $\omega+2$, $\omega+2$, і т.д. Після всіх таких чисел йде $\omega \cdot 2$ (тобто $\omega+\omega$), $\omega \cdot 2+1$, $\omega \cdot 2+2$, і т.д., потім $\omega \cdot 3$, а після нього — $\omega \cdot 4$. Далі, слідує множина ординалів, які можна записати у вигляді $\omega \cdot m+n$, де m і n — натуральні числа, також має мати відповідне порядкове число: таким числом буде ω^2. За ним ідуть ω^3, ω^4, …, ω^ω, потім ω^{ω^2}, ω^{ω^3}, ω^{ω^4} і — набагато пізніше $\varepsilon_0 = \omega^{\omega^{\omega^{\omega^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}}$. Цей процес можна продовжувати необмежено. Висловлення “необмеженості” — це і є сильна властивість порядкових чисел: власно кажучи, коли ми, перелічуємо порядкові числа, використовуємо вираз “і т.д.”, ми цим самим визначаємо порядкові числа, які слідують за ним. Найменший незлічений ординал є множиною всіх злічених ординалів і позначається ω_1.

[1] Ми вважаємо, що нуль 0 є натуральним числом.

Можливо більш інтуїтивну уяву про порядкові числа можна отримати, розглянувши декілька їхніх перших представників: як згадувалося вище клас ординалів починається з натуральних чисел $0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$[1] Після всіх натуральних чисел розташований перший нескінченний ординал ω, за яким слідують $\omega+1$, $\omega+2$, $\omega+2$, і т.д. Після всіх таких чисел йде $\omega \cdot 2$ (тобто $\omega+\omega$), $\omega \cdot 2+1$, $\omega \cdot 2+2$, і т.д., потім $\omega \cdot 3$, а після нього — $\omega \cdot 4$. Далі, слідує множина ординалів, які можна записати у вигляді $\omega \cdot m+n$, де m і n — натуральні числа, також має мати відповідне порядкове число: таким числом буде ω^2. За ним ідуть ω^3, ω^4, …, ω^ω, потім ω^{ω^2}, ω^{ω^3}, ω^{ω^4} і — набагато пізніше $\varepsilon_0 = \omega^{\omega^{\omega^{\omega^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}}$. Цей процес можна продовжувати необмежено. Висловлення "необмеженості" — це і є сильна властивість порядкових чисел: власно кажучи, коли ми, перелічуємо порядкові числа, використовуємо вираз "і т.д.", ми цим самим визначаємо порядкові числа, які слідують за ним. Найменший незлічений ординал є множиною всіх злічених ординалів і позначається ω_1.

[1]Ми вважаємо, що нуль 0 є натуральним числом.

Можливо більш інтуїтивну уяву про порядкові числа можна отримати, розглянувши декілька їхніх перших представників: як згадувалося вище клас ординалів починається з натуральних чисел $0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$[1] Після всіх натуральних чисел розташований перший нескінченний ординал ω, за яким слідують $\omega + 1$, $\omega + 2$, $\omega + 2$, і т.д. Після всіх таких чисел йде $\omega \cdot 2$ (тобто $\omega + \omega$), $\omega \cdot 2 + 1$, $\omega \cdot 2 + 2$, і т.д., потім $\omega \cdot 3$, а після нього — $\omega \cdot 4$. Далі, слідує множина ординалів, які можна записати у вигляді $\omega \cdot m + n$, де m і n — натуральні числа, також має мати відповідне порядкове число: таким числом буде ω^2. За ним ідуть ω^3, ω^4, …, ω^ω, потім ω^{ω^2}, ω^{ω^3}, ω^{ω^4} і — набагато пізніше $\varepsilon_0 = \omega^{\omega^{\omega^{\omega^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}}$. Цей процес можна продовжувати необмежено. Висловлення “необмеженості” — це і є сильна властивість порядкових чисел: власно кажучи, коли ми, перелічуємо порядкові числа, використовуємо вираз “і т.д.”, ми цим самим визначаємо порядкові числа, які слідують за ним. Найменший незліченний ординал є множиною всіх зліченних ординалів і позначається ω_1.

[1] Ми вважаємо, що нуль 0 є натуральним числом.

Можливо більш інтуїтивну уяву про порядкові числа можна отримати, розглянувши декілька їхніх перших представників: як згадувалося вище клас ординалів починається з натуральних чисел $0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$[1] Після всіх натуральних чисел розташований перший нескінченний ординал ω, за яким слідують $\omega+1$, $\omega+2$, $\omega+2$, і т.д. Після всіх таких чисел йде $\omega\cdot 2$ (тобто $\omega+\omega$), $\omega\cdot 2+1$, $\omega\cdot 2+2$, і т.д., потім $\omega\cdot 3$, а після нього — $\omega\cdot 4$. Далі, слідує множина ординалів, які можна записати у вигляді $\omega\cdot m+n$, де m і n — натуральні числа, також має мати відповідне порядкове число: таким числом буде ω^2. За ним ідуть ω^3, ω^4, …, ω^ω, потім ω^{ω^2}, ω^{ω^3}, ω^{ω^4} і — набагато пізніше $\varepsilon_0 = \omega^{\omega^{\omega^{\omega^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}}$. Цей процес можна продовжувати необмежено. Висловлення "необмеженості" — це і є сильна властивість порядкових чисел: власно кажучи, коли ми, перелічуємо порядкові числа, використовуємо вираз "і т.д.", ми цим самим визначаємо порядкові числа, які слідують за ним. Найменший незліченний ординал є множиною всіх зліченних ординалів і позначається ω_1.

[1] Ми вважаємо, що нуль 0 є натуральним числом.

Можливо більш інтуїтивну уяву про порядкові числа можна отримати, розглянувши декілька їхніх перших представників: як згадувалося вище клас ординалів починається з натуральних чисел $0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$[1] Після всіх натуральних чисел розташований перший нескінченний ординал ω, за яким слідують $\omega + 1$, $\omega + 2$, $\omega + 2$, і т.д. Після всіх таких чисел йде $\omega \cdot 2$ (тобто $\omega + \omega$), $\omega \cdot 2 + 1$, $\omega \cdot 2 + 2$, і т.д., потім $\omega \cdot 3$, а після нього — $\omega \cdot 4$. Далі, слідує множина ординалів, які можна записати у вигляді $\omega \cdot m + n$, де m і n — натуральні числа, також має мати відповідне порядкове число: таким числом буде ω^2. За ним ідуть ω^3, ω^4, …, ω^ω, потім ω^{ω^2}, ω^{ω^3}, ω^{ω^4} і — набагато пізніше $\varepsilon_0 = \omega^{\omega^{\omega^{\omega^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}}$. Цей процес можна продовжувати необмежено. Висловлення "необмеженості" — це і є сильна властивість порядкових чисел: власно кажучи, коли ми, перелічуємо порядкові числа, використовуємо вираз "і т.д.", ми цим самим визначаємо порядкові числа, які слідують за ним. Найменший незліченний ординал є множиною всіх зліченних ординалів і позначається ω_1.

[1] Ми вважаємо, що нуль 0 є натуральним числом.

Можливо більш інтуїтивну уяву про порядкові числа можна отримати, розглянувши декілька їхніх перших представників: як згадувалося вище клас ординалів починається з натуральних чисел $0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$[1] Після всіх натуральних чисел розташований перший нескінченний ординал ω, за яким слідують $\omega + 1$, $\omega + 2$, $\omega + 2$, і т.д. Після всіх таких чисел йде $\omega \cdot 2$ (тобто $\omega + \omega$), $\omega \cdot 2 + 1$, $\omega \cdot 2 + 2$, і т.д., потім $\omega \cdot 3$, а після нього — $\omega \cdot 4$. Далі, слідує множина ординалів, які можна записати у вигляді $\omega \cdot m + n$, де m і n — натуральні числа, також має мати відповідне порядкове число: таким числом буде ω^2. За ним ідуть ω^3, ω^4, ..., ω^ω, потім ω^{ω^2}, ω^{ω^3}, ω^{ω^4} і — набагато пізніше $\varepsilon_0 = \omega^{\omega^{\omega^{\omega^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}}$. Цей процес можна продовжувати необмежено. Висловлення "необмеженості" — це і є сильна властивість порядкових чисел: власно кажучи, коли ми, перелічуємо порядкові числа, використовуємо вираз "і т.д.", ми цим самим визначаємо порядкові числа, які слідують за ним. Найменший незліченний ординал є множиною всіх зліченних ординалів і позначається ω_1.

[1] Ми вважаємо, що нуль 0 є натуральним числом.

Цілком впорядковані множини

Кожна непорожня підмножина цілком впорядкованої множини містить найменший елемент. За виконання аксіоми вибору це твердження еквівалентно тому, що множина лінійно впорядкована і не містить нескінченно спадних послідовностей — останнє формулювання набагато простіше можна представити візуально. На практиці важливість поняття цілком впорядкованості пояснюється можливістю застосування трансфінітної індукції, основна ідея якої зводиться до того, що довільна властивість, яка переходить від попередників елемента до нього самого, повинна виконуватися для всіх елементів, які входять у задану цілком впорядковану множину. Якщо обчислювальний стан (комп'ютерної програми чи гри) можна цілком впорядкувати так, що кожний наступний крок буде "менше" попереднього, то процес обчислення гарантовано завершиться.

Цілком впорядковані множини

Кожна непорожня підмножина цілком впорядкованої множини містить найменший елемент. За виконання аксіоми вибору це твердження еквівалентно тому, що множина лінійно впорядкована і не містить нескінченно спадних послідовностей — останнє формулювання набагато простіше можна представити візуально. На практиці важливість поняття цілком впорядкованості пояснюється можливістю застосування трансфінітної індукції, основна ідея якої зводиться до того, що довільна властивість, яка переходить від попередників елемента до нього самого, повинна виконуватися для всіх елементів, які входять у задану цілком впорядковану множину. Якщо обчислювальний стан (комп'ютерної програми чи гри) можна цілком впорядкувати так, що кожний наступний крок буде "менше" попереднього, то процес обчислення гарантовано завершиться.

Цілком впорядковані множини

Кожна непорожня підмножина цілком впорядкованої множини містить найменший елемент. За виконання аксіоми вибору це твердження еквівалентно тому, що множина лінійно впорядкована і не містить нескінченно спадних послідовностей — останнє формулювання набагато простіше можна представити візуально. На практиці важливість поняття цілком впорядкованості пояснюється можливістю застосування трансфінітної індукції, основна ідея якої зводиться до того, що довільна властивість, яка переходить від попередників елемента до нього самого, повинна виконуватися для всіх елементів, які входять у задану цілком впорядковану множину. Якщо обчислювальний стан (комп'ютерної програми чи гри) можна цілком впорядкувати так, що кожний наступний крок буде "менше" попереднього, то процес обчислення гарантовано завершиться.

Цілком впорядковані множини

Кожна непорожня підмножина цілком впорядкованої множини містить найменший елемент. За виконання аксіоми вибору це твердження еквівалентно тому, що множина лінійно впорядкована і не містить нескінченно спадних послідовностей — останнє формулювання набагато простіше можна представити візуально. На практиці важливість поняття цілком впорядкованості пояснюється можливістю застосування трансфінітної індукції, основна ідея якої зводиться до того, що довільна властивість, яка переходить від попередників елемента до нього самого, повинна виконуватися для всіх елементів, які входять у задану цілком впорядковану множину. Якщо обчислювальний стан (комп'ютерної програми чи гри) можна цілком впорядкувати так, що кожний наступний крок буде "менше" попереднього, то процес обчислення гарантовано завершиться.

Цілком впорядковані множини

Кожна непорожня підмножина цілком впорядкованої множини містить найменший елемент. За виконання аксіоми вибору це твердження еквівалентно тому, що множина лінійно впорядкована і не містить нескінченно спадних послідовностей — останнє формулювання набагато простіше можна представити візуально. На практиці важливість поняття цілком впорядкованості пояснюється можливістю застосування трансфінітної індукції, основна ідея якої зводиться до того, що довільна властивість, яка переходить від попередників елемента до нього самого, повинна виконуватися для всіх елементів, які входять у задану цілком впорядковану множину. Якщо обчислювальний стан (комп'ютерної програми чи гри) можна цілком впорядкувати так, що кожний наступний крок буде "менше" попереднього, то процес обчислення гарантовано завершиться.

Цілком впорядковані множини

Кожна непорожня підмножина цілком впорядкованої множини містить найменший елемент. За виконання аксіоми вибору це твердження еквівалентно тому, що множина лінійно впорядкована і не містить нескінченно спадних послідовностей — останнє формулювання набагато простіше можна представити візуально. На практиці важливість поняття цілком впорядкованості пояснюється можливістю застосування трансфінітної індукції, основна ідея якої зводиться до того, що довільна властивість, яка переходить від попередників елемента до нього самого, повинна виконуватися для всіх елементів, які входять у задану цілком впорядковану множину. Якщо обчислювальний стан (комп'ютерної програми чи гри) можна цілком впорядкувати так, що кожний наступний крок буде "менше" попереднього, то процес обчислення гарантовано завершиться.

Цілком впорядковані множини

Кожна непорожня підмножина цілком впорядкованої множини містить найменший елемент. За виконання аксіоми вибору це твердження еквівалентно тому, що множина лінійно впорядкована і не містить нескінченно спадних послідовностей — останнє формулювання набагато простіше можна представити візуально. На практиці важливість поняття цілком впорядкованості пояснюється можливістю застосування трансфінітної індукції, основна ідея якої зводиться до того, що довільна властивість, яка переходить від попередників елемента до нього самого, повинна виконуватися для всіх елементів, які входять у задану цілком впорядковану множину. Якщо обчислювальний стан (комп'ютерної програми чи гри) можна цілком впорядкувати так, що кожний наступний крок буде "менше" попереднього, то процес обчислення гарантовано завершиться.

Цілком впорядковані множини

Кожна непорожня підмножина цілком впорядкованої множини містить найменший елемент. За виконання аксіоми вибору це твердження еквівалентно тому, що множина лінійно впорядкована і не містить нескінченно спадних послідовностей — останнє формулювання набагато простіше можна представити візуально. На практиці важливість поняття цілком впорядкованості пояснюється можливістю застосування трансфінітної індукції, основна ідея якої зводиться до того, що довільна властивість, яка переходить від попередників елемента до нього самого, повинна виконуватися для всіх елементів, які входять у задану цілком впорядковану множину. Якщо обчислювальний стан (комп'ютерної програми чи гри) можна цілком впорядкувати так, що кожний наступний крок буде "менше" попереднього, то процес обчислення гарантовано завершиться.

Цілком впорядковані множини

Кожна непорожня підмножина цілком впорядкованої множини містить найменший елемент. За виконання аксіоми вибору це твердження еквівалентно тому, що множина лінійно впорядкована і не містить нескінченно спадних послідовностей — останнє формулювання набагато простіше можна представити візуально. На практиці важливість поняття цілком впорядкованості пояснюється можливістю застосування трансфінітної індукції, основна ідея якої зводиться до того, що довільна властивість, яка переходить від попередників елемента до нього самого, повинна виконуватися для всіх елементів, які входять у задану цілком впорядковану множину. Якщо обчислювальний стан (комп'ютерної програми чи гри) можна цілком впорядкувати так, що кожний наступний крок буде "менше" попереднього, то процес обчислення гарантовано завершиться.

Цілком впорядковані множини

Кожна непорожня підмножина цілком впорядкованої множини містить найменший елемент. За виконання аксіоми вибору це твердження еквівалентно тому, що множина лінійно впорядкована і не містить нескінченно спадних послідовностей — останнє формулювання набагато простіше можна представити візуально. На практиці важливість поняття цілком впорядкованості пояснюється можливістю застосування трансфінітної індукції, основна ідея якої зводиться до того, що довільна властивість, яка переходить від попередників елемента до нього самого, повинна виконуватися для всіх елементів, які входять у задану цілком впорядковану множину. Якщо обчислювальний стан (комп'ютерної програми чи гри) можна цілком впорядкувати так, що кожний наступний крок буде "менше" попереднього, то процес обчислення гарантовано завершиться.

Цілком впорядковані множини

Кожна непорожня підмножина цілком впорядкованої множини містить найменший елемент. За виконання аксіоми вибору це твердження еквівалентно тому, що множина лінійно впорядкована і не містить нескінченно спадних послідовностей — останнє формулювання набагато простіше можна представити візуально. На практиці важливість поняття цілком впорядкованості пояснюється можливістю застосування трансфінітної індукції, основна ідея якої зводиться до того, що довільна властивість, яка переходить від попередників елемента до нього самого, повинна виконуватися для всіх елементів, які входять у задану цілком впорядковану множину. Якщо обчислювальний стан (комп'ютерної програми чи гри) можна цілком впорядкувати так, що кожний наступний крок буде "менше" попереднього, то процес обчислення гарантовано завершиться.

Цілком впорядковані множини

Кожна непорожня підмножина цілком впорядкованої множини містить найменший елемент. За виконання аксіоми вибору це твердження еквівалентно тому, що множина лінійно впорядкована і не містить нескінченно спадних послідовностей — останнє формулювання набагато простіше можна представити візуально. На практиці важливість поняття цілком впорядкованості пояснюється можливістю застосування трансфінітної індукції, основна ідея якої зводиться до того, що довільна властивість, яка переходить від попередників елемента до нього самого, повинна виконуватися для всіх елементів, які входять у задану цілком впорядковану множину. Якщо обчислювальний стан (комп'ютерної програми чи гри) можна цілком впорядкувати так, що кожний наступний крок буде "менше" попереднього, то процес обчислення гарантовано завершиться.

Цілком впорядковані множини

Кожна непорожня підмножина цілком впорядкованої множини містить найменший елемент. За виконання аксіоми вибору це твердження еквівалентно тому, що множина лінійно впорядкована і не містить нескінченно спадних послідовностей — останнє формулювання набагато простіше можна представити візуально. На практиці важливість поняття цілком впорядкованості пояснюється можливістю застосування трансфінітної індукції, основна ідея якої зводиться до того, що довільна властивість, яка переходить від попередників елемента до нього самого, повинна виконуватися для всіх елементів, які входять у задану цілком впорядковану множину. Якщо обчислювальний стан (комп'ютерної програми чи гри) можна цілком впорядкувати так, що кожний наступний крок буде "менше" попереднього, то процес обчислення гарантовано завершиться.

Цілком впорядковані множини

Кожна непорожня підмножина цілком впорядкованої множини містить найменший елемент. За виконання аксіоми вибору це твердження еквівалентно тому, що множина лінійно впорядкована і не містить нескінченно спадних послідовностей — останнє формулювання набагато простіше можна представити візуально. На практиці важливість поняття цілком впорядкованості пояснюється можливістю застосування трансфінітної індукції, основна ідея якої зводиться до того, що довільна властивість, яка переходить від попередників елемента до нього самого, повинна виконуватися для всіх елементів, які входять у задану цілком впорядковану множину. Якщо обчислювальний стан (комп'ютерної програми чи гри) можна цілком впорядкувати так, що кожний наступний крок буде "менше" попереднього, то процес обчислення гарантовано завершиться.

Далі, ми не хочемо розрізняти дві цілком впорядковані множини, якщо вони розрізняються лише "маркуванням своїх елементів", або, кажучи більш формальною мовою, якщо елементи першої множина можна так співставити з елементами другої множини, що в довільно взятій парі елементів одної множини перший менше другого тоді і лише тоді, коли те ж співвідношення виконується між їхніми відповідними партнерами з другої множини. Така взаємно однозначна відповідність називається *ізоморфізмом, що зберігає порядок*, або *порядковим ізоморфізмом*, а дві цілком впорядковані множини називаються *ізоморфними*, або ж *подібними*. Така подібність, очевидно, є відношенням еквівалентності. Якщо дві цілком впорядковані множини порядково ізоморфні, то відповідний ізоморфізм єдиний: ця обставина дозволяє сприймати подібні цілком впорядковані множини як практично ідентичні та служить основою для пошуку "канонічного" зображення типів ізоморфізму (класів). Порядкові числа не лише грають роль такого зображення, але крім того дають нам канонічне маркування елементів довільної цілком впорядкованої множини.

Далі, ми не хочемо розрізняти дві цілком впорядковані множини, якщо вони розрізняються лише “маркуванням своїх елементів”, або, кажучи більш формальною мовою, якщо елементи першої множина можна так співставити з елементами другої множини, що в довільно взятій парі елементів одної множини перший менше другого тоді і лише тоді, коли те ж співвідношення виконується між їхніми відповідними партнерами з другої множини. Така взаємно однозначна відповідність називається *ізоморфізмом, що зберігає порядок*, або *порядковим ізоморфізмом*, а дві цілком впорядковані множини називаються *ізоморфними*, або ж *подібними*. Така подібність, очевидно, є відношенням еквівалентності. Якщо дві цілком впорядковані множини порядково ізоморфні, то відповідний ізоморфізм єдиний: ця обставина дозволяє сприймати подібні цілком впорядковані множини як практично ідентичні та служить основою для пошуку “канонічного” зображення типів ізоморфізму (класів). Порядкові числа не лише грають роль такого зображення, але крім того дають нам канонічне маркування елементів довільної цілком впорядкованої множини.

Далі, ми не хочемо розрізняти дві цілком впорядковані множини, якщо вони розрізняються лише "маркуванням своїх елементів", або, кажучи більш формальною мовою, якщо елементи першої множина можна так співставити з елементами другої множини, що в довільно взятій парі елементів однієї множини перший менше другого тоді і лише тоді, коли те ж співвідношення виконується між їхніми відповідними партнерами з другої множини. Така взаємно однозначна відповідність називається *ізоморфізмом, що зберігає порядок*, або *порядковим ізоморфізмом*, а дві цілком впорядковані множини називаються *ізоморфними*, або ж *подібними*. Така подібність, очевидно, є відношенням еквівалентності. Якщо дві цілком впорядковані множини порядково ізоморфні, то відповідний ізоморфізм єдиний: ця обставина дозволяє сприймати подібні цілком впорядковані множини як практично ідентичні та служить основою для пошуку "канонічного" зображення типів ізоморфізму (класів). Порядкові числа не лише грають роль такого зображення, але крім того дають нам канонічне маркування елементів довільної цілком впорядкованої множини.

Далі, ми не хочемо розрізняти дві цілком впорядковані множини, якщо вони розрізняються лише "маркуванням своїх елементів", або, кажучи більш формальною мовою, якщо елементи першої множина можна так співставити з елементами другої множини, що в довільно взятій парі елементів одної множини перший менше другого тоді і лише тоді, коли те ж співвідношення виконується між їхніми відповідними партнерами з другої множини. Така взаємно однозначна відповідність називається *ізоморфізмом, що зберігає порядок*, або *порядковим ізоморфізмом*, а дві цілком впорядковані множини називаються *ізоморфними*, або ж *подібними*. Така подібність, очевидно, є відношенням еквівалентності. Якщо дві цілком впорядковані множини порядково ізоморфні, то відповідний ізоморфізм єдиний: ця обставина дозволяє сприймати подібні цілком впорядковані множини як практично ідентичні та служить основою для пошуку "канонічного" зображення типів ізоморфізму (класів). Порядкові числа не лише грають роль такого зображення, але крім того дають нам канонічне маркування елементів довільної цілком впорядкованої множини.

Далі, ми не хочемо розрізняти дві цілком впорядковані множини, якщо вони розрізняються лише "маркуванням своїх елементів", або, кажучи більш формальною мовою, якщо елементи першої множина можна так співставити з елементами другої множини, що в довільно взятій парі елементів одної множини перший менше другого тоді і лише тоді, коли те ж співвідношення виконується між їхніми відповідними партнерами з другої множини. Така взаємно однозначна відповідність називається *ізоморфізмом, що зберігає порядок*, або *порядковим ізоморфізмом*, а дві цілком впорядковані множини називаються *ізоморфними*, або ж *подібними*. Така подібність, очевидно, є відношенням еквівалентності. Якщо дві цілком впорядковані множини порядково ізоморфні, то відповідний ізоморфізм єдиний: ця обставина дозволяє сприймати подібні цілком впорядковані множини як практично ідентичні та служить основою для пошуку "канонічного" зображення типів ізоморфізму (класів). Порядкові числа не лише грають роль такого зображення, але крім того дають нам канонічне маркування елементів довільної цілком впорядкованої множини.

Далі, ми не хочемо розрізняти дві цілком впорядковані множини, якщо вони розрізняються лише "маркуванням своїх елементів", або, кажучи більш формальною мовою, якщо елементи першої множина можна так співставити з елементами другої множини, що в довільно взятій парі елементів одної множини перший менше другого тоді і лише тоді, коли те ж співвідношення виконується між їхніми відповідними партнерами з другої множини. Така взаємно однозначна відповідність називається *ізоморфізмом, що зберігає порядок*, або *порядковим ізоморфізмом*, а дві цілком впорядковані множини називаються *ізоморфними*, або ж *подібними*. Така подібність, очевидно, є відношенням еквівалентності. Якщо дві цілком впорядковані множини порядково ізоморфні, то відповідний ізоморфізм єдиний: ця обставина дозволяє сприймати подібні цілком впорядковані множини як практично ідентичні та служить основою для пошуку "канонічного" зображення типів ізоморфізму (класів). Порядкові числа не лише грають роль такого зображення, але крім того дають нам канонічне маркування елементів довільної цілком впорядкованої множини.

Далі, ми не хочемо розрізняти дві цілком впорядковані множини, якщо вони розрізняються лише “маркуванням своїх елементів”, або, кажучи більш формальною мовою, якщо елементи першої множина можна так співставити з елементами другої множини, що в довільно взятій парі елементів одної множини перший менше другого тоді і лише тоді, коли те ж співвідношення виконується між їхніми відповідними партнерами з другої множини. Така взаємно однозначна відповідність називається *ізоморфізмом, що зберігає порядок*, або *порядковим ізоморфізмом*, а дві цілком впорядковані множини називаються *ізоморфними*, або ж *подібними*. Така подібність, очевидно, є відношенням еквівалентності. Якщо дві цілком впорядковані множини порядково ізоморфні, то відповідний ізоморфізм єдиний: ця обставина дозволяє сприймати подібні цілком впорядковані множини як практично ідентичні та служить основою для пошуку “канонічного” зображення типів ізоморфізму (класів). Порядкові числа не лише грають роль такого зображення, але крім того дають нам канонічне маркування елементів довільної цілком впорядкованої множини.

Далі, ми не хочемо розрізняти дві цілком впорядковані множини, якщо вони розрізняються лише "маркуванням своїх елементів", або, кажучи більш формальною мовою, якщо елементи першої множина можна так співставити з елементами другої множини, що в довільно взятій парі елементів одної множини перший менше другого тоді і лише тоді, коли те ж співвідношення виконується між їхніми відповідними партнерами з другої множини. Така взаємно однозначна відповідність називається *ізоморфізмом, що зберігає порядок*, або *порядковим ізоморфізмом*, а дві цілком впорядковані множини називаються *ізоморфними*, або ж *подібними*. Така подібність, очевидно, є відношенням еквівалентності. Якщо дві цілком впорядковані множини порядково ізоморфні, то відповідний ізоморфізм єдиний: ця обставина дозволяє сприймати подібні цілком впорядковані множини як практично ідентичні та служить основою для пошуку "канонічного" зображення типів ізоморфізму (класів). Порядкові числа не лише грають роль такого зображення, але крім того дають нам канонічне маркування елементів довільної цілком впорядкованої множини.

Далі, ми не хочемо розрізняти дві цілком впорядковані множини, якщо вони розрізняються лише “маркуванням своїх елементів”, або, кажучи більш формальною мовою, якщо елементи першої множина можна так співставити з елементами другої множини, що в довільно взятій парі елементів одної множини перший менше другого тоді і лише тоді, коли те ж співвідношення виконується між їхніми відповідними партнерами з другої множини. Така взаємно однозначна відповідність називається *ізоморфізмом, що зберігає порядок*, або *порядковим ізоморфізмом*, а дві цілком впорядковані множини називаються *ізоморфними*, або ж *подібними*. Така подібність, очевидно, є відношенням еквівалентності. Якщо дві цілком впорядковані множини порядково ізоморфні, то відповідний ізоморфізм єдиний: ця обставина дозволяє сприймати подібні цілком впорядковані множини як практично ідентичні та служить основою для пошуку “канонічного” зображення типів ізоморфізму (класів). Порядкові числа не лише грають роль такого зображення, але крім того дають нам канонічне маркування елементів довільної цілком впорядкованої множини.

Далі, ми не хочемо розрізняти дві цілком впорядковані множини, якщо вони розрізняються лише "маркуванням своїх елементів", або, кажучи більш формальною мовою, якщо елементи першої множина можна так співставити з елементами другої множини, що в довільно взятій парі елементів одної множини перший менше другого тоді і лише тоді, коли те ж співвідношення виконується між їхніми відповідними партнерами з другої множини. Така взаємно однозначна відповідність називається *ізоморфізмом, що зберігає порядок*, або *порядковим ізоморфізмом*, а дві цілком впорядковані множини називаються *ізоморфними*, або ж *подібними*. Така подібність, очевидно, є відношенням еквівалентності. Якщо дві цілком впорядковані множини порядково ізоморфні, то відповідний ізоморфізм єдиний: ця обставина дозволяє сприймати подібні цілком впорядковані множини як практично ідентичні та служить основою для пошуку "канонічного" зображення типів ізоморфізму (класів). Порядкові числа не лише грають роль такого зображення, але крім того дають нам канонічне маркування елементів довільної цілком впорядкованої множини.

Далі, ми не хочемо розрізняти дві цілком впорядковані множини, якщо вони розрізняються лише "маркуванням своїх елементів", або, кажучи більш формальною мовою, якщо елементи першої множина можна так співставити з елементами другої множини, що в довільно взятій парі елементів одної множини перший менше другого тоді і лише тоді, коли те ж співвідношення виконується між їхніми відповідними партнерами з другої множини. Така взаємно однозначна відповідність називається *ізоморфізмом, що зберігає порядок*, або *порядковим ізоморфізмом*, а дві цілком впорядковані множини називаються *ізоморфними*, або ж *подібними*. Така подібність, очевидно, є відношенням еквівалентності. Якщо дві цілком впорядковані множини порядково ізоморфні, то відповідний ізоморфізм єдиний: ця обставина дозволяє сприймати подібні цілком впорядковані множини як практично ідентичні та служить основою для пошуку "канонічного" зображення типів ізоморфізму (класів). Порядкові числа не лише грають роль такого зображення, але крім того дають нам канонічне маркування елементів довільної цілком впорядкованої множини.

Далі, ми не хочемо розрізняти дві цілком впорядковані множини, якщо вони розрізняються лише “маркуванням своїх елементів”, або, кажучи більш формальною мовою, якщо елементи першої множина можна так співставити з елементами другої множини, що в довільно взятій парі елементів одної множини перший менше другого тоді і лише тоді, коли те ж співвідношення виконується між їхніми відповідними партнерами з другої множини. Така взаємно однозначна відповідність називається *ізоморфізмом, що зберігає порядок*, або *порядковим ізоморфізмом*, а дві цілком впорядковані множини називаються *ізоморфними*, або ж *подібними*. Така подібність, очевидно, є відношенням еквівалентності. Якщо дві цілком впорядковані множини порядково ізоморфні, то відповідний ізоморфізм єдиний: ця обставина дозволяє сприймати подібні цілком впорядковані множини як практично ідентичні та служить основою для пошуку “канонічного” зображення типів ізоморфізму (класів). Порядкові числа не лише грають роль такого зображення, але крім того дають нам канонічне маркування елементів довільної цілком впорядкованої множини.

Далі, ми не хочемо розрізняти дві цілком впорядковані множини, якщо вони розрізняються лише "маркуванням своїх елементів", або, кажучи більш формальною мовою, якщо елементи першої множина можна так співставити з елементами другої множини, що в довільно взятій парі елементів одної множини перший менше другого тоді і лише тоді, коли те ж співвідношення виконується між їхніми відповідними партнерами з другої множини. Така взаємно однозначна відповідність називається *ізоморфізмом, що зберігає порядок*, або *порядковим ізоморфізмом*, а дві цілком впорядковані множини називаються *ізоморфними*, або ж *подібними*. Така подібність, очевидно, є відношенням еквівалентності. Якщо дві цілком впорядковані множини порядково ізоморфні, то відповідний ізоморфізм єдиний: ця обставина дозволяє сприймати подібні цілком впорядковані множини як практично ідентичні та служить основою для пошуку "канонічного" зображення типів ізоморфізму (класів). Порядкові числа не лише грають роль такого зображення, але крім того дають нам канонічне маркування елементів довільної цілком впорядкованої множини.

Далі, ми не хочемо розрізняти дві цілком впорядковані множини, якщо вони розрізняються лише "маркуванням своїх елементів", або, кажучи більш формальною мовою, якщо елементи першої множина можна так співставити з елементами другої множини, що в довільно взятій парі елементів одної множини перший менше другого тоді і лише тоді, коли те ж співвідношення виконується між їхніми відповідними партнерами з другої множини. Така взаємно однозначна відповідність називається *ізоморфізмом, що зберігає порядок*, або *порядковим ізоморфізмом*, а дві цілком впорядковані множини називаються *ізоморфними*, або ж *подібними*. Така подібність, очевидно, є відношенням еквівалентності. Якщо дві цілком впорядковані множини порядково ізоморфні, то відповідний ізоморфізм єдиний: ця обставина дозволяє сприймати подібні цілком впорядковані множини як практично ідентичні та служить основою для пошуку "канонічного" зображення типів ізоморфізму (класів). Порядкові числа не лише грають роль такого зображення, але крім того дають нам канонічне маркування елементів довільної цілком впорядкованої множини.

Далі, ми не хочемо розрізняти дві цілком впорядковані множини, якщо вони розрізняються лише “маркуванням своїх елементів”, або, кажучи більш формальною мовою, якщо елементи першої множина можна так співставити з елементами другої множини, що в довільно взятій парі елементів одної множини перший менше другого тоді і лише тоді, коли те ж співвідношення виконується між їхніми відповідними партнерами з другої множини. Така взаємно однозначна відповідність називається *ізоморфізмом, що зберігає порядок*, або *порядковим ізоморфізмом*, а дві цілком впорядковані множини називаються *ізоморфними*, або ж *подібними*. Така подібність, очевидно, є відношенням еквівалентності. Якщо дві цілком впорядковані множини порядково ізоморфні, то відповідний ізоморфізм єдиний: ця обставина дозволяє сприймати подібні цілком впорядковані множини як практично ідентичні та служить основою для пошуку “канонічного” зображення типів ізоморфізму (класів).
Порядкові числа не лише грають роль такого зображення, але крім того дають нам канонічне маркування елементів довільної цілком впорядкованої множини.

Далі, ми не хочемо розрізняти дві цілком впорядковані множини, якщо вони розрізняються лише "маркуванням своїх елементів", або, кажучи більш формальною мовою, якщо елементи першої множина можна так співставити з елементами другої множини, що в довільно взятій парі елементів однієї множини перший менше другого тоді і лише тоді, коли те ж співвідношення виконується між їхніми відповідними партнерами з другої множини. Така взаємно однозначна відповідність називається *ізоморфізмом, що зберігає порядок*, або *порядковим ізоморфізмом*, а дві цілком впорядковані множини називаються *ізоморфними*, або ж *подібними*. Така подібність, очевидно, є відношенням еквівалентності. Якщо дві цілком впорядковані множини порядково ізоморфні, то відповідний ізоморфізм єдиний: ця обставина дозволяє сприймати подібні цілком впорядковані множини як практично ідентичні та служить основою для пошуку "канонічного" зображення типів ізоморфізму (класів). Порядкові числа не лише грають роль такого зображення, але крім того дають нам канонічне маркування елементів довільної цілком впорядкованої множини.

Далі, ми не хочемо розрізняти дві цілком впорядковані множини, якщо вони розрізняються лише "маркуванням своїх елементів", або, кажучи більш формальною мовою, якщо елементи першої множина можна так співставити з елементами другої множини, що в довільно взятій парі елементів одної множини перший менше другого тоді і лише тоді, коли те ж співвідношення виконується між їхніми відповідними партнерами з другої множини. Така взаємно однозначна відповідність називається *ізоморфізмом, що зберігає порядок*, або *порядковим ізоморфізмом*, а дві цілком впорядковані множини називаються *ізоморфними*, або ж *подібними*. Така подібність, очевидно, є відношенням еквівалентності. Якщо дві цілком впорядковані множини порядково ізоморфні, то відповідний ізоморфізм єдиний: ця обставина дозволяє сприймати подібні цілком впорядковані множини як практично ідентичні та служить основою для пошуку "канонічного" зображення типів ізоморфізму (класів). Порядкові числа не лише грають роль такого зображення, але крім того дають нам канонічне маркування елементів довільної цілком впорядкованої множини.

Інакше кажучи, ми хочемо ввести поняття ординала як класу ізоморфізмів цілком впорядкованих множин, тобто класу еквівалентності, основаного на відношенні "ізоморфності зі збереженням порядку". При такому підході, однак, існує одна технічна складність: визначений так клас еквівалентності виявляється дуже великим, щоб підходити під означення множини з точки зору стандартної формалізації теорії множин аксіоматики Цермело-Френкеля. Однак, ця складність не створює серйозних проблем. *Ординалом* ми будемо називати порядковий тип довільної множини в такому класі.

Означення порядкових чисел як класів еквівалентності

У початковому означенні порядкового числа, під порядковим типом деякого повного впорядкування мається на увазі множина всіх повних впорядкувань, подібних йому (ізоморфних зі збереженням порядку): інакше кажучи, порядкове число насправді представляє собою клас еквівалентності цілком впорядкованої множини. У **ZFC**-теорії та пов'язаних с нею аксіоматичних систем теорії множин таке означення неприйнятно, оскільки відповідні класи еквівалентності достатньо великі, щоб їх можна було вважати множинами. Однак, це означення можна використовувати в теорії типів і аксіоматичній теорії множин Куайна, а також інших подібних системах.

Інакше кажучи, ми хочемо ввести поняття ординала як класу ізоморфізмів цілком впорядкованих множин, тобто класу еквівалентності, основаного на відношенні “ізоморфності зі збереженням порядку”. При такому підході, однак, існує одна технічна складність: визначений так клас еквівалентності виявляється дуже великим, щоб підходити під означення множини з точки зору стандартної формалізації теорії множин аксіоматики Цермело-Френкеля. Однак, ця складність не створює серйозних проблем. *Ординалом* ми будемо називати порядковий тип довільної множини в такому класі.

Означення порядкових чисел як класів еквівалентності

У початковому означенні порядкового числа, під порядковим типом деякого повного впорядкування мається на увазі множина всіх повних впорядкувань, подібних йому (ізоморфних зі збереженням порядку): інакше кажучи, порядкове число насправді представляє собою клас еквівалентності цілком впорядкованої множини. У **ZFC**-теорії та пов’язаних с нею аксіоматичних систем теорії множин таке означення неприйнятно, оскільки відповідні класи еквівалентності достатньо великі, щоб їх можна було вважати множинами. Однак, це означення можна використовувати в теорії типів і аксіоматичній теорії множин Куайна, а також інших подібних системах.

Інакше кажучи, ми хочемо ввести поняття ординала як класу ізоморфізмів цілком впорядкованих множин, тобто класу еквівалентності, основаного на відношенні "ізоморфності зі збереженням порядку". При такому підході, однак, існує одна технічна складність: визначений так клас еквівалентності виявляється дуже великим, щоб підходити під означення множини з точки зору стандартної формалізації теорії множин аксіоматики Цермело-Френкеля. Однак, ця складність не створює серйозних проблем. *Ординалом* ми будемо називати порядковий тип довільної множини в такому класі.

Означення порядкових чисел як класів еквівалентності

У початковому означенні порядкового числа, під порядковим типом деякого повного впорядкування мається на увазі множина всіх повних впорядкувань, подібних йому (ізоморфних зі збереженням порядку): інакше кажучи, порядкове число насправді представляє собою клас еквівалентності цілком впорядкованої множини. У **ZFC**-теорії та пов'язаних с нею аксіоматичних систем теорії множин таке означення неприйнятно, оскільки відповідні класи еквівалентності достатньо великі, щоб їх можна було вважати множинами. Однак, це означення можна використовувати в теорії типів і аксіоматичній теорії множин Куайна, а також інших подібних системах.

Інакше кажучи, ми хочемо ввести поняття ординала як класу ізоморфізмів цілком впорядкованих множин, тобто класу еквівалентності, основаного на відношенні "ізоморфності зі збереженням порядку". При такому підході, однак, існує одна технічна складність: визначений так клас еквівалентності виявляється дуже великим, щоб підходити під означення множини з точки зору стандартної формалізації теорії множин аксіоматики Цермело-Френкеля. Однак, ця складність не створює серйозних проблем. *Ординалом* ми будемо називати порядковий тип довільної множини в такому класі.

Означення порядкових чисел як класів еквівалентності

У початковому означенні порядкового числа, під порядковим типом деякого повного впорядкування мається на увазі множина всіх повних впорядкувань, подібних йому (ізоморфних зі збереженням порядку): інакше кажучи, порядкове число насправді представляє собою клас еквівалентності цілком впорядкованої множини. У **ZFC**-теорії та пов'язаних с нею аксіоматичних систем теорії множин таке означення неприйнятно, оскільки відповідні класи еквівалентності достатньо великі, щоб їх можна було вважати множинами. Однак, це означення можна використовувати в теорії типів і аксіоматичній теорії множин Куайна, а також інших подібних системах.

Інакше кажучи, ми хочемо ввести поняття ординала як класу ізоморфізмів цілком впорядкованих множин, тобто класу еквівалентності, основаного на відношенні "ізоморфності зі збереженням порядку". При такому підході, однак, існує одна технічна складність: визначений так клас еквівалентності виявляється дуже великим, щоб підходити під означення множини з точки зору стандартної формалізації теорії множин аксіоматики Цермело-Френкеля. Однак, ця складність не створює серйозних проблем. *Ординалом* ми будемо називати порядковий тип довільної множини в такому класі.

Означення порядкових чисел як класів еквівалентності

У початковому означенні порядкового числа, під порядковим типом деякого повного впорядкування мається на увазі множина всіх повних впорядкувань, подібних йому (ізоморфних зі збереженням порядку): інакше кажучи, порядкове число насправді представляє собою клас еквівалентності цілком впорядкованої множини. У **ZFC**-теорії та пов'язаних с нею аксіоматичних систем теорії множин таке означення неприйнятно, оскільки відповідні класи еквівалентності достатньо великі, щоб їх можна було вважати множинами. Однак, це означення можна використовувати в теорії типів і аксіоматичній теорії множин Куайна, а також інших подібних системах.

Інакше кажучи, ми хочемо ввести поняття ординала як класу ізоморфізмів цілком впорядкованих множин, тобто класу еквівалентності, основаного на відношенні "ізоморфності зі збереженням порядку". При такому підході, однак, існує одна технічна складність: визначений так клас еквівалентності виявляється дуже великим, щоб підходити під означення множини з точки зору стандартної формалізації теорії множин аксіоматики Цермело-Френкеля. Однак, ця складність не створює серйозних проблем. *Ординалом* ми будемо називати порядковий тип довільної множини в такому класі.

Означення порядкових чисел як класів еквівалентності

У початковому означенні порядкового числа, під порядковим типом деякого повного впорядкування мається на увазі множина всіх повних впорядкувань, подібних йому (ізоморфних зі збереженням порядку): інакше кажучи, порядкове число насправді представляє собою клас еквівалентності цілком впорядкованої множини. У **ZFC**-теорії та пов'язаних с нею аксіоматичних систем теорії множин таке означення неприйнятно, оскільки відповідні класи еквівалентності достатньо великі, щоб їх можна було вважати множинами. Однак, це означення можна використовувати в теорії типів і аксіоматичній теорії множин Куайна, а також інших подібних системах.

Інакше кажучи, ми хочемо ввести поняття ординала як класу ізоморфізмів цілком впорядкованих множин, тобто класу еквівалентності, основаного на відношенні "ізоморфності зі збереженням порядку". При такому підході, однак, існує одна технічна складність: визначений так клас еквівалентності виявляється дуже великим, щоб підходити під означення множини з точки зору стандартної формалізації теорії множин аксіоматики Цермело-Френкеля. Однак, ця складність не створює серйозних проблем. *Ординалом* ми будемо називати порядковий тип довільної множини в такому класі.

Означення порядкових чисел як класів еквівалентності

У початковому означенні порядкового числа, під порядковим типом деякого повного впорядкування мається на увазі множина всіх повних впорядкувань, подібних йому (ізоморфних зі збереженням порядку): інакше кажучи, порядкове число насправді представляє собою клас еквівалентності цілком впорядкованої множини. У **ZFC**-теорії та пов'язаних с нею аксіоматичних систем теорії множин таке означення неприйнятно, оскільки відповідні класи еквівалентності достатньо великі, щоб їх можна було вважати множинами. Однак, це означення можна використовувати в теорії типів і аксіоматичній теорії множин Куайна, а також інших подібних системах.

Інакше кажучи, ми хочемо ввести поняття ординала як класу ізоморфізмів цілком впорядкованих множин, тобто класу еквівалентності, основаного на відношенні "ізоморфності зі збереженням порядку". При такому підході, однак, існує одна технічна складність: визначений так клас еквівалентності виявляється дуже великим, щоб підходити під означення множини з точки зору стандартної формалізації теорії множин аксіоматики Цермело-Френкеля. Однак, ця складність не створює серйозних проблем. *Ординалом* ми будемо називати порядковий тип довільної множини в такому класі.

Означення порядкових чисел як класів еквівалентності

У початковому означенні порядкового числа, під порядковим типом деякого повного впорядкування мається на увазі множина всіх повних впорядкувань, подібних йому (ізоморфних зі збереженням порядку): інакше кажучи, порядкове число насправді представляє собою клас еквівалентності цілком впорядкованої множини. У **ZFC**-теорії та пов'язаних с нею аксіоматичних систем теорії множин таке означення неприйнятно, оскільки відповідні класи еквівалентності достатньо великі, щоб їх можна було вважати множинами. Однак, це означення можна використовувати в теорії типів і аксіоматичній теорії множин Куайна, а також інших подібних системах.

Інакше кажучи, ми хочемо ввести поняття ординала як класу ізоморфізмів цілком впорядкованих множин, тобто класу еквівалентності, основаного на відношенні "ізоморфності зі збереженням порядку". При такому підході, однак, існує одна технічна складність: визначений так клас еквівалентності виявляється дуже великим, щоб підходити під означення множини з точки зору стандартної формалізації теорії множин аксіоматики Цермело-Френкеля. Однак, ця складність не створює серйозних проблем. *Ординалом* ми будемо називати порядковий тип довільної множини в такому класі.

Означення порядкових чисел як класів еквівалентності

У початковому означенні порядкового числа, під порядковим типом деякого повного впорядкування мається на увазі множина всіх повних впорядкувань, подібних йому (ізоморфних зі збереженням порядку): інакше кажучи, порядкове число насправді представляє собою клас еквівалентності цілком впорядкованої множини. У **ZFC**-теорії та пов'язаних с нею аксіоматичних систем теорії множин таке означення неприйнятно, оскільки відповідні класи еквівалентності достатньо великі, щоб їх можна було вважати множинами. Однак, це означення можна використовувати в теорії типів і аксіоматичній теорії множин Куайна, а також інших подібних системах.

Інакше кажучи, ми хочемо ввести поняття ординала як класу ізоморфізмів цілком впорядкованих множин, тобто класу еквівалентності, основаного на відношенні "ізоморфності зі збереженням порядку". При такому підході, однак, існує одна технічна складність: визначений так клас еквівалентності виявляється дуже великим, щоб підходити під означення множини з точки зору стандартної формалізації теорії множин аксіоматики Цермело-Френкеля. Однак, ця складність не створює серйозних проблем. *Ординалом* ми будемо називати порядковий тип довільної множини в такому класі.

Означення порядкових чисел як класів еквівалентності

У початковому означенні порядкового числа, під порядковим типом деякого повного впорядкування мається на увазі множина всіх повних впорядкувань, подібних йому (ізоморфних зі збереженням порядку): інакше кажучи, порядкове число насправді представляє собою клас еквівалентності цілком впорядкованої множини. У **ZFC**-теорії та пов'язаних с нею аксіоматичних систем теорії множин таке означення неприйнятно, оскільки відповідні класи еквівалентності достатньо великі, щоб їх можна було вважати множинами. Однак, це означення можна використовувати в теорії типів і аксіоматичній теорії множин Куайна, а також інших подібних системах.

Інакше кажучи, ми хочемо ввести поняття ординала як класу ізоморфізмів цілком впорядкованих множин, тобто класу еквівалентності, основаного на відношенні "ізоморфності зі збереженням порядку". При такому підході, однак, існує одна технічна складність: визначений так клас еквівалентності виявляється дуже великим, щоб підходити під означення множини з точки зору стандартної формалізації теорії множин аксіоматики Цермело-Френкеля. Однак, ця складність не створює серйозних проблем. *Ординалом* ми будемо називати порядковий тип довільної множини в такому класі.

Означення порядкових чисел як класів еквівалентності

У початковому означенні порядкового числа, під порядковим типом деякого повного впорядкування мається на увазі множина всіх повних впорядкувань, подібних йому (ізоморфних зі збереженням порядку): інакше кажучи, порядкове число насправді представляє собою клас еквівалентності цілком впорядкованої множини. У **ZFC**-теорії та пов'язаних с нею аксіоматичних систем теорії множин таке означення неприйнятно, оскільки відповідні класи еквівалентності достатньо великі, щоб їх можна було вважати множинами. Однак, це означення можна використовувати в теорії типів і аксіоматичній теорії множин Куайна, а також інших подібних системах.

Інакше кажучи, ми хочемо ввести поняття ординала як класу ізоморфізмів цілком впорядкованих множин, тобто класу еквівалентності, основаного на відношенні "ізоморфності зі збереженням порядку". При такому підході, однак, існує одна технічна складність: визначений так клас еквівалентності виявляється дуже великим, щоб підходити під означення множини з точки зору стандартної формалізації теорії множин аксіоматики Цермело-Френкеля. Однак, ця складність не створює серйозних проблем. *Ординалом* ми будемо називати порядковий тип довільної множини в такому класі.

Означення порядкових чисел як класів еквівалентності

У початковому означенні порядкового числа, під порядковим типом деякого повного впорядкування мається на увазі множина всіх повних впорядкувань, подібних йому (ізоморфних зі збереженням порядку): інакше кажучи, порядкове число насправді представляє собою клас еквівалентності цілком впорядкованої множини. У **ZFC**-теорії та пов'язаних с нею аксіоматичних систем теорії множин таке означення неприйнятно, оскільки відповідні класи еквівалентності достатньо великі, щоб їх можна було вважати множинами. Однак, це означення можна використовувати в теорії типів і аксіоматичній теорії множин Куайна, а також інших подібних системах.

Інакше кажучи, ми хочемо ввести поняття ординала як класу ізоморфізмів цілком впорядкованих множин, тобто класу еквівалентності, основаного на відношенні “ізоморфності зі збереженням порядку”. При такому підході, однак, існує одна технічна складність: визначений так клас еквівалентності виявляється дуже великим, щоб підходити під означення множини з точки зору стандартної формалізації теорії множин аксіоматики Цермело-Френкеля. Однак, ця складність не створює серйозних проблем. *Ординалом* ми будемо називати порядковий тип довільної множини в такому класі.

Означення порядкових чисел як класів еквівалентності

У початковому означенні порядкового числа, під порядковим типом деякого повного впорядкування мається на увазі множина всіх повних впорядкувань, подібних йому (ізоморфних зі збереженням порядку): інакше кажучи, порядкове число насправді представляє собою клас еквівалентності цілком впорядкованої множини. У **ZFC**-теорії та пов’язаних с нею аксіоматичних систем теорії множин таке означення неприйнятно, оскільки відповідні класи еквівалентності достатньо великі, щоб їх можна було вважати множинами. Однак, це означення можна використовувати в теорії типів і аксіоматичній теорії множин Куайна, а також інших подібних системах.

Інакше кажучи, ми хочемо ввести поняття ординала як класу ізоморфізмів цілком впорядкованих множин, тобто класу еквівалентності, основаного на відношенні "ізоморфності зі збереженням порядку". При такому підході, однак, існує одна технічна складність: визначений так клас еквівалентності виявляється дуже великим, щоб підходити під означення множини з точки зору стандартної формалізації теорії множин аксіоматики Цермело-Френкеля. Однак, ця складність не створює серйозних проблем. *Ординалом* ми будемо називати порядковий тип довільної множини в такому класі.

Означення порядкових чисел як класів еквівалентності

У початковому означенні порядкового числа, під порядковим типом деякого повного впорядкування мається на увазі множина всіх повних впорядкувань, подібних йому (ізоморфних зі збереженням порядку): інакше кажучи, порядкове число насправді представляє собою клас еквівалентності цілком впорядкованої множини. У **ZFC**-теорії та пов'язаних с нею аксіоматичних систем теорії множин таке означення неприйнятно, оскільки відповідні класи еквівалентності достатньо великі, щоб їх можна було вважати множинами. Однак, це означення можна використовувати в теорії типів і аксіоматичній теорії множин Куайна, а також інших подібних системах.

Інакше кажучи, ми хочемо ввести поняття ординала як класу ізоморфізмів цілком впорядкованих множин, тобто класу еквівалентності, основаного на відношенні "ізоморфності зі збереженням порядку". При такому підході, однак, існує одна технічна складність: визначений так клас еквівалентності виявляється дуже великим, щоб підходити під означення множини з точки зору стандартної формалізації теорії множин аксіоматики Цермело-Френкеля. Однак, ця складність не створює серйозних проблем. *Ординалом* ми будемо називати порядковий тип довільної множини в такому класі.

Означення порядкових чисел як класів еквівалентності

У початковому означенні порядкового числа, під порядковим типом деякого повного впорядкування мається на увазі множина всіх повних впорядкувань, подібних йому (ізоморфних зі збереженням порядку): інакше кажучи, порядкове число насправді представляє собою клас еквівалентності цілком впорядкованої множини. У **ZFC**-теорії та пов'язаних с нею аксіоматичних систем теорії множин таке означення неприйнятно, оскільки відповідні класи еквівалентності достатньо великі, щоб їх можна було вважати множинами. Однак, це означення можна використовувати в теорії типів і аксіоматичній теорії множин Куайна, а також інших подібних системах.

Інакше кажучи, ми хочемо ввести поняття ординала як класу ізоморфізмів цілком впорядкованих множин, тобто класу еквівалентності, основаного на відношенні "ізоморфності зі збереженням порядку". При такому підході, однак, існує одна технічна складність: визначений так клас еквівалентності виявляється дуже великим, щоб підходити під означення множини з точки зору стандартної формалізації теорії множин аксіоматики Цермело-Френкеля. Однак, ця складність не створює серйозних проблем. *Ординалом* ми будемо називати порядковий тип довільної множини в такому класі.

Означення порядкових чисел як класів еквівалентності

У початковому означенні порядкового числа, під порядковим типом деякого повного впорядкування мається на увазі множина всіх повних впорядкувань, подібних йому (ізоморфних зі збереженням порядку): інакше кажучи, порядкове число насправді представляє собою клас еквівалентності цілком впорядкованої множини. У **ZFC**-теорії та пов'язаних с нею аксіоматичних систем теорії множин таке означення неприйнятно, оскільки відповідні класи еквівалентності достатньо великі, щоб їх можна було вважати множинами. Однак, це означення можна використовувати в теорії типів і аксіоматичній теорії множин Куайна, а також інших подібних системах.

Інакше кажучи, ми хочемо ввести поняття ординала як класу ізоморфізмів цілком впорядкованих множин, тобто класу еквівалентності, основаного на відношенні "ізоморфності зі збереженням порядку". При такому підході, однак, існує одна технічна складність: визначений так клас еквівалентності виявляється дуже великим, щоб підходити під означення множини з точки зору стандартної формалізації теорії множин аксіоматики Цермело-Френкеля. Однак, ця складність не створює серйозних проблем. *Ординалом* ми будемо називати порядковий тип довільної множини в такому класі.

Означення порядкових чисел як класів еквівалентності

У початковому означенні порядкового числа, під порядковим типом деякого повного впорядкування мається на увазі множина всіх повних впорядкувань, подібних йому (ізоморфних зі збереженням порядку): інакше кажучи, порядкове число насправді представляє собою клас еквівалентності цілком впорядкованої множини. У **ZFC**-теорії та пов'язаних с нею аксіоматичних систем теорії множин таке означення неприйнятно, оскільки відповідні класи еквівалентності достатньо великі, щоб їх можна було вважати множинами. Однак, це означення можна використовувати в теорії типів і аксіоматичній теорії множин Куайна, а також інших подібних системах.

Інакше кажучи, ми хочемо ввести поняття ординала як класу ізоморфізмів цілком впорядкованих множин, тобто класу еквівалентності, основаного на відношенні "ізоморфності зі збереженням порядку". При такому підході, однак, існує одна технічна складність: визначений так клас еквівалентності виявляється дуже великим, щоб підходити під означення множини з точки зору стандартної формалізації теорії множин аксіоматики Цермело-Френкеля. Однак, ця складність не створює серйозних проблем. *Ординалом* ми будемо називати порядковий тип довільної множини в такому класі.

Означення порядкових чисел як класів еквівалентності

У початковому означенні порядкового числа, під порядковим типом деякого повного впорядкування мається на увазі множина всіх повних впорядкувань, подібних йому (ізоморфних зі збереженням порядку): інакше кажучи, порядкове число насправді представляє собою клас еквівалентності цілком впорядкованої множини. У **ZFC**-теорії та пов'язаних с нею аксіоматичних систем теорії множин таке означення неприйнятно, оскільки відповідні класи еквівалентності достатньо великі, щоб їх можна було вважати множинами. Однак, це означення можна використовувати в теорії типів і аксіоматичній теорії множин Куайна, а також інших подібних системах.

Інакше кажучи, ми хочемо ввести поняття ординала як класу ізоморфізмів цілком впорядкованих множин, тобто класу еквівалентності, основаного на відношенні "ізоморфності зі збереженням порядку". При такому підході, однак, існує одна технічна складність: визначений так клас еквівалентності виявляється дуже великим, щоб підходити під означення множини з точки зору стандартної формалізації теорії множин аксіоматики Цермело-Френкеля. Однак, ця складність не створює серйозних проблем. *Ординалом* ми будемо називати порядковий тип довільної множини в такому класі.

Означення порядкових чисел як класів еквівалентності

У початковому означенні порядкового числа, під порядковим типом деякого повного впорядкування мається на увазі множина всіх повних впорядкувань, подібних йому (ізоморфних зі збереженням порядку): інакше кажучи, порядкове число насправді представляє собою клас еквівалентності цілком впорядкованої множини. У **ZFC**-теорії та пов'язаних с нею аксіоматичних систем теорії множин таке означення неприйнятно, оскільки відповідні класи еквівалентності достатньо великі, щоб їх можна було вважати множинами. Однак, це означення можна використовувати в теорії типів і аксіоматичній теорії множин Куайна, а також інших подібних системах.

Інакше кажучи, ми хочемо ввести поняття ординала як класу ізоморфізмів цілком впорядкованих множин, тобто класу еквівалентності, основаного на відношенні "ізоморфності зі збереженням порядку". При такому підході, однак, існує одна технічна складність: визначений так клас еквівалентності виявляється дуже великим, щоб підходити під означення множини з точки зору стандартної формалізації теорії множин аксіоматики Цермело-Френкеля. Однак, ця складність не створює серйозних проблем. *Ординалом* ми будемо називати порядковий тип довільної множини в такому класі.

Означення порядкових чисел як класів еквівалентності

У початковому означенні порядкового числа, під порядковим типом деякого повного впорядкування мається на увазі множина всіх повних впорядкувань, подібних йому (ізоморфних зі збереженням порядку): інакше кажучи, порядкове число насправді представляє собою клас еквівалентності цілком впорядкованої множини. У **ZFC**-теорії та пов'язаних с нею аксіоматичних систем теорії множин таке означення неприйнятно, оскільки відповідні класи еквівалентності достатньо великі, щоб їх можна було вважати множинами. Однак, це означення можна використовувати в теорії типів і аксіоматичній теорії множин Куайна, а також інших подібних системах.

Означення порядкових чисел за фон Нойманом

Замість того, щоб означити ординал як клас еквівалентності цілком впорядкованих множин, ми ототожнюємо його з конкретною множиною, яка служить канонічним зображенням цього класу. Отож, ординал буде зображати собою деяку цілком впорядковану множину, а кожна цілком впорядкована множина буде порядково подібною рівно одному порядковому числу.

Стандартну означення, запропоноване фон Нойманом (John von Neumann) у 1923 р., виглядає так: кожен ординал є цілком впорядкованою множиною, яка складається з усіх ординалів, менших за нього. У символічному записі: $\lambda = [0, \lambda)$. Висловлюючись більш формальною мовою,

> Множина S є ординалом тоді і лише тоді, коли вона строго цілком впорядкована відношенням $\in$ і кожний елемент множини S одночасно є його підмножиною.

Зауважимо, шо у відповідності з цим означенням натуральні числа є ординалами. Так, зокрема 2 належить множині $4 = \{0, 1, 2, 3\}$ і в той же час дорівнює $\{0, 1\}$, тобто є підмножиною в $\{0, 1, 2, 3\}$.

Означення порядкових чисел за фон Нойманом

Замість того, щоб означити ординал як клас еквівалентності цілком впорядкованих множин, ми ототожнюємо його з конкретною множиною, яка служить канонічним зображенням цього класу. Отож, ординал буде зображати собою деяку цілком впорядковану множину, а кожна цілком впорядкована множина буде порядково подібною рівно одному порядковому числу.

Стандартну означення, запропоноване фон Нойманом (John von Neumann) у 1923 р., виглядає так: кожен ординал є цілком впорядкованою множиною, яка складається з усіх ординалів, менших за нього. У символічному записі: $\lambda = [0, \lambda)$. Висловлюючись більш формальною мовою,

> Множина S є ординалом тоді і лише тоді, коли вона строго цілком впорядкована відношенням $\in$ і кожний елемент множини S одночасно є його підмножиною.

Зауважимо, шо у відповідності з цим означенням натуральні числа є ординалами. Так, зокрема 2 належить множині $4 = \{0, 1, 2, 3\}$ і в той же час дорівнює $\{0, 1\}$, тобто є підмножиною в $\{0, 1, 2, 3\}$.

Означення порядкових чисел за фон Нойманом

Замість того, щоб означити ординал як клас еквівалентності цілком впорядкованих множин, ми ототожнюємо його з конкретною множиною, яка служить канонічним зображенням цього класу. Отож, ординал буде зображати собою деяку цілком впорядковану множину, а кожна цілком впорядкована множина буде порядково подібною рівно одному порядковому числу.

Стандартну означення, запропоноване фон Нойманом (John von Neumann) у 1923 р., виглядає так: кожен ординал є цілком впорядкованою множиною, яка складається з усіх ординалів, менших за нього. У символічному записі: $\lambda = [0, \lambda)$. Висловлюючись більш формальною мовою,

> Множина S є ординалом тоді і лише тоді, коли вона строго цілком впорядкована відношенням $\in$ і кожний елемент множини S одночасно є його підмножиною.

Зауважимо, шо у відповідності з цим означенням натуральні числа є ординалами. Так, зокрема 2 належить множині $4 = \{0, 1, 2, 3\}$ і в той же час дорівнює $\{0, 1\}$, тобто є підмножиною в $\{0, 1, 2, 3\}$.

Означення порядкових чисел за фон Нойманом

Замість того, щоб означити ординал як клас еквівалентності цілком впорядкованих множин, ми ототожнюємо його з конкретною множиною, яка служить канонічним зображенням цього класу. Отож, ординал буде зображати собою деяку цілком впорядковану множину, а кожна цілком впорядкована множина буде порядково подібною рівно одному порядковому числу.

Стандартну означення, запропоноване фон Нойманом (John von Neumann) у 1923 р., виглядає так: кожен ординал є цілком впорядкованою множиною, яка складається з усіх ординалів, менших за нього. У символічному записі: $\lambda = [0, \lambda)$. Висловлюючись більш формальною мовою,

> Множина S є ординалом тоді і лише тоді, коли вона строго цілком впорядкована відношенням $\in$ і кожний елемент множини S одночасно є його підмножиною.

Зауважимо, шо у відповідності з цим означенням натуральні числа є ординалами. Так, зокрема 2 належить множині $4 = \{0, 1, 2, 3\}$ і в той же час дорівнює $\{0, 1\}$, тобто є підмножиною в $\{0, 1, 2, 3\}$.

Означення порядкових чисел за фон Нойманом

Замість того, щоб означити ординал як клас еквівалентності цілком впорядкованих множин, ми ототожнюємо його з конкретною множиною, яка служить канонічним зображенням цього класу. Отож, ординал буде зображати собою деяку цілком впорядковану множину, а кожна цілком впорядкована множина буде порядково подібною рівно одному порядковому числу.

Стандартну означення, запропоноване фон Нойманом (John von Neumann) у 1923 р., виглядає так: кожен ординал є цілком впорядкованою множиною, яка складається з усіх ординалів, менших за нього. У символічному записі: $\lambda = [0, \lambda)$. Висловлюючись більш формальною мовою,

> Множина S є ординалом тоді і лише тоді, коли вона строго цілком впорядкована відношенням $\in$ і кожний елемент множини S одночасно є його підмножиною.

Зауважимо, шо у відповідності з цим означенням натуральні числа є ординалами. Так, зокрема 2 належить множині $4 = \{0, 1, 2, 3\}$ і в той же час дорівнює $\{0, 1\}$, тобто є підмножиною в $\{0, 1, 2, 3\}$.

Означення порядкових чисел за фон Нойманом

Замість того, щоб означити ординал як клас еквівалентності цілком впорядкованих множин, ми ототожнюємо його з конкретною множиною, яка служить канонічним зображенням цього класу. Отож, ординал буде зображати собою деяку цілком впорядковану множину, а кожна цілком впорядкована множина буде порядково подібною рівно одному порядковому числу.

Стандартну означення, запропоноване фон Нойманом (John von Neumann) у 1923 р., виглядає так: кожен ординал є цілком впорядкованою множиною, яка складається з усіх ординалів, менших за нього. У символічному записі: $\lambda = [0, \lambda)$. Висловлюючись більш формальною мовою,

> Множина S є ординалом тоді і лише тоді, коли вона строго цілком впорядкована відношенням $\in$ і кожний елемент множини S одночасно є його підмножиною.

Зауважимо, шо у відповідності з цим означенням натуральні числа є ординалами. Так, зокрема 2 належить множині $4 = \{0, 1, 2, 3\}$ і в той же час дорівнює $\{0, 1\}$, тобто є підмножиною в $\{0, 1, 2, 3\}$.

Означення порядкових чисел за фон Нойманом

Замість того, щоб означити ординал як клас еквівалентності цілком впорядкованих множин, ми ототожнюємо його з конкретною множиною, яка служить канонічним зображенням цього класу. Отож, ординал буде зображати собою деяку цілком впорядковану множину, а кожна цілком впорядкована множина буде порядково подібною рівно одному порядковому числу.

Стандартну означення, запропоноване фон Нойманом (John von Neumann) у 1923 р., виглядає так: кожен ординал є цілком впорядкованою множиною, яка складається з усіх ординалів, менших за нього. У символічному записі: $\lambda = [0, \lambda)$. Висловлюючись більш формальною мовою,

> Множина S є ординалом тоді і лише тоді, коли вона строго цілком впорядкована відношенням $\in$ і кожний елемент множини S одночасно є його підмножиною.

Зауважимо, шо у відповідності з цим означенням натуральні числа є ординалами. Так, зокрема 2 належить множині $4 = \{0, 1, 2, 3\}$ і в той же час дорівнює $\{0, 1\}$, тобто є підмножиною в $\{0, 1, 2, 3\}$.

Означення порядкових чисел за фон Нойманом

Замість того, щоб означити ординал як клас еквівалентності цілком впорядкованих множин, ми ототожнюємо його з конкретною множиною, яка служить канонічним зображенням цього класу. Отож, ординал буде зображати собою деяку цілком впорядковану множину, а кожна цілком впорядкована множина буде порядково подібною рівно одному порядковому числу.

Стандартну означення, запропоноване фон Нойманом (John von Neumann) у 1923 р., виглядає так: кожен ординал є цілком впорядкованою множиною, яка складається з усіх ординалів, менших за нього. У символічному записі: $\lambda = [0, \lambda)$. Висловлюючись більш формальною мовою,

> Множина S є ординалом тоді і лише тоді, коли вона строго цілком впорядкована відношенням $\in$ і кожний елемент множини S одночасно є його підмножиною.

Зауважимо, шо у відповідності з цим означенням натуральні числа є ординалами. Так, зокрема 2 належить множині $4 = \{0, 1, 2, 3\}$ і в той же час дорівнює $\{0, 1\}$, тобто є підмножиною в $\{0, 1, 2, 3\}$.

Означення порядкових чисел за фон Нойманом

Замість того, щоб означити ординал як клас еквівалентності цілком впорядкованих множин, ми ототожнюємо його з конкретною множиною, яка служить канонічним зображенням цього класу. Отож, ординал буде зображати собою деяку цілком впорядковану множину, а кожна цілком впорядкована множина буде порядково подібною рівно одному порядковому числу.

Стандартну означення, запропоноване фон Нойманом (John von Neumann) у 1923 р., виглядає так: кожен ординал є цілком впорядкованою множиною, яка складається з усіх ординалів, менших за нього. У символічному записі: $\lambda = [0, \lambda)$. Висловлюючись більш формальною мовою,

> Множина S є ординалом тоді і лише тоді, коли вона строго цілком впорядкована відношенням $\in$ і кожний елемент множини S одночасно є його підмножиною.

Зауважимо, шо у відповідності з цим означенням натуральні числа є ординалами. Так, зокрема 2 належить множині $4 = \{0, 1, 2, 3\}$ і в той же час дорівнює $\{0, 1\}$, тобто є підмножиною в $\{0, 1, 2, 3\}$.

Означення порядкових чисел за фон Нойманом

Замість того, щоб означити ординал як клас еквівалентності цілком впорядкованих множин, ми ототожнюємо його з конкретною множиною, яка служить канонічним зображенням цього класу. Отож, ординал буде зображати собою деяку цілком впорядковану множину, а кожна цілком впорядкована множина буде порядково подібною рівно одному порядковому числу.

Стандартну означення, запропоноване фон Нойманом (John von Neumann) у 1923 р., виглядає так: кожен ординал є цілком впорядкованою множиною, яка складається з усіх ординалів, менших за нього. У символічному записі: $\lambda = [0, \lambda)$. Висловлюючись більш формальною мовою,

> Множина S є ординалом тоді і лише тоді, коли вона строго цілком впорядкована відношенням $\in$ і кожний елемент множини S одночасно є його підмножиною.

Зауважимо, шо у відповідності з цим означенням натуральні числа є ординалами. Так, зокрема 2 належить множині $4 = \{0, 1, 2, 3\}$ і в той же час дорівнює $\{0, 1\}$, тобто є підмножиною в $\{0, 1, 2, 3\}$.

Означення порядкових чисел за фон Нойманом

Замість того, щоб означити ординал як клас еквівалентності цілком впорядкованих множин, ми ототожнюємо його з конкретною множиною, яка служить канонічним зображенням цього класу. Отож, ординал буде зображати собою деяку цілком впорядковану множину, а кожна цілком впорядкована множина буде порядково подібною рівно одному порядковому числу.

Стандартну означення, запропоноване фон Нойманом (John von Neumann) у 1923 р., виглядає так: кожен ординал є цілком впорядкованою множиною, яка складається з усіх ординалів, менших за нього. У символічному записі: $\lambda = [0, \lambda)$. Висловлюючись більш формальною мовою,

> Множина S є ординалом тоді і лише тоді, коли вона строго цілком впорядкована відношенням $\in$ і кожний елемент множини S одночасно є його підмножиною.

Зауважимо, шо у відповідності з цим означенням натуральні числа є ординалами. Так, зокрема 2 належить множині $4 = \{0, 1, 2, 3\}$ і в той же час дорівнює $\{0, 1\}$, тобто є підмножиною в $\{0, 1, 2, 3\}$.

Означення порядкових чисел за фон Нойманом

Замість того, щоб означити ординал як клас еквівалентності цілком впорядкованих множин, ми ототожнюємо його з конкретною множиною, яка служить канонічним зображенням цього класу. Отож, ординал буде зображати собою деяку цілком впорядковану множину, а кожна цілком впорядкована множина буде порядково подібною рівно одному порядковому числу.

Стандартну означення, запропоноване фон Нойманом (John von Neumann) у 1923 р., виглядає так: кожен ординал є цілком впорядкованою множиною, яка складається з усіх ординалів, менших за нього. У символічному записі: $\lambda = [0, \lambda)$. Висловлюючись більш формальною мовою,

> Множина S є ординалом тоді і лише тоді, коли вона строго цілком впорядкована відношенням $\in$ і кожний елемент множини S одночасно є його підмножиною.

Зауважимо, шо у відповідності з цим означенням натуральні числа є ординалами. Так, зокрема 2 належить множині $4 = \{0, 1, 2, 3\}$ і в той же час дорівнює $\{0, 1\}$, тобто є підмножиною в $\{0, 1, 2, 3\}$.

Означення порядкових чисел за фон Нойманом

Замість того, щоб означити ординал як клас еквівалентності цілком впорядкованих множин, ми ототожнюємо його з конкретною множиною, яка служить канонічним зображенням цього класу. Отож, ординал буде зображати собою деяку цілком впорядковану множину, а кожна цілком впорядкована множина буде порядково подібною рівно одному порядковому числу.

Стандартну означення, запропоноване фон Нойманом (John von Neumann) у 1923 р., виглядає так: кожен ординал є цілком впорядкованою множиною, яка складається з усіх ординалів, менших за нього. У символічному записі: $\lambda = [0, \lambda)$. Висловлюючись більш формальною мовою,

> Множина S є ординалом тоді і лише тоді, коли вона строго цілком впорядкована відношенням $\in$ і кожний елемент множини S одночасно є його підмножиною.

Зауважимо, шо у відповідності з цим означенням натуральні числа є ординалами. Так, зокрема 2 належить множині $4 = \{0, 1, 2, 3\}$ і в той же час дорівнює $\{0, 1\}$, тобто є підмножиною в $\{0, 1, 2, 3\}$.

Означення порядкових чисел за фон Нойманом

Замість того, щоб означити ординал як клас еквівалентності цілком впорядкованих множин, ми ототожнюємо його з конкретною множиною, яка служить канонічним зображенням цього класу. Отож, ординал буде зображати собою деяку цілком впорядковану множину, а кожна цілком впорядкована множина буде порядково подібною рівно одному порядковому числу.

Стандартну означення, запропоноване фон Нойманом (John von Neumann) у 1923 р., виглядає так: кожен ординал є цілком впорядкованою множиною, яка складається з усіх ординалів, менших за нього. У символічному записі: $\lambda = [0, \lambda)$. Висловлюючись більш формальною мовою,

> Множина S є ординалом тоді і лише тоді, коли вона строго цілком впорядкована відношенням $\in$ і кожний елемент множини S одночасно є його підмножиною.

Зауважимо, шо у відповідності з цим означенням натуральні числа є ординалами. Так, зокрема 2 належить множині $4 = \{0, 1, 2, 3\}$ і в той же час дорівнює $\{0, 1\}$, тобто є підмножиною в $\{0, 1, 2, 3\}$.

Означення порядкових чисел за фон Нойманом

Замість того, щоб означити ординал як клас еквівалентності цілком впорядкованих множин, ми ототожнюємо його з конкретною множиною, яка служить канонічним зображенням цього класу. Отож, ординал буде зображати собою деяку цілком впорядковану множину, а кожна цілком впорядкована множина буде порядково подібною рівно одному порядковому числу.

Стандартну означення, запропоноване фон Нойманом (John von Neumann) у 1923 р., виглядає так: кожен ординал є цілком впорядкованою множиною, яка складається з усіх ординалів, менших за нього. У символічному записі: $\lambda = [0, \lambda)$. Висловлюючись більш формальною мовою,

> Множина S є ординалом тоді і лише тоді, коли вона строго цілком впорядкована відношенням $\in$ і кожний елемент множини S одночасно є його підмножиною.

Зауважимо, шо у відповідності з цим означенням натуральні числа є ординалами. Так, зокрема 2 належить множині $4 = \{0, 1, 2, 3\}$ і в той же час дорівнює $\{0, 1\}$, тобто є підмножиною в $\{0, 1, 2, 3\}$.

Означення порядкових чисел за фон Нойманом

Замість того, щоб означити ординал як клас еквівалентності цілком впорядкованих множин, ми ототожнюємо його з конкретною множиною, яка служить канонічним зображенням цього класу. Отож, ординал буде зображати собою деяку цілком впорядковану множину, а кожна цілком впорядкована множина буде порядково подібною рівно одному порядковому числу.

Стандартну означення, запропоноване фон Нойманом (John von Neumann) у 1923 р., виглядає так: кожен ординал є цілком впорядкованою множиною, яка складається з усіх ординалів, менших за нього. У символічному записі: $\lambda = [0, \lambda)$. Висловлюючись більш формальною мовою,

> Множина S є ординалом тоді і лише тоді, коли вона строго цілком впорядкована відношенням $\in$ і кожний елемент множини S одночасно є його підмножиною.

Зауважимо, шо у відповідності з цим означенням натуральні числа є ординалами. Так, зокрема 2 належить множині $4 = \{0, 1, 2, 3\}$ і в той же час дорівнює $\{0, 1\}$, тобто є підмножиною в $\{0, 1, 2, 3\}$.

Означення порядкових чисел за фон Нойманом

Замість того, щоб означити ординал як клас еквівалентності цілком впорядкованих множин, ми ототожнюємо його з конкретною множиною, яка служить канонічним зображенням цього класу. Отож, ординал буде зображати собою деяку цілком впорядковану множину, а кожна цілком впорядкована множина буде порядково подібною рівно одному порядковому числу.

Стандартну означення, запропоноване фон Нойманом (John von Neumann) у 1923 р., виглядає так: кожен ординал є цілком впорядкованою множиною, яка складається з усіх ординалів, менших за нього. У символічному записі: $\lambda = [0, \lambda)$. Висловлюючись більш формальною мовою,

> Множина S є ординалом тоді і лише тоді, коли вона строго цілком впорядкована відношенням $\in$ і кожний елемент множини S одночасно є його підмножиною.

Зауважимо, шо у відповідності з цим означенням натуральні числа є ординалами. Так, зокрема 2 належить множині $4 = \{0, 1, 2, 3\}$ і в той же час дорівнює $\{0, 1\}$, тобто є підмножиною в $\{0, 1, 2, 3\}$.

Означення порядкових чисел за фон Нойманом

Замість того, щоб означити ординал як клас еквівалентності цілком впорядкованих множин, ми ототожнюємо його з конкретною множиною, яка служить канонічним зображенням цього класу. Отож, ординал буде зображати собою деяку цілком впорядковану множину, а кожна цілком впорядкована множина буде порядково подібною рівно одному порядковому числу.

Стандартну означення, запропоноване фон Нойманом (John von Neumann) у 1923 р., виглядає так: кожен ординал є цілком впорядкованою множиною, яка складається з усіх ординалів, менших за нього. У символічному записі: $\lambda = [0, \lambda)$. Висловлюючись більш формальною мовою,

> Множина S є ординалом тоді і лише тоді, коли вона строго цілком впорядкована відношенням $\in$ і кожний елемент множини S одночасно є його підмножиною.

Зауважимо, шо у відповідності з цим означенням натуральні числа є ординалами. Так, зокрема 2 належить множині $4 = \{0, 1, 2, 3\}$ і в той же час дорівнює $\{0, 1\}$, тобто є підмножиною в $\{0, 1, 2, 3\}$.

Означення порядкових чисел за фон Нойманом

Замість того, щоб означити ординал як клас еквівалентності цілком впорядкованих множин, ми ототожнюємо його з конкретною множиною, яка служить канонічним зображенням цього класу. Отож, ординал буде зображати собою деяку цілком впорядковану множину, а кожна цілком впорядкована множина буде порядково подібною рівно одному порядковому числу.

Стандартну означення, запропоноване фон Нойманом (John von Neumann) у 1923 р., виглядає так: кожен ординал є цілком впорядкованою множиною, яка складається з усіх ординалів, менших за нього. У символічному записі: $\lambda = [0, \lambda)$. Висловлюючись більш формальною мовою,

> Множина S є ординалом тоді і лише тоді, коли вона строго цілком впорядкована відношенням $\in$ і кожний елемент множини S одночасно є його підмножиною.

Зауважимо, шо у відповідності з цим означенням натуральні числа є ординалами. Так, зокрема 2 належить множині $4 = \{0, 1, 2, 3\}$ і в той же час дорівнює $\{0, 1\}$, тобто є підмножиною в $\{0, 1, 2, 3\}$.

За допомогою трансфінітної індукції можна довести, що довільна цілком впорядкована множина порядково подібна лише одному ординалу — іншими словами, між ними можна становити бієктивну відповідність, що зберігає порядок.

Більше того, елементи довільного ординала самі є ординалами. Якщо S і T — довільні ординали, то S належить T тоді і лише тоді, коли S є власною підмножиною в T. Далі, для довільних ординалів S і T виконується лише одно з співвідношень: або $S \in T$, або $T \in S$, або $S = T$. Отож, довільна множина ординалів є лінійно впорядкованою і, крім того, є цілком впорядкованою. Ця властивість є узагальненням цілком впорядкованості множини натуральних чисел.

З вище сказаного випливає, що елементи довільного ординала S в точності збігаються з ординалами, строго меншими за S. Кожна множина ординалів, наприклад, містить супремум, який є ординалом, що дорівнює об'єднанню всіх порядкових чисел, які містяться в цій множині. З аксіоми об'єднання аксіом теорії множин випливає, що такий ординал існує завжди, незалежно від потужності початкової множини.

За допомогою трансфінітної індукції можна довести, що довільна цілком впорядкована множина порядково подібна лише одному ординалу — іншими словами, між ними можна становити бієктивну відповідність, що зберігає порядок.

Більше того, елементи довільного ординала самі є ординалами. Якщо S і T — довільні ординали, то S належить T тоді і лише тоді, коли S є власною підмножиною в T. Далі, для довільних ординалів S і T виконується лише одно з співвідношень: або $S \in T$, або $T \in S$, або $S = T$. Отож, довільна множина ординалів є лінійно впорядкованою і, крім того, є цілком впорядкованою. Ця властивість є узагальненням цілком впорядкованості множини натуральних чисел.

З вище сказаного випливає, що елементи довільного ординала S в точності збігаються з ординалами, строго меншими за S. Кожна множина ординалів, наприклад, містить супремум, який є ординалом, що дорівнює об'єднанню всіх порядкових чисел, які містяться в цій множині. З аксіоми об'єднання аксіом теорії множин випливає, що такий ординал існує завжди, незалежно від потужності початкової множини.

За допомогою трансфінітної індукції можна довести, що довільна цілком впорядкована множина порядково подібна лише одному ординалу — іншими словами, між ними можна становити бієктивну відповідність, що зберігає порядок.

Більше того, елементи довільного ординала самі є ординалами. Якщо S і T — довільні ординали, то S належить T тоді і лише тоді, коли S є власною підмножиною в T. Далі, для довільних ординалів S і T виконується лише одно з співвідношень: або $S \in T$, або $T \in S$, або $S = T$. Отож, довільна множина ординалів є лінійно впорядкованою і, крім того, є цілком впорядкованою. Ця властивість є узагальненням цілком впорядкованості множини натуральних чисел.

З вище сказаного випливає, що елементи довільного ординала S в точності збігаються з ординалами, строго меншими за S. Кожна множина ординалів, наприклад, містить супремум, який є ординалом, що дорівнює об'єднанню всіх порядкових чисел, які містяться в цій множині. З аксіоми об'єднання аксіом теорії множин випливає, що такий ординал існує завжди, незалежно від потужності початкової множини.

За допомогою трансфінітної індукції можна довести, що довільна цілком впорядкована множина порядково подібна лише одному ординалу — іншими словами, між ними можна становити бієктивну відповідність, що зберігає порядок.

Більше того, елементи довільного ординала самі є ординалами. Якщо S і T — довільні ординали, то S належить T тоді і лише тоді, коли S є власною підмножиною в T. Далі, для довільних ординалів S і T виконується лише одно з співвідношень: або $S \in T$, або $T \in S$, або $S = T$. Отож, довільна множина ординалів є лінійно впорядкованою і, крім того, є цілком впорядкованою. Ця властивість є узагальненням цілком впорядкованості множини натуральних чисел.

З вище сказаного випливає, що елементи довільного ординала S в точності збігаються з ординалами, строго меншими за S. Кожна множина ординалів, наприклад, містить супремум, який є ординалом, що дорівнює об'єднанню всіх порядкових чисел, які містяться в цій множині. З аксіоми об'єднання аксіом теорії множин випливає, що такий ординал існує завжди, незалежно від потужності початкової множини.

За допомогою трансфінітної індукції можна довести, що довільна цілком впорядкована множина порядково подібна лише одному ординалу — іншими словами, між ними можна становити бієктивну відповідність, що зберігає порядок.

Більше того, елементи довільного ординала самі є ординалами. Якщо S і T — довільні ординали, то S належить T тоді і лише тоді, коли S є власною підмножиною в T. Далі, для довільних ординалів S і T виконується лише одно з співвідношень: або $S \in T$, або $T \in S$, або $S = T$. Отож, довільна множина ординалів є лінійно впорядкованою і, крім того, є цілком впорядкованою. Ця властивість є узагальненням цілком впорядкованості множини натуральних чисел.

З вище сказаного випливає, що елементи довільного ординала S в точності збігаються з ординалами, строго меншими за S. Кожна множина ординалів, наприклад, містить супремум, який є ординалом, що дорівнює об'єднанню всіх порядкових чисел, які містяться в цій множині. З аксіоми об'єднання аксіом теорії множин випливає, що такий ординал існує завжди, незалежно від потужності початкової множини.

За допомогою трансфінітної індукції можна довести, що довільна цілком впорядкована множина порядково подібна лише одному ординалу — іншими словами, між ними можна становити бієктивну відповідність, що зберігає порядок.

Більше того, елементи довільного ординала самі є ординалами. Якщо S і T — довільні ординали, то S належить T тоді і лише тоді, коли S є власною підмножиною в T. Далі, для довільних ординалів S і T виконується лише одно з співвідношень: або $S \in T$, або $T \in S$, або $S = T$. Отож, довільна множина ординалів є лінійно впорядкованою і, крім того, є цілком впорядкованою. Ця властивість є узагальненням цілком впорядкованості множини натуральних чисел.

З вище сказаного випливає, що елементи довільного ординала S в точності збігаються з ординалами, строго меншими за S. Кожна множина ординалів, наприклад, містить супремум, який є ординалом, що дорівнює об'єднанню всіх порядкових чисел, які містяться в цій множині. З аксіоми об'єднання аксіом теорії множин випливає, що такий ординал існує завжди, незалежно від потужності початкової множини.

За допомогою трансфінітної індукції можна довести, що довільна цілком впорядкована множина порядково подібна лише одному ординалу — іншими словами, між ними можна становити бієктивну відповідність, що зберігає порядок.

Більше того, елементи довільного ординала самі є ординалами. Якщо S і T — довільні ординали, то S належить T тоді і лише тоді, коли S є власною підмножиною в T. Далі, для довільних ординалів S і T виконується лише одно з співвідношень: або $S \in T$, або $T \in S$, або $S = T$. Отож, довільна множина ординалів є лінійно впорядкованою і, крім того, є цілком впорядкованою. Ця властивість є узагальненням цілком впорядкованості множини натуральних чисел.

З вище сказаного випливає, що елементи довільного ординала S в точності збігаються з ординалами, строго меншими за S. Кожна множина ординалів, наприклад, містить супремум, який є ординалом, що дорівнює об'єднанню всіх порядкових чисел, які містяться в цій множині. З аксіоми об'єднання аксіом теорії множин випливає, що такий ординал існує завжди, незалежно від потужності початкової множини.

За допомогою трансфінітної індукції можна довести, що довільна цілком впорядкована множина порядково подібна лише одному ординалу — іншими словами, між ними можна становити бієктивну відповідність, що зберігає порядок.

Більше того, елементи довільного ординала самі є ординалами. Якщо S і T — довільні ординали, то S належить T тоді і лише тоді, коли S є власною підмножиною в T. Далі, для довільних ординалів S і T виконується лише одно з співвідношень: або $S \in T$, або $T \in S$, або $S = T$. Отож, довільна множина ординалів є лінійно впорядкованою і, крім того, є цілком впорядкованою. Ця властивість є узагальненням цілком впорядкованості множини натуральних чисел.

З вище сказаного випливає, що елементи довільного ординала S в точності збігаються з ординалами, строго меншими за S. Кожна множина ординалів, наприклад, містить супремум, який є ординалом, що дорівнює об'єднанню всіх порядкових чисел, які містяться в цій множині. З аксіоми об'єднання аксіом теорії множин випливає, що такий ординал існує завжди, незалежно від потужності початкової множини.

За допомогою трансфінітної індукції можна довести, що довільна цілком впорядкована множина порядково подібна лише одному ординалу — іншими словами, між ними можна становити бієктивну відповідність, що зберігає порядок.

Більше того, елементи довільного ординала самі є ординалами. Якщо S і T — довільні ординали, то S належить T тоді і лише тоді, коли S є власною підмножиною в T. Далі, для довільних ординалів S і T виконується лише одно з співвідношень: або $S \in T$, або $T \in S$, або $S = T$. Отож, довільна множина ординалів є лінійно впорядкованою і, крім того, є цілком впорядкованою. Ця властивість є узагальненням цілком впорядкованості множини натуральних чисел.

З вище сказаного випливає, що елементи довільного ординала S в точності збігаються з ординалами, строго меншими за S. Кожна множина ординалів, наприклад, містить супремум, який є ординалом, що дорівнює об'єднанню всіх порядкових чисел, які містяться в цій множині. З аксіоми об'єднання аксіом теорії множин випливає, що такий ординал існує завжди, незалежно від потужності початкової множини.

За допомогою трансфінітної індукції можна довести, що довільна цілком впорядкована множина порядково подібна лише одному ординалу — іншими словами, між ними можна становити бієктивну відповідність, що зберігає порядок.

Більше того, елементи довільного ординала самі є ординалами. Якщо S і T — довільні ординали, то S належить T тоді і лише тоді, коли S є власною підмножиною в T. Далі, для довільних ординалів S і T виконується лише одно з співвідношень: або $S \in T$, або $T \in S$, або $S = T$. Отож, довільна множина ординалів є лінійно впорядкованою і, крім того, є цілком впорядкованою. Ця властивість є узагальненням цілком впорядкованості множини натуральних чисел.

З вище сказаного випливає, що елементи довільного ординала S в точності збігаються з ординалами, строго меншими за S. Кожна множина ординалів, наприклад, містить супремум, який є ординалом, що дорівнює об'єднанню всіх порядкових чисел, які містяться в цій множині. З аксіоми об'єднання аксіом теорії множин випливає, що такий ординал існує завжди, незалежно від потужності початкової множини.

За допомогою трансфінітної індукції можна довести, що довільна цілком впорядкована множина порядково подібна лише одному ординалу — іншими словами, між ними можна становити бієктивну відповідність, що зберігає порядок.

Більше того, елементи довільного ординала самі є ординалами. Якщо S і T — довільні ординали, то S належить T тоді і лише тоді, коли S є власною підмножиною в T. Далі, для довільних ординалів S і T виконується лише одно з співвідношень: або $S \in T$, або $T \in S$, або $S = T$. Отож, довільна множина ординалів є лінійно впорядкованою і, крім того, є цілком впорядкованою. Ця властивість є узагальненням цілком впорядкованості множини натуральних чисел.

З вище сказаного випливає, що елементи довільного ординала S в точності збігаються з ординалами, строго меншими за S. Кожна множина ординалів, наприклад, містить супремум, який є ординалом, що дорівнює об'єднанню всіх порядкових чисел, які містяться в цій множині. З аксіоми об'єднання аксіом теорії множин випливає, що такий ординал існує завжди, незалежно від потужності початкової множини.

За допомогою трансфінітної індукції можна довести, що довільна цілком впорядкована множина порядково подібна лише одному ординалу — іншими словами, між ними можна становити бієктивну відповідність, що зберігає порядок.

Більше того, елементи довільного ординала самі є ординалами. Якщо S і T — довільні ординали, то S належить T тоді і лише тоді, коли S є власною підмножиною в T. Далі, для довільних ординалів S і T виконується лише одно з співвідношень: або $S \in T$, або $T \in S$, або $S = T$. Отож, довільна множина ординалів є лінійно впорядкованою і, крім того, є цілком впорядкованою. Ця властивість є узагальненням цілком впорядкованості множини натуральних чисел.

З вище сказаного випливає, що елементи довільного ординала S в точності збігаються з ординалами, строго меншими за S. Кожна множина ординалів, наприклад, містить супремум, який є ординалом, що дорівнює об'єднанню всіх порядкових чисел, які містяться в цій множині. З аксіоми об'єднання аксіом теорії множин випливає, що такий ординал існує завжди, незалежно від потужності початкової множини.

За допомогою трансфінітної індукції можна довести, що довільна цілком впорядкована множина порядково подібна лише одному ординалу — іншими словами, між ними можна становити бієктивну відповідність, що зберігає порядок.

Більше того, елементи довільного ординала самі є ординалами. Якщо S і T — довільні ординали, то S належить T тоді і лише тоді, коли S є власною підмножиною в T. Далі, для довільних ординалів S і T виконується лише одно з співвідношень: або $S \in T$, або $T \in S$, або $S = T$. Отож, довільна множина ординалів є лінійно впорядкованою і, крім того, є цілком впорядкованою. Ця властивість є узагальненням цілком впорядкованості множини натуральних чисел.

З вище сказаного випливає, що елементи довільного ординала S в точності збігаються з ординалами, строго меншими за S. Кожна множина ординалів, наприклад, містить супремум, який є ординалом, що дорівнює об'єднанню всіх порядкових чисел, які містяться в цій множині. З аксіоми об'єднання аксіом теорії множин випливає, що такий ординал існує завжди, незалежно від потужності початкової множини.

За допомогою трансфінітної індукції можна довести, що довільна цілком впорядкована множина порядково подібна лише одному ординалу — іншими словами, між ними можна становити бієктивну відповідність, що зберігає порядок.

Більше того, елементи довільного ординала самі є ординалами. Якщо S і T — довільні ординали, то S належить T тоді і лише тоді, коли S є власною підмножиною в T. Далі, для довільних ординалів S і T виконується лише одно з співвідношень: або $S \in T$, або $T \in S$, або $S = T$. Отож, довільна множина ординалів є лінійно впорядкованою і, крім того, є цілком впорядкованою. Ця властивість є узагальненням цілком впорядкованості множини натуральних чисел.

З вище сказаного випливає, що елементи довільного ординала S в точності збігаються з ординалами, строго меншими за S. Кожна множина ординалів, наприклад, містить супремум, який є ординалом, що дорівнює об'єднанню всіх порядкових чисел, які містяться в цій множині. З аксіоми об'єднання аксіом теорії множин випливає, що такий ординал існує завжди, незалежно від потужності початкової множини.

За допомогою трансфінітної індукції можна довести, що довільна цілком впорядкована множина порядково подібна лише одному ординалу — іншими словами, між ними можна становити бієктивну відповідність, що зберігає порядок.

Більше того, елементи довільного ординала самі є ординалами. Якщо S і T — довільні ординали, то S належить T тоді і лише тоді, коли S є власною підмножиною в T. Далі, для довільних ординалів S і T виконується лише одно з співвідношень: або $S \in T$, або $T \in S$, або $S = T$. Отож, довільна множина ординалів є лінійно впорядкованою і, крім того, є цілком впорядкованою. Ця властивість є узагальненням цілком впорядкованості множини натуральних чисел.

З вище сказаного випливає, що елементи довільного ординала S в точності збігаються з ординалами, строго меншими за S. Кожна множина ординалів, наприклад, містить супремум, який є ординалом, що дорівнює об'єднанню всіх порядкових чисел, які містяться в цій множині. З аксіоми об'єднання аксіом теорії множин випливає, що такий ординал існує завжди, незалежно від потужності початкової множини.

За допомогою трансфінітної індукції можна довести, що довільна цілком впорядкована множина порядково подібна лише одному ординалу — іншими словами, між ними можна становити бієктивну відповідність, що зберігає порядок.

Більше того, елементи довільного ординала самі є ординалами. Якщо S і T — довільні ординали, то S належить T тоді і лише тоді, коли S є власною підмножиною в T. Далі, для довільних ординалів S і T виконується лише одно з співвідношень: або $S \in T$, або $T \in S$, або $S = T$. Отож, довільна множина ординалів є лінійно впорядкованою і, крім того, є цілком впорядкованою. Ця властивість є узагальненням цілком впорядкованості множини натуральних чисел.

З вище сказаного випливає, що елементи довільного ординала S в точності збігаються з ординалами, строго меншими за S. Кожна множина ординалів, наприклад, містить супремум, який є ординалом, що дорівнює об'єднанню всіх порядкових чисел, які містяться в цій множині. З аксіоми об'єднання аксіом теорії множин випливає, що такий ординал існує завжди, незалежно від потужності початкової множини.

За допомогою трансфінітної індукції можна довести, що довільна цілком впорядкована множина порядково подібна лише одному ординалу — іншими словами, між ними можна становити бієктивну відповідність, що зберігає порядок.

Більше того, елементи довільного ординала самі є ординалами. Якщо S і T — довільні ординали, то S належить T тоді і лише тоді, коли S є власною підмножиною в T. Далі, для довільних ординалів S і T виконується лише одно з співвідношень: або $S \in T$, або $T \in S$, або $S = T$. Отож, довільна множина ординалів є лінійно впорядкованою і, крім того, є цілком впорядкованою. Ця властивість є узагальненням цілком впорядкованості множини натуральних чисел.

З вище сказаного випливає, що елементи довільного ординала S в точності збігаються з ординалами, строго меншими за S. Кожна множина ординалів, наприклад, містить супремум, який є ординалом, що дорівнює об'єднанню всіх порядкових чисел, які містяться в цій множині. З аксіоми об'єднання аксіом теорії множин випливає, що такий ординал існує завжди, незалежно від потужності початкової множини.

За допомогою трансфінітної індукції можна довести, що довільна цілком впорядкована множина порядково подібна лише одному ординалу — іншими словами, між ними можна становити бієктивну відповідність, що зберігає порядок.

Більше того, елементи довільного ординала самі є ординалами. Якщо S і T — довільні ординали, то S належить T тоді і лише тоді, коли S є власною підмножиною в T. Далі, для довільних ординалів S і T виконується лише одно з співвідношень: або $S \in T$, або $T \in S$, або $S = T$. Отож, довільна множина ординалів є лінійно впорядкованою і, крім того, є цілком впорядкованою. Ця властивість є узагальненням цілком впорядкованості множини натуральних чисел.

З вище сказаного випливає, що елементи довільного ординала S в точності збігаються з ординалами, строго меншими за S. Кожна множина ординалів, наприклад, містить супремум, який є ординалом, що дорівнює об'єднанню всіх порядкових чисел, які містяться в цій множині. З аксіоми об'єднання аксіом теорії множин випливає, що такий ординал існує завжди, незалежно від потужності початкової множини.

Клас усіх порядкових чисел не є множиною. В протилежному випадку можна було б довести, що така множина сама є порядковим числом, а, отже, є своїм власним елементом, що суперечить строгій $\in$-впорядкованості. Це твердження називається *парадоксом Буралі-Форті*. Клас порядкових чисел позначається різними способами: $\mathbf{Ord}$, $\mathbf{ON}$, або ∞.

Порядкове число скінченне тоді і лише тоді, коли воно цілком впорядковане не лише звичайним порядком, але й оберненими (дуальним) порядком – ця умова виконується в тому і лише в тому випадку, коли кожна з його підмножин містить найбільший елемент.

Ординал α називається *граничним*, якщо не існує ординала β такого, що $\alpha = \beta + 1$. Граничними ординалами є ω, ω^2, ω^3, ω^4, ω^ω, ω^{ω^2}, ω^{ω^3}.

Трансфінітна послідовність

Якщо α — граничний ординал та X — деяка множина, то α-індексованою послідовністю елементів множини X називається відображення з α в X. Введене так означення трансфінітної послідовності або послідовності, індексованої ординалами, є узагальненням поняття послідовності. Звичайну послідовність отримуємо у випадку $\alpha = \omega$.

Клас усіх порядкових чисел не є множиною. В протилежному випадку можна було б довести, що така множина сама є порядковим числом, а, отже, є своїм власним елементом, що суперечить строгій $\in$-впорядкованості. Це твердження називається *парадоксом Буралі-Форті*. Клас порядкових чисел позначається різними способами: $\mathbf{Ord}$, $\mathbf{ON}$, або ∞.

Порядкове число скінченне тоді і лише тоді, коли воно цілком впорядковане не лише звичайним порядком, але й оберненими (дуальним) порядком – ця умова виконується в тому і лише в тому випадку, коли кожна з його підмножин містить найбільший елемент.

Ординал α називається *граничним*, якщо не існує ординала β такого, що $\alpha = \beta + 1$. Граничними ординалами є ω, ω^2, ω^3, ω^4, ω^ω, ω^{ω^2}, ω^{ω^3}.

Трансфінітна послідовність

Якщо α — граничний ординал та X — деяка множина, то α-індексованою послідовністю елементів множини X називається відображення з α в X. Введене так означення трансфінітної послідовності або послідовності, індексованої ординалами, є узагальненням поняття послідовності. Звичайну послідовність отримуємо у випадку $\alpha = \omega$.

Клас усіх порядкових чисел не є множиною. В протилежному випадку можна було б довести, що така множина сама є порядковим числом, а, отже, є своїм власним елементом, що суперечить строгій $\in$-впорядкованості. Це твердження називається *парадоксом Буралі-Форті*. Клас порядкових чисел позначається різними способами: $\mathbf{Ord}$, $\mathbf{ON}$, або ∞.

Порядкове число скінченне тоді і лише тоді, коли воно цілком впорядковане не лише звичайним порядком, але й оберненими (дуальним) порядком – ця умова виконується в тому і лише в тому випадку, коли кожна з його підмножин містить найбільший елемент.

Ординал α називається *граничним*, якщо не існує ординала β такого, що $\alpha = \beta + 1$. Граничними ординалами є ω, ω^2, ω^3, ω^4, ω^ω, ω^{ω^2}, ω^{ω^3}.

Трансфінітна послідовність

Якщо α — граничний ординал та X — деяка множина, то α-індексованою послідовністю елементів множини X називається відображення з α в X. Введене так означення трансфінітної послідовності або послідовності, індексованої ординалами, є узагальненням поняття послідовності. Звичайну послідовність отримуємо у випадку $\alpha = \omega$.

Клас усіх порядкових чисел не є множиною. В протилежному випадку можна було б довести, що така множина сама є порядковим числом, а, отже, є своїм власним елементом, що суперечить строгій $\in$-впорядкованості. Це твердження називається *парадоксом Буралі-Форті*. Клас порядкових чисел позначається різними способами: $\mathbf{Ord}$, $\mathbf{ON}$, або ∞.

Порядкове число скінченне тоді і лише тоді, коли воно цілком впорядковане не лише звичайним порядком, але й оберненими (дуальним) порядком – ця умова виконується в тому і лише в тому випадку, коли кожна з його підмножин містить найбільший елемент.

Ординал α називається *граничним*, якщо не існує ордінала β такого, що $\alpha = \beta + 1$. Граничними ординалами є ω, ω^2, ω^3, ω^4, ω^ω, ω^{ω^2}, ω^{ω^3}.

Трансфінітна послідовність

Якщо α — граничний ординал та X — деяка множина, то α-індексованою послідовністю елементів множини X називається відображення з α в X. Введене так означення трансфінітної послідовності або послідовності, індексованої ординалами, є узагальненням поняття послідовності. Звичайну послідовність отримуємо у випадку $\alpha = \omega$.

Клас усіх порядкових чисел не є множиною. В протилежному випадку можна було б довести, що така множина сама є порядковим числом, а, отже, є своїм власним елементом, що суперечить строгій $\in$-впорядкованості. Це твердження називається *парадоксом Буралі-Форті*. Клас порядкових чисел позначається різними способами: $\mathbf{Ord}$, $\mathbf{ON}$, або ∞.

Порядкове число скінченне тоді і лише тоді, коли воно цілком впорядковане не лише звичайним порядком, але й оберненими (дуальним) порядком – ця умова виконується в тому і лише в тому випадку, коли кожна з його підмножин містить найбільший елемент.

Ординал α називається *граничним*, якщо не існує ординала β такого, що $\alpha = \beta + 1$. Граничними ординалами є ω, ω^2, ω^3, ω^4, ω^ω, ω^{ω^2}, ω^{ω^3}.

Трансфінітна послідовність

Якщо α — граничний ординал та X — деяка множина, то α-індексованою послідовністю елементів множини X називається відображення з α в X. Введене так означення трансфінітної послідовності або послідовності, індексованої ординалами, є узагальненням поняття послідовності. Звичайну послідовність отримуємо у випадку $\alpha = \omega$.

Клас усіх порядкових чисел не є множиною. В протилежному випадку можна було б довести, що така множина сама є порядковим числом, а, отже, є своїм власним елементом, що суперечить строгій $\in$-впорядкованості. Це твердження називається *парадоксом Буралі-Форті*. Клас порядкових чисел позначається різними способами: $\mathbf{Ord}$, $\mathbf{ON}$, або ∞.

Порядкове число скінченне тоді і лише тоді, коли воно цілком впорядковане не лише звичайним порядком, але й оберненими (дуальним) порядком – ця умова виконується в тому і лише в тому випадку, коли кожна з його підмножин містить найбільший елемент.

Ординал α називається *граничним*, якщо не існує ординала β такого, що $\alpha = \beta + 1$. Граничними ординалами є ω, ω^2, ω^3, ω^4, ω^ω, ω^{ω^2}, ω^{ω^3}.

Трансфінітна послідовність

Якщо α — граничний ординал та X — деяка множина, то α-індексованою послідовністю елементів множини X називається відображення з α в X. Введене так означення трансфінітної послідовності або послідовності, індексованої ординалами, є узагальненням поняття послідовності. Звичайну послідовність отримуємо у випадку $\alpha = \omega$.

Клас усіх порядкових чисел не є множиною. В протилежному випадку можна було б довести, що така множина сама є порядковим числом, а, отже, є своїм власним елементом, що суперечить строгій $\in$-впорядкованості. Це твердження називається *парадоксом Буралі-Форті*. Клас порядкових чисел позначається різними способами: $\mathbf{Ord}$, $\mathbf{ON}$, або ∞.

Порядкове число скінченне тоді і лише тоді, коли воно цілком впорядковане не лише звичайним порядком, але й оберненими (дуальним) порядком – ця умова виконується в тому і лише в тому випадку, коли кожна з його підмножин містить найбільший елемент.

Ординал α називається *граничним*, якщо не існує ординала β такого, що $\alpha = \beta + 1$. Граничними ординалами є ω, ω^2, ω^3, ω^4, ω^ω, ω^{ω^2}, ω^{ω^3}.

Трансфінітна послідовність

Якщо α — граничний ординал та X — деяка множина, то α-індексованою послідовністю елементів множини X називається відображення з α в X. Введене так означення трансфінітної послідовності або послідовності, індексованої ординалами, є узагальненням поняття послідовності. Звичайну послідовність отримуємо у випадку $\alpha = \omega$.

Клас усіх порядкових чисел не є множиною. В протилежному випадку можна було б довести, що така множина сама є порядковим числом, а, отже, є своїм власним елементом, що суперечить строгій $\in$-впорядкованості. Це твердження називається *парадоксом Буралі-Форті*. Клас порядкових чисел позначається різними способами: $\mathbf{Ord}$, $\mathbf{ON}$, або ∞.

Порядкове число скінченне тоді і лише тоді, коли воно цілком впорядковане не лише звичайним порядком, але й оберненими (дуальним) порядком – ця умова виконується в тому і лише в тому випадку, коли кожна з його підмножин містить найбільший елемент.

Ординал α називається *граничним*, якщо не існує ординала β такого, що $\alpha = \beta + 1$. Граничними ординалами є ω, ω^2, ω^3, ω^4, ω^ω, ω^{ω^2}, ω^{ω^3}.

Трансфінітна послідовність

Якщо α — граничний ординал та X — деяка множина, то α-індексованою послідовністю елементів множини X називається відображення з α в X. Введене так означення трансфінітної послідовності або послідовності, індексованої ординалами, є узагальненням поняття послідовності. Звичайну послідовність отримуємо у випадку $\alpha = \omega$.

Клас усіх порядкових чисел не є множиною. В протилежному випадку можна було б довести, що така множина сама є порядковим числом, а, отже, є своїм власним елементом, що суперечить строгій $\in$-впорядкованості. Це твердження називається *парадоксом Буралі-Форті*. Клас порядкових чисел позначається різними способами: $\mathbf{Ord}$, $\mathbf{ON}$, або ∞.

Порядкове число скінченне тоді і лише тоді, коли воно цілком впорядковане не лише звичайним порядком, але й оберненими (дуальним) порядком – ця умова виконується в тому і лише в тому випадку, коли кожна з його підмножин містить найбільший елемент.

Ординал α називається *граничним*, якщо не існує ординала β такого, що $\alpha = \beta + 1$. Граничними ординалами є ω, ω^2, ω^3, ω^4, ω^ω, ω^{ω^2}, ω^{ω^3}.

Трансфінітна послідовність

Якщо α — граничний ординал та X — деяка множина, то α-індексованою послідовністю елементів множини X називається відображення з α в X. Введене так означення трансфінітної послідовності або послідовності, індексованої ординалами, є узагальненням поняття послідовності. Звичайну послідовність отримуємо у випадку $\alpha = \omega$.

Клас усіх порядкових чисел не є множиною. В протилежному випадку можна було б довести, що така множина сама є порядковим числом, а, отже, є своїм власним елементом, що суперечить строгій $\in$-впорядкованості. Це твердження називається *парадоксом Буралі-Форті*. Клас порядкових чисел позначається різними способами: $\mathbf{Ord}$, $\mathbf{ON}$, або ∞.

Порядкове число скінченне тоді і лише тоді, коли воно цілком впорядковане не лише звичайним порядком, але й оберненими (дуальним) порядком – ця умова виконується в тому і лише в тому випадку, коли кожна з його підмножин містить найбільший елемент.

Ординал α називається *граничним*, якщо не існує ординала β такого, що $\alpha = \beta + 1$. Граничними ординалами є ω, ω^2, ω^3, ω^4, ω^ω, ω^{ω^2}, ω^{ω^3}.

Трансфінітна послідовність

Якщо α — граничний ординал та X — деяка множина, то α-індексованою послідовністю елементів множини X називається відображення з α в X. Введене так означення трансфінітної послідовності або послідовності, індексованої ординалами, є узагальненням поняття послідовності. Звичайну послідовність отримуємо у випадку $\alpha = \omega$.

Клас усіх порядкових чисел не є множиною. В протилежному випадку можна було б довести, що така множина сама є порядковим числом, а, отже, є своїм власним елементом, що суперечить строгій $\in$-впорядкованості. Це твердження називається *парадоксом Буралі-Форті*. Клас порядкових чисел позначається різними способами: $\mathbf{Ord}$, $\mathbf{ON}$, або ∞.

Порядкове число скінченне тоді і лише тоді, коли воно цілком впорядковане не лише звичайним порядком, але й оберненими (дуальним) порядком – ця умова виконується в тому і лише в тому випадку, коли кожна з його підмножин містить найбільший елемент.

Ординал α називається *граничним*, якщо не існує ординала β такого, що $\alpha = \beta + 1$. Граничними ординалами є ω, ω^2, ω^3, ω^4, ω^ω, ω^{ω^2}, ω^{ω^3}.

Трансфінітна послідовність

Якщо α — граничний ординал та X — деяка множина, то α-індексованою послідовністю елементів множини X називається відображення з α в X. Введене так означення трансфінітної послідовності або послідовності, індексованої ординалами, є узагальненням поняття послідовності. Звичайну послідовність отримуємо у випадку $\alpha = \omega$.

Клас усіх порядкових чисел не є множиною. В протилежному випадку можна було б довести, що така множина сама є порядковим числом, а, отже, є своїм власним елементом, що суперечить строгій $\in$-впорядкованості. Це твердження називається *парадоксом Буралі-Форті*. Клас порядкових чисел позначається різними способами: $\mathbf{Ord}$, $\mathbf{ON}$, або ∞.

Порядкове число скінченне тоді і лише тоді, коли воно цілком впорядковане не лише звичайним порядком, але й оберненими (дуальним) порядком – ця умова виконується в тому і лише в тому випадку, коли кожна з його підмножин містить найбільший елемент.

Ординал α називається *граничним*, якщо не існує ордината β такого, що $\alpha = \beta + 1$. Граничними ординалами є ω, ω^2, ω^3, ω^4, ω^ω, ω^{ω^2}, ω^{ω^3}.

Трансфінітна послідовність

Якщо α — граничний ординал та X — деяка множина, то α-індексованою послідовністю елементів множини X називається відображення з α в X. Введене так означення трансфінітної послідовності або послідовності, індексованої ординалами, є узагальненням поняття послідовності. Звичайну послідовність отримуємо у випадку $\alpha = \omega$.

Клас усіх порядкових чисел не є множиною. В протилежному випадку можна було б довести, що така множина сама є порядковим числом, а, отже, є своїм власним елементом, що суперечить строгій $\in$-впорядкованості. Це твердження називається *парадоксом Буралі-Форті*. Клас порядкових чисел позначається різними способами: **Ord**, **ON**, або ∞.

Порядкове число скінченне тоді і лише тоді, коли воно цілком впорядковане не лише звичайним порядком, але й оберненими (дуальним) порядком – ця умова виконується в тому і лише в тому випадку, коли кожна з його підмножин містить найбільший елемент.

Ординал α називається *граничним*, якщо не існує ординала β такого, що $\alpha = \beta + 1$. Граничними ординалами є ω, ω^2, ω^3, ω^4, ω^ω, ω^{ω^2}, ω^{ω^3}.

Трансфінітна послідовність

Якщо α — граничний ординал та X — деяка множина, то α-індексованою послідовністю елементів множини X називається відображення з α в X. Введене так означення трансфінітної послідовності або послідовності, індексованої ординалами, є узагальненням поняття послідовності. Звичайну послідовність отримуємо у випадку $\alpha = \omega$.

Клас усіх порядкових чисел не є множиною. В протилежному випадку можна було б довести, що така множина сама є порядковим числом, а, отже, є своїм власним елементом, що суперечить строгій $\in$-впорядкованості. Це твердження називається *парадоксом Буралі-Форті*. Клас порядкових чисел позначається різними способами: $\mathbf{Ord}$, $\mathbf{ON}$, або ∞.

Порядкове число скінченне тоді і лише тоді, коли воно цілком впорядковане не лише звичайним порядком, але й оберненими (дуальним) порядком – ця умова виконується в тому і лише в тому випадку, коли кожна з його підмножин містить найбільший елемент.

Ординал α називається *граничним*, якщо не існує ординала β такого, що $\alpha = \beta + 1$. Граничними ординалами є ω, ω^2, ω^3, ω^4, ω^ω, ω^{ω^2}, ω^{ω^3}.

Трансфінітна послідовність

Якщо α — граничний ординал та X — деяка множина, то α-індексованою послідовністю елементів множини X називається відображення з α в X. Введене так означення трансфінітної послідовності або послідовності, індексованої ординалами, є узагальненням поняття послідовності. Звичайну послідовність отримуємо у випадку $\alpha = \omega$.

Клас усіх порядкових чисел не є множиною. В протилежному випадку можна було б довести, що така множина сама є порядковим числом, а, отже, є своїм власним елементом, що суперечить строгій $\in$-впорядкованості. Це твердження називається *парадоксом Буралі-Форті*. Клас порядкових чисел позначається різними способами: $\mathbf{Ord}$, $\mathbf{ON}$, або ∞.

Порядкове число скінченне тоді і лише тоді, коли воно цілком впорядковане не лише звичайним порядком, але й оберненими (дуальним) порядком – ця умова виконується в тому і лише в тому випадку, коли кожна з його підмножин містить найбільший елемент.

Ординал α називається *граничним*, якщо не існує ордината β такого, що $\alpha = \beta + 1$. Граничними ординалами є ω, ω^2, ω^3, ω^4, ω^ω, ω^{ω^2}, ω^{ω^3}.

Трансфінітна послідовність

Якщо α — граничний ординал та X — деяка множина, то α-індексованою послідовністю елементів множини X називається відображення з α в X. Введене так означення трансфінітної послідовності або послідовності, індексованої ординалами, є узагальненням поняття послідовності. Звичайну послідовність отримуємо у випадку $\alpha = \omega$.

Клас усіх порядкових чисел не є множиною. В протилежному випадку можна було б довести, що така множина сама є порядковим числом, а, отже, є своїм власним елементом, що суперечить строгій $\in$-впорядкованості. Це твердження називається *парадоксом Буралі-Форті*. Клас порядкових чисел позначається різними способами: $\mathbf{Ord}$, $\mathbf{ON}$, або ∞.

Порядкове число скінченне тоді і лише тоді, коли воно цілком впорядковане не лише звичайним порядком, але й оберненими (дуальним) порядком – ця умова виконується в тому і лише в тому випадку, коли кожна з його підмножин містить найбільший елемент.

Ординал α називається *граничним*, якщо не існує ординала β такого, що $\alpha = \beta + 1$. Граничними ординалами є ω, ω^2, ω^3, ω^4, ω^ω, ω^{ω^2}, ω^{ω^3}.

Трансфінітна послідовність

Якщо α — граничний ординал та X — деяка множина, то α-індексованою послідовністю елементів множини X називається відображення з α в X. Введене так означення трансфінітної послідовності або послідовності, індексованої ординалами, є узагальненням поняття послідовності. Звичайну послідовність отримуємо у випадку $\alpha = \omega$.

Клас усіх порядкових чисел не є множиною. В протилежному випадку можна було б довести, що така множина сама є порядковим числом, а, отже, є своїм власним елементом, що суперечить строгій $\in$-впорядкованості. Це твердження називається *парадоксом Буралі-Форті*. Клас порядкових чисел позначається різними способами: $\mathbf{Ord}$, $\mathbf{ON}$, або ∞.

Порядкове число скінченне тоді і лише тоді, коли воно цілком впорядковане не лише звичайним порядком, але й оберненими (дуальним) порядком – ця умова виконується в тому і лише в тому випадку, коли кожна з його підмножин містить найбільший елемент.

Ординал α називається *граничним*, якщо не існує ординала β такого, що $\alpha = \beta + 1$. Граничними ординалами є ω, ω^2, ω^3, ω^4, ω^ω, ω^{ω^2}, ω^{ω^3}.

Трансфінітна послідовність

Якщо α — граничний ординал та X — деяка множина, то α-індексованою послідовністю елементів множини X називається відображення з α в X. Введене так означення трансфінітної послідовності або послідовності, індексованої ординалами, є узагальненням поняття послідовності. Звичайну послідовність отримуємо у випадку $\alpha = \omega$.

Клас усіх порядкових чисел не є множиною. В протилежному випадку можна було б довести, що така множина сама є порядковим числом, а, отже, є своїм власним елементом, що суперечить строгій $\in$-впорядкованості. Це твердження називається *парадоксом Буралі-Форті*. Клас порядкових чисел позначається різними способами: $\mathbf{Ord}$, $\mathbf{ON}$, або ∞.

Порядкове число скінченне тоді і лише тоді, коли воно цілком впорядковане не лише звичайним порядком, але й оберненими (дуальним) порядком – ця умова виконується в тому і лише в тому випадку, коли кожна з його підмножин містить найбільший елемент.

Ординал α називається *граничним*, якщо не існує ординала β такого, що $\alpha = \beta + 1$. Граничними ординалами є ω, ω^2, ω^3, ω^4, ω^ω, ω^{ω^2}, ω^{ω^3}.

Трансфінітна послідовність

Якщо α — граничний ординал та X — деяка множина, то α-індексованою послідовністю елементів множини X називається відображення з α в X. Введене так означення трансфінітної послідовності або послідовності, індексованої ординалами, є узагальненням поняття послідовності. Звичайну послідовність отримуємо у випадку $\alpha = \omega$.

Клас усіх порядкових чисел не є множиною. В протилежному випадку можна було б довести, що така множина сама є порядковим числом, а, отже, є своїм власним елементом, що суперечить строгій $\in$-впорядкованості. Це твердження називається *парадоксом Буралі-Форті*. Клас порядкових чисел позначається різними способами: $\mathbf{Ord}$, $\mathbf{ON}$, або ∞.

Порядкове число скінченне тоді і лише тоді, коли воно цілком впорядковане не лише звичайним порядком, але й оберненими (дуальним) порядком – ця умова виконується в тому і лише в тому випадку, коли кожна з його підмножин містить найбільший елемент.

Ординал α називається *граничним*, якщо не існує ординала β такого, що $\alpha = \beta + 1$. Граничними ординалами є ω, ω^2, ω^3, ω^4, ω^ω, ω^{ω^2}, ω^{ω^3}.

Трансфінітна послідовність

Якщо α — граничний ординал та X — деяка множина, то α-індексованою послідовністю елементів множини X називається відображення з α в X. Введене так означення трансфінітної послідовності або послідовності, індексованої ординалами, є узагальненням поняття послідовності. Звичайну послідовність отримуємо у випадку $\alpha = \omega$.

Клас усіх порядкових чисел не є множиною. В протилежному випадку можна було б довести, що така множина сама є порядковим числом, а, отже, є своїм власним елементом, що суперечить строгій $\in$-впорядкованості. Це твердження називається *парадоксом Буралі-Форті*. Клас порядкових чисел позначається різними способами: $\mathbf{Ord}$, $\mathbf{ON}$, або ∞.

Порядкове число скінченне тоді і лише тоді, коли воно цілком впорядковане не лише звичайним порядком, але й оберненими (дуальним) порядком – ця умова виконується в тому і лише в тому випадку, коли кожна з його підмножин містить найбільший елемент.

Ординал α називається *граничним*, якщо не існує ординала β такого, що $\alpha = \beta + 1$. Граничними ординалами є ω, ω^2, ω^3, ω^4, ω^ω, ω^{ω^2}, ω^{ω^3}.

Трансфінітна послідовність

Якщо α — граничний ординал та X — деяка множина, то α-індексованою послідовністю елементів множини X називається відображення з α в X.
Введене так означення трансфінітної послідовності або послідовності, індексованої ординалами, є узагальненням поняття послідовності. Звичайну послідовність отримуємо у випадку $\alpha = \omega$.

Клас усіх порядкових чисел не є множиною. В протилежному випадку можна було б довести, що така множина сама є порядковим числом, а, отже, є своїм власним елементом, що суперечить строгій $\in$-впорядкованості. Це твердження називається *парадоксом Буралі-Форті*. Клас порядкових чисел позначається різними способами: $\mathbf{Ord}$, $\mathbf{ON}$, або ∞.

Порядкове число скінченне тоді і лише тоді, коли воно цілком впорядковане не лише звичайним порядком, але й оберненими (дуальним) порядком – ця умова виконується в тому і лише в тому випадку, коли кожна з його підмножин містить найбільший елемент.

Ординал α називається *граничним*, якщо не існує ординала β такого, що $\alpha = \beta + 1$. Граничними ординалами є ω, ω^2, ω^3, ω^4, ω^ω, ω^{ω^2}, ω^{ω^3}.

Трансфінітна послідовність

Якщо α — граничний ординал та X — деяка множина, то α-індексованою послідовністю елементів множини X називається відображення з α в X. Введене так означення трансфінітної послідовності або послідовності, індексованої ординалами, є узагальненням поняття послідовності.

Звичайну послідовність отримуємо у випадку $\alpha = \omega$.

Клас усіх порядкових чисел не є множиною. В протилежному випадку можна було б довести, що така множина сама є порядковим числом, а, отже, є своїм власним елементом, що суперечить строгій $\in$-впорядкованості. Це твердження називається *парадоксом Буралі-Форті*. Клас порядкових чисел позначається різними способами: $\mathbf{Ord}$, $\mathbf{ON}$, або ∞.

Порядкове число скінченне тоді і лише тоді, коли воно цілком впорядковане не лише звичайним порядком, але й оберненими (дуальним) порядком – ця умова виконується в тому і лише в тому випадку, коли кожна з його підмножин містить найбільший елемент.

Ординал α називається *граничним*, якщо не існує ординала β такого, що $\alpha = \beta + 1$. Граничними ординалами є ω, ω^2, ω^3, ω^4, ω^ω, ω^{ω^2}, ω^{ω^3}.

Трансфінітна послідовність

Якщо α — граничний ординал та X — деяка множина, то α-індексованою послідовністю елементів множини X називається відображення з α в X. Введене так означення трансфінітної послідовності або послідовності, індексованої ординалами, є узагальненням поняття послідовності. Звичайну послідовність отримуємо у випадку $\alpha = \omega$.

Властивості порядкових чисел (ординалів)

- Якщо α — порядкове число, то кожний елемент в α — порядкове число.
- Для довільних ординалів α, β виконується лише одне з таких співвідношень: $\alpha \in \beta$, $\alpha = \beta$, $\beta \in \alpha$.
- Довільна множина порядкових чисел цілком впорядкована відношенням $\in$ (зокрема, довільне порядкове число, яке розглядається як множина, цілком впорядковане відношенням $\in$, при цьому $\bigcap x$ — найменший елемент множини x, $\bigcup x$ — порядкове число, більше або рівне довільному з елементів множини x. Вирази (висловлення) $\alpha < \beta$ і $\alpha \in \beta$ для порядкових чисел еквівалентні).
- Для довільної цілком впорядкованої множини x існує єдине порядкове число, ізоморфне x (зокрема, для довільної множини порядкових чисел існує єдине порядкове число, яке порядково ізоморфне цій множині).
- Довільне порядкове число α збігається з множиною всіх порядкових чисел, менших, за α.
- Початковий сегмент довільного порядкового числа є порядковим числом.
- Порожня множина $\varnothing$ — найменше порядкове число (а також, $\varnothing$ є елементом довільного іншого порядкового числа).

Властивості порядкових чисел (ординалів)

- Якщо α — порядкове число, то кожний елемент в α — порядкове число.
- Для довільних ординалів α, β виконується лише одне з таких співвідношень: $\alpha \in \beta$, $\alpha = \beta$, $\beta \in \alpha$.
- Довільна множина порядкових чисел цілком впорядкована відношенням $\in$ (зокрема, довільне порядкове число, яке розглядається як множина, цілком впорядковане відношенням $\in$, при цьому $\bigcap x$ — найменший елемент множини x, $\bigcup x$ — порядкове число, більше або рівне довільному з елементів множини x. Вирази (висловлення) $\alpha < \beta$ і $\alpha \in \beta$ для порядкових чисел еквівалентні.
- Для довільної цілком впорядкованої множини x існує єдине порядкове число, ізоморфне x (зокрема, для довільної множини порядкових чисел існує єдине порядкове число, яке порядково ізоморфне цій множині).
- Довільне порядкове число α збігається з множиною всіх порядкових чисел, менших, за α.
- Початковий сегмент довільного порядкового числа є порядковим числом.
- Порожня множина $\varnothing$ — найменше порядкове число (а отже, $\varnothing$ є елементом довільного іншого порядкового числа).

Властивості порядкових чисел (ординалів)

- Якщо α — порядкове число, то кожний елемент в α — порядкове число.
- Для довільних ординалів α, β виконується лише одне з таких співвідношень: $\alpha \in \beta$, $\alpha = \beta$, $\beta \in \alpha$
- Довільна множина порядкових чисел цілком впорядкована відношенням $\in$ (зокрема, довільне порядкове число, яке розглядається як множина, цілком впорядковано відношенням $\in$, при цьому $\bigcap x$ — найменший елемент множини x, $\bigcup x$ — порядкове число, більше або рівне довільному з елементів множини x. Вирази (висловлення) $\alpha < \beta$ і $\alpha \in \beta$ для порядкових чисел еквівалентні.
- Для довільної цілком впорядкованої множини x існує єдине порядкове число, ізоморфне x (зокрема, для довільної множини порядкових чисел існує єдине порядкове число, яке порядково ізоморфне цій множині).
- Довільне порядкове число α збігається з множиною всіх порядкових чисел, менших, за α.
- Початковий сегмент довільного порядкового числа є порядковим числом.
- Порожня множина $\varnothing$ — найменше порядкове число (а отже, $\varnothing$ є елементом довільного іншого порядкового числа).

Властивості порядкових чисел (ординалів)

- Якщо α — порядкове число, то кожний елемент в α — порядкове число.
- Для довільних ординалів α, β виконується лише одне з таких співвідношень: $\alpha \in \beta$, $\alpha = \beta$, $\beta \in \alpha$
- Довільна множина порядкових чисел цілком впорядкована відношенням $\in$ (зокрема, довільне порядкове число, яке розглядається як множина, цілком впорядковано відношенням $\in$, при цьому $\bigcap x$ — найменший елемент множини x, $\bigcup x$ — порядкове число, більше або рівне довільному з елементів множини x. Вирази (висловлення) $\alpha < \beta$ і $\alpha \in \beta$ для порядкових чисел еквівалентні.
- Для довільної цілком впорядкованої множини x існує єдине порядкове число, ізоморфне x (зокрема, для довільної множини порядкових чисел існує єдине порядкове число, яке порядково ізоморфне цій множині).
- Довільне порядкове число α збігається з множиною всіх порядкових чисел, менших, за α.
- Початковий сегмент довільного порядкового числа є порядковим числом.
- Порожня множина $\varnothing$ — найменше порядкове число (а отже, $\varnothing$ є елементом довільного іншого порядкового числа).

Властивості порядкових чисел (ординалів)

- Якщо α — порядкове число, то кожний елемент в α — порядкове число.
- Для довільних ординалів α, β виконується лише одне з таких співвідношень: $\alpha \in \beta$, $\alpha = \beta$, $\beta \in \alpha$
- Довільна множина порядкових чисел цілком впорядкована відношенням $\in$ (зокрема, довільне порядкове число, яке розглядається як множина, цілком впорядковано відношенням $\in$, при цьому $\bigcap x$ — найменший елемент множини x, $\bigcup x$ — порядкове число, більше або рівне довільному з елементів множини x. Вирази (висловлення) $\alpha < \beta$ і $\alpha \in \beta$ для порядкових чисел еквівалентні.
- Для довільної цілком впорядкованої множини x існує єдине порядкове число, ізоморфне x (зокрема, для довільної множини порядкових чисел існує єдине порядкове число, яке порядково ізоморфне цій множині).
- Довільне порядкове число α збігається з множиною всіх порядкових чисел, менших, за α.
- Початковий сегмент довільного порядкового числа є порядковим числом.
- Порожня множина $\varnothing$ — найменше порядкове число (а отже, $\varnothing$ є елементом довільного іншого порядкового числа).

Властивості порядкових чисел (ординалів)

- Якщо α — порядкове число, то кожний елемент в α — порядкове число.
- Для довільних ординалів α, β виконується лише одне з таких співвідношень: $\alpha \in \beta$, $\alpha = \beta$, $\beta \in \alpha$
- Довільна множина порядкових чисел цілком впорядкована відношенням $\in$ (зокрема, довільне порядкове число, яке розглядається як множина, цілком впорядковано відношенням $\in$, при цьому $\bigcap x$ — найменший елемент множини x, $\bigcup x$ — порядкове число, більше або рівне довільному з елементів множини x. Вирази (висловлення) $\alpha < \beta$ і $\alpha \in \beta$ для порядкових чисел еквівалентні.
- Для довільної цілком впорядкованої множини x існує єдине порядкове число, ізоморфне x (зокрема, для довільної множини порядкових чисел існує єдине порядкове число, яке порядково ізоморфне цій множині).
- Довільне порядкове число α збігається з множиною всіх порядкових чисел, менших, за α.
- Початковий сегмент довільного порядкового числа є порядковим числом.
- Порожня множина $\varnothing$ — найменше порядкове число (а отже, $\varnothing$ є елементом довільного іншого порядкового числа).

Властивості порядкових чисел (ординалів)

- Якщо α — порядкове число, то кожний елемент в α — порядкове число.
- Для довільних ординалів α, β виконується лише одне з таких співвідношень: $\alpha \in \beta$, $\alpha = \beta$, $\beta \in \alpha$
- Довільна множина порядкових чисел цілком впорядкована відношенням $\in$ (зокрема, довільне порядкове число, яке розглядається як множина, цілком впорядковано відношенням $\in$, при цьому $\bigcap x$ — найменший елемент множини x, $\bigcup x$ — порядкове число, більше або рівне довільному з елементів множини x. Вирази (висловлення) $\alpha < \beta$ і $\alpha \in \beta$ для порядкових чисел еквівалентні.
- Для довільної цілком впорядкованої множини x існує єдине порядкове число, ізоморфне x (зокрема, для довільної множини порядкових чисел існує єдине порядкове число, яке порядково ізоморфне цій множині).
- Довільне порядкове число α збігається з множиною всіх порядкових чисел, менших, за α.
- Початковий сегмент довільного порядкового числа є порядковим числом.
- Порожня множина $\varnothing$ — найменше порядкове число (а отже, $\varnothing$ є елементом довільного іншого порядкового числа).

Властивості порядкових чисел (ординалів)

- Якщо α — порядкове число, то кожний елемент в α — порядкове число.
- Для довільних ординалів α, β виконується лише одне з таких співвідношень: $\alpha \in \beta$, $\alpha = \beta$, $\beta \in \alpha$
- Довільна множина порядкових чисел цілком впорядкована відношенням $\in$ (зокрема, довільне порядкове число, яке розглядається як множина, цілком впорядковано відношенням $\in$, при цьому $\bigcap x$ — найменший елемент множини x, $\bigcup x$ — порядкове число, більше або рівне довільному з елементів множини x. Вирази (висловлення) $\alpha < \beta$ і $\alpha \in \beta$ для порядкових чисел еквівалентні.
- Для довільної цілком впорядкованої множини x існує єдине порядкове число, ізоморфне x (зокрема, для довільної множини порядкових чисел існує єдине порядкове число, яке порядково ізоморфне цій множині).
- Довільне порядкове число α збігається з множиною всіх порядкових чисел, менших, за α.
- Початковий сегмент довільного порядкового числа є порядковим числом.
- Порожня множина $\varnothing$ — найменше порядкове число (а отже, $\varnothing$ є елементом довільного іншого порядкового числа).

Властивості порядкових чисел (ординалів)

- Якщо α — порядкове число, то кожний елемент в α — порядкове число.
- Для довільних ординалів α, β виконується лише одне з таких співвідношень: $\alpha \in \beta$, $\alpha = \beta$, $\beta \in \alpha$
- Довільна множина порядкових чисел цілком впорядкована відношенням $\in$ (зокрема, довільне порядкове число, яке розглядається як множина, цілком впорядковано відношенням $\in$, при цьому $\bigcap x$ — найменший елемент множини x, $\bigcup x$ — порядкове число, більше або рівне довільному з елементів множини x. Вирази (висловлення) $\alpha < \beta$ і $\alpha \in \beta$ для порядкових чисел еквівалентні.
- Для довільної цілком впорядкованої множини x існує єдине порядкове число, ізоморфне x (зокрема, для довільної множини порядкових чисел існує єдине порядкове число, яке порядково ізоморфне цій множині).
- Довільне порядкове число α збігається з множиною всіх порядкових чисел, менших, за α.
- Початковий сегмент довільного порядкового числа є порядковим числом.
- Порожня множина $\varnothing$ — найменше порядкове число (а отже, $\varnothing$ є елементом довільного іншого порядкового числа).

Властивості порядкових чисел (ординалів)

- Якщо α — порядкове число, то кожний елемент в α — порядкове число.
- Для довільних ординалів α, β виконується лише одне з таких співвідношень: $\alpha \in \beta$, $\alpha = \beta$, $\beta \in \alpha$
- Довільна множина порядкових чисел цілком впорядкована відношенням $\in$ (зокрема, довільне порядкове число, яке розглядається як множина, цілком впорядковано відношенням $\in$, при цьому $\bigcap x$ — найменший елемент множини x, $\bigcup x$ — порядкове число, більше або рівне довільному з елементів множини x. Вирази (висловлення) $\alpha < \beta$ і $\alpha \in \beta$ для порядкових чисел еквівалентні.
- Для довільної цілком впорядкованої множини x існує єдине порядкове число, ізоморфне x (зокрема, для довільної множини порядкових чисел існує єдине порядкове число, яке порядково ізоморфне цій множині).
- Довільне порядкове число α збігається з множиною всіх порядкових чисел, менших, за α.
- Початковий сегмент довільного порядкового числа є порядковим числом.
- Порожня множина $\varnothing$ — найменше порядкове число (а отже, $\varnothing$ є елементом довільного іншого порядкового числа).

Властивості порядкових чисел (ординалів)

- Якщо α — порядкове число, то кожний елемент в α — порядкове число.
- Для довільних ординалів α, β виконується лише одне з таких співвідношень: $\alpha \in \beta$, $\alpha = \beta$, $\beta \in \alpha$
- Довільна множина порядкових чисел цілком впорядкована відношенням $\in$ (зокрема, довільне порядкове число, яке розглядається як множина, цілком впорядковано відношенням $\in$, при цьому $\bigcap x$ — найменший елемент множини x, $\bigcup x$ — порядкове число, більше або рівне довільному з елементів множини x. Вирази (висловлення) $\alpha < \beta$ і $\alpha \in \beta$ для порядкових чисел еквівалентні.
- Для довільної цілком впорядкованої множини x існує єдине порядкове число, ізоморфне x (зокрема, для довільної множини порядкових чисел існує єдине порядкове число, яке порядково ізоморфне цій множині).
- Довільне порядкове число α збігається з множиною всіх порядкових чисел, менших, за α.
- Початковий сегмент довільного порядкового числа є порядковим числом.
- Порожня множина $\varnothing$ — найменше порядкове число (а отже, $\varnothing$ є елементом довільного іншого порядкового числа).

Властивості порядкових чисел (ординалів)

- Якщо α — порядкове число, то кожний елемент в α — порядкове число.
- Для довільних ординалів α, β виконується лише одне з таких співвідношень: $\alpha \in \beta$, $\alpha = \beta$, $\beta \in \alpha$
- Довільна множина порядкових чисел цілком впорядкована відношенням $\in$ (зокрема, довільне порядкове число, яке розглядається як множина, цілком впорядковано відношенням $\in$, при цьому $\bigcap x$ — найменший елемент множини x, $\bigcup x$ — порядкове число, більше або рівне довільному з елементів множини x. Вирази (висловлення) $\alpha < \beta$ і $\alpha \in \beta$ для порядкових чисел еквівалентні.
- Для довільної цілком впорядкованої множини x існує єдине порядкове число, ізоморфне x (зокрема, для довільної множини порядкових чисел існує єдине порядкове число, яке порядково ізоморфне цій множині).
- Довільне порядкове число α збігається з множиною всіх порядкових чисел, менших, за α.
- Початковий сегмент довільного порядкового числа є порядковим числом.
- Порожня множина $\varnothing$ — найменше порядкове число (а отже, $\varnothing$ є елементом довільного іншого порядкового числа).

Властивості порядкових чисел (ординалів)

- Якщо α — порядкове число, то кожний елемент в α — порядкове число.
- Для довільних ординалів α, β виконується лише одне з таких співвідношень: $\alpha \in \beta$, $\alpha = \beta$, $\beta \in \alpha$
- Довільна множина порядкових чисел цілком впорядкована відношенням $\in$ (зокрема, довільне порядкове число, яке розглядається як множина, цілком впорядковано відношенням $\in$, при цьому $\bigcap x$ — найменший елемент множини x, $\bigcup x$ — порядкове число, більше або рівне довільному з елементів множини x. Вирази (висловлення) $\alpha < \beta$ і $\alpha \in \beta$ для порядкових чисел еквівалентні.
- Для довільної цілком впорядкованої множини x існує єдине порядкове число, ізоморфне x (зокрема, для довільної множини порядкових чисел існує єдине порядкове число, яке порядково ізоморфне цій множині).
- Довільне порядкове число α збігається з множиною всіх порядкових чисел, менших, за α.
- Початковий сегмент довільного порядкового числа є порядковим числом.
- Порожня множина $\varnothing$ — найменше порядкове число (а отже, $\varnothing$ є елементом довільного іншого порядкового числа).

Властивості порядкових чисел (ординалів)

- Якщо α — порядкове число, то кожний елемент в α — порядкове число.
- Для довільних ординалів α, β виконується лише одне з таких співвідношень: $\alpha \in \beta$, $\alpha = \beta$, $\beta \in \alpha$
- Довільна множина порядкових чисел цілком впорядкована відношенням $\in$ (зокрема, довільне порядкове число, яке розглядається як множина, цілком впорядковано відношенням $\in$, при цьому $\bigcap x$ — найменший елемент множини x, $\bigcup x$ — порядкове число, більше або рівне довільному з елементів множини x. Вирази (висловлення) $\alpha < \beta$ і $\alpha \in \beta$ для порядкових чисел еквівалентні.
- Для довільної цілком впорядкованої множини x існує єдине порядкове число, ізоморфне x (зокрема, для довільної множини порядкових чисел існує єдине порядкове число, яке порядково ізоморфне цій множині).
- Довільне порядкове число α збігається з множиною всіх порядкових чисел, менших, за α.
- Початковий сегмент довільного порядкового числа є порядковим числом.
- Порожня множина $\varnothing$ — найменше порядкове число (а отже, $\varnothing$ є елементом довільного іншого порядкового числа).

Властивості порядкових чисел (ординалів)

- Якщо α — порядкове число, то кожний елемент в α — порядкове число.
- Для довільних ординалів α, β виконується лише одне з таких співвідношень: $\alpha \in \beta$, $\alpha = \beta$, $\beta \in \alpha$
- Довільна множина порядкових чисел цілком впорядкована відношенням $\in$ (зокрема, довільне порядкове число, яке розглядається як множина, цілком впорядковано відношенням $\in$, при цьому $\bigcap x$ — найменший елемент множини x, $\bigcup x$ — порядкове число, більше або рівне довільному з елементів множини x. Вирази (висловлення) $\alpha < \beta$ і $\alpha \in \beta$ для порядкових чисел еквівалентні.
- Для довільної цілком впорядкованої множини x існує єдине порядкове число, ізоморфне x (зокрема, для довільної множини порядкових чисел існує єдине порядкове число, яке порядково ізоморфне цій множині).
- Довільне порядкове число α збігається з множиною всіх порядкових чисел, менших, за α.
- Початковий сегмент довільного порядкового числа є порядковим числом.
- Порожня множина $\varnothing$ — найменше порядкове число (а отже, $\varnothing$ є елементом довільного іншого порядкового числа).

Властивості порядкових чисел (ординалів)

- Якщо α — порядкове число, то кожний елемент в α — порядкове число.
- Для довільних ординалів α, β виконується лише одне з таких співвідношень: $\alpha \in \beta$, $\alpha = \beta$, $\beta \in \alpha$
- Довільна множина порядкових чисел цілком впорядкована відношенням $\in$ (зокрема, довільне порядкове число, яке розглядається як множина, цілком впорядковано відношенням $\in$, при цьому $\bigcap x$ — найменший елемент множини x, $\bigcup x$ — порядкове число, більше або рівне довільному з елементів множини x. Вирази (висловлення) $\alpha < \beta$ і $\alpha \in \beta$ для порядкових чисел еквівалентні.
- Для довільної цілком впорядкованої множини x існує єдине порядкове число, ізоморфне x (зокрема, для довільної множини порядкових чисел існує єдине порядкове число, яке порядково ізоморфне цій множині).
- Довільне порядкове число α збігається з множиною всіх порядкових чисел, менших, за α.
- Початковий сегмент довільного порядкового числа є порядковим числом.
- Порожня множина $\varnothing$ — найменше порядкове число (а отже, $\varnothing$ є елементом довільного іншого порядкового числа).

- Порядкове число α називається *неграничним*, якщо або воно дорівнює $\varnothing$, або існує безпосередній йому попередник $\beta < \alpha$, але між ними не можна вставити інше порядкове число $\beta < \gamma < \alpha$. В останньому випадку кажуть, що α — порядкове число, яке слідує за β, і записують це так: $\alpha = \beta \dot{+} 1$ (інколи просто $\alpha = \beta + 1$, що виявляється узгодженим з позначенням для суми порядкових чисел).
- Порядкові числа, які не є неграничними, називаються *граничними* порядковими числами (інколи $\varnothing$ також відносять до граничних порядкових чисел).
- $\alpha \dot{+} 1 = \alpha \cup \{\alpha\}$.
- Множина всіх скінченних порядкових чисел ізоморфна множині невід'ємних цілих чисел, і для них використовуються такі ж позначення, як і для цілих чисел. При цьому операції додавання, множення та піднесення до степеня для порядкових чисел переходять у відповідні операції для цілих чисел. Наведемо декілька перших порядкових чисел

$$0 = \varnothing;$$
$$1 = \{0\} = 0 \cup \{0\} = \{\varnothing\};$$
$$2 = \{0, 1\} = 1 \cup \{1\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}\};$$
$$3 = \{0, 1, 2\} = 2 \cup \{2\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\};$$
$$4 = \{0, 1, 2, 3\} = 3 \cup \{3\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}, \{\varnothing, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\}\}.$$

Лекція 12: Ординали. Аксіома вибору. Трансфінітна індукція

- Порядкове число α називається *неграничним*, якщо або воно дорівнює $\varnothing$, або існує безпосередній йому попередник $\beta < \alpha$, але між ними не можна вставити інше порядкове число $\beta < \gamma < \alpha$. В останньому випадку кажуть, що α — порядкове число, яке слідує за β, і записують це так: $\alpha = \beta \dot{+} 1$ (інколи просто $\alpha = \beta + 1$, що виявляється узгодженим з позначенням для суми порядкових чисел).
- Порядкові числа, які не є неграничними, називаються *граничними* порядковими числами (інколи $\varnothing$ також відносять до граничних порядкових чисел).
- $\alpha \dot{+} 1 = \alpha \cup \{\alpha\}$.
- Множина всіх скінченних порядкових чисел ізоморфна множині невід'ємних цілих чисел, і для них використовуються такі ж позначення, як і для цілих чисел. При цьому операції додавання, множення та піднесення до степеня для порядкових чисел переходять у відповідні операції для цілих чисел. Наведемо декілька перших порядкових чисел:

$$0 = \varnothing;$$
$$1 = \{0\} = 0 \cup \{0\} = \{\varnothing\};$$
$$2 = \{0, 1\} = 1 \cup \{1\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}\};$$
$$3 = \{0, 1, 2\} = 2 \cup \{2\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\};$$
$$4 = \{0, 1, 2, 3\} = 3 \cup \{3\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}, \{\varnothing, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\}\};$$
$$\dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots$$

- Порядкове число α називається *неграничним*, якщо або воно дорівнює $\varnothing$, або існує безпосередній йому попередник $\beta < \alpha$, але між ними не можна вставити інше порядкове число $\beta < \gamma < \alpha$. В останньому випадку кажуть, що α — порядкове число, яке слідує за β, і записують це так: $\alpha = \beta \dot{+} 1$ (інколи просто $\alpha = \beta + 1$, що виявляється узгодженим з позначенням для суми порядкових чисел).
- Порядкові числа, які не є неграничними, називаються *граничними* порядковими числами (інколи $\varnothing$ також відносять до граничних порядкових чисел).
- $\alpha \dot{+} 1 = \alpha \cup \{\alpha\}$.
- Множина всіх скінченних порядкових чисел ізоморфна множині невід'ємних цілих чисел, і для них використовуються такі ж позначення, як і для цілих чисел. При цьому операції додавання, множення та піднесення до степеня для порядкових чисел переходять у відповідні операції для цілих чисел. Наведемо декілька перших порядкових чисел:

$$0 = \varnothing;$$
$$1 = \{0\} = 0 \cup \{0\} = \{\varnothing\};$$
$$2 = \{0, 1\} = 1 \cup \{1\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}\};$$
$$3 = \{0, 1, 2\} = 2 \cup \{2\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\};$$
$$4 = \{0, 1, 2, 3\} = 3 \cup \{3\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}, \{\varnothing, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\}\};$$
$$\dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots$$

Лекція 12: Ординали. Аксіома вибору. Трансфінітна індукція

- Порядкове число α називається *неграничним*, якщо або воно дорівнює $\varnothing$, або існує безпосередній йому попередник $\beta < \alpha$, але між ними не можна вставити інше порядкове число $\beta < \gamma < \alpha$. В останньому випадку кажуть, що α — порядкове число, яке слідує за β, і записують це так: $\alpha = \beta \dot{+} 1$ (інколи просто $\alpha = \beta + 1$, що виявляється узгодженим з позначенням для суми порядкових чисел).
- Порядкові числа, які не є неграничними, називаються *граничними* порядковими числами (інколи $\varnothing$ також відносять до граничних порядкових чисел).
- $\alpha \dot{+} 1 = \alpha \cup \{\alpha\}$.
- Множина всіх скінченних порядкових чисел ізоморфна множині невід'ємних цілих чисел, і для них використовуються такі ж позначення, як і для цілих чисел. При цьому операції додавання, множення та піднесення до степеня для порядкових чисел переходять у відповідні операції для цілих чисел. Наведемо декілька перших порядкових чисел:

$$0 = \varnothing;$$
$$1 = \{0\} = 0 \cup \{0\} = \{\varnothing\};$$
$$2 = \{0, 1\} = 1 \cup \{1\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}\};$$
$$3 = \{0, 1, 2\} = 2 \cup \{2\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\};$$
$$4 = \{0, 1, 2, 3\} = 3 \cup \{3\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}, \{\varnothing, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\}\};$$
$$\dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots$$

- Порядкове число α називається *неграничним*, якщо або воно дорівнює $\varnothing$, або існує безпосередній йому попередник $\beta < \alpha$, але між ними не можна вставити інше порядкове число $\beta < \gamma < \alpha$. В останньому випадку кажуть, що α — порядкове число, яке слідує за β, і записують це так: $\alpha = \beta \dot{+} 1$ (інколи просто $\alpha = \beta + 1$, що виявляється узгодженим з позначенням для суми порядкових чисел).
- Порядкові числа, які не є неграничними, називаються *граничними* порядковими числами (інколи $\varnothing$ також відносять до граничних порядкових чисел).
- $\alpha \dot{+} 1 = \alpha \cup \{\alpha\}$.
- Множина всіх скінченних порядкових чисел ізоморфна множині невід'ємних цілих чисел, і для них використовуються такі ж позначення, як і для цілих чисел. При цьому операції додавання, множення та піднесення до степеня для порядкових чисел переходять у відповідні операції для цілих чисел. Наведемо декілька перших порядкових чисел:

$$0 = \varnothing;$$
$$1 = \{0\} = 0 \cup \{0\} = \{\varnothing\};$$
$$2 = \{0, 1\} = 1 \cup \{1\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}\};$$
$$3 = \{0, 1, 2\} = 2 \cup \{2\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\};$$
$$4 = \{0, 1, 2, 3\} = 3 \cup \{3\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}, \{\varnothing, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\}\};$$
$$\dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots$$

Лекція 12: Ординали. Аксіома вибору. Трансфінітна індукція

- Порядкове число α називається *неграничним*, якщо або воно дорівнює $\varnothing$, або існує безпосередній йому попередник $\beta < \alpha$, але між ними не можна вставити інше порядкове число $\beta < \gamma < \alpha$. В останньому випадку кажуть, що α — порядкове число, яке слідує за β, і записують це так: $\alpha = \beta \dot{+} 1$ (інколи просто $\alpha = \beta + 1$, що виявляється узгодженим з позначенням для суми порядкових чисел).
- Порядкові числа, які не є неграничними, називаються *граничними* порядковими числами (інколи $\varnothing$ також відносять до граничних порядкових чисел).
- $\alpha \dot{+} 1 = \alpha \cup \{\alpha\}$.
- Множина всіх скінченних порядкових чисел ізоморфна множині невід'ємних цілих чисел, і для них використовуються такі ж позначення, як і для цілих чисел. При цьому операції додавання, множення та піднесення до степеня для порядкових чисел переходять у відповідні операції для цілих чисел. Наведемо декілька перших порядкових чисел:

$$0 = \varnothing;$$
$$1 = \{0\} = 0 \cup \{0\} = \{\varnothing\};$$
$$2 = \{0, 1\} = 1 \cup \{1\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}\};$$
$$3 = \{0, 1, 2\} = 2 \cup \{2\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\};$$
$$4 = \{0, 1, 2, 3\} = 3 \cup \{3\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}, \{\varnothing, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\}\};$$
$$\ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots$$

- Порядкове число α називається *неграничним*, якщо або воно дорівнює $\varnothing$, або існує безпосередній йому попередник $\beta < \alpha$, але між ними не можна вставити інше порядкове число $\beta < \gamma < \alpha$. В останньому випадку кажуть, що α — порядкове число, яке слідує за β, і записують це так: $\alpha = \beta \dot{+} 1$ (інколи просто $\alpha = \beta + 1$, що виявляється узгодженим з позначенням для суми порядкових чисел).
- Порядкові числа, які не є неграничними, називаються *граничними* порядковими числами (інколи $\varnothing$ також відносять до граничних порядкових чисел).
- $\alpha \dot{+} 1 = \alpha \cup \{\alpha\}$.
- Множина всіх скінченних порядкових чисел ізоморфна множині невід'ємних цілих чисел, і для них використовуються такі ж позначення, як і для цілих чисел. При цьому операції додавання, множення та піднесення до степеня для порядкових чисел переходять у відповідні операції для цілих чисел. Наведемо декілька перших порядкових чисел:

$$
\begin{aligned}
&0 = \varnothing;\\
&1 = \{0\} = 0 \cup \{0\} = \{\varnothing\};\\
&2 = \{0, 1\} = 1 \cup \{1\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}\};\\
&3 = \{0, 1, 2\} = 2 \cup \{2\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\};\\
&4 = \{0, 1, 2, 3\} = 3 \cup \{3\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}, \{\varnothing, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\}\};\\
&\ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots
\end{aligned}
$$

- Порядкове число α називається *неграничним*, якщо або воно дорівнює $\varnothing$, або існує безпосередній йому попередник $\beta < \alpha$, але між ними не можна вставити інше порядкове число $\beta < \gamma < \alpha$. В останньому випадку кажуть, що α — порядкове число, яке слідує за β, і записують це так: $\alpha = \beta \dot{+} 1$ (інколи просто $\alpha = \beta + 1$, що виявляється узгодженим з позначенням для суми порядкових чисел).
- Порядкові числа, які не є неграничними, називаються *граничними* порядковими числами (інколи $\varnothing$ також відносять до граничних порядкових чисел).
- $\alpha \dot{+} 1 = \alpha \cup \{\alpha\}$.
- Множина всіх скінченних порядкових чисел ізоморфна множині невід'ємних цілих чисел, і для них використовуються такі ж позначення, як і для цілих чисел. При цьому операції додавання, множення та піднесення до степеня для порядкових чисел переходять у відповідні операції для цілих чисел. Наведемо декілька перших порядкових чисел:

$$0 = \varnothing;$$
$$1 = \{0\} = 0 \cup \{0\} = \{\varnothing\};$$
$$2 = \{0, 1\} = 1 \cup \{1\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}\};$$
$$3 = \{0, 1, 2\} = 2 \cup \{2\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\};$$
$$4 = \{0, 1, 2, 3\} = 3 \cup \{3\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}, \{\varnothing, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\}\};$$
$$\ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots$$

- Порядкове число α називається *неграничним*, якщо або воно дорівнює $\varnothing$, або існує безпосередній йому попередник $\beta < \alpha$, але між ними не можна вставити інше порядкове число $\beta < \gamma < \alpha$. В останньому випадку кажуть, що α — порядкове число, яке слідує за β, і записують це так: $\alpha = \beta \dot{+} 1$ (інколи просто $\alpha = \beta + 1$, що виявляється узгодженим з позначенням для суми порядкових чисел).
- Порядкові числа, які не є неграничними, називаються *граничними* порядковими числами (інколи $\varnothing$ також відносять до граничних порядкових чисел).
- $\alpha \dot{+} 1 = \alpha \cup \{\alpha\}$.
- Множина всіх скінченних порядкових чисел ізоморфна множині невід'ємних цілих чисел, і для них використовуються такі ж позначення, як і для цілих чисел. При цьому операції додавання, множення та піднесення до степеня для порядкових чисел переходять у відповідні операції для цілих чисел. Наведемо декілька перших порядкових чисел:

$$0 = \varnothing;$$
$$1 = \{0\} = 0 \cup \{0\} = \{\varnothing\};$$
$$2 = \{0, 1\} = 1 \cup \{1\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}\};$$
$$3 = \{0, 1, 2\} = 2 \cup \{2\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\};$$
$$4 = \{0, 1, 2, 3\} = 3 \cup \{3\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}, \{\varnothing, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\}\};$$
$$\ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots$$

- Порядкове число α називається *неграничним*, якщо або воно дорівнює $\varnothing$, або існує безпосередній йому попередник $\beta < \alpha$, але між ними не можна вставити інше порядкове число $\beta < \gamma < \alpha$. В останньому випадку кажуть, що α — порядкове число, яке слідує за β, і записують це так: $\alpha = \beta \dotplus 1$ (інколи просто $\alpha = \beta + 1$, що виявляється узгодженим з позначенням для суми порядкових чисел).
- Порядкові числа, які не є неграничними, називаються *граничними* порядковими числами (інколи $\varnothing$ також відносять до граничних порядкових чисел).
- $\alpha \dotplus 1 = \alpha \cup \{\alpha\}$.
- Множина всіх скінченних порядкових чисел ізоморфна множині невід'ємних цілих чисел, і для них використовуються такі ж позначення, як і для цілих чисел. При цьому операції додавання, множення та піднесення до степеня для порядкових чисел переходять у відповідні операції для цілих чисел. Наведемо декілька перших порядкових чисел:

$$
\begin{aligned}
&0 = \varnothing;\\
&1 = \{0\} = 0 \cup \{0\} = \{\varnothing\};\\
&2 = \{0, 1\} = 1 \cup \{1\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}\};\\
&3 = \{0, 1, 2\} = 2 \cup \{2\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\};\\
&4 = \{0, 1, 2, 3\} = 3 \cup \{3\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}, \{\varnothing, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\}\};\\
&\quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots
\end{aligned}
$$

- Порядкове число α називається *неграничним*, якщо або воно дорівнює $\varnothing$, або існує безпосередній йому попередник $\beta < \alpha$, але між ними не можна вставити інше порядкове число $\beta < \gamma < \alpha$. В останньому випадку кажуть, що α — порядкове число, яке слідує за β, і записують це так: $\alpha = \beta \dotplus 1$ (інколи просто $\alpha = \beta + 1$, що виявляється узгодженим з позначенням для суми порядкових чисел).
- Порядкові числа, які не є неграничними, називаються *граничними* порядковими числами (інколи $\varnothing$ також відносять до граничних порядкових чисел).
- $\alpha \dotplus 1 = \alpha \cup \{\alpha\}$.
- Множина всіх скінченних порядкових чисел ізоморфна множині невід'ємних цілих чисел, і для них використовуються такі ж позначення, як і для цілих чисел. При цьому операції додавання, множення та піднесення до степеня для порядкових чисел переходять у відповідні операції для цілих чисел. Наведемо декілька перших порядкових чисел:

$$0 = \varnothing;$$
$$1 = \{0\} = 0 \cup \{0\} = \{\varnothing\};$$
$$2 = \{0, 1\} = 1 \cup \{1\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}\};$$
$$3 = \{0, 1, 2\} = 2 \cup \{2\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\};$$
$$4 = \{0, 1, 2, 3\} = 3 \cup \{3\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}, \{\varnothing, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\}\};$$
$$\ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots$$

- Порядкове число α називається *неграничним*, якщо або воно дорівнює $\varnothing$, або існує безпосередній йому попередник $\beta < \alpha$, але між ними не можна вставити інше порядкове число $\beta < \gamma < \alpha$. В останньому випадку кажуть, що α — порядкове число, яке слідує за β, і записують це так: $\alpha = \beta \dot{+} 1$ (інколи просто $\alpha = \beta + 1$, що виявляється узгодженим з позначенням для суми порядкових чисел).
- Порядкові числа, які не є неграничними, називаються *граничними* порядковими числами (інколи $\varnothing$ також відносять до граничних порядкових чисел).
- $\alpha \dot{+} 1 = \alpha \cup \{\alpha\}$.
- Множина всіх скінченних порядкових чисел ізоморфна множині невід'ємних цілих чисел, і для них використовуються такі ж позначення, як і для цілих чисел. При цьому операції додавання, множення та піднесення до степеня для порядкових чисел переходять у відповідні операції для цілих чисел. Наведемо декілька перших порядкових чисел:

$$0 = \varnothing;$$
$$1 = \{0\} = 0 \cup \{0\} = \{\varnothing\};$$
$$2 = \{0, 1\} = 1 \cup \{1\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}\};$$
$$3 = \{0, 1, 2\} = 2 \cup \{2\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\};$$
$$4 = \{0, 1, 2, 3\} = 3 \cup \{3\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}, \{\varnothing, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\}\};$$
$$\ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots$$

- Порядкове число α називається *неграничним*, якщо або воно дорівнює $\varnothing$, або існує безпосередній йому попередник $\beta < \alpha$, але між ними не можна вставити інше порядкове число $\beta < \gamma < \alpha$. В останньому випадку кажуть, що α — порядкове число, яке слідує за β, і записують це так: $\alpha = \beta \dot{+} 1$ (інколи просто $\alpha = \beta + 1$, що виявляється узгодженим з позначенням для суми порядкових чисел).
- Порядкові числа, які не є неграничними, називаються *граничними* порядковими числами (інколи $\varnothing$ також відносять до граничних порядкових чисел).
- $\alpha \dot{+} 1 = \alpha \cup \{\alpha\}$.
- Множина всіх скінченних порядкових чисел ізоморфна множині невід'ємних цілих чисел, і для них використовуються такі ж позначення, як і для цілих чисел. При цьому операції додавання, множення та піднесення до степеня для порядкових чисел переходять у відповідні операції для цілих чисел. Наведемо декілька перших порядкових чисел:

$$0 = \varnothing;$$
$$1 = \{0\} = 0 \cup \{0\} = \{\varnothing\};$$
$$2 = \{0, 1\} = 1 \cup \{1\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}\};$$
$$3 = \{0, 1, 2\} = 2 \cup \{2\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\};$$
$$4 = \{0, 1, 2, 3\} = 3 \cup \{3\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}, \{\varnothing, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\}\};$$
$$\dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots$$

- Порядкове число α називається *неграничним*, якщо або воно дорівнює $\varnothing$, або існує безпосередній йому попередник $\beta < \alpha$, але між ними не можна вставити інше порядкове число $\beta < \gamma < \alpha$. В останньому випадку кажуть, що α — порядкове число, яке слідує за β, і записують це так: $\alpha = \beta \dotplus 1$ (інколи просто $\alpha = \beta + 1$, що виявляється узгодженим з позначенням для суми порядкових чисел).
- Порядкові числа, які не є неграничними, називаються *граничними* порядковими числами (інколи $\varnothing$ також відносять до граничних порядкових чисел).
- $\alpha \dotplus 1 = \alpha \cup \{\alpha\}$.
- Множина всіх скінченних порядкових чисел ізоморфна множині невід'ємних цілих чисел, і для них використовуються такі ж позначення, як і для цілих чисел. При цьому операції додавання, множення та піднесення до степеня для порядкових чисел переходять у відповідні операції для цілих чисел. Наведемо декілька перших порядкових чисел:

$$
\begin{aligned}
&0 = \varnothing;\\
&1 = \{0\} = 0 \cup \{0\} = \{\varnothing\};\\
&2 = \{0, 1\} = 1 \cup \{1\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}\};\\
&3 = \{0, 1, 2\} = 2 \cup \{2\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\};\\
&4 = \{0, 1, 2, 3\} = 3 \cup \{3\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}, \{\varnothing, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\}\};\\
&\quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots
\end{aligned}
$$

- Порядкове число α називається *неграничним*, якщо або воно дорівнює $\varnothing$, або існує безпосередній йому попередник $\beta < \alpha$, але між ними не можна вставити інше порядкове число $\beta < \gamma < \alpha$. В останньому випадку кажуть, що α — порядкове число, яке слідує за β, і записують це так: $\alpha = \beta \dot{+} 1$ (інколи просто $\alpha = \beta + 1$, що виявляється узгодженим з позначенням для суми порядкових чисел).
- Порядкові числа, які не є неграничними, називаються *граничними* порядковими числами (інколи $\varnothing$ також відносять до граничних порядкових чисел).
- $\alpha \dot{+} 1 = \alpha \cup \{\alpha\}$.
- Множина всіх скінченних порядкових чисел ізоморфна множині невід'ємних цілих чисел, і для них використовуються такі ж позначення, як і для цілих чисел. При цьому операції додавання, множення та піднесення до степеня для порядкових чисел переходять у відповідні операції для цілих чисел. Наведемо декілька перших порядкових чисел:

$$0 = \varnothing;$$
$$1 = \{0\} = 0 \cup \{0\} = \{\varnothing\};$$
$$2 = \{0,1\} = 1 \cup \{1\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}\};$$
$$3 = \{0,1,2\} = 2 \cup \{2\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\};$$
$$4 = \{0,1,2,3\} = 3 \cup \{3\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}, \{\varnothing, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\}\};$$
$$\dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots$$

- Порядкове число α називається *неграничним*, якщо або воно дорівнює $\varnothing$, або існує безпосередній йому попередник $\beta < \alpha$, але між ними не можна вставити інше порядкове число $\beta < \gamma < \alpha$. В останньому випадку кажуть, що α — порядкове число, яке слідує за β, і записують це так: $\alpha = \beta \dot{+} 1$ (інколи просто $\alpha = \beta + 1$, що виявляється узгодженим з позначенням для суми порядкових чисел).
- Порядкові числа, які не є неграничними, називаються *граничними* порядковими числами (інколи $\varnothing$ також відносять до граничних порядкових чисел).
- $\alpha \dot{+} 1 = \alpha \cup \{\alpha\}$.
- Множина всіх скінченних порядкових чисел ізоморфна множині невід'ємних цілих чисел, і для них використовуються такі ж позначення, як і для цілих чисел. При цьому операції додавання, множення та піднесення до степеня для порядкових чисел переходять у відповідні операції для цілих чисел. Наведемо декілька перших порядкових чисел:

$$0 = \varnothing;$$
$$1 = \{0\} = 0 \cup \{0\} = \{\varnothing\};$$
$$2 = \{0, 1\} = 1 \cup \{1\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}\};$$
$$3 = \{0, 1, 2\} = 2 \cup \{2\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\};$$
$$4 = \{0, 1, 2, 3\} = 3 \cup \{3\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}, \{\varnothing, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\}\};$$
$$\dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots$$

- Порядкове число α називається *неграничним*, якщо або воно дорівнює $\varnothing$, або існує безпосередній йому попередник $\beta < \alpha$, але між ними не можна вставити інше порядкове число $\beta < \gamma < \alpha$. В останньому випадку кажуть, що α — порядкове число, яке слідує за β, і записують це так: $\alpha = \beta \dot{+} 1$ (інколи просто $\alpha = \beta + 1$, що виявляється узгодженим з позначенням для суми порядкових чисел).
- Порядкові числа, які не є неграничними, називаються *граничними* порядковими числами (інколи $\varnothing$ також відносять до граничних порядкових чисел).
- $\alpha \dot{+} 1 = \alpha \cup \{\alpha\}$.
- Множина всіх скінченних порядкових чисел ізоморфна множині невід'ємних цілих чисел, і для них використовуються такі ж позначення, як і для цілих чисел. При цьому операції додавання, множення та піднесення до степеня для порядкових чисел переходять у відповідні операції для цілих чисел. Наведемо декілька перших порядкових чисел:

$$\begin{aligned}
&0 = \varnothing;\\
&1 = \{0\} = 0 \cup \{0\} = \{\varnothing\};\\
&2 = \{0, 1\} = 1 \cup \{1\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}\};\\
&3 = \{0, 1, 2\} = 2 \cup \{2\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\};\\
&4 = \{0, 1, 2, 3\} = 3 \cup \{3\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}, \{\varnothing, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\}\};\\
&\quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots
\end{aligned}$$

- Множина всіх скінченних порядкових чисел позначається ω.
- Умову скінченності порядкового числа α можна записати як $\alpha < \omega$
- Існує нескінченна множина порядкових чисел, однак не існує множини всіх порядкових чисел.
- Кожна множина порядкових чисел A обмежена зверху та має точну верхню грань, яка позначається $\sup A$.
- Якщо α — граничне порядкове число або $\varnothing$,
- Точна верхня грань зліченної множини зліченних порядкових чисел зліченна.
- Кожне порядкове число α має єдине зображення в *нормальній формі Кантора*

- Множина всіх скінченних порядкових чисел позначається ω. Вона є найменшим граничним порядковим числом і найменшим нескінченним (а саме зліченним) порядковим числом. Наступним за ним порядковим числом є $\omega + 1 = \omega \cup \{\omega\}$.
- Умову скінченності порядкового числа α можна записати як $\alpha < \omega$ або, що це ж саме, $\alpha \in \omega$.
- Існує нескінченна множина порядкових чисел, однак не існує множини всіх порядкових чисел. Іншими словами, сукупність усіх порядкових чисел є власне класом.
- Кожна множина порядкових чисел A обмежена зверху та має точну верхню грань, яка позначається $\sup A$. При цьому $A \subseteq \sup A$.
- Якщо α — граничне порядкове число або $\varnothing$, то $\sup \alpha = \alpha$, іншими словами $\sup \alpha < \alpha$.
- Точна верхня грань зліченної множини зліченних порядкових чисел зліченна.
- Кожне порядкове число α має єдине зображення в *нормальній формі Кантора*
$$\omega^{\beta_1} c_1 + \omega^{\beta_2} c_2 + \cdots + \omega^{\beta_k} c_k,$$
де $k \in \mathbb{N}$, $c_1, c_2, \ldots, c_k \in \mathbb{N}$, і $\beta_1 > \beta_2 > \ldots > \beta_k \geq 0$ — порядкові числа. Форма дозволяє знаходити розклади схожі на такий
$$\omega^{\left(\omega^{\left(\omega^7 \cdot 16 + \omega + 412\right)} \cdot 122729 + \omega^9 + 818\right)} \cdot 3 + \omega^{\left(\omega^\omega\right)} \cdot 51 + 61235537.$$

- Множина всіх скінченних порядкових чисел позначається ω. Вона є найменшим граничним порядковим числом і найменшим нескінченним (а саме зліченним) порядковим числом. Наступним за ним порядковим числом є $\omega + 1 = \omega \cup \{\omega\}$.
- Умову скінченності порядкового числа α можна записати як $\alpha < \omega$ або, що це ж саме, $\alpha \in \omega$.
- Існує нескінченна множина порядкових чисел, однак не існує множини всіх порядкових чисел. Іншими словами, сукупність усіх порядкових чисел є власне класом.
- Кожна множина порядкових чисел A обмежена зверху та має точну верхню грань, яка позначається $\sup A$. При цьому $A \subseteq \sup A$.
- Якщо α — граничне порядкове число або $\varnothing$, то $\sup \alpha = \alpha$, іншими словами $\sup \alpha < \alpha$.
- Точна верхня грань зліченної множини зліченних порядкових чисел зліченна.
- Кожне порядкове число α має єдине зображення в *нормальній формі Кантора*
$$\omega^{\beta_1} c_1 + \omega^{\beta_2} c_2 + \cdots + \omega^{\beta_k} c_k,$$
де $k \in \mathbb{N}$, $c_1, c_2, \ldots, c_k \in \mathbb{N}$, і $\beta_1 > \beta_2 > \ldots > \beta_k \geq 0$ — порядкові числа. Форма дозволяє знаходити розклади схожі на такий
$$\omega^{\left(\omega^{\left(\omega^7 \cdot 16 + \omega + 412\right)} \cdot 122729 + \omega^9 + 818\right)} \cdot 3 + \omega^{\left(\omega^{\omega}\right)} \cdot 51 + 61235537.$$

- Множина всіх скінченних порядкових чисел позначається ω. Вона є найменшим граничним порядковим числом і найменшим нескінченним (а саме зліченним) порядковим числом. Наступним за ним порядковим числом є $\omega + 1 = \omega \cup \{\omega\}$.
- Умову скінченності порядкового числа α можна записати як $\alpha < \omega$ або, що це ж саме, $\alpha \in \omega$.
- Існує нескінченна множина порядкових чисел, однак не існує множини всіх порядкових чисел. Іншими словами, сукупність усіх порядкових чисел є власне класом.
- Кожна множина порядкових чисел A обмежена зверху та має точну верхню грань, яка позначається $\sup A$. При цьому $A \subseteq \sup A$.
- Якщо α — граничне порядкове число або $\varnothing$, то $\sup \alpha = \alpha$, іншими словами $\sup \alpha < \alpha$.
- Точна верхня грань зліченної множини зліченних порядкових чисел зліченна.
- Кожне порядкове число α має єдине зображення в *нормальній формі Кантора*
$$\omega^{\beta_1} c_1 + \omega^{\beta_2} c_2 + \cdots + \omega^{\beta_k} c_k,$$
де $k \in \mathbb{N}$, $c_1, c_2, \ldots, c_k \in \mathbb{N}$, і $\beta_1 > \beta_2 > \ldots > \beta_k \geq 0$ — порядкові числа. Форма дозволяє знаходити розклади схожі на такий
$$\omega^{\left(\omega^{\left(\omega^7 \cdot 16 + \omega + 412\right)} \cdot 122729 + \omega^9 + 818\right)} \cdot 3 + \omega^{(\omega^\omega)} \cdot 51 + 61235537.$$

- Множина всіх скінченних порядкових чисел позначається ω. Вона є найменшим граничним порядковим числом і найменшим нескінченним (а саме зліченним) порядковим числом. Наступним за ним порядковим числом є $\omega + 1 = \omega \cup \{\omega\}$.
- Умову скінченності порядкового числа α можна записати як $\alpha < \omega$ або, що це ж саме, $\alpha \in \omega$.
- Існує нескінченна множина порядкових чисел, однак не існує множини всіх порядкових чисел. Іншими словами, сукупність усіх порядкових чисел є власне класом.
- Кожна множина порядкових чисел A обмежена зверху та має точну верхню грань, яка позначається $\sup A$. При цьому $A \subseteq \sup A$.
- Якщо α — граничне порядкове число або $\varnothing$, то $\sup \alpha = \alpha$, іншими словами $\sup \alpha < \alpha$.
- Точна верхня грань зліченної множини зліченних порядкових чисел зліченна.
- Кожне порядкове число α має єдине зображення в *нормальній формі Кантора*
$$\omega^{\beta_1} c_1 + \omega^{\beta_2} c_2 + \cdots + \omega^{\beta_k} c_k,$$
де $k \in \mathbb{N}$, $c_1, c_2, \ldots, c_k \in \mathbb{N}$, і $\beta_1 > \beta_2 > \ldots > \beta_k \geq 0$ — порядкові числа. Форма дозволяє знаходити розклади схожі на такий
$$\omega^{\left(\omega^{\left(\omega^7 \cdot 16 + \omega + 412\right)} \cdot 122729 + \omega^9 + 818\right)} \cdot 3 + \omega^{\left(\omega^\omega\right)} \cdot 51 + 61235537.$$

- Множина всіх скінченних порядкових чисел позначається ω. Вона є найменшим граничним порядковим числом і найменшим нескінченним (а саме зліченним) порядковим числом. Наступним за ним порядковим числом є $\omega + 1 = \omega \cup \{\omega\}$.
- Умову скінченності порядкового числа α можна записати як $\alpha < \omega$ або, що це ж саме, $\alpha \in \omega$.
- Існує нескінченна множина порядкових чисел, однак не існує множини всіх порядкових чисел. Іншими словами, сукупність усіх порядкових чисел є власне класом.
- Кожна множина порядкових чисел A обмежена зверху та має точну верхню грань, яка позначається $\sup A$. При цьому $A \subseteq \sup A$.
- Якщо α — граничне порядкове число або $\varnothing$, то $\sup \alpha = \alpha$, іншими словами $\sup \alpha < \alpha$.
- Точна верхня грань зліченної множини зліченних порядкових чисел зліченна.
- Кожне порядкове число α має єдине зображення в *нормальній формі Кантора*
$$\omega^{\beta_1} c_1 + \omega^{\beta_2} c_2 + \cdots + \omega^{\beta_k} c_k,$$
де $k \in \mathbb{N}$, $c_1, c_2, \ldots, c_k \in \mathbb{N}$, і $\beta_1 > \beta_2 > \ldots > \beta_k \geq 0$ — порядкові числа. Форма дозволяє знаходити розклади схожі на такий
$$\omega^{\left(\omega^{\left(\omega^7 \cdot 16 + \omega + 412\right)} \cdot 122729 + \omega^9 + 818\right)} \cdot 3 + \omega^{\left(\omega^{\omega}\right)} \cdot 51 + 61235537.$$

- Множина всіх скінченних порядкових чисел позначається ω. Вона є найменшим граничним порядковим числом і найменшим нескінченним (а саме зліченним) порядковим числом. Наступним за ним порядковим числом є $\omega + 1 = \omega \cup \{\omega\}$.
- Умову скінченності порядкового числа α можна записати як $\alpha < \omega$ або, що це ж саме, $\alpha \in \omega$.
- Існує нескінченна множина порядкових чисел, однак не існує множини всіх порядкових чисел. Іншими словами, сукупність усіх порядкових чисел є власне класом.
- Кожна множина порядкових чисел A обмежена зверху та має точну верхню грань, яка позначається $\sup A$. При цьому $A \subseteq \sup A$.
- Якщо α — граничне порядкове число або $\varnothing$, то $\sup \alpha = \alpha$, іншими словами $\sup \alpha < \alpha$.
- Точна верхня грань зліченної множини зліченних порядкових чисел зліченна.
- Кожне порядкове число α має єдине зображення в *нормальній формі Кантора*
$$\omega^{\beta_1} c_1 + \omega^{\beta_2} c_2 + \cdots + \omega^{\beta_k} c_k,$$
де $k \in \mathbb{N}$, $c_1, c_2, \ldots, c_k \in \mathbb{N}$, і $\beta_1 > \beta_2 > \ldots > \beta_k \geq 0$ — порядкові числа. Форма дозволяє знаходити розклади схожі на такий
$$\omega^{\left(\omega^{\left(\omega^7 \cdot 16 + \omega + 412\right)} \cdot 122729 + \omega^9 + 818\right)} \cdot 3 + \omega^{\left(\omega^{\omega}\right)} \cdot 51 + 61235537.$$

- Множина всіх скінченних порядкових чисел позначається ω. Вона є найменшим граничним порядковим числом і найменшим нескінченним (а саме зліченним) порядковим числом. Наступним за ним порядковим числом є $\omega + 1 = \omega \cup \{\omega\}$.
- Умову скінченності порядкового числа α можна записати як $\alpha < \omega$ або, що це ж саме, $\alpha \in \omega$.
- Існує нескінченна множина порядкових чисел, однак не існує множини всіх порядкових чисел. Іншими словами, сукупність усіх порядкових чисел є власне класом.
- Кожна множина порядкових чисел A обмежена зверху та має точну верхню грань, яка позначається $\sup A$. При цьому $A \subseteq \sup A$.
- Якщо α — граничне порядкове число або $\varnothing$, то $\sup \alpha = \alpha$, іншими словами $\sup \alpha < \alpha$.
- Точна верхня грань зліченної множини зліченних порядкових чисел зліченна.
- Кожне порядкове число α має єдине зображення в *нормальній формі Кантора*

$$\omega^{\beta_1} c_1 + \omega^{\beta_2} c_2 + \cdots + \omega^{\beta_k} c_k,$$

де $k \in \mathbb{N}$, $c_1, c_2, \ldots, c_k \in \mathbb{N}$, і $\beta_1 > \beta_2 > \ldots > \beta_k \geq 0$ — порядкові числа. Форма дозволяє знаходити розклади схожі на такий

$$\omega^{\left(\omega^{\left(\omega^7 \cdot 16 + \omega + 412\right)} \cdot 122729 + \omega^9 + 818\right)} \cdot 3 + \omega^{\left(\omega^\omega\right)} \cdot 51 + 61235537.$$

- Множина всіх скінченних порядкових чисел позначається ω. Вона є найменшим граничним порядковим числом і найменшим нескінченним (а саме зліченним) порядковим числом. Наступним за ним порядковим числом є $\omega + 1 = \omega \cup \{\omega\}$.
- Умову скінченності порядкового числа α можна записати як $\alpha < \omega$ або, що це ж саме, $\alpha \in \omega$.
- Існує нескінченна множина порядкових чисел, однак не існує множини всіх порядкових чисел. Іншими словами, сукупність усіх порядкових чисел є власне класом.
- Кожна множина порядкових чисел A обмежена зверху та має точну верхню грань, яка позначається $\sup A$. При цьому $A \subseteq \sup A$.
- Якщо α — граничне порядкове число або $\varnothing$, то $\sup \alpha = \alpha$, іншими словами $\sup \alpha < \alpha$.
- Точна верхня грань зліченної множини зліченних порядкових чисел зліченна.
- Кожне порядкове число α має єдине зображення в *нормальній формі Кантора*
$$\omega^{\beta_1} c_1 + \omega^{\beta_2} c_2 + \cdots + \omega^{\beta_k} c_k,$$
де $k \in \mathbb{N}$, $c_1, c_2, \ldots, c_k \in \mathbb{N}$, і $\beta_1 > \beta_2 > \ldots > \beta_k \geq 0$ — порядкові числа. Форма дозволяє знаходити розклади схожі на такий
$$\omega^{\left(\omega^{\left(\omega^7 \cdot 16 + \omega + 412\right)} \cdot 122729 + \omega^9 + 818\right)} \cdot 3 + \omega^{\left(\omega^\omega\right)} \cdot 51 + 61235537.$$

- Множина всіх скінченних порядкових чисел позначається ω. Вона є найменшим граничним порядковим числом і найменшим нескінченним (а саме зліченним) порядковим числом. Наступним за ним порядковим числом є $\omega + 1 = \omega \cup \{\omega\}$.
- Умову скінченності порядкового числа α можна записати як $\alpha < \omega$ або, що це ж саме, $\alpha \in \omega$.
- Існує нескінченна множина порядкових чисел, однак не існує множини всіх порядкових чисел. Іншими словами, сукупність усіх порядкових чисел є власне класом.
- Кожна множина порядкових чисел A обмежена зверху та має точну верхню грань, яка позначається $\sup A$. При цьому $A \subseteq \sup A$.
- Якщо α — граничне порядкове число або $\varnothing$, то $\sup \alpha = \alpha$, іншими словами $\sup \alpha < \alpha$.
- Точна верхня грань зліченної множини зліченних порядкових чисел зліченна.
- Кожне порядкове число α має єдине зображення в *нормальній формі Кантора*
$$\omega^{\beta_1} c_1 + \omega^{\beta_2} c_2 + \cdots + \omega^{\beta_k} c_k,$$
де $k \in \mathbb{N}$, $c_1, c_2, \ldots, c_k \in \mathbb{N}$, і $\beta_1 > \beta_2 > \ldots > \beta_k \geq 0$ — порядкові числа. Форма дозволяє знаходити розклади схожі на такий
$$\omega^{\left(\omega^{\left(\omega^7 \cdot 16 + \omega + 412\right)} \cdot 122729 + \omega^9 + 818\right)} \cdot 3 + \omega^{\left(\omega^\omega\right)} \cdot 51 + 61235537.$$

- Множина всіх скінченних порядкових чисел позначається ω. Вона є найменшим граничним порядковим числом і найменшим нескінченним (а саме зліченним) порядковим числом. Наступним за ним порядковим числом є $\omega + 1 = \omega \cup \{\omega\}$.
- Умову скінченності порядкового числа α можна записати як $\alpha < \omega$ або, що це ж саме, $\alpha \in \omega$.
- Існує нескінченна множина порядкових чисел, однак не існує множини всіх порядкових чисел. Іншими словами, сукупність усіх порядкових чисел є власне класом.
- Кожна множина порядкових чисел A обмежена зверху та має точну верхню грань, яка позначається $\sup A$. При цьому $A \subseteq \sup A$.
- Якщо α — граничне порядкове число або $\varnothing$, то $\sup \alpha = \alpha$, іншими словами $\sup \alpha < \alpha$.
- Точна верхня грань зліченної множини зліченних порядкових чисел зліченна.
- Кожне порядкове число α має єдине зображення в *нормальній формі Кантора*
$$\omega^{\beta_1} c_1 + \omega^{\beta_2} c_2 + \cdots + \omega^{\beta_k} c_k,$$
де $k \in \mathbb{N}$, $c_1, c_2, \ldots, c_k \in \mathbb{N}$, і $\beta_1 > \beta_2 > \ldots > \beta_k \geq 0$ — порядкові числа. Форма дозволяє знаходити розклади схожі на такий
$$\omega^{\left(\omega^{\left(\omega^7 \cdot 16 + \omega + 412\right)} \cdot 122729 + \omega^9 + 818\right)} \cdot 3 + \omega^{\left(\omega^{\omega}\right)} \cdot 51 + 61235537.$$

- Множина всіх скінченних порядкових чисел позначається ω. Вона є найменшим граничним порядковим числом і найменшим нескінченним (а саме зліченним) порядковим числом. Наступним за ним порядковим числом є $\omega + 1 = \omega \cup \{\omega\}$.
- Умову скінченності порядкового числа α можна записати як $\alpha < \omega$ або, що це ж саме, $\alpha \in \omega$.
- Існує нескінченна множина порядкових чисел, однак не існує множини всіх порядкових чисел. Іншими словами, сукупність усіх порядкових чисел є власне класом.
- Кожна множина порядкових чисел A обмежена зверху та має точну верхню грань, яка позначається $\sup A$. При цьому $A \subseteq \sup A$.
- Якщо α — граничне порядкове число або $\varnothing$, то $\sup \alpha = \alpha$, іншими словами $\sup \alpha < \alpha$.
- Точна верхня грань зліченної множини зліченних порядкових чисел зліченна.
- Кожне порядкове число α має єдине зображення в *нормальній формі Кантора*
$$\omega^{\beta_1} c_1 + \omega^{\beta_2} c_2 + \cdots + \omega^{\beta_k} c_k,$$
де $k \in \mathbb{N}$, $c_1, c_2, \ldots, c_k \in \mathbb{N}$, і $\beta_1 > \beta_2 > \ldots > \beta_k \geq 0$ — порядкові числа. Форма дозволяє знаходити розклади схожі на такий
$$\omega^{\left(\omega^{\left(\omega^7 \cdot 16 + \omega + 412\right)} \cdot 122729 + \omega^9 + 818\right)} \cdot 3 + \omega^{(\omega^\omega)} \cdot 51 + 61235537.$$

- Множина всіх скінченних порядкових чисел позначається ω. Вона є найменшим граничним порядковим числом і найменшим нескінченним (а саме зліченним) порядковим числом. Наступним за ним порядковим числом є $\omega + 1 = \omega \cup \{\omega\}$.
- Умову скінченності порядкового числа α можна записати як $\alpha < \omega$ або, що це ж саме, $\alpha \in \omega$.
- Існує нескінченна множина порядкових чисел, однак не існує множини всіх порядкових чисел. Іншими словами, сукупність усіх порядкових чисел є власне класом.
- Кожна множина порядкових чисел A обмежена зверху та має точну верхню грань, яка позначається $\sup A$. При цьому $A \subseteq \sup A$.
- Якщо α — граничне порядкове число або $\varnothing$, то $\sup \alpha = \alpha$, іншими словами $\sup \alpha < \alpha$.
- Точна верхня грань зліченної множини зліченних порядкових чисел зліченна.
- Кожне порядкове число α має єдине зображення в *нормальній формі Кантора*
$$\omega^{\beta_1} c_1 + \omega^{\beta_2} c_2 + \cdots + \omega^{\beta_k} c_k,$$
де $k \in \mathbb{N}$, $c_1, c_2, \ldots, c_k \in \mathbb{N}$, і $\beta_1 > \beta_2 > \ldots > \beta_k \geq 0$ — порядкові числа. Форма дозволяє знаходити розклади схожі на такий
$$\omega^{\left(\omega^{\left(\omega^7 \cdot 16 + \omega + 412\right)} \cdot 122729 + \omega^9 + 818\right)} \cdot 3 + \omega^{\left(\omega^\omega\right)} \cdot 51 + 61235537.$$

- Множина всіх скінченних порядкових чисел позначається ω. Вона є найменшим граничним порядковим числом і найменшим нескінченним (а саме зліченним) порядковим числом. Наступним за ним порядковим числом є $\omega + 1 = \omega \cup \{\omega\}$.
- Умову скінченності порядкового числа α можна записати як $\alpha < \omega$ або, що це ж саме, $\alpha \in \omega$.
- Існує нескінченна множина порядкових чисел, однак не існує множини всіх порядкових чисел. Іншими словами, сукупність усіх порядкових чисел є власне класом.
- Кожна множина порядкових чисел A обмежена зверху та має точну верхню грань, яка позначається $\sup A$. При цьому $A \subseteq \sup A$.
- Якщо α — граничне порядкове число або $\varnothing$, то $\sup \alpha = \alpha$, іншими словами $\sup \alpha < \alpha$.
- Точна верхня грань зліченної множини зліченних порядкових чисел злічення.
- Кожне порядкове число α має єдине зображення в *нормальній формі Кантора*
$$\omega^{\beta_1} c_1 + \omega^{\beta_2} c_2 + \cdots + \omega^{\beta_k} c_k,$$
де $k \in \mathbb{N}$, $c_1, c_2, \ldots, c_k \in \mathbb{N}$, і $\beta_1 > \beta_2 > \ldots > \beta_k \geq 0$ — порядкові числа. Форма дозволяє знаходити розклади схожі на такий
$$\omega^{\left(\omega^{\left(\omega^7 \cdot 16 + \omega + 412\right)} \cdot 122729 + \omega^9 + 818\right)} \cdot 3 + \omega^{\left(\omega^\omega\right)} \cdot 51 + 61235537.$$

- Множина всіх скінченних порядкових чисел позначається ω. Вона є найменшим граничним порядковим числом і найменшим нескінченним (а саме зліченним) порядковим числом. Наступним за ним порядковим числом є $\omega \dotplus 1 = \omega \cup \{\omega\}$.
- Умову скінченності порядкового числа α можна записати як $\alpha < \omega$ або, що це ж саме, $\alpha \in \omega$.
- Існує нескінченна множина порядкових чисел, однак не існує множини всіх порядкових чисел. Іншими словами, сукупність усіх порядкових чисел є власне класом.
- Кожна множина порядкових чисел A обмежена зверху та має точну верхню грань, яка позначається $\sup A$. При цьому $A \subseteq \sup A$.
- Якщо α — граничне порядкове число або $\varnothing$, то $\sup \alpha = \alpha$, іншими словами $\sup \alpha < \alpha$.
- Точна верхня грань зліченної множини зліченних порядкових чисел злічення.
- Кожне порядкове число α має єдине зображення в *нормальній формі Кантора*
$$\omega^{\beta_1} c_1 + \omega^{\beta_2} c_2 + \cdots + \omega^{\beta_k} c_k,$$
де $k \in \mathbb{N}$, $c_1, c_2, \ldots, c_k \in \mathbb{N}$, і $\beta_1 > \beta_2 > \ldots > \beta_k \geq 0$ — порядкові числа. Форма дозволяє знаходити розклади схожі на такий
$$\omega^{\left(\omega^{\left(\omega^7 \cdot 16 + \omega + 412\right)} \cdot 122729 + \omega^9 + 818\right)} \cdot 3 + \omega^{\left(\omega^{\omega}\right)} \cdot 51 + 61235537.$$

- Множина всіх скінченних порядкових чисел позначається ω. Вона є найменшим граничним порядковим числом і найменшим нескінченним (а саме зліченним) порядковим числом. Наступним за ним порядковим числом є $\omega \dotplus 1 = \omega \cup \{\omega\}$.
- Умову скінченності порядкового числа α можна записати як $\alpha < \omega$ або, що це ж саме, $\alpha \in \omega$.
- Існує нескінченна множина порядкових чисел, однак не існує множини всіх порядкових чисел. Іншими словами, сукупність усіх порядкових чисел є власне класом.
- Кожна множина порядкових чисел A обмежена зверху та має точну верхню грань, яка позначається $\sup A$. При цьому $A \subseteq \sup A$.
- Якщо α — граничне порядкове число або $\varnothing$, то $\sup \alpha = \alpha$, іншими словами $\sup \alpha < \alpha$.
- Точна верхня грань зліченної множини зліченних порядкових чисел зліченна.
- Кожне порядкове число α має єдине зображення в *нормальній формі Кантора*
$$\omega^{\beta_1} c_1 + \omega^{\beta_2} c_2 + \cdots + \omega^{\beta_k} c_k,$$
де $k \in \mathbb{N}$, $c_1, c_2, \ldots, c_k \in \mathbb{N}$, і $\beta_1 > \beta_2 > \ldots > \beta_k \geq 0$ — порядкові числа. Форма дозволяє знаходити розклади схожі на такий
$$\omega^{\left(\omega^{\left(\omega^7 \cdot 16 + \omega + 412\right)} \cdot 122729 + \omega^9 + 818\right)} \cdot 3 + \omega^{\left(\omega^{\omega}\right)} \cdot 51 + 61235537.$$

- Множина всіх скінченних порядкових чисел позначається ω. Вона є найменшим граничним порядковим числом і найменшим нескінченним (а саме зліченним) порядковим числом. Наступним за ним порядковим числом є $\omega + 1 = \omega \cup \{\omega\}$.
- Умову скінченності порядкового числа α можна записати як $\alpha < \omega$ або, що це ж саме, $\alpha \in \omega$.
- Існує нескінченна множина порядкових чисел, однак не існує множини всіх порядкових чисел. Іншими словами, сукупність усіх порядкових чисел є власне класом.
- Кожна множина порядкових чисел A обмежена зверху та має точну верхню грань, яка позначається $\sup A$. При цьому $A \subseteq \sup A$.
- Якщо α — граничне порядкове число або $\varnothing$, то $\sup \alpha = \alpha$, іншими словами $\sup \alpha < \alpha$.
- Точна верхня грань зліченної множини зліченних порядкових чисел зліченна.
- Кожне порядкове число α має єдине зображення в *нормальній формі Кантора*
$$\omega^{\beta_1} c_1 + \omega^{\beta_2} c_2 + \cdots + \omega^{\beta_k} c_k,$$
де $k \in \mathbb{N}$, $c_1, c_2, \ldots, c_k \in \mathbb{N}$, і $\beta_1 > \beta_2 > \ldots > \beta_k \geq 0$ — порядкові числа. Форма дозволяє знаходити розклади схожі на такий
$$\omega^{\left(\omega^{\left(\omega^7 \cdot 16 + \omega + 412\right)} \cdot 122729 + \omega^9 + 818\right)} \cdot 3 + \omega^{(\omega^\omega)} \cdot 51 + 61235537.$$

- Множина всіх скінченних порядкових чисел позначається ω. Вона є найменшим граничним порядковим числом і найменшим нескінченним (а саме зліченним) порядковим числом. Наступним за ним порядковим числом є $\omega + 1 = \omega \cup \{\omega\}$.
- Умову скінченності порядкового числа α можна записати як $\alpha < \omega$ або, що це ж саме, $\alpha \in \omega$.
- Існує нескінченна множина порядкових чисел, однак не існує множини всіх порядкових чисел. Іншими словами, сукупність усіх порядкових чисел є власне класом.
- Кожна множина порядкових чисел A обмежена зверху та має точну верхню грань, яка позначається $\sup A$. При цьому $A \subseteq \sup A$.
- Якщо α — граничне порядкове число або $\varnothing$, то $\sup \alpha = \alpha$, іншими словами $\sup \alpha < \alpha$.
- Точна верхня грань зліченної множини зліченних порядкових чисел зліченна.
- Кожне порядкове число α має єдине зображення в *нормальній формі Кантора*
$$\omega^{\beta_1} c_1 + \omega^{\beta_2} c_2 + \cdots + \omega^{\beta_k} c_k,$$
де $k \in \mathbb{N}$, $c_1, c_2, \ldots, c_k \in \mathbb{N}$, і $\beta_1 > \beta_2 > \ldots > \beta_k \geq 0$ — порядкові числа. Форма дозволяє знаходити розклади схожі на такий
$$\omega^{\left(\omega^{\left(\omega^7 \cdot 16 + \omega + 412\right)} \cdot 122729 + \omega^9 + 818\right)} \cdot 3 + \omega^{(\omega^\omega)} \cdot 51 + 61235537.$$

- Множина всіх скінченних порядкових чисел позначається ω. Вона є найменшим граничним порядковим числом і найменшим нескінченним (а саме зліченним) порядковим числом. Наступним за ним порядковим числом є $\omega + 1 = \omega \cup \{\omega\}$.
- Умову скінченності порядкового числа α можна записати як $\alpha < \omega$ або, що це ж саме, $\alpha \in \omega$.
- Існує нескінченна множина порядкових чисел, однак не існує множини всіх порядкових чисел. Іншими словами, сукупність усіх порядкових чисел є власне класом.
- Кожна множина порядкових чисел A обмежена зверху та має точну верхню грань, яка позначається $\sup A$. При цьому $A \subseteq \sup A$.
- Якщо α — граничне порядкове число або $\varnothing$, то $\sup \alpha = \alpha$, іншими словами $\sup \alpha < \alpha$.
- Точна верхня грань зліченної множини зліченних порядкових чисел зліченна.
- Кожне порядкове число α має єдине зображення в *нормальній формі Кантора*
$$\omega^{\beta_1} c_1 + \omega^{\beta_2} c_2 + \cdots + \omega^{\beta_k} c_k,$$
де $k \in \mathbb{N}$, $c_1, c_2, \ldots, c_k \in \mathbb{N}$, і $\beta_1 > \beta_2 > \ldots > \beta_k \geq 0$ — порядкові числа. Форма дозволяє знаходити розклади схожі на такий
$$\omega^{\left(\omega^{\left(\omega^7 \cdot 16 + \omega + 412\right)} \cdot 122729 + \omega^9 + 818\right)} \cdot 3 + \omega^{\left(\omega^\omega\right)} \cdot 51 + 61235537.$$

- Множина всіх скінченних порядкових чисел позначається ω. Вона є найменшим граничним порядковим числом і найменшим нескінченним (а саме зліченним) порядковим числом. Наступним за ним порядковим числом є $\omega \dotplus 1 = \omega \cup \{\omega\}$.
- Умову скінченності порядкового числа α можна записати як $\alpha < \omega$ або, що це ж саме, $\alpha \in \omega$.
- Існує нескінченна множина порядкових чисел, однак не існує множини всіх порядкових чисел. Іншими словами, сукупність усіх порядкових чисел є власне класом.
- Кожна множина порядкових чисел A обмежена зверху та має точну верхню грань, яка позначається $\sup A$. При цьому $A \subseteq \sup A$.
- Якщо α — граничне порядкове число або $\varnothing$, то $\sup \alpha = \alpha$, іншими словами $\sup \alpha < \alpha$.
- Точна верхня грань зліченної множини зліченних порядкових чисел зліченна.
- Кожне порядкове число α має єдине зображення в *нормальній формі Кантора*
$$\omega^{\beta_1} c_1 + \omega^{\beta_2} c_2 + \cdots + \omega^{\beta_k} c_k,$$
де $k \in \mathbb{N}$, $c_1, c_2, \ldots, c_k \in \mathbb{N}$, і $\beta_1 > \beta_2 > \ldots > \beta_k \geq 0$ — порядкові числа. Форма дозволяє знаходити розклади схожі на такий
$$\omega^{\left(\omega^{\left(\omega^7 \cdot 16 + \omega + 412\right)} \cdot 122729 + \omega^9 + 818\right)} \cdot 3 + \omega^{(\omega^\omega)} \cdot 51 + 61235537.$$

- Множина всіх скінченних порядкових чисел позначається ω. Вона є найменшим граничним порядковим числом і найменшим нескінченним (а саме зліченним) порядковим числом. Наступним за ним порядковим числом є $\omega \dotplus 1 = \omega \cup \{\omega\}$.
- Умову скінченності порядкового числа α можна записати як $\alpha < \omega$ або, що це ж саме, $\alpha \in \omega$.
- Існує нескінченна множина порядкових чисел, однак не існує множини всіх порядкових чисел. Іншими словами, сукупність усіх порядкових чисел є власне класом.
- Кожна множина порядкових чисел A обмежена зверху та має точну верхню грань, яка позначається $\sup A$. При цьому $A \subseteq \sup A$.
- Якщо α — граничне порядкове число або $\varnothing$, то $\sup \alpha = \alpha$, іншими словами $\sup \alpha < \alpha$.
- Точна верхня грань зліченної множини зліченних порядкових чисел зліченна.
- Кожне порядкове число α має єдине зображення в *нормальній формі Кантора*
$$\omega^{\beta_1} c_1 + \omega^{\beta_2} c_2 + \cdots + \omega^{\beta_k} c_k,$$
де $k \in \mathbb{N}$, $c_1, c_2, \ldots, c_k \in \mathbb{N}$, і $\beta_1 > \beta_2 > \ldots > \beta_k \geq 0$ — порядкові числа. Форма дозволяє знаходити розклади схожі на такий
$$\omega^{\left(\omega^{\left(\omega^7 \cdot 16 + \omega + 412\right)} \cdot 122729 + \omega^9 + 818\right)} \cdot 3 + \omega^{(\omega^\omega)} \cdot 51 + 61235537.$$

Визначення операцій на порядкових числах

- Сума порядкових чисел рекурсивно визначається так:

$$\alpha + 0 = \alpha;$$
$$\alpha + (\beta + 1) = (\alpha + \beta) + 1;$$
$$\alpha + \gamma = \sup\{\alpha + \beta \mid \beta < \gamma\},$$

  де третє правило застосовується у випадку, коли γ є граничним порядковим числом.

- Добуток порядкових чисел рекурсивно визначається так (у тих самих позначеннях):

$$\alpha \cdot 0 = 0;$$
$$\alpha \cdot (\beta + 1) = \alpha \cdot \beta + \alpha;$$
$$\alpha \cdot \gamma = \sup\{\alpha \cdot \beta \mid \beta < \gamma\}.$$

- Використовуючи ті ж позначення, визначимо операцію піднесення в степінь:

$$\alpha^0 = 1;$$
$$\alpha^{\beta+1} = \alpha^\beta \cdot \alpha;$$
$$\alpha^\gamma = \sup\{\alpha^\beta \mid \beta < \gamma\}.$$

Визначення операцій на порядкових числах

- Сума порядкових чисел рекурсивно визначається так:

$$\alpha + 0 = \alpha;$$
$$\alpha + (\beta + 1) = (\alpha + \beta) + 1;$$
$$\alpha + \gamma = \sup\{\alpha + \beta \mid \beta < \gamma\},$$

  де третє правило застосовується у випадку, коли γ є граничним порядковим числом.

- Добуток порядкових чисел рекурсивно визначається так (у тих самих позначеннях):

$$\alpha \cdot 0 = 0;$$
$$\alpha \cdot (\beta + 1) = \alpha \cdot \beta + \alpha;$$
$$\alpha \cdot \gamma = \sup\{\alpha \cdot \beta \mid \beta < \gamma\}.$$

- Використовуючи ті ж позначення, визначимо операцію піднесення в степінь:

$$\alpha^0 = 1;$$
$$\alpha^{\beta+1} = \alpha^\beta \cdot \alpha;$$
$$\alpha^\gamma = \sup\{\alpha^\beta \mid \beta < \gamma\}.$$

Визначення операцій на порядкових числах

- Сума порядкових чисел рекурсивно визначається так:

$$\alpha + 0 = \alpha;$$
$$\alpha + (\beta \dot{+} 1) = (\alpha + \beta) \dot{+} 1;$$
$$\alpha + \gamma = \sup\{\alpha + \beta \mid \beta < \gamma\},$$

  де третє правило застосовується у випадку, коли γ є граничним порядковим числом.
- Добуток порядкових чисел рекурсивно визначається так (у тих самих позначеннях):

$$\alpha \cdot 0 = 0;$$
$$\alpha \cdot (\beta \dot{+} 1) = \alpha \cdot \beta + \alpha;$$
$$\alpha \cdot \gamma = \sup\{\alpha \cdot \beta \mid \beta < \gamma\}.$$

- Використовуючи ті ж позначення, визначимо операцію піднесення в степінь:

$$\alpha^0 = 1;$$
$$\alpha^{\beta \dot{+} 1} = \alpha^\beta \cdot \alpha;$$
$$\alpha^\gamma = \sup\{\alpha^\beta \mid \beta < \gamma\}.$$

Визначення операцій на порядкових числах

- Сума порядкових чисел рекурсивно визначається так:

$$\alpha + 0 = \alpha;$$
$$\alpha + (\beta \dotplus 1) = (\alpha + \beta) \dotplus 1;$$
$$\alpha + \gamma = \sup\{\alpha + \beta \mid \beta < \gamma\},$$

  де третє правило застосовується у випадку, коли γ є граничним порядковим числом.
- Добуток порядкових чисел рекурсивно визначається так (у тих самих позначеннях):

$$\alpha \cdot 0 = 0;$$
$$\alpha \cdot (\beta \dotplus 1) = \alpha \cdot \beta + \alpha;$$
$$\alpha \cdot \gamma = \sup\{\alpha \cdot \beta \mid \beta < \gamma\}.$$

- Використовуючи ті ж позначення, визначимо операцію піднесення в степінь:

$$\alpha^0 = 1;$$
$$\alpha^{\beta \dotplus 1} = \alpha^\beta \cdot \alpha;$$
$$\alpha^\gamma = \sup\{\alpha^\beta \mid \beta < \gamma\}.$$

Визначення операцій на порядкових числах

- Сума порядкових чисел рекурсивно визначається так:

$$\alpha + 0 = \alpha;$$
$$\alpha + (\beta \dotplus 1) = (\alpha + \beta) \dotplus 1;$$
$$\alpha + \gamma = \sup\{\alpha + \beta \mid \beta < \gamma\},$$

  де третє правило застосовується у випадку, коли γ є граничним порядковим числом.

- Добуток порядкових чисел рекурсивно визначається так (у тих самих позначеннях):

$$\alpha \cdot 0 = 0;$$
$$\alpha \cdot (\beta \dotplus 1) = \alpha \cdot \beta + \alpha;$$
$$\alpha \cdot \gamma = \sup\{\alpha \cdot \beta \mid \beta < \gamma\}.$$

- Використовуючи ті ж позначення, визначимо операцію піднесення в степінь:

$$\alpha^0 = 1;$$
$$\alpha^{\beta \dotplus 1} = \alpha^\beta \cdot \alpha;$$
$$\alpha^\gamma = \sup\{\alpha^\beta \mid \beta < \gamma\}.$$

Визначення операцій на порядкових числах

- Сума порядкових чисел рекурсивно визначається так:

$$
\begin{aligned}
&\alpha + 0 = \alpha;\\
&\alpha + (\beta \dotplus 1) = (\alpha + \beta) \dotplus 1;\\
&\alpha + \gamma = \sup\{\alpha + \beta \mid \beta < \gamma\},
\end{aligned}
$$

  де третє правило застосовується у випадку, коли γ є граничним порядковим числом.

- Добуток порядкових чисел рекурсивно визначається так (у тих самих позначеннях):

$$
\begin{aligned}
&\alpha \cdot 0 = 0;\\
&\alpha \cdot (\beta \dotplus 1) = \alpha \cdot \beta + \alpha;\\
&\alpha \cdot \gamma = \sup\{\alpha \cdot \beta \mid \beta < \gamma\}.
\end{aligned}
$$

- Використовуючи ті ж позначення, визначимо операцію піднесення в степінь:

$$
\begin{aligned}
&\alpha^0 = 1;\\
&\alpha^{\beta \dotplus 1} = \alpha^\beta \cdot \alpha;\\
&\alpha^\gamma = \sup\{\alpha^\beta \mid \beta < \gamma\}.
\end{aligned}
$$

Визначення операцій на порядкових числах

- Сума порядкових чисел рекурсивно визначається так:

$$\alpha + 0 = \alpha;$$
$$\alpha + (\beta \dotplus 1) = (\alpha + \beta) \dotplus 1;$$
$$\alpha + \gamma = \sup\{\alpha + \beta \mid \beta < \gamma\},$$

  де третє правило застосовується у випадку, коли γ є граничним порядковим числом.

- Добуток порядкових чисел рекурсивно визначається так (у тих самих позначеннях):

$$\alpha \cdot 0 = 0;$$
$$\alpha \cdot (\beta \dotplus 1) = \alpha \cdot \beta + \alpha;$$
$$\alpha \cdot \gamma = \sup\{\alpha \cdot \beta \mid \beta < \gamma\}.$$

- Використовуючи ті ж позначення, визначимо операцію піднесення в степінь:

$$\alpha^0 = 1;$$
$$\alpha^{\beta \dotplus 1} = \alpha^\beta \cdot \alpha;$$
$$\alpha^\gamma = \sup\{\alpha^\beta \mid \beta < \gamma\}.$$

Визначення операцій на порядкових числах

- Сума порядкових чисел рекурсивно визначається так:

$$\begin{aligned} &\alpha + 0 = \alpha; \\ &\alpha + (\beta \dotplus 1) = (\alpha + \beta) \dotplus 1; \\ &\alpha + \gamma = \sup\{\alpha + \beta \mid \beta < \gamma\}, \end{aligned}$$

  де третє правило застосовується у випадку, коли γ є граничним порядковим числом.
- Добуток порядкових чисел рекурсивно визначається так (у тих самих позначеннях):

$$\begin{aligned} &\alpha \cdot 0 = 0; \\ &\alpha \cdot (\beta \dotplus 1) = \alpha \cdot \beta + \alpha; \\ &\alpha \cdot \gamma = \sup\{\alpha \cdot \beta \mid \beta < \gamma\}. \end{aligned}$$

- Використовуючи ті ж позначення, визначимо операцію піднесення в степінь:

$$\begin{aligned} &\alpha^0 = 1; \\ &\alpha^{\beta \dotplus 1} = \alpha^\beta \cdot \alpha; \\ &\alpha^\gamma = \sup\{\alpha^\beta \mid \beta < \gamma\}. \end{aligned}$$

Визначення операцій на порядкових числах

- Сума порядкових чисел рекурсивно визначається так:

$$\alpha + 0 = \alpha;$$
$$\alpha + (\beta \dotplus 1) = (\alpha + \beta) \dotplus 1;$$
$$\alpha + \gamma = \sup\{\alpha + \beta \mid \beta < \gamma\},$$

  де третє правило застосовується у випадку, коли γ є граничним порядковим числом.
- Добуток порядкових чисел рекурсивно визначається так (у тих самих позначеннях):

$$\alpha \cdot 0 = 0;$$
$$\alpha \cdot (\beta \dotplus 1) = \alpha \cdot \beta + \alpha;$$
$$\alpha \cdot \gamma = \sup\{\alpha \cdot \beta \mid \beta < \gamma\}.$$

- Використовуючи ті ж позначення, визначимо операцію піднесення в степінь:

$$\alpha^0 = 1;$$
$$\alpha^{\beta \dotplus 1} = \alpha^\beta \cdot \alpha;$$
$$\alpha^\gamma = \sup\{\alpha^\beta \mid \beta < \gamma\}.$$

Властивості операцій на порядкових числах

- Додавання порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$1 + \omega = \omega \neq \omega + 1.$$
- Додавання порядкових чисел — асоціативна операція: $\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$, а це дозволяє записувати суму декількох доданків без дужок.
- Сума зростає при зростанні правого доданка і не спадає при зростанні лівого доданка: з $\beta_1 > \beta_2$ випливає $\alpha + \beta_1 > \alpha + \beta_2$ і $\beta_1 + \alpha \geqslant \beta_2 + \alpha$.
- Якщо $\alpha \geqslant \beta$, то існує єдиний ординал γ, для якого $\beta + \gamma = \alpha$.
- Множення порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$2 \cdot \omega = \omega \neq \omega \cdot 2.$$
- Множення порядкових чисел — асоціативна операція:
$$\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma,$$
а це дозволяє записувати добуток декількох співмножників без дужок.
- Для додавання та множення виконується ліва дистрибутивність: $\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$.
- $\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$.
- $\alpha + 1 = \alpha \dotplus 1$.
- $\alpha \in \omega \Longleftrightarrow \alpha + \omega = \omega$.
- $\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$.
- $\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$.
- $\alpha \in \omega \wedge \alpha \neq 0 \Longleftrightarrow \alpha \cdot \omega = \omega$.
- $\alpha + \beta = 0 \Longleftrightarrow \alpha = 0 \wedge \beta = 0$.
- $\alpha \cdot \beta = 0 \Longleftrightarrow \alpha = 0 \vee \beta = 0$.

Властивості операцій на порядкових числах

- Додавання порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$1 + \omega = \omega \neq \omega + 1.$$
- Додавання порядкових чисел — асоціативна операція:
$\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$, а це дозволяє записувати суму декількох доданків без дужок.
- Сума зростає при зростанні правого доданка і не спадає при зростанні лівого доданка: з $\beta_1 > \beta_2$ випливає $\alpha + \beta_1 > \alpha + \beta_2$ і $\beta_1 + \alpha \geqslant \beta_2 + \alpha$.
- Якщо $\alpha \geqslant \beta$, то існує єдиний ординал γ, для якого $\beta + \gamma = \alpha$.
- Множення порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$2 \cdot \omega = \omega \neq \omega \cdot 2.$$
- Множення порядкових чисел — асоціативна операція:
$$\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma,$$
а це дозволяє записувати добуток декількох співмножників без дужок.
- Для додавання та множення виконується ліва дистрибутивність:
$\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$.
- $\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$.
- $\alpha + 1 = \alpha \dot{+} 1$.
- $\alpha \in \omega \Longleftrightarrow \alpha + \omega = \omega$.
- $\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$.
- $\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$.
- $\alpha \in \omega \wedge \alpha \neq 0 \Longleftrightarrow \alpha \cdot \omega = \omega$.
- $\alpha + \beta = 0 \Longleftrightarrow \alpha = 0 \wedge \beta = 0$.
- $\alpha \cdot \beta = 0 \Longleftrightarrow \alpha = 0 \vee \beta = 0$.

Властивості операцій на порядкових числах

- Додавання порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$1 + \omega = \omega \neq \omega + 1.$$
- Додавання порядкових чисел — асоціативна операція: $\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$, а це дозволяє записувати суму декількох доданків без дужок.
- Сума зростає при зростанні правого доданка і не спадає при зростанні лівого доданка: з $\beta_1 > \beta_2$ випливає $\alpha + \beta_1 > \alpha + \beta_2$ і $\beta_1 + \alpha \geqslant \beta_2 + \alpha$.
- Якщо $\alpha \geqslant \beta$, то існує єдиний ординал γ, для якого $\beta + \gamma = \alpha$.
- Множення порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$2 \cdot \omega = \omega \neq \omega \cdot 2.$$
- Множення порядкових чисел — асоціативна операція:
$$\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma,$$
а це дозволяє записувати добуток декількох співмножників без дужок.
- Для додавання та множення виконується ліва дистрибутивність: $\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$.
- $\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$.
- $\alpha + 1 = \alpha \dot{+} 1$.
- $\alpha \in \omega \iff \alpha + \omega = \omega$.
- $\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$.
- $\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$.
- $\alpha \in \omega \wedge \alpha \neq 0 \iff \alpha \cdot \omega = \omega$.
- $\alpha + \beta = 0 \iff \alpha = 0 \wedge \beta = 0$.
- $\alpha \cdot \beta = 0 \iff \alpha = 0 \vee \beta = 0$.

Властивості операцій на порядкових числах

- Додавання порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$1 + \omega = \omega \neq \omega + 1.$$
- Додавання порядкових чисел — асоціативна операція: $\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$, а це дозволяє записувати суму декількох доданків без дужок.
- Сума зростає при зростанні правого доданка і не спадає при зростанні лівого доданка: з $\beta_1 > \beta_2$ випливає $\alpha + \beta_1 > \alpha + \beta_2$ і $\beta_1 + \alpha \geqslant \beta_2 + \alpha$.
- Якщо $\alpha \geqslant \beta$, то існує єдиний ординал γ, для якого $\beta + \gamma = \alpha$.
- Множення порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$2 \cdot \omega = \omega \neq \omega \cdot 2.$$
- Множення порядкових чисел — асоціативна операція:
$$\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma,$$
а це дозволяє записувати добуток декількох співмножників без дужок.
- Для додавання та множення виконується ліва дистрибутивність: $\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$.
- $\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$.
- $\alpha + 1 = \alpha \dot{+} 1$.
- $\alpha \in \omega \iff \alpha + \omega = \omega$.
- $\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$.
- $\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$.
- $\alpha \in \omega \wedge \alpha \neq 0 \iff \alpha \cdot \omega = \omega$.
- $\alpha + \beta = 0 \iff \alpha = 0 \wedge \beta = 0$.
- $\alpha \cdot \beta = 0 \iff \alpha = 0 \vee \beta = 0$.

Властивості операцій на порядкових числах

- Додавання порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$1 + \omega = \omega \neq \omega + 1.$$
- Додавання порядкових чисел — асоціативна операція: $\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$, а це дозволяє записувати суму декількох доданків без дужок.
- Сума зростає при зростанні правого доданка і не спадає при зростанні лівого доданка: з $\beta_1 > \beta_2$ випливає $\alpha + \beta_1 > \alpha + \beta_2$ і $\beta_1 + \alpha \geqslant \beta_2 + \alpha$.
- Якщо $\alpha \geqslant \beta$, то існує єдиний ординал γ, для якого $\beta + \gamma = \alpha$.
- Множення порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$2 \cdot \omega = \omega \neq \omega \cdot 2.$$
- Множення порядкових чисел — асоціативна операція:
$$\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma,$$
а це дозволяє записувати добуток декількох співмножників без дужок.
- Для додавання та множення виконується ліва дистрибутивність: $\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$.
- $\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$.
- $\alpha + 1 = \alpha \dotplus 1$.
- $\alpha \in \omega \iff \alpha + \omega = \omega$.
- $\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$.
- $\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$.
- $\alpha \in \omega \wedge \alpha \neq 0 \iff \alpha \cdot \omega = \omega$.
- $\alpha + \beta = 0 \iff \alpha = 0 \wedge \beta = 0$.
- $\alpha \cdot \beta = 0 \iff \alpha = 0 \vee \beta = 0$.

Властивості операцій на порядкових числах

- Додавання порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$1 + \omega = \omega \neq \omega + 1.$$
- Додавання порядкових чисел — асоціативна операція:
$\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$, а це дозволяє записувати суму декількох доданків без дужок.
- Сума зростає при зростанні правого доданка і не спадає при зростанні лівого доданка: з $\beta_1 > \beta_2$ випливає $\alpha + \beta_1 > \alpha + \beta_2$ і $\beta_1 + \alpha \geqslant \beta_2 + \alpha$.
- Якщо $\alpha \geqslant \beta$, то існує єдиний ординал γ, для якого $\beta + \gamma = \alpha$.
- Множення порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$2 \cdot \omega = \omega \neq \omega \cdot 2.$$
- Множення порядкових чисел — асоціативна операція:
$$\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma,$$
а це дозволяє записувати добуток декількох співмножників без дужок.
- Для додавання та множення виконується ліва дистрибутивність:
$\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$.
- $\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$.
- $\alpha + 1 = \alpha \dot{+} 1$.
- $\alpha \in \omega \iff \alpha + \omega = \omega$.
- $\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$.
- $\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$.
- $\alpha \in \omega \wedge \alpha \neq 0 \iff \alpha \cdot \omega = \omega$.
- $\alpha + \beta = 0 \iff \alpha = 0 \wedge \beta = 0$.
- $\alpha \cdot \beta = 0 \iff \alpha = 0 \vee \beta = 0$.

Властивості операцій на порядкових числах

- Додавання порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$1 + \omega = \omega \neq \omega + 1.$$
- Додавання порядкових чисел — асоціативна операція: $\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$, а це дозволяє записувати суму декількох доданків без дужок.
- Сума зростає при зростанні правого доданка і не спадає при зростанні лівого доданка: з $\beta_1 > \beta_2$ випливає $\alpha + \beta_1 > \alpha + \beta_2$ і $\beta_1 + \alpha \geqslant \beta_2 + \alpha$.
- Якщо $\alpha \geqslant \beta$, то існує єдиний ординал γ, для якого $\beta + \gamma = \alpha$.
- Множення порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$2 \cdot \omega = \omega \neq \omega \cdot 2.$$
- Множення порядкових чисел — асоціативна операція:
$$\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma,$$
а це дозволяє записувати добуток декількох співмножників без дужок.
- Для додавання та множення виконується ліва дистрибутивність: $\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$.
- $\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$.
- $\alpha + 1 = \alpha \dot{+} 1$.
- $\alpha \in \omega \Longleftrightarrow \alpha + \omega = \omega$.
- $\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$.
- $\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$.
- $\alpha \in \omega \wedge \alpha \neq 0 \Longleftrightarrow \alpha \cdot \omega = \omega$.
- $\alpha + \beta = 0 \Longleftrightarrow \alpha = 0 \wedge \beta = 0$.
- $\alpha \cdot \beta = 0 \Longleftrightarrow \alpha = 0 \vee \beta = 0$.

Властивості операцій на порядкових числах

- Додавання порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$1 + \omega = \omega \neq \omega + 1.$$
- Додавання порядкових чисел — асоціативна операція: $\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$, а це дозволяє записувати суму декількох доданків без дужок.
- Сума зростає при зростанні правого доданка і не спадає при зростанні лівого доданка: з $\beta_1 > \beta_2$ випливає $\alpha + \beta_1 > \alpha + \beta_2$ і $\beta_1 + \alpha \geqslant \beta_2 + \alpha$.
- Якщо $\alpha \geqslant \beta$, то існує єдиний ординал γ, для якого $\beta + \gamma = \alpha$.
- Множення порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$2 \cdot \omega = \omega \neq \omega \cdot 2.$$
- Множення порядкових чисел — асоціативна операція:
$$\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma,$$
а це дозволяє записувати добуток декількох співмножників без дужок.
- Для додавання та множення виконується ліва дистрибутивність: $\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$.
- $\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$.
- $\alpha + 1 = \alpha \dotplus 1$.
- $\alpha \in \omega \iff \alpha + \omega = \omega$.
- $\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$.
- $\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$.
- $\alpha \in \omega \wedge \alpha \neq 0 \iff \alpha \cdot \omega = \omega$.
- $\alpha + \beta = 0 \iff \alpha = 0 \wedge \beta = 0$.
- $\alpha \cdot \beta = 0 \iff \alpha = 0 \vee \beta = 0$.

Властивості операцій на порядкових числах

- Додавання порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$1 + \omega = \omega \neq \omega + 1.$$
- Додавання порядкових чисел — асоціативна операція: $\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$, а це дозволяє записувати суму декількох доданків без дужок.
- Сума зростає при зростанні правого доданка і не спадає при зростанні лівого доданка: з $\beta_1 > \beta_2$ випливає $\alpha + \beta_1 > \alpha + \beta_2$ і $\beta_1 + \alpha \geqslant \beta_2 + \alpha$.
- Якщо $\alpha \geqslant \beta$, то існує єдиний ординал γ, для якого $\beta + \gamma = \alpha$.
- Множення порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$2 \cdot \omega = \omega \neq \omega \cdot 2.$$
- Множення порядкових чисел — асоціативна операція:
$$\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma,$$
а це дозволяє записувати добуток декількох співмножників без дужок.
- Для додавання та множення виконується ліва дистрибутивність: $\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$.
- $\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$.
- $\alpha + 1 = \alpha \dot{+} 1$.
- $\alpha \in \omega \iff \alpha + \omega = \omega$.
- $\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$.
- $\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$.
- $\alpha \in \omega \wedge \alpha \neq 0 \iff \alpha \cdot \omega = \omega$.
- $\alpha + \beta = 0 \iff \alpha = 0 \wedge \beta = 0$.
- $\alpha \cdot \beta = 0 \iff \alpha = 0 \vee \beta = 0$.

Властивості операцій на порядкових числах

- Додавання порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$1 + \omega = \omega \neq \omega + 1.$$
- Додавання порядкових чисел — асоціативна операція: $\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$, а це дозволяє записувати суму декількох доданків без дужок.
- Сума зростає при зростанні правого доданка і не спадає при зростанні лівого доданка: з $\beta_1 > \beta_2$ випливає $\alpha + \beta_1 > \alpha + \beta_2$ і $\beta_1 + \alpha \geqslant \beta_2 + \alpha$.
- Якщо $\alpha \geqslant \beta$, то існує єдиний ординал γ, для якого $\beta + \gamma = \alpha$.
- Множення порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$2 \cdot \omega = \omega \neq \omega \cdot 2.$$
- Множення порядкових чисел — асоціативна операція:
$$\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma,$$
а це дозволяє записувати добуток декількох співмножників без дужок.
- Для додавання та множення виконується ліва дистрибутивність: $\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$.
- $\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$.
- $\alpha + 1 = \alpha \dotplus 1$.
- $\alpha \in \omega \iff \alpha + \omega = \omega$.
- $\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$.
- $\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$.
- $\alpha \in \omega \wedge \alpha \neq 0 \iff \alpha \cdot \omega = \omega$.
- $\alpha + \beta = 0 \iff \alpha = 0 \wedge \beta = 0$.
- $\alpha \cdot \beta = 0 \iff \alpha = 0 \vee \beta = 0$.

Властивості операцій на порядкових числах

- Додавання порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$1 + \omega = \omega \neq \omega + 1.$$
- Додавання порядкових чисел — асоціативна операція: $\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$, а це дозволяє записувати суму декількох доданків без дужок.
- Сума зростає при зростанні правого доданка і не спадає при зростанні лівого доданка: з $\beta_1 > \beta_2$ випливає $\alpha + \beta_1 > \alpha + \beta_2$ і $\beta_1 + \alpha \geqslant \beta_2 + \alpha$.
- Якщо $\alpha \geqslant \beta$, то існує єдиний ординал γ, для якого $\beta + \gamma = \alpha$.
- Множення порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$2 \cdot \omega = \omega \neq \omega \cdot 2.$$
- Множення порядкових чисел — асоціативна операція:
$$\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma,$$
а це дозволяє записувати добуток декількох співмножників без дужок.
- Для додавання та множення виконується ліва дистрибутивність: $\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$.
- $\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$.
- $\alpha + 1 = \alpha \dotplus 1$.
- $\alpha \in \omega \iff \alpha + \omega = \omega$.
- $\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$.
- $\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$.
- $\alpha \in \omega \wedge \alpha \neq 0 \iff \alpha \cdot \omega = \omega$.
- $\alpha + \beta = 0 \iff \alpha = 0 \wedge \beta = 0$.
- $\alpha \cdot \beta = 0 \iff \alpha = 0 \vee \beta = 0$.

Властивості операцій на порядкових числах

- Додавання порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$1 + \omega = \omega \neq \omega + 1.$$
- Додавання порядкових чисел — асоціативна операція: $\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$, а це дозволяє записувати суму декількох доданків без дужок.
- Сума зростає при зростанні правого доданка і не спадає при зростанні лівого доданка: з $\beta_1 > \beta_2$ випливає $\alpha + \beta_1 > \alpha + \beta_2$ і $\beta_1 + \alpha \geqslant \beta_2 + \alpha$.
- Якщо $\alpha \geqslant \beta$, то існує єдиний ординал γ, для якого $\beta + \gamma = \alpha$.
- Множення порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$2 \cdot \omega = \omega \neq \omega \cdot 2.$$
- Множення порядкових чисел — асоціативна операція:
$$\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma,$$
а це дозволяє записувати добуток декількох співмножників без дужок.
- Для додавання та множення виконується ліва дистрибутивність: $\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$.
- $\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$.
- $\alpha + 1 = \alpha \dot{+} 1$.
- $\alpha \in \omega \iff \alpha + \omega = \omega$.
- $\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$.
- $\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$.
- $\alpha \in \omega \wedge \alpha \neq 0 \iff \alpha \cdot \omega = \omega$.
- $\alpha + \beta = 0 \iff \alpha = 0 \wedge \beta = 0$.
- $\alpha \cdot \beta = 0 \iff \alpha = 0 \vee \beta = 0$.

Властивості операцій на порядкових числах

- Додавання порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$1 + \omega = \omega \neq \omega + 1.$$
- Додавання порядкових чисел — асоціативна операція: $\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$, а це дозволяє записувати суму декількох доданків без дужок.
- Сума зростає при зростанні правого доданка і не спадає при зростанні лівого доданка: з $\beta_1 > \beta_2$ випливає $\alpha + \beta_1 > \alpha + \beta_2$ і $\beta_1 + \alpha \geqslant \beta_2 + \alpha$.
- Якщо $\alpha \geqslant \beta$, то існує єдиний ординал γ, для якого $\beta + \gamma = \alpha$.
- Множення порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$2 \cdot \omega = \omega \neq \omega \cdot 2.$$
- Множення порядкових чисел — асоціативна операція:
$$\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma,$$
а це дозволяє записувати добуток декількох співмножників без дужок.
- Для додавання та множення виконується ліва дистрибутивність: $\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$.
- $\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$.
- $\alpha + 1 = \alpha \dot{+} 1$.
- $\alpha \in \omega \iff \alpha + \omega = \omega$.
- $\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$.
- $\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$.
- $\alpha \in \omega \wedge \alpha \neq 0 \iff \alpha \cdot \omega = \omega$.
- $\alpha + \beta = 0 \iff \alpha = 0 \wedge \beta = 0$.
- $\alpha \cdot \beta = 0 \iff \alpha = 0 \vee \beta = 0$.

Властивості операцій на порядкових числах

- Додавання порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$1 + \omega = \omega \neq \omega + 1.$$
- Додавання порядкових чисел — асоціативна операція: $\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$, а це дозволяє записувати суму декількох доданків без дужок.
- Сума зростає при зростанні правого доданка і не спадає при зростанні лівого доданка: з $\beta_1 > \beta_2$ випливає $\alpha + \beta_1 > \alpha + \beta_2$ і $\beta_1 + \alpha \geqslant \beta_2 + \alpha$.
- Якщо $\alpha \geqslant \beta$, то існує єдиний ординал γ, для якого $\beta + \gamma = \alpha$.
- Множення порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$2 \cdot \omega = \omega \neq \omega \cdot 2.$$
- Множення порядкових чисел — асоціативна операція:
$$\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma,$$
а це дозволяє записувати добуток декількох співмножників без дужок.
- Для додавання та множення виконується ліва дистрибутивність: $\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$.
- $\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$.
- $\alpha + 1 = \alpha \dot{+} 1$.
- $\alpha \in \omega \iff \alpha + \omega = \omega$.
- $\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$.
- $\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$.
- $\alpha \in \omega \wedge \alpha \neq 0 \iff \alpha \cdot \omega = \omega$.
- $\alpha + \beta = 0 \iff \alpha = 0 \wedge \beta = 0$.
- $\alpha \cdot \beta = 0 \iff \alpha = 0 \vee \beta = 0$.

Властивості операцій на порядкових числах

- Додавання порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$1 + \omega = \omega \neq \omega + 1.$$
- Додавання порядкових чисел — асоціативна операція: $\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$, а це дозволяє записувати суму декількох доданків без дужок.
- Сума зростає при зростанні правого доданка і не спадає при зростанні лівого доданка: з $\beta_1 > \beta_2$ випливає $\alpha + \beta_1 > \alpha + \beta_2$ і $\beta_1 + \alpha \geqslant \beta_2 + \alpha$.
- Якщо $\alpha \geqslant \beta$, то існує єдиний ординал γ, для якого $\beta + \gamma = \alpha$.
- Множення порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$2 \cdot \omega = \omega \neq \omega \cdot 2.$$
- Множення порядкових чисел — асоціативна операція:
$$\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma,$$
а це дозволяє записувати добуток декількох співмножників без дужок.
- Для додавання та множення виконується ліва дистрибутивність: $\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$.
- $\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$.
- $\alpha + 1 = \alpha \dot{+} 1$.
- $\alpha \in \omega \iff \alpha + \omega = \omega$.
- $\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$.
- $\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$.
- $\alpha \in \omega \wedge \alpha \neq 0 \iff \alpha \cdot \omega = \omega$.
- $\alpha + \beta = 0 \iff \alpha = 0 \wedge \beta = 0$.
- $\alpha \cdot \beta = 0 \iff \alpha = 0 \vee \beta = 0$.

Властивості операцій на порядкових числах

- Додавання порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$1 + \omega = \omega \neq \omega + 1.$$
- Додавання порядкових чисел — асоціативна операція: $\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$, а це дозволяє записувати суму декількох доданків без дужок.
- Сума зростає при зростанні правого доданка і не спадає при зростанні лівого доданка: з $\beta_1 > \beta_2$ випливає $\alpha + \beta_1 > \alpha + \beta_2$ і $\beta_1 + \alpha \geqslant \beta_2 + \alpha$.
- Якщо $\alpha \geqslant \beta$, то існує єдиний ординал γ, для якого $\beta + \gamma = \alpha$.
- Множення порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$2 \cdot \omega = \omega \neq \omega \cdot 2.$$
- Множення порядкових чисел — асоціативна операція:
$$\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma,$$
а це дозволяє записувати добуток декількох співмножників без дужок.
- Для додавання та множення виконується ліва дистрибутивність: $\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$.
- $\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$.
- $\alpha + 1 = \alpha \dotplus 1$.
- $\alpha \in \omega \iff \alpha + \omega = \omega$.
- $\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$.
- $\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$.
- $\alpha \in \omega \wedge \alpha \neq 0 \iff \alpha \cdot \omega = \omega$.
- $\alpha + \beta = 0 \iff \alpha = 0 \wedge \beta = 0$.
- $\alpha \cdot \beta = 0 \iff \alpha = 0 \vee \beta = 0$.

Властивості операцій на порядкових числах

- Додавання порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$1 + \omega = \omega \neq \omega + 1.$$
- Додавання порядкових чисел — асоціативна операція: $\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$, а це дозволяє записувати суму декількох доданків без дужок.
- Сума зростає при зростанні правого доданка і не спадає при зростанні лівого доданка: з $\beta_1 > \beta_2$ випливає $\alpha + \beta_1 > \alpha + \beta_2$ і $\beta_1 + \alpha \geqslant \beta_2 + \alpha$.
- Якщо $\alpha \geqslant \beta$, то існує єдиний ординал γ, для якого $\beta + \gamma = \alpha$.
- Множення порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$2 \cdot \omega = \omega \neq \omega \cdot 2.$$
- Множення порядкових чисел — асоціативна операція:
$$\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma,$$
а це дозволяє записувати добуток декількох співмножників без дужок.
- Для додавання та множення виконується ліва дистрибутивність: $\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$.
- $\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$.
- $\alpha + 1 = \alpha \dot{+} 1$.
- $\alpha \in \omega \iff \alpha + \omega = \omega$.
- $\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$.
- $\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$.
- $\alpha \in \omega \wedge \alpha \neq 0 \iff \alpha \cdot \omega = \omega$.
- $\alpha + \beta = 0 \iff \alpha = 0 \wedge \beta = 0$.
- $\alpha \cdot \beta = 0 \iff \alpha = 0 \vee \beta = 0$.

Властивості операцій на порядкових числах

- Додавання порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$1 + \omega = \omega \neq \omega + 1.$$
- Додавання порядкових чисел — асоціативна операція: $\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$, а це дозволяє записувати суму декількох доданків без дужок.
- Сума зростає при зростанні правого доданка і не спадає при зростанні лівого доданка: з $\beta_1 > \beta_2$ випливає $\alpha + \beta_1 > \alpha + \beta_2$ і $\beta_1 + \alpha \geqslant \beta_2 + \alpha$.
- Якщо $\alpha \geqslant \beta$, то існує єдиний ординал γ, для якого $\beta + \gamma = \alpha$.
- Множення порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$2 \cdot \omega = \omega \neq \omega \cdot 2.$$
- Множення порядкових чисел — асоціативна операція:
$$\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma,$$
а це дозволяє записувати добуток декількох співмножників без дужок.
- Для додавання та множення виконується ліва дистрибутивність: $\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$.
- $\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$.
- $\alpha + 1 = \alpha \dotplus 1$.
- $\alpha \in \omega \iff \alpha + \omega = \omega$.
- $\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$.
- $\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$.
- $\alpha \in \omega \wedge \alpha \neq 0 \iff \alpha \cdot \omega = \omega$.
- $\alpha + \beta = 0 \iff \alpha = 0 \wedge \beta = 0$.
- $\alpha \cdot \beta = 0 \iff \alpha = 0 \vee \beta = 0$.

Властивості операцій на порядкових числах

- Додавання порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$1 + \omega = \omega \neq \omega + 1.$$
- Додавання порядкових чисел — асоціативна операція:
$\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$, а це дозволяє записувати суму декількох доданків без дужок.
- Сума зростає при зростанні правого доданка і не спадає при зростанні лівого доданка: з $\beta_1 > \beta_2$ випливає $\alpha + \beta_1 > \alpha + \beta_2$ і $\beta_1 + \alpha \geqslant \beta_2 + \alpha$.
- Якщо $\alpha \geqslant \beta$, то існує єдиний ординал γ, для якого $\beta + \gamma = \alpha$.
- Множення порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$2 \cdot \omega = \omega \neq \omega \cdot 2.$$
- Множення порядкових чисел — асоціативна операція:
$$\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma,$$
а це дозволяє записувати добуток декількох співмножників без дужок.
- Для додавання та множення виконується ліва дистрибутивність:
$\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$.
- $\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$.
- $\alpha + 1 = \alpha \dotplus 1$.
- $\alpha \in \omega \iff \alpha + \omega = \omega$.
- $\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$.
- $\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$.
- $\alpha \in \omega \land \alpha \neq 0 \iff \alpha \cdot \omega = \omega$.
- $\alpha + \beta = 0 \iff \alpha = 0 \land \beta = 0$.
- $\alpha \cdot \beta = 0 \iff \alpha = 0 \lor \beta = 0$.

Властивості операцій на порядкових числах

- Додавання порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$1 + \omega = \omega \neq \omega + 1.$$
- Додавання порядкових чисел — асоціативна операція:
$\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$, а це дозволяє записувати суму декількох доданків без дужок.
- Сума зростає при зростанні правого доданка і не спадає при зростанні лівого доданка: з $\beta_1 > \beta_2$ випливає $\alpha + \beta_1 > \alpha + \beta_2$ і $\beta_1 + \alpha \geqslant \beta_2 + \alpha$.
- Якщо $\alpha \geqslant \beta$, то існує єдиний ординал γ, для якого $\beta + \gamma = \alpha$.
- Множення порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$2 \cdot \omega = \omega \neq \omega \cdot 2.$$
- Множення порядкових чисел — асоціативна операція:
$$\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma,$$
а це дозволяє записувати добуток декількох співмножників без дужок.
- Для додавання та множення виконується ліва дистрибутивність:
$\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$.
- $\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$.
- $\alpha + 1 = \alpha \dot{+} 1$.
- $\alpha \in \omega \iff \alpha + \omega = \omega$.
- $\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$.
- $\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$.
- $\alpha \in \omega \wedge \alpha \neq 0 \iff \alpha \cdot \omega = \omega$.
- $\alpha + \beta = 0 \iff \alpha = 0 \wedge \beta = 0$.
- $\alpha \cdot \beta = 0 \iff \alpha = 0 \vee \beta = 0$.

Властивості операцій на порядкових числах

- Додавання порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$1 + \omega = \omega \neq \omega + 1.$$
- Додавання порядкових чисел — асоціативна операція: $\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$, а це дозволяє записувати суму декількох доданків без дужок.
- Сума зростає при зростанні правого доданка і не спадає при зростанні лівого доданка: з $\beta_1 > \beta_2$ випливає $\alpha + \beta_1 > \alpha + \beta_2$ і $\beta_1 + \alpha \geqslant \beta_2 + \alpha$.
- Якщо $\alpha \geqslant \beta$, то існує єдиний ординал γ, для якого $\beta + \gamma = \alpha$.
- Множення порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$2 \cdot \omega = \omega \neq \omega \cdot 2.$$
- Множення порядкових чисел — асоціативна операція:
$$\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma,$$
а це дозволяє записувати добуток декількох співмножників без дужок.
- Для додавання та множення виконується ліва дистрибутивність: $\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$.
- $\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$.
- $\alpha + 1 = \alpha \dotplus 1$.
- $\alpha \in \omega \iff \alpha + \omega = \omega$.
- $\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$.
- $\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$.
- $\alpha \in \omega \wedge \alpha \neq 0 \iff \alpha \cdot \omega = \omega$.
- $\alpha + \beta = 0 \iff \alpha = 0 \wedge \beta = 0$.
- $\alpha \cdot \beta = 0 \iff \alpha = 0 \vee \beta = 0$.

Властивості операцій на порядкових числах

- Додавання порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$1 + \omega = \omega \neq \omega + 1.$$
- Додавання порядкових чисел — асоціативна операція: $\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$, а це дозволяє записувати суму декількох доданків без дужок.
- Сума зростає при зростанні правого доданка і не спадає при зростанні лівого доданка: з $\beta_1 > \beta_2$ випливає $\alpha + \beta_1 > \alpha + \beta_2$ і $\beta_1 + \alpha \geqslant \beta_2 + \alpha$.
- Якщо $\alpha \geqslant \beta$, то існує єдиний ординал γ, для якого $\beta + \gamma = \alpha$.
- Множення порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$2 \cdot \omega = \omega \neq \omega \cdot 2.$$
- Множення порядкових чисел — асоціативна операція:
$$\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma,$$
а це дозволяє записувати добуток декількох співмножників без дужок.
- Для додавання та множення виконується ліва дистрибутивність: $\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$.
- $\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$.
- $\alpha + 1 = \alpha \dot{+} 1$.
- $\alpha \in \omega \iff \alpha + \omega = \omega$.
- $\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$.
- $\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$.
- $\alpha \in \omega \wedge \alpha \neq 0 \iff \alpha \cdot \omega = \omega$.
- $\alpha + \beta = 0 \iff \alpha = 0 \wedge \beta = 0$.
- $\alpha \cdot \beta = 0 \iff \alpha = 0 \vee \beta = 0$.

Властивості операцій на порядкових числах

- Додавання порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$1 + \omega = \omega \neq \omega + 1.$$
- Додавання порядкових чисел — асоціативна операція: $\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$, а це дозволяє записувати суму декількох доданків без дужок.
- Сума зростає при зростанні правого доданка і не спадає при зростанні лівого доданка: з $\beta_1 > \beta_2$ випливає $\alpha + \beta_1 > \alpha + \beta_2$ і $\beta_1 + \alpha \geqslant \beta_2 + \alpha$.
- Якщо $\alpha \geqslant \beta$, то існує єдиний ординал γ, для якого $\beta + \gamma = \alpha$.
- Множення порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$2 \cdot \omega = \omega \neq \omega \cdot 2.$$
- Множення порядкових чисел — асоціативна операція:
$$\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma,$$
а це дозволяє записувати добуток декількох співмножників без дужок.
- Для додавання та множення виконується ліва дистрибутивність: $\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$.
- $\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$.
- $\alpha + 1 = \alpha \dot{+} 1$.
- $\alpha \in \omega \iff \alpha + \omega = \omega$.
- $\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$.
- $\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$.
- $\alpha \in \omega \wedge \alpha \neq 0 \iff \alpha \cdot \omega = \omega$.
- $\alpha + \beta = 0 \iff \alpha = 0 \wedge \beta = 0$.
- $\alpha \cdot \beta = 0 \iff \alpha = 0 \vee \beta = 0$.

Властивості операцій на порядкових числах

- Додавання порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$1+\omega=\omega\neq\omega+1.$$
- Додавання порядкових чисел — асоціативна операція: $\alpha+(\beta+\gamma)=(\alpha+\beta)+\gamma$, а це дозволяє записувати суму декількох доданків без дужок.
- Сума зростає при зростанні правого доданка і не спадає при зростанні лівого доданка: з $\beta_1>\beta_2$ випливає $\alpha+\beta_1>\alpha+\beta_2$ і $\beta_1+\alpha\geqslant\beta_2+\alpha$.
- Якщо $\alpha\geqslant\beta$, то існує єдиний ординал γ, для якого $\beta+\gamma=\alpha$.
- Множення порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$2\cdot\omega=\omega\neq\omega\cdot 2.$$
- Множення порядкових чисел — асоціативна операція:
$$\alpha\cdot(\beta\cdot\gamma)=(\alpha\cdot\beta)\cdot\gamma,$$
а це дозволяє записувати добуток декількох співмножників без дужок.
- Для додавання та множення виконується ліва дистрибутивність: $\alpha\cdot(\beta+\gamma)=\alpha\cdot\beta+\alpha\cdot\gamma$.
- $\alpha+0=0+\alpha=\alpha$.
- $\alpha+1=\alpha\dotplus 1$.
- $\alpha\in\omega\iff\alpha+\omega=\omega$.
- $\alpha\cdot 0=0\cdot\alpha=0$.
- $\alpha\cdot 1=1\cdot\alpha=\alpha$.
- $\alpha\in\omega\wedge\alpha\neq 0\iff\alpha\cdot\omega=\omega$.
- $\alpha+\beta=0\iff\alpha=0\wedge\beta=0$.
- $\alpha\cdot\beta=0\iff\alpha=0\vee\beta=0$.

Властивості операцій на порядкових числах

- Додавання порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$1 + \omega = \omega \neq \omega + 1.$$
- Додавання порядкових чисел — асоціативна операція: $\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$, а це дозволяє записувати суму декількох доданків без дужок.
- Сума зростає при зростанні правого доданка і не спадає при зростанні лівого доданка: з $\beta_1 > \beta_2$ випливає $\alpha + \beta_1 > \alpha + \beta_2$ і $\beta_1 + \alpha \geqslant \beta_2 + \alpha$.
- Якщо $\alpha \geqslant \beta$, то існує єдиний ординал γ, для якого $\beta + \gamma = \alpha$.
- Множення порядкових чисел — некомутативна операція; зокрема,
$$2 \cdot \omega = \omega \neq \omega \cdot 2.$$
- Множення порядкових чисел — асоціативна операція:
$$\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma,$$
а це дозволяє записувати добуток декількох співмножників без дужок.
- Для додавання та множення виконується ліва дистрибутивність: $\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$.
- $\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$.
- $\alpha + 1 = \alpha \dotplus 1$.
- $\alpha \in \omega \iff \alpha + \omega = \omega$.
- $\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$.
- $\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$.
- $\alpha \in \omega \wedge \alpha \neq 0 \iff \alpha \cdot \omega = \omega$.
- $\alpha + \beta = 0 \iff \alpha = 0 \wedge \beta = 0$.
- $\alpha \cdot \beta = 0 \iff \alpha = 0 \vee \beta = 0$.

- $\alpha^0 = 1$.
- $\alpha^1 = \alpha$.
- $\alpha \neq 0 \Longleftrightarrow 0^\alpha = 0$.
- $1^\alpha = 1$.
- $\alpha \in \omega \wedge \alpha > 1 \Longleftrightarrow \alpha^\omega = \omega$.
- $\alpha^\beta \cdot \alpha^\gamma = \alpha^{\beta+\gamma}$.
- $(\alpha^\beta)^\gamma = \alpha^{\beta\cdot\gamma}$.
- $\alpha > 1 \wedge \beta > \gamma \Longleftrightarrow \alpha^\beta > \alpha^\gamma$.
- $\beta \in \omega \Longrightarrow \alpha + \beta = \alpha \underbrace{+1+1+\ldots+1}_{\beta}$.
- $\beta \in \omega \Longrightarrow \alpha \cdot \beta = 0 \underbrace{+\alpha + \alpha + \cdots + \alpha}_{\beta}$.
- $\beta \in \omega \Longrightarrow \alpha^\beta = 1 \underbrace{\cdot\alpha \cdot \alpha \cdot \cdots \cdot \alpha}_{\beta}$.
- У випадку скінченності аргументів додавання, множення та піднесення в степінь переходять у відповідні операції для цілих чисел (зі скінченними результатами).
- У випадку зліченності аргументів результати додавання, множення та піднесення до степіня також є зліченними.

- $\alpha^0 = 1$.
- $\alpha^1 = \alpha$.
- $\alpha \neq 0 \iff 0^\alpha = 0$.
- $1^\alpha = 1$.
- $\alpha \in \omega \land \alpha > 1 \iff \alpha^\omega = \omega$.
- $\alpha^\beta \cdot \alpha^\gamma = \alpha^{\beta+\gamma}$.
- $(\alpha^\beta)^\gamma = \alpha^{\beta\cdot\gamma}$.
- $\alpha > 1 \land \beta > \gamma \iff \alpha^\beta > \alpha^\gamma$.
- $\beta \in \omega \implies \alpha + \beta = \alpha \underbrace{\dotplus 1 \dotplus 1 \dotplus \ldots \dotplus 1}_{\beta}$.
- $\beta \in \omega \implies \alpha \cdot \beta = 0 \underbrace{+ \alpha + \alpha + \cdots + \alpha}_{\beta}$.
- $\beta \in \omega \implies \alpha^\beta = 1 \underbrace{\cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \cdots \cdot \alpha}_{\beta}$.
- У випадку скінченності аргументів додавання, множення та піднесення в степінь переходять у відповідні операції для цілих чисел (зі скінченними результатами).
- У випадку зліченності аргументів результати додавання, множення та піднесення до степіня також є зліченними.

- $\alpha^0 = 1$.
- $\alpha^1 = \alpha$.
- $\alpha \neq 0 \iff 0^\alpha = 0$.
- $1^\alpha = 1$.
- $\alpha \in \omega \wedge \alpha > 1 \iff \alpha^\omega = \omega$.
- $\alpha^\beta \cdot \alpha^\gamma = \alpha^{\beta+\gamma}$.
- $(\alpha^\beta)^\gamma = \alpha^{\beta\cdot\gamma}$.
- $\alpha > 1 \wedge \beta > \gamma \iff \alpha^\beta > \alpha^\gamma$.
- $\beta \in \omega \implies \alpha + \beta = \alpha \underbrace{\dot{+}1\dot{+}1\dot{+}\ldots\dot{+}1}_{\beta}$.
- $\beta \in \omega \implies \alpha \cdot \beta = 0 \underbrace{+\alpha + \alpha + \cdots + \alpha}_{\beta}$.
- $\beta \in \omega \implies \alpha^\beta = 1 \underbrace{\cdot\alpha \cdot \alpha \cdot \cdots \cdot \alpha}_{\beta}$.
- У випадку скінченності аргументів додавання, множення та піднесення в степінь переходять у відповідні операції для цілих чисел (зі скінченними результатами).
- У випадку зліченності аргументів результати додавання, множення та піднесення до степіня також є зліченними.

- $\alpha^0 = 1$.
- $\alpha^1 = \alpha$.
- $\alpha \neq 0 \iff 0^\alpha = 0$.
- $1^\alpha = 1$.
- $\alpha \in \omega \wedge \alpha > 1 \iff \alpha^\omega = \omega$.
- $\alpha^\beta \cdot \alpha^\gamma = \alpha^{\beta+\gamma}$.
- $(\alpha^\beta)^\gamma = \alpha^{\beta \cdot \gamma}$.
- $\alpha > 1 \wedge \beta > \gamma \iff \alpha^\beta > \alpha^\gamma$.
- $\beta \in \omega \implies \alpha + \beta = \alpha \underbrace{\dot{+}1\dot{+}1\dot{+} \ldots \dot{+}1}_{\beta}$.
- $\beta \in \omega \implies \alpha \cdot \beta = 0 \underbrace{+\alpha + \alpha + \cdots + \alpha}_{\beta}$.
- $\beta \in \omega \implies \alpha^\beta = 1 \underbrace{\cdot\alpha \cdot \alpha \cdot \cdots \cdot \alpha}_{\beta}$.
- У випадку скінченності аргументів додавання, множення та піднесення в степінь переходять у відповідні операції для цілих чисел (зі скінченними результатами).
- У випадку зліченності аргументів результати додавання, множення та піднесення до степіня також є зліченними.

- $\alpha^0 = 1$.
- $\alpha^1 = \alpha$.
- $\alpha \neq 0 \iff 0^\alpha = 0$.
- $1^\alpha = 1$.
- $\alpha \in \omega \wedge \alpha > 1 \iff \alpha^\omega = \omega$.
- $\alpha^\beta \cdot \alpha^\gamma = \alpha^{\beta+\gamma}$.
- $(\alpha^\beta)^\gamma = \alpha^{\beta\cdot\gamma}$.
- $\alpha > 1 \wedge \beta > \gamma \iff \alpha^\beta > \alpha^\gamma$.
- $\beta \in \omega \Longrightarrow \alpha + \beta = \alpha \underbrace{\dotplus 1 \dotplus 1 \dotplus \ldots \dotplus 1}_{\beta}$.
- $\beta \in \omega \Longrightarrow \alpha \cdot \beta = 0 \underbrace{+ \alpha + \alpha + \cdots + \alpha}_{\beta}$.
- $\beta \in \omega \Longrightarrow \alpha^\beta = 1 \underbrace{\cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \cdots \cdot \alpha}_{\beta}$.
- У випадку скінченності аргументів додавання, множення та піднесення в степінь переходять у відповідні операції для цілих чисел (зі скінченними результатами).
- У випадку зліченності аргументів результати додавання, множення та піднесення до степіня також є зліченними.

Лекція 12: Ординали. Аксіома вибору. Трансфінітна індукція

- $\alpha^0 = 1$.
- $\alpha^1 = \alpha$.
- $\alpha \neq 0 \iff 0^\alpha = 0$.
- $1^\alpha = 1$.
- $\alpha \in \omega \wedge \alpha > 1 \iff \alpha^\omega = \omega$.
- $\alpha^\beta \cdot \alpha^\gamma = \alpha^{\beta+\gamma}$.
- $(\alpha^\beta)^\gamma = \alpha^{\beta\cdot\gamma}$.
- $\alpha > 1 \wedge \beta > \gamma \iff \alpha^\beta > \alpha^\gamma$.
- $\beta \in \omega \Longrightarrow \alpha + \beta = \alpha \underbrace{\dot{+}1\dot{+}1\dot{+}\ldots\dot{+}1}_{\beta}$.
- $\beta \in \omega \Longrightarrow \alpha \cdot \beta = 0 \underbrace{+\alpha + \alpha + \cdots + \alpha}_{\beta}$.
- $\beta \in \omega \Longrightarrow \alpha^\beta = 1 \underbrace{\cdot\alpha \cdot \alpha \cdot \cdots \cdot \alpha}_{\beta}$.
- У випадку скінченності аргументів додавання, множення та піднесення в степінь переходять у відповідні операції для цілих чисел (зі скінченними результатами).
- У випадку зліченності аргументів результати додавання, множення та піднесення до степіня також є зліченними.

- $\alpha^0 = 1$.
- $\alpha^1 = \alpha$.
- $\alpha \neq 0 \iff 0^\alpha = 0$.
- $1^\alpha = 1$.
- $\alpha \in \omega \wedge \alpha > 1 \iff \alpha^\omega = \omega$.
- $\alpha^\beta \cdot \alpha^\gamma = \alpha^{\beta+\gamma}$.
- $(\alpha^\beta)^\gamma = \alpha^{\beta\cdot\gamma}$.
- $\alpha > 1 \wedge \beta > \gamma \iff \alpha^\beta > \alpha^\gamma$.
- $\beta \in \omega \Longrightarrow \alpha + \beta = \alpha \underbrace{\dot{+}1\dot{+}1\dot{+} \ldots \dot{+}1}_{\beta}$.
- $\beta \in \omega \Longrightarrow \alpha \cdot \beta = 0 \underbrace{+\alpha + \alpha + \cdots + \alpha}_{\beta}$.
- $\beta \in \omega \Longrightarrow \alpha^\beta = 1 \underbrace{\cdot\alpha \cdot \alpha \cdot \cdots \cdot \alpha}_{\beta}$.
- У випадку скінченності аргументів додавання, множення та піднесення в степінь переходять у відповідні операції для цілих чисел (зі скінченними результатами).
- У випадку зліченності аргументів результати додавання, множення та піднесення до степіня також є зліченними.

- $\alpha^0 = 1$.
- $\alpha^1 = \alpha$.
- $\alpha \neq 0 \iff 0^\alpha = 0$.
- $1^\alpha = 1$.
- $\alpha \in \omega \wedge \alpha > 1 \iff \alpha^\omega = \omega$.
- $\alpha^\beta \cdot \alpha^\gamma = \alpha^{\beta+\gamma}$.
- $(\alpha^\beta)^\gamma = \alpha^{\beta \cdot \gamma}$.
- $\alpha > 1 \wedge \beta > \gamma \iff \alpha^\beta > \alpha^\gamma$.
- $\beta \in \omega \implies \alpha + \beta = \alpha \underbrace{+1+1+\ldots+1}_{\beta}$.
- $\beta \in \omega \implies \alpha \cdot \beta = 0 \underbrace{+\alpha+\alpha+\cdots+\alpha}_{\beta}$.
- $\beta \in \omega \implies \alpha^\beta = 1 \underbrace{\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\cdots\cdot\alpha}_{\beta}$.
- У випадку скінченності аргументів додавання, множення та піднесення в степінь переходять у відповідні операції для цілих чисел (зі скінченними результатами).
- У випадку зліченності аргументів результати додавання, множення та піднесення до степіня також є зліченними.

- $\alpha^0 = 1$.
- $\alpha^1 = \alpha$.
- $\alpha \neq 0 \iff 0^\alpha = 0$.
- $1^\alpha = 1$.
- $\alpha \in \omega \wedge \alpha > 1 \iff \alpha^\omega = \omega$.
- $\alpha^\beta \cdot \alpha^\gamma = \alpha^{\beta+\gamma}$.
- $(\alpha^\beta)^\gamma = \alpha^{\beta\cdot\gamma}$.
- $\alpha > 1 \wedge \beta > \gamma \iff \alpha^\beta > \alpha^\gamma$.
- $\beta \in \omega \implies \alpha + \beta = \alpha \underbrace{+1+1+\ldots+1}_{\beta}$.
- $\beta \in \omega \implies \alpha \cdot \beta = 0 \underbrace{+\alpha+\alpha+\cdots+\alpha}_{\beta}$.
- $\beta \in \omega \implies \alpha^\beta = 1 \underbrace{\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\cdots\cdot\alpha}_{\beta}$.
- У випадку скінченності аргументів додавання, множення та піднесення в степінь переходять у відповідні операції для цілих чисел (зі скінченними результатами).
- У випадку зліченності аргументів результати додавання, множення та піднесення до степіня також є зліченними.

Лекція 12: Ординали. Аксіома вибору. Трансфінітна індукція

- $\alpha^0 = 1$.
- $\alpha^1 = \alpha$.
- $\alpha \neq 0 \Longleftrightarrow 0^\alpha = 0$.
- $1^\alpha = 1$.
- $\alpha \in \omega \wedge \alpha > 1 \Longleftrightarrow \alpha^\omega = \omega$.
- $\alpha^\beta \cdot \alpha^\gamma = \alpha^{\beta+\gamma}$.
- $(\alpha^\beta)^\gamma = \alpha^{\beta\cdot\gamma}$.
- $\alpha > 1 \wedge \beta > \gamma \Longleftrightarrow \alpha^\beta > \alpha^\gamma$.
- $\beta \in \omega \Longrightarrow \alpha + \beta = \alpha \underbrace{\dotplus 1 \dotplus 1 \dotplus \ldots \dotplus 1}_{\beta}$.
- $\beta \in \omega \Longrightarrow \alpha \cdot \beta = 0 \underbrace{+\alpha + \alpha + \cdots + \alpha}_{\beta}$.
- $\beta \in \omega \Longrightarrow \alpha^\beta = 1 \underbrace{\cdot\alpha \cdot \alpha \cdot \cdots \cdot \alpha}_{\beta}$.
- У випадку скінченності аргументів додавання, множення та піднесення в степінь переходять у відповідні операції для цілих чисел (зі скінченними результатами).
- У випадку зліченності аргументів результати додавання, множення та піднесення до степіня також є зліченними.

- $\alpha^0 = 1$.
- $\alpha^1 = \alpha$.
- $\alpha \neq 0 \iff 0^\alpha = 0$.
- $1^\alpha = 1$.
- $\alpha \in \omega \wedge \alpha > 1 \iff \alpha^\omega = \omega$.
- $\alpha^\beta \cdot \alpha^\gamma = \alpha^{\beta+\gamma}$.
- $(\alpha^\beta)^\gamma = \alpha^{\beta \cdot \gamma}$.
- $\alpha > 1 \wedge \beta > \gamma \iff \alpha^\beta > \alpha^\gamma$.
- $\beta \in \omega \Longrightarrow \alpha + \beta = \alpha \underbrace{\dot{+} 1 \dot{+} 1 \dot{+} \ldots \dot{+} 1}_{\beta}$.
- $\beta \in \omega \Longrightarrow \alpha \cdot \beta = 0 \underbrace{+ \alpha + \alpha + \cdots + \alpha}_{\beta}$.
- $\beta \in \omega \Longrightarrow \alpha^\beta = 1 \underbrace{\cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \cdots \cdot \alpha}_{\beta}$.
- У випадку скінченності аргументів додавання, множення та піднесення в степінь переходять у відповідні операції для цілих чисел (зі скінченними результатами).
- У випадку зліченності аргументів результати додавання, множення та піднесення до степіня також є зліченними.

- $\alpha^0 = 1$.
- $\alpha^1 = \alpha$.
- $\alpha \neq 0 \iff 0^\alpha = 0$.
- $1^\alpha = 1$.
- $\alpha \in \omega \wedge \alpha > 1 \iff \alpha^\omega = \omega$.
- $\alpha^\beta \cdot \alpha^\gamma = \alpha^{\beta+\gamma}$.
- $(\alpha^\beta)^\gamma = \alpha^{\beta\cdot\gamma}$.
- $\alpha > 1 \wedge \beta > \gamma \iff \alpha^\beta > \alpha^\gamma$.
- $\beta \in \omega \Longrightarrow \alpha + \beta = \alpha \underbrace{\dot{+}1\dot{+}1\dot{+}\ldots\dot{+}1}_{\beta}$.
- $\beta \in \omega \Longrightarrow \alpha \cdot \beta = 0 \underbrace{+\alpha + \alpha + \cdots + \alpha}_{\beta}$.
- $\beta \in \omega \Longrightarrow \alpha^\beta = 1 \underbrace{\cdot\alpha \cdot \alpha \cdot \cdots \cdot \alpha}_{\beta}$.
- У випадку скінченності аргументів додавання, множення та піднесення в степінь переходять у відповідні операції для цілих чисел (зі скінченними результатами).
- У випадку зліченності аргументів результати додавання, множення та піднесення до степіня також є зліченними.

- $\alpha^0 = 1$.
- $\alpha^1 = \alpha$.
- $\alpha \neq 0 \iff 0^\alpha = 0$.
- $1^\alpha = 1$.
- $\alpha \in \omega \wedge \alpha > 1 \iff \alpha^\omega = \omega$.
- $\alpha^\beta \cdot \alpha^\gamma = \alpha^{\beta+\gamma}$.
- $(\alpha^\beta)^\gamma = \alpha^{\beta\cdot\gamma}$.
- $\alpha > 1 \wedge \beta > \gamma \iff \alpha^\beta > \alpha^\gamma$.
- $\beta \in \omega \implies \alpha + \beta = \alpha \underbrace{\dot{+}1\dot{+}1\dot{+}\ldots\dot{+}1}_{\beta}$.
- $\beta \in \omega \implies \alpha \cdot \beta = 0 \underbrace{+\alpha + \alpha + \cdots + \alpha}_{\beta}$.
- $\beta \in \omega \implies \alpha^\beta = 1 \underbrace{\cdot\alpha \cdot \alpha \cdot \cdots \cdot \alpha}_{\beta}$.
- У випадку скінченності аргументів додавання, множення та піднесення в степінь переходять у відповідні операції для цілих чисел (зі скінченними результатами).
- У випадку зліченності аргументів результати додавання, множення та піднесення до степіня також є зліченними.

- $\alpha^0 = 1.$
- $\alpha^1 = \alpha.$
- $\alpha \neq 0 \iff 0^\alpha = 0.$
- $1^\alpha = 1.$
- $\alpha \in \omega \wedge \alpha > 1 \iff \alpha^\omega = \omega.$
- $\alpha^\beta \cdot \alpha^\gamma = \alpha^{\beta+\gamma}.$
- $(\alpha^\beta)^\gamma = \alpha^{\beta\cdot\gamma}.$
- $\alpha > 1 \wedge \beta > \gamma \iff \alpha^\beta > \alpha^\gamma.$
- $\beta \in \omega \Longrightarrow \alpha + \beta = \alpha \underbrace{\dot{+}1\dot{+}1\dot{+}\ldots\dot{+}1}_{\beta}.$
- $\beta \in \omega \Longrightarrow \alpha \cdot \beta = 0 \underbrace{+\alpha + \alpha + \cdots + \alpha}_{\beta}.$
- $\beta \in \omega \Longrightarrow \alpha^\beta = 1 \underbrace{\cdot\alpha \cdot \alpha \cdot \cdots \cdot \alpha}_{\beta}.$
- У випадку скінченності аргументів додавання, множення та піднесення в степінь переходять у відповідні операції для цілих чисел (зі скінченними результатами).
- У випадку зліченності аргументів результати додавання, множення та піднесення до степіня також є зліченними.

- $\alpha^0 = 1$.
- $\alpha^1 = \alpha$.
- $\alpha \neq 0 \iff 0^\alpha = 0$.
- $1^\alpha = 1$.
- $\alpha \in \omega \wedge \alpha > 1 \iff \alpha^\omega = \omega$.
- $\alpha^\beta \cdot \alpha^\gamma = \alpha^{\beta+\gamma}$.
- $(\alpha^\beta)^\gamma = \alpha^{\beta\cdot\gamma}$.
- $\alpha > 1 \wedge \beta > \gamma \iff \alpha^\beta > \alpha^\gamma$.
- $\beta \in \omega \Longrightarrow \alpha + \beta = \alpha \underbrace{\dot{+}1\dot{+}1\dot{+}\ldots\dot{+}1}_{\beta}$.
- $\beta \in \omega \Longrightarrow \alpha \cdot \beta = 0 \underbrace{+\alpha + \alpha + \cdots + \alpha}_{\beta}$.
- $\beta \in \omega \Longrightarrow \alpha^\beta = 1 \underbrace{\cdot\alpha \cdot \alpha \cdot \cdots \cdot \alpha}_{\beta}$.
- У випадку скінченності аргументів додавання, множення та піднесення в степінь переходять у відповідні операції для цілих чисел (зі скінченними результатами).
- У випадку зліченності аргументів результати додавання, множення та піднесення до степіня також є зліченними.

Кожен елемент a лінійно впорядкованої множини $(A, \leqslant)$ визначає початковий відрізок

$$H_a = \{x \in A \mid x < a\}.$$

Очевидно, що для довільного ординала α маємо, що $H_\alpha = [0, \alpha)$.

Будемо говорити, що для порядкових типів α і β частково впорядкованих множин A і B, відповідно, виконується нерівність:

1) $\alpha < \beta$, якщо частково впорядкована множина A порядково ізоморфна деякому початковому відрізку H частково впорядкованої множини B;
2) $\alpha > \beta$, якщо частково впорядкована множина B порядково ізоморфна деякому початковому відрізку H частково впорядкованої множини A.

З доведеної Цермелом теореми, яка еквівалентна аксіомі вибору та стверджує, що *кожну множину можна впорядкувати повним порядком*, випливає:

Принцип трансфінітної індукції

Якщо деяке твердження виконується для першого елемента цілком впорядкованої множини X, і якщо воно істинне для початкового відрізка $H_a \subset X$, який визначається елементом $a \in X$, то це твердження істинне для кожного елемента множини X.

Кожен елемент a лінійно впорядкованої множини $(A, \leqslant)$ визначає початковий відрізок

$$H_a = \{x \in A \mid x < a\}.$$

Очевидно, що для довільного ординала α маємо, що $H_\alpha = [0, \alpha)$.

Будемо говорити, що для порядкових типів α і β частково впорядкованих множин A і B, відповідно, виконується нерівність:

1) $\alpha < \beta$, якщо частково впорядкована множина A порядково ізоморфна деякому початковому відрізку H частково впорядкованої множини B;
2) $\alpha > \beta$, якщо частково впорядкована множина B порядково ізоморфна деякому початковому відрізку H частково впорядкованої множини A.

З доведеної Цермелом теореми, яка еквівалентна аксіомі вибору та стверджує, що *кожну множину можна впорядкувати повним порядком*, випливає:

Принцип трансфінітної індукції

Якщо деяке твердження виконується для першого елемента цілком впорядкованої множини X, і якщо воно істинне для початкового відрізка $H_a \subset X$, який визначається елементом $a \in X$, то це твердження істинне для кожного елемента множини X.

Кожен елемент a лінійно впорядкованої множини $(A, \leqslant)$ визначає початковий відрізок
$$H_a = \{x \in A \mid x < a\}.$$

Очевидно, що для довільного ординала α маємо, що $H_\alpha = [0, \alpha)$.

Будемо говорити, що для порядкових типів α і β частково впорядкованих множин A і B, відповідно, виконується нерівність:

1) $\alpha < \beta$, якщо частково впорядкована множина A порядково ізоморфна деякому початковому відрізку H частково впорядкованої множини B.
2) $\alpha > \beta$, якщо частково впорядкована множина B порядково ізоморфна деякому початковому відрізку H частково впорядкованої множини A.

З доведеної Цермелом теореми, яка еквівалентна аксіомі вибору та стверджує, що *кожну множину можна впорядкувати повним порядком*, випливає:

Принцип трансфінітної індукції

Якщо деяке твердження виконується для першого елемента цілком впорядкованої множини X, і якщо воно істинне для початкового відрізка $H_a \subset X$, який визначається елементом $a \in X$, то це твердження істинне для кожного елемента множини X.

Кожен елемент a лінійно впорядкованої множини $(A, \leqslant)$ визначає початковий відрізок

$$H_a = \{x \in A \mid x < a\}.$$

Очевидно, що для довільного ординала α маємо, що $H_\alpha = [0, \alpha)$.

Будемо говорити, що для порядкових типів α і β частково впорядкованих множин A і B, відповідно, виконується нерівність:

1) $\alpha < \beta$, якщо частково впорядкована множина A порядково ізоморфна деякому початковому відрізку H частково впорядкованої множини B;
2) $\alpha > \beta$, якщо частково впорядкована множина B порядково ізоморфна деякому початковому відрізку H частково впорядкованої множини A.

З доведеної Цермелом теореми, яка еквівалентна аксіомі вибору та стверджує, що *кожну множину можна впорядкувати повним порядком*, випливає:

Принцип трансфінітної індукції

Якщо деяке твердження виконується для першого елемента цілком впорядкованої множини X, і якщо воно істинне для початкового відрізка $H_a \subset X$, який визначається елементом $a \in X$, то це твердження істинне для кожного елемента множини X.

Кожен елемент a лінійно впорядкованої множини $(A, \leqslant)$ визначає початковий відрізок

$$H_a = \{x \in A \mid x < a\}.$$

Очевидно, що для довільного ординала α маємо, що $H_\alpha = [0, \alpha)$.

Будемо говорити, що для порядкових типів α і β частково впорядкованих множин A і B, відповідно, виконується нерівність:

1) $\alpha < \beta$, якщо частково впорядкована множина A ізоморфна деякому початковому відрізку H_b частково впорядкованої множини B;
2) $\alpha > \beta$, якщо частково впорядкована множина B ізоморфна деякому початковому відрізку H_a частково впорядкованої множини A.

З доведеної Цермелом теореми, яка еквівалентна аксіомі вибору та стверджує, що *кожну множину можна впорядкувати повним порядком*, випливає:

Принцип трансфінітної індукції

Якщо деяке твердження виконується для першого елемента цілком впорядкованої множини X, і якщо воно істинне для початкового відрізка $H_a \subset X$, який визначається елементом $a \in X$, то це твердження істинне для кожного елемента множини X.

Кожен елемент a лінійно впорядкованої множини $(A, \leqslant)$ визначає початковий відрізок

$$H_a = \{x \in A \mid x < a\}.$$

Очевидно, що для довільного ординала α маємо, що $H_\alpha = [0, \alpha)$.

Будемо говорити, що для порядкових типів α і β частково впорядкованих множин A і B, відповідно, виконується нерівність:

1) $\alpha < \beta$, якщо частково впорядкована множина A порядково ізоморфна деякому початковому відрізку H частково впорядкованої множини B;
2) $\alpha > \beta$, якщо частково впорядкована множина B порядково ізоморфна деякому початковому відрізку H частково впорядкованої множини A.

З доведеної Цермелом теореми, яка еквівалентна аксіомі вибору та стверджує, що *кожну множину можна впорядкувати повним порядком*, випливає:

Принцип трансфінітної індукції

Якщо деяке твердження виконується для першого елемента цілком впорядкованої множини X, і якщо воно істинне для початкового відрізка $H_a \subset X$, який визначається елементом $a \in X$, то це твердження істинне для кожного елемента множини X.

Кожен елемент a лінійно впорядкованої множини $(A, \leqslant)$ визначає початковий відрізок

$$H_a = \{x \in A \mid x < a\}.$$

Очевидно, що для довільного ординала α маємо, що $H_\alpha = [0, \alpha)$.

Будемо говорити, що для порядкових типів α і β частково впорядкованих множин A і B, відповідно, виконується нерівність:

1) $\alpha < \beta$, якщо частково впорядкована множина A порядково ізоморфна деякому початковому відрізку H частково впорядкованої множини B;
2) $\alpha > \beta$, якщо частково впорядкована множина B порядково ізоморфна деякому початковому відрізку H частково впорядкованої множини A.

З доведеної Цермелом теореми, яка еквівалентна аксіомі вибору та стверджує, що *кожну множину можна впорядкувати повним порядком*, випливає:

Принцип трансфінітної індукції

Якщо деяке твердження виконується для першого елемента цілком впорядкованої множини X, і якщо воно істинне для початкового відрізка $H_a \subset X$, який визначається елементом $a \in X$, то це твердження істинне для кожного елемента множини X.

Кожен елемент a лінійно впорядкованої множини $(A, \leqslant)$ визначає початковий відрізок

$$H_a = \{x \in A \mid x < a\}.$$

Очевидно, що для довільного ординала α маємо, що $H_\alpha = [0, \alpha)$.

Будемо говорити, що для порядкових типів α і β частково впорядкованих множин A і B, відповідно, виконується нерівність:

1) $\alpha < \beta$, якщо частково впорядкована множина A порядково ізоморфна деякому початковому відрізку H частково впорядкованої множини B;
2) $\alpha > \beta$, якщо частково впорядкована множина B порядково ізоморфна деякому початковому відрізку H частково впорядкованої множини A.

З доведеної Цермелом теореми, яка еквівалентна аксіомі вибору та стверджує, що *кожну множину можна впорядкувати повним порядком*, випливає:

Принцип трансфінітної індукції

Якщо деяке твердження виконується для першого елемента цілком впорядкованої множини X, і якщо воно істинне для початкового відрізка $H_a \subset X$, який визначається елементом $a \in X$, то це твердження істинне для кожного елемента множини X.

Кожен елемент a лінійно впорядкованої множини $(A, \leqslant)$ визначає початковий відрізок

$$H_a = \{x \in A \mid x < a\}.$$

Очевидно, що для довільного ординала α маємо, що $H_\alpha = [0, \alpha)$.

Будемо говорити, що для порядкових типів α і β частково впорядкованих множин A і B, відповідно, виконується нерівність:

1) $\alpha < \beta$, якщо частково впорядкована множина A порядково ізоморфна деякому початковому відрізку H частково впорядкованої множини B;
2) $\alpha > \beta$, якщо частково впорядкована множина B порядково ізоморфна деякому початковому відрізку H частково впорядкованої множини A.

З доведеної Цермелом теореми, яка еквівалентна аксіомі вибору та стверджує, що *кожну множину можна впорядкувати повним порядком*, випливає:

Принцип трансфінітної індукції

Якщо деяке твердження виконується для першого елемента цілком впорядкованої множини X, і якщо воно істинне для початкового відрізка $H_a \subset X$, який визначається елементом $a \in X$, то це твердження істинне для кожного елемента множини X.

Кожен елемент a лінійно впорядкованої множини $(A, \leqslant)$ визначає початковий відрізок

$$H_a = \{x \in A \mid x < a\}.$$

Очевидно, що для довільного ординала α маємо, що $H_\alpha = [0, \alpha)$.

Будемо говорити, що для порядкових типів α і β частково впорядкованих множин A і B, відповідно, виконується нерівність:

1) $\alpha < \beta$, якщо частково впорядкована множина A порядково ізоморфна деякому початковому відрізку H частково впорядкованої множини B;
2) $\alpha > \beta$, якщо частково впорядкована множина B порядково ізоморфна деякому початковому відрізку H частково впорядкованої множини A.

З доведеної Цермелом теореми, яка еквівалентна аксіомі вибору та стверджує, що *кожну множину можна впорядкувати повним порядком*, випливає:

Принцип трансфінітної індукції

Якщо деяке твердження виконується для першого елемента цілком впорядкованої множини X, і якщо воно істинне для початкового відрізка $H_a \subset X$, який визначається елементом $a \in X$, то це твердження істинне для кожного елемента множини X.

Лекція 12: Ординали. Аксіома вибору. Трансфінітна індукція

Кожен елемент a лінійно впорядкованої множини $(A, \leqslant)$ визначає початковий відрізок

$$H_a = \{x \in A \mid x < a\}.$$

Очевидно, що для довільного ординала α маємо, що $H_\alpha = [0, \alpha)$.

Будемо говорити, що для порядкових типів α і β частково впорядкованих множин A і B, відповідно, виконується нерівність:

1) $\alpha < \beta$, якщо частково впорядкована множина A порядково ізоморфна деякому початковому відрізку H частково впорядкованої множини B;
2) $\alpha > \beta$, якщо частково впорядкована множина B порядково ізоморфна деякому початковому відрізку H частково впорядкованої множини A.

З доведеної Цермелом теореми, яка еквівалентна аксіомі вибору та стверджує, що *кожну множину можна впорядкувати повним порядком*, випливає:

Принцип трансфінітної індукції

Якщо деяке твердження виконується для першого елемента цілком впорядкованої множини X, і якщо воно істинне для початкового відрізка $H_a \subset X$, який визначається елементом $a \in X$, то це твердження істинне для кожного елемента множини X.

Кожен елемент a лінійно впорядкованої множини $(A, \leqslant)$ визначає початковий відрізок

$$H_a = \{x \in A \mid x < a\}.$$

Очевидно, що для довільного ординала α маємо, що $H_\alpha = [0, \alpha)$.

Будемо говорити, що для порядкових типів α і β частково впорядкованих множин A і B, відповідно, виконується нерівність:

1) $\alpha < \beta$, якщо частково впорядкована множина A порядково ізоморфна деякому початковому відрізку H частково впорядкованої множини B;
2) $\alpha > \beta$, якщо частково впорядкована множина B порядково ізоморфна деякому початковому відрізку H частково впорядкованої множини A.

З доведеної Цермелом теореми, яка еквівалентна аксіомі вибору та стверджує, що *кожну множину можна впорядкувати повним порядком*, випливає:

Принцип трансфінітної індукції

Якщо деяке твердження виконується для першого елемента цілком впорядкованої множини X, і якщо воно істинне для початкового відрізка $H_a \subset X$, який визначається елементом $a \in X$, то це твердження істинне для кожного елемента множини X.

Кожен елемент a лінійно впорядкованої множини $(A, \leqslant)$ визначає початковий відрізок

$$H_a = \{x \in A \mid x < a\}.$$

Очевидно, що для довільного ордината α маємо, що $H_\alpha = [0, \alpha)$.

Будемо говорити, що для порядкових типів α і β частково впорядкованих множин A і B, відповідно, виконується нерівність:

1) $\alpha < \beta$, якщо частково впорядкована множина A порядково ізоморфна деякому початковому відрізку H частково впорядкованої множини B;
2) $\alpha > \beta$, якщо частково впорядкована множина B порядково ізоморфна деякому початковому відрізку H частково впорядкованої множини A.

З доведеної Цермелом теореми, яка еквівалентна аксіомі вибору та стверджує, що *кожну множину можна впорядкувати повним порядком*, випливає:

Принцип трансфінітної індукції

Якщо деяке твердження виконується для першого елемента цілком впорядкованої множини X, і якщо воно істинне для початкового відрізка $H_a \subset X$, який визначається елементом $a \in X$, то це твердження істинне для кожного елемента множини X.

Кожен елемент a лінійно впорядкованої множини $(A, \leqslant)$ визначає початковий відрізок
$$H_a = \{x \in A \mid x < a\}.$$

Очевидно, що для довільного ордінала α маємо, що $H_\alpha = [0, \alpha)$.

Будемо говорити, що для порядкових типів α і β частково впорядкованих множин A і B, відповідно, виконується нерівність:

1) $\alpha < \beta$, якщо частково впорядкована множина A порядково ізоморфна деякому початковому відрізку H частково впорядкованої множини B;
2) $\alpha > \beta$, якщо частково впорядкована множина B порядково ізоморфна деякому початковому відрізку H частково впорядкованої множини A.

З доведеної Цермелом теореми, яка еквівалентна аксіомі вибору та стверджує, що *кожну множину можна впорядкувати повним порядком*, випливає:

Принцип трансфінітної індукції

Якщо деяке твердження виконується для першого елемента цілком впорядкованої множини X, і якщо воно істинне для початкового відрізка $H_a \subset X$, який визначається елементом $a \in X$, то це твердження істинне для кожного елемента множини X.

Кожен елемент a лінійно впорядкованої множини $(A, \leqslant)$ визначає початковий відрізок

$$H_a = \{x \in A \mid x < a\}.$$

Очевидно, що для довільного ординала α маємо, що $H_\alpha = [0, \alpha)$.

Будемо говорити, що для порядкових типів α і β частково впорядкованих множин A і B, відповідно, виконується нерівність:

1) $\alpha < \beta$, якщо частково впорядкована множина A порядково ізоморфна деякому початковому відрізку H частково впорядкованої множини B;
2) $\alpha > \beta$, якщо частково впорядкована множина B порядково ізоморфна деякому початковому відрізку H частково впорядкованої множини A.

З доведеної Цермелом теореми, яка еквівалентна аксіомі вибору та стверджує, що *кожну множину можна впорядкувати повним порядком*, випливає:

Принцип трансфінітної індукції

Якщо деяке твердження виконується для першого елемента цілком впорядкованої множини X, і якщо воно істинне для початкового відрізка $H_a \subset X$, який визначається елементом $a \in X$, то це твердження істинне для кожного елемента множини X.

У багатьох випадках трансфінітна індукція використовується разом з теоремою Цермело, яка стверджує, що будь-яку множину можна цілком впорядкувати. Теорема Цермело еквівалентна аксіомі вибору, тому доведення є неконструктивним.

Як приклад доведемо, що можна визначити деяку множину кіл таку, щоб через кожну точку площини проходило рівно два кола. Це твердження можна довести, побудувавши явну конструкцію. Однак для випадку трьох кіл явна конструкція досі не відома, тоді як доведення її існування мало чим відрізнятиметься від нижче наведеного.

У багатьох випадках трансфінітна індукція використовується разом з теоремою Цермело, яка стверджує, що будь-яку множину можна цілком впорядкувати. Теорема Цермело еквівалентна аксіомі вибору, тому доведення є неконструктивним.

Як приклад доведемо, що можна визначити деяку множину кіл таку, щоб через кожну точку площини проходило рівно два кола. Це твердження можна довести, побудувавши явну конструкцію. Однак для випадку трьох кіл явна конструкція досі не відома, тоді як доведення її існування мало чим відрізнятиметься від нижче наведеного.

У багатьох випадках трансфінітна індукція використовується разом з теоремою Цермело, яка стверджує, що будь-яку множину можна цілком впорядкувати. Теорема Цермело еквівалентна аксіомі вибору, тому доведення є неконструктивним.

Як приклад доведемо, що можна визначити деяку множину кіл таку, щоб через кожну точку площини проходило рівно два кола. Це твердження можна довести, побудувавши явну конструкцію. Однак для випадку трьох кіл явна конструкція досі не відома, тоді як доведення її існування мало чим відрізнятиметься від нижче наведеного.

У багатьох випадках трансфінітна індукція використовується разом з теоремою Цермело, яка стверджує, що будь-яку множину можна цілком впорядкувати. Теорема Цермело еквівалентна аксіомі вибору, тому доведення є неконструктивним.

Як приклад доведемо, що можна визначити деяку множину кіл таку, щоб через кожну точку площини проходило рівно два кола. Це твердження можна довести, побудувавши явну конструкцію. Однак для випадку трьох кіл явна конструкція досі не відома, тоді як доведення її існування мало чим відрізнятиметься від нижче наведеного.

У багатьох випадках трансфінітна індукція використовується разом з теоремою Цермело, яка стверджує, що будь-яку множину можна цілком впорядкувати. Теорема Цермело еквівалентна аксіомі вибору, тому доведення є неконструктивним.

Як приклад доведемо, що можна визначити деяку множину кіл таку, щоб через кожну точку площини проходило рівно два кола. Це твердження можна довести, побудувавши явну конструкцію. Однак для випадку трьох кіл явна конструкція досі не відома, тоді як доведення її існування мало чим відрізнятиметься від нижче наведеного.

У багатьох випадках трансфінітна індукція використовується разом з теоремою Цермело, яка стверджує, що будь-яку множину можна цілком впорядкувати. Теорема Цермело еквівалентна аксіомі вибору, тому доведення є неконструктивним.

Як приклад доведемо, що можна визначити деяку множину кіл таку, щоб через кожну точку площини проходило рівно два кола. Це твердження можна довести, побудувавши явну конструкцію. Однак для випадку трьох кіл явна конструкція досі не відома, тоді як доведення її існування мало чим відрізнятиметься від нижче наведеного.

У багатьох випадках трансфінітна індукція використовується разом з теоремою Цермело, яка стверджує, що будь-яку множину можна цілком впорядкувати. Теорема Цермело еквівалентна аксіомі вибору, тому доведення є неконструктивним.

Як приклад доведемо, що можна визначити деяку множину кіл таку, щоб через кожну точку площини проходило рівно два кола. Це твердження можна довести, побудувавши явну конструкцію. Однак для випадку трьох кіл явна конструкція досі не відома, тоді як доведення її існування мало чим відрізнятиметься від нижче наведеного.

У багатьох випадках трансфінітна індукція використовується разом з теоремою Цермело, яка стверджує, що будь-яку множину можна цілком впорядкувати. Теорема Цермело еквівалентна аксіомі вибору, тому доведення є неконструктивним.

Як приклад доведемо, що можна визначити деяку множину кіл таку, щоб через кожну точку площини проходило рівно два кола. Це твердження можна довести, побудувавши явну конструкцію. Однак для випадку трьох кіл явна конструкція досі не відома, тоді як доведення її існування мало чим відрізнятиметься від нижче наведеного.

Упорядкуємо всі точки множини так, щоб потужність множини точок, менших x була менша, ніж континуум. Зауважимо, що можна довести, що будь-яку множину можна цілком впорядкувати так, щоб для будь-якого його елемента множини менших за нього мало меншу потужність. Як $P(x)$ візьмемо таке твердження: можна провести меншу, ніж континуальну множину різних кіл так, щоб кожна точка, яка є меншою або рівною x була покрита рівно 2-ма колами, а всі інші точки були покритими не більше, ніж двома колами, а також для будь-якої точки $y < x$ цю множину можна вибрати такою, щоб вона містила множину кіл для точки y. Якщо x — мінімальна точка, тоді візьмемо будь-які 2-а різні кола, які проходять через цю точку. Твердження $P(x)$ для мінімального x доведено. Нехай тепер x — будь-яка точка, і відомо, що твердження є вірним для будь-якого $y < x$. Візьмемо об'єднання множин кіл для всіх точок $y < x$. Згідно з припущенням індукції можна вважати, що множини кіл для більших точок включають множини кіл для менших точок, тому отримана множина буде покривати точки площини не більше двох разів. Оскільки множина елементів, які є менші ніж x, є меншою, ніж континуум, і кожна об'єднана множина менша, ніж континуум, тоді отримана множина також буде мати меншу потужність, ніж континуум. Побудована множина кіл вже вдвічі покриває всі точки, менші за x.

Упорядкуємо всі точки множини так, щоб потужність множини точок, менших x була менша, ніж континуум. Зауважимо, що можна довести, що будь-яку множину можна цілком впорядкувати так, щоб для будь-якого його елемента множини менших за нього мало меншу потужність. Як $P(x)$ візьмемо таке твердження: можна провести меншу, ніж континуальну множину різних кіл так, щоб кожна точка, яка є меншою або рівною x була покрита рівно 2-ма колами, а всі інші точки були покритими не більше, ніж двома колами, а також для будь-якої точки $y < x$ цю множину можна вибрати такою, щоб вона містила множину кіл для точки y. Якщо x — мінімальна точка, тоді візьмемо будь-які 2-а різні кола, які проходять через цю точку. Твердження $P(x)$ для мінімального x доведено. Нехай тепер x — будь-яка точка, і відомо, що твердження є вірним для будь-якого $y < x$. Візьмемо об'єднання множин кіл для всіх точок $y < x$. Згідно з припущенням індукції можна вважати, що множини кіл для більших точок включають множини кіл для менших точок, тому отримана множина буде покривати точки площини не більше двох разів. Оскільки множина елементів, які є менші ніж x, є меншою, ніж континуум, і кожна об'єднана множина менша, ніж континуум, тоді отримана множина також буде мати меншу потужність, ніж континуум. Побудована множина кіл вже вдвічі покриває всі точки, менші за x.

Упорядкуємо всі точки множини так, щоб потужність множини точок, менших x була менша, ніж континуум. Зауважимо, що можна довести, що будь-яку множину можна цілком впорядкувати так, щоб для будь-якого його елемента множини менших за нього мало меншу потужність. Як $P(x)$ візьмемо таке твердження: можна провести меншу, ніж континуальну множину різних кіл так, щоб кожна точка, яка є меншою або рівною x була покрита рівно 2-ма колами, а всі інші точки були покритими не більше, ніж двома колами, а також для будь-якої точки $y < x$ цю множину можна вибрати такою, щоб вона містила множину кіл для точки y. Якщо x — мінімальна точка, тоді візьмемо будь-які 2-а різні кола, які проходять через цю точку. Твердження $P(x)$ для мінімального x доведено. Нехай тепер x — будь-яка точка, і відомо, що твердження є вірним для будь-якого $y < x$. Візьмемо об'єднання множин кіл для всіх точок $y < x$. Згідно з припущенням індукції можна вважати, що множини кіл для більших точок включають множини кіл для менших точок, тому отримана множина буде покривати точки площини не більше двох разів. Оскільки множина елементів, які є менші ніж x, є меншою, ніж континуум, і кожна об'єднана множина менша, ніж континуум, тоді отримана множина також буде мати меншу потужність, ніж континуум. Побудована множина кіл вже вдвічі покриває всі точки, менші за x.

Упорядкуємо всі точки множини так, щоб потужність множини точок, менших x була менша, ніж континуум. Зауважимо, що можна довести, що будь-яку множину можна цілком впорядкувати так, щоб для будь-якого його елемента множини менших за нього мало меншу потужність. Як $P(x)$ візьмемо таке твердження: можна провести меншу, ніж континуальну множину різних кіл так, щоб кожна точка, яка є меншою або рівною x була покрита рівно 2-ма колами, а всі інші точки були покритими не більше, ніж двома колами, а також для будь-якої точки $y < x$ цю множину можна вибрати такою, щоб вона містила множину кіл для точки y. Якщо x — мінімальна точка, тоді візьмемо будь-які 2-а різні кола, які проходять через цю точку. Твердження $P(x)$ для мінімального x доведено. Нехай тепер x — будь-яка точка, і відомо, що твердження є вірним для будь-якого $y < x$. Візьмемо об'єднання множин кіл для всіх точок $y < x$. Згідно з припущенням індукції можна вважати, що множини кіл для більших точок включають множини кіл для менших точок, тому отримана множина буде покривати точки площини не більше двох разів. Оскільки множина елементів, які є менші ніж x, є меншою, ніж континуум, і кожна об'єднана множина менша, ніж континуум, тоді отримана множина також буде мати меншу потужність, ніж континуум. Побудована множина кіл вже вдвічі покриває всі точки, менші за x.

Упорядкуємо всі точки множини так, щоб потужність множини точок, менших x була менша, ніж континуум. Зауважимо, що можна довести, що будь-яку множину можна цілком впорядкувати так, щоб для будь-якого його елемента множини менших за нього мало меншу потужність. Як $P(x)$ візьмемо таке твердження: можна провести меншу, ніж континуальну множину різних кіл так, щоб кожна точка, яка є меншою або рівною x була покрита рівно 2-ма колами, а всі інші точки були покритими не більше, ніж двома колами, а також для будь-якої точки $y < x$ цю множину можна вибрати такою, щоб вона містила множину кіл для точки y. Якщо x — мінімальна точка, тоді візьмемо будь-які 2-а різні кола, які проходять через цю точку. Твердження $P(x)$ для мінімального x доведено. Нехай тепер x — будь-яка точка, і відомо, що твердження є вірним для будь-якого $y < x$. Візьмемо об'єднання множин кіл для всіх точок $y < x$. Згідно з припущенням індукції можна вважати, що множини кіл для більших точок включають множини кіл для менших точок, тому отримана множина буде покривати точки площини не більше двох разів. Оскільки множина елементів, які є менші ніж x, є меншою, ніж континуум, і кожна об'єднана множина менша, ніж континуум, тоді отримана множина також буде мати меншу потужність, ніж континуум. Побудована множина кіл вже вдвічі покриває всі точки, менші за x.

Упорядкуємо всі точки множини так, щоб потужність множини точок, менших x була менша, ніж континуум. Зауважимо, що можна довести, що будь-яку множину можна цілком впорядкувати так, щоб для будь-якого його елемента множини менших за нього мало меншу потужність. Як $P(x)$ візьмемо таке твердження: можна провести меншу, ніж континуальну множину різних кіл так, щоб кожна точка, яка є меншою або рівною x була покрита рівно 2-ма колами, а всі інші точки були покритими не більше, ніж двома колами, а також для будь-якої точки $y < x$ цю множину можна вибрати такою, щоб вона містила множину кіл для точки y. Якщо x — мінімальна точка, тоді візьмемо будь-які 2-а різні кола, які проходять через цю точку. Твердження $P(x)$ для мінімального x доведено. Нехай тепер x — будь-яка точка, і відомо, що твердження є вірним для будь-якого $y < x$. Візьмемо об'єднання множин кіл для всіх точок $y < x$. Згідно з припущенням індукції можна вважати, що множини кіл для більших точок включають множини кіл для менших точок, тому отримана множина буде покривати точки площини не більше двох разів. Оскільки множина елементів, які є менші ніж x, є меншою, ніж континуум, і кожна об'єднана множина менша, ніж континуум, тоді отримана множина також буде мати меншу потужність, ніж континуум. Побудована множина кіл вже вдвічі покриває всі точки, менші за x.

Упорядкуємо всі точки множини так, щоб потужність множини точок, менших x була менша, ніж континуум. Зауважимо, що можна довести, що будь-яку множину можна цілком впорядкувати так, щоб для будь-якого його елемента множини менших за нього мало меншу потужність. Як $P(x)$ візьмемо таке твердження: можна провести меншу, ніж континуальну множину різних кіл так, щоб кожна точка, яка є меншою або рівною x була покрита рівно 2-ма колами, а всі інші точки були покритими не більше, ніж двома колами, а також для будь-якої точки $y < x$ цю множину можна вибрати такою, щоб вона містила множину кіл для точки y. Якщо x — мінімальна точка, тоді візьмемо будь-які 2-а різні кола, які проходять через цю точку. Твердження $P(x)$ для мінімального x доведено. Нехай тепер x — будь-яка точка, і відомо, що твердження є вірним для будь-якого $y < x$. Візьмемо об'єднання множин кіл для всіх точок $y < x$. Згідно з припущенням індукції можна вважати, що множини кіл для більших точок включають множини кіл для менших точок, тому отримана множина буде покривати точки площини не більше двох разів. Оскільки множина елементів, які є менші ніж x, є меншою, ніж континуум, і кожна об'єднана множина менша, ніж континуум, тоді отримана множина також буде мати меншу потужність, ніж континуум. Побудована множина кіл вже вдвічі покриває всі точки, менші за x.

Упорядкуємо всі точки множини так, щоб потужність множини точок, менших x була менша, ніж континуум. Зауважимо, що можна довести, що будь-яку множину можна цілком впорядкувати так, щоб для будь-якого його елемента множини менших за нього мало меншу потужність. Як $P(x)$ візьмемо таке твердження: можна провести меншу, ніж континуальну множину різних кіл так, щоб кожна точка, яка є меншою або рівною x була покрита рівно 2-ма колами, а всі інші точки були покритими не більше, ніж двома колами, а також для будь-якої точки $y < x$ цю множину можна вибрати такою, щоб вона містила множину кіл для точки y. Якщо x — мінімальна точка, тоді візьмемо будь-які 2-а різні кола, які проходять через цю точку. Твердження $P(x)$ для мінімального x доведено. Нехай тепер x — будь-яка точка, і відомо, що твердження є вірним для будь-якого $y < x$. Візьмемо об'єднання множин кіл для всіх точок $y < x$. Згідно з припущенням індукції можна вважати, що множини кіл для більших точок включають множини кіл для менших точок, тому отримана множина буде покривати точки площини не більше двох разів. Оскільки множина елементів, які є менші ніж x, є меншою, ніж континуум, і кожна об'єднана множина менша, ніж континуум, тоді отримана множина також буде мати меншу потужність, ніж континуум. Побудована множина кіл вже вдвічі покриває всі точки, менші за x.

Упорядкуємо всі точки множини так, щоб потужність множини точок, менших x була менша, ніж континуум. Зауважимо, що можна довести, що будь-яку множину можна цілком впорядкувати так, щоб для будь-якого його елемента множини менших за нього мало меншу потужність. Як $P(x)$ візьмемо таке твердження: можна провести меншу, ніж континуальну множину різних кіл так, щоб кожна точка, яка є меншою або рівною x була покрита рівно 2-ма колами, а всі інші точки були покритими не більше, ніж двома колами, а також для будь-якої точки $y < x$ цю множину можна вибрати такою, щоб вона містила множину кіл для точки y. Якщо x — мінімальна точка, тоді візьмемо будь-які 2-а різні кола, які проходять через цю точку. Твердження $P(x)$ для мінімального x доведено. Нехай тепер x — будь-яка точка, і відомо, що твердження є вірним для будь-якого $y < x$. Візьмемо об'єднання множин кіл для всіх точок $y < x$. Згідно з припущенням індукції можна вважати, що множини кіл для більших точок включають множини кіл для менших точок, тому отримана множина буде покривати точки площини не більше двох разів. Оскільки множина елементів, які є менші ніж x, є меншою, ніж континуум, і кожна об'єднана множина менша, ніж континуум, тоді отримана множина також буде мати меншу потужність, ніж континуум. Побудована множина кіл вже вдвічі покриває всі точки, менші за x.

Упорядкуємо всі точки множини так, щоб потужність множини точок, менших x була менша, ніж континуум. Зауважимо, що можна довести, що будь-яку множину можна цілком впорядкувати так, щоб для будь-якого його елемента множини менших за нього мало меншу потужність. Як $P(x)$ візьмемо таке твердження: можна провести меншу, ніж континуальну множину різних кіл так, щоб кожна точка, яка є меншою або рівною x була покрита рівно 2-ма колами, а всі інші точки були покритими не більше, ніж двома колами, а також для будь-якої точки $y < x$ цю множину можна вибрати такою, щоб вона містила множину кіл для точки y. Якщо x — мінімальна точка, тоді візьмемо будь-які 2-а різні кола, які проходять через цю точку. Твердження $P(x)$ для мінімального x доведено. Нехай тепер x — будь-яка точка, і відомо, що твердження є вірним для будь-якого $y < x$. Візьмемо об'єднання множин кіл для всіх точок $y < x$. Згідно з припущенням індукції можна вважати, що множини кіл для більших точок включають множини кіл для менших точок, тому отримана множина буде покривати точки площини не більше двох разів. Оскільки множина елементів, які є менші ніж x, є меншою, ніж континуум, і кожна об'єднана множина менша, ніж континуум, тоді отримана множина також буде мати меншу потужність, ніж континуум. Побудована множина кіл вже вдвічі покриває всі точки, менші за x.

Упорядкуємо всі точки множини так, щоб потужність множини точок, менших x була менша, ніж континуум. Зауважимо, що можна довести, що будь-яку множину можна цілком впорядкувати так, щоб для будь-якого його елемента множини менших за нього мало меншу потужність. Як $P(x)$ візьмемо таке твердження: можна провести меншу, ніж континуальну множину різних кіл так, щоб кожна точка, яка є меншою або рівною x була покрита рівно 2-ма колами, а всі інші точки були покритими не більше, ніж двома колами, а також для будь-якої точки $y < x$ цю множину можна вибрати такою, щоб вона містила множину кіл для точки y. Якщо x — мінімальна точка, тоді візьмемо будь-які 2-а різні кола, які проходять через цю точку. Твердження $P(x)$ для мінімального x доведено. Нехай тепер x — будь-яка точка, і відомо, що твердження є вірним для будь-якого $y < x$. Візьмемо об'єднання множин кіл для всіх точок $y < x$. Згідно з припущенням індукції можна вважати, що множини кіл для більших точок включають множини кіл для менших точок, тому отримана множина буде покривати точки площини не більше двох разів. Оскільки множина елементів, які є менші ніж x, є меншою, ніж континуум, і кожна об'єднана множина менша, ніж континуум, тоді отримана множина також буде мати меншу потужність, ніж континуум. Побудована множина кіл вже вдвічі покриває всі точки, менші за x.

Упорядкуємо всі точки множини так, щоб потужність множини точок, менших x була менша, ніж континуум. Зауважимо, що можна довести, що будь-яку множину можна цілком впорядкувати так, щоб для будь-якого його елемента множини менших за нього мало меншу потужність. Як $P(x)$ візьмемо таке твердження: можна провести меншу, ніж континуальну множину різних кіл так, щоб кожна точка, яка є меншою або рівною x була покрита рівно 2-ма колами, а всі інші точки були покритими не більше, ніж двома колами, а також для будь-якої точки $y < x$ цю множину можна вибрати такою, щоб вона містила множину кіл для точки y. Якщо x — мінімальна точка, тоді візьмемо будь-які 2-а різні кола, які проходять через цю точку. Твердження $P(x)$ для мінімального x доведено. Нехай тепер x — будь-яка точка, і відомо, що твердження є вірним для будь-якого $y < x$. Візьмемо об'єднання множин кіл для всіх точок $y < x$. Згідно з припущенням індукції можна вважати, що множини кіл для більших точок включають множини кіл для менших точок, тому отримана множина буде покривати точки площини не більше двох разів. Оскільки множина елементів, які є менші ніж x, є меншою, ніж континуум, і кожна об'єднана множина менша, ніж континуум, тоді отримана множина також буде мати меншу потужність, ніж континуум. Побудована множина кіл вже вдвічі покриває всі точки, менші за x.

Упорядкуємо всі точки множини так, щоб потужність множини точок, менших x була менша, ніж континуум. Зауважимо, що можна довести, що будь-яку множину можна цілком впорядкувати так, щоб для будь-якого його елемента множини менших за нього мало меншу потужність. Як $P(x)$ візьмемо таке твердження: можна провести меншу, ніж континуальну множину різних кіл так, щоб кожна точка, яка є меншою або рівною x була покрита рівно 2-ма колами, а всі інші точки були покритими не більше, ніж двома колами, а також для будь-якої точки $y < x$ цю множину можна вибрати такою, щоб вона містила множину кіл для точки y. Якщо x — мінімальна точка, тоді візьмемо будь-які 2-а різні кола, які проходять через цю точку. Твердження $P(x)$ для мінімального x доведено. Нехай тепер x — будь-яка точка, і відомо, що твердження є вірним для будь-якого $y < x$. Візьмемо об'єднання множин кіл для всіх точок $y < x$. Згідно з припущенням індукції можна вважати, що множини кіл для більших точок включають множини кіл для менших точок, тому отримана множина буде покривати точки площини не більше двох разів. Оскільки множина елементів, які є менші ніж x, є меншою, ніж континуум, і кожна об'єднана множина менша, ніж континуум, тоді отримана множина також буде мати меншу потужність, ніж континуум. Побудована множина кіл вже вдвічі покриває всі точки, менші за x.

Упорядкуємо всі точки множини так, щоб потужність множини точок, менших x була менша, ніж континуум. Зауважимо, що можна довести, що будь-яку множину можна цілком впорядкувати так, щоб для будь-якого його елемента множини менших за нього мало меншу потужність. Як $P(x)$ візьмемо таке твердження: можна провести меншу, ніж континуальну множину різних кіл так, щоб кожна точка, яка є меншою або рівною x була покрита рівно 2-ма колами, а всі інші точки були покритими не більше, ніж двома колами, а також для будь-якої точки $y < x$ цю множину можна вибрати такою, щоб вона містила множину кіл для точки y. Якщо x — мінімальна точка, тоді візьмемо будь-які 2-а різні кола, які проходять через цю точку. Твердження $P(x)$ для мінімального x доведено. Нехай тепер x — будь-яка точка, і відомо, що твердження є вірним для будь-якого $y < x$. Візьмемо об'єднання множин кіл для всіх точок $y < x$. Згідно з припущенням індукції можна вважати, що множини кіл для більших точок включають множини кіл для менших точок, тому отримана множина буде покривати точки площини не більше двох разів. Оскільки множина елементів, які є менші ніж x, є меншою, ніж континуум, і кожна об'єднана множина менша, ніж континуум, тоді отримана множина також буде мати меншу потужність, ніж континуум. Побудована множина кіл вже вдвічі покриває всі точки, менші за x.

Упорядкуємо всі точки множини так, щоб потужність множини точок, менших x була менша, ніж континуум. Зауважимо, що можна довести, що будь-яку множину можна цілком впорядкувати так, щоб для будь-якого його елемента множини менших за нього мало меншу потужність. Як $P(x)$ візьмемо таке твердження: можна провести меншу, ніж континуальну множину різних кіл так, щоб кожна точка, яка є меншою або рівною x була покрита рівно 2-ма колами, а всі інші точки були покритими не більше, ніж двома колами, а також для будь-якої точки $y < x$ цю множину можна вибрати такою, щоб вона містила множину кіл для точки y. Якщо x — мінімальна точка, тоді візьмемо будь-які 2-а різні кола, які проходять через цю точку. Твердження $P(x)$ для мінімального x доведено. Нехай тепер x — будь-яка точка, і відомо, що твердження є вірним для будь-якого $y < x$. Візьмемо об'єднання множин кіл для всіх точок $y < x$. Згідно з припущенням індукції можна вважати, що множини кіл для більших точок включають множини кіл для менших точок, тому отримана множина буде покривати точки площини не більше двох разів. Оскільки множина елементів, які є менші ніж x, є меншою, ніж континуум, і кожна об'єднана множина менша, ніж континуум, тоді отримана множина також буде мати меншу потужність, ніж континуум. Побудована множина кіл вже вдвічі покриває всі точки, менші за x.

Упорядкуємо всі точки множини так, щоб потужність множини точок, менших x була менша, ніж континуум. Зауважимо, що можна довести, що будь-яку множину можна цілком впорядкувати так, щоб для будь-якого його елемента множини менших за нього мало меншу потужність. Як $P(x)$ візьмемо таке твердження: можна провести меншу, ніж континуальну множину різних кіл так, щоб кожна точка, яка є меншою або рівною x була покрита рівно 2-ма колами, а всі інші точки були покритими не більше, ніж двома колами, а також для будь-якої точки $y < x$ цю множину можна вибрати такою, щоб вона містила множину кіл для точки y. Якщо x — мінімальна точка, тоді візьмемо будь-які 2-а різні кола, які проходять через цю точку. Твердження $P(x)$ для мінімального x доведено. Нехай тепер x — будь-яка точка, і відомо, що твердження є вірним для будь-якого $y < x$. Візьмемо об'єднання множин кіл для всіх точок $y < x$. Згідно з припущенням індукції можна вважати, що множини кіл для більших точок включають множини кіл для менших точок, тому отримана множина буде покривати точки площини не більше двох разів. Оскільки множина елементів, які є менші ніж x, є меншою, ніж континуум, і кожна об'єднана множина менша, ніж континуум, тоді отримана множина також буде мати меншу потужність, ніж континуум. Побудована множина кіл вже вдвічі покриває всі точки, менші за x.

Упорядкуємо всі точки множини так, щоб потужність множини точок, менших x була менша, ніж континуум. Зауважимо, що можна довести, що будь-яку множину можна цілком впорядкувати так, щоб для будь-якого його елемента множини менших за нього мало меншу потужність. Як $P(x)$ візьмемо таке твердження: можна провести меншу, ніж континуальну множину різних кіл так, щоб кожна точка, яка є меншою або рівною x була покрита рівно 2-ма колами, а всі інші точки були покритими не більше, ніж двома колами, а також для будь-якої точки $y < x$ цю множину можна вибрати такою, щоб вона містила множину кіл для точки y. Якщо x — мінімальна точка, тоді візьмемо будь-які 2-а різні кола, які проходять через цю точку. Твердження $P(x)$ для мінімального x доведено. Нехай тепер x — будь-яка точка, і відомо, що твердження є вірним для будь-якого $y < x$. Візьмемо об'єднання множин кіл для всіх точок $y < x$. Згідно з припущенням індукції можна вважати, що множини кіл для більших точок включають множини кіл для менших точок, тому отримана множина буде покривати точки площини не більше двох разів. Оскільки множина елементів, які є менші ніж x, є меншою, ніж континуум, і кожна об'єднана множина менша, ніж континуум, тоді отримана множина також буде мати меншу потужність, ніж континуум. Побудована множина кіл вже вдвічі покриває всі точки, менші за x.

Упорядкуємо всі точки множини так, щоб потужність множини точок, менших x була менша, ніж континуум. Зауважимо, що можна довести, що будь-яку множину можна цілком впорядкувати так, щоб для будь-якого його елемента множини менших за нього мало меншу потужність. Як $P(x)$ візьмемо таке твердження: можна провести меншу, ніж континуальну множину різних кіл так, щоб кожна точка, яка є меншою або рівною x була покрита рівно 2-ма колами, а всі інші точки були покритими не більше, ніж двома колами, а також для будь-якої точки $y < x$ цю множину можна вибрати такою, щоб вона містила множину кіл для точки y. Якщо x — мінімальна точка, тоді візьмемо будь-які 2-а різні кола, які проходять через цю точку. Твердження $P(x)$ для мінімального x доведено. Нехай тепер x — будь-яка точка, і відомо, що твердження є вірним для будь-якого $y < x$. Візьмемо об'єднання множин кіл для всіх точок $y < x$. Згідно з припущенням індукції можна вважати, що множини кіл для більших точок включають множини кіл для менших точок, тому отримана множина буде покривати точки площини не більше двох разів. Оскільки множина елементів, які є менші ніж x, є меншою, ніж континуум, і кожна об'єднана множина менша, ніж континуум, тоді отримана множина також буде мати меншу потужність, ніж континуум. Побудована множина кіл вже вдвічі покриває всі точки, менші за x.

Упорядкуємо всі точки множини так, щоб потужність множини точок, менших x була менша, ніж континуум. Зауважимо, що можна довести, що будь-яку множину можна цілком впорядкувати так, щоб для будь-якого його елемента множини менших за нього мало меншу потужність. Як $P(x)$ візьмемо таке твердження: можна провести меншу, ніж континуальну множину різних кіл так, щоб кожна точка, яка є меншою або рівною x була покрита рівно 2-ма колами, а всі інші точки були покритими не більше, ніж двома колами, а також для будь-якої точки $y < x$ цю множину можна вибрати такою, щоб вона містила множину кіл для точки y. Якщо x — мінімальна точка, тоді візьмемо будь-які 2-а різні кола, які проходять через цю точку. Твердження $P(x)$ для мінімального x доведено. Нехай тепер x — будь-яка точка, і відомо, що твердження є вірним для будь-якого $y < x$. Візьмемо об'єднання множин кіл для всіх точок $y < x$. Згідно з припущенням індукції можна вважати, що множини кіл для більших точок включають множини кіл для менших точок, тому отримана множина буде покривати точки площини не більше двох разів. Оскільки множина елементів, які є менші ніж x, є меншою, ніж континуум, і кожна об'єднана множина менша, ніж континуум, тоді отримана множина також буде мати меншу потужність, ніж континуум. Побудована множина кіл вже вдвічі покриває всі точки, менші за x.

Упорядкуємо всі точки множини так, щоб потужність множини точок, менших x була менша, ніж континуум. Зауважимо, що можна довести, що будь-яку множину можна цілком впорядкувати так, щоб для будь-якого його елемента множини менших за нього мало меншу потужність. Як $P(x)$ візьмемо таке твердження: можна провести меншу, ніж континуальну множину різних кіл так, щоб кожна точка, яка є меншою або рівною x була покрита рівно 2-ма колами, а всі інші точки були покритими не більше, ніж двома колами, а також для будь-якої точки $y < x$ цю множину можна вибрати такою, щоб вона містила множину кіл для точки y. Якщо x — мінімальна точка, тоді візьмемо будь-які 2-а різні кола, які проходять через цю точку. Твердження $P(x)$ для мінімального x доведено. Нехай тепер x — будь-яка точка, і відомо, що твердження є вірним для будь-якого $y < x$. Візьмемо об'єднання множин кіл для всіх точок $y < x$. Згідно з припущенням індукції можна вважати, що множини кіл для більших точок включають множини кіл для менших точок, тому отримана множина буде покривати точки площини не більше двох разів. Оскільки множина елементів, які є менші ніж x, є меншою, ніж континуум, і кожна об'єднана множина менша, ніж континуум, тоді отримана множина також буде мати меншу потужність, ніж континуум. Побудована множина кіл вже вдвічі покриває всі точки, менші за x.

Упорядкуємо всі точки множини так, щоб потужність множини точок, менших x була менша, ніж континуум. Зауважимо, що можна довести, що будь-яку множину можна цілком впорядкувати так, щоб для будь-якого його елемента множини менших за нього мало меншу потужність. Як $P(x)$ візьмемо таке твердження: можна провести меншу, ніж континуальну множину різних кіл так, щоб кожна точка, яка є меншою або рівною x була покрита рівно 2-ма колами, а всі інші точки були покритими не більше, ніж двома колами, а також для будь-якої точки $y < x$ цю множину можна вибрати такою, щоб вона містила множину кіл для точки y. Якщо x — мінімальна точка, тоді візьмемо будь-які 2-а різні кола, які проходять через цю точку. Твердження $P(x)$ для мінімального x доведено. Нехай тепер x — будь-яка точка, і відомо, що твердження є вірним для будь-якого $y < x$. Візьмемо об'єднання множин кіл для всіх точок $y < x$. Згідно з припущенням індукції можна вважати, що множини кіл для більших точок включають множини кіл для менших точок, тому отримана множина буде покривати точки площини не більше двох разів. Оскільки множина елементів, які є менші ніж x, є меншою, ніж континуум, і кожна об'єднана множина менша, ніж континуум, тоді отримана множина також буде мати меншу потужність, ніж континуум. Побудована множина кіл вже вдвічі покриває всі точки, менші за x.

Упорядкуємо всі точки множини так, щоб потужність множини точок, менших x була менша, ніж континуум. Зауважимо, що можна довести, що будь-яку множину можна цілком впорядкувати так, щоб для будь-якого його елемента множини менших за нього мало меншу потужність. Як $P(x)$ візьмемо таке твердження: можна провести меншу, ніж континуальну множину різних кіл так, щоб кожна точка, яка є меншою або рівною x була покрита рівно 2-ма колами, а всі інші точки були покритими не більше, ніж двома колами, а також для будь-якої точки $y < x$ цю множину можна вибрати такою, щоб вона містила множину кіл для точки y. Якщо x — мінімальна точка, тоді візьмемо будь-які 2-а різні кола, які проходять через цю точку. Твердження $P(x)$ для мінімального x доведено. Нехай тепер x — будь-яка точка, і відомо, що твердження є вірним для будь-якого $y < x$. Візьмемо об'єднання множин кіл для всіх точок $y < x$. Згідно з припущенням індукції можна вважати, що множини кіл для більших точок включають множини кіл для менших точок, тому отримана множина буде покривати точки площини не більше двох разів. Оскільки множина елементів, які є менші ніж x, є меншою, ніж континуум, і кожна об'єднана множина менша, ніж континуум, тоді отримана множина також буде мати меншу потужність, ніж континуум. Побудована множина кіл вже вдвічі покриває всі точки, менші за x.

Покажемо тепер, як покрити точку x. Через точку x проходить континуум кіл, які не перетинаються. Помітимо, що будь-яка пара кіл перетинається не більше, ніж в двох точках, а отже потужність множини точок площини, покритих 2 рази, менша, ніж континуум (тут використовується твердження, що множина $A \times A$ рівнопотужна множині A, якщо A — нескінченна множина). Це означає, що існує континуум кіл, на яких немає точок, покритих 2 рази. Візьмемо з них одну або дві, в залежності від кількості кіл, що вже проходять через точку x. Твердження індукції доведено.

З принципу трансфінітної індукції випливає метод доведення теорем, який називається *методом математичної індукції*.

Доведення за допомогою математичної індукції твердження, що формула $P(n)$ істинна для довільного натурального числа n, складається з двох кроків:

1. *Базис індукції.* Довести, що твердження $P(1)$ істинне.
2. *Крок індукції.* Довести, що імплікація $P(n) \Rightarrow P(n+1)$ істинна для кожного натурального числа n.

Тут формулу $P(n)$ називають *гіпотезою індукції*. Завершення обох кроків математичної індукції доводить, що формула $P(n)$ істинна для всіх натуральних чисел n, тобто формула $\forall n P(n)$ істинна.

Покажемо тепер, як покрити точку x. Через точку x проходить континуум кіл, які не перетинаються. Помітимо, що будь-яка пара кіл перетинається не більше, ніж в двох точках, а отже потужність множини точок площини, покритих 2 рази, менша, ніж континуум (тут використовується твердження, що множина $A \times A$ рівнопотужна множині A, якщо A — нескінченна множина). Це означає, що існує континуум кіл, на яких немає точок, покритих 2 рази. Візьмемо з них одну або дві, в залежності від кількості кіл, що вже проходять через точку x. Твердження індукції доведено.

З принципу трансфінітної індукції випливає метод доведення теорем, який називається *методом математичної індукції*.

Доведення за допомогою математичної індукції твердження, що формула $P(n)$ істинна для довільного натурального числа n, складається з двох кроків:

1. *Базис індукції.* Довести, що твердження $P(1)$ істинне.
2. *Крок індукції.* Довести, що імплікація $P(n) \rightarrow P(n+1)$ істинна для кожного натурального числа n.

Тут формулу $P(n)$ називають *гіпотезою індукції*. Завершення обох кроків математичної індукції доводить, що формула $P(n)$ істинна для всіх натуральних чисел n, тобто формула $\forall n P(n)$ істинна.

Покажемо тепер, як покрити точку x. Через точку x проходить континуум кіл, які не перетинаються. Помітимо, що будь-яка пара кіл перетинається не більше, ніж в двох точках, а отже потужність множини точок площини, покритих 2 рази, менша, ніж континуум (тут використовується твердження, що множина $A \times A$ рівнопотужна множині A, якщо A — нескінченна множина). Це означає, що існує континуум кіл, на яких немає точок, покритих 2 рази. Візьмемо з них одну або дві, в залежності від кількості кіл, що вже проходять через точку x. Твердження індукції доведено.

З принципу трансфінітної індукції випливає метод доведення теорем, який називається *методом математичної індукції*.

Доведення за допомогою математичної індукції твердження, що формула $P(n)$ істинна для довільного натурального числа n, складається з двох кроків:

1. *Базис індукції.* Довести, що твердження $P(1)$ істинне.
2. *Крок індукції.* Довести, що імплікація $P(n) \Rightarrow P(n+1)$ істинна для кожного натурального числа n.

Тут формулу $P(n)$ називають *гіпотезою індукції*. Завершення обох кроків математичної індукції доводить, що формула $P(n)$ істинна для всіх натуральних чисел n, тобто формула $\forall n P(n)$ істинна.

Покажемо тепер, як покрити точку x. Через точку x проходить континуум кіл, які не перетинаються. Помітимо, що будь-яка пара кіл перетинається не більше, ніж в двох точках, а отже потужність множини точок площини, покритих 2 рази, менша, ніж континуум (тут використовується твердження, що множина $A \times A$ рівнопотужна множині A, якщо A — нескінченна множина). Це означає, що існує континуум кіл, на яких немає точок, покритих 2 рази. Візьмемо з них одну або дві, в залежності від кількості кіл, що вже проходять через точку x. Твердження індукції доведено.

З принципу трансфінітної індукції випливає метод доведення теорем, який називається *методом математичної індукції*.

Доведення за допомогою математичної індукції твердження, що формула $P(n)$ істинна для довільного натурального числа n, складається з двох кроків:

1. *Базис індукції.* Довести, що твердження $P(1)$ істинне.
2. *Крок індукції.* Довести, що імплікація $P(n) \to P(n+1)$ істинна для кожного натурального числа n.

Тут формулу $P(n)$ називають *гіпотезою індукції*. Завершення обох кроків математичної індукції доводить, що формула $P(n)$ істинна для всіх натуральних чисел n, тобто формула $\forall n P(n)$ істинна.

Покажемо тепер, як покрити точку x. Через точку x проходить континуум кіл, які не перетинаються. Помітимо, що будь-яка пара кіл перетинається не більше, ніж в двох точках, а отже потужність множини точок площини, покритих 2 рази, менша, ніж континуум (тут використовується твердження, що множина $A \times A$ рівнопотужна множині A, якщо A — нескінченна множина). Це означає, що існує континуум кіл, на яких немає точок, покритих 2 рази. Візьмемо з них одну або дві, в залежності від кількості кіл, що вже проходять через точку x. Твердження індукції доведено.

З принципу трансфінітної індукції випливає метод доведення теорем, який називається *методом математичної індукції*.

Доведення за допомогою математичної індукції твердження, що формула $P(n)$ істинна для довільного натурального числа n, складається з двох кроків:

1. *Базис індукції.* Довести, що твердження $P(1)$ істинне.
2. *Крок індукції.* Довести, що імплікація $P(n) \Rightarrow P(n+1)$ істинна для кожного натурального числа n.

Тут формулу $P(n)$ називають *гіпотезою індукції*. Завершення обох кроків математичної індукції доводить, що формула $P(n)$ істинна для всіх натуральних чисел n, тобто формула $\forall n P(n)$ істинна.

Покажемо тепер, як покрити точку x. Через точку x проходить континуум кіл, які не перетинаються. Помітимо, що будь-яка пара кіл перетинається не більше, ніж в двох точках, а отже потужність множини точок площини, покритих 2 рази, менша, ніж континуум (тут використовується твердження, що множина $A \times A$ рівнопотужна множині A, якщо A — нескінченна множина). Це означає, що існує континуум кіл, на яких немає точок, покритих 2 рази. Візьмемо з них одну або дві, в залежності від кількості кіл, що вже проходять через точку x. Твердження індукції доведено.

З принципу трансфінітної індукції випливає метод доведення теорем, який називається *методом математичної індукції*.

Доведення за допомогою математичної індукції твердження, що формула $P(n)$ істинна для довільного натурального числа n, складається з двох кроків:

1. *Базис індукції.* Довести, що твердження $P(1)$ істинне.
2. *Крок індукції.* Довести, що імплікація $P(n) \Rightarrow P(n+1)$ істинна для кожного натурального числа n.

Тут формулу $P(n)$ називають *гіпотезою індукції*. Завершення обох кроків математичної індукції доводить, що формула $P(n)$ істинна для всіх натуральних чисел n, тобто формула $\forall n P(n)$ істинна.

Покажемо тепер, як покрити точку x. Через точку x проходить континуум кіл, які не перетинаються. Помітимо, що будь-яка пара кіл перетинається не більше, ніж в двох точках, а отже потужність множини точок площини, покритих 2 рази, менша, ніж континуум (тут використовується твердження, що множина $A \times A$ рівнопотужна множині A, якщо A — нескінченна множина). Це означає, що існує континуум кіл, на яких немає точок, покритих 2 рази. Візьмемо з них одну або дві, в залежності від кількості кіл, що вже проходять через точку x. Твердження індукції доведено.

З принципу трансфінітної індукції випливає метод доведення теорем, який називається *методом математичної індукції*.

Доведення за допомогою математичної індукції твердження, що формула $P(n)$ істинна для довільного натурального числа n, складається з двох кроків:

1. *Базис індукції.* Довести, що твердження $P(1)$ істинне.
2. *Крок індукції.* Довести, що імплікація $P(n) \Rightarrow P(n+1)$ істинна для кожного натурального числа n.

Тут формулу $P(n)$ називають *гіпотезою індукції*. Завершення обох кроків математичної індукції доводить, що формула $P(n)$ істинна для всіх натуральних чисел n, тобто формула $\forall n P(n)$ істинна.

Покажемо тепер, як покрити точку x. Через точку x проходить континуум кіл, які не перетинаються. Помітимо, що будь-яка пара кіл перетинається не більше, ніж в двох точках, а отже потужність множини точок площини, покритих 2 рази, менша, ніж континуум (тут використовується твердження, що множина $A \times A$ рівнопотужна множині A, якщо A — нескінченна множина). Це означає, що існує континуум кіл, на яких немає точок, покритих 2 рази. Візьмемо з них одну або дві, в залежності від кількості кіл, що вже проходять через точку x. Твердження індукції доведено.

З принципу трансфінітної індукції випливає метод доведення теорем, який називається *методом математичної індукції*.

Доведення за допомогою математичної індукції твердження, що формула $P(n)$ істинна для довільного натурального числа n, складається з двох кроків:

1. *Базис індукції.* Довести, що твердження $P(1)$ істинне.
2. *Крок індукції.* Довести, що імплікація $P(n) \to P(n+1)$ істинна для кожного натурального числа n.

Тут формулу $P(n)$ називають *гіпотезою індукції*. Завершення обох кроків математичної індукції доводить, що формула $P(n)$ істинна для всіх натуральних чисел n, тобто формула $\forall n P(n)$ істинна.

Покажемо тепер, як покрити точку x. Через точку x проходить континуум кіл, які не перетинаються. Помітимо, що будь-яка пара кіл перетинається не більше, ніж в двох точках, а отже потужність множини точок площини, покритих 2 рази, менша, ніж континуум (тут використовується твердження, що множина $A \times A$ рівнопотужна множині A, якщо A — нескінченна множина). Це означає, що існує континуум кіл, на яких немає точок, покритих 2 рази. Візьмемо з них одну або дві, в залежності від кількості кіл, що вже проходять через точку x. Твердження індукції доведено.

З принципу трансфінітної індукції випливає метод доведення теорем, який називається *методом математичної індукції*.

Доведення за допомогою математичної індукції твердження, що формула $P(n)$ істинна для довільного натурального числа n, складається з двох кроків:

1. *Базис індукції.* Довести, що твердження $P(1)$ істинне.
2. *Крок індукції.* Довести, що імплікація $P(n) \to P(n+1)$ істинна для кожного натурального числа n.

Тут формулу $P(n)$ називають *гіпотезою індукції*. Завершення обох кроків математичної індукції доводить, що формула $P(n)$ істинна для всіх натуральних чисел n, тобто формула $\forall n P(n)$ істинна.

Покажемо тепер, як покрити точку x. Через точку x проходить континуум кіл, які не перетинаються. Помітимо, що будь-яка пара кіл перетинається не більше, ніж в двох точках, а отже потужність множини точок площини, покритих 2 рази, менша, ніж континуум (тут використовується твердження, що множина $A \times A$ рівнопотужна множині A, якщо A — нескінченна множина). Це означає, що існує континуум кіл, на яких немає точок, покритих 2 рази. Візьмемо з них одну або дві, в залежності від кількості кіл, що вже проходять через точку x. Твердження індукції доведено.

З принципу трансфінітної індукції випливає метод доведення теорем, який називається *методом математичної індукції*.

Доведення за допомогою математичної індукції твердження, що формула $P(n)$ істинна для довільного натурального числа n, складається з двох кроків:

1. *Базис індукції.* Довести, що твердження $P(1)$ істинне.
2. *Крок індукції.* Довести, що імплікація $P(n) \to P(n+1)$ істинна для кожного натурального числа n.

Тут формулу $P(n)$ називають *гіпотезою індукції*. Завершення обох кроків математичної індукції доводить, що формула $P(n)$ істинна для всіх натуральних чисел n, тобто формула $\forall n P(n)$ істинна.

Покажемо тепер, як покрити точку x. Через точку x проходить континуум кіл, які не перетинаються. Помітимо, що будь-яка пара кіл перетинається не більше, ніж в двох точках, а отже потужність множини точок площини, покритих 2 рази, менша, ніж континуум (тут використовується твердження, що множина $A \times A$ рівнопотужна множині A, якщо A — нескінченна множина). Це означає, що існує континуум кіл, на яких немає точок, покритих 2 рази. Візьмемо з них одну або дві, в залежності від кількості кіл, що вже проходять через точку x. Твердження індукції доведено.

З принципу трансфінітної індукції випливає метод доведення теорем, який називається *методом математичної індукції*.

Доведення за допомогою математичної індукції твердження, що формула $P(n)$ істинна для довільного натурального числа n, складається з двох кроків:

1. *Базис індукції.* Довести, що твердження $P(1)$ істинне.
2. *Крок індукції.* Довести, що імплікація $P(n) \Rightarrow P(n+1)$ істинна для кожного натурального числа n.

Тут формулу $P(n)$ називають *гіпотезою індукції*. Завершення обох кроків математичної індукції доводить, що формула $P(n)$ істинна для всіх натуральних чисел n, тобто формула $\forall n P(n)$ істинна.

Покажемо тепер, як покрити точку x. Через точку x проходить континуум кіл, які не перетинаються. Помітимо, що будь-яка пара кіл перетинається не більше, ніж в двох точках, а отже потужність множини точок площини, покритих 2 рази, менша, ніж континуум (тут використовується твердження, що множина $A \times A$ рівнопотужна множині A, якщо A — нескінченна множина). Це означає, що існує континуум кіл, на яких немає точок, покритих 2 рази. Візьмемо з них одну або дві, в залежності від кількості кіл, що вже проходять через точку x. Твердження індукції доведено.

З принципу трансфінітної індукції випливає метод доведення теорем, який називається *методом математичної індукції*.

Доведення за допомогою математичної індукції твердження, що формула $P(n)$ істинна для довільного натурального числа n, складається з двох кроків:

1. *Базис індукції.* Довести, що твердження $P(1)$ істинне.
2. *Крок індукції.* Довести, що імплікація $P(n) \Rightarrow P(n+1)$ істинна для кожного натурального числа n.

Тут формулу $P(n)$ називають *гіпотезою індукції*. Завершення обох кроків математичної індукції доводить, що формула $P(n)$ істинна для всіх натуральних чисел n, тобто формула $\forall n P(n)$ істинна.

Покажемо тепер, як покрити точку x. Через точку x проходить континуум кіл, які не перетинаються. Помітимо, що будь-яка пара кіл перетинається не більше, ніж в двох точках, а отже потужність множини точок площини, покритих 2 рази, менша, ніж континуум (тут використовується твердження, що множина $A \times A$ рівнопотужна множині A, якщо A — нескінченна множина). Це означає, що існує континуум кіл, на яких немає точок, покритих 2 рази. Візьмемо з них одну або дві, в залежності від кількості кіл, що вже проходять через точку x. Твердження індукції доведено.

З принципу трансфінітної індукції випливає метод доведення теорем, який називається *методом математичної індукції*.

Доведення за допомогою математичної індукції твердження, що формула $P(n)$ істинна для довільного натурального числа n, складається з двох кроків:

1. *Базис індукції.* Довести, що твердження $P(1)$ істинне.
2. *Крок індукції.* Довести, що імплікація $P(n) \to P(n+1)$ істинна для кожного натурального числа n.

Тут формулу $P(n)$ називають *гіпотезою індукції*. Завершення обох кроків математичної індукції доводить, що формула $P(n)$ істинна для всіх натуральних чисел n, тобто формула $\forall n P(n)$ істинна.

Покажемо тепер, як покрити точку x. Через точку x проходить континуум кіл, які не перетинаються. Помітимо, що будь-яка пара кіл перетинається не більше, ніж в двох точках, а отже потужність множини точок площини, покритих 2 рази, менша, ніж континуум (тут використовується твердження, що множина $A \times A$ рівнопотужна множині A, якщо A — нескінченна множина). Це означає, що існує континуум кіл, на яких немає точок, покритих 2 рази. Візьмемо з них одну або дві, в залежності від кількості кіл, що вже проходять через точку x. Твердження індукції доведено.

З принципу трансфінітної індукції випливає метод доведення теорем, який називається *методом математичної індукції*.

Доведення за допомогою математичної індукції твердження, що формула $P(n)$ істинна для довільного натурального числа n, складається з двох кроків:

1. *Базис індукції.* Довести, що твердження $P(1)$ істинне.
2. *Крок індукції.* Довести, що імплікація $P(n) \Rightarrow P(n+1)$ істинна для кожного натурального числа n.

Тут формулу $P(n)$ називають *гіпотезою індукції*. Завершення обох кроків математичної індукції доводить, що формула $P(n)$ істинна для всіх натуральних чисел n, тобто формула $\forall n P(n)$ істинна.

Покажемо тепер, як покрити точку x. Через точку x проходить континуум кіл, які не перетинаються. Помітимо, що будь-яка пара кіл перетинається не більше, ніж в двох точках, а отже потужність множини точок площини, покритих 2 рази, менша, ніж континуум (тут використовується твердження, що множина $A \times A$ рівнопотужна множині A, якщо A — нескінченна множина). Це означає, що існує континуум кіл, на яких немає точок, покритих 2 рази. Візьмемо з них одну або дві, в залежності від кількості кіл, що вже проходять через точку x. Твердження індукції доведено.

З принципу трансфінітної індукції випливає метод доведення теорем, який називається *методом математичної індукції*.

Доведення за допомогою математичної індукції твердження, що формула $P(n)$ істинна для довільного натурального числа n, складається з двох кроків:

1. *Базис індукції.* Довести, що твердження $P(1)$ істинне.
2. *Крок індукції.* Довести, що імплікація $P(n) \to P(n+1)$ істинна для кожного натурального числа n.

Тут формулу $P(n)$ називають *гіпотезою індукції*. Завершення обох кроків математичної індукції доводить, що формула $P(n)$ істинна для всіх натуральних чисел n, тобто формула $\forall n P(n)$ істинна.

Покажемо тепер, як покрити точку x. Через точку x проходить континуум кіл, які не перетинаються. Помітимо, що будь-яка пара кіл перетинається не більше, ніж в двох точках, а отже потужність множини точок площини, покритих 2 рази, менша, ніж континуум (тут використовується твердження, що множина $A \times A$ рівнопотужна множині A, якщо A — нескінченна множина). Це означає, що існує континуум кіл, на яких немає точок, покритих 2 рази. Візьмемо з них одну або дві, в залежності від кількості кіл, що вже проходять через точку x. Твердження індукції доведено.

З принципу трансфінітної індукції випливає метод доведення теорем, який називається *методом математичної індукції*.

Доведення за допомогою математичної індукції твердження, що формула $P(n)$ істинна для довільного натурального числа n, складається з двох кроків:

1. *Базис індукції.* Довести, що твердження $P(1)$ істинне.
2. *Крок індукції.* Довести, що імплікація $P(n) \Rightarrow P(n+1)$ істинна для кожного натурального числа n.

Тут формулу $P(n)$ називають *гіпотезою індукції*. Завершення обох кроків математичної індукції доводить, що формула $P(n)$ істинна для всіх натуральних чисел n, тобто формула $\forall n P(n)$ істинна.

Покажемо тепер, як покрити точку x. Через точку x проходить континуум кіл, які не перетинаються. Помітимо, що будь-яка пара кіл перетинається не більше, ніж в двох точках, а отже потужність множини точок площини, покритих 2 рази, менша, ніж континуум (тут використовується твердження, що множина $A \times A$ рівнопотужна множині A, якщо A — нескінченна множина). Це означає, що існує континуум кіл, на яких немає точок, покритих 2 рази. Візьмемо з них одну або дві, в залежності від кількості кіл, що вже проходять через точку x. Твердження індукції доведено.

З принципу трансфінітної індукції випливає метод доведення теорем, який називається *методом математичної індукції*.

Доведення за допомогою математичної індукції твердження, що формула $P(n)$ істинна для довільного натурального числа n, складається з двох кроків:

1. *Базис індукції.* Довести, що твердження $P(1)$ істинне.
2. *Крок індукції.* Довести, що імплікація $P(n) \Rightarrow P(n+1)$ істинна для кожного натурального числа n.

Тут формулу $P(n)$ називають *гіпотезою індукції*. Завершення обох кроків математичної індукції доводить, що формула $P(n)$ істинна для всіх натуральних чисел n, тобто формула $\forall n P(n)$ істинна.

Покажемо тепер, як покрити точку x. Через точку x проходить континуум кіл, які не перетинаються. Помітимо, що будь-яка пара кіл перетинається не більше, ніж в двох точках, а отже потужність множини точок площини, покритих 2 рази, менша, ніж континуум (тут використовується твердження, що множина $A \times A$ рівнопотужна множині A, якщо A — нескінченна множина). Це означає, що існує континуум кіл, на яких немає точок, покритих 2 рази. Візьмемо з них одну або дві, в залежності від кількості кіл, що вже проходять через точку x. Твердження індукції доведено.

З принципу трансфінітної індукції випливає метод доведення теорем, який називається *методом математичної індукції*.

Доведення за допомогою математичної індукції твердження, що формула $P(n)$ істинна для довільного натурального числа n, складається з двох кроків:

1. *Базис індукції.* Довести, що твердження $P(1)$ істинне.
2. *Крок індукції.* Довести, що імплікація $P(n) \Rightarrow P(n+1)$ істинна для кожного натурального числа n.

Тут формулу $P(n)$ називають *гіпотезою індукції*. Завершення обох кроків математичної індукції доводить, що формула $P(n)$ істинна для всіх натуральних чисел n, тобто формула $\forall n P(n)$ істинна.

Покажемо тепер, як покрити точку x. Через точку x проходить континуум кіл, які не перетинаються. Помітимо, що будь-яка пара кіл перетинається не більше, ніж в двох точках, а отже потужність множини точок площини, покритих 2 рази, менша, ніж континуум (тут використовується твердження, що множина $A \times A$ рівнопотужна множині A, якщо A — нескінченна множина). Це означає, що існує континуум кіл, на яких немає точок, покритих 2 рази. Візьмемо з них одну або дві, в залежності від кількості кіл, що вже проходять через точку x. Твердження індукції доведено.

З принципу трансфінітної індукції випливає метод доведення теорем, який називається *методом математичної індукції*.

Доведення за допомогою математичної індукції твердження, що формула $P(n)$ істинна для довільного натурального числа n, складається з двох кроків:

1. *Базис індукції.* Довести, що твердження $P(1)$ істинне.
2. *Крок індукції.* Довести, що імплікація $P(n) \Rightarrow P(n+1)$ істинна для кожного натурального числа n.

Тут формулу $P(n)$ називають *гіпотезою індукції*. Завершення обох кроків математичної індукції доводить, що формула $P(n)$ істинна для всіх натуральних чисел n, тобто формула $\forall n P(n)$ істинна.

Покажемо тепер, як покрити точку x. Через точку x проходить континуум кіл, які не перетинаються. Помітимо, що будь-яка пара кіл перетинається не більше, ніж в двох точках, а отже потужність множини точок площини, покритих 2 рази, менша, ніж континуум (тут використовується твердження, що множина $A \times A$ рівнопотужна множині A, якщо A — нескінченна множина). Це означає, що існує континуум кіл, на яких немає точок, покритих 2 рази. Візьмемо з них одну або дві, в залежності від кількості кіл, що вже проходять через точку x. Твердження індукції доведено.

З принципу трансфінітної індукції випливає метод доведення теорем, який називається *методом математичної індукції*.

Доведення за допомогою математичної індукції твердження, що формула $P(n)$ істинна для довільного натурального числа n, складається з двох кроків:

1. *Базис індукції.* Довести, що твердження $P(1)$ істинне.
2. *Крок індукції.* Довести, що імплікація $P(n) \Rightarrow P(n+1)$ істинна для кожного натурального числа n.

Тут формулу $P(n)$ називають *гіпотезою індукції*. Завершення обох кроків математичної індукції доводить, що формула $P(n)$ істинна для всіх натуральних чисел n, тобто формула $\forall n P(n)$ істинна.

Покажемо тепер, як покрити точку x. Через точку x проходить континуум кіл, які не перетинаються. Помітимо, що будь-яка пара кіл перетинається не більше, ніж в двох точках, а отже потужність множини точок площини, покритих 2 рази, менша, ніж континуум (тут використовується твердження, що множина $A \times A$ рівнопотужна множині A, якщо A — нескінченна множина). Це означає, що існує континуум кіл, на яких немає точок, покритих 2 рази. Візьмемо з них одну або дві, в залежності від кількості кіл, що вже проходять через точку x. Твердження індукції доведено.

З принципу трансфінітної індукції випливає метод доведення теорем, який називається *методом математичної індукції*.

Доведення за допомогою математичної індукції твердження, що формула $P(n)$ істинна для довільного натурального числа n, складається з двох кроків:

1. *Базис індукції.* Довести, що твердження $P(1)$ істинне.
2. *Крок індукції.* Довести, що імплікація $P(n) \Rightarrow P(n+1)$ істинна для кожного натурального числа n.

Тут формулу $P(n)$ називають *гіпотезою індукції*. Завершення обох кроків математичної індукції доводить, що формула $P(n)$ істинна для всіх натуральних чисел n, тобто формула $\forall n P(n)$ істинна.

Покажемо тепер, як покрити точку x. Через точку x проходить континуум кіл, які не перетинаються. Помітимо, що будь-яка пара кіл перетинається не більше, ніж в двох точках, а отже потужність множини точок площини, покритих 2 рази, менша, ніж континуум (тут використовується твердження, що множина $A \times A$ рівнопотужна множині A, якщо A — нескінченна множина). Це означає, що існує континуум кіл, на яких немає точок, покритих 2 рази. Візьмемо з них одну або дві, в залежності від кількості кіл, що вже проходять через точку x. Твердження індукції доведено.

З принципу трансфінітної індукції випливає метод доведення теорем, який називається *методом математичної індукції*.

Доведення за допомогою математичної індукції твердження, що формула $P(n)$ істинна для довільного натурального числа n, складається з двох кроків:

1. *Базис індукції.* Довести, що твердження $P(1)$ істинне.
2. *Крок індукції.* Довести, що імплікація $P(n) \Rightarrow P(n+1)$ істинна для кожного натурального числа n.

Тут формулу $P(n)$ називають *гіпотезою індукції*. Завершення обох кроків математичної індукції доводить, що формула $P(n)$ істинна для всіх натуральних чисел n, тобто формула $\forall n P(n)$ істинна.

Покажемо тепер, як покрити точку x. Через точку x проходить континуум кіл, які не перетинаються. Помітимо, що будь-яка пара кіл перетинається не більше, ніж в двох точках, а отже потужність множини точок площини, покритих 2 рази, менша, ніж континуум (тут використовується твердження, що множина $A \times A$ рівнопотужна множині A, якщо A — нескінченна множина). Це означає, що існує континуум кіл, на яких немає точок, покритих 2 рази. Візьмемо з них одну або дві, в залежності від кількості кіл, що вже проходять через точку x. Твердження індукції доведено.

З принципу трансфінітної індукції випливає метод доведення теорем, який називається *методом математичної індукції*.

Доведення за допомогою математичної індукції твердження, що формула $P(n)$ істинна для довільного натурального числа n, складається з двох кроків:

1. *Базис індукції.* Довести, що твердження $P(1)$ істинне.
2. *Крок індукції.* Довести, що імплікація $P(n) \Rightarrow P(n+1)$ істинна для кожного натурального числа n.

Тут формулу $P(n)$ називають *гіпотезою індукції*. Завершення обох кроків математичної індукції доводить, що формула $P(n)$ істинна для всіх натуральних чисел n, тобто формула $\forall n P(n)$ істинна.

Покажемо тепер, як покрити точку x. Через точку x проходить континуум кіл, які не перетинаються. Помітимо, що будь-яка пара кіл перетинається не більше, ніж в двох точках, а отже потужність множини точок площини, покритих 2 рази, менша, ніж континуум (тут використовується твердження, що множина $A \times A$ рівнопотужна множині A, якщо A — нескінченна множина). Це означає, що існує континуум кіл, на яких немає точок, покритих 2 рази. Візьмемо з них одну або дві, в залежності від кількості кіл, що вже проходять через точку x. Твердження індукції доведено.

З принципу трансфінітної індукції випливає метод доведення теорем, який називається *методом математичної індукції*.

Доведення за допомогою математичної індукції твердження, що формула $P(n)$ істинна для довільного натурального числа n, складається з двох кроків:

1. *Базис індукції.* Довести, що твердження $P(1)$ істинне.
2. *Крок індукції.* Довести, що імплікація $P(n) \Rightarrow P(n+1)$ істинна для кожного натурального числа n.

Тут формулу $P(n)$ називають *гіпотезою індукції*. Завершення обох кроків математичної індукції доводить, що формула $P(n)$ істинна для всіх натуральних чисел n, тобто формула $\forall n P(n)$ істинна.

Таку техніку доведення теорем можна подати як таке правило виведення, яке ґрунтується на тавтології:

$$[P(1) \wedge \forall n\,(P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n P(n).$$

В іншому варіанті математичної індукції в кроці індукції припускають, що твердження $P(k)$ істинне для $k = 1, 2, \ldots, n-1$ і доводять, що твердження $P(n)$ має бути істинним у цьому припущенні.

1. *Базис індукції.* Довести, що твердження $P(1)$ істинне.
2. *Крок індукції.* Довести, що імплікація

$$[P(1) \wedge P(2) \wedge \cdots \wedge P(n-1)] \Rightarrow P(n)$$

істинна для кожного натурального числа n.

Таку техніку доведення теорем можна подати як таке правило виведення, яке ґрунтується на тавтології:

$$[P(1) \wedge \forall n\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n P(n).$$

В іншому варіанті математичної індукції в кроці індукції припускають, що твердження $P(k)$ істинне для $k = 1, 2, \ldots, n-1$ і доводять, що твердження $P(n)$ має бути істинним у цьому припущенні.

1. *Базис індукції.* Довести, що твердження $P(1)$ істинне.
2. *Крок індукції.* Довести, що імплікація

$$[P(1) \wedge P(2) \wedge \cdots \wedge P(n-1)] \Rightarrow P(n)$$

істинна для кожного натурального числа n.

Таку техніку доведення теорем можна подати як таке правило виведення, яке ґрунтується на тавтології:

$$[P(1) \wedge \forall n\,(P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n P(n).$$

В іншому варіанті математичної індукції в кроці індукції припускають, що твердження $P(k)$ істинне для $k = 1, 2, \ldots, n-1$ і доводять, що твердження $P(n)$ має бути істинним у цьому припущенні.

1. *Базис індукції.* Довести, що твердження $P(1)$ істинне.
2. *Крок індукції.* Довести, що імплікація

$$[P(1) \wedge P(2) \wedge \cdots \wedge P(n-1)] \Rightarrow P(n)$$

істинна для кожного натурального числа n.

Таку техніку доведення теорем можна подати як таке правило виведення, яке ґрунтується на тавтології:

$$[P(1) \wedge \forall n\,(P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n P(n).$$

В іншому варіанті математичної індукції в кроці індукції припускають, що твердження $P(k)$ істинне для $k = 1, 2, \ldots, n-1$ і доводять, що твердження $P(n)$ має бути істинним у цьому припущенні.

1. *Базис індукції.* Довести, що твердження $P(1)$ істинне.
2. *Крок індукції.* Довести, що імплікація

$$[P(1) \wedge P(2) \wedge \cdots \wedge P(n-1)] \Rightarrow P(n)$$

істинна для кожного натурального числа n.

Таку техніку доведення теорем можна подати як таке правило виведення, яке ґрунтується на тавтології:

$$[P(1) \wedge \forall n\,(P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n P(n).$$

В іншому варіанті математичної індукції в кроці індукції припускають, що твердження $P(k)$ істинне для $k = 1, 2, \ldots, n-1$ і доводять, що твердження $P(n)$ має бути істинним у цьому припущенні.

1. *Базис індукції.* Довести, що твердження $P(1)$ істинне.
2. *Крок індукції.* Довести, що імплікація

$$[P(1) \wedge P(2) \wedge \cdots \wedge P(n-1)] \Rightarrow P(n)$$

істинна для кожного натурального числа n.

Таку техніку доведення теорем можна подати як таке правило виведення, яке ґрунтується на тавтології:

$$[P(1) \wedge \forall n\,(P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n P(n).$$

В іншому варіанті математичної індукції в кроці індукції припускають, що твердження $P(k)$ істинне для $k = 1, 2, \ldots, n-1$ і доводять, що твердження $P(n)$ має бути істинним у цьому припущенні.

1. *Базис індукції.* Довести, що твердження $P(1)$ істинне.
2. *Крок індукції.* Довести, що імплікація

$$[P(1) \wedge P(2) \wedge \cdots \wedge P(n-1)] \Rightarrow P(n)$$

істинна для кожного натурального числа n.

Таку техніку доведення теорем можна подати як таке правило виведення, яке ґрунтується на тавтології:

$$[P(1) \wedge \forall n \, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n P(n).$$

В іншому варіанті математичної індукції в кроці індукції припускають, що твердження $P(k)$ істинне для $k = 1, 2, \ldots, n-1$ і доводять, що твердження $P(n)$ має бути істинним у цьому припущенні.

1. *Базис індукції.* Довести, що твердження $P(1)$ істинне.
2. *Крок індукції.* Довести, що імплікація

$$[P(1) \wedge P(2) \wedge \cdots \wedge P(n-1)] \Rightarrow P(n)$$

істинна для кожного натурального числа n.

Таку техніку доведення теорем можна подати як таке правило виведення, яке ґрунтується на тавтології:

$$[P(1) \wedge \forall n\,(P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n P(n).$$

В іншому варіанті математичної індукції в кроці індукції припускають, що твердження $P(k)$ істинне для $k = 1, 2, \ldots, n-1$ і доводять, що твердження $P(n)$ має бути істинним у цьому припущенні.

1. *Базис індукції.* Довести, що твердження $P(1)$ істинне.
2. *Крок індукції.* Довести, що імплікація

$$[P(1) \wedge P(2) \wedge \cdots \wedge P(n-1)] \Rightarrow P(n)$$

істинна для кожного натурального числа n.

Таку техніку доведення теорем можна подати як таке правило виведення, яке ґрунтується на тавтології:

$$[P(1) \wedge \forall n\,(P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n P(n).$$

В іншому варіанті математичної індукції в кроці індукції припускають, що твердження $P(k)$ істинне для $k = 1, 2, \ldots, n-1$ і доводять, що твердження $P(n)$ має бути істинним у цьому припущенні.

1. *Базис індукції.* Довести, що твердження $P(1)$ істинне.
2. *Крок індукції.* Довести, що імплікація

$$[P(1) \wedge P(2) \wedge \cdots \wedge P(n-1)] \Rightarrow P(n)$$

істинна для кожного натурального числа n.

Таку техніку доведення теорем можна подати як таке правило виведення, яке ґрунтується на тавтології:

$$[P(1) \wedge \forall n\,(P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n P(n).$$

В іншому варіанті математичної індукції в кроці індукції припускають, що твердження $P(k)$ істинне для $k = 1, 2, \ldots, n-1$ і доводять, що твердження $P(n)$ має бути істинним у цьому припущенні.

1. *Базис індукції.* Довести, що твердження $P(1)$ істинне.
2. *Крок індукції.* Довести, що імплікація

$$[P(1) \wedge P(2) \wedge \cdots \wedge P(n-1)] \Rightarrow P(n)$$

істинна для кожного натурального числа n.

Таку техніку доведення теорем можна подати як таке правило виведення, яке ґрунтується на тавтології:

$$[P(1) \wedge \forall n\,(P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n P(n).$$

В іншому варіанті математичної індукції в кроці індукції припускають, що твердження $P(k)$ істинне для $k = 1, 2, \ldots, n-1$ і доводять, що твердження $P(n)$ має бути істинним у цьому припущенні.

1. *Базис індукції.* Довести, що твердження $P(1)$ істинне.
2. *Крок індукції.* Довести, що імплікація

$$[P(1) \wedge P(2) \wedge \cdots \wedge P(n-1)] \Rightarrow P(n)$$

істинна для кожного натурального числа n.

Таку техніку доведення теорем можна подати як таке правило виведення, яке ґрунтується на тавтології:

$$[P(1) \land \forall n\,(P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n P(n).$$

В іншому варіанті математичної індукції в кроці індукції припускають, що твердження $P(k)$ істинне для $k = 1, 2, \dots, n-1$ і доводять, що твердження $P(n)$ має бути істинним у цьому припущенні.

1. *Базис індукції.* Довести, що твердження $P(1)$ істинне.
2. *Крок індукції.* Довести, що імплікація

$$[P(1) \land P(2) \land \cdots \land P(n-1)] \Rightarrow P(n)$$

істинна для кожного натурального числа n.

З методом трансфінітної (математичної) індукції тісно пов'язані так звані **теореми існування**. Багато теорем стверджують про існування певного об'єкта. Теореми такого типу можна подати у вигляді $\exists x P(x)$, де P — предикат. Доведення теореми у формі $\exists x P(x)$ називають *доведенням існування*. Є різні способи доведення теорем цього типу. Іноді довести існування можна знайшовши такий елемент a, що твердження $P(a)$ істинне. Таке доведення існування називається *конструктивним*. Часто використовують також *неконструктивне* доведення існування. У цьому випадку не шукають такий елемент a, що твердження $P(a)$ істинне, а доводять, що $\exists x P(x)$ істинне іншим способом. Загальний метод доведення існування — доведення від протилежного, а саме в цьому випадку доводять, що припущення

$$\overline{\exists x P(x)} = \forall x \overline{P(x)}$$

призводить до суперечності.

З методом трансфінітної (математичної) індукції тісно пов'язані так звані **теореми існування**. Багато теорем стверджують про існування певного об'єкта. Теореми такого типу можна подати у вигляді $\exists x P(x)$, де P — предикат. Доведення теореми у формі $\exists x P(x)$ називають *доведенням існування*. Є різні способи доведення теорем цього типу. Іноді довести існування можна знайшовши такий елемент a, що твердження $P(a)$ істинне. Таке доведення існування називається *конструктивним*. Часто використовують також *неконструктивне* доведення існування. У цьому випадку не шукають такий елемент a, що твердження $P(a)$ істинне, а доводять, що $\exists x P(x)$ істинне іншим способом. Загальний метод доведення існування — доведення від протилежного, а саме в цьому випадку доводять, що припущення

$$\overline{\exists x P(x)} = \forall x \overline{P(x)}$$

призводить до суперечності.

З методом трансфінітної (математичної) індукції тісно пов'язані так звані **теореми існування**. Багато теорем стверджують про існування певного об'єкта. Теореми такого типу можна подати у вигляді $\exists x P(x)$, де P — предикат. Доведення теореми у формі $\exists x P(x)$ називають *доведенням існування*. Є різні способи доведення теорем цього типу. Іноді довести існування можна знайшовши такий елемент a, що твердження $P(a)$ істинне. Таке доведення існування називається *конструктивним*. Часто використовують також *неконструктивне* доведення існування. У цьому випадку не шукають такий елемент a, що твердження $P(a)$ істинне, а доводять, що $\exists x P(x)$ істинне іншим способом. Загальний метод доведення існування — доведення від протилежного, а саме в цьому випадку доводять, що припущення

$$\overline{\exists x P(x)} = \forall x \overline{P(x)}$$

призводить до суперечності.

З методом трансфінітної (математичної) індукції тісно пов'язані так звані **теореми існування**. Багато теорем стверджують про існування певного об'єкта. Теореми такого типу можна подати у вигляді $\exists x P(x)$, де P — предикат. Доведення теореми у формі $\exists x P(x)$ називають *доведенням існування*. Є різні способи доведення теорем цього типу. Іноді довести існування можна знайшовши такий елемент a, що твердження $P(a)$ істинне. Таке доведення існування називається *конструктивним*. Часто використовують також *неконструктивне* доведення існування. У цьому випадку не шукають такий елемент a, що твердження $P(a)$ істинне, а доводять, що $\exists x P(x)$ істинне іншим способом. Загальний метод доведення існування — доведення від протилежного, а саме в цьому випадку доводять, що припущення

$$\overline{\exists x P(x)} = \forall x \overline{P(x)}$$

призводить до суперечності.

З методом трансфінітної (математичної) індукції тісно пов'язані так звані **теореми існування**. Багато теорем стверджують про існування певного об'єкта. Теореми такого типу можна подати у вигляді $\exists x P(x)$, де P — предикат. Доведення теореми у формі $\exists x P(x)$ називають *доведенням існування*. Є різні способи доведення теорем цього типу. Іноді довести існування можна знайшовши такий елемент a, що твердження $P(a)$ істинне. Таке доведення існування називається *конструктивним*. Часто використовують також *неконструктивне* доведення існування. У цьому випадку не шукають такий елемент a, що твердження $P(a)$ істинне, а доводять, що $\exists x P(x)$ істинне іншим способом. Загальний метод доведення існування — доведення від протилежного, а саме в цьому випадку доводять, що припущення

$$\overline{\exists x P(x)} = \forall x \overline{P(x)}$$

призводить до суперечності.

З методом трансфінітної (математичної) індукції тісно пов'язані так звані **теореми існування**. Багато теорем стверджують про існування певного об'єкта. Теореми такого типу можна подати у вигляді $\exists x P(x)$, де P — предикат. Доведення теореми у формі $\exists x P(x)$ називають *доведенням існування*. Є різні способи доведення теорем цього типу. Іноді довести існування можна знайшовши такий елемент a, що твердження $P(a)$ істинне. Таке доведення існування називається *конструктивним*. Часто використовують також *неконструктивне* доведення існування. У цьому випадку не шукають такий елемент a, що твердження $P(a)$ істинне, а доводять, що $\exists x P(x)$ істинне іншим способом. Загальний метод доведення існування — доведення від протилежного, а саме в цьому випадку доводять, що припущення

$$\overline{\exists x P(x)} = \forall x \overline{P(x)}$$

призводить до суперечності.

З методом трансфінітної (математичної) індукції тісно пов'язані так звані **теореми існування**. Багато теорем стверджують про існування певного об'єкта. Теореми такого типу можна подати у вигляді $\exists x P(x)$, де P — предикат. Доведення теореми у формі $\exists x P(x)$ називають *доведенням існування*. Є різні способи доведення теорем цього типу. Іноді довести існування можна знайшовши такий елемент a, що твердження $P(a)$ істинне. Таке доведення існування називається *конструктивним*. Часто використовують також *неконструктивне* доведення існування. У цьому випадку не шукають такий елемент a, що твердження $P(a)$ істинне, а доводять, що $\exists x P(x)$ істинне іншим способом. Загальний метод доведення існування — доведення від протилежного, а саме в цьому випадку доводять, що припущення

$$\overline{\exists x P(x)} = \forall x \overline{P(x)}$$

призводить до суперечності.

З методом трансфінітної (математичної) індукції тісно пов'язані так звані **теореми існування**. Багато теорем стверджують про існування певного об'єкта. Теореми такого типу можна подати у вигляді $\exists x P(x)$, де P — предикат. Доведення теореми у формі $\exists x P(x)$ називають *доведенням існування*. Є різні способи доведення теорем цього типу. Іноді довести існування можна знайшовши такий елемент a, що твердження $P(a)$ істинне. Таке доведення існування називається *конструктивним*. Часто використовують також *неконструктивне* доведення існування. У цьому випадку не шукають такий елемент a, що твердження $P(a)$ істинне, а доводять, що $\exists x P(x)$ істинне іншим способом. Загальний метод доведення існування — доведення від протилежного, а саме в цьому випадку доводять, що припущення

$$\overline{\exists x P(x)} = \forall x \overline{P(x)}$$

призводить до суперечності.

З методом трансфінітної (математичної) індукції тісно пов'язані так звані **теореми існування**. Багато теорем стверджують про існування певного об'єкта. Теореми такого типу можна подати у вигляді $\exists x P(x)$, де P — предикат. Доведення теореми у формі $\exists x P(x)$ називають *доведенням існування*. Є різні способи доведення теорем цього типу. Іноді довести існування можна знайшовши такий елемент a, що твердження $P(a)$ істинне. Таке доведення існування називається *конструктивним*. Часто використовують також *неконструктивне* доведення існування. У цьому випадку не шукають такий елемент a, що твердження $P(a)$ істинне, а доводять, що $\exists x P(x)$ істинне іншим способом. Загальний метод доведення існування — доведення від протилежного, а саме в цьому випадку доводять, що припущення

$$\overline{\exists x P(x)} = \forall x \overline{P(x)}$$

призводить до суперечності.

З методом трансфінітної (математичної) індукції тісно пов'язані так звані **теореми існування**. Багато теорем стверджують про існування певного об'єкта. Теореми такого типу можна подати у вигляді $\exists x P(x)$, де P — предикат. Доведення теореми у формі $\exists x P(x)$ називають *доведенням існування*. Є різні способи доведення теорем цього типу. Іноді довести існування можна знайшовши такий елемент a, що твердження $P(a)$ істинне. Таке доведення існування називається *конструктивним*. Часто використовують також *неконструктивне* доведення існування. У цьому випадку не шукають такий елемент a, що твердження $P(a)$ істинне, а доводять, що $\exists x P(x)$ істинне іншим способом. Загальний метод доведення існування — доведення від протилежного, а саме в цьому випадку доводять, що припущення

$$\overline{\exists x P(x)} = \forall x \overline{P(x)}$$

призводить до суперечності.

З методом трансфінітної (математичної) індукції тісно пов'язані так звані **теореми існування**. Багато теорем стверджують про існування певного об'єкта. Теореми такого типу можна подати у вигляді $\exists x P(x)$, де P — предикат. Доведення теореми у формі $\exists x P(x)$ називають *доведенням існування*. Є різні способи доведення теорем цього типу. Іноді довести існування можна знайшовши такий елемент a, що твердження $P(a)$ істинне. Таке доведення існування називається *конструктивним*. Часто використовують також *неконструктивне* доведення існування. У цьому випадку не шукають такий елемент a, що твердження $P(a)$ істинне, а доводять, що $\exists x P(x)$ істинне іншим способом. Загальний метод доведення існування — доведення від протилежного, а саме в цьому випадку доводять, що припущення

$$\overline{\exists x P(x)} = \forall x \overline{P(x)}$$

призводить до суперечності.

З методом трансфінітної (математичної) індукції тісно пов'язані так звані **теореми існування**. Багато теорем стверджують про існування певного об'єкта. Теореми такого типу можна подати у вигляді $\exists x P(x)$, де P — предикат. Доведення теореми у формі $\exists x P(x)$ називають *доведенням існування*. Є різні способи доведення теорем цього типу. Іноді довести існування можна знайшовши такий елемент a, що твердження $P(a)$ істинне. Таке доведення існування називається *конструктивним*. Часто використовують також *неконструктивне* доведення існування. У цьому випадку не шукають такий елемент a, що твердження $P(a)$ істинне, а доводять, що $\exists x P(x)$ істинне іншим способом. Загальний метод доведення існування — доведення від протилежного, а саме в цьому випадку доводять, що припущення

$$\overline{\exists x P(x)} = \forall x \overline{P(x)}$$

призводить до суперечності.

З методом трансфінітної (математичної) індукції тісно пов'язані так звані **теореми існування**. Багато теорем стверджують про існування певного об'єкта. Теореми такого типу можна подати у вигляді $\exists x P(x)$, де P — предикат. Доведення теореми у формі $\exists x P(x)$ називають *доведенням існування*. Є різні способи доведення теорем цього типу. Іноді довести існування можна знайшовши такий елемент a, що твердження $P(a)$ істинне. Таке доведення існування називається *конструктивним*. Часто використовують також *неконструктивне* доведення існування. У цьому випадку не шукають такий елемент a, що твердження $P(a)$ істинне, а доводять, що $\exists x P(x)$ істинне іншим способом. Загальний метод доведення існування — доведення від протилежного, а саме в цьому випадку доводять, що припущення

$$\overline{\exists x P(x)} = \forall x \overline{P(x)}$$

призводить до суперечності.

З методом трансфінітної (математичної) індукції тісно пов'язані так звані **теореми існування**. Багато теорем стверджують про існування певного об'єкта. Теореми такого типу можна подати у вигляді $\exists x P(x)$, де P — предикат. Доведення теореми у формі $\exists x P(x)$ називають *доведенням існування*. Є різні способи доведення теорем цього типу. Іноді довести існування можна знайшовши такий елемент a, що твердження $P(a)$ істинне. Таке доведення існування називається *конструктивним*. Часто використовують також *неконструктивне* доведення існування. У цьому випадку не шукають такий елемент a, що твердження $P(a)$ істинне, а доводять, що $\exists x P(x)$ істинне іншим способом. Загальний метод доведення існування — доведення від протилежного, а саме в цьому випадку доводять, що припущення

$$\overline{\exists x P(x)} = \forall x \overline{P(x)}$$

призводить до суперечності.

З методом трансфінітної (математичної) індукції тісно пов'язані так звані **теореми існування**. Багато теорем стверджують про існування певного об'єкта. Теореми такого типу можна подати у вигляді $\exists x P(x)$, де P — предикат. Доведення теореми у формі $\exists x P(x)$ називають *доведенням існування*. Є різні способи доведення теорем цього типу. Іноді довести існування можна знайшовши такий елемент a, що твердження $P(a)$ істинне. Таке доведення існування називається *конструктивним*. Часто використовують також *неконструктивне* доведення існування. У цьому випадку не шукають такий елемент a, що твердження $P(a)$ істинне, а доводять, що $\exists x P(x)$ істинне іншим способом. Загальний метод доведення існування — доведення від протилежного, а саме в цьому випадку доводять, що припущення

$$\overline{\exists x P(x)} = \forall x \overline{P(x)}$$

призводить до суперечності.

З методом трансфінітної (математичної) індукції тісно пов'язані так звані **теореми існування**. Багато теорем стверджують про існування певного об'єкта. Теореми такого типу можна подати у вигляді $\exists x P(x)$, де P — предикат. Доведення теореми у формі $\exists x P(x)$ називають *доведенням існування*. Є різні способи доведення теорем цього типу. Іноді довести існування можна знайшовши такий елемент a, що твердження $P(a)$ істинне. Таке доведення існування називається *конструктивним*. Часто використовують також *неконструктивне* доведення існування. У цьому випадку не шукають такий елемент a, що твердження $P(a)$ істинне, а доводять, що $\exists x P(x)$ істинне іншим способом. Загальний метод доведення існування — доведення від протилежного, а саме в цьому випадку доводять, що припущення

$$\overline{\exists x P(x)} = \forall x \overline{P(x)}$$

призводить до суперечності.

З методом трансфінітної (математичної) індукції тісно пов'язані так звані **теореми існування**. Багато теорем стверджують про існування певного об'єкта. Теореми такого типу можна подати у вигляді $\exists x P(x)$, де P — предикат. Доведення теореми у формі $\exists x P(x)$ називають *доведенням існування*. Є різні способи доведення теорем цього типу. Іноді довести існування можна знайшовши такий елемент a, що твердження $P(a)$ істинне. Таке доведення існування називається *конструктивним*. Часто використовують також *неконструктивне* доведення існування. У цьому випадку не шукають такий елемент a, що твердження $P(a)$ істинне, а доводять, що $\exists x P(x)$ істинне іншим способом. Загальний метод доведення існування — доведення від протилежного, а саме в цьому випадку доводять, що припущення

$$\overline{\exists x P(x)} = \forall x \overline{P(x)}$$

призводить до суперечності.

Дякую за увагу!!!