Множини. Елементи множин. Операції над множинами

Дискретна математика

Лекція 9

Поняття множини в математиці вважається первинним (неозначуваним). Інтуїтивно *множина* — це добре визначений набір (або список) об'єктів. Надалі множини ми будемо позначати великими латинськими літерами: A, B, C, ... Об'єкти, які складають множину називаються *елементами* множини, або *членами* множини та позначаються малими латинськими літерами: a, b, c, ... Вважаємо, що зрозумілий зміст висловлення: *множина складається з елементів і визначається своїми елементами*. Висловлення "a *є елементом множини* A", або еквівалентно "a *належить множині* A" записується так:

$$a \in A.$$

Заперечення висловлення $a \in A$ записується так: $a \notin A$, і читається: "a *не є елементом множини* A" або "a *не належить множині* A".

Поняття множини в математиці вважається первинним (неозначуваним). Інтуїтивно *множина* — це добре визначений набір (або список) об'єктів. Надалі множини ми будемо позначати великими латинськими літерами: A, B, C, ... Об'єкти, які складають множину називаються *елементами* множини, або *членами* множини та позначаються малими латинськими літерами: a, b, c, ... Вважаємо, що зрозумілий зміст висловлення: *множина складається з елементів і визначається своїми елементами.* Висловлення "a *є елементом множини* A", або еквівалентно "a *належить множині* A" записується так:

$$a \in A.$$

Заперечення висловлення $a \in A$ записується так: $a \notin A$, і читається: "a *не є елементом множини* A" або "a *не належить множині* A".

Поняття множини в математиці вважається первинним (неозначуваним). Інтуїтивно *множина* — це добре визначений набір (або список) об'єктів. Надалі множини ми будемо позначати великими латинськими літерами: A, B, C, ... Об'єкти, які складають множину називаються *елементами* множини, або *членами* множини та позначаються малими латинськими літерами: a, b, c, ... Вважаємо, що зрозумілий зміст висловлення: *множина складається з елементів і визначається своїми елементами.* Висловлення "*a є елементом множини A*", або еквівалентно "*a належить множині A*" записується так:

$$a \in A.$$

Заперечення висловлення $a \in A$ записується так: $a \notin A$, і читається: "*a не є елементом множини A*" або "*a не належить множині A*".

Поняття множини в математиці вважається первинним (неозначуваним). Інтуїтивно *множина* — це добре визначений набір (або список) об'єктів. Надалі множини ми будемо позначати великими латинськими літерами: A, B, C, ... Об'єкти, які складають множину називаються *елементами* множини, або *членами* множини та позначаються малими латинськими літерами: a, b, c, ... Вважаємо, що зрозумілий зміст висловлення: *множина складається з елементів і визначається своїми елементами.* Висловлення "a *є елементом множини* A", або еквівалентно "a *належить множині* A" записується так:

$$a \in A.$$

Заперечення висловлення $a \in A$ записується так: $a \notin A$, і читається: "a *не є елементом множини* A" або "a *не належить множині* A".

Поняття множини в математиці вважається первинним (неозначуваним). Інтуїтивно *множина* — це добре визначений набір (або список) об'єктів. Надалі множини ми будемо позначати великими латинськими літерами: A, B, C, ... Об'єкти, які складають множину називаються *елементами* множини, або *членами* множини та позначаються малими латинськими літерами: a, b, c, ... Вважаємо, що зрозумілий зміст висловлення: *множина складається з елементів і визначається своїми елементами.* Висловлення "a *є елементом множини* A", або еквівалентно "a *належить множині* A" записується так:

$$a \in A.$$

Заперечення висловлення $a \in A$ записується так: $a \notin A$, і читається: "a *не є елементом множини* A" або "a *не належить множині* A".

Поняття множини в математиці вважається первинним (неозначуваним). Інтуїтивно *множина* — це добре визначений набір (або список) об'єктів. Надалі множини ми будемо позначати великими латинськими літерами: A, B, C, ... Об'єкти, які складають множину називаються *елементами* множини, або *членами* множини та позначаються малими латинськими літерами: a, b, c, ... Вважаємо, що зрозумілий зміст висловлення: *множина складається з елементів і визначається своїми елементами.* Висловлення "*a є елементом множини A*", або еквівалентно "*a належить множині A*" записується так:

$$a \in A.$$

Заперечення висловлення $a \in A$ записується так: $a \notin A$, і читається: "*a не є елементом множини A*" або "*a не належить множині A*".

Поняття множини в математиці вважається первинним (неозначуваним). Інтуїтивно *множина* — це добре визначений набір (або список) об'єктів. Надалі множини ми будемо позначати великими латинськими літерами: A, B, C, ... Об'єкти, які складають множину називаються *елементами* множини, або *членами* множини та позначаються малими латинськими літерами: a, b, c, ... Вважаємо, що зрозумілий зміст висловлення: *множина складається з елементів і визначається своїми елементами.* Висловлення "*a є елементом множини A*", або еквівалентно "*a належить множині A*" записується так:

$$a \in A.$$

Заперечення висловлення $a \in A$ записується так: $a \notin A$, і читається: "*a не є елементом множини A*" або "*a не належить множині A*".

Поняття множини в математиці вважається первинним (неозначуваним). Інтуїтивно *множина* — це добре визначений набір (або список) об'єктів. Надалі множини ми будемо позначати великими латинськими літерами: A, B, C, ... Об'єкти, які складають множину називаються *елементами* множини, або *членами* множини та позначаються малими латинськими літерами: a, b, c, ... Вважаємо, що зрозумілий зміст висловлення: *множина складається з елементів і визначається своїми елементами*. Висловлення "a *є елементом множини* A", або еквівалентно "a *належить множині* A" записується так:

$$a \in A.$$

Заперечення висловлення $a \in A$ записується так: $a \notin A$, і читається: "a *не є елементом множини* A" або "a *не належить множині* A".

Поняття множини в математиці вважається первинним (неозначуваним). Інтуїтивно *множина* — це добре визначений набір (або список) об'єктів. Надалі множини ми будемо позначати великими латинськими літерами: A, B, C, ... Об'єкти, які складають множину називаються *елементами* множини, або *членами* множини та позначаються малими латинськими літерами: a, b, c, ... Вважаємо, що зрозумілий зміст висловлення: *множина складається з елементів і визначається своїми елементами*. Висловлення "*a є елементом множини A*", або еквівалентно "*a належить множині A*" записується так:

$$a \in A.$$

Заперечення висловлення $a \in A$ записується так: $a \notin A$, і читається: "*a не є елементом множини A*" або "*a не належить множині A*".

Поняття множини в математиці вважається первинним (неозначуваним). Інтуїтивно *множина* — це добре визначений набір (або список) об'єктів. Надалі множини ми будемо позначати великими латинськими літерами: A, B, C, $\ldots$. Об'єкти, які складають множину називаються *елементами* множини, або *членами* множини та позначаються малими латинськими літерами: a, b, c, $\ldots$. Вважаємо, що зрозумілий зміст висловлення: *множина складається з елементів і визначається своїми елементами*. Висловлення "a *є елементом множини* A", або еквівалентно "a *належить множині* A" записується так:

$$a \in A.$$

Заперечення висловлення $a \in A$ записується так: $a \notin A$, і читається: "a *не є елементом множини* A" або "a *не належить множині* A".

Поняття множини в математиці вважається первинним (неозначуваним). Інтуїтивно *множина* — це добре визначений набір (або список) об'єктів. Надалі множини ми будемо позначати великими латинськими літерами: A, B, C, ... Об'єкти, які складають множину називаються *елементами* множини, або *членами* множини та позначаються малими латинськими літерами: a, b, c, ... Вважаємо, що зрозумілий зміст висловлення: *множина складається з елементів і визначається своїми елементами*. Висловлення "a *є елементом множини* A", або еквівалентно "a *належить множині* A" записується так:

$$a \in A.$$

Заперечення висловлення $a \in A$ записується так: $a \notin A$, і читається: "a *не є елементом множини* A" або "a *не належить множині* A".

Лекція 9: Множини. Елементи множин

Поняття множини в математиці вважається первинним (неозначуваним). Інтуїтивно *множина* — це добре визначений набір (або список) об'єктів. Надалі множини ми будемо позначати великими латинськими літерами: A, B, C, ... Об'єкти, які складають множину називаються *елементами* множини, або *членами* множини та позначаються малими латинськими літерами: a, b, c, ... Вважаємо, що зрозумілий зміст висловлення: *множина складається з елементів і визначається своїми елементами*. Висловлення "a *є елементом множини* A", або еквівалентно "a *належить множині* A" записується так:

$$a \in A.$$

Заперечення висловлення $a \in A$ записується так: $a \notin A$, і читається: "a *не є елементом множини* A" або "a *не належить множині* A".

Є два методи описання множин. Перший з них — це перелічення усіх елементів множини. Наприклад,

$$A = \{0, 2, 3, 4, 5\}, \qquad B = \{a, b, c, d\}.$$

позначаються множина A, яка складається з чисел $0, 2, 3, 4$ та 5, та множина B, яка складається з літер a, b, c і d. У цьому випадку елементи множини відокремлюються комою та заключені у фігурні дужки $\{\quad\}$. Очевидно, що так зазвичай описують множини, які мають скінченну кількість елементів. Інший метод полягає в описанні властивостей, що характеризують елементи множини. Так, наприклад, для позначення того, що множина A складається з тих і лише тих елементів, які задовольняють певну умову φ, вживається запис:

$$A = \{x \mid \varphi(x)\}$$

або

$$A = \{x \colon \varphi(x)\}.$$

Наприклад запис

$$C = \{x \mid x - \text{ дійсне число, } x > 0\}$$

читається "C — множина таких x, що x — дійсне число та x більше за нуль", та визначає множину C додатних дійсних чисел. У цьому випадку через x позначають елемент множини, символи "$|$" та "$:$" читаються "*такий, що*", а символ кома як "*і*".

Є два методи описання множин. Перший з них — це перелічення усіх елементів множини. Наприклад,

$$A = \{0, 2, 3, 4, 5\}, \qquad B = \{a, b, c, d\}.$$

позначаються множина A, яка складається з чисел $0, 2, 3, 4$ та 5, та множина B, яка складається з літер a, b, c і d. У цьому випадку елементи множини відокремлюються комою та заключені у фігурні дужки $\{\quad\}$. Очевидно, що так зазвичай описують множини, які мають скінченну кількість елементів. Інший метод полягає в описанні властивостей, що характеризують елементи множини. Так, наприклад, для позначення того, що множина A складається з тих і лише тих елементів, які задовольняють певну умову φ, вживається запис:

$$A = \{x \mid \varphi(x)\}$$

або

$$A = \{x \colon \varphi(x)\}.$$

Наприклад запис

$$C = \{x \mid x - \text{ дійсне число, } x > 0\}$$

читається "C — множина таких x, що x — дійсне число та x більше за нуль", та визначає множину C додатних дійсних чисел. У цьому випадку через x позначають елемент множини, символи "$|$" та "$:$" читаються "*такий, що*", а символ кома як "*і*".

Є два методи описання множин. Перший з них — це перелічення усіх елементів множини. Наприклад,

$$A = \{0, 2, 3, 4, 5\}, \qquad B = \{a, b, c, d\}.$$

позначаються множина A, яка складається з чисел $0, 2, 3, 4$ та 5, та множина B, яка складається з літер a, b, c і d. У цьому випадку елементи множини відокремлюються комою та заключені у фігурні дужки $\{\quad\}$. Очевидно, що так зазвичай описують множини, які мають скінченну кількість елементів. Інший метод полягає в описанні властивостей, що характеризують елементи множини. Так, наприклад, для позначення того, що множина A складається з тих і лише тих елементів, які задовольняють певну умову φ, вживається запис:

$$A = \{x \mid \varphi(x)\}$$

або

$$A = \{x \colon \varphi(x)\}.$$

Наприклад запис

$$C = \{x \mid x - \text{ дійсне число, } x > 0\}$$

читається "C — множина таких x, що x — дійсне число та x більше за нуль", та визначає множину C додатних дійсних чисел. У цьому випадку через x позначають елемент множини, символи "$|$" та "$:$" читаються "*такий, що*", а символ кома як "*і*".

Є два методи описання множин. Перший з них — це перелічення усіх елементів множини. Наприклад,

$$A = \{0, 2, 3, 4, 5\}, \qquad B = \{a, b, c, d\}.$$

позначаються множина A, яка складається з чисел $0, 2, 3, 4$ та 5, та множина B, яка складається з літер a, b, c і d. У цьому випадку елементи множини відокремлюються комою та заключені у фігурні дужки $\{\quad\}$. Очевидно, що так зазвичай описують множини, які мають скінченну кількість елементів. Інший метод полягає в описанні властивостей, що характеризують елементи множини. Так, наприклад, для позначення того, що множина A складається з тих і лише тих елементів, які задовольняють певну умову φ, вживається запис:

$$A = \{x \mid \varphi(x)\}$$

або

$$A = \{x \colon \varphi(x)\}.$$

Наприклад запис

$$C = \{x \mid x - \text{ дійсне число, } x > 0\}$$

читається "C — множина таких x, що x — дійсне число та x більше за нуль", та визначає множину C додатних дійсних чисел. У цьому випадку через x позначають елемент множини, символи "$|$" та "$:$" читаються "*такий, що*", а символ кома як "*і*".

Є два методи описання множин. Перший з них — це перелічення усіх елементів множини. Наприклад,

$$A = \{0, 2, 3, 4, 5\}, \qquad B = \{a, b, c, d\}.$$

позначаються множина A, яка складається з чисел $0, 2, 3, 4$ та 5, та множина B, яка складається з літер a, b, c і d. У цьому випадку елементи множини відокремлюються комою та заключені у фігурні дужки $\{\quad\}$. Очевидно, що так зазвичай описують множини, які мають скінченну кількість елементів. Інший метод полягає в описанні властивостей, що характеризують елементи множини. Так, наприклад, для позначення того, що множина A складається з тих і лише тих елементів, які задовольняють певну умову φ, вживається запис:

$$A = \{x \mid \varphi(x)\}$$

або

$$A = \{x \colon \varphi(x)\}.$$

Наприклад запис

$$C = \{x \mid x - \text{ дійсне число, } x > 0\}$$

читається "C — множина таких x, що x — дійсне число та x більше за нуль", та визначає множину C додатних дійсних чисел. У цьому випадку через x позначають елемент множини, символи "$|$" та "$:$" читаються "*такий, що*", а символ кома як "*і*".

Є два методи описання множин. Перший з них — це перелічення усіх елементів множини. Наприклад,

$$A = \{0, 2, 3, 4, 5\}, \qquad B = \{a, b, c, d\}.$$

позначаються множина A, яка складається з чисел $0, 2, 3, 4$ та 5, та множина B, яка складається з літер a, b, c і d. У цьому випадку елементи множини відокремлюються комою та заключені у фігурні дужки $\{\quad\}$. Очевидно, що так зазвичай описують множини, які мають скінченну кількість елементів. Інший метод полягає в описанні властивостей, що характеризують елементи множини. Так, наприклад, для позначення того, що множина A складається з тих і лише тих елементів, які задовольняють певну умову φ, вживається запис:

$$A = \{x \mid \varphi(x)\}$$

або

$$A = \{x \colon \varphi(x)\}.$$

Наприклад запис

$$C = \{x \mid x - \text{ дійсне число, } x > 0\}$$

читається "C — множина таких x, що x — дійсне число та x більше за нуль", та визначає множину C додатних дійсних чисел. У цьому випадку через x позначають елемент множини, символи "|" та ":" читаються "*такий, що*", а символ кома як "*і*".

Є два методи описання множин. Перший з них — це перелічення усіх елементів множини. Наприклад,

$$A = \{0, 2, 3, 4, 5\}, \qquad B = \{a, b, c, d\}.$$

позначаються множина A, яка складається з чисел $0, 2, 3, 4$ та 5, та множина B, яка складається з літер a, b, c і d. У цьому випадку елементи множини відокремлюються комою та заключені у фігурні дужки $\{\quad\}$. Очевидно, що так зазвичай описують множини, які мають скінченну кількість елементів. Інший метод полягає в описанні властивостей, що характеризують елементи множини. Так, наприклад, для позначення того, що множина A складається з тих і лише тих елементів, які задовольняють певну умову φ, вживається запис:

$$A = \{x \mid \varphi(x)\}$$

або

$$A = \{x \colon \varphi(x)\}.$$

Наприклад запис

$$C = \{x \mid x - \text{ дійсне число}, \ x > 0\}$$

читається "C — множина таких x, що x — дійсне число та x більше за нуль", та визначає множину C додатних дійсних чисел. У цьому випадку через x позначають елемент множини, символи "$|$" та "$:$" читаються "*такий, що*", а символ кома як "*і*".

Є два методи описання множин. Перший з них — це перелічення усіх елементів множини. Наприклад,

$$A = \{0, 2, 3, 4, 5\}, \qquad B = \{a, b, c, d\}.$$

позначаються множина A, яка складається з чисел $0, 2, 3, 4$ та 5, та множина B, яка складається з літер a, b, c і d. У цьому випадку елементи множини відокремлюються комою та заключені у фігурні дужки $\{\quad\}$. Очевидно, що так зазвичай описують множини, які мають скінченну кількість елементів. Інший метод полягає в описанні властивостей, що характеризують елементи множини. Так, наприклад, для позначення того, що множина A складається з тих і лише тих елементів, які задовольняють певну умову φ, вживається запис:

$$A = \{x \mid \varphi(x)\}$$

або

$$A = \{x \colon \varphi(x)\}.$$

Наприклад запис

$$C = \{x \mid x - \text{ дійсне число}, \ x > 0\}$$

читається "C — множина таких x, що x — дійсне число та x більше за нуль", та визначає множину C додатних дійсних чисел. У цьому випадку через x позначають елемент множини, символи "$|$" та "$:$" читаються "*такий, що*", а символ кома як "*і*".

Є два методи описання множин. Перший з них — це перелічення усіх елементів множини. Наприклад,

$$A = \{0, 2, 3, 4, 5\}, \qquad B = \{a, b, c, d\}.$$

позначаються множина A, яка складається з чисел $0, 2, 3, 4$ та 5, та множина B, яка складається з літер a, b, c і d. У цьому випадку елементи множини відокремлюються комою та заключені у фігурні дужки $\{ \quad \}$. Очевидно, що так зазвичай описують множини, які мають скінченну кількість елементів. Інший метод полягає в описанні властивостей, що характеризують елементи множини. Так, наприклад, для позначення того, що множина A складається з тих і лише тих елементів, які задовольняють певну умову φ, вживається запис:

$$A = \{x \mid \varphi(x)\}$$

або

$$A = \{x \colon \varphi(x)\}.$$

Наприклад запис

$$C = \{x \mid x - \text{ дійсне число}, \ x > 0\}$$

читається "C — множина таких x, що x — дійсне число та x більше за нуль", та визначає множину C додатних дійсних чисел. У цьому випадку через x позначають елемент множини, символи "$|$" та "$:$" читаються "*такий, що*", а символ кома як "*і*".

Є два методи описання множин. Перший з них — це перелічення усіх елементів множини. Наприклад,

$$A = \{0, 2, 3, 4, 5\}, \qquad B = \{a, b, c, d\}.$$

позначаються множина A, яка складається з чисел $0, 2, 3, 4$ та 5, та множина B, яка складається з літер a, b, c і d. У цьому випадку елементи множини відокремлюються комою та заключені у фігурні дужки $\{\quad\}$. Очевидно, що так зазвичай описують множини, які мають скінченну кількість елементів. Інший метод полягає в описанні властивостей, що характеризують елементи множини. Так, наприклад, для позначення того, що множина A складається з тих і лише тих елементів, які задовольняють певну умову φ, вживається запис:

$$A = \{x \mid \varphi(x)\}$$

або

$$A = \{x \colon \varphi(x)\}.$$

Наприклад запис

$$C = \{x \mid x - \text{ дійсне число, } x > 0\}$$

читається "C — множина таких x, що x — дійсне число та x більше за нуль", та визначає множину C додатних дійсних чисел. У цьому випадку через x позначають елемент множини, символи "$|$" та "$:$" читаються "*такий, що*", а символ кома як "*і*".

Є два методи описання множин. Перший з них — це перелічення усіх елементів множини. Наприклад,

$$A = \{0, 2, 3, 4, 5\}, \qquad B = \{a, b, c, d\}.$$

позначаються множина A, яка складається з чисел $0, 2, 3, 4$ та 5, та множина B, яка складається з літер a, b, c і d. У цьому випадку елементи множини відокремлюються комою та заключені у фігурні дужки $\{\quad\}$. Очевидно, що так зазвичай описують множини, які мають скінченну кількість елементів. Інший метод полягає в описанні властивостей, що характеризують елементи множини. Так, наприклад, для позначення того, що множина A складається з тих і лише тих елементів, які задовольняють певну умову φ, вживається запис:

$$A = \{x \mid \varphi(x)\}$$

або

$$A = \{x \colon \varphi(x)\}.$$

Наприклад запис

$$C = \{x \mid x - \text{ дійсне число}, \ x > 0\}$$

читається "C — множина таких x, що x — дійсне число та x більше за нуль", та визначає множину C додатних дійсних чисел. У цьому випадку через x позначають елемент множини, символи "$|$" та "$:$" читаються "*такий, що*", а символ кома як "*і*".

Є два методи описання множин. Перший з них — це перелічення усіх елементів множини. Наприклад,

$$A = \{0, 2, 3, 4, 5\}, \qquad B = \{a, b, c, d\}.$$

позначаються множина A, яка складається з чисел $0, 2, 3, 4$ та 5, та множина B, яка складається з літер a, b, c і d. У цьому випадку елементи множини відокремлюються комою та заключені у фігурні дужки $\{\quad\}$. Очевидно, що так зазвичай описують множини, які мають скінченну кількість елементів. Інший метод полягає в описанні властивостей, що характеризують елементи множини. Так, наприклад, для позначення того, що множина A складається з тих і лише тих елементів, які задовольняють певну умову φ, вживається запис:

$$A = \{x \mid \varphi(x)\}$$

або

$$A = \{x \colon \varphi(x)\}.$$

Наприклад запис

$$C = \{x \mid x - \text{ дійсне число}, \ x > 0\}$$

читається "C — множина таких x, що x — дійсне число та x більше за нуль", та визначає множину C додатних дійсних чисел. У цьому випадку через x позначають елемент множини, символи "|" та ":" читаються "*такий, що*", а символ кома як "*і*".

Є два методи описання множин. Перший з них — це перелічення усіх елементів множини. Наприклад,

$$A = \{0, 2, 3, 4, 5\}, \qquad B = \{a, b, c, d\}.$$

позначаються множина A, яка складається з чисел $0, 2, 3, 4$ та 5, та множина B, яка складається з літер a, b, c і d. У цьому випадку елементи множини відокремлюються комою та заключені у фігурні дужки $\{\quad\}$. Очевидно, що так зазвичай описують множини, які мають скінченну кількість елементів. Інший метод полягає в описанні властивостей, що характеризують елементи множини. Так, наприклад, для позначення того, що множина A складається з тих і лише тих елементів, які задовольняють певну умову φ, вживається запис:

$$A = \{x \mid \varphi(x)\}$$

або

$$A = \{x \colon \varphi(x)\}.$$

Наприклад запис

$$C = \{x \mid x - \text{ дійсне число, } x > 0\}$$

читається "C — множина таких x, що x — дійсне число та x більше за нуль", та визначає множину C додатних дійсних чисел. У цьому випадку через x позначають елемент множини, символи "|" та ":" читаються "*такий, що*", а символ кома як "*і*".

Є два методи описання множин. Перший з них — це перелічення усіх елементів множини. Наприклад,

$$A = \{0, 2, 3, 4, 5\}, \qquad B = \{a, b, c, d\}.$$

позначаються множина A, яка складається з чисел $0, 2, 3, 4$ та 5, та множина B, яка складається з літер a, b, c і d. У цьому випадку елементи множини відокремлюються комою та заключені у фігурні дужки $\{\quad\}$. Очевидно, що так зазвичай описують множини, які мають скінченну кількість елементів. Інший метод полягає в описанні властивостей, що характеризують елементи множини. Так, наприклад, для позначення того, що множина A складається з тих і лише тих елементів, які задовольняють певну умову φ, вживається запис:

$$A = \{x \mid \varphi(x)\}$$

або

$$A = \{x \colon \varphi(x)\}.$$

Наприклад запис

$$C = \{x \mid x - \text{ дійсне число}, \ x > 0\}$$

читається "C — множина таких x, що x — дійсне число та x більше за нуль", та визначає множину C додатних дійсних чисел. У цьому випадку через x позначають елемент множини, символи "$|$" та "$:$" читаються "*такий, що*", а символ кома як "*і*".

Є два методи описання множин. Перший з них — це перелічення усіх елементів множини. Наприклад,

$$A = \{0, 2, 3, 4, 5\}, \qquad B = \{a, b, c, d\}.$$

позначаються множина A, яка складається з чисел $0, 2, 3, 4$ та 5, та множина B, яка складається з літер a, b, c і d. У цьому випадку елементи множини відокремлюються комою та заключені у фігурні дужки $\{\quad\}$. Очевидно, що так зазвичай описують множини, які мають скінченну кількість елементів. Інший метод полягає в описанні властивостей, що характеризують елементи множини. Так, наприклад, для позначення того, що множина A складається з тих і лише тих елементів, які задовольняють певну умову φ, вживається запис:

$$A = \{x \mid \varphi(x)\}$$

або

$$A = \{x \colon \varphi(x)\}.$$

Наприклад запис

$$C = \{x \mid x - \text{ дійсне число}, \ x > 0\}$$

читається "C — множина таких x, що x — дійсне число та x більше за нуль", та визначає множину C додатних дійсних чисел. У цьому випадку через x позначають елемент множини, символи "$|$" та "$:$" читаються "*такий, що*", а символ кома як "*і*".

Є два методи описання множин. Перший з них — це перелічення усіх елементів множини. Наприклад,

$$A = \{0, 2, 3, 4, 5\}, \qquad B = \{a, b, c, d\}.$$

позначаються множина A, яка складається з чисел $0, 2, 3, 4$ та 5, та множина B, яка складається з літер a, b, c і d. У цьому випадку елементи множини відокремлюються комою та заключені у фігурні дужки $\{\quad\}$. Очевидно, що так зазвичай описують множини, які мають скінченну кількість елементів. Інший метод полягає в описанні властивостей, що характеризують елементи множини. Так, наприклад, для позначення того, що множина A складається з тих і лише тих елементів, які задовольняють певну умову φ, вживається запис:

$$A = \{x \mid \varphi(x)\}$$

або

$$A = \{x \colon \varphi(x)\}.$$

Наприклад запис

$$C = \{x \mid x - \text{ дійсне число, } x > 0\}$$

читається "C — множина таких x, що x — дійсне число та x більше за нуль", та визначає множину C додатних дійсних чисел. У цьому випадку через x позначають елемент множини, символи "$|$" та "$:$" читаються "*такий, що*", а символ кома як "*і*".

Є два методи описання множин. Перший з них — це перелічення усіх елементів множини. Наприклад,

$$A = \{0, 2, 3, 4, 5\}, \qquad B = \{a, b, c, d\}.$$

позначаються множина A, яка складається з чисел $0, 2, 3, 4$ та 5, та множина B, яка складається з літер a, b, c і d. У цьому випадку елементи множини відокремлюються комою та заключені у фігурні дужки $\{\quad\}$. Очевидно, що так зазвичай описують множини, які мають скінченну кількість елементів. Інший метод полягає в описанні властивостей, що характеризують елементи множини. Так, наприклад, для позначення того, що множина A складається з тих і лише тих елементів, які задовольняють певну умову φ, вживається запис:

$$A = \{x \mid \varphi(x)\}$$

або

$$A = \{x\colon \varphi(x)\}.$$

Наприклад запис

$$C = \{x \mid x - \text{ дійсне число, } x > 0\}$$

читається "C — множина таких x, що x — дійсне число та x більше за нуль", та визначає множину C додатних дійсних чисел. У цьому випадку через x позначають елемент множини, символи "$|$" та "$:$" читаються "*такий, що*", а символ кома як "*і*".

Є два методи описання множин. Перший з них — це перелічення усіх елементів множини. Наприклад,

$$A = \{0, 2, 3, 4, 5\}, \qquad B = \{a, b, c, d\}.$$

позначаються множина A, яка складається з чисел $0, 2, 3, 4$ та 5, та множина B, яка складається з літер a, b, c і d. У цьому випадку елементи множини відокремлюються комою та заключені у фігурні дужки $\{\quad\}$. Очевидно, що так зазвичай описують множини, які мають скінченну кількість елементів. Інший метод полягає в описанні властивостей, що характеризують елементи множини. Так, наприклад, для позначення того, що множина A складається з тих і лише тих елементів, які задовольняють певну умову φ, вживається запис:

$$A = \{x \mid \varphi(x)\}$$

або

$$A = \{x \colon \varphi(x)\}.$$

Наприклад запис

$$C = \{x \mid x - \text{ дійсне число}, \ x > 0\}$$

читається "C — множина таких x, що x — дійсне число та x більше за нуль", та визначає множину C додатних дійсних чисел. У цьому випадку через x позначають елемент множини, символи "$|$" та "$:$" читаються "*такий, що*", а символ кома як "*і*".

Є два методи описання множин. Перший з них — це перелічення усіх елементів множини. Наприклад,

$$A = \{0, 2, 3, 4, 5\}, \qquad B = \{a, b, c, d\}.$$

позначаються множина A, яка складається з чисел $0, 2, 3, 4$ та 5, та множина B, яка складається з літер a, b, c і d. У цьому випадку елементи множини відокремлюються комою та заключені у фігурні дужки $\{\quad\}$. Очевидно, що так зазвичай описують множини, які мають скінченну кількість елементів. Інший метод полягає в описанні властивостей, що характеризують елементи множини. Так, наприклад, для позначення того, що множина A складається з тих і лише тих елементів, які задовольняють певну умову φ, вживається запис:

$$A = \{x \mid \varphi(x)\}$$

або

$$A = \{x \colon \varphi(x)\}.$$

Наприклад запис

$$C = \{x \mid x - \text{ дійсне число, } x > 0\}$$

читається "C — множина таких x, що x — дійсне число та x більше за нуль", та визначає множину C додатних дійсних чисел. У цьому випадку через x позначають елемент множини, символи "$|$" та ":" читаються "*такий, що*", а символ кома як "*і*".

Є два методи описання множин. Перший з них — це перелічення усіх елементів множини. Наприклад,

$$A = \{0, 2, 3, 4, 5\}, \qquad B = \{a, b, c, d\}.$$

позначаються множина A, яка складається з чисел $0, 2, 3, 4$ та 5, та множина B, яка складається з літер a, b, c і d. У цьому випадку елементи множини відокремлюються комою та заключені у фігурні дужки $\{\quad\}$. Очевидно, що так зазвичай описують множини, які мають скінченну кількість елементів. Інший метод полягає в описанні властивостей, що характеризують елементи множини. Так, наприклад, для позначення того, що множина A складається з тих і лише тих елементів, які задовольняють певну умову φ, вживається запис:

$$A = \{x \mid \varphi(x)\}$$

або

$$A = \{x \colon \varphi(x)\}.$$

Наприклад запис

$$C = \{x \mid x - \text{ дійсне число, } x > 0\}$$

читається "C — множина таких x, що x — дійсне число та x більше за нуль", та визначає множину C додатних дійсних чисел. У цьому випадку через x позначають елемент множини, символи "$|$" та "$:$" читаються "*такий, що*", а символ кома як "*і*".

Приклад 1.9.1

Множину натуральних чисел $\mathbb{N}$ можна визначити так:

$$\mathbb{N} = \{x \mid x - \text{ ціле число, } x > 0\}.$$

Зауважимо, що $-6 \notin \mathbb{N}$, $3 \in \mathbb{N}$ і $\pi \notin \mathbb{N}$.

Приклад 1.9.2

Інтервали дійсної прямої, означені нижче, часто використовуються в математиці. Нехай a і b — дійсні числа такі, що $a < b$. Тоді означимо:

відкритий інтервал від a до b: $(a, b) = \{x \mid a < x < b\}$,

замкений інтервал від a до b: $[a, b] = \{x \mid a \leqslant x \leqslant b\}$,

відкрито-замкений інтервал від a до b: $(a, b] = \{x \mid a < x \leqslant b\}$,

замкено-відкритий інтервал від a до b: $[a, b) = \{x \mid a \leqslant x < b\}$.

Відкрито-замкнений та замкнено-відкритий інтервали також називаються *напіввідкритими інтервалами.*

Приклад 1.9.1

Множину натуральних чисел $\mathbb{N}$ можна визначити так:

$$\mathbb{N} = \{x \mid x - \text{ ціле число, } x > 0\}.$$

Зауважимо, що $-6 \notin \mathbb{N}$, $3 \in \mathbb{N}$ і $\pi \notin \mathbb{N}$.

Приклад 1.9.2

Інтервали дійсної прямої, означені нижче, часто використовуються в математиці. Нехай a і b — дійсні числа такі, що $a < b$. Тоді означимо:

$$\begin{aligned}
&\text{відкритий інтервал від } a \text{ до } b: && (a, b) = \{x \mid a < x < b\},\\
&\text{замкений інтервал від } a \text{ до } b: && [a, b] = \{x \mid a \leqslant x \leqslant b\},\\
&\text{відкрито-замкений інтервал від } a \text{ до } b: && (a, b] = \{x \mid a < x \leqslant b\},\\
&\text{замкено-відкритий інтервал від } a \text{ до } b: && [a, b) = \{x \mid a \leqslant x < b\}.
\end{aligned}$$

Відкрито-замкнений та замкнено-відкритий інтервали також називаються *напіввідкритими інтервалами*.

Приклад 1.9.1

Множину натуральних чисел $\mathbb{N}$ можна визначити так:

$$\mathbb{N} = \{x \mid x - \text{ ціле число, } x > 0\}.$$

Зауважимо, що $-6 \notin \mathbb{N}$, $3 \in \mathbb{N}$ і $\pi \notin \mathbb{N}$.

Приклад 1.9.2

Інтервали дійсної прямої, означені нижче, часто використовуються в математиці. Нехай a і b — дійсні числа такі, що $a < b$. Тоді означимо:

$$\begin{array}{ll} \text{відкритий інтервал від } a \text{ до } b: & (a, b) = \{x \mid a < x < b\}, \\ \text{замкений інтервал від } a \text{ до } b: & [a, b] = \{x \mid a \leqslant x \leqslant b\}, \\ \text{відкрито-замкений інтервал від } a \text{ до } b: & (a, b] = \{x \mid a < x \leqslant b\}, \\ \text{замкено-відкритий інтервал від } a \text{ до } b: & [a, b) = \{x \mid a \leqslant x < b\}. \end{array}$$

Відкрито-замкнений та замкнено-відкритий інтервали також називаються *напіввідкритими інтервалами*.

Лекція 9: Множини. Елементи множин

Приклад 1.9.1

Множину натуральних чисел $\mathbb{N}$ можна визначити так:

$$\mathbb{N} = \{x \mid x - \text{ ціле число, } x > 0\}.$$

Зауважимо, що $-6 \notin \mathbb{N}$, $3 \in \mathbb{N}$ і $\pi \notin \mathbb{N}$.

Приклад 1.9.2

Інтервали дійсної прямої, означені нижче, часто використовуються в математиці. Нехай a і b — дійсні числа такі, що $a < b$. Тоді означимо:

$$\begin{array}{ll} \text{відкритий інтервал від } a \text{ до } b: & (a,b) = \{x \mid a < x < b\}, \\ \text{замкений інтервал від } a \text{ до } b: & [a,b] = \{x \mid a \leqslant x \leqslant b\}, \\ \text{відкрито-замкений інтервал від } a \text{ до } b: & (a,b] = \{x \mid a < x \leqslant b\}, \\ \text{замкено-відкритий інтервал від } a \text{ до } b: & [a,b) = \{x \mid a \leqslant x < b\}. \end{array}$$

Відкрито-замкнений та замкнено-відкритий інтервали також називаються *напіввідкритими інтервалами*.

Приклад 1.9.1

Множину натуральних чисел $\mathbb{N}$ можна визначити так:

$$\mathbb{N} = \{x \mid x - \text{ ціле число, } x > 0\}.$$

Зауважимо, що $-6 \notin \mathbb{N}$, $3 \in \mathbb{N}$ і $\pi \notin \mathbb{N}$.

Приклад 1.9.2

Інтервали дійсної прямої, означені нижче, часто використовуються в математиці. Нехай a і b — дійсні числа такі, що $a < b$. Тоді означимо:

$$\begin{array}{ll} \text{відкритий інтервал від } a \text{ до } b: & (a, b) = \{x \mid a < x < b\}, \\ \text{замкений інтервал від } a \text{ до } b: & [a, b] = \{x \mid a \leqslant x \leqslant b\}, \\ \text{відкрито-замкений інтервал від } a \text{ до } b: & (a, b] = \{x \mid a < x \leqslant b\}, \\ \text{замкено-відкритий інтервал від } a \text{ до } b: & [a, b) = \{x \mid a \leqslant x < b\}. \end{array}$$

Відкрито-замкнений та замкнено-відкритий інтервали також називаються *напіввідкритими інтервалами*.

Приклад 1.9.1

Множину натуральних чисел $\mathbb{N}$ можна визначити так:

$$\mathbb{N} = \{x \mid x - \text{ ціле число}, \ x > 0\}.$$

Зауважимо, що $-6 \notin \mathbb{N}$, $3 \in \mathbb{N}$ і $\pi \notin \mathbb{N}$.

Приклад 1.9.2

Інтервали дійсної прямої, означені нижче, часто використовуються в математиці. Нехай a і b — дійсні числа такі, що $a < b$. Тоді означимо:

$$\begin{array}{ll} \text{відкритий інтервал від } a \text{ до } b: & (a,b) = \{x \mid a < x < b\}, \\ \text{замкений інтервал від } a \text{ до } b: & [a,b] = \{x \mid a \leqslant x \leqslant b\}, \\ \text{відкрито-замкений інтервал від } a \text{ до } b: & (a,b] = \{x \mid a < x \leqslant b\}, \\ \text{замкено-відкритий інтервал від } a \text{ до } b: & [a,b) = \{x \mid a \leqslant x < b\}. \end{array}$$

Відкрито-замкнений та замкнено-відкритий інтервали також називаються *напіввідкритими інтервалами*.

Приклад 1.9.1

Множину натуральних чисел $\mathbb{N}$ можна визначити так:

$$\mathbb{N} = \{x \mid x - \text{ ціле число, } x > 0\}.$$

Зауважимо, що $-6 \notin \mathbb{N}$, $3 \in \mathbb{N}$ і $\pi \notin \mathbb{N}$.

Приклад 1.9.2

Інтервали дійсної прямої, означені нижче, часто використовуються в математиці. Нехай a і b — дійсні числа такі, що $a < b$. Тоді означимо:

$$\begin{aligned}
&\text{відкритий інтервал від } a \text{ до } b: && (a,b) = \{x \mid a < x < b\},\\
&\text{замкений інтервал від } a \text{ до } b: && [a,b] = \{x \mid a \leqslant x \leqslant b\},\\
&\text{відкрито-замкений інтервал від } a \text{ до } b: && (a,b] = \{x \mid a < x \leqslant b\},\\
&\text{замкено-відкритий інтервал від } a \text{ до } b: && [a,b) = \{x \mid a \leqslant x < b\}.
\end{aligned}$$

Відкрито-замкнений та замкнено-відкритий інтервали також називаються *напіввідкритими інтервалами*.

Приклад 1.9.1

Множину натуральних чисел $\mathbb{N}$ можна визначити так:

$$\mathbb{N} = \{x \mid x - \text{ ціле число, } x > 0\}.$$

Зауважимо, що $-6 \notin \mathbb{N}$, $3 \in \mathbb{N}$ і $\pi \notin \mathbb{N}$.

Приклад 1.9.2

Інтервали дійсної прямої, означені нижче, часто використовуються в математиці. Нехай a і b — дійсні числа такі, що $a < b$. Тоді означимо:

відкритий інтервал від a до b: $(a, b) = \{x \mid a < x < b\}$,

замкений інтервал від a до b: $[a, b] = \{x \mid a \leqslant x \leqslant b\}$,

відкрито-замкений інтервал від a до b: $(a, b] = \{x \mid a < x \leqslant b\}$,

замкено-відкритий інтервал від a до b: $[a, b) = \{x \mid a \leqslant x < b\}$.

Відкрито-замкнений та замкнено-відкритий інтервали також називаються *напіввідкритими інтервалами*.

Приклад 1.9.1

Множину натуральних чисел $\mathbb{N}$ можна визначити так:

$$\mathbb{N} = \{x \mid x - \text{ ціле число, } x > 0\}.$$

Зауважимо, що $-6 \notin \mathbb{N}$, $3 \in \mathbb{N}$ і $\pi \notin \mathbb{N}$.

Приклад 1.9.2

Інтервали дійсної прямої, означені нижче, часто використовуються в математиці. Нехай a і b — дійсні числа такі, що $a < b$. Тоді означимо:

відкритий інтервал від a до b: $(a, b) = \{x \mid a < x < b\}$,

замкений інтервал від a до b: $[a, b] = \{x \mid a \leqslant x \leqslant b\}$,

відкрито-замкений інтервал від a до b: $(a, b] = \{x \mid a < x \leqslant b\}$,

замкено-відкритий інтервал від a до b: $[a, b) = \{x \mid a \leqslant x < b\}$.

Відкрито-замкнений та замкнено-відкритий інтервали також називаються *напіввідкритими інтервалами*.

Приклад 1.9.1

Множину натуральних чисел $\mathbb{N}$ можна визначити так:

$$\mathbb{N} = \{x \mid x - \text{ ціле число}, \ x > 0\}.$$

Зауважимо, що $-6 \notin \mathbb{N}$, $3 \in \mathbb{N}$ і $\pi \notin \mathbb{N}$.

Приклад 1.9.2

Інтервали дійсної прямої, означені нижче, часто використовуються в математиці. Нехай a і b — дійсні числа такі, що $a < b$. Тоді означимо:

$$\begin{array}{ll}
\text{відкритий інтервал від } a \text{ до } b: & (a, b) = \{x \mid a < x < b\}, \\
\text{замкений інтервал від } a \text{ до } b: & [a, b] = \{x \mid a \leqslant x \leqslant b\}, \\
\text{відкрито-замкений інтервал від } a \text{ до } b: & (a, b] = \{x \mid a < x \leqslant b\}, \\
\text{замкено-відкритий інтервал від } a \text{ до } b: & [a, b) = \{x \mid a \leqslant x < b\}.
\end{array}$$

Відкрито-замкнений та замкнено-відкритий інтервали також називаються *напіввідкритими інтервалами*.

Приклад 1.9.1

Множину натуральних чисел $\mathbb{N}$ можна визначити так:

$$\mathbb{N} = \{x \mid x - \text{ ціле число}, \ x > 0\}.$$

Зауважимо, що $-6 \notin \mathbb{N}$, $3 \in \mathbb{N}$ і $\pi \notin \mathbb{N}$.

Приклад 1.9.2

Інтервали дійсної прямої, означені нижче, часто використовуються в математиці. Нехай a і b — дійсні числа такі, що $a < b$. Тоді означимо:

$$\begin{array}{ll}
\text{відкритий інтервал від } a \text{ до } b: & (a,b) = \{x \mid a < x < b\}, \\
\text{замкений інтервал від } a \text{ до } b: & [a,b] = \{x \mid a \leqslant x \leqslant b\}, \\
\text{відкрито-замкений інтервал від } a \text{ до } b: & (a,b] = \{x \mid a < x \leqslant b\}, \\
\text{замкено-відкритий інтервал від } a \text{ до } b: & [a,b) = \{x \mid a \leqslant x < b\}.
\end{array}$$

Відкрито-замкнений та замкнено-відкритий інтервали також називаються *напіввідкритими інтервалами*.

Дві множини A і B називаються *рівними*, і це записують $A = B$, якщо вони мають однакові елементи, тобто кожен елемент множини A належить до B і кожен елемент множини B належить до A. Заперечення рівності множини $A = B$ записується так: $A \neq B$.

Приклад 1.9.3

Нехай $A = \{x \mid x^2 - 2x - 3 = 0\}$, $B = \{-1, 3\}$ і $C = \{-1, 3, 3, -1\}$. Тоді $A = B = C$. Зауважимо, що множина може бути визначена таким чином, що її елементи можуть бути не виписані, а також так, що у списку елементи множини можуть повторюватися.

Множини можуть бути скінченними та нескінченними. Множина називається *скінченною*, якщо вона містить n різних елементів, де n — довільне натуральне число, або не містить жодного елемента. В іншому випадку множина називається *нескінченною*. Якщо ж множина містить один елемент, то вона називається *одноелементною* або *одноточковою*.

Дві множини A і B називаються *рівними*, і це записують $A = B$, якщо вони мають однакові елементи, тобто кожен елемент множини A належить до B і кожен елемент множини B належить до A. Заперечення рівності множини $A = B$ записується так: $A \neq B$.

Приклад 1.9.3

Нехай $A = \{x \mid x^2 - 2x - 3 = 0\}$, $B = \{-1, 3\}$ і $C = \{-1, 3, 3, -1\}$. Тоді $A = B = C$. Зауважимо, що множина може бути визначена таким чином, що її елементи можуть бути не виписані, а також так, що у списку елементи множини можуть повторюватися.

Множини можуть бути скінченними та нескінченними. Множина називається *скінченною*, якщо вона містить n різних елементів, де n — довільне натуральне число, або не містить жодного елемента. В іншому випадку множина називається *нескінченною*. Якщо ж множина містить один елемент, то вона називається *одноелементною* або *одноточковою*.

Дві множини A і B називаються *рівними*, і це записують $A = B$, якщо вони мають одинакові елементи, тобто кожен елемент множини A належить до B і кожен елемент множини B належить до A. Заперечення рівності множини $A = B$ записується так: $A \neq B$.

Приклад 1.9.3

Нехай $A = \{x \mid x^2 - 2x - 3 = 0\}$, $B = \{-1, 3\}$ і $C = \{-1, 3, 3, -1\}$. Тоді $A = B = C$. Зауважимо, що множина може бути визначена таким чином, що її елементи можуть бути не виписані, а також так, що у списку елементи множини можуть повторюватися.

Множини можуть бути скінченними та нескінченними. Множина називається *скінченною*, якщо вона містить n різних елементів, де n — довільне натуральне число, або не містить жодного елемента. В іншому випадку множина називається *нескінченною*. Якщо ж множина містить один елемент, то вона називається *одноелементною* або *одноточковою*.

Дві множини A і B називаються *рівними*, і це записують $A = B$, якщо вони мають однакові елементи, тобто кожен елемент множини A належить до B і кожен елемент множини B належить до A. Заперечення рівності множини $A = B$ записується так: $A \neq B$.

Приклад 1.9.3

Нехай $A = \{x \mid x^2 - 2x - 3 = 0\}$, $B = \{-1, 3\}$ і $C = \{-1, 3, 3, -1\}$. Тоді $A = B = C$. Зауважимо, що множина може бути визначена таким чином, що її елементи можуть бути не виписані, а також так, що у списку елементи множини можуть повторюватися.

Множини можуть бути скінченними та нескінченними. Множина називається *скінченною*, якщо вона містить n різних елементів, де n — довільне натуральне число, або не містить жодного елемента. В іншому випадку множина називається *нескінченною*. Якщо ж множина містить один елемент, то вона називається *одноелементною* або *одноточковою*.

Дві множини A і B називаються *рівними*, і це записують $A = B$, якщо вони мають однакові елементи, тобто кожен елемент множини A належить до B і кожен елемент множини B належить до A. Заперечення рівності множини $A = B$ записується так: $A \neq B$.

Приклад 1.9.3

Нехай $A = \{x \mid x^2 - 2x - 3 = 0\}$, $B = \{-1, 3\}$ і $C = \{-1, 3, 3, -1\}$. Тоді $A = B = C$. Зауважимо, що множина може бути визначена таким чином, що її елементи можуть бути не виписані, а також так, що у списку елементи множини можуть повторюватися.

Множини можуть бути скінченними та нескінченними. Множина називається *скінченною*, якщо вона містить n різних елементів, де n — довільне натуральне число, або не містить жодного елемента. В іншому випадку множина називається *нескінченною*. Якщо ж множина містить один елемент, то вона називається *одноелементною* або *одноточковою*.

Дві множини A і B називаються *рівними*, і це записують $A = B$, якщо вони мають однакові елементи, тобто кожен елемент множини A належить до B і кожен елемент множини B належить до A. Заперечення рівності множини $A = B$ записується так: $A \neq B$.

Приклад 1.9.3

Нехай $A = \{x \mid x^2 - 2x - 3 = 0\}$, $B = \{-1, 3\}$ і $C = \{-1, 3, 3, -1\}$. Тоді $A = B = C$. Зауважимо, що множина може бути визначена таким чином, що її елементи можуть бути не виписані, а також так, що у списку елементи множини можуть повторюватися.

Множини можуть бути скінченними та нескінченними. Множина називається *скінченною*, якщо вона містить n різних елементів, де n — довільне натуральне число, або не містить жодного елемента. В іншому випадку множина називається *нескінченною*. Якщо ж множина містить один елемент, то вона називається *одноелементною* або *одноточковою*.

Дві множини A і B називаються *рівними*, і це записують $A = B$, якщо вони мають однакові елементи, тобто кожен елемент множини A належить до B і кожен елемент множини B належить до A. Заперечення рівності множини $A = B$ записується так: $A \neq B$.

Приклад 1.9.3

Нехай $A = \{x \mid x^2 - 2x - 3 = 0\}$, $B = \{-1, 3\}$ і $C = \{-1, 3, 3, -1\}$. Тоді $A = B = C$. Зауважимо, що множина може бути визначена таким чином, що її елементи можуть бути не виписані, а також так, що у списку елементи множини можуть повторюватися.

Множини можуть бути скінченними та нескінченними. Множина називається *скінченною*, якщо вона містить n різних елементів, де n — довільне натуральне число, або не містить жодного елемента. В іншому випадку множина називається *нескінченною*. Якщо ж множина містить один елемент, то вона називається *одноелементною* або *одноточковою*.

Дві множини A і B називаються *рівними*, і це записують $A = B$, якщо вони мають однакові елементи, тобто кожен елемент множини A належить до B і кожен елемент множини B належить до A. Заперечення рівності множини $A = B$ записується так: $A \neq B$.

Приклад 1.9.3

Нехай $A = \{x \mid x^2 - 2x - 3 = 0\}$, $B = \{-1, 3\}$ і $C = \{-1, 3, 3, -1\}$. Тоді $A = B = C$. Зауважимо, що множина може бути визначена таким чином, що її елементи можуть бути не виписані, а також так, що у списку елементи множини можуть повторюватися.

Множини можуть бути скінченними та нескінченними. Множина називається *скінченною*, якщо вона містить n різних елементів, де n — довільне натуральне число, або не містить жодного елемента. В іншому випадку множина називається *нескінченною*. Якщо ж множина містить один елемент, то вона називається *одноелементною* або *одноточковою*.

Дві множини A і B називаються *рівними*, і це записують $A = B$, якщо вони мають однакові елементи, тобто кожен елемент множини A належить до B і кожен елемент множини B належить до A. Заперечення рівності множини $A = B$ записується так: $A \neq B$.

Приклад 1.9.3

Нехай $A = \{x \mid x^2 - 2x - 3 = 0\}$, $B = \{-1, 3\}$ і $C = \{-1, 3, 3, -1\}$. Тоді $A = B = C$. Зауважимо, що множина може бути визначена таким чином, що її елементи можуть бути не виписані, а також так, що у списку елементи множини можуть повторюватися.

Множини можуть бути скінченними та нескінченними. Множина називається *скінченною*, якщо вона містить n різних елементів, де n — довільне натуральне число, або не містить жодного елемента. В іншому випадку множина називається *нескінченною*. Якщо ж множина містить один елемент, то вона називається *одноелементною* або *одноточковою*.

Дві множини A і B називаються *рівними*, і це записують $A = B$, якщо вони мають однакові елементи, тобто кожен елемент множини A належить до B і кожен елемент множини B належить до A. Заперечення рівності множини $A = B$ записується так: $A \neq B$.

Приклад 1.9.3

Нехай $A = \{x \mid x^2 - 2x - 3 = 0\}$, $B = \{-1, 3\}$ і $C = \{-1, 3, 3, -1\}$. Тоді $A = B = C$. Зауважимо, що множина може бути визначена таким чином, що її елементи можуть бути не виписані, а також так, що у списку елементи множини можуть повторюватися.

Множини можуть бути скінченними та нескінченними. Множина називається *скінченною*, якщо вона містить n різних елементів, де n — довільне натуральне число, або не містить жодного елемента. В іншому випадку множина називається *нескінченною*. Якщо ж множина містить один елемент, то вона називається *одноелементною* або *одноточковою*.

Дві множини A і B називаються *рівними*, і це записують $A = B$, якщо вони мають однакові елементи, тобто кожен елемент множини A належить до B і кожен елемент множини B належить до A. Заперечення рівності множини $A = B$ записується так: $A \neq B$.

Приклад 1.9.3

Нехай $A = \{x \mid x^2 - 2x - 3 = 0\}$, $B = \{-1, 3\}$ і $C = \{-1, 3, 3, -1\}$. Тоді $A = B = C$. Зауважимо, що множина може бути визначена таким чином, що її елементи можуть бути не виписані, а також так, що у списку елементи множини можуть повторюватися.

Множини можуть бути скінченними та нескінченними. Множина називається *скінченною*, якщо вона містить n різних елементів, де n — довільне натуральне число, або не містить жодного елемента. В іншому випадку множина називається *нескінченною*. Якщо ж множина містить один елемент, то вона називається *одноелементною* або *одноточковою*.

Дві множини A і B називаються *рівними*, і це записують $A = B$, якщо вони мають однакові елементи, тобто кожен елемент множини A належить до B і кожен елемент множини B належить до A. Заперечення рівності множини $A = B$ записується так: $A \neq B$.

Приклад 1.9.3

Нехай $A = \{x \mid x^2 - 2x - 3 = 0\}$, $B = \{-1, 3\}$ і $C = \{-1, 3, 3, -1\}$. Тоді $A = B = C$. Зауважимо, що множина може бути визначена таким чином, що її елементи можуть бути не виписані, а також так, що у списку елементи множини можуть повторюватися.

Множини можуть бути скінченними та нескінченними. Множина називається *скінченною*, якщо вона містить n різних елементів, де n — довільне натуральне число, або не містить жодного елемента. В іншому випадку множина називається *нескінченною*. Якщо ж множина містить один елемент, то вона називається *одноелементною* або *одноточковою*.

Дві множини A і B називаються *рівними*, і це записують $A = B$, якщо вони мають однакові елементи, тобто кожен елемент множини A належить до B і кожен елемент множини B належить до A. Заперечення рівності множини $A = B$ записується так: $A \neq B$.

Приклад 1.9.3

Нехай $A = \{x \mid x^2 - 2x - 3 = 0\}$, $B = \{-1, 3\}$ і $C = \{-1, 3, 3, -1\}$. Тоді $A = B = C$. Зауважимо, що множина може бути визначена таким чином, що її елементи можуть бути не виписані, а також так, що у списку елементи множини можуть повторюватися.

Множини можуть бути скінченними та нескінченними. Множина називається *скінченною*, якщо вона містить n різних елементів, де n — довільне натуральне число, або не містить жодного елемента. В іншому випадку множина називається *нескінченною*. Якщо ж множина містить один елемент, то вона називається *одноелементною* або *одноточковою*.

Дві множини A і B називаються *рівними*, і це записують $A = B$, якщо вони мають однакові елементи, тобто кожен елемент множини A належить до B і кожен елемент множини B належить до A. Заперечення рівності множини $A = B$ записується так: $A \neq B$.

Приклад 1.9.3

Нехай $A = \{x \mid x^2 - 2x - 3 = 0\}$, $B = \{-1, 3\}$ і $C = \{-1, 3, 3, -1\}$. Тоді $A = B = C$. Зауважимо, що множина може бути визначена таким чином, що її елементи можуть бути не виписані, а також так, що у списку елементи множини можуть повторюватися.

Множини можуть бути скінченними та нескінченними. Множина називається *скінченною*, якщо вона містить n різних елементів, де n — довільне натуральне число, або не містить жодного елемента. В іншому випадку множина називається *нескінченною*. Якщо ж множина містить один елемент, то вона називається *одноелементною* або *одноточковою*.

Дві множини A і B називаються *рівними*, і це записують $A = B$, якщо вони мають однакові елементи, тобто кожен елемент множини A належить до B і кожен елемент множини B належить до A. Заперечення рівності множини $A = B$ записується так: $A \neq B$.

Приклад 1.9.3

Нехай $A = \{x \mid x^2 - 2x - 3 = 0\}$, $B = \{-1, 3\}$ і $C = \{-1, 3, 3, -1\}$. Тоді $A = B = C$. Зауважимо, що множина може бути визначена таким чином, що її елементи можуть бути не виписані, а також так, що у списку елементи множини можуть повторюватися.

Множини можуть бути скінченними та нескінченними. Множина називається *скінченною*, якщо вона містить n різних елементів, де n — довільне натуральне число, або не містить жодного елемента. В іншому випадку множина називається *нескінченною*. Якщо ж множина містить один елемент, то вона називається *одноелементною* або *одноточковою*.

Дві множини A і B називаються *рівними*, і це записують $A = B$, якщо вони мають однакові елементи, тобто кожен елемент множини A належить до B і кожен елемент множини B належить до A. Заперечення рівності множини $A = B$ записується так: $A \neq B$.

Приклад 1.9.3

Нехай $A = \{x \mid x^2 - 2x - 3 = 0\}$, $B = \{-1, 3\}$ і $C = \{-1, 3, 3, -1\}$. Тоді $A = B = C$. Зауважимо, що множина може бути визначена таким чином, що її елементи можуть бути не виписані, а також так, що у списку елементи множини можуть повторюватися.

Множини можуть бути скінченними та нескінченними. Множина називається *скінченною*, якщо вона містить n різних елементів, де n — довільне натуральне число, або не містить жодного елемента. В іншому випадку множина називається *нескінченною*. Якщо ж множина містить один елемент, то вона називається *одноелементною* або *одноточковою*.

Дві множини A і B називаються *рівними*, і це записують $A = B$, якщо вони мають одинакові елементи, тобто кожен елемент множини A належить до B і кожен елемент множини B належить до A. Заперечення рівності множини $A = B$ записується так: $A \neq B$.

Приклад 1.9.3

Нехай $A = \{x \mid x^2 - 2x - 3 = 0\}$, $B = \{-1, 3\}$ і $C = \{-1, 3, 3, -1\}$. Тоді $A = B = C$. Зауважимо, що множина може бути визначена таким чином, що її елементи можуть бути не виписані, а також так, що у списку елементи множини можуть повторюватися.

Множини можуть бути скінченними та нескінченними. Множина називається *скінченною*, якщо вона містить n різних елементів, де n — довільне натуральне число, або не містить жодного елемента. В іншому випадку множина називається *нескінченною*. Якщо ж множина містить один елемент, то вона називається *одноелементною* або *одноточковою*.

Лекція 9: Підмножини

Множина A є *підмножиною* множини B, і це записуватимемо

$$A \subseteq B \qquad \text{або} \qquad B \supseteq A,$$

якщо кожен елемент множини A належить B, тобто з $x \in A$ випливає $x \in B$. Також у цьому випадку кажуть, що A *міститься в* B, або B *містить* A. Заперечення висловлення $A \subseteq B$ записується $A \nsubseteq B$ або $B \nsupseteq A$, і таке висловлення стверджує, що існує елемент x множини A такий, що $x \notin B$.

Приклад 1.9.4

Розглянемо множини:

$$A = \{x \mid x - \text{ непарне натуральне число}\} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \ldots\},$$

$$B = \{x \mid x - \text{ натуральне число кратне } 3\} = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, \ldots\},$$

$$C = \{x \mid x - \text{ первинне число, } x > 2\} = \{3, 5, 7, 11, 13, 17, \ldots\}.$$

Тоді $C \subseteq A$, оскільки кожне первинне число, яке перевищує 2 є непарним. З іншого боку маємо, що $B \nsubseteq A$, оскільки $6 \in B$, але $6 \notin A$.

Приклад 1.9.5

Через $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ та $\mathbb{C}$ позначимо множини *натуральних*, *цілих*, *раціональних*, *дійсних* і *комплексних чисел*, відповідно. Очевидно, що виконується такі включення:

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R} \subseteq \mathbb{C}.$$

Множина A є *підмножиною* множини B, і це записуватимемо

$$A \subseteq B \quad \text{або} \quad B \supseteq A,$$

якщо кожен елемент множини A належить B, тобто з $x \in A$ випливає $x \in B$. Також у цьому випадку кажуть, що A *міститься в* B, або B *містить* A. Заперечення висловлення $A \subseteq B$ записується $A \nsubseteq B$ або $B \nsupseteq A$, і таке висловлення стверджує, що існує елемент x множини A такий, що $x \notin B$.

Приклад 1.9.4

Розглянемо множини:

$$A = \{x \mid x - \text{ непарне натуральне число}\} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \ldots\},$$

$$B = \{x \mid x - \text{ натуральне число кратне } 3\} = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, \ldots\},$$

$$C = \{x \mid x - \text{ первинне число}, x > 2\} = \{3, 5, 7, 11, 13, 17, \ldots\}.$$

Тоді $C \subseteq A$, оскільки кожне первинне число, яке перевищує 2 є непарним. З іншого боку маємо, що $B \nsubseteq A$, оскільки $6 \in B$, але $6 \notin A$.

Приклад 1.9.5

Через $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ та $\mathbb{C}$ позначимо множини *натуральних*, *цілих*, *раціональних*, *дійсних* і *комплексних чисел*, відповідно. Очевидно, що виконується такі включення:

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R} \subseteq \mathbb{C}.$$

Множина A є *підмножиною* множини B, і це записуватимемо

$$A \subseteq B \qquad \text{або} \qquad B \supseteq A,$$

якщо кожен елемент множини A належить B, тобто з $x \in A$ випливає $x \in B$. Також у цьому випадку кажуть, що A *міститься в* B, або B *містить* A. Заперечення висловлення $A \subseteq B$ записується $A \not\subseteq B$ або $B \not\supseteq A$, і таке висловлення стверджує, що існує елемент x множини A такий, що $x \notin B$.

Приклад 1.9.4

Розглянемо множини:

$$A = \{x \mid x - \text{ непарне натуральне число}\} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \ldots\},$$

$$B = \{x \mid x - \text{ натуральне число кратне } 3\} = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, \ldots\},$$

$$C = \{x \mid x - \text{ первинне число, } x > 2\} = \{3, 5, 7, 11, 13, 17, \ldots\}.$$

Тоді $C \subseteq A$, оскільки кожне первинне число, яке перевищує 2 є непарним. З іншого боку маємо, що $B \not\subseteq A$, оскільки $6 \in B$, але $6 \notin A$.

Приклад 1.9.5

Через $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ та $\mathbb{C}$ позначимо множини *натуральних*, *цілих*, *раціональних*, *дійсних* і *комплексних чисел*, відповідно. Очевидно, що виконується такі включення:

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R} \subseteq \mathbb{C}.$$

Множина A є *підмножиною* множини B, і це записуватимемо

$$A \subseteq B \qquad \text{або} \qquad B \supseteq A,$$

якщо кожен елемент множини A належить B, тобто з $x \in A$ випливає $x \in B$. Також у цьому випадку кажуть, що A *міститься в* B, або B *містить* A. Заперечення висловлення $A \subseteq B$ записується $A \nsubseteq B$ або $B \nsupseteq A$, і таке висловлення стверджує, що існує елемент x множини A такий, що $x \notin B$.

Приклад 1.9.4

Розглянемо множини:

$$A = \{x \mid x - \text{ непарне натуральне число}\} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \ldots\},$$

$$B = \{x \mid x - \text{ натуральне число кратне } 3\} = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, \ldots\},$$

$$C = \{x \mid x - \text{ первинне число}, x > 2\} = \{3, 5, 7, 11, 13, 17, \ldots\}.$$

Тоді $C \subseteq A$, оскільки кожне первинне число, яке перевищує 2 є непарним. З іншого боку маємо, що $B \nsubseteq A$, оскільки $6 \in B$, але $6 \notin A$.

Приклад 1.9.5

Через $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ та $\mathbb{C}$ позначимо множини *натуральних*, *цілих*, *раціональних*, *дійсних* і *комплексних чисел*, відповідно. Очевидно, що виконується такі включення:

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R} \subseteq \mathbb{C}.$$

Лекція 9: Підмножини

Множина A є *підмножиною* множини B, і це записуватимемо

$$A \subseteq B \qquad \text{або} \qquad B \supseteq A,$$

якщо кожен елемент множини A належить B, тобто з $x \in A$ випливає $x \in B$. Також у цьому випадку кажуть, що A *міститься в* B, або B *містить* A. Заперечення висловлення $A \subseteq B$ записується $A \nsubseteq B$ або $B \nsupseteq A$, і таке висловлення стверджує, що існує елемент x множини A такий, що $x \notin B$.

Приклад 1.9.4

Розглянемо множини:

$$A = \{x \mid x - \text{ непарне натуральне число}\} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \ldots\},$$

$$B = \{x \mid x - \text{ натуральне число кратне } 3\} = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, \ldots\},$$

$$C = \{x \mid x - \text{ первинне число}, x > 2\} = \{3, 5, 7, 11, 13, 17, \ldots\}.$$

Тоді $C \subseteq A$, оскільки кожне первинне число, яке перевищує 2 є непарним. З іншого боку маємо, що $B \nsubseteq A$, оскільки $6 \in B$, але $6 \notin A$.

Приклад 1.9.5

Через $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ та $\mathbb{C}$ позначимо множини *натуральних*, *цілих*, *раціональних*, *дійсних* і *комплексних чисел*, відповідно. Очевидно, що виконується такі включення:

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R} \subseteq \mathbb{C}.$$

Лекція 9: Підмножини

Множина A є *підмножиною* множини B, і це записуватимемо

$$A \subseteq B \qquad \text{або} \qquad B \supseteq A,$$

якщо кожен елемент множини A належить B, тобто з $x \in A$ випливає $x \in B$. Також у цьому випадку кажуть, що A *міститься в* B, або B *містить* A. Заперечення висловлення $A \subseteq B$ записується $A \not\subseteq B$ або $B \not\supseteq A$, і таке висловлення стверджує, що існує елемент x множини A такий, що $x \notin B$.

Приклад 1.9.4

Розглянемо множини:

$$A = \{x \mid x - \text{ непарне натуральне число}\} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \ldots\},$$

$$B = \{x \mid x - \text{ натуральне число кратне } 3\} = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, \ldots\},$$

$$C = \{x \mid x - \text{ первинне число}, x > 2\} = \{3, 5, 7, 11, 13, 17, \ldots\}.$$

Тоді $C \subseteq A$, оскільки кожне первинне число, яке перевищує 2 є непарним. З іншого боку маємо, що $B \not\subseteq A$, оскільки $6 \in B$, але $6 \notin A$.

Приклад 1.9.5

Через $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ та $\mathbb{C}$ позначимо множини *натуральних*, *цілих*, *раціональних*, *дійсних* і *комплексних чисел*, відповідно. Очевидно, що виконуеться такі включення:

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R} \subseteq \mathbb{C}.$$

Лекція 9: Підмножини

Множина A є *підмножиною* множини B, і це записуватимемо

$$A \subseteq B \qquad \text{або} \qquad B \supseteq A,$$

якщо кожен елемент множини A належить B, тобто з $x \in A$ випливає $x \in B$. Також у цьому випадку кажуть, що A *міститься в* B, або B *містить* A. Заперечення висловлення $A \subseteq B$ записується $A \nsubseteq B$ або $B \nsupseteq A$, і таке висловлення стверджує, що існує елемент x множини A такий, що $x \notin B$.

Приклад 1.9.4

Розглянемо множини:

$$A = \{x \mid x - \text{ непарне натуральне число}\} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots\},$$

$$B = \{x \mid x - \text{ натуральне число кратне } 3\} = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, \dots\},$$

$$C = \{x \mid x - \text{ первинне число}, x > 2\} = \{3, 5, 7, 11, 13, 17, \dots\}.$$

Тоді $C \subseteq A$, оскільки кожне первинне число, яке перевищує 2 є непарним. З іншого боку маємо, що $B \nsubseteq A$, оскільки $6 \in B$, але $6 \notin A$.

Приклад 1.9.5

Через $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ та $\mathbb{C}$ позначимо множини *натуральних*, *цілих*, *раціональних*, *дійсних* і *комплексних чисел*, відповідно. Очевидно, що виконується такі включення:

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R} \subseteq \mathbb{C}.$$

Множина A є *підмножиною* множини B, і це записуватимемо

$$A \subseteq B \qquad \text{або} \qquad B \supseteq A,$$

якщо кожен елемент множини A належить B, тобто з $x \in A$ випливає $x \in B$. Також у цьому випадку кажуть, що A *міститься в* B, або B *містить* A. Заперечення висловлення $A \subseteq B$ записується $A \nsubseteq B$ або $B \nsupseteq A$, і таке висловлення стверджує, що існує елемент x множини A такий, що $x \notin B$.

Приклад 1.9.4

Розглянемо множини:

$$A = \{x \mid x - \text{ непарне натуральне число}\} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots\},$$
$$B = \{x \mid x - \text{ натуральне число кратне } 3\} = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, \dots\},$$
$$C = \{x \mid x - \text{ первинне число, } x > 2\} = \{3, 5, 7, 11, 13, 17, \dots\}.$$

Тоді $C \subseteq A$, оскільки кожне первинне число, яке перевищує 2 є непарним. З іншого боку маємо, що $B \nsubseteq A$, оскільки $6 \in B$, але $6 \notin A$.

Приклад 1.9.5

Через $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ та $\mathbb{C}$ позначимо множини *натуральних*, *цілих*, *раціональних*, *дійсних* і *комплексних чисел*, відповідно. Очевидно, що виконується такі включення:

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R} \subseteq \mathbb{C}.$$

Лекція 9: Підмножини

Множина A є *підмножиною* множини B, і це записуватимемо

$$A \subseteq B \qquad \text{або} \qquad B \supseteq A,$$

якщо кожен елемент множини A належить B, тобто з $x \in A$ випливає $x \in B$. Також у цьому випадку кажуть, що A *міститься в* B, або B *містить* A. Заперечення висловлення $A \subseteq B$ записується $A \nsubseteq B$ або $B \nsupseteq A$, і таке висловлення стверджує, що існує елемент x множини A такий, що $x \notin B$.

Приклад 1.9.4

Розглянемо множини:

$$A = \{x \mid x - \text{ непарне натуральне число}\} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \ldots\},$$
$$B = \{x \mid x - \text{ натуральне число кратне } 3\} = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, \ldots\},$$
$$C = \{x \mid x - \text{ первинне число, } x > 2\} = \{3, 5, 7, 11, 13, 17, \ldots\}.$$

Тоді $C \subseteq A$, оскільки кожне первинне число, яке перевищує 2 є непарним. З іншого боку маємо, що $B \nsubseteq A$, оскільки $6 \in B$, але $6 \notin A$.

Приклад 1.9.5

Через $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ та $\mathbb{C}$ позначимо множини *натуральних*, *цілих*, *раціональних*, *дійсних* і *комплексних чисел*, відповідно. Очевидно, що виконується такі включення:

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R} \subseteq \mathbb{C}.$$

Лекція 9: Підмножини

Множина A є *підмножиною* множини B, і це записуватимемо

$$A \subseteq B \qquad \text{або} \qquad B \supseteq A,$$

якщо кожен елемент множини A належить B, тобто з $x \in A$ випливає $x \in B$. Також у цьому випадку кажуть, що A *міститься в* B, або B *містить* A. Заперечення висловлення $A \subseteq B$ записується $A \nsubseteq B$ або $B \nsupseteq A$, і таке висловлення стверджує, що існує елемент x множини A такий, що $x \notin B$.

Приклад 1.9.4

Розглянемо множини:

$$A = \{x \mid x - \text{ непарне натуральне число}\} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \ldots\},$$

$$B = \{x \mid x - \text{ натуральне число кратне } 3\} = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, \ldots\},$$

$$C = \{x \mid x - \text{ первинне число, } x > 2\} = \{3, 5, 7, 11, 13, 17, \ldots\}.$$

Тоді $C \subseteq A$, оскільки кожне первинне число, яке перевищує 2 є непарним. З іншого боку маємо, що $B \nsubseteq A$, оскільки $6 \in B$, але $6 \notin A$.

Приклад 1.9.5

Через $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ та $\mathbb{C}$ позначимо множини *натуральних*, *цілих*, *раціональних*, *дійсних* і *комплексних чисел*, відповідно. Очевидно, що виконується такі включення:

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R} \subseteq \mathbb{C}.$$

Лекція 9: Підмножини

Множина A є *підмножиною* множини B, і це записуватимемо

$$A \subseteq B \qquad \text{або} \qquad B \supseteq A,$$

якщо кожен елемент множини A належить B, тобто з $x \in A$ випливає $x \in B$. Також у цьому випадку кажуть, що A *міститься в* B, або B *містить* A. Заперечення висловлення $A \subseteq B$ записується $A \nsubseteq B$ або $B \nsupseteq A$, і таке висловлення стверджує, що існує елемент x множини A такий, що $x \notin B$.

Приклад 1.9.4

Розглянемо множини:

$$A = \{x \mid x - \text{ непарне натуральне число}\} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \ldots\},$$

$$B = \{x \mid x - \text{ натуральне число кратне } 3\} = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, \ldots\},$$

$$C = \{x \mid x - \text{ первинне число}, x > 2\} = \{3, 5, 7, 11, 13, 17, \ldots\}.$$

Тоді $C \subseteq A$, оскільки кожне первинне число, яке перевищує 2 є непарним. З іншого боку маємо, що $B \nsubseteq A$, оскільки $6 \in B$, але $6 \notin A$.

Приклад 1.9.5

Через $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ та $\mathbb{C}$ позначимо множини *натуральних*, *цілих*, *раціональних*, *дійсних* і *комплексних чисел*, відповідно. Очевидно, що виконується такі включення:

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R} \subseteq \mathbb{C}.$$

Множина A є *підмножиною* множини B, і це записуватимемо

$$A \subseteq B \qquad \text{або} \qquad B \supseteq A,$$

якщо кожен елемент множини A належить B, тобто з $x \in A$ випливає $x \in B$. Також у цьому випадку кажуть, що A *міститься в* B, або B *містить* A. Заперечення висловлення $A \subseteq B$ записується $A \not\subseteq B$ або $B \not\supseteq A$, і таке висловлення стверджує, що існує елемент x множини A такий, що $x \notin B$.

Приклад 1.9.4

Розглянемо множини:

$$A = \{x \mid x - \text{ непарне натуральне число}\} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \ldots\},$$
$$B = \{x \mid x - \text{ натуральне число кратне } 3\} = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, \ldots\},$$
$$C = \{x \mid x - \text{ первинне число, } x > 2\} = \{3, 5, 7, 11, 13, 17, \ldots\}.$$

Тоді $C \subseteq A$, оскільки кожне первинне число, яке перевищує 2 є непарним. З іншого боку маємо, що $B \not\subseteq A$, оскільки $6 \in B$, але $6 \notin A$.

Приклад 1.9.5

Через $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ та $\mathbb{C}$ позначимо множини *натуральних*, *цілих*, *раціональних*, *дійсних* і *комплексних чисел*, відповідно. Очевидно, що виконується такі включення:

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R} \subseteq \mathbb{C}.$$

Множина A є *підмножиною* множини B, і це записуватимемо

$$A \subseteq B \qquad \text{або} \qquad B \supseteq A,$$

якщо кожен елемент множини A належить B, тобто з $x \in A$ випливає $x \in B$. Також у цьому випадку кажуть, що A *міститься в* B, або B *містить* A. Заперечення висловлення $A \subseteq B$ записується $A \nsubseteq B$ або $B \nsupseteq A$, і таке висловлення стверджує, що існує елемент x множини A такий, що $x \notin B$.

Приклад 1.9.4

Розглянемо множини:

$$A = \{x \mid x - \text{ непарне натуральне число}\} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \ldots\},$$
$$B = \{x \mid x - \text{ натуральне число кратне } 3\} = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, \ldots\},$$
$$C = \{x \mid x - \text{ первинне число}, x > 2\} = \{3, 5, 7, 11, 13, 17, \ldots\}.$$

Тоді $C \subseteq A$, оскільки кожне первинне число, яке перевищує 2 є непарним. З іншого боку маємо, що $B \nsubseteq A$, оскільки $6 \in B$, але $6 \notin A$.

Приклад 1.9.5

Через $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ та $\mathbb{C}$ позначимо множини *натуральних, цілих, раціональних, дійсних* і *комплексних чисел*, відповідно. Очевидно, що виконується такі включення:

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R} \subseteq \mathbb{C}.$$

Лекція 9: Підмножини

Множина A є *підмножиною* множини B, і це записуватимемо

$$A \subseteq B \qquad \text{або} \qquad B \supseteq A,$$

якщо кожен елемент множини A належить B, тобто з $x \in A$ випливає $x \in B$. Також у цьому випадку кажуть, що A *міститься в* B, або B *містить* A. Заперечення висловлення $A \subseteq B$ записується $A \nsubseteq B$ або $B \nsupseteq A$, і таке висловлення стверджує, що існує елемент x множини A такий, що $x \notin B$.

Приклад 1.9.4

Розглянемо множини:

$$A = \{x \mid x - \text{ непарне натуральне число}\} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \ldots\},$$
$$B = \{x \mid x - \text{ натуральне число кратне } 3\} = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, \ldots\},$$
$$C = \{x \mid x - \text{ первинне число, } x > 2\} = \{3, 5, 7, 11, 13, 17, \ldots\}.$$

Тоді $C \subseteq A$, оскільки кожне первинне число, яке перевищує 2 є непарним. З іншого боку маємо, що $B \nsubseteq A$, оскільки $6 \in B$, але $6 \notin A$.

Приклад 1.9.5

Через $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ та $\mathbb{C}$ позначимо множини *натуральних*, *цілих*, *раціональних*, *дійсних* і *комплексних чисел*, відповідно. Очевидно, що виконується такі включення:

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R} \subseteq \mathbb{C}.$$

Лекція 9: Підмножини

Множина A є *підмножиною* множини B, і це записуватимемо

$$A \subseteq B \qquad \text{або} \qquad B \supseteq A,$$

якщо кожен елемент множини A належить B, тобто з $x \in A$ випливає $x \in B$. Також у цьому випадку кажуть, що A *міститься в* B, або B *містить* A. Заперечення висловлення $A \subseteq B$ записується $A \not\subseteq B$ або $B \not\supseteq A$, і таке висловлення стверджує, що існує елемент x множини A такий, що $x \notin B$.

Приклад 1.9.4

Розглянемо множини:

$$A = \{x \mid x - \text{ непарне натуральне число}\} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots\},$$

$$B = \{x \mid x - \text{ натуральне число кратне } 3\} = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, \dots\},$$

$$C = \{x \mid x - \text{ первинне число}, \ x > 2\} = \{3, 5, 7, 11, 13, 17, \dots\}.$$

Тоді $C \subseteq A$, оскільки кожне первинне число, яке перевищує 2 є непарним. З іншого боку маємо, що $B \not\subseteq A$, оскільки $6 \in B$, але $6 \notin A$.

Приклад 1.9.5

Через $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ та $\mathbb{C}$ позначимо множини *натуральних*, *цілих*, *раціональних*, *дійсних* і *комплексних чисел*, відповідно. Очевидно, що виконується такі включення:

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R} \subseteq \mathbb{C}.$$

Множина A є *підмножиною* множини B, і це записуватимемо

$$A \subseteq B \qquad \text{або} \qquad B \supseteq A,$$

якщо кожен елемент множини A належить B, тобто з $x \in A$ випливає $x \in B$. Також у цьому випадку кажуть, що A *міститься в* B, або B *містить* A. Заперечення висловлення $A \subseteq B$ записується $A \nsubseteq B$ або $B \nsupseteq A$, і таке висловлення стверджує, що існує елемент x множини A такий, що $x \notin B$.

Приклад 1.9.4

Розглянемо множини:

$$A = \{x \mid x - \text{ непарне натуральне число}\} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \ldots\},$$

$$B = \{x \mid x - \text{ натуральне число кратне } 3\} = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, \ldots\},$$

$$C = \{x \mid x - \text{ первинне число, } x > 2\} = \{3, 5, 7, 11, 13, 17, \ldots\}.$$

Тоді $C \subseteq A$, оскільки кожне первинне число, яке перевищує 2 є непарним. З іншого боку маємо, що $B \nsubseteq A$, оскільки $6 \in B$, але $6 \notin A$.

Приклад 1.9.5

Через $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ та $\mathbb{C}$ позначимо множини *натуральних*, *цілих*, *раціональних*, *дійсних* і *комплексних чисел*, відповідно. Очевидно, що виконується такі включення:

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R} \subseteq \mathbb{C}.$$

Множина A є *підмножиною* множини B, і це записуватимемо

$$A \subseteq B \qquad \text{або} \qquad B \supseteq A,$$

якщо кожен елемент множини A належить B, тобто з $x \in A$ випливає $x \in B$. Також у цьому випадку кажуть, що A *міститься в* B, або B *містить* A. Заперечення висловлення $A \subseteq B$ записується $A \nsubseteq B$ або $B \nsupseteq A$, і таке висловлення стверджує, що існує елемент x множини A такий, що $x \notin B$.

Приклад 1.9.4

Розглянемо множини:

$$A = \{x \mid x - \text{ непарне натуральне число}\} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \ldots\},$$

$$B = \{x \mid x - \text{ натуральне число кратне } 3\} = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, \ldots\},$$

$$C = \{x \mid x - \text{ первинне число, } x > 2\} = \{3, 5, 7, 11, 13, 17, \ldots\}.$$

Тоді $C \subseteq A$, оскільки кожне первинне число, яке перевищує 2 є непарним. З іншого боку маємо, що $B \nsubseteq A$, оскільки $6 \in B$, але $6 \notin A$.

Приклад 1.9.5

Через $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ та $\mathbb{C}$ позначимо множини *натуральних*, *цілих*, *раціональних*, *дійсних* і *комплексних чисел*, відповідно. Очевидно, що виконується такі включення:

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R} \subseteq \mathbb{C}.$$

Множина A є *підмножиною* множини B, і це записуватимемо

$$A \subseteq B \qquad \text{або} \qquad B \supseteq A,$$

якщо кожен елемент множини A належить B, тобто з $x \in A$ випливає $x \in B$. Також у цьому випадку кажуть, що A *міститься в* B, або B *містить* A. Заперечення висловлення $A \subseteq B$ записується $A \nsubseteq B$ або $B \nsupseteq A$, і таке висловлення стверджує, що існує елемент x множини A такий, що $x \notin B$.

Приклад 1.9.4

Розглянемо множини:

$$A = \{x \mid x - \text{ непарне натуральне число}\} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \ldots\},$$

$$B = \{x \mid x - \text{ натуральне число кратне } 3\} = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, \ldots\},$$

$$C = \{x \mid x - \text{ первинне число}, x > 2\} = \{3, 5, 7, 11, 13, 17, \ldots\}.$$

Тоді $C \subseteq A$, оскільки кожне первинне число, яке перевищує 2 є непарним. З іншого боку маємо, що $B \nsubseteq A$, оскільки $6 \in B$, але $6 \notin A$.

Приклад 1.9.5

Через $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ та $\mathbb{C}$ позначимо множини *натуральних*, *цілих*, *раціональних*, *дійсних* і *комплексних чисел*, відповідно. Очевидно, що виконується такі включення:

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R} \subseteq \mathbb{C}.$$

Лекція 9: Підмножини

Множина A є *підмножиною* множини B, і це записуватимемо

$$A \subseteq B \qquad \text{або} \qquad B \supseteq A,$$

якщо кожен елемент множини A належить B, тобто з $x \in A$ випливає $x \in B$. Також у цьому випадку кажуть, що A *міститься в* B, або B *містить* A. Заперечення висловлення $A \subseteq B$ записується $A \nsubseteq B$ або $B \nsupseteq A$, і таке висловлення стверджує, що існує елемент x множини A такий, що $x \notin B$.

Приклад 1.9.4

Розглянемо множини:

$$A = \{x \mid x - \text{ непарне натуральне число}\} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \ldots\},$$

$$B = \{x \mid x - \text{ натуральне число кратне } 3\} = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, \ldots\},$$

$$C = \{x \mid x - \text{ первинне число, } x > 2\} = \{3, 5, 7, 11, 13, 17, \ldots\}.$$

Тоді $C \subseteq A$, оскільки кожне первинне число, яке перевищує 2 є непарним. З іншого боку маємо, що $B \nsubseteq A$, оскільки $6 \in B$, але $6 \notin A$.

Приклад 1.9.5

Через $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ та $\mathbb{C}$ позначимо множини *натуральних*, *цілих*, *раціональних*, *дійсних* і *комплексних чисел*, відповідно. Очевидно, що виконується такі включення:

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R} \subseteq \mathbb{C}.$$

Лекція 9: Підмножини

Множина A є *підмножиною* множини B, і це записуватимемо

$$A \subseteq B \qquad \text{або} \qquad B \supseteq A,$$

якщо кожен елемент множини A належить B, тобто з $x \in A$ випливає $x \in B$. Також у цьому випадку кажуть, що A *міститься в* B, або B *містить* A. Заперечення висловлення $A \subseteq B$ записується $A \nsubseteq B$ або $B \nsupseteq A$, і таке висловлення стверджує, що існує елемент x множини A такий, що $x \notin B$.

Приклад 1.9.4

Розглянемо множини:

$$A = \{x \mid x - \text{ непарне натуральне число}\} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \ldots\},$$
$$B = \{x \mid x - \text{ натуральне число кратне } 3\} = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, \ldots\},$$
$$C = \{x \mid x - \text{ первинне число, } x > 2\} = \{3, 5, 7, 11, 13, 17, \ldots\}.$$

Тоді $C \subseteq A$, оскільки кожне первинне число, яке перевищує 2 є непарним. З іншого боку маємо, що $B \nsubseteq A$, оскільки $6 \in B$, але $6 \notin A$.

Приклад 1.9.5

Через $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ та $\mathbb{C}$ позначимо множини *натуральних*, *цілих*, *раціональних*, *дійсних* і *комплексних чисел*, відповідно. Очевидно, що виконується такі включення:

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R} \subseteq \mathbb{C}.$$

Зауважимо, що включення $A \subseteq B$ не виключає можливості, що виконується рівність $A = B$. Означимо рівність двох множин також можна сформулювати так:

Означення

Дві множини A і B є *рівними* тоді і лише тільки тоді, коли $A \subseteq B$ і $B \subseteq A$.

У випадку, коли виконується умова $A \subseteq B$, але маємо, що $A \neq B$, то будемо говорити, що A є *власною підмножиною* в B, або ж B містить A *власно*, і це записуватимемо так: $A \subset B$. Очевидно, що $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$.

Наша перша теорема випливає з попереднього означення.

Теорема 1.9.6

Нехай A, B і C — довільні множини. Тоді:

(i) $A \subseteq A$;

(ii) якщо $A \subseteq B$ і $B \subseteq A$, то $A = B$;

(iii) якщо $A \subseteq B$ і $B \subseteq C$, то $A \subseteq C$.

Лекція 9: Підмножини

Зауважимо, що включення $A \subseteq B$ не виключає можливості, що виконується рівність $A = B$. Означимо рівність двох множин також можна сформулювати так:

Означення

Дві множини A і B є *рівними* тоді і лише тільки тоді, коли $A \subseteq B$ і $B \subseteq A$.

У випадку, коли виконується умова $A \subseteq B$, але маємо, що $A \neq B$, то будемо говорити, що A є *власною підмножиною* в B, або ж B містить A *власно*, і це записуватимемо так: $A \subset B$. Очевидно, що $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$.

Наша перша теорема випливає з попереднього означення.

Теорема 1.9.6

Нехай A, B і C — довільні множини. Тоді:

(i) $A \subseteq A$;

(ii) якщо $A \subseteq B$ і $B \subseteq A$, то $A = B$;

(iii) якщо $A \subseteq B$ і $B \subseteq C$, то $A \subseteq C$.

Зауважимо, що включення $A \subseteq B$ не виключає можливості, що виконується рівність $A = B$. Означимо рівність двох множин також можна сформулювати так:

Означення

Дві множини A і B є *рівними* тоді і лише тільки тоді, коли $A \subseteq B$ і $B \subseteq A$.

У випадку, коли виконується умова $A \subseteq B$, але маємо, що $A \neq B$, то будемо говорити, що A є *власною підмножиною* в B, або ж B містить A *власно*, і це записуватимемо так: $A \subset B$. Очевидно, що $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$.

Наша перша теорема випливає з попереднього означення.

Теорема 1.9.6

Нехай A, B і C — довільні множини. Тоді:

(i) $A \subseteq A$;

(ii) якщо $A \subseteq B$ і $B \subseteq A$, то $A = B$;

(iii) якщо $A \subseteq B$ і $B \subseteq C$, то $A \subseteq C$.

Зауважимо, що включення $A \subseteq B$ не виключає можливості, що виконується рівність $A = B$. Означимо рівність двох множин також можна сформулювати так:

Означення

Дві множини A і B є *рівними* тоді і лише тільки тоді, коли $A \subseteq B$ і $B \subseteq A$.

У випадку, коли виконується умова $A \subseteq B$, але маємо, що $A \neq B$, то будемо говорити, що A є *власною підмножиною* в B, або ж B містить A *власно*, і це записуватимемо так: $A \subset B$. Очевидно, що $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$.

Наша перша теорема випливає з попереднього означення.

Теорема 1.9.6

Нехай A, B і C — довільні множини. Тоді:

(i) $A \subseteq A$;

(ii) якщо $A \subseteq B$ і $B \subseteq A$, то $A = B$;

(iii) якщо $A \subseteq B$ і $B \subseteq C$, то $A \subseteq C$.

Зауважимо, що включення $A \subseteq B$ не виключає можливості, що виконується рівність $A = B$. Означимо рівність двох множин також можна сформулювати так:

Означення

Дві множини A і B є *рівними* тоді і лише тільки тоді, коли $A \subseteq B$ і $B \subseteq A$.

У випадку, коли виконується умова $A \subseteq B$, але маємо, що $A \neq B$, то будемо говорити, що A є *власною підмножиною* в B, або ж B містить A *власно*, і це записуватимемо так: $A \subset B$. Очевидно, що $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$.

Наша перша теорема випливає з попереднього означення.

Теорема 1.9.6

Нехай A, B і C — довільні множини. Тоді:

(i) $A \subseteq A$;

(ii) якщо $A \subseteq B$ і $B \subseteq A$, то $A = B$;

(iii) якщо $A \subseteq B$ і $B \subseteq C$, то $A \subseteq C$.

Зауважимо, що включення $A \subseteq B$ не виключає можливості, що виконується рівність $A = B$. Означимо рівність двох множин також можна сформулювати так:

Означення

Дві множини A і B є *рівними* тоді і лише тільки тоді, коли $A \subseteq B$ і $B \subseteq A$.

У випадку, коли виконується умова $A \subseteq B$, але маємо, що $A \neq B$, то будемо говорити, що A є *власною підмножиною* в B, або ж B містить A *власно*, і це записуватимемо так: $A \subset B$. Очевидно, що $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$.

Наша перша теорема випливає з попереднього означення.

Теорема 1.9.6

Нехай A, B і C — довільні множини. Тоді:

(i) $A \subseteq A$;

(ii) якщо $A \subseteq B$ і $B \subseteq A$, то $A = B$;

(iii) якщо $A \subseteq B$ і $B \subseteq C$, то $A \subseteq C$.

Зауважимо, що включення $A \subseteq B$ не виключає можливості, що виконується рівність $A = B$. Означимо рівність двох множин також можна сформулювати так:

Означення

Дві множини A і B є *рівними* тоді і лише тільки тоді, коли $A \subseteq B$ і $B \subseteq A$.

У випадку, коли виконується умова $A \subseteq B$, але маємо, що $A \neq B$, то будемо говорити, що A є *власною підмножиною* в B, або ж B містить A *власно*, і це записуватимемо так: $A \subset B$. Очевидно, що $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$.

Наша перша теорема випливає з попереднього означення.

Теорема 1.9.6

Нехай A, B і C — довільні множини. Тоді:

(i) $A \subseteq A$;

(ii) якщо $A \subseteq B$ і $B \subseteq A$, то $A = B$;

(iii) якщо $A \subseteq B$ і $B \subseteq C$, то $A \subseteq C$.

Зауважимо, що включення $A \subseteq B$ не виключає можливості, що виконується рівність $A = B$. Означимо рівність двох множин також можна сформулювати так:

Означення

Дві множини A і B є *рівними* тоді і лише тільки тоді, коли $A \subseteq B$ і $B \subseteq A$.

У випадку, коли виконується умова $A \subseteq B$, але маємо, що $A \neq B$, то будемо говорити, що A є *власною підмножиною* в B, або ж B містить A *власно*, і це записуватимемо так: $A \subset B$. Очевидно, що $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$.

Наша перша теорема випливає з попереднього означення.

Теорема 1.9.6

Нехай A, B і C — довільні множини. Тоді:

(i) $A \subseteq A$;

(ii) якщо $A \subseteq B$ і $B \subseteq A$, то $A = B$;

(iii) якщо $A \subseteq B$ і $B \subseteq C$, то $A \subseteq C$.

Лекція 9: Підмножини

Зауважимо, що включення $A \subseteq B$ не виключає можливості, що виконується рівність $A = B$. Означимо рівність двох множин також можна сформулювати так:

Означення

Дві множини A і B є *рівними* тоді і лише тільки тоді, коли $A \subseteq B$ і $B \subseteq A$.

У випадку, коли виконується умова $A \subseteq B$, але маємо, що $A \neq B$, то будемо говорити, що A є *власною підмножиною* в B, або ж B містить A *власно*, і це записуватимемо так: $A \subset B$. Очевидно, що $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$.

Наша перша теорема випливає з попереднього означення.

Теорема 1.9.6

Нехай A, B і C — довільні множини. Тоді:

(i) $A \subseteq A$;

(ii) якщо $A \subseteq B$ і $B \subseteq A$, то $A = B$;

(iii) якщо $A \subseteq B$ і $B \subseteq C$, то $A \subseteq C$.

Зауважимо, що включення $A \subseteq B$ не виключає можливості, що виконується рівність $A = B$. Означимо рівність двох множин також можна сформулювати так:

Означення

Дві множини A і B є *рівними* тоді і лише тільки тоді, коли $A \subseteq B$ і $B \subseteq A$.

У випадку, коли виконується умова $A \subseteq B$, але маємо, що $A \neq B$, то будемо говорити, що A є *власною підмножиною* в B, або ж B містить A *власно*, і це записуватимемо так: $A \subset B$. Очевидно, що $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$.

Наша перша теорема випливає з попереднього означення.

Теорема 1.9.6

Нехай A, B і C — довільні множини. Тоді:

(i) $A \subseteq A$;

(ii) якщо $A \subseteq B$ і $B \subseteq A$, то $A = B$;

(iii) якщо $A \subseteq B$ і $B \subseteq C$, то $A \subseteq C$.

Зауважимо, що включення $A \subseteq B$ не виключає можливості, що виконується рівність $A = B$. Означимо рівність двох множин також можна сформулювати так:

Означення

Дві множини A і B є *рівними* тоді і лише тільки тоді, коли $A \subseteq B$ і $B \subseteq A$.

У випадку, коли виконується умова $A \subseteq B$, але маємо, що $A \neq B$, то будемо говорити, що A є *власною підмножиною* в B, або ж B містить A *власно*, і це записуватимемо так: $A \subset B$. Очевидно, що $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$.

Наша перша теорема випливає з попереднього означення.

Теорема 1.9.6

Нехай A, B і C — довільні множини. Тоді:

(i) $A \subseteq A$;

(ii) якщо $A \subseteq B$ і $B \subseteq A$, то $A = B$;

(iii) якщо $A \subseteq B$ і $B \subseteq C$, то $A \subseteq C$.

Зауважимо, що включення $A \subseteq B$ не виключає можливості, що виконується рівність $A = B$. Означимо рівність двох множин також можна сформулювати так:

Означення

Дві множини A і B є *рівними* тоді і лише тільки тоді, коли $A \subseteq B$ і $B \subseteq A$.

У випадку, коли виконується умова $A \subseteq B$, але маємо, що $A \neq B$, то будемо говорити, що A є *власною підмножиною* в B, або ж B містить A *власно*, і це записуватимемо так: $A \subset B$. Очевидно, що
$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$.
Наша перша теорема випливає з попереднього означення.

Теорема 1.9.6

Нехай A, B і C — довільні множини. Тоді:

(i) $A \subseteq A$;

(ii) якщо $A \subseteq B$ і $B \subseteq A$, то $A = B$;

(iii) якщо $A \subseteq B$ і $B \subseteq C$, то $A \subseteq C$.

Зауважимо, що включення $A \subseteq B$ не виключає можливості, що виконується рівність $A = B$. Означимо рівність двох множин також можна сформулювати так:

Означення

Дві множини A і B є *рівними* тоді і лише тільки тоді, коли $A \subseteq B$ і $B \subseteq A$.

У випадку, коли виконується умова $A \subseteq B$, але маємо, що $A \neq B$, то будемо говорити, що A є *власною підмножиною* в B, або ж B містить A *власно*, і це записуватимемо так: $A \subset B$. Очевидно, що $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$.

Наша перша теорема випливає з попереднього означення.

Теорема 1.9.6

Нехай A, B і C — довільні множини. Тоді:

(i) $A \subseteq A$;

(ii) якщо $A \subseteq B$ і $B \subseteq A$, то $A = B$;

(iii) якщо $A \subseteq B$ і $B \subseteq C$, то $A \subseteq C$.

Лекція 9: Підмножини

Зауважимо, що включення $A \subseteq B$ не виключає можливості, що виконується рівність $A = B$. Означимо рівність двох множин також можна сформулювати так:

Означення

Дві множини A і B є *рівними* тоді і лише тільки тоді, коли $A \subseteq B$ і $B \subseteq A$.

У випадку, коли виконується умова $A \subseteq B$, але маємо, що $A \neq B$, то будемо говорити, що A є *власною підмножиною* в B, або ж B містить A *власно*, і це записуватимемо так: $A \subset B$. Очевидно, що
$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$.
Наша перша теорема випливає з попереднього означення.

Теорема 1.9.6

Нехай A, B і C — довільні множини. Тоді:

(i) $A \subseteq A$;

(ii) якщо $A \subseteq B$ і $B \subseteq A$, то $A = B$;

(iii) якщо $A \subseteq B$ і $B \subseteq C$, то $A \subseteq C$.

Зауважимо, що включення $A \subseteq B$ не виключає можливості, що виконується рівність $A = B$. Означимо рівність двох множин також можна сформулювати так:

Означення

Дві множини A і B є *рівними* тоді і лише тільки тоді, коли $A \subseteq B$ і $B \subseteq A$.

У випадку, коли виконується умова $A \subseteq B$, але маємо, що $A \neq B$, то будемо говорити, що A є *власною підмножиною* в B, або ж B містить A *власно*, і це записуватимемо так: $A \subset B$. Очевидно, що $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$.

Наша перша теорема випливає з попереднього означення.

Теорема 1.9.6

Нехай A, B і C — довільні множини. Тоді:

(i) $A \subseteq A$;

(ii) якщо $A \subseteq B$ і $B \subseteq A$, то $A = B$;

(iii) якщо $A \subseteq B$ і $B \subseteq C$, то $A \subseteq C$.

Зауважимо, що включення $A \subseteq B$ не виключає можливості, що виконується рівність $A = B$. Означимо рівність двох множин також можна сформулювати так:

Означення

Дві множини A і B є *рівними* тоді і лише тільки тоді, коли $A \subseteq B$ і $B \subseteq A$.

У випадку, коли виконується умова $A \subseteq B$, але маємо, що $A \neq B$, то будемо говорити, що A є *власною підмножиною* в B, або ж B містить A *власно*, і це записуватимемо так: $A \subset B$. Очевидно, що
$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$.
Наша перша теорема випливає з попереднього означення.

Теорема 1.9.6

Нехай A, B і C — довільні множини. Тоді:

(i) $A \subseteq A$;

(ii) якщо $A \subseteq B$ і $B \subseteq A$, то $A = B$;

(iii) якщо $A \subseteq B$ і $B \subseteq C$, то $A \subseteq C$.

Зауважимо, що включення $A \subseteq B$ не виключає можливості, що виконується рівність $A = B$. Означимо рівність двох множин також можна сформулювати так:

Означення

Дві множини A і B є *рівними* тоді і лише тільки тоді, коли $A \subseteq B$ і $B \subseteq A$.

У випадку, коли виконується умова $A \subseteq B$, але маємо, що $A \neq B$, то будемо говорити, що A є *власною підмножиною* в B, або ж B містить A *власно*, і це записуватимемо так: $A \subset B$. Очевидно, що
$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$.
Наша перша теорема випливає з попереднього означення.

Теорема 1.9.6

Нехай A, B і C — довільні множини. Тоді:

(i) $A \subseteq A$;

(ii) якщо $A \subseteq B$ і $B \subseteq A$, то $A = B$;

(iii) якщо $A \subseteq B$ і $B \subseteq C$, то $A \subseteq C$.

Зауважимо, що включення $A \subseteq B$ не виключає можливості, що виконується рівність $A = B$. Означимо рівність двох множин також можна сформулювати так:

Означення

Дві множини A і B є *рівними* тоді і лише тільки тоді, коли $A \subseteq B$ і $B \subseteq A$.

У випадку, коли виконується умова $A \subseteq B$, але маємо, що $A \neq B$, то будемо говорити, що A є *власною підмножиною* в B, або ж B містить A *власно*, і це записуватимемо так: $A \subset B$. Очевидно, що
$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$.
Наша перша теорема випливає з попереднього означення.

Теорема 1.9.6

Нехай A, B і C — довільні множини. Тоді:

(i) $A \subseteq A$;
(ii) якщо $A \subseteq B$ і $B \subseteq A$, то $A = B$;
(iii) якщо $A \subseteq B$ і $B \subseteq C$, то $A \subseteq C$.

Лекція 9: Універсальна та порожня множини

В довільному застосуванні теорії множин усі множини, які вивчаються, є підмножинами деякої фіксованої множини. Ми називатимемо цю множину *універсальною множиною* або ж *універсумом*, і позначатимемо її через $\mathcal{U}$. Також є потреба ввести поняття *порожньої множини*, тобто множини, яка не містить жодних елементів. Порожня множина позначається через $\varnothing$ і вважається, що вона є скінченною і міститься у кожній іншій підмножині. Отож, для довільної множини A маємо:

$$\varnothing \subseteq A \subseteq \mathcal{U}.$$

Приклад 1.9.7

В планіметрії (геометрії на площині) універсальна множина складається з усіх точок площини.

Приклад 1.9.8

Нехай

$$A = \{x \mid x^4 = 13, x \in \mathbb{N}\}.$$

Тоді множина A є порожньою, тобто $A = \varnothing$.

Приклад 1.9.9

Нехай $B = \{\varnothing\}$. Тоді $B \neq \varnothing$, оскільки множина B містить один елемент.

Лекція 9: Універсальна та порожня множини

В довільному застосуванні теорії множин усі множини, які вивчаються, є підмножинами деякої фіксованої множини. Ми називатимемо цю множину *універсальною множиною* або ж *універсумом*, і позначатимемо її через $\mathcal{U}$. Також є потреба ввести поняття *порожньої множини*, тобто множини, яка не містить жодних елементів. Порожня множина позначається через $\varnothing$ і вважається, що вона є скінченною і міститься у кожній іншій підмножині. Отож, для довільної множини A маємо:

$$\varnothing \subseteq A \subseteq \mathcal{U}.$$

Приклад 1.9.7

В планіметрії (геометрії на площині) універсальна множина складається з усіх точок площини.

Приклад 1.9.8

Нехай

$$A = \{x \mid x^4 = 13, x \in \mathbb{N}\}.$$

Тоді множина A є порожньою, тобто $A = \varnothing$.

Приклад 1.9.9

Нехай $B = \{\varnothing\}$. Тоді $B \neq \varnothing$, оскільки множина B містить один елемент.

Лекція 9: Універсальна та порожня множини

В довільному застосуванні теорії множин усі множини, які вивчаються, є підмножинами деякої фіксованої множини. Ми називатимемо цю множину *універсальною множиною* або ж *універсумом*, і позначатимемо її через $\mathcal{U}$. Також є потреба ввести поняття *порожньої множини*, тобто множини, яка не містить жодних елементів. Порожня множина позначається через $\varnothing$ і вважається, що вона є скінченною і міститься у кожній іншій підмножині. Отож, для довільної множини A маємо:

$$\varnothing \subseteq A \subseteq \mathcal{U}.$$

Приклад 1.9.7

В планіметрії (геометрії на площині) універсальна множина складається з усіх точок площини.

Приклад 1.9.8

Нехай

$$A = \{x \mid x^4 = 13, x \in \mathbb{N}\}.$$

Тоді множина A є порожньою, тобто $A = \varnothing$.

Приклад 1.9.9

Нехай $B = \{\varnothing\}$. Тоді $B \neq \varnothing$, оскільки множина B містить один елемент.

Лекція 9: Універсальна та порожня множини

В довільному застосуванні теорії множин усі множини, які вивчаються, є підмножинами деякої фіксованої множини. Ми називатимемо цю множину *універсальною множиною* або ж *універсумом*, і позначатимемо її через $\mathcal{U}$. Також є потреба ввести поняття *порожньої множини*, тобто множини, яка не містить жодних елементів. Порожня множина позначається через $\varnothing$ і вважається, що вона є скінченною і міститься у кожній іншій підмножині. Отож, для довільної множини A маємо:

$$\varnothing \subseteq A \subseteq \mathcal{U}.$$

Приклад 1.9.7

В планіметрії (геометрії на площині) універсальна множина складається з усіх точок площини.

Приклад 1.9.8

Нехай

$$A = \{x \mid x^4 = 13, x \in \mathbb{N}\}.$$

Тоді множина A є порожньою, тобто $A = \varnothing$.

Приклад 1.9.9

Нехай $B = \{\varnothing\}$. Тоді $B \neq \varnothing$, оскільки множина B містить один елемент.

Лекція 9: Універсальна та порожня множини

В довільному застосуванні теорії множин усі множини, які вивчаються, є підмножинами деякої фіксованої множини. Ми називатимемо цю множину *універсальною множиною* або ж *універсумом*, і позначатимемо її через $\mathcal{U}$. Також є потреба ввести поняття *порожньої множини*, тобто множини, яка не містить жодних елементів. Порожня множина позначається через $\varnothing$ і вважається, що вона є скінченною і міститься у кожній іншій підмножині. Отож, для довільної множини A маємо:

$$\varnothing \subseteq A \subseteq \mathcal{U}.$$

Приклад 1.9.7

В планіметрії (геометрії на площині) універсальна множина складається з усіх точок площини.

Приклад 1.9.8

Нехай

$$A = \{x \mid x^4 = 13, x \in \mathbb{N}\}.$$

Тоді множина A є порожньою, тобто $A = \varnothing$.

Приклад 1.9.9

Нехай $B = \{\varnothing\}$. Тоді $B \neq \varnothing$, оскільки множина B містить один елемент.

В довільному застосуванні теорії множин усі множини, які вивчаються, є підмножинами деякої фіксованої множини. Ми називатимемо цю множину *універсальною множиною* або ж *універсумом*, і позначатимемо її через $\mathcal{U}$.

Також є потреба ввести поняття *порожньої множини*, тобто множини, яка не містить жодних елементів. Порожня множина позначається через $\varnothing$ і вважається, що вона є скінченною і міститься у кожній іншій підмножині. Отож, для довільної множини A маємо:

$$\varnothing \subseteq A \subseteq \mathcal{U}.$$

Приклад 1.9.7

В планіметрії (геометрії на площині) універсальна множина складається з усіх точок площини.

Приклад 1.9.8

Нехай

$$A = \{x \mid x^4 = 13, x \in \mathbb{N}\}.$$

Тоді множина A є порожньою, тобто $A = \varnothing$.

Приклад 1.9.9

Нехай $B = \{\varnothing\}$. Тоді $B \neq \varnothing$, оскільки множина B містить один елемент.

В довільному застосуванні теорії множин усі множини, які вивчаються, є підмножинами деякої фіксованої множини. Ми називатимемо цю множину *універсальною множиною* або ж *універсумом*, і позначатимемо її через $\mathcal{U}$. Також є потреба ввести поняття *порожньої множини*, тобто множини, яка не містить жодних елементів. Порожня множина позначається через $\varnothing$ і вважається, що вона є скінченною і міститься у кожній іншій підмножині. Отож, для довільної множини A маємо:

$$\varnothing \subseteq A \subseteq \mathcal{U}.$$

Приклад 1.9.7

В планіметрії (геометрії на площині) універсальна множина складається з усіх точок площини.

Приклад 1.9.8

Нехай

$$A = \{x \mid x^4 = 13, x \in \mathbb{N}\}.$$

Тоді множина A є порожньою, тобто $A = \varnothing$.

Приклад 1.9.9

Нехай $B = \{\varnothing\}$. Тоді $B \neq \varnothing$, оскільки множина B містить один елемент.

Лекція 9: Універсальна та порожня множини

В довільному застосуванні теорії множин усі множини, які вивчаються, є підмножинами деякої фіксованої множини. Ми називатимемо цю множину *універсальною множиною* або ж *універсумом*, і позначатимемо її через $\mathcal{U}$. Також є потреба ввести поняття *порожньої множини*, тобто множини, яка не містить жодних елементів. Порожня множина позначається через $\varnothing$ і вважається, що вона є скінченною і міститься у кожній іншій підмножині. Отож, для довільної множини A маємо:

$$\varnothing \subseteq A \subseteq \mathcal{U}.$$

Приклад 1.9.7

В планіметрії (геометрії на площині) універсальна множина складається з усіх точок площини.

Приклад 1.9.8

Нехай

$$A = \{x \mid x^4 = 13, x \in \mathbb{N}\}.$$

Тоді множина A є порожньою, тобто $A = \varnothing$.

Приклад 1.9.9

Нехай $B = \{\varnothing\}$. Тоді $B \neq \varnothing$, оскільки множина B містить один елемент.

Лекція 9: Універсальна та порожня множини

В довільному застосуванні теорії множин усі множини, які вивчаються, є підмножинами деякої фіксованої множини. Ми називатимемо цю множину *універсальною множиною* або ж *універсумом*, і позначатимемо її через $\mathcal{U}$. Також є потреба ввести поняття *порожньої множини*, тобто множини, яка не містить жодних елементів. Порожня множина позначається через $\varnothing$ і вважається, що вона є скінченною і міститься у кожній іншій підмножині. Отож, для довільної множини A маємо:

$$\varnothing \subseteq A \subseteq \mathcal{U}.$$

Приклад 1.9.7

В планіметрії (геометрії на площині) універсальна множина складається з усіх точок площини.

Приклад 1.9.8

Нехай

$$A = \{x \mid x^4 = 13, x \in \mathbb{N}\}.$$

Тоді множина A є порожньою, тобто $A = \varnothing$.

Приклад 1.9.9

Нехай $B = \{\varnothing\}$. Тоді $B \neq \varnothing$, оскільки множина B містить один елемент.

Лекція 9: Універсальна та порожня множини

В довільному застосуванні теорії множин усі множини, які вивчаються, є підмножинами деякої фіксованої множини. Ми називатимемо цю множину *універсальною множиною* або ж *універсумом*, і позначатимемо її через $\mathcal{U}$. Також є потреба ввести поняття *порожньої множини*, тобто множини, яка не містить жодних елементів. Порожня множина позначається через $\varnothing$ і вважається, що вона є скінченною і міститься у кожній іншій підмножині. Отож, для довільної множини A маємо:

$$\varnothing \subseteq A \subseteq \mathcal{U}.$$

Приклад 1.9.7

В планіметрії (геометрії на площині) універсальна множина складається з усіх точок площини.

Приклад 1.9.8

Нехай

$$A = \{x \mid x^4 = 13, x \in \mathbb{N}\}.$$

Тоді множина A є порожньою, тобто $A = \varnothing$.

Приклад 1.9.9

Нехай $B = \{\varnothing\}$. Тоді $B \neq \varnothing$, оскільки множина B містить один елемент.

Лекція 9: Універсальна та порожня множини

В довільному застосуванні теорії множин усі множини, які вивчаються, є підмножинами деякої фіксованої множини. Ми називатимемо цю множину *універсальною множиною* або ж *універсумом*, і позначатимемо її через $\mathcal{U}$. Також є потреба ввести поняття *порожньої множини*, тобто множини, яка не містить жодних елементів. Порожня множина позначається через $\varnothing$ і вважається, що вона є скінченною і міститься у кожній іншій підмножині. Отож, для довільної множини A маємо:

$$\varnothing \subseteq A \subseteq \mathcal{U}.$$

Приклад 1.9.7

В планіметрії (геометрії на площині) універсальна множина складається з усіх точок площини.

Приклад 1.9.8

Нехай

$$A = \{x \mid x^4 = 13, x \in \mathbb{N}\}.$$

Тоді множина A є порожньою, тобто $A = \varnothing$.

Приклад 1.9.9

Нехай $B = \{\varnothing\}$. Тоді $B \neq \varnothing$, оскільки множина B містить один елемент.

Лекція 9: Універсальна та порожня множини

В довільному застосуванні теорії множин усі множини, які вивчаються, є підмножинами деякої фіксованої множини. Ми називатимемо цю множину *універсальною множиною* або ж *універсумом*, і позначатимемо її через $\mathcal{U}$. Також є потреба ввести поняття *порожньої множини*, тобто множини, яка не містить жодних елементів. Порожня множина позначається через $\varnothing$ і вважається, що вона є скінченною і міститься у кожній іншій підмножині. Отож, для довільної множини A маємо:

$$\varnothing \subseteq A \subseteq \mathcal{U}.$$

Приклад 1.9.7

В планіметрії (геометрії на площині) універсальна множина складається з усіх точок площини.

Приклад 1.9.8

Нехай

$$A = \{x \mid x^4 = 13, x \in \mathbb{N}\}.$$

Тоді множина A є порожньою, тобто $A = \varnothing$.

Приклад 1.9.9

Нехай $B = \{\varnothing\}$. Тоді $B \neq \varnothing$, оскільки множина B містить один елемент.

Лекція 9: Універсальна та порожня множини

В довільному застосуванні теорії множин усі множини, які вивчаються, є підмножинами деякої фіксованої множини. Ми називатимемо цю множину *універсальною множиною* або ж *універсумом*, і позначатимемо її через $\mathcal{U}$. Також є потреба ввести поняття *порожньої множини*, тобто множини, яка не містить жодних елементів. Порожня множина позначається через $\varnothing$ і вважається, що вона є скінченною і міститься у кожній іншій підмножині. Отож, для довільної множини A маємо:

$$\varnothing \subseteq A \subseteq \mathcal{U}.$$

Приклад 1.9.7

В планіметрії (геометрії на площині) універсальна множина складається з усіх точок площини.

Приклад 1.9.8

Нехай

$$A = \{x \mid x^4 = 13, x \in \mathbb{N}\}.$$

Тоді множина A є порожньою, тобто $A = \varnothing$.

Приклад 1.9.9

Нехай $B = \{\varnothing\}$. Тоді $B \neq \varnothing$, оскільки множина B містить один елемент.

Лекція 9: Універсальна та порожня множини

В довільному застосуванні теорії множин усі множини, які вивчаються, є підмножинами деякої фіксованої множини. Ми називатимемо цю множину *універсальною множиною* або ж *універсумом*, і позначатимемо її через $\mathcal{U}$. Також є потреба ввести поняття *порожньої множини*, тобто множини, яка не містить жодних елементів. Порожня множина позначається через $\varnothing$ і вважається, що вона є скінченною і міститься у кожній іншій підмножині. Отож, для довільної множини A маємо:

$$\varnothing \subseteq A \subseteq \mathcal{U}.$$

Приклад 1.9.7

В планіметрії (геометрії на площині) універсальна множина складається з усіх точок площини.

Приклад 1.9.8

Нехай

$$A = \{x \mid x^4 = 13, x \in \mathbb{N}\}.$$

Тоді множина A є порожньою, тобто $A = \varnothing$.

Приклад 1.9.9

Нехай $B = \{\varnothing\}$. Тоді $B \neq \varnothing$, оскільки множина B містить один елемент.

В довільному застосуванні теорії множин усі множини, які вивчаються, є підмножинами деякої фіксованої множини. Ми називатимемо цю множину *універсальною множиною* або ж *універсумом*, і позначатимемо її через $\mathcal{U}$. Також є потреба ввести поняття *порожньої множини*, тобто множини, яка не містить жодних елементів. Порожня множина позначається через $\varnothing$ і вважається, що вона є скінченною і міститься у кожній іншій підмножині. Отож, для довільної множини A маємо:

$$\varnothing \subseteq A \subseteq \mathcal{U}.$$

Приклад 1.9.7

В планіметрії (геометрії на площині) універсальна множина складається з усіх точок площини.

Приклад 1.9.8

Нехай

$$A = \{x \mid x^4 = 13, x \in \mathbb{N}\}.$$

Тоді множина A є порожньою, тобто $A = \varnothing$.

Приклад 1.9.9

Нехай $B = \{\varnothing\}$. Тоді $B \neq \varnothing$, оскільки множина B містить один елемент.

В довільному застосуванні теорії множин усі множини, які вивчаються, є підмножинами деякої фіксованої множини. Ми називатимемо цю множину *універсальною множиною* або ж *універсумом*, і позначатимемо її через $\mathcal{U}$. Також є потреба ввести поняття *порожньої множини*, тобто множини, яка не містить жодних елементів. Порожня множина позначається через $\varnothing$ і вважається, що вона є скінченною і міститься у кожній іншій підмножині. Отож, для довільної множини A маємо:

$$\varnothing \subseteq A \subseteq \mathcal{U}.$$

Приклад 1.9.7

В планіметрії (геометрії на площині) універсальна множина складається з усіх точок площини.

Приклад 1.9.8

Нехай

$$A = \{x \mid x^4 = 13, x \in \mathbb{N}\}.$$

Тоді множина A є порожньою, тобто $A = \varnothing$.

Приклад 1.9.9

Нехай $B = \{\varnothing\}$. Тоді $B \neq \varnothing$, оскільки множина B містить один елемент.

Лекція 9: Універсальна та порожня множини

В довільному застосуванні теорії множин усі множини, які вивчаються, є підмножинами деякої фіксованої множини. Ми називатимемо цю множину *універсальною множиною* або ж *універсумом*, і позначатимемо її через $\mathcal{U}$. Також є потреба ввести поняття *порожньої множини*, тобто множини, яка не містить жодних елементів. Порожня множина позначається через $\varnothing$ і вважається, що вона є скінченною і міститься у кожній іншій підмножині. Отож, для довільної множини A маємо:

$$\varnothing \subseteq A \subseteq \mathcal{U}.$$

Приклад 1.9.7

В планіметрії (геометрії на площині) універсальна множина складається з усіх точок площини.

Приклад 1.9.8

Нехай

$$A = \{x \mid x^4 = 13, x \in \mathbb{N}\}.$$

Тоді множина A є порожньою, тобто $A = \varnothing$.

Приклад 1.9.9

Нехай $B = \{\varnothing\}$. Тоді $B \neq \varnothing$, оскільки множина B містить один елемент.

В довільному застосуванні теорії множин усі множини, які вивчаються, є підмножинами деякої фіксованої множини. Ми називатимемо цю множину *універсальною множиною* або ж *універсумом*, і позначатимемо її через $\mathcal{U}$. Також є потреба ввести поняття *порожньої множини*, тобто множини, яка не містить жодних елементів. Порожня множина позначається через $\varnothing$ і вважається, що вона є скінченною і міститься у кожній іншій підмножині. Отож, для довільної множини A маємо:

$$\varnothing \subseteq A \subseteq \mathcal{U}.$$

Приклад 1.9.7

В планіметрії (геометрії на площині) універсальна множина складається з усіх точок площини.

Приклад 1.9.8

Нехай

$$A = \{x \mid x^4 = 13, x \in \mathbb{N}\}.$$

Тоді множина A є порожньою, тобто $A = \varnothing$.

Приклад 1.9.9

Нехай $B = \{\varnothing\}$. Тоді $B \neq \varnothing$, оскільки множина B містить один елемент.

В довільному застосуванні теорії множин усі множини, які вивчаються, є підмножинами деякої фіксованої множини. Ми називатимемо цю множину *універсальною множиною* або ж *універсумом*, і позначатимемо її через $\mathcal{U}$. Також є потреба ввести поняття *порожньої множини*, тобто множини, яка не містить жодних елементів. Порожня множина позначається через $\varnothing$ і вважається, що вона є скінченною і міститься у кожній іншій підмножині. Отож, для довільної множини A маємо:

$$\varnothing \subseteq A \subseteq \mathcal{U}.$$

Приклад 1.9.7

В планіметрії (геометрії на площині) універсальна множина складається з усіх точок площини.

Приклад 1.9.8

Нехай

$$A = \{x \mid x^4 = 13, x \in \mathbb{N}\}.$$

Тоді множина A є порожньою, тобто $A = \varnothing$.

Приклад 1.9.9

Нехай $B = \{\varnothing\}$. Тоді $B \neq \varnothing$, оскільки множина B містить один елемент.

В довільному застосуванні теорії множин усі множини, які вивчаються, є підмножинами деякої фіксованої множини. Ми називатимемо цю множину *універсальною множиною* або ж *універсумом*, і позначатимемо її через $\mathcal{U}$. Також є потреба ввести поняття *порожньої множини*, тобто множини, яка не містить жодних елементів. Порожня множина позначається через $\varnothing$ і вважається, що вона є скінченною і міститься у кожній іншій підмножині. Отож, для довільної множини A маємо:

$$\varnothing \subseteq A \subseteq \mathcal{U}.$$

Приклад 1.9.7

В планіметрії (геометрії на площині) універсальна множина складається з усіх точок площини.

Приклад 1.9.8

Нехай

$$A = \{x \mid x^4 = 13, x \in \mathbb{N}\}.$$

Тоді множина A є порожньою, тобто $A = \varnothing$.

Приклад 1.9.9

Нехай $B = \{\varnothing\}$. Тоді $B \neq \varnothing$, оскільки множина B містить один елемент.

Лекція 9: Універсальна та порожня множини

В довільному застосуванні теорії множин усі множини, які вивчаються, є підмножинами деякої фіксованої множини. Ми називатимемо цю множину *універсальною множиною* або ж *універсумом*, і позначатимемо її через $\mathcal{U}$. Також є потреба ввести поняття *порожньої множини*, тобто множини, яка не містить жодних елементів. Порожня множина позначається через $\varnothing$ і вважається, що вона є скінченною і міститься у кожній іншій підмножині. Отож, для довільної множини A маємо:

$$\varnothing \subseteq A \subseteq \mathcal{U}.$$

Приклад 1.9.7

В планіметрії (геометрії на площині) універсальна множина складається з усіх точок площини.

Приклад 1.9.8

Нехай

$$A = \{x \mid x^4 = 13, x \in \mathbb{N}\}.$$

Тоді множина A є порожньою, тобто $A = \varnothing$.

Приклад 1.9.9

Нехай $B = \{\varnothing\}$. Тоді $B \neq \varnothing$, оскільки множина B містить один елемент.

Лекція 9: Класи, набори, сім'ї та простори

Дуже часто буває так, що елементи множин є множинами. Наприклад, кожна площина в множині площин є множиною точок, а кожна множина ліній є також множиною точок. Для спрощення такої ситуації ми використовуватимемо поняття "*клас*", "*набір*" і "*сім'я*", як синоніми поняття множина. Ми використовуватимемо поняття клас усіх підмножин замість множини усіх множин (оскільки останнє поняття є суперечливим), і поняття набір чи сім'я для множини класів. Терміни "*підклас*", "*піднабір*" і "*підсім'я*" будемо використовувати по аналогії до терміну підмножина.

Приклад 1.9.10

Членами класу $\{\{1,2,3\},\{2,3,5\},\{4,5\}\}$ є множини $\{1,2,3\}$, $\{2,3,5\}$ та $\{4,5\}$.

Приклад 1.9.11

Надмножиною множини A називається клас усіх підмножин множини A і позначається через $\mathscr{P}(A)$ або ж 2^A. У частковому випадку, якщо $A=\{a,b,c\}$, то маємо:

$$\mathscr{P}(A)=\{A,\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a\},\{b\},\{c\},\varnothing\}.$$

У загальному випадку, якщо множина A є скінченною і має n елементів, то надмножина $\mathscr{P}(A)$ має 2^n елементів.

Під поняттям *простір* будемо розуміти певну непорожню множину, наділену деякою математичною структурою, наприклад векторний (лінійний) простір, метричний простір або топологічний простір. У цьому випадку елемент простору будемо називати *точкою*.

Дуже часто буває так, що елементи множин є множинами. Наприклад, кожна площина в множині площин є множиною точок, а кожна множина ліній є також множиною точок. Для спрощення такої ситуації ми використовуватимемо поняття "*клас*", "*набір*" і "*сім'я*", як синоніми поняття множина. Ми використовуватимемо поняття клас усіх підмножин замість множини усіх множин (оскільки останнє поняття є суперечливим), і поняття набір чи сім'я для множини класів. Терміни "*підклас*", "*піднабір*" і "*підсім'я*" будемо використовувати по аналогії до терміну підмножина.

Приклад 1.9.10

Членами класу $\{\{1,2,3\},\{2,3,5\},\{4,5\}\}$ є множини $\{1,2,3\}$, $\{2,3,5\}$ та $\{4,5\}$.

Приклад 1.9.11

Надмножиною множини A називається клас усіх підмножин множини A і позначається через $\mathscr{P}(A)$ або ж 2^A. У частковому випадку, якщо $A=\{a,b,c\}$, то маємо:

$$\mathscr{P}(A)=\{A,\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a\},\{b\},\{c\},\varnothing\}.$$

У загальному випадку, якщо множина A є скінченною і має n елементів, то надмножина $\mathscr{P}(A)$ має 2^n елементів.

Під поняттям *простір* будемо розуміти певну непорожню множину, наділену деякою математичною структурою, наприклад векторний (лінійний) простір, метричний простір або топологічний простір. У цьому випадку елемент простору будемо називати *точкою*.

Лекція 9: Класи, набори, сім'ї та простори

Дуже часто буває так, що елементи множин є множинами. Наприклад, кожна площина в множині площин є множиною точок, а кожна множина ліній є також множиною точок. Для спрощення такої ситуації ми використовуватимемо поняття "*клас*", "*набір*" і "*сім'я*", як синоніми поняття множина. Ми використовуватимемо поняття клас усіх підмножин замість множини усіх множин (оскільки останнє поняття є суперечливим), і поняття набір чи сім'я для множини класів. Терміни "*підклас*", "*піднабір*" і "*підсім'я*" будемо використовувати по аналогії до терміну підмножина.

Приклад 1.9.10

Членами класу $\{\{1, 2, 3\}, \{2, 3, 5\}, \{4, 5\}\}$ є множини $\{1, 2, 3\}$, $\{2, 3, 5\}$ та $\{4, 5\}$.

Приклад 1.9.11

Надмножиною множини A називається клас усіх підмножин множини A і позначається через $\mathscr{P}(A)$ або ж 2^A. У частковому випадку, якщо $A = \{a, b, c\}$, то маємо:

$$\mathscr{P}(A) = \{A, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \varnothing\}.$$

У загальному випадку, якщо множина A є скінченною і має n елементів, то надмножина $\mathscr{P}(A)$ має 2^n елементів.

Під поняттям *простір* будемо розуміти певну непорожню множину, наділену деякою математичною структурою, наприклад векторний (лінійний) простір, метричний простір або топологічний простір. У цьому випадку елемент простору будемо називати *точкою*.

Лекція 9: Класи, набори, сім'ї та простори

Дуже часто буває так, що елементи множин є множинами. Наприклад, кожна площина в множині площин є множиною точок, а кожна множина ліній є також множиною точок. Для спрощення такої ситуації ми використовуватимемо поняття "*клас*", "*набір*" і "*сім'я*", як синоніми поняття множина. Ми використовуватимемо поняття клас усіх підмножин замість множини усіх множин (оскільки останнє поняття є суперечливим), і поняття набір чи сім'я для множини класів. Терміни "*підклас*", "*піднабір*" і "*підсім'я*" будемо використовувати по аналогії до терміну підмножина.

Приклад 1.9.10

Членами класу $\{\{1,2,3\},\{2,3,5\},\{4,5\}\}$ є множини $\{1,2,3\}$, $\{2,3,5\}$ та $\{4,5\}$.

Приклад 1.9.11

Надмножиною множини A називається клас усіх підмножин множини A і позначається через $\mathscr{P}(A)$ або ж 2^A. У частковому випадку, якщо $A=\{a,b,c\}$, то маємо:

$$\mathscr{P}(A)=\{A,\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a\},\{b\},\{c\},\varnothing\}.$$

У загальному випадку, якщо множина A є скінченною і має n елементів, то надмножина $\mathscr{P}(A)$ має 2^n елементів.

Під поняттям *простір* будемо розуміти певну непорожню множину, наділену деякою математичною структурою, наприклад векторний (лінійний) простір, метричний простір або топологічний простір. У цьому випадку елемент простору будемо називати *точкою*.

Дуже часто буває так, що елементи множин є множинами. Наприклад, кожна площина в множині площин є множиною точок, а кожна множина ліній є також множиною точок. Для спрощення такої ситуації ми використовуватимемо поняття "*клас*", "*набір*" і "*сім'я*", як синоніми поняття множина. Ми використовуватимемо поняття клас усіх підмножин замість множини усіх множин (оскільки останнє поняття є суперечливим), і поняття набір чи сім'я для множини класів. Терміни "*підклас*", "*піднабір*" і "*підсім'я*" будемо використовувати по аналогії до терміну підмножина.

Приклад 1.9.10

Членами класу $\{\{1,2,3\},\{2,3,5\},\{4,5\}\}$ є множини $\{1,2,3\}$, $\{2,3,5\}$ та $\{4,5\}$.

Приклад 1.9.11

Надмножиною множини A називається клас усіх підмножин множини A і позначається через $\mathscr{P}(A)$ або ж 2^A. У частковому випадку, якщо $A=\{a,b,c\}$, то маємо:

$$\mathscr{P}(A)=\{A,\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a\},\{b\},\{c\},\varnothing\}.$$

У загальному випадку, якщо множина A є скінченною і має n елементів, то надмножина $\mathscr{P}(A)$ має 2^n елементів.

Під поняттям *простір* будемо розуміти певну непорожню множину, наділену деякою математичною структурою, наприклад векторний (лінійний) простір, метричний простір або топологічний простір. У цьому випадку елемент простору будемо називати *точкою*.

Лекція 9: Класи, набори, сім'ї та простори

Дуже часто буває так, що елементи множин є множинами. Наприклад, кожна площина в множині площин є множиною точок, а кожна множина ліній є також множиною точок. Для спрощення такої ситуації ми використовуватимемо поняття "*клас*", "*набір*" і "*сім'я*", як синоніми поняття множина. Ми використовуватимемо поняття клас усіх підмножин замість множини усіх множин (оскільки останнє поняття є суперечливим), і поняття набір чи сім'я для множини класів. Терміни "*підклас*", "*піднабір*" і "*підсім'я*" будемо використовувати по аналогії до терміну підмножина.

Приклад 1.9.10

Членами класу $\{\{1,2,3\},\{2,3,5\},\{4,5\}\}$ є множини $\{1,2,3\}$, $\{2,3,5\}$ та $\{4,5\}$.

Приклад 1.9.11

Надмножиною множини A називається клас усіх підмножин множини A і позначається через $\mathscr{P}(A)$ або ж 2^A. У частковому випадку, якщо $A=\{a,b,c\}$, то маємо:

$$\mathscr{P}(A)=\{A,\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a\},\{b\},\{c\},\varnothing\}.$$

У загальному випадку, якщо множина A є скінченною і має n елементів, то надмножина $\mathscr{P}(A)$ має 2^n елементів.

Під поняттям *простір* будемо розуміти певну непорожню множину, наділену деякою математичною структурою, наприклад векторний (лінійний) простір, метричний простір або топологічний простір. У цьому випадку елемент простору будемо називати *точкою*.

Лекція 9: Класи, набори, сім'ї та простори

Дуже часто буває так, що елементи множин є множинами. Наприклад, кожна площина в множині площин є множиною точок, а кожна множина ліній є також множиною точок. Для спрощення такої ситуації ми використовуватимемо поняття "*клас*", "*набір*" і "*сім'я*", як синоніми поняття множина. Ми використовуватимемо поняття клас усіх підмножин замість множини усіх множин (оскільки останнє поняття є суперечливим), і поняття набір чи сім'я для множини класів. Терміни "*підклас*", "*піднабір*" і "*підсім'я*" будемо використовувати по аналогії до терміну підмножина.

Приклад 1.9.10

Членами класу $\{\{1,2,3\},\{2,3,5\},\{4,5\}\}$ є множини $\{1,2,3\}$, $\{2,3,5\}$ та $\{4,5\}$.

Приклад 1.9.11

Надмножиною множини A називається клас усіх підмножин множини A і позначається через $\mathscr{P}(A)$ або ж 2^A. У частковому випадку, якщо $A = \{a,b,c\}$, то маємо:

$$\mathscr{P}(A) = \{A, \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \varnothing\}.$$

У загальному випадку, якщо множина A є скінченною і має n елементів, то надмножина $\mathscr{P}(A)$ має 2^n елементів.

Під поняттям *простір* будемо розуміти певну непорожню множину, наділену деякою математичною структурою, наприклад векторний (лінійний) простір, метричний простір або топологічний простір. У цьому випадку елемент простору будемо називати *точкою*.

Дуже часто буває так, що елементи множин є множинами. Наприклад, кожна площина в множині площин є множиною точок, а кожна множина ліній є також множиною точок. Для спрощення такої ситуації ми використовуватимемо поняття "*клас*", "*набір*" і "*сім'я*", як синоніми поняття множина. Ми використовуватимемо поняття клас усіх підмножин замість множини усіх множин (оскільки останнє поняття є суперечливим), і поняття набір чи сім'я для множини класів. Терміни "*підклас*", "*піднабір*" і "*підсім'я*" будемо використовувати по аналогії до терміну підмножина.

Приклад 1.9.10

Членами класу $\{\{1,2,3\},\{2,3,5\},\{4,5\}\}$ є множини $\{1,2,3\}$, $\{2,3,5\}$ та $\{4,5\}$.

Приклад 1.9.11

Надмножиною множини A називається клас усіх підмножин множини A і позначається через $\mathscr{P}(A)$ або ж 2^A. У частковому випадку, якщо $A=\{a,b,c\}$, то маємо:

$$\mathscr{P}(A)=\{A,\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a\},\{b\},\{c\},\varnothing\}.$$

У загальному випадку, якщо множина A є скінченною і має n елементів, то надмножина $\mathscr{P}(A)$ має 2^n елементів.

Під поняттям *простір* будемо розуміти певну непорожню множину, наділену деякою математичною структурою, наприклад векторний (лінійний) простір, метричний простір або топологічний простір. У цьому випадку елемент простору будемо називати *точкою*.

Лекція 9: Класи, набори, сім'ї та простори

Дуже часто буває так, що елементи множин є множинами. Наприклад, кожна площина в множині площин є множиною точок, а кожна множина ліній є також множиною точок. Для спрощення такої ситуації ми використовуватимемо поняття "*клас*", "*набір*" і "*сім'я*", як синоніми поняття множина. Ми використовуватимемо поняття клас усіх підмножин замість множини усіх множин (оскільки останнє поняття є суперечливим), і поняття набір чи сім'я для множини класів. Терміни "*підклас*", "*піднабір*" і "*підсім'я*" будемо використовувати по аналогії до терміну підмножина.

Приклад 1.9.10

Членами класу $\{\{1,2,3\},\{2,3,5\},\{4,5\}\}$ є множини $\{1,2,3\}$, $\{2,3,5\}$ та $\{4,5\}$.

Приклад 1.9.11

Надмножиною множини A називається клас усіх підмножин множини A і позначається через $\mathscr{P}(A)$ або ж 2^A. У частковому випадку, якщо $A=\{a,b,c\}$, то маємо:

$$\mathscr{P}(A)=\{A,\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a\},\{b\},\{c\},\varnothing\}.$$

У загальному випадку, якщо множина A є скінченною і має n елементів, то надмножина $\mathscr{P}(A)$ має 2^n елементів.

Під поняттям *простір* будемо розуміти певну непорожню множину, наділену деякою математичною структурою, наприклад векторний (лінійний) простір, метричний простір або топологічний простір. У цьому випадку елемент простору будемо називати *точкою*.

Дуже часто буває так, що елементи множин є множинами. Наприклад, кожна площина в множині площин є множиною точок, а кожна множина ліній є також множиною точок. Для спрощення такої ситуації ми використовуватимемо поняття "*клас*", "*набір*" і "*сім'я*", як синоніми поняття множина. Ми використовуватимемо поняття клас усіх підмножин замість множини усіх множин (оскільки останнє поняття є суперечливим), і поняття набір чи сім'я для множини класів. Терміни "*підклас*", "*піднабір*" і "*підсім'я*" будемо використовувати по аналогії до терміну підмножина.

Приклад 1.9.10

Членами класу $\{\{1,2,3\},\{2,3,5\},\{4,5\}\}$ є множини $\{1,2,3\}$, $\{2,3,5\}$ та $\{4,5\}$.

Приклад 1.9.11

Надмножиною множини A називається клас усіх підмножин множини A і позначається через $\mathscr{P}(A)$ або ж 2^A. У частковому випадку, якщо $A=\{a,b,c\}$, то маємо:

$$\mathscr{P}(A)=\{A,\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a\},\{b\},\{c\},\varnothing\}.$$

У загальному випадку, якщо множина A є скінченною і має n елементів, то надмножина $\mathscr{P}(A)$ має 2^n елементів.

Під поняттям *простір* будемо розуміти певну непорожню множину, наділену деякою математичною структурою, наприклад векторний (лінійний) простір, метричний простір або топологічний простір. У цьому випадку елемент простору будемо називати *точкою*.

Лекція 9: Класи, набори, сім'ї та простори

Дуже часто буває так, що елементи множин є множинами. Наприклад, кожна площина в множині площин є множиною точок, а кожна множина ліній є також множиною точок. Для спрощення такої ситуації ми використовуватимемо поняття "*клас*", "*набір*" і "*сім'я*", як синоніми поняття множина. Ми використовуватимемо поняття клас усіх підмножин замість множини усіх множин (оскільки останнє поняття є суперечливим), і поняття набір чи сім'я для множини класів. Терміни "*підклас*", "*піднабір*" і "*підсім'я*" будемо використовувати по аналогії до терміну підмножина.

Приклад 1.9.10

Членами класу $\{\{1,2,3\},\{2,3,5\},\{4,5\}\}$ є множини $\{1,2,3\}$, $\{2,3,5\}$ та $\{4,5\}$.

Приклад 1.9.11

Надмножиною множини A називається клас усіх підмножин множини A і позначається через $\mathscr{P}(A)$ або ж 2^A. У частковому випадку, якщо $A=\{a,b,c\}$, то маємо:

$$\mathscr{P}(A)=\{A,\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a\},\{b\},\{c\},\varnothing\}.$$

У загальному випадку, якщо множина A є скінченною і має n елементів, то надмножина $\mathscr{P}(A)$ має 2^n елементів.

Під поняттям *простір* будемо розуміти певну непорожню множину, наділену деякою математичною структурою, наприклад векторний (лінійний) простір, метричний простір або топологічний простір. У цьому випадку елемент простору будемо називати *точкою*.

Дуже часто буває так, що елементи множин є множинами. Наприклад, кожна площина в множині площин є множиною точок, а кожна множина ліній є також множиною точок. Для спрощення такої ситуації ми використовуватимемо поняття "*клас*", "*набір*" і "*сім'я*", як синоніми поняття множина. Ми використовуватимемо поняття клас усіх підмножин замість множини усіх множин (оскільки останнє поняття є суперечливим), і поняття набір чи сім'я для множини класів. Терміни "*підклас*", "*піднабір*" і "*підсім'я*" будемо використовувати по аналогії до терміну підмножина.

Приклад 1.9.10

Членами класу $\{\{1,2,3\},\{2,3,5\},\{4,5\}\}$ є множини $\{1,2,3\}$, $\{2,3,5\}$ та $\{4,5\}$.

Приклад 1.9.11

Надмножиною множини A називається клас усіх підмножин множини A і позначається через $\mathscr{P}(A)$ або ж 2^A. У частковому випадку, якщо $A=\{a,b,c\}$, то маємо:

$$\mathscr{P}(A)=\{A,\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a\},\{b\},\{c\},\varnothing\}.$$

У загальному випадку, якщо множина A є скінченною і має n елементів, то надмножина $\mathscr{P}(A)$ має 2^n елементів.

Під поняттям *простір* будемо розуміти певну непорожню множину, наділену деякою математичною структурою, наприклад векторний (лінійний) простір, метричний простір або топологічний простір. У цьому випадку елемент простору будемо називати *точкою*.

Лекція 9: Класи, набори, сім'ї та простори

Дуже часто буває так, що елементи множин є множинами. Наприклад, кожна площина в множині площин є множиною точок, а кожна множина ліній є також множиною точок. Для спрощення такої ситуації ми використовуватимемо поняття "*клас*", "*набір*" і "*сім'я*", як синоніми поняття множина. Ми використовуватимемо поняття клас усіх підмножин замість множини усіх множин (оскільки останнє поняття є суперечливим), і поняття набір чи сім'я для множини класів. Терміни "*підклас*", "*піднабір*" і "*підсім'я*" будемо використовувати по аналогії до терміну підмножина.

Приклад 1.9.10

Членами класу $\{\{1,2,3\},\{2,3,5\},\{4,5\}\}$ є множини $\{1,2,3\}$, $\{2,3,5\}$ та $\{4,5\}$.

Приклад 1.9.11

Надмножиною множини A називається клас усіх підмножин множини A і позначається через $\mathscr{P}(A)$ або ж 2^A. У частковому випадку, якщо $A = \{a,b,c\}$, то маємо:

$$\mathscr{P}(A) = \{A, \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \varnothing\}.$$

У загальному випадку, якщо множина A є скінченною і має n елементів, то надмножина $\mathscr{P}(A)$ має 2^n елементів.

Під поняттям *простір* будемо розуміти певну непорожню множину, наділену деякою математичною структурою, наприклад векторний (лінійний) простір, метричний простір або топологічний простір. У цьому випадку елемент простору будемо називати *точкою*.

Дуже часто буває так, що елементи множин є множинами. Наприклад, кожна площина в множині площин є множиною точок, а кожна множина ліній є також множиною точок. Для спрощення такої ситуації ми використовуватимемо поняття "*клас*", "*набір*" і "*сім'я*", як синоніми поняття множина. Ми використовуватимемо поняття клас усіх підмножин замість множини усіх множин (оскільки останнє поняття є суперечливим), і поняття набір чи сім'я для множини класів. Терміни "*підклас*", "*піднабір*" і "*підсім'я*" будемо використовувати по аналогії до терміну підмножина.

Приклад 1.9.10

Членами класу $\{\{1,2,3\},\{2,3,5\},\{4,5\}\}$ є множини $\{1,2,3\}$, $\{2,3,5\}$ та $\{4,5\}$.

Приклад 1.9.11

Надмножиною множини A називається клас усіх підмножин множини A і позначається через $\mathscr{P}(A)$ або ж 2^A. У частковому випадку, якщо $A=\{a,b,c\}$, то маємо:

$$\mathscr{P}(A)=\{A,\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a\},\{b\},\{c\},\varnothing\}.$$

У загальному випадку, якщо множина A є скінченною і має n елементів, то надмножина $\mathscr{P}(A)$ має 2^n елементів.

Під поняттям *простір* будемо розуміти певну непорожню множину, наділену деякою математичною структурою, наприклад векторний (лінійний) простір, метричний простір або топологічний простір. У цьому випадку елемент простору будемо називати *точкою*.

Дуже часто буває так, що елементи множин є множинами. Наприклад, кожна площина в множині площин є множиною точок, а кожна множина ліній є також множиною точок. Для спрощення такої ситуації ми використовуватимемо поняття "*клас*", "*набір*" і "*сім'я*", як синоніми поняття множина. Ми використовуватимемо поняття клас усіх підмножин замість множини усіх множин (оскільки останнє поняття є суперечливим), і поняття набір чи сім'я для множини класів. Терміни "*підклас*", "*піднабір*" і "*підсім'я*" будемо використовувати по аналогії до терміну підмножина.

Приклад 1.9.10

Членами класу $\{\{1,2,3\},\{2,3,5\},\{4,5\}\}$ є множини $\{1,2,3\}$, $\{2,3,5\}$ та $\{4,5\}$.

Приклад 1.9.11

Надмножиною множини A називається клас усіх підмножин множини A і позначається через $\mathscr{P}(A)$ або ж 2^A. У частковому випадку, якщо $A=\{a,b,c\}$, то маємо:

$$\mathscr{P}(A)=\{A,\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a\},\{b\},\{c\},\varnothing\}.$$

У загальному випадку, якщо множина A є скінченною і має n елементів, то надмножина $\mathscr{P}(A)$ має 2^n елементів.

Під поняттям *простір* будемо розуміти певну непорожню множину, наділену деякою математичною структурою, наприклад векторний (лінійний) простір, метричний простір або топологічний простір. У цьому випадку елемент простору будемо називати *точкою*.

Дуже часто буває так, що елементи множин є множинами. Наприклад, кожна площина в множині площин є множиною точок, а кожна множина ліній є також множиною точок. Для спрощення такої ситуації ми використовуватимемо поняття "*клас*", "*набір*" і "*сім'я*", як синоніми поняття множина. Ми використовуватимемо поняття клас усіх підмножин замість множини усіх множин (оскільки останнє поняття є суперечливим), і поняття набір чи сім'я для множини класів. Терміни "*підклас*", "*піднабір*" і "*підсім'я*" будемо використовувати по аналогії до терміну підмножина.

Приклад 1.9.10

Членами класу $\{\{1,2,3\},\{2,3,5\},\{4,5\}\}$ є множини $\{1,2,3\}$, $\{2,3,5\}$ та $\{4,5\}$.

Приклад 1.9.11

Надмножиною множини A називається клас усіх підмножин множини A і позначається через $\mathscr{P}(A)$ або ж 2^A. У частковому випадку, якщо $A=\{a,b,c\}$, то маємо:

$$\mathscr{P}(A)=\{A,\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a\},\{b\},\{c\},\varnothing\}.$$

У загальному випадку, якщо множина A є скінченною і має n елементів, то надмножина $\mathscr{P}(A)$ має 2^n елементів.

Під поняттям *простір* будемо розуміти певну непорожню множину, наділену деякою математичною структурою, наприклад векторний (лінійний) простір, метричний простір або топологічний простір. У цьому випадку елемент простору будемо називати *точкою*.

Дуже часто буває так, що елементи множин є множинами. Наприклад, кожна площина в множині площин є множиною точок, а кожна множина ліній є також множиною точок. Для спрощення такої ситуації ми використовуватимемо поняття "*клас*", "*набір*" і "*сім'я*", як синоніми поняття множина. Ми використовуватимемо поняття клас усіх підмножин замість множини усіх множин (оскільки останнє поняття є суперечливим), і поняття набір чи сім'я для множини класів. Терміни "*підклас*", "*піднабір*" і "*підсім'я*" будемо використовувати по аналогії до терміну підмножина.

Приклад 1.9.10

Членами класу $\{\{1,2,3\},\{2,3,5\},\{4,5\}\}$ є множини $\{1,2,3\}$, $\{2,3,5\}$ та $\{4,5\}$.

Приклад 1.9.11

Надмножиною множини A називається клас усіх підмножин множини A і позначається через $\mathscr{P}(A)$ або ж 2^A. У частковому випадку, якщо $A=\{a,b,c\}$, то маємо:

$$\mathscr{P}(A)=\{A,\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a\},\{b\},\{c\},\varnothing\}.$$

У загальному випадку, якщо множина A є скінченною і має n елементів, то надмножина $\mathscr{P}(A)$ має 2^n елементів.

Під поняттям *простір* будемо розуміти певну непорожню множину, наділену деякою математичною структурою, наприклад векторний (лінійний) простір, метричний простір або топологічний простір. У цьому випадку елемент простору будемо називати *точкою*.

Лекція 9: Класи, набори, сім'ї та простори

Дуже часто буває так, що елементи множин є множинами. Наприклад, кожна площина в множині площин є множиною точок, а кожна множина ліній є також множиною точок. Для спрощення такої ситуації ми використовуватимемо поняття "*клас*", "*набір*" і "*сім'я*", як синоніми поняття множина. Ми використовуватимемо поняття клас усіх підмножин замість множини усіх множин (оскільки останнє поняття є суперечливим), і поняття набір чи сім'я для множини класів. Терміни "*підклас*", "*піднабір*" і "*підсім'я*" будемо використовувати по аналогії до терміну підмножина.

Приклад 1.9.10

Членами класу $\{\{1,2,3\},\{2,3,5\},\{4,5\}\}$ є множини $\{1,2,3\}$, $\{2,3,5\}$ та $\{4,5\}$.

Приклад 1.9.11

Надмножиною множини A називається клас усіх підмножин множини A і позначається через $\mathscr{P}(A)$ або ж 2^A. У частковому випадку, якщо $A=\{a,b,c\}$, то маємо:

$$\mathscr{P}(A)=\{A,\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a\},\{b\},\{c\},\varnothing\}.$$

У загальному випадку, якщо множина A є скінченною і має n елементів, то надмножина $\mathscr{P}(A)$ має 2^n елементів.

Під поняттям *простір* будемо розуміти певну непорожню множину, наділену деякою математичною структурою, наприклад векторний (лінійний) простір, метричний простір або топологічний простір. У цьому випадку елемент простору будемо називати *точкою*.

Дуже часто буває так, що елементи множин є множинами. Наприклад, кожна площина в множині площин є множиною точок, а кожна множина ліній є також множиною точок. Для спрощення такої ситуації ми використовуватимемо поняття "*клас*", "*набір*" і "*сім'я*", як синоніми поняття множина. Ми використовуватимемо поняття клас усіх підмножин замість множини усіх множин (оскільки останнє поняття є суперечливим), і поняття набір чи сім'я для множини класів. Терміни "*підклас*", "*піднабір*" і "*підсім'я*" будемо використовувати по аналогії до терміну підмножина.

Приклад 1.9.10

Членами класу $\{\{1,2,3\},\{2,3,5\},\{4,5\}\}$ є множини $\{1,2,3\}$, $\{2,3,5\}$ та $\{4,5\}$.

Приклад 1.9.11

Надмножиною множини A називається клас усіх підмножин множини A і позначається через $\mathscr{P}(A)$ або ж 2^A. У частковому випадку, якщо $A=\{a,b,c\}$, то маємо:

$$\mathscr{P}(A)=\{A,\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a\},\{b\},\{c\},\varnothing\}.$$

У загальному випадку, якщо множина A є скінченною і має n елементів, то надмножина $\mathscr{P}(A)$ має 2^n елементів.

Під поняттям *простір* будемо розуміти певну непорожню множину, наділену деякою математичною структурою, наприклад векторний (лінійний) простір, метричний простір або топологічний простір. У цьому випадку елемент простору будемо називати *точкою*.

Дуже часто буває так, що елементи множин є множинами. Наприклад, кожна площина в множині площин є множиною точок, а кожна множина ліній є також множиною точок. Для спрощення такої ситуації ми використовуватимемо поняття "*клас*", "*набір*" і "*сім'я*", як синоніми поняття множина. Ми використовуватимемо поняття клас усіх підмножин замість множини усіх множин (оскільки останнє поняття є суперечливим), і поняття набір чи сім'я для множини класів. Терміни "*підклас*", "*піднабір*" і "*підсім'я*" будемо використовувати по аналогії до терміну підмножина.

Приклад 1.9.10

Членами класу $\{\{1,2,3\},\{2,3,5\},\{4,5\}\}$ є множини $\{1,2,3\}$, $\{2,3,5\}$ та $\{4,5\}$.

Приклад 1.9.11

Надмножиною множини A називається клас усіх підмножин множини A і позначається через $\mathscr{P}(A)$ або ж 2^A. У частковому випадку, якщо $A = \{a,b,c\}$, то маємо:

$$\mathscr{P}(A) = \{A,\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a\},\{b\},\{c\},\varnothing\}.$$

У загальному випадку, якщо множина A є скінченною і має n елементів, то надмножина $\mathscr{P}(A)$ має 2^n елементів.

Під поняттям *простір* будемо розуміти певну непорожню множину, наділену деякою математичною структурою, наприклад векторний (лінійний) простір, метричний простір або топологічний простір. У цьому випадку елемент простору будемо називати *точкою*.

Дуже часто буває так, що елементи множин є множинами. Наприклад, кожна площина в множині площин є множиною точок, а кожна множина ліній є також множиною точок. Для спрощення такої ситуації ми використовуватимемо поняття "*клас*", "*набір*" і "*сім'я*", як синоніми поняття множина. Ми використовуватимемо поняття клас усіх підмножин замість множини усіх множин (оскільки останнє поняття є суперечливим), і поняття набір чи сім'я для множини класів. Терміни "*підклас*", "*піднабір*" і "*підсім'я*" будемо використовувати по аналогії до терміну підмножина.

Приклад 1.9.10

Членами класу $\{\{1,2,3\},\{2,3,5\},\{4,5\}\}$ є множини $\{1,2,3\}$, $\{2,3,5\}$ та $\{4,5\}$.

Приклад 1.9.11

Надмножиною множини A називається клас усіх підмножин множини A і позначається через $\mathscr{P}(A)$ або ж 2^A. У частковому випадку, якщо $A=\{a,b,c\}$, то маємо:

$$\mathscr{P}(A)=\{A,\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a\},\{b\},\{c\},\varnothing\}.$$

У загальному випадку, якщо множина A є скінченною і має n елементів, то надмножина $\mathscr{P}(A)$ має 2^n елементів.

Під поняттям *простір* будемо розуміти певну непорожню множину, наділену деякою математичною структурою, наприклад векторний (лінійний) простір, метричний простір або топологічний простір. У цьому випадку елемент простору будемо називати *точкою*.

Лекція 9: Класи, набори, сім'ї та простори

Дуже часто буває так, що елементи множин є множинами. Наприклад, кожна площина в множині площин є множиною точок, а кожна множина ліній є також множиною точок. Для спрощення такої ситуації ми використовуватимемо поняття "*клас*", "*набір*" і "*сім'я*", як синоніми поняття множина. Ми використовуватимемо поняття клас усіх підмножин замість множини усіх множин (оскільки останнє поняття є суперечливим), і поняття набір чи сім'я для множини класів. Терміни "*підклас*", "*піднабір*" і "*підсім'я*" будемо використовувати по аналогії до терміну підмножина.

Приклад 1.9.10

Членами класу $\{\{1,2,3\},\{2,3,5\},\{4,5\}\}$ є множини $\{1,2,3\}$, $\{2,3,5\}$ та $\{4,5\}$.

Приклад 1.9.11

Надмножиною множини A називається клас усіх підмножин множини A і позначається через $\mathscr{P}(A)$ або ж 2^A. У частковому випадку, якщо $A=\{a,b,c\}$, то маємо:

$$\mathscr{P}(A)=\{A,\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a\},\{b\},\{c\},\varnothing\}.$$

У загальному випадку, якщо множина A є скінченною і має n елементів, то надмножина $\mathscr{P}(A)$ має 2^n елементів.

Під поняттям *простір* будемо розуміти певну непорожню множину, наділену деякою математичною структурою, наприклад векторний (лінійний) простір, метричний простір або топологічний простір. У цьому випадку елемент простору будемо називати *точкою*.

Лекція 9: Класи, набори, сім'ї та простори

Дуже часто буває так, що елементи множин є множинами. Наприклад, кожна площина в множині площин є множиною точок, а кожна множина ліній є також множиною точок. Для спрощення такої ситуації ми використовуватимемо поняття "*клас*", "*набір*" і "*сім'я*", як синоніми поняття множина. Ми використовуватимемо поняття клас усіх підмножин замість множини усіх множин (оскільки останнє поняття є суперечливим), і поняття набір чи сім'я для множини класів. Терміни "*підклас*", "*піднабір*" і "*підсім'я*" будемо використовувати по аналогії до терміну підмножина.

Приклад 1.9.10

Членами класу $\{\{1,2,3\},\{2,3,5\},\{4,5\}\}$ є множини $\{1,2,3\}$, $\{2,3,5\}$ та $\{4,5\}$.

Приклад 1.9.11

Надмножиною множини A називається клас усіх підмножин множини A і позначається через $\mathscr{P}(A)$ або ж 2^A. У частковому випадку, якщо $A=\{a,b,c\}$, то маємо:

$$\mathscr{P}(A)=\{A,\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a\},\{b\},\{c\},\varnothing\}.$$

У загальному випадку, якщо множина A є скінченною і має n елементів, то надмножина $\mathscr{P}(A)$ має 2^n елементів.

Під поняттям *простір* будемо розуміти певну непорожню множину, наділену деякою математичною структурою, наприклад векторний (лінійний) простір, метричний простір або топологічний простір. У цьому випадку елемент простору будемо називати *точкою*.

Об'єднанням двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cup B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами множини A, або ж елементами множини B, тобто

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\}.$$

Тут "або" використовується в розумінні "і/або".

Перетином двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cap B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами одночасно множини A та множини B, тобто

$$A \cap B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B)\}.$$

Якщо $A \cap B \neq \varnothing$, тобто, якщо множини A і B не мають спільних елементів, то A і B називаються *диз'юнктними* або *неперетинними*. Клас $\mathscr{A}$ множин називається *диз'юнктним класом множин*, якщо довільна пара різних множин з $\mathscr{A}$ є диз'юнктною.

Доповненням множини B стосовно множини A або, просто *різницею* A і B, яка позначається через $A \setminus B$, називається множина, яка складається з тих елементів множини A, які не є елементами множини B. Іншими словами

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\}.$$

Лекція 9: Операції над множинами

Об'єднанням двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cup B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами множини A, або ж елементами множини B, тобто

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\}.$$

Тут "або" використовується в розумінні "і/або".

Перетином двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cap B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами одночасно множини A та множини B, тобто

$$A \cap B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B)\}.$$

Якщо $A \cap B \neq \varnothing$, тобто, якщо множини A і B не мають спільних елементів, то A і B називаються *диз'юнктними* або *неперетинними*. Клас $\mathscr{A}$ множин називається *диз'юнктним класом множин*, якщо довільна пара різних множин з $\mathscr{A}$ є диз'юнктною.

Доповненням множини B стосовно множини A або, просто *різницею* A і B, яка позначається через $A \setminus B$, називається множина, яка складається з тих елементів множини A, які не є елементами множини B. Іншими словами

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\}.$$

Об'єднанням двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cup B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами множини A, або ж елементами множини B, тобто

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\}.$$

Тут "або" використовується в розумінні "і/або".

Перетином двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cap B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами одночасно множини A та множини B, тобто

$$A \cap B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B)\}.$$

Якщо $A \cap B \neq \varnothing$, тобто, якщо множини A і B не мають спільних елементів, то A і B називаються *диз'юнктними* або *неперетинними*. Клас $\mathscr{A}$ множин називається *диз'юнктним класом множин*, якщо довільна пара різних множин з $\mathscr{A}$ є диз'юнктною.

Доповненням множини B стосовно множини A або, просто *різницею* A і B, яка позначається через $A \setminus B$, називається множина, яка складається з тих елементів множини A, які не є елементами множини B. Іншими словами

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\}.$$

Лекція 9: Операції над множинами

Об'єднанням двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cup B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами множини A, або ж елементами множини B, тобто

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\}.$$

Тут "або" використовується в розумінні "і/або".

Перетином двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cap B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами одночасно множини A та множини B, тобто

$$A \cap B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B)\}.$$

Якщо $A \cap B \neq \varnothing$, тобто, якщо множини A і B не мають спільних елементів, то A і B називаються *диз'юнктними* або *неперетинними*. Клас $\mathscr{A}$ множин називається *диз'юнктним класом множин*, якщо довільна пара різних множин з $\mathscr{A}$ є диз'юнктною.

Доповненням множини B стосовно множини A або, просто *різницею* A і B, яка позначається через $A \setminus B$, називається множина, яка складається з тих елементів множини A, які не є елементами множини B. Іншими словами

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\}.$$

Об'єднанням двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cup B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами множини A, або ж елементами множини B, тобто

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\}.$$

Тут "або" використовується в розумінні "і/або".

Перетином двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cap B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами одночасно множини A та множини B, тобто

$$A \cap B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B)\}.$$

Якщо $A \cap B \neq \varnothing$, тобто, якщо множини A і B не мають спільних елементів, то A і B називаються *диз'юнктними* або *неперетинними*. Клас $\mathscr{A}$ множин називається *диз'юнктним класом множин*, якщо довільна пара різних множин з $\mathscr{A}$ є диз'юнктною.

Доповненням множини B стосовно множини A або, просто *різницею* A і B, яка позначається через $A \setminus B$, називається множина, яка складається з тих елементів множини A, які не є елементами множини B. Іншими словами

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\}.$$

Об'єднанням двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cup B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами множини A, або ж елементами множини B, тобто

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\}.$$

Тут "або" використовується в розумінні "і/або".

Перетином двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cap B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами одночасно множини A та множини B, тобто

$$A \cap B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B)\}.$$

Якщо $A \cap B \neq \varnothing$, тобто, якщо множини A і B не мають спільних елементів, то A і B називаються *диз'юнктними* або *неперетинними*. Клас $\mathscr{A}$ множин називається *диз'юнктним класом множин*, якщо довільна пара різних множин з $\mathscr{A}$ є диз'юнктною.

Доповненням множини B стосовно множини A або, просто *різницею* A і B, яка позначається через $A \setminus B$, називається множина, яка складається з тих елементів множини A, які не є елементами множини B. Іншими словами

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\}.$$

Об'єднанням двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cup B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами множини A, або ж елементами множини B, тобто

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\}.$$

Тут "або" використовується в розумінні "і/або".

Перетином двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cap B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами одночасно множини A та множини B, тобто

$$A \cap B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B)\}.$$

Якщо $A \cap B \neq \varnothing$, тобто, якщо множини A і B не мають спільних елементів, то A і B називаються *диз'юнктними* або *неперетинними*. Клас $\mathscr{A}$ множин називається *диз'юнктним класом множин*, якщо довільна пара різних множин з $\mathscr{A}$ є диз'юнктною.

Доповненням множини B стосовно множини A або, просто *різницею* A і B, яка позначається через $A \setminus B$, називається множина, яка складається з тих елементів множини A, які не є елементами множини B. Іншими словами

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\}.$$

Об'єднанням двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cup B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами множини A, або ж елементами множини B, тобто

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\}.$$

Тут "або" використовується в розумінні "і/або".

Перетином двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cap B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами одночасно множини A та множини B, тобто

$$A \cap B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B)\}.$$

Якщо $A \cap B \neq \varnothing$, тобто, якщо множини A і B не мають спільних елементів, то A і B називаються *диз'юнктними* або *неперетинними*. Клас $\mathscr{A}$ множин називається *диз'юнктним класом множин*, якщо довільна пара різних множин з $\mathscr{A}$ є диз'юнктною.

Доповненням множини B стосовно множини A або, просто *різницею* A і B, яка позначається через $A \setminus B$, називається множина, яка складається з тих елементів множини A, які не є елементами множини B. Іншими словами

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\}.$$

Об'єднанням двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cup B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами множини A, або ж елементами множини B, тобто

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\}.$$

Тут "або" використовується в розумінні "і/або".

Перетином двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cap B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами одночасно множини A та множини B, тобто

$$A \cap B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B)\}.$$

Якщо $A \cap B \neq \varnothing$, тобто, якщо множини A і B не мають спільних елементів, то A і B називаються *диз'юнктними* або *неперетинними*. Клас $\mathscr{A}$ множин називається *диз'юнктним класом множин*, якщо довільна пара різних множин з $\mathscr{A}$ є диз'юнктною.

Доповненням множини B стосовно множини A або, просто *різницею* A і B, яка позначається через $A \setminus B$, називається множина, яка складається з тих елементів множини A, які не є елементами множини B. Іншими словами

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\}.$$

Об'єднанням двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cup B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами множини A, або ж елементами множини B, тобто

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\}.$$

Тут "або" використовується в розумінні "і/або".

Перетином двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cap B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами одночасно множини A та множини B, тобто

$$A \cap B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B)\}.$$

Якщо $A \cap B \neq \varnothing$, тобто, якщо множини A і B не мають спільних елементів, то A і B називаються *диз'юнктними* або *неперетинними*. Клас $\mathscr{A}$ множин називається *диз'юнктним класом множин*, якщо довільна пара різних множин з $\mathscr{A}$ є диз'юнктною.

Доповненням множини B стосовно множини A або, просто *різницею* A і B, яка позначається через $A \setminus B$, називається множина, яка складається з тих елементів множини A, які не є елементами множини B. Іншими словами

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\}.$$

Лекція 9: Операції над множинами

Об'єднанням двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cup B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами множини A, або ж елементами множини B, тобто

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\}.$$

Тут "або" використовується в розумінні "і/або".

Перетином двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cap B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами одночасно множини A та множини B, тобто

$$A \cap B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B)\}.$$

Якщо $A \cap B \neq \varnothing$, тобто, якщо множини A і B не мають спільних елементів, то A і B називаються *диз'юнктними* або *неперетинними*. Клас $\mathscr{A}$ множин називається *диз'юнктним класом множин*, якщо довільна пара різних множин з $\mathscr{A}$ є диз'юнктною.

Доповненням множини B стосовно множини A або, просто *різницею* A і B, яка позначається через $A \setminus B$, називається множина, яка складається з тих елементів множини A, які не є елементами множини B. Іншими словами

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\}.$$

Об'єднанням двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cup B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами множини A, або ж елементами множини B, тобто

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\}.$$

Тут "або" використовується в розумінні "і/або".

Перетином двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cap B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами одночасно множини A та множини B, тобто

$$A \cap B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B)\}.$$

Якщо $A \cap B \neq \varnothing$, тобто, якщо множини A і B не мають спільних елементів, то A і B називаються *диз'юнктними* або *неперетинними*. Клас $\mathscr{A}$ множин називається *диз'юнктним класом множин*, якщо довільна пара різних множин з $\mathscr{A}$ є диз'юнктною.

Доповненням множини B стосовно множини A або, просто *різницею* A і B, яка позначається через $A \setminus B$, називається множина, яка складається з тих елементів множини A, які не є елементами множини B. Іншими словами

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\}.$$

Об'єднанням двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cup B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами множини A, або ж елементами множини B, тобто

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\}.$$

Тут "або" використовується в розумінні "і/або".

Перетином двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cap B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами одночасно множини A та множини B, тобто

$$A \cap B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B)\}.$$

Якщо $A \cap B \neq \varnothing$, тобто, якщо множини A і B не мають спільних елементів, то A і B називаються *диз'юнктними* або *неперетинними*. Клас $\mathscr{A}$ множин називається *диз'юнктним класом множин*, якщо довільна пара різних множин з $\mathscr{A}$ є диз'юнктною.

Доповненням множини B стосовно множини A або, просто *різницею* A і B, яка позначається через $A \setminus B$, називається множина, яка складається з тих елементів множини A, які не є елементами множини B. Іншими словами

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\}.$$

Лекція 9: Операції над множинами

Об'єднанням двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cup B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами множини A, або ж елементами множини B, тобто

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\}.$$

Тут "або" використовується в розумінні "і/або".

Перетином двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cap B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами одночасно множини A та множини B, тобто

$$A \cap B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B)\}.$$

Якщо $A \cap B \neq \varnothing$, тобто, якщо множини A і B не мають спільних елементів, то A і B називаються *диз'юнктними* або *неперетинними*. Клас $\mathscr{A}$ множин називається *диз'юнктним класом множин*, якщо довільна пара різних множин з $\mathscr{A}$ є диз'юнктною.

Доповненням множини B стосовно множини A або, просто *різницею* A і B, яка позначається через $A \setminus B$, називається множина, яка складається з тих елементів множини A, які не є елементами множини B. Іншими словами

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\}.$$

Об'єднанням двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cup B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами множини A, або ж елементами множини B, тобто

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\}.$$

Тут "або" використовується в розумінні "і/або".

Перетином двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cap B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами одночасно множини A та множини B, тобто

$$A \cap B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B)\}.$$

Якщо $A \cap B \neq \varnothing$, тобто, якщо множини A і B не мають спільних елементів, то A і B називаються *диз'юнктними* або *неперетинними*. Клас $\mathscr{A}$ множин називається *диз'юнктним класом множин*, якщо довільна пара різних множин з $\mathscr{A}$ є диз'юнктною.

Доповненням множини B стосовно множини A або, просто *різницею* A і B, яка позначається через $A \setminus B$, називається множина, яка складається з тих елементів множини A, які не є елементами множини B. Іншими словами

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\}.$$

Лекція 9: Операції над множинами

Об'єднанням двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cup B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами множини A, або ж елементами множини B, тобто

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\}.$$

Тут "або" використовується в розумінні "і/або".

Перетином двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cap B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами одночасно множини A та множини B, тобто

$$A \cap B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B)\}.$$

Якщо $A \cap B \neq \varnothing$, тобто, якщо множини A і B не мають спільних елементів, то A і B називаються *диз'юнктними* або *неперетинними*. Клас $\mathscr{A}$ множин називається *диз'юнктним класом множин*, якщо довільна пара різних множин з $\mathscr{A}$ є диз'юнктною.

Доповненням множини B стосовно множини A або, просто *різницею* A і B, яка позначається через $A \setminus B$, називається множина, яка складається з тих елементів множини A, які не є елементами множини B. Іншими словами

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\}.$$

Об'єднанням двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cup B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами множини A, або ж елементами множини B, тобто

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\}.$$

Тут "або" використовується в розумінні "і/або".

Перетином двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cap B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами одночасно множини A та множини B, тобто

$$A \cap B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B)\}.$$

Якщо $A \cap B \neq \varnothing$, тобто, якщо множини A і B не мають спільних елементів, то A і B називаються *диз'юнктними* або *неперетинними*. Клас $\mathscr{A}$ множин називається *диз'юнктним класом множин*, якщо довільна пара різних множин з $\mathscr{A}$ є диз'юнктною.

Доповненням множини B стосовно множини A або, просто *різницею* A і B, яка позначається через $A \setminus B$, називається множина, яка складається з тих елементів множини A, які не є елементами множини B. Іншими словами

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\}.$$

Об'єднанням двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cup B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами множини A, або ж елементами множини B, тобто

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\}.$$

Тут "або" використовується в розумінні "і/або".

Перетином двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cap B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами одночасно множини A та множини B, тобто

$$A \cap B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B)\}.$$

Якщо $A \cap B \neq \varnothing$, тобто, якщо множини A і B не мають спільних елементів, то A і B називаються *диз'юнктними* або *неперетинними*. Клас $\mathscr{A}$ множин називається *диз'юнктним класом множин*, якщо довільна пара різних множин з $\mathscr{A}$ є диз'юнктною.

Доповненням множини B стосовно множини A або, просто *різницею* A і B, яка позначається через $A \setminus B$, називається множина, яка складається з тих елементів множини A, які не є елементами множини B. Іншими словами

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\}.$$

Об'єднанням двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cup B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами множини A, або ж елементами множини B, тобто

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\}.$$

Тут "або" використовується в розумінні "і/або".

Перетином двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cap B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами одночасно множини A та множини B, тобто

$$A \cap B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B)\}.$$

Якщо $A \cap B \neq \varnothing$, тобто, якщо множини A і B не мають спільних елементів, то A і B називаються *диз'юнктними* або *неперетинними*. Клас $\mathscr{A}$ множин називається *диз'юнктним класом множин*, якщо довільна пара різних множин з $\mathscr{A}$ є диз'юнктною.

Доповненням множини B стосовно множини A або, просто *різницею* A і B, яка позначається через $A \setminus B$, називається множина, яка складається з тих елементів множини A, які не є елементами множини B. Іншими словами

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\}.$$

Об'єднанням двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cup B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами множини A, або ж елементами множини B, тобто

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\}.$$

Тут "або" використовується в розумінні "і/або".

Перетином двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cap B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами одночасно множини A та множини B, тобто

$$A \cap B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B)\}.$$

Якщо $A \cap B \neq \varnothing$, тобто, якщо множини A і B не мають спільних елементів, то A і B називаються *диз'юнктними* або *неперетинними*. Клас $\mathscr{A}$ множин називається *диз'юнктним класом множин*, якщо довільна пара різних множин з $\mathscr{A}$ є диз'юнктною.

Доповненням множини B стосовно множини A або, просто *різницею* A і B, яка позначається через $A \setminus B$, називається множина, яка складається з тих елементів множини A, які не є елементами множини B. Іншими словами

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\}.$$

Об'єднанням двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cup B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами множини A, або ж елементами множини B, тобто

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\}.$$

Тут "або" використовується в розумінні "і/або".

Перетином двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cap B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами одночасно множини A та множини B, тобто

$$A \cap B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B)\}.$$

Якщо $A \cap B \neq \varnothing$, тобто, якщо множини A і B не мають спільних елементів, то A і B називаються *диз'юнктними* або *неперетинними*. Клас $\mathscr{A}$ множин називається *диз'юнктним класом множин*, якщо довільна пара різних множин з $\mathscr{A}$ є диз'юнктною.

Доповненням множини B стосовно множини A або, просто *різницею* A і B, яка позначається через $A \setminus B$, називається множина, яка складається з тих елементів множини A, які не є елементами множини B. Іншими словами

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\}.$$

Об'єднанням двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cup B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами множини A, або ж елементами множини B, тобто

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\}.$$

Тут "або" використовується в розумінні "і/або".

Перетином двох множин A і B, надалі це ми будемо позначати $A \cap B$, називається множина, яка складається з усіх елементів, які є елементами одночасно множини A та множини B, тобто

$$A \cap B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B)\}.$$

Якщо $A \cap B \neq \varnothing$, тобто, якщо множини A і B не мають спільних елементів, то A і B називаються *диз'юнктними* або *неперетинними*. Клас $\mathscr{A}$ множин називається *диз'юнктним класом множин*, якщо довільна пара різних множин з $\mathscr{A}$ є диз'юнктною.

Доповненням множини B стосовно множини A або, просто *різницею* A і B, яка позначається через $A \setminus B$, називається множина, яка складається з тих елементів множини A, які не є елементами множини B. Іншими словами

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\}.$$

Лекція 9: Операції над множинами

Абсолютним доповненням або, просто, *доповненням* до множини A, позначається через A^c або $C_{\mathcal{U}}(A)$, називається множина елементів, які не належать до A, тобто

$$A^c = \{x \mid (x \in \mathcal{U}) \wedge (x \notin A)\}.$$

Іншими словами, A^c є різницею універсальної множини $\mathcal{U}$ та множини A.

Приклад 1.9.12

На рис.

$X \cup Y$ $X \cap Y$ $X \setminus Y$

зображено діаграми Венна, які ілюструють об'єднання, перетин і різницю множин X та Y.

Симетричною різницею множин A і B називається така множина $A \triangle B$, яка складається з тих і лише тих елементів, які належать тільки одній з множин A чи B, тобто

$$A \triangle B = \{x \mid ((x \in A) \wedge (x \notin B)) \vee ((x \in B) \wedge (x \notin A))\}.$$

Лекція 9: Операції над множинами

Абсолютним доповненням або, просто, *доповненням* до множини A, позначається через A^c або $C_{\mathcal{U}}(A)$, називається множина елементів, які не належать до A, тобто

$$A^c = \{x \mid (x \in \mathcal{U}) \wedge (x \notin A)\}.$$

Іншими словами, A^c є різницею універсальної множини $\mathcal{U}$ та множини A.

Приклад 1.9.12

На рис.

$X \cup Y$ $\quad$ $X \cap Y$ $\quad$ $X \setminus Y$

зображено діаграми Венна, які ілюструють об'єднання, перетин і різницю множин X та Y.

Симетричною різницею множин A і B називається така множина $A \triangle B$, яка складається з тих і лише тих елементів, які належать тільки одній з множин A чи B, тобто

$$A \triangle B = \{x \mid ((x \in A) \wedge (x \notin B)) \vee ((x \in B) \wedge (x \notin A))\}.$$

Абсолютним доповненням або, просто, *доповненням* до множини A, позначається через A^c або $C_{\mathcal{U}}(A)$, називається множина елементів, які не належать до A, тобто

$$A^c = \{x \mid (x \in \mathcal{U}) \wedge (x \notin A)\} .$$

Іншими словами, A^c є різницею універсальної множини $\mathcal{U}$ та множини A.

Приклад 1.9.12

На рис.

$X \cup Y$ $X \cap Y$ $X \setminus Y$

зображено діаграми Венна, які ілюструють об'єднання, перетин і різницю множин X та Y.

Симетричною різницею множин A і B називається така множина $A \triangle B$, яка складається з тих і лише тих елементів, які належать тільки одній з множин A чи B, тобто

$$A \triangle B = \{x \mid ((x \in A) \wedge (x \notin B)) \vee ((x \in B) \wedge (x \notin A))\} .$$

Абсолютним доповненням або, просто, *доповненням* до множини A, позначається через A^c або $C_{\mathcal{U}}(A)$, називається множина елементів, які не належать до A, тобто

$$A^c = \{x \mid (x \in \mathcal{U}) \wedge (x \notin A)\}.$$

Іншими словами, A^c є різницею універсальної множини $\mathcal{U}$ та множини A.

Приклад 1.9.12

На рис.

$X \cup Y$ $\quad$ $X \cap Y$ $\quad$ $X \setminus Y$

зображено діаграми Венна, які ілюструють об'єднання, перетин і різницю множин X та Y.

Симетричною різницею множин A і B називається така множина $A \triangle B$, яка складається з тих і лише тих елементів, які належать тільки одній з множин A чи B, тобто

$$A \triangle B = \{x \mid ((x \in A) \wedge (x \notin B)) \vee ((x \in B) \wedge (x \notin A))\}.$$

Абсолютним доповненням або, просто, *доповненням* до множини A, позначається через A^c або $C_{\mathcal{U}}(A)$, називається множина елементів, які не належать до A, тобто

$$A^c = \{x \mid (x \in \mathcal{U}) \wedge (x \notin A)\}.$$

Іншими словами, A^c є різницею універсальної множини $\mathcal{U}$ та множини A.

Приклад 1.9.12

На рис.

$X \cup Y$ $\quad$ $X \cap Y$ $\quad$ $X \setminus Y$

зображено діаграми Венна, які ілюструють об'єднання, перетин і різницю множин X та Y.

Симетричною різницею множин A і B називається така множина $A \triangle B$, яка складається з тих і лише тих елементів, які належать тільки одній з множин A чи B, тобто

$$A \triangle B = \{x \mid ((x \in A) \wedge (x \notin B)) \vee ((x \in B) \wedge (x \notin A))\}.$$

Лекція 9: Операції над множинами

Абсолютним доповненням або, просто, *доповненням* до множини A, позначається через A^c або $C_{\mathcal{U}}(A)$, називається множина елементів, які не належать до A, тобто

$$A^c = \{x \mid (x \in \mathcal{U}) \wedge (x \notin A)\}.$$

Іншими словами, A^c є різницею універсальної множини $\mathcal{U}$ та множини A.

Приклад 1.9.12

На рис.

$X \cup Y$ $\qquad$ $X \cap Y$ $\qquad$ $X \setminus Y$

зображено діаграми Венна, які ілюструють об'єднання, перетин і різницю множин X та Y.

Симетричною різницею множин A і B називається така множина $A \triangle B$, яка складається з тих і лише тих елементів, які належать тільки одній з множин A чи B, тобто

$$A \triangle B = \{x \mid ((x \in A) \wedge (x \notin B)) \vee ((x \in B) \wedge (x \notin A))\}.$$

Лекція 9: Операції над множинами

Абсолютним доповненням або, просто, *доповненням* до множини A, позначається через A^c або $C_{\mathcal{U}}(A)$, називається множина елементів, які не належать до A, тобто

$$A^c = \{x \mid (x \in \mathcal{U}) \wedge (x \notin A)\}.$$

Іншими словами, A^c є різницею універсальної множини $\mathcal{U}$ та множини A.

Приклад 1.9.12

На рис.

зображено діаграми Венна, які ілюструють об'єднання, перетин і різницю множин X та Y.

Симетричною різницею множин A і B називається така множина $A \triangle B$, яка складається з тих і лише тих елементів, які належать тільки одній з множин A чи B, тобто

$$A \triangle B = \{x \mid ((x \in A) \wedge (x \notin B)) \vee ((x \in B) \wedge (x \notin A))\}.$$

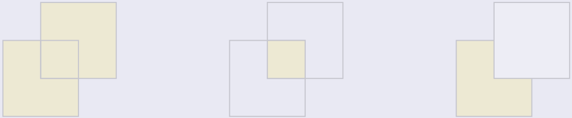
Абсолютним доповненням або, просто, *доповненням* до множини A, позначається через A^c або $C_{\mathcal{U}}(A)$, називається множина елементів, які не належать до A, тобто

$$A^c = \{x \mid (x \in \mathcal{U}) \wedge (x \notin A)\}.$$

Іншими словами, A^c є різницею універсальної множини $\mathcal{U}$ та множини A.

Приклад 1.9.12

На рис.



$X \cup Y$ $\quad$ $X \cap Y$ $\quad$ $X \setminus Y$

зображено діаграми Венна, які ілюструють об'єднання, перетин і різницю множин X та Y.

Симетричною різницею множин A і B називається така множина $A \triangle B$, яка складається з тих і лише тих елементів, які належать тільки одній з множин A чи B, тобто

$$A \triangle B = \{x \mid ((x \in A) \wedge (x \notin B)) \vee ((x \in B) \wedge (x \notin A))\}.$$

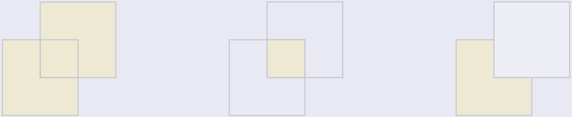
Абсолютним доповненням або, просто, *доповненням* до множини A, позначається через A^c або $C_{\mathcal{U}}(A)$, називається множина елементів, які не належать до A, тобто

$$A^c = \{x \mid (x \in \mathcal{U}) \wedge (x \notin A)\}.$$

Іншими словами, A^c є різницею універсальної множини $\mathcal{U}$ та множини A.

Приклад 1.9.12

На рис.



$X \cup Y$ $X \cap Y$ $X \setminus Y$

зображено діаграми Венна, які ілюструють об'єднання, перетин і різницю множин X та Y.

Симетричною різницею множин A і B називається така множина $A \triangle B$, яка складається з тих і лише тих елементів, які належать тільки одній з множин A чи B, тобто

$$A \triangle B = \{x \mid ((x \in A) \wedge (x \notin B)) \vee ((x \in B) \wedge (x \notin A))\}.$$

Лекція 9: Операції над множинами

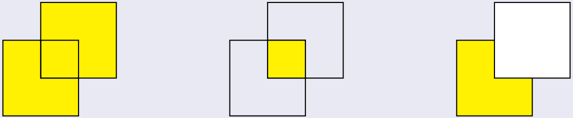
Абсолютним доповненням або, просто, *доповненням* до множини A, позначається через A^c або $C_{\mathcal{U}}(A)$, називається множина елементів, які не належать до A, тобто

$$A^c = \{x \mid (x \in \mathcal{U}) \wedge (x \notin A)\}.$$

Іншими словами, A^c є різницею універсальної множини $\mathcal{U}$ та множини A.

Приклад 1.9.12

На рис.



$X \cup Y$ $\qquad$ $X \cap Y$ $\qquad$ $X \setminus Y$

зображено діаграми Венна, які ілюструють об'єднання, перетин і різницю множин X та Y.

Симетричною різницею множин A і B називається така множина $A \triangle B$, яка складається з тих і лише тих елементів, які належать тільки одній з множин A чи B, тобто

$$A \triangle B = \{x \mid ((x \in A) \wedge (x \notin B)) \vee ((x \in B) \wedge (x \notin A))\}.$$

Лекція 9: Операції над множинами

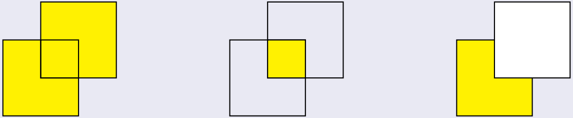
Абсолютним доповненням або, просто, *доповненням* до множини A, позначається через A^c або $C_{\mathcal{U}}(A)$, називається множина елементів, які не належать до A, тобто

$$A^c = \{x \mid (x \in \mathcal{U}) \wedge (x \notin A)\}.$$

Іншими словами, A^c є різницею універсальної множини $\mathcal{U}$ та множини A.

Приклад 1.9.12

На рис.



$X \cup Y$ $\qquad$ $X \cap Y$ $\qquad$ $X \setminus Y$

зображено діаграми Венна, які ілюструють об'єднання, перетин і різницю множин X та Y.

Симетричною різницею множин A і B називається така множина $A \triangle B$, яка складається з тих і лише тих елементів, які належать тільки одній з множин A чи B, тобто

$$A \triangle B = \{x \mid ((x \in A) \wedge (x \notin B)) \vee ((x \in B) \wedge (x \notin A))\}.$$

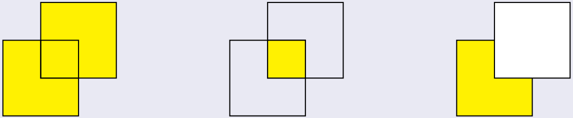
Абсолютним доповненням або, просто, *доповненням* до множини A, позначається через A^c або $C_{\mathcal{U}}(A)$, називається множина елементів, які не належать до A, тобто

$$A^c = \{x \mid (x \in \mathcal{U}) \wedge (x \notin A)\}.$$

Іншими словами, A^c є різницею універсальної множини $\mathcal{U}$ та множини A.

Приклад 1.9.12

На рис.



$X \cup Y$ $\qquad$ $X \cap Y$ $\qquad$ $X \setminus Y$

зображено діаграми Венна, які ілюструють об'єднання, перетин і різницю множин X та Y.

Симетричною різницею множин A і B називається така множина $A \triangle B$, яка складається з тих і лише тих елементів, які належать тільки одній з множин A чи B, тобто

$$A \triangle B = \{x \mid ((x \in A) \wedge (x \notin B)) \vee ((x \in B) \wedge (x \notin A))\}.$$

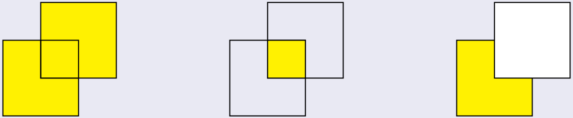
Абсолютним доповненням або, просто, *доповненням* до множини A, позначається через A^c або $C_{\mathcal{U}}(A)$, називається множина елементів, які не належать до A, тобто

$$A^c = \{x \mid (x \in \mathcal{U}) \wedge (x \notin A)\}.$$

Іншими словами, A^c є різницею універсальної множини $\mathcal{U}$ та множини A.

Приклад 1.9.12

На рис.



$X \cup Y$ $X \cap Y$ $X \setminus Y$

зображено діаграми Венна, які ілюструють об'єднання, перетин і різницю множин X та Y.

Симетричною різницею множин A і B називається така множина $A \triangle B$, яка складається з тих і лише тих елементів, які належать тільки одній з множин A чи B, тобто

$$A \triangle B = \{x \mid ((x \in A) \wedge (x \notin B)) \vee ((x \in B) \wedge (x \notin A))\}.$$

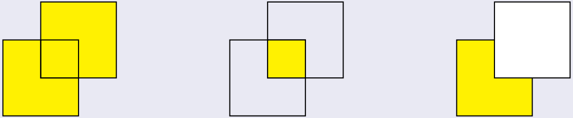
Абсолютним доповненням або, просто, *доповненням* до множини A, позначається через A^c або $C_{\mathcal{U}}(A)$, називається множина елементів, які не належать до A, тобто

$$A^c = \{x \mid (x \in \mathcal{U}) \wedge (x \notin A)\}.$$

Іншими словами, A^c є різницею універсальної множини $\mathcal{U}$ та множини A.

Приклад 1.9.12

На рис.



$X \cup Y$ $\quad$ $X \cap Y$ $\quad$ $X \setminus Y$

зображено діаграми Венна, які ілюструють об'єднання, перетин і різницю множин X та Y.

Симетричною різницею множин A і B називається така множина $A \triangle B$, яка складається з тих і лише тих елементів, які належать тільки одній з множин A чи B, тобто

$$A \triangle B = \{x \mid ((x \in A) \wedge (x \notin B)) \vee ((x \in B) \wedge (x \notin A))\}.$$

Вправа 1.9.1

Зобразити діаграми Венна доповнення до множини та симетричної різниці двох множин.

Означення об'єднання та перетину двох множин поширюється на довільні сім'ї множин. А саме, нехай $\mathscr{I}$ — деяка множина індексів, така, що для довільного $i \in \mathscr{I}$ визначена множина A_i.

Об'єднанням сім'ї множин $\{A_i \mid i \in \mathscr{I}\}$ називається така множина A, яка складається з тих і тільки тих елементів, які належать принаймні одній множині A_i. Позначається це так:

$$A = \bigcup_{i \in \mathscr{I}} A_i = \bigcup \{A_i \mid i \in \mathscr{I}\} = \{x \mid \exists i \in \mathscr{I} (x \in A_i)\}.$$

Перетином сім'ї множин $\{A_i \mid i \in \mathscr{I}\}$ називається така множина A, яка складається з тих і тільки тих елементів, які належать всім множинам A_i. Позначається це так:

$$A = \bigcap_{i \in \mathscr{I}} A_i = \bigcap \{A_i \mid i \in \mathscr{I}\} = \{x \mid \forall i \in \mathscr{I} (x \in A_i)\}.$$

Вправа 1.9.1

Зобразити діаграми Венна доповнення до множини та симетричної різниці двох множин.

Означення об'єднання та перетину двох множин поширюється на довільні сім'ї множин. А саме, нехай $\mathscr{I}$ — деяка множина індексів, така, що для довільного $i \in \mathscr{I}$ визначена множина A_i.

Об'єднанням сім'ї множин $\{A_i \mid i \in \mathscr{I}\}$ називається така множина A, яка складається з тих і тільки тих елементів, які належать принаймні одній множині A_i. Позначається це так:

$$A = \bigcup_{i \in \mathscr{I}} A_i = \bigcup \{A_i \mid i \in \mathscr{I}\} = \{x \mid \exists i \in \mathscr{I} (x \in A_i)\}.$$

Перетином сім'ї множин $\{A_i \mid i \in \mathscr{I}\}$ називається така множина A, яка складається з тих і тільки тих елементів, які належать всім множинам A_i. Позначається це так:

$$A = \bigcap_{i \in \mathscr{I}} A_i = \bigcap \{A_i \mid i \in \mathscr{I}\} = \{x \mid \forall i \in \mathscr{I} (x \in A_i)\}.$$

Вправа 1.9.1

Зобразити діаграми Венна доповнення до множини та симетричної різниці двох множин.

Означення об'єднання та перетину двох множин поширюється на довільні сім'ї множин. А саме, нехай $\mathscr{I}$ — деяка множина індексів, така, що для довільного $i \in \mathscr{I}$ визначена множина A_i.

Об'єднанням сім'ї множин $\{A_i \mid i \in \mathscr{I}\}$ називається така множина A, яка складається з тих і тільки тих елементів, які належать принаймні одній множині A_i. Позначається це так:

$$A = \bigcup_{i \in \mathscr{I}} A_i = \bigcup \{A_i \mid i \in \mathscr{I}\} = \{x \mid \exists i \in \mathscr{I} (x \in A_i)\}.$$

Перетином сім'ї множин $\{A_i \mid i \in \mathscr{I}\}$ називається така множина A, яка складається з тих і тільки тих елементів, які належать всім множинам A_i. Позначається це так:

$$A = \bigcap_{i \in \mathscr{I}} A_i = \bigcap \{A_i \mid i \in \mathscr{I}\} = \{x \mid \forall i \in \mathscr{I} (x \in A_i)\}.$$

Вправа 1.9.1

Зобразити діаграми Венна доповнення до множини та симетричної різниці двох множин.

Означення об'єднання та перетину двох множин поширюється на довільні сім'ї множин. А саме, нехай $\mathscr{I}$ — деяка множина індексів, така, що для довільного $i \in \mathscr{I}$ визначена множина A_i.

Об'єднанням сім'ї множин $\{A_i \mid i \in \mathscr{I}\}$ називається така множина A, яка складається з тих і тільки тих елементів, які належать принаймні одній множині A_i. Позначається це так:

$$A = \bigcup_{i \in \mathscr{I}} A_i = \bigcup \{A_i \mid i \in \mathscr{I}\} = \{x \mid \exists i \in \mathscr{I} (x \in A_i)\}.$$

Перетином сім'ї множин $\{A_i \mid i \in \mathscr{I}\}$ називається така множина A, яка складається з тих і тільки тих елементів, які належать всім множинам A_i. Позначається це так:

$$A = \bigcap_{i \in \mathscr{I}} A_i = \bigcap \{A_i \mid i \in \mathscr{I}\} = \{x \mid \forall i \in \mathscr{I} (x \in A_i)\}.$$

Вправа 1.9.1

Зобразити діаграми Венна доповнення до множини та симетричної різниці двох множин.

Означення об'єднання та перетину двох множин поширюється на довільні сім'ї множин. А саме, нехай $\mathscr{I}$ — деяка множина індексів, така, що для довільного $i \in \mathscr{I}$ визначена множина A_i.

Об'єднанням сім'ї множин $\{A_i \mid i \in \mathscr{I}\}$ називається така множина A, яка складається з тих і тільки тих елементів, які належать принаймні одній множині A_i. Позначається це так:

$$A = \bigcup_{i \in \mathscr{I}} A_i = \bigcup \{A_i \mid i \in \mathscr{I}\} = \{x \mid \exists i \in \mathscr{I} (x \in A_i)\}.$$

Перетином сім'ї множин $\{A_i \mid i \in \mathscr{I}\}$ називається така множина A, яка складається з тих і тільки тих елементів, які належать всім множинам A_i. Позначається це так:

$$A = \bigcap_{i \in \mathscr{I}} A_i = \bigcap \{A_i \mid i \in \mathscr{I}\} = \{x \mid \forall i \in \mathscr{I} (x \in A_i)\}.$$

Вправа 1.9.1

Зобразити діаграми Венна доповнення до множини та симетричної різниці двох множин.

Означення об'єднання та перетину двох множин поширюється на довільні сім'ї множин. А саме, нехай $\mathscr{I}$ — деяка множина індексів, така, що для довільного $i \in \mathscr{I}$ визначена множина A_i.

Об'єднанням сім'ї множин $\{A_i \mid i \in \mathscr{I}\}$ називається така множина A, яка складається з тих і тільки тих елементів, які належать принаймні одній множині A_i. Позначається це так:

$$A = \bigcup_{i \in \mathscr{I}} A_i = \bigcup \{A_i \mid i \in \mathscr{I}\} = \{x \mid \exists i \in \mathscr{I} (x \in A_i)\}.$$

Перетином сім'ї множин $\{A_i \mid i \in \mathscr{I}\}$ називається така множина A, яка складається з тих і тільки тих елементів, які належать всім множинам A_i. Позначається це так:

$$A = \bigcap_{i \in \mathscr{I}} A_i = \bigcap \{A_i \mid i \in \mathscr{I}\} = \{x \mid \forall i \in \mathscr{I} (x \in A_i)\}.$$

Вправа 1.9.1

Зобразити діаграми Венна доповнення до множини та симетричної різниці двох множин.

Означення об'єднання та перетину двох множин поширюється на довільні сім'ї множин. А саме, нехай $\mathscr{I}$ — деяка множина індексів, така, що для довільного $i \in \mathscr{I}$ визначена множина A_i.

Об'єднанням сім'ї множин $\{A_i \mid i \in \mathscr{I}\}$ називається така множина A, яка складається з тих і тільки тих елементів, які належать принаймні одній множині A_i. Позначається це так:

$$A = \bigcup_{i \in \mathscr{I}} A_i = \bigcup \{A_i \mid i \in \mathscr{I}\} = \{x \mid \exists i \in \mathscr{I} (x \in A_i)\}.$$

Перетином сім'ї множин $\{A_i \mid i \in \mathscr{I}\}$ називається така множина A, яка складається з тих і тільки тих елементів, які належать всім множинам A_i. Позначається це так:

$$A = \bigcap_{i \in \mathscr{I}} A_i = \bigcap \{A_i \mid i \in \mathscr{I}\} = \{x \mid \forall i \in \mathscr{I} (x \in A_i)\}.$$

Вправа 1.9.1

Зобразити діаграми Венна доповнення до множини та симетричної різниці двох множин.

Означення об'єднання та перетину двох множин поширюється на довільні сім'ї множин. А саме, нехай $\mathscr{I}$ — деяка множина індексів, така, що для довільного $i \in \mathscr{I}$ визначена множина A_i.

Об'єднанням сім'ї множин $\{A_i \mid i \in \mathscr{I}\}$ називається така множина A, яка складається з тих і тільки тих елементів, які належать принаймні одній множині A_i. Позначається це так:

$$A = \bigcup_{i \in \mathscr{I}} A_i = \bigcup \{A_i \mid i \in \mathscr{I}\} = \{x \mid \exists i \in \mathscr{I} (x \in A_i)\}.$$

Перетином сім'ї множин $\{A_i \mid i \in \mathscr{I}\}$ називається така множина A, яка складається з тих і тільки тих елементів, які належать всім множинам A_i. Позначається це так:

$$A = \bigcap_{i \in \mathscr{I}} A_i = \bigcap \{A_i \mid i \in \mathscr{I}\} = \{x \mid \forall i \in \mathscr{I} (x \in A_i)\}.$$

Вправа 1.9.1

Зобразити діаграми Венна доповнення до множини та симетричної різниці двох множин.

Означення об'єднання та перетину двох множин поширюється на довільні сім'ї множин. А саме, нехай $\mathscr{I}$ — деяка множина індексів, така, що для довільного $i \in \mathscr{I}$ визначена множина A_i.

Об'єднанням сім'ї множин $\{A_i \mid i \in \mathscr{I}\}$ називається така множина A, яка складається з тих і тільки тих елементів, які належать принаймні одній множині A_i. Позначається це так:

$$A = \bigcup_{i \in \mathscr{I}} A_i = \bigcup \{A_i \mid i \in \mathscr{I}\} = \{x \mid \exists i \in \mathscr{I} (x \in A_i)\}.$$

Перетином сім'ї множин $\{A_i \mid i \in \mathscr{I}\}$ називається така множина A, яка складається з тих і тільки тих елементів, які належать всім множинам A_i. Позначається це так:

$$A = \bigcap_{i \in \mathscr{I}} A_i = \bigcap \{A_i \mid i \in \mathscr{I}\} = \{x \mid \forall i \in \mathscr{I} (x \in A_i)\}.$$

Вправа 1.9.1

Зобразити діаграми Венна доповнення до множини та симетричної різниці двох множин.

Означення об'єднання та перетину двох множин поширюється на довільні сім'ї множин. А саме, нехай $\mathscr{I}$ — деяка множина індексів, така, що для довільного $i \in \mathscr{I}$ визначена множина A_i.

Об'єднанням сім'ї множин $\{A_i \mid i \in \mathscr{I}\}$ називається така множина A, яка складається з тих і тільки тих елементів, які належать принаймні одній множині A_i. Позначається це так:

$$A = \bigcup_{i \in \mathscr{I}} A_i = \bigcup \{A_i \mid i \in \mathscr{I}\} = \{x \mid \exists i \in \mathscr{I}(x \in A_i)\}.$$

Перетином сім'ї множин $\{A_i \mid i \in \mathscr{I}\}$ називається така множина A, яка складається з тих і тільки тих елементів, які належать всім множинам A_i. Позначається це так:

$$A = \bigcap_{i \in \mathscr{I}} A_i = \bigcap \{A_i \mid i \in \mathscr{I}\} = \{x \mid \forall i \in \mathscr{I}(x \in A_i)\}.$$

Вправа 1.9.1

Зобразити діаграми Венна доповнення до множини та симетричної різниці двох множин.

Означення об'єднання та перетину двох множин поширюється на довільні сім'ї множин. А саме, нехай $\mathscr{I}$ — деяка множина індексів, така, що для довільного $i \in \mathscr{I}$ визначена множина A_i.

Об'єднанням сім'ї множин $\{A_i \mid i \in \mathscr{I}\}$ називається така множина A, яка складається з тих і тільки тих елементів, які належать принаймні одній множині A_i. Позначається це так:

$$A = \bigcup_{i \in \mathscr{I}} A_i = \bigcup \{A_i \mid i \in \mathscr{I}\} = \{x \mid \exists i \in \mathscr{I} (x \in A_i)\}.$$

Перетином сім'ї множин $\{A_i \mid i \in \mathscr{I}\}$ називається така множина A, яка складається з тих і тільки тих елементів, які належать всім множинам A_i. Позначається це так:

$$A = \bigcap_{i \in \mathscr{I}} A_i = \bigcap \{A_i \mid i \in \mathscr{I}\} = \{x \mid \forall i \in \mathscr{I} (x \in A_i)\}.$$

Вправа 1.9.1

Зобразити діаграми Венна доповнення до множини та симетричної різниці двох множин.

Означення об'єднання та перетину двох множин поширюється на довільні сім'ї множин. А саме, нехай $\mathscr{I}$ — деяка множина індексів, така, що для довільного $i \in \mathscr{I}$ визначена множина A_i.

Об'єднанням сім'ї множин $\{A_i \mid i \in \mathscr{I}\}$ називається така множина A, яка складається з тих і тільки тих елементів, які належать принаймні одній множині A_i. Позначається це так:

$$A = \bigcup_{i \in \mathscr{I}} A_i = \bigcup \{A_i \mid i \in \mathscr{I}\} = \{x \mid \exists i \in \mathscr{I} (x \in A_i)\}.$$

Перетином сім'ї множин $\{A_i \mid i \in \mathscr{I}\}$ називається така множина A, яка складається з тих і тільки тих елементів, які належать всім множинам A_i. Позначається це так:

$$A = \bigcap_{i \in \mathscr{I}} A_i = \bigcap \{A_i \mid i \in \mathscr{I}\} = \{x \mid \forall i \in \mathscr{I} (x \in A_i)\}.$$

Зокрема, якщо $\mathscr{I} = \{1, 2, \ldots, n\}$, то для об'єднання та перетину використовуються позначення

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i \quad \text{і} \quad \bigcap_{i=1}^{n} A_i,$$

а якщо $\mathscr{I} = \mathbb{N}$, то записують

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \quad \text{і} \quad \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i,$$

відповідно.

Твердження 1.9.13

Для довільних множин A і B універсуму $\mathcal{U}$ виконуються такі рівності:

(i) $A \setminus B = A \cap B^c$;

(ii) $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$;

(iii) $A \Delta B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$;

(iv) $A \Delta B = (A \cup B) \cap (A^c \cup B^c)$;

(v) $A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

Доведення. Для демонстрації методу доведемо рівність (i).

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\} = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B^c)\} = A \cap B^c.$$

Інші рівності доводяться аналогічно. ∎

Зокрема, якщо $\mathscr{I} = \{1, 2, \ldots, n\}$, то для об'єднання та перетину використовуються позначення

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i \quad \text{і} \quad \bigcap_{i=1}^{n} A_i,$$

а якщо $\mathscr{I} = \mathbb{N}$, то записують

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \quad \text{і} \quad \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i,$$

відповідно.

Твердження 1.9.13

Для довільних множин A і B універсуму $\mathscr{U}$ виконуються такі рівності:

(i) $A \setminus B = A \cap B^c$;

(ii) $A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$;

(iii) $A \triangle B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$;

(iv) $A \triangle B = (A \cup B) \cap (A^c \cup B^c)$;

(v) $A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

Доведення. Для демонстрації методу доведемо рівність (i).

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\} = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B^c)\} = A \cap B^c.$$

Інші рівності доводяться аналогічно. ∎

Зокрема, якщо $\mathscr{I} = \{1, 2, \ldots, n\}$, то для об'єднання та перетину використовуються позначення

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i \quad \text{і} \quad \bigcap_{i=1}^{n} A_i,$$

а якщо $\mathscr{I} = \mathbb{N}$, то записують

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \quad \text{і} \quad \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i,$$

відповідно.

Твердження 1.9.13

Для довільних множин A і B універсуму $\mathcal{U}$ виконуються такі рівності:

(i) $A \setminus B = A \cap B^c$;

(ii) $A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$;

(iii) $A \triangle B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$;

(iv) $A \triangle B = (A \cup B) \cap (A^c \cup B^c)$;

(v) $A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

Доведення. Для демонстрації методу доведемо рівність (i).

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\} = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B^c)\} = A \cap B^c.$$

Інші рівності доводяться аналогічно. ∎

Зокрема, якщо $\mathscr{I} = \{1, 2, \dots, n\}$, то для об'єднання та перетину використовуються позначення

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i \quad \text{і} \quad \bigcap_{i=1}^{n} A_i,$$

а якщо $\mathscr{I} = \mathbb{N}$, то записують

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \quad \text{і} \quad \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i,$$

відповідно.

Твердження 1.9.13

Для довільних множин A і B універсуму $\mathcal{U}$ виконуються такі рівності:

(i) $A \setminus B = A \cap B^c$;

(ii) $A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$;

(iii) $A \triangle B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$;

(iv) $A \triangle B = (A \cup B) \cap (A^c \cup B^c)$;

(v) $A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

Доведення. Для демонстрації методу доведемо рівність (i).

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\} = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B^c)\} = A \cap B^c.$$

Інші рівності доводяться аналогічно. ∎

Зокрема, якщо $\mathscr{I} = \{1, 2, \ldots, n\}$, то для об'єднання та перетину використовуються позначення
$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i \quad \text{і} \quad \bigcap_{i=1}^{n} A_i,$$
а якщо $\mathscr{I} = \mathbb{N}$, то записують
$$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \quad \text{і} \quad \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i,$$
відповідно.

Твердження 1.9.13

Для довільних множин A і B універсуму $\mathcal{U}$ виконуються такі рівності:

(i) $A \setminus B = A \cap B^c$;

(ii) $A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$;

(iii) $A \triangle B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$;

(iv) $A \triangle B = (A \cup B) \cap (A^c \cup B^c)$;

(v) $A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

Доведення. Для демонстрації методу доведемо рівність (i).
$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\} = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B^c)\} = A \cap B^c.$$
Інші рівності доводяться аналогічно. ∎

Зокрема, якщо $\mathscr{I} = \{1, 2, \ldots, n\}$, то для об'єднання та перетину використовуються позначення

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i \quad \text{і} \quad \bigcap_{i=1}^{n} A_i,$$

а якщо $\mathscr{I} = \mathbb{N}$, то записують

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \quad \text{і} \quad \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i,$$

відповідно.

Твердження 1.9.13

Для довільних множин A і B універсуму $\mathcal{U}$ виконуються такі рівності:

(i) $A \setminus B = A \cap B^c$;

(ii) $A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$;

(iii) $A \triangle B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$;

(iv) $A \triangle B = (A \cup B) \cap (A^c \cup B^c)$;

(v) $A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

Доведення. Для демонстрації методу доведемо рівність (i).

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\} = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B^c)\} = A \cap B^c.$$

Інші рівності доводяться аналогічно. ∎

Зокрема, якщо $\mathscr{I} = \{1, 2, \dots, n\}$, то для об'єднання та перетину використовуються позначення

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i \quad \text{і} \quad \bigcap_{i=1}^{n} A_i,$$

а якщо $\mathscr{I} = \mathbb{N}$, то записують

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \quad \text{і} \quad \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i,$$

відповідно.

Твердження 1.9.13

Для довільних множин A і B універсуму $\mathscr{U}$ виконуються такі рівності:

(i) $A \setminus B = A \cap B^c$;

(ii) $A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$;

(iii) $A \triangle B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$;

(iv) $A \triangle B = (A \cup B) \cap (A^c \cup B^c)$;

(v) $A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

Доведення. Для демонстрації методу доведемо рівність (i).

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\} = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B^c)\} = A \cap B^c.$$

Інші рівності доводяться аналогічно. ∎

Лекція 9: Операції над множинами

Зокрема, якщо $\mathscr{I} = \{1, 2, \ldots, n\}$, то для об'єднання та перетину використовуються позначення

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i \qquad \text{і} \qquad \bigcap_{i=1}^{n} A_i,$$

а якщо $\mathscr{I} = \mathbb{N}$, то записують

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \qquad \text{і} \qquad \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i,$$

відповідно.

Твердження 1.9.13

Для довільних множин A і B універсуму $\mathcal{U}$ виконуються такі рівності:

(i) $A \setminus B = A \cap B^c$;

(ii) $A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$;

(iii) $A \triangle B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$;

(iv) $A \triangle B = (A \cup B) \cap (A^c \cup B^c)$;

(v) $A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

Доведення. Для демонстрації методу доведемо рівність (i).

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\} = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B^c)\} = A \cap B^c.$$

Інші рівності доводяться аналогічно. ◻

Зокрема, якщо $\mathscr{I} = \{1, 2, \ldots, n\}$, то для об'єднання та перетину використовуються позначення

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i \quad \text{і} \quad \bigcap_{i=1}^{n} A_i,$$

а якщо $\mathscr{I} = \mathbb{N}$, то записують

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \quad \text{і} \quad \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i,$$

відповідно.

Твердження 1.9.13

Для довільних множин A і B універсуму $\mathcal{U}$ виконуються такі рівності:

(i) $A \setminus B = A \cap B^c$;

(ii) $A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$;

(iii) $A \triangle B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$;

(iv) $A \triangle B = (A \cup B) \cap (A^c \cup B^c)$;

(v) $A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

Доведення. Для демонстрації методу доведемо рівність (i).

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\} = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B^c)\} = A \cap B^c.$$

Інші рівності доводяться аналогічно. ∎

Зокрема, якщо $\mathscr{I} = \{1, 2, \ldots, n\}$, то для об'єднання та перетину використовуються позначення

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i \quad \text{і} \quad \bigcap_{i=1}^{n} A_i,$$

а якщо $\mathscr{I} = \mathbb{N}$, то записують

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \quad \text{і} \quad \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i,$$

відповідно.

Твердження 1.9.13

Для довільних множин A і B універсуму $\mathcal{U}$ виконуються такі рівності:

(i) $A \setminus B = A \cap B^c$;

(ii) $A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$;

(iii) $A \triangle B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$;

(iv) $A \triangle B = (A \cup B) \cap (A^c \cup B^c)$;

(v) $A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

Доведення. Для демонстрації методу доведемо рівність (i).

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\} = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B^c)\} = A \cap B^c.$$

Інші рівності доводяться аналогічно. ∎

Зокрема, якщо $\mathscr{I} = \{1, 2, \ldots, n\}$, то для об'єднання та перетину використовуються позначення

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i \quad \text{і} \quad \bigcap_{i=1}^{n} A_i,$$

а якщо $\mathscr{I} = \mathbb{N}$, то записують

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \quad \text{і} \quad \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i,$$

відповідно.

Твердження 1.9.13

Для довільних множин A і B універсуму $\mathcal{U}$ виконуються такі рівності:

(i) $A \setminus B = A \cap B^c$;

(ii) $A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$;

(iii) $A \triangle B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$;

(iv) $A \triangle B = (A \cup B) \cap (A^c \cup B^c)$;

(v) $A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

Доведення. Для демонстрації методу доведемо рівність (i).

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\} = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B^c)\} = A \cap B^c.$$

Інші рівності доводяться аналогічно. ∎

Зокрема, якщо $\mathscr{I} = \{1, 2, \ldots, n\}$, то для об'єднання та перетину використовуються позначення

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i \quad \text{і} \quad \bigcap_{i=1}^{n} A_i,$$

а якщо $\mathscr{I} = \mathbb{N}$, то записують

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \quad \text{і} \quad \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i,$$

відповідно.

Твердження 1.9.13

Для довільних множин A і B універсуму $\mathcal{U}$ виконуються такі рівності:

(i) $A \setminus B = A \cap B^c$;
(ii) $A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$;
(iii) $A \triangle B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$;
(iv) $A \triangle B = (A \cup B) \cap (A^c \cup B^c)$;
(v) $A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

Доведення. Для демонстрації методу доведемо рівність (i).

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\} = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B^c)\} = A \cap B^c.$$

Інші рівності доводяться аналогічно. ∎

Зокрема, якщо $\mathscr{I} = \{1, 2, \ldots, n\}$, то для об'єднання та перетину використовуються позначення

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i \quad \text{і} \quad \bigcap_{i=1}^{n} A_i,$$

а якщо $\mathscr{I} = \mathbb{N}$, то записують

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \quad \text{і} \quad \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i,$$

відповідно.

Твердження 1.9.13

Для довільних множин A і B універсуму $\mathcal{U}$ виконуються такі рівності:

(i) $A \setminus B = A \cap B^c$;

(ii) $A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$;

(iii) $A \triangle B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$;

(iv) $A \triangle B = (A \cup B) \cap (A^c \cup B^c)$;

(v) $A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

Доведення. Для демонстрації методу доведемо рівність (i).

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\} = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B^c)\} = A \cap B^c.$$

Інші рівності доводяться аналогічно. ∎

Зокрема, якщо $\mathscr{I} = \{1, 2, \ldots, n\}$, то для об'єднання та перетину використовуються позначення

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i \quad \text{і} \quad \bigcap_{i=1}^{n} A_i,$$

а якщо $\mathscr{I} = \mathbb{N}$, то записують

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \quad \text{і} \quad \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i,$$

відповідно.

Твердження 1.9.13

Для довільних множин A і B універсуму $\mathcal{U}$ виконуються такі рівності:

(i) $A \setminus B = A \cap B^c$;

(ii) $A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$;

(iii) $A \triangle B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$;

(iv) $A \triangle B = (A \cup B) \cap (A^c \cup B^c)$;

(v) $A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

Доведення. Для демонстрації методу доведемо рівність (i).

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\} = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B^c)\} = A \cap B^c.$$

Інші рівності доводяться аналогічно. ∎

Зокрема, якщо $\mathscr{I} = \{1, 2, \dots, n\}$, то для об'єднання та перетину використовуються позначення

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i \quad \text{і} \quad \bigcap_{i=1}^{n} A_i,$$

а якщо $\mathscr{I} = \mathbb{N}$, то записують

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \quad \text{і} \quad \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i,$$

відповідно.

Твердження 1.9.13

Для довільних множин A і B універсуму $\mathcal{U}$ виконуються такі рівності:

(i) $A \setminus B = A \cap B^c$;

(ii) $A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$;

(iii) $A \triangle B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$;

(iv) $A \triangle B = (A \cup B) \cap (A^c \cup B^c)$;

(v) $A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

Доведення. Для демонстрації методу доведемо рівність (i).

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\} = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B^c)\} = A \cap B^c.$$

Інші рівності доводяться аналогічно. ∎

Зокрема, якщо $\mathscr{I} = \{1, 2, \ldots, n\}$, то для об'єднання та перетину використовуються позначення

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i \quad \text{і} \quad \bigcap_{i=1}^{n} A_i,$$

а якщо $\mathscr{I} = \mathbb{N}$, то записують

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \quad \text{і} \quad \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i,$$

відповідно.

Твердження 1.9.13

Для довільних множин A і B універсуму $\mathcal{U}$ виконуються такі рівності:

(i) $A \setminus B = A \cap B^c$;

(ii) $A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$;

(iii) $A \triangle B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$;

(iv) $A \triangle B = (A \cup B) \cap (A^c \cup B^c)$;

(v) $A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

Доведення. Для демонстрації методу доведемо рівність (i).

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\} = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B^c)\} = A \cap B^c.$$

Інші рівності доводяться аналогічно. ∎

Зокрема, якщо $\mathscr{I} = \{1, 2, \ldots, n\}$, то для об'єднання та перетину використовуються позначення

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i \quad \text{і} \quad \bigcap_{i=1}^{n} A_i,$$

а якщо $\mathscr{I} = \mathbb{N}$, то записують

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \quad \text{і} \quad \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i,$$

відповідно.

Твердження 1.9.13

Для довільних множин A і B універсуму $\mathcal{U}$ виконуються такі рівності:

(i) $A \setminus B = A \cap B^c$;

(ii) $A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$;

(iii) $A \triangle B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$;

(iv) $A \triangle B = (A \cup B) \cap (A^c \cup B^c)$;

(v) $A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

Доведення. Для демонстрації методу доведемо рівність (i).

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\} = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B^c)\} = A \cap B^c.$$

Інші рівності доводяться аналогічно.

Зокрема, якщо $\mathscr{I} = \{1, 2, \dots, n\}$, то для об'єднання та перетину використовуються позначення

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i \quad \text{і} \quad \bigcap_{i=1}^{n} A_i,$$

а якщо $\mathscr{I} = \mathbb{N}$, то записують

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \quad \text{і} \quad \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i,$$

відповідно.

Твердження 1.9.13

Для довільних множин A і B універсуму $\mathcal{U}$ виконуються такі рівності:

(i) $A \setminus B = A \cap B^c$;

(ii) $A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$;

(iii) $A \triangle B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$;

(iv) $A \triangle B = (A \cup B) \cap (A^c \cup B^c)$;

(v) $A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

Доведення. Для демонстрації методу доведемо рівність (i).

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\} = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B^c)\} = A \cap B^c.$$

Інші рівності доводяться аналогічно. ∎

Зокрема, якщо $\mathscr{I} = \{1, 2, \ldots, n\}$, то для об'єднання та перетину використовуються позначення

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i \quad \text{і} \quad \bigcap_{i=1}^{n} A_i,$$

а якщо $\mathscr{I} = \mathbb{N}$, то записують

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \quad \text{і} \quad \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i,$$

відповідно.

Твердження 1.9.13

Для довільних множин A і B універсуму $\mathcal{U}$ виконуються такі рівності:

(i) $A \setminus B = A \cap B^c$;

(ii) $A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$;

(iii) $A \triangle B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$;

(iv) $A \triangle B = (A \cup B) \cap (A^c \cup B^c)$;

(v) $A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

Доведення. Для демонстрації методу доведемо рівність (i).

$$A \setminus B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\} = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B^c)\} = A \cap B^c.$$

Інші рівності доводяться аналогічно. ■

Вправа 1.9.2

Доведіть рівності $(ii) - (v)$ з твердження 1.9.13.

За твердженням 1.9.13 різниця та симетрична різниця можуть бути визначені через перетин і доповнення. З іншого боку, доповнення також можна визначити через різницю $A^c = \mathcal{U} \setminus A$. Операції “$\cup$”, “$\cap$” і $(\ )^c$ вважатимемо основними, а “$\setminus$” і “$\triangle$” виражатимемо через них, що дасть потім змогу нам порівнювати їх із законами логічних операцій.

Вправа 1.9.2

Доведіть рівності $(ii) - (v)$ з твердження 1.9.13.

За твердженням 1.9.13 різниця та симетрична різниця можуть бути визначені через перетин і доповнення. З іншого боку, доповнення також можна визначити через різницю $A^c = \mathcal{U} \setminus A$. Операції "$\cup$", "$\cap$" і $(\ )^c$ вважатимемо основними, а "$\setminus$" і "$\triangle$" виражатимемо через них, що дасть потім змогу нам порівнювати їх із законами логічних операцій.

Вправа 1.9.2

Доведіть рівності $(ii) - (v)$ з твердження 1.9.13.

За твердженням 1.9.13 різниця та симетрична різниця можуть бути визначені через перетин і доповнення. З іншого боку, доповнення також можна визначити через різницю $A^c = \mathcal{U} \setminus A$. Операції "$\cup$", "$\cap$" і $(\ )^c$ вважатимемо основними, а "$\setminus$" і "$\triangle$" виражатимемо через них, що дасть потім змогу нам порівнювати їх із законами логічних операцій.

Вправа 1.9.2

Доведіть рівності $(ii) - (v)$ з твердження 1.9.13.

За твердженням 1.9.13 різниця та симетрична різниця можуть бути визначені через перетин і доповнення. З іншого боку, доповнення також можна визначити через різницю $A^c = \mathcal{U} \setminus A$. Операції "$\cup$", "$\cap$" і $(\ )^c$ вважатимемо основними, а "$\setminus$" і "$\triangle$" виражатимемо через них, що дасть потім змогу нам порівнювати їх із законами логічних операцій.

Вправа 1.9.2

Доведіть рівності $(ii) - (v)$ з твердження 1.9.13.

За твердженням 1.9.13 різниця та симетрична різниця можуть бути визначені через перетин і доповнення. З іншого боку, доповнення також можна визначити через різницю $A^c = \mathcal{U} \setminus A$. Операції "$\cup$", "$\cap$" і $(\ )^c$ вважатимемо основними, а "$\setminus$" і "$\triangle$" виражатимемо через них, що дасть потім змогу нам порівнювати їх із законами логічних операцій.

Вправа 1.9.2

Доведіть рівності $(ii) - (v)$ з твердження 1.9.13.

За твердженням 1.9.13 різниця та симетрична різниця можуть бути визначені через перетин і доповнення. З іншого боку, доповнення також можна визначити через різницю $A^c = \mathcal{U} \setminus A$. Операції "$\cup$", "$\cap$" і $(\ )^c$ вважатимемо основними, а "$\setminus$" і "$\triangle$" виражатимемо через них, що дасть потім змогу нам порівнювати їх із законами логічних операцій.

Вправа 1.9.2

Доведіть рівності $(ii) - (v)$ з твердження 1.9.13.

За твердженням 1.9.13 різниця та симетрична різниця можуть бути визначені через перетин і доповнення. З іншого боку, доповнення також можна визначити через різницю $A^c = \mathcal{U} \setminus A$. Операції "$\cup$", "$\cap$" і $(\ )^c$ вважатимемо основними, а "$\setminus$" і "$\triangle$" виражатимемо через них, що дасть потім змогу нам порівнювати їх із законами логічних операцій.

Теорема 1.9.14

Операції "$\cup$", "$\cap$" і $(\ )^c$ задовольняють такі закони:

(i) закони комутативності:

(ii) закони асоціативності:

(iii) закони дистрибутивності:

(iv) закони ідемпотентності:

(v) закони поглинання:

(vi) закони де Моргана:

Теорема 1.9.14

Операції "$\cup$", "$\cap$" і $(\cdot)^c$ задовольняють такі закони:

(i) закони комутативності:

(ii) закони асоціативності:

(iii) закони дистрибутивності:

(iv) закони ідемпотентності:

(v) закони поглинання:

(vi) закони де Моргана:

Лекція 9: Операції над множинами

Теорема 1.9.14

Операції "$\cup$", "$\cap$" і $(\cdot)^c$ задовольняють такі закони:

(i) закони комутативності:

(ii) закони асоціативності:

(iii) закони дистрибутивності:

(iv) закони ідемпотентності:

(v) закони поглинання:

(vi) закони де Моргана:

Теорема 1.9.14

Операції "$\cup$", "$\cap$" і $(\cdot)^c$ задовольняють такі закони:

(i) закони комутативності:

(ii) закони асоціативності:

(iii) закони дистрибутивності:

(iv) закони ідемпотентності:

(v) закони поглинання:

(vi) закони де Моргана:

Теорема 1.9.14

Операції "$\cup$", "$\cap$" і $(\,\cdot\,)^c$ задовольняють такі закони:

(i) закони комутативності:

- (i_1) $A \cup B = B \cup A$;
- (i_2) $A \cap B = B \cap A$;

(ii) закони асоціативності:

(iii) закони дистрибутивності:

(iv) закони ідемпотентності:

(v) закони поглинання:

(vi) закони де Моргана:

Теорема 1.9.14

Операції "$\cup$", "$\cap$" і $(\cdot)^c$ задовольняють такі закони:

(i) закони комутативності:

(i_1) $A \cup B = B \cup A$;

(i_2) $A \cap B = B \cap A$;

(ii) закони асоціативності:

(iii) закони дистрибутивності:

(iv) закони ідемпотентності:

(v) закони поглинання:

(vi) закони де Моргана:

Теорема 1.9.14

Операції "$\cup$", "$\cap$" і $(\cdot)^c$ задовольняють такі закони:

(i) закони комутативності:

- (i_1) $A \cup B = B \cup A$;
- (i_2) $A \cap B = B \cap A$;

(ii) закони асоціативності:

(iii) закони дистрибутивності:

(iv) закони ідемпотентності:

(v) закони поглинання:

(vi) закони де Моргана:

Теорема 1.9.14

Операції "$\cup$", "$\cap$" і $(\cdot)^c$ задовольняють такі закони:

(i) закони комутативності:

(i_1) $A \cup B = B \cup A$;

(i_2) $A \cap B = B \cap A$;

(ii) закони асоціативності:

(iii) закони дистрибутивності:

(iv) закони ідемпотентності:

(v) закони поглинання:

(vi) закони де Моргана:

Теорема 1.9.14

Операції “$\cup$”, “$\cap$” і $(\,\cdot\,)^c$ задовольняють такі закони:

(i) закони комутативності:

- (i_1) $A \cup B = B \cup A$;
- (i_2) $A \cap B = B \cap A$;

(ii) закони асоціативності:

- (ii_1) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;
- (ii_2) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;

(iii) закони дистрибутивності:

(iv) закони ідемпотентності:

(v) закони поглинання:

(vi) закони де Моргана:

Теорема 1.9.14

Операції "$\cup$", "$\cap$" і $(\cdot)^c$ задовольняють такі закони:

(i) закони комутативності:

(i_1) $A \cup B = B \cup A$;
(i_2) $A \cap B = B \cap A$;

(ii) закони асоціативності:

(ii_1) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;
(ii_2) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;

(iii) закони дистрибутивності:

(iv) закони ідемпотентності:

(v) закони поглинання:

(vi) закони де Моргана:

Теорема 1.9.14

Операції “$\cup$”, “$\cap$” і $(\cdot)^c$ задовольняють такі закони:

(i) закони комутативності:

(i_1) $A \cup B = B \cup A$;
(i_2) $A \cap B = B \cap A$;

(ii) закони асоціативності:

(ii_1) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;
(ii_2) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;

(iii) закони дистрибутивності:

(iv) закони ідемпотентності:

(v) закони поглинання:

(vi) закони де Моргана:

Теорема 1.9.14

Операції "$\cup$", "$\cap$" і $(\cdot)^c$ задовольняють такі закони:

(i) закони комутативності:

(i_1) $A \cup B = B \cup A$;

(i_2) $A \cap B = B \cap A$;

(ii) закони асоціативності:

(ii_1) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;

(ii_2) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;

(iii) закони дистрибутивності:

(iv) закони ідемпотентності:

(v) закони поглинання:

(vi) закони де Моргана:

Лекція 9: Операції над множинами

Теорема 1.9.14

Операції "$\cup$", "$\cap$" і $(\,\cdot\,)^c$ задовольняють такі закони:

(i) закони комутативності:

- (i_1) $A \cup B = B \cup A$;
- (i_2) $A \cap B = B \cap A$;

(ii) закони асоціативності:

- (ii_1) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;
- (ii_2) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;

(iii) закони дистрибутивності:

- (iii_1) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
- (iii_2) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;

(iv) закони ідемпотентності:

(v) закони поглинання:

(vi) закони де Моргана:

Теорема 1.9.14

Операції "$\cup$", "$\cap$" і $(\cdot)^c$ задовольняють такі закони:

(i) закони комутативності:

(i_1) $A \cup B = B \cup A$;

(i_2) $A \cap B = B \cap A$;

(ii) закони асоціативності:

(ii_1) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;

(ii_2) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;

(iii) закони дистрибутивності:

(iii_1) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;

(iii_2) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;

(iv) закони ідемпотентності:

(v) закони поглинання:

(vi) закони де Моргана:

Теорема 1.9.14

Операції “$\cup$”, “$\cap$” і $(\cdot)^c$ задовольняють такі закони:

(i) закони комутативності:

(i_1) $A \cup B = B \cup A$;
(i_2) $A \cap B = B \cap A$;

(ii) закони асоціативності:

(ii_1) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;
(ii_2) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;

(iii) закони дистрибутивності:

(iii_1) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
(iii_2) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;

(iv) закони ідемпотентності:

(v) закони поглинання:

(vi) закони де Моргана:

Теорема 1.9.14

Операції "$\cup$", "$\cap$" і $(\cdot)^c$ задовольняють такі закони:

(i) закони комутативності:

(i_1) $A \cup B = B \cup A$;
(i_2) $A \cap B = B \cap A$;

(ii) закони асоціативності:

(ii_1) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;
(ii_2) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;

(iii) закони дистрибутивності:

(iii_1) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
(iii_2) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;

(iv) закони ідемпотентності:

(v) закони поглинання:

(vi) закони де Моргана:

Теорема 1.9.14

Операції "$\cup$", "$\cap$" і $(\cdot)^c$ задовольняють такі закони:

(i) закони комутативності:

- (i_1) $A \cup B = B \cup A$;
- (i_2) $A \cap B = B \cap A$;

(ii) закони асоціативності:

- (ii_1) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;
- (ii_2) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;

(iii) закони дистрибутивності:

- (iii_1) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
- (iii_2) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;

(iv) закони ідемпотентності:

- (iv_1) $A \cup A = A$;
- (iv_2) $A \cap A = A$;

(v) закони поглинання:

(vi) закони де Моргана:

Теорема 1.9.14

Операції "$\cup$", "$\cap$" і $(\cdot)^c$ задовольняють такі закони:

(i) закони комутативності:

- (i_1) $A \cup B = B \cup A$;
- (i_2) $A \cap B = B \cap A$;

(ii) закони асоціативності:

- (ii_1) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;
- (ii_2) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;

(iii) закони дистрибутивності:

- (iii_1) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
- (iii_2) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;

(iv) закони ідемпотентності:

- (iv_1) $A \cup A = A$;
- (iv_2) $A \cap A = A$;

(v) закони поглинання:

(vi) закони де Моргана:

Теорема 1.9.14

Операції "$\cup$", "$\cap$" і $(\,\cdot\,)^c$ задовольняють такі закони:

(i) закони комутативності:

(i_1) $A \cup B = B \cup A$;
(i_2) $A \cap B = B \cap A$;

(ii) закони асоціативності:

(ii_1) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;
(ii_2) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;

(iii) закони дистрибутивності:

(iii_1) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
(iii_2) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;

(iv) закони ідемпотентності:

(iv_1) $A \cup A = A$;
(iv_2) $A \cap A = A$;

(v) закони поглинання:

(vi) закони де Моргана:

Теорема 1.9.14

Операції "$\cup$", "$\cap$" і $(\cdot)^c$ задовольняють такі закони:

(i) закони комутативності:

(i_1) $A \cup B = B \cup A$;
(i_2) $A \cap B = B \cap A$;

(ii) закони асоціативності:

(ii_1) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;
(ii_2) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;

(iii) закони дистрибутивності:

(iii_1) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
(iii_2) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;

(iv) закони ідемпотентності:

(iv_1) $A \cup A = A$;
(iv_2) $A \cap A = A$;

(v) закони поглинання:

(vi) закони де Моргана:

Теорема 1.9.14

Операції "$\cup$", "$\cap$" і $(\cdot)^c$ задовольняють такі закони:

(i) закони комутативності:

- (i_1) $A \cup B = B \cup A$;
- (i_2) $A \cap B = B \cap A$;

(ii) закони асоціативності:

- (ii_1) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;
- (ii_2) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;

(iii) закони дистрибутивності:

- (iii_1) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
- (iii_2) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;

(iv) закони ідемпотентності:

- (iv_1) $A \cup A = A$;
- (iv_2) $A \cap A = A$;

(v) закони поглинання:

- (v_1) $A \cup (A \cap B) = A$;
- (v_2) $A \cap (A \cup B) = A$;

(vi) закони де Моргана:

Теорема 1.9.14

Операції "$\cup$", "$\cap$" і $(\cdot)^c$ задовольняють такі закони:

(i) закони комутативності:

(i_1) $A \cup B = B \cup A$;
(i_2) $A \cap B = B \cap A$;

(ii) закони асоціативності:

(ii_1) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;
(ii_2) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;

(iii) закони дистрибутивності:

(iii_1) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
(iii_2) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;

(iv) закони ідемпотентності:

(iv_1) $A \cup A = A$;
(iv_2) $A \cap A = A$;

(v) закони поглинання:

(v_1) $A \cup (A \cap B) = A$;
(v_2) $A \cap (A \cup B) = A$;

(vi) закони де Моргана:

Теорема 1.9.14

Операції "$\cup$", "$\cap$" і $(\cdot)^c$ задовольняють такі закони:

(i) закони комутативності:

(i_1) $A \cup B = B \cup A$;

(i_2) $A \cap B = B \cap A$;

(ii) закони асоціативності:

(ii_1) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;

(ii_2) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;

(iii) закони дистрибутивності:

(iii_1) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;

(iii_2) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;

(iv) закони ідемпотентності:

(iv_1) $A \cup A = A$;

(iv_2) $A \cap A = A$;

(v) закони поглинання:

(v_1) $A \cup (A \cap B) = A$;

(v_2) $A \cap (A \cup B) = A$;

(vi) закони де Моргана:

Теорема 1.9.14

Операції "$\cup$", "$\cap$" і $(\cdot)^c$ задовольняють такі закони:

(i) закони комутативності:

(i_1) $A \cup B = B \cup A$;
(i_2) $A \cap B = B \cap A$;

(ii) закони асоціативності:

(ii_1) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;
(ii_2) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;

(iii) закони дистрибутивності:

(iii_1) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
(iii_2) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;

(iv) закони ідемпотентності:

(iv_1) $A \cup A = A$;
(iv_2) $A \cap A = A$;

(v) закони поглинання:

(v_1) $A \cup (A \cap B) = A$;
(v_2) $A \cap (A \cup B) = A$;

(vi) закони де Моргана:

Лекція 9: Операції над множинами

Теорема 1.9.14

Операції "$\cup$", "$\cap$" і $(\,\cdot\,)^c$ задовольняють такі закони:

(i) закони комутативності:

- (i_1) $A \cup B = B \cup A$;
- (i_2) $A \cap B = B \cap A$;

(ii) закони асоціативності:

- (ii_1) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;
- (ii_2) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;

(iii) закони дистрибутивності:

- (iii_1) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
- (iii_2) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;

(iv) закони ідемпотентності:

- (iv_1) $A \cup A = A$;
- (iv_2) $A \cap A = A$;

(v) закони поглинання:

- (v_1) $A \cup (A \cap B) = A$;
- (v_2) $A \cap (A \cup B) = A$;

(vi) закони де Моргана:

- (vi_1) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$;
- (vi_2) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$;

Теорема 1.9.14

Операції "$\cup$", "$\cap$" і $(\cdot)^c$ задовольняють такі закони:

(i) закони комутативності:

(i_1) $A \cup B = B \cup A$;
(i_2) $A \cap B = B \cap A$;

(ii) закони асоціативності:

(ii_1) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;
(ii_2) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;

(iii) закони дистрибутивності:

(iii_1) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
(iii_2) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;

(iv) закони ідемпотентності:

(iv_1) $A \cup A = A$;
(iv_2) $A \cap A = A$;

(v) закони поглинання:

(v_1) $A \cup (A \cap B) = A$;
(v_2) $A \cap (A \cup B) = A$;

(vi) закони де Моргана:

(vi_1) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$;
(vi_2) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$;

Теорема 1.9.14

Операції "$\cup$", "$\cap$" і $(\cdot)^c$ задовольняють такі закони:

(i) закони комутативності:

(i_1) $A \cup B = B \cup A$;
(i_2) $A \cap B = B \cap A$;

(ii) закони асоціативності:

(ii_1) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;
(ii_2) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;

(iii) закони дистрибутивності:

(iii_1) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
(iii_2) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;

(iv) закони ідемпотентності:

(iv_1) $A \cup A = A$;
(iv_2) $A \cap A = A$;

(v) закони поглинання:

(v_1) $A \cup (A \cap B) = A$;
(v_2) $A \cap (A \cup B) = A$;

(vi) закони де Моргана:

(vi_1) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$;
(vi_2) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$;

Теорема 1.9.14

Операції "$\cup$", "$\cap$" і $(\cdot)^c$ задовольняють такі закони:

(i) закони комутативності:

(i_1) $A \cup B = B \cup A$;
(i_2) $A \cap B = B \cap A$;

(ii) закони асоціативності:

(ii_1) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;
(ii_2) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;

(iii) закони дистрибутивності:

(iii_1) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
(iii_2) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;

(iv) закони ідемпотентності:

(iv_1) $A \cup A = A$;
(iv_2) $A \cap A = A$;

(v) закони поглинання:

(v_1) $A \cup (A \cap B) = A$;
(v_2) $A \cap (A \cup B) = A$;

(vi) закони де Моргана:

(vi_1) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$;
(vi_2) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$;

Теорема 1.9.14 (продовження)

(vii) $(A^c)^c = A$;

(viii) $A^c \cup A = \mathcal{U}$;

(ix) $A \cap A^c = \varnothing$;

(x) $A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}$;

(xi) $A \cap \mathcal{U} = A$;

(xii) $A \cup \varnothing = A$;

(xiii) $A \cap \varnothing = \varnothing$;

(xiv) $\varnothing^c = \mathcal{U}$;

(xv) $\mathcal{U}^c = \varnothing$.

Доведення. Ми доведемо рівність (i_1).

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\} = \{x \mid (x \in B) \vee (x \in A)\} = B \cup A.$$

Інші рівності доводяться аналогічно. ∎

Вправа 1.9.3

Доведіть рівності $(i) - (xv)$ з теореми 1.9.14.

Теорема 1.9.14 (продовження)

(vii) $(A^c)^c = A$;

(viii) $A^c \cup A = \mathcal{U}$;

(ix) $A \cap A^c = \varnothing$;

(x) $A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}$;

(xi) $A \cap \mathcal{U} = A$;

(xii) $A \cup \varnothing = A$;

(xiii) $A \cap \varnothing = \varnothing$;

(xiv) $\varnothing^c = \mathcal{U}$;

(xv) $\mathcal{U}^c = \varnothing$.

Доведення. Ми доведемо рівність (i_1).

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\} = \{x \mid (x \in B) \vee (x \in A)\} = B \cup A.$$

Інші рівності доводяться аналогічно. ∎

Вправа 1.9.3

Доведіть рівності (i) – (xv) з теореми 1.9.14.

Теорема 1.9.14 (продовження)

(vii) $(A^c)^c = A$;
(viii) $A^c \cup A = \mathcal{U}$;
(ix) $A \cap A^c = \varnothing$;
(x) $A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}$;
(xi) $A \cap \mathcal{U} = A$;
(xii) $A \cup \varnothing = A$;
(xiii) $A \cap \varnothing = \varnothing$;
(xiv) $\varnothing^c = \mathcal{U}$;
(xv) $\mathcal{U}^c = \varnothing$.

Доведення. Ми доведемо рівність (i_1).

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\} = \{x \mid (x \in B) \vee (x \in A)\} = B \cup A.$$

Інші рівності доводяться аналогічно. ∎

Вправа 1.9.3

Доведіть рівності (i) – (xv) з теореми 1.9.14.

Теорема 1.9.14 (продовження)

(vii) $(A^c)^c = A$;

$(viii)$ $A^c \cup A = \mathcal{U}$;

(ix) $A \cap A^c = \varnothing$;

(x) $A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}$;

(xi) $A \cap \mathcal{U} = A$;

(xii) $A \cup \varnothing = A$;

$(xiii)$ $A \cap \varnothing = \varnothing$;

(xiv) $\varnothing^c = \mathcal{U}$;

(xv) $\mathcal{U}^c = \varnothing$.

Доведення. Ми доведемо рівність (i_1).

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\} = \{x \mid (x \in B) \vee (x \in A)\} = B \cup A.$$

Інші рівності доводяться аналогічно. ∎

Вправа 1.9.3

Доведіть рівності (i) – (xv) з теореми 1.9.14.

Теорема 1.9.14 (продовження)

(vii) $(A^c)^c = A$;

$(viii)$ $A^c \cup A = \mathcal{U}$;

(ix) $A \cap A^c = \varnothing$;

(x) $A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}$;

(xi) $A \cap \mathcal{U} = A$;

(xii) $A \cup \varnothing = A$;

$(xiii)$ $A \cap \varnothing = \varnothing$;

(xiv) $\varnothing^c = \mathcal{U}$;

(xv) $\mathcal{U}^c = \varnothing$.

Доведення. Ми доведемо рівність (i_1).

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\} = \{x \mid (x \in B) \vee (x \in A)\} = B \cup A.$$

Інші рівності доводяться аналогічно. ∎

Вправа 1.9.3

Доведіть рівності (i) – (xv) з теореми 1.9.14.

Теорема 1.9.14 (продовження)

(vii) $(A^c)^c = A$;
$(viii)$ $A^c \cup A = \mathcal{U}$;
(ix) $A \cap A^c = \varnothing$;
(x) $A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}$;
(xi) $A \cap \mathcal{U} = A$;
(xii) $A \cup \varnothing = A$;
$(xiii)$ $A \cap \varnothing = \varnothing$;
(xiv) $\varnothing^c = \mathcal{U}$;
(xv) $\mathcal{U}^c = \varnothing$.

Доведення. Ми доведемо рівність (i_1).

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\} = \{x \mid (x \in B) \vee (x \in A)\} = B \cup A.$$

Інші рівності доводяться аналогічно. ∎

Вправа 1.9.3

Доведіть рівності (i) – (xv) з теореми 1.9.14.

Теорема 1.9.14 (продовження)

(vii) $(A^c)^c = A$;
$(viii)$ $A^c \cup A = \mathcal{U}$;
(ix) $A \cap A^c = \varnothing$;
(x) $A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}$;
(xi) $A \cap \mathcal{U} = A$;
(xii) $A \cup \varnothing = A$;
$(xiii)$ $A \cap \varnothing = \varnothing$;
(xiv) $\varnothing^c = \mathcal{U}$;
(xv) $\mathcal{U}^c = \varnothing$.

Доведення. Ми доведемо рівність (i_1).

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\} = \{x \mid (x \in B) \vee (x \in A)\} = B \cup A.$$

Інші рівності доводяться аналогічно. ∎

Вправа 1.9.3

Доведіть рівності (i) – (xv) з теореми 1.9.14.

Теорема 1.9.14 (продовження)

(vii) $(A^c)^c = A$;
$(viii)$ $A^c \cup A = \mathcal{U}$;
(ix) $A \cap A^c = \varnothing$;
(x) $A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}$;
(xi) $A \cap \mathcal{U} = A$;
(xii) $A \cup \varnothing = A$;
$(xiii)$ $A \cap \varnothing = \varnothing$;
(xiv) $\varnothing^c = \mathcal{U}$;
(xv) $\mathcal{U}^c = \varnothing$.

Доведення. Ми доведемо рівність (i_1).

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\} = \{x \mid (x \in B) \vee (x \in A)\} = B \cup A.$$

Інші рівності доводяться аналогічно. ∎

Вправа 1.9.3

Доведіть рівності (i) – (xv) з теореми 1.9.14.

Теорема 1.9.14 (продовження)

(vii) $(A^c)^c = A$;

$(viii)$ $A^c \cup A = \mathcal{U}$;

(ix) $A \cap A^c = \varnothing$;

(x) $A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}$;

(xi) $A \cap \mathcal{U} = A$;

(xii) $A \cup \varnothing = A$;

$(xiii)$ $A \cap \varnothing = \varnothing$;

(xiv) $\varnothing^c = \mathcal{U}$;

(xv) $\mathcal{U}^c = \varnothing$.

Доведення. Ми доведемо рівність (i_1).

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\} = \{x \mid (x \in B) \vee (x \in A)\} = B \cup A.$$

Інші рівності доводяться аналогічно. ∎

Вправа 1.9.3

Доведіть рівності (i) – (xv) з теореми 1.9.14.

Теорема 1.9.14 (продовження)

(vii) $(A^c)^c = A$;
$(viii)$ $A^c \cup A = \mathcal{U}$;
(ix) $A \cap A^c = \varnothing$;
(x) $A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}$;
(xi) $A \cap \mathcal{U} = A$;
(xii) $A \cup \varnothing = A$;
$(xiii)$ $A \cap \varnothing = \varnothing$;
(xiv) $\varnothing^c = \mathcal{U}$;
(xv) $\mathcal{U}^c = \varnothing$.

Доведення. Ми доведемо рівність (i_1).

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\} = \{x \mid (x \in B) \vee (x \in A)\} = B \cup A.$$

Інші рівності доводяться аналогічно. ■

Вправа 1.9.3

Доведіть рівності (i) – (xv) з теореми 1.9.14.

Теорема 1.9.14 (продовження)

(vii) $(A^c)^c = A$;
$(viii)$ $A^c \cup A = \mathcal{U}$;
(ix) $A \cap A^c = \varnothing$;
(x) $A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}$;
(xi) $A \cap \mathcal{U} = A$;
(xii) $A \cup \varnothing = A$;
$(xiii)$ $A \cap \varnothing = \varnothing$;
(xiv) $\varnothing^c = \mathcal{U}$;
(xv) $\mathcal{U}^c = \varnothing$.

Доведення. Ми доведемо рівність (i_1).

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\} = \{x \mid (x \in B) \vee (x \in A)\} = B \cup A.$$

Інші рівності доводяться аналогічно. ∎

Вправа 1.9.3

Доведіть рівності (i) – (xv) з теореми 1.9.14.

Теорема 1.9.14 (продовження)

(vii) $(A^c)^c = A$;
$(viii)$ $A^c \cup A = \mathcal{U}$;
(ix) $A \cap A^c = \varnothing$;
(x) $A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}$;
(xi) $A \cap \mathcal{U} = A$;
(xii) $A \cup \varnothing = A$;
$(xiii)$ $A \cap \varnothing = \varnothing$;
(xiv) $\varnothing^c = \mathcal{U}$;
(xv) $\mathcal{U}^c = \varnothing$.

Доведення. Ми доведемо рівність (i_1).

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\} = \{x \mid (x \in B) \vee (x \in A)\} = B \cup A.$$

Інші рівності доводяться аналогічно. ∎

Вправа 1.9.3

Доведіть рівності (i) – (xv) з теореми 1.9.14.

Теорема 1.9.14 (продовження)

(vii) $(A^c)^c = A$;
$(viii)$ $A^c \cup A = \mathcal{U}$;
(ix) $A \cap A^c = \varnothing$;
(x) $A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}$;
(xi) $A \cap \mathcal{U} = A$;
(xii) $A \cup \varnothing = A$;
$(xiii)$ $A \cap \varnothing = \varnothing$;
(xiv) $\varnothing^c = \mathcal{U}$;
(xv) $\mathcal{U}^c = \varnothing$.

Доведення. Ми доведемо рівність (i_1).

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\} = \{x \mid (x \in B) \vee (x \in A)\} = B \cup A.$$

Інші рівності доводяться аналогічно. ∎

Вправа 1.9.3

Доведіть рівності (i) – (xv) з теореми 1.9.14.

Теорема 1.9.14 (продовження)

(vii) $(A^c)^c = A$;
$(viii)$ $A^c \cup A = \mathcal{U}$;
(ix) $A \cap A^c = \varnothing$;
(x) $A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}$;
(xi) $A \cap \mathcal{U} = A$;
(xii) $A \cup \varnothing = A$;
$(xiii)$ $A \cap \varnothing = \varnothing$;
(xiv) $\varnothing^c = \mathcal{U}$;
(xv) $\mathcal{U}^c = \varnothing$.

Доведення. Ми доведемо рівність (i_1).

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\} = \{x \mid (x \in B) \vee (x \in A)\} = B \cup A.$$

Інші рівності доводяться аналогічно. ∎

Вправа 1.9.3

Доведіть рівності (i) – (xv) з теореми 1.9.14.

Теорема 1.9.14 (продовження)

(vii) $(A^c)^c = A$;

$(viii)$ $A^c \cup A = \mathcal{U}$;

(ix) $A \cap A^c = \varnothing$;

(x) $A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}$;

(xi) $A \cap \mathcal{U} = A$;

(xii) $A \cup \varnothing = A$;

$(xiii)$ $A \cap \varnothing = \varnothing$;

(xiv) $\varnothing^c = \mathcal{U}$;

(xv) $\mathcal{U}^c = \varnothing$.

Доведення. Ми доведемо рівність (i_1).

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\} = \{x \mid (x \in B) \vee (x \in A)\} = B \cup A.$$

Інші рівності доводяться аналогічно. ∎

Вправа 1.9.3

Доведіть рівності (i) – (xv) з теореми 1.9.14.

Теорема 1.9.14 (продовження)

(vii) $(A^c)^c = A$;

$(viii)$ $A^c \cup A = \mathcal{U}$;

(ix) $A \cap A^c = \varnothing$;

(x) $A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}$;

(xi) $A \cap \mathcal{U} = A$;

(xii) $A \cup \varnothing = A$;

$(xiii)$ $A \cap \varnothing = \varnothing$;

(xiv) $\varnothing^c = \mathcal{U}$;

(xv) $\mathcal{U}^c = \varnothing$.

Доведення. Ми доведемо рівність (i_1).

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\} = \{x \mid (x \in B) \vee (x \in A)\} = B \cup A.$$

Інші рівності доводяться аналогічно. ∎

Вправа 1.9.3

Доведіть рівності (i) – (xv) з теореми 1.9.14.

Теорема 1.9.14 (продовження)

(vii) $(A^c)^c = A$;
$(viii)$ $A^c \cup A = \mathcal{U}$;
(ix) $A \cap A^c = \varnothing$;
(x) $A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}$;
(xi) $A \cap \mathcal{U} = A$;
(xii) $A \cup \varnothing = A$;
$(xiii)$ $A \cap \varnothing = \varnothing$;
(xiv) $\varnothing^c = \mathcal{U}$;
(xv) $\mathcal{U}^c = \varnothing$.

Доведення. Ми доведемо рівність (i_1).

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\} = \{x \mid (x \in B) \vee (x \in A)\} = B \cup A.$$

Інші рівності доводяться аналогічно. ■

Вправа 1.9.3

Доведіть рівності (i) – (xv) з теореми 1.9.14.

Теорема 1.9.14 (продовження)

(vii) $(A^c)^c = A$;
$(viii)$ $A^c \cup A = \mathcal{U}$;
(ix) $A \cap A^c = \varnothing$;
(x) $A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}$;
(xi) $A \cap \mathcal{U} = A$;
(xii) $A \cup \varnothing = A$;
$(xiii)$ $A \cap \varnothing = \varnothing$;
(xiv) $\varnothing^c = \mathcal{U}$;
(xv) $\mathcal{U}^c = \varnothing$.

Доведення. Ми доведемо рівність (i_1).

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\} = \{x \mid (x \in B) \vee (x \in A)\} = B \cup A.$$

Інші рівності доводяться аналогічно. ∎

Вправа 1.9.3

Доведіть рівності $(i) - (xv)$ з теореми 1.9.14.

Приклад 1.9.15

Доведіть рівності:

(a) $$\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) \cap B = \bigcup_{i=1}^{n} (A_i \cap B);$$

(b) $$\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right) \cup B = \bigcap_{i=1}^{n} (A_i \cup B).$$

Розв'язок. Ми доведемо лише рівність (a). Доведення рівності (b) аналогічне.

$$\begin{aligned}
x \in \left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) \cap B \Leftrightarrow x \in \left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) \wedge x \in B \Leftrightarrow& \\
&\Leftrightarrow ((x \in A_1) \vee \cdots \vee (x \in A_{n-1}) \vee (x \in A_n)) \wedge (x \in B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (((x \in A_1) \vee \cdots \vee (x \in A_{n-1})) \vee (x \in A_n)) \wedge (x \in B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (((x \in A_1) \vee \cdots \vee (x \in A_{n-1})) \wedge (x \in B)) \vee \\
&\qquad\qquad \vee ((x \in A_n) \wedge (x \in B)) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow \quad \cdots \quad \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A_1 \wedge x \in B) \vee \cdots \vee (x \in A_n \wedge x \in B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A_1 \cap B) \vee \cdots \vee (x \in A_n \cap B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow x \in \bigcup_{i=1}^{n} (A_i \cap B).
\end{aligned}$$

Приклад 1.9.15

Доведіть рівності:

(a) $\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) \cap B = \bigcup_{i=1}^{n} (A_i \cap B)$;

(b) $\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right) \cup B = \bigcap_{i=1}^{n} (A_i \cup B)$.

Розв'язок. Ми доведемо лише рівність (a). Доведення рівності (b) аналогічне.

$$
\begin{aligned}
x \in \left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) \cap B \Leftrightarrow x \in \left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) \wedge x \in B \Leftrightarrow &\\
&\Leftrightarrow ((x \in A_1) \vee \cdots \vee (x \in A_{n-1}) \vee (x \in A_n)) \wedge (x \in B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (((x \in A_1) \vee \cdots \vee (x \in A_{n-1})) \vee (x \in A_n)) \wedge (x \in B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (((x \in A_1) \vee \cdots \vee (x \in A_{n-1})) \wedge (x \in B)) \vee \\
&\qquad \vee ((x \in A_n) \wedge (x \in B)) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow \quad \cdots \quad \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A_1 \wedge x \in B) \vee \cdots \vee (x \in A_n \wedge x \in B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A_1 \cap B) \vee \cdots \vee (x \in A_n \cap B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow x \in \bigcup_{i=1}^{n} (A_i \cap B).
\end{aligned}
$$

Лекція 9: Операції над множинами

Приклад 1.9.15

Доведіть рівності:

(a) $$\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) \cap B = \bigcup_{i=1}^{n} (A_i \cap B);$$

(b) $$\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right) \cup B = \bigcap_{i=1}^{n} (A_i \cup B).$$

Розв'язок. Ми доведемо лише рівність (a). Доведення рівності (b) аналогічне.

$$\begin{aligned}
x \in \left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) \cap B \Leftrightarrow x \in \left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) \wedge x \in B \Leftrightarrow& \\
\Leftrightarrow ((x \in A_1) \vee \cdots \vee (x \in A_{n-1}) \vee (x \in A_n)) \wedge (x \in B) \Leftrightarrow& \\
\Leftrightarrow (((x \in A_1) \vee \cdots \vee (x \in A_{n-1})) \vee (x \in A_n)) \wedge (x \in B) \Leftrightarrow& \\
\Leftrightarrow (((x \in A_1) \vee \cdots \vee (x \in A_{n-1})) \wedge (x \in B)) \vee& \\
\vee ((x \in A_n) \wedge (x \in B)) \Leftrightarrow& \\
\Leftrightarrow \quad \cdots \quad \Leftrightarrow& \\
\Leftrightarrow (x \in A_1 \wedge x \in B) \vee \cdots \vee (x \in A_n \wedge x \in B) \Leftrightarrow& \\
\Leftrightarrow (x \in A_1 \cap B) \vee \cdots \vee (x \in A_n \cap B) \Leftrightarrow& \\
\Leftrightarrow x \in \bigcup_{i=1}^{n} (A_i \cap B).&
\end{aligned}$$

Приклад 1.9.15

Доведіть рівності:

(a) $\left(\bigcup\limits_{i=1}^{n} A_i\right) \cap B = \bigcup\limits_{i=1}^{n} (A_i \cap B)$;

(b) $\left(\bigcap\limits_{i=1}^{n} A_i\right) \cup B = \bigcap\limits_{i=1}^{n} (A_i \cup B)$.

Розв'язок. Ми доведемо лише рівність (a). Доведення рівності (b) аналогічне.

$$
\begin{aligned}
x \in \left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) \cap B \Leftrightarrow x \in \left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) \wedge x \in B \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow ((x \in A_1) \vee \cdots \vee (x \in A_{n-1}) \vee (x \in A_n)) \wedge (x \in B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (((x \in A_1) \vee \cdots \vee (x \in A_{n-1})) \vee (x \in A_n)) \wedge (x \in B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (((x \in A_1) \vee \cdots \vee (x \in A_{n-1})) \wedge (x \in B)) \vee \\
&\qquad \vee ((x \in A_n) \wedge (x \in B)) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow \quad \cdots \quad \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A_1 \wedge x \in B) \vee \cdots \vee (x \in A_n \wedge x \in B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A_1 \cap B) \vee \cdots \vee (x \in A_n \cap B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow x \in \bigcup_{i=1}^{n} (A_i \cap B).
\end{aligned}
$$

Приклад 1.9.15

Доведіть рівності:

(a) $\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) \cap B = \bigcup_{i=1}^{n} (A_i \cap B)$;

(b) $\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right) \cup B = \bigcap_{i=1}^{n} (A_i \cup B)$.

Розв'язок. Ми доведемо лише рівність (a). Доведення рівності (b) аналогічне.

$$
\begin{aligned}
x \in \left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) \cap B \Leftrightarrow x \in \left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) \wedge x \in B \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow ((x \in A_1) \vee \dots \vee (x \in A_{n-1}) \vee (x \in A_n)) \wedge (x \in B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (((x \in A_1) \vee \dots \vee (x \in A_{n-1})) \vee (x \in A_n)) \wedge (x \in B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (((x \in A_1) \vee \dots \vee (x \in A_{n-1})) \wedge (x \in B)) \vee \\
&\qquad \vee ((x \in A_n) \wedge (x \in B)) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow \quad \cdots \quad \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A_1 \wedge x \in B) \vee \dots \vee (x \in A_n \wedge x \in B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A_1 \cap B) \vee \dots \vee (x \in A_n \cap B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow x \in \bigcup_{i=1}^{n} (A_i \cap B).
\end{aligned}
$$

Приклад 1.9.15

Доведіть рівності:

(a) $$\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) \cap B = \bigcup_{i=1}^{n} (A_i \cap B);$$

(b) $$\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right) \cup B = \bigcap_{i=1}^{n} (A_i \cup B).$$

Розв'язок. Ми доведемо лише рівність (a). Доведення рівності (b) аналогічне.

$$\begin{aligned}
x \in \left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) \cap B \Leftrightarrow x \in \left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) \wedge x \in B \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow ((x \in A_1) \vee \cdots \vee (x \in A_{n-1}) \vee (x \in A_n)) \wedge (x \in B) \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow (((x \in A_1) \vee \cdots \vee (x \in A_{n-1})) \vee (x \in A_n)) \wedge (x \in B) \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow (((x \in A_1) \vee \cdots \vee (x \in A_{n-1})) \wedge (x \in B)) \vee \\
\vee ((x \in A_n) \wedge (x \in B)) \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow \quad \cdots \quad \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow (x \in A_1 \wedge x \in B) \vee \cdots \vee (x \in A_n \wedge x \in B) \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow (x \in A_1 \cap B) \vee \cdots \vee (x \in A_n \cap B) \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow x \in \bigcup_{i=1}^{n} (A_i \cap B).
\end{aligned}$$

Приклад 1.9.15

Доведіть рівності:

(a) $$\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) \cap B = \bigcup_{i=1}^{n} (A_i \cap B);$$

(b) $$\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right) \cup B = \bigcap_{i=1}^{n} (A_i \cup B).$$

Розв'язок. Ми доведемо лише рівність (a). Доведення рівності (b) аналогічне.

$$\begin{aligned}
x \in \left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) \cap B \Leftrightarrow x \in \left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) \wedge x \in B \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow ((x \in A_1) \vee \cdots \vee (x \in A_{n-1}) \vee (x \in A_n)) \wedge (x \in B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (((x \in A_1) \vee \cdots \vee (x \in A_{n-1})) \vee (x \in A_n)) \wedge (x \in B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (((x \in A_1) \vee \cdots \vee (x \in A_{n-1})) \wedge (x \in B)) \vee \\
&\qquad\qquad \vee ((x \in A_n) \wedge (x \in B)) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow \quad \cdots \quad \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A_1 \wedge x \in B) \vee \cdots \vee (x \in A_n \wedge x \in B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A_1 \cap B) \vee \cdots \vee (x \in A_n \cap B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow x \in \bigcup_{i=1}^{n} (A_i \cap B).
\end{aligned}$$

Приклад 1.9.15

Доведіть рівності:

(a) $$\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) \cap B = \bigcup_{i=1}^{n} (A_i \cap B);$$

(b) $$\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right) \cup B = \bigcap_{i=1}^{n} (A_i \cup B).$$

Розв'язок. Ми доведемо лише рівність (a). Доведення рівності (b) аналогічне.

$$\begin{aligned}
x \in \left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) \cap B \Leftrightarrow x \in \left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) \wedge x \in B \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow ((x \in A_1) \vee \cdots \vee (x \in A_{n-1}) \vee (x \in A_n)) \wedge (x \in B) \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow (((x \in A_1) \vee \cdots \vee (x \in A_{n-1})) \vee (x \in A_n)) \wedge (x \in B) \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow (((x \in A_1) \vee \cdots \vee (x \in A_{n-1})) \wedge (x \in B)) \vee \\
\vee ((x \in A_n) \wedge (x \in B)) \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow \quad \cdots \quad \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow (x \in A_1 \wedge x \in B) \vee \cdots \vee (x \in A_n \wedge x \in B) \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow (x \in A_1 \cap B) \vee \cdots \vee (x \in A_n \cap B) \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow x \in \bigcup_{i=1}^{n} (A_i \cap B).
\end{aligned}$$

Приклад 1.9.15

Доведіть рівності:

(a) $\left(\bigcup\limits_{i=1}^{n} A_i\right) \cap B = \bigcup\limits_{i=1}^{n} (A_i \cap B)$;

(b) $\left(\bigcap\limits_{i=1}^{n} A_i\right) \cup B = \bigcap\limits_{i=1}^{n} (A_i \cup B)$.

Розв'язок. Ми доведемо лише рівність (a). Доведення рівності (b) аналогічне.

$$
\begin{aligned}
x \in \left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) \cap B \Leftrightarrow x \in \left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) \wedge x \in B \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow ((x \in A_1) \vee \cdots \vee (x \in A_{n-1}) \vee (x \in A_n)) \wedge (x \in B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (((x \in A_1) \vee \cdots \vee (x \in A_{n-1})) \vee (x \in A_n)) \wedge (x \in B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (((x \in A_1) \vee \cdots \vee (x \in A_{n-1})) \wedge (x \in B)) \vee \\
&\qquad\qquad \vee ((x \in A_n) \wedge (x \in B)) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow \quad \cdots \quad \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A_1 \wedge x \in B) \vee \cdots \vee (x \in A_n \wedge x \in B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A_1 \cap B) \vee \cdots \vee (x \in A_n \cap B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow x \in \bigcup_{i=1}^{n} (A_i \cap B) .
\end{aligned}
$$

Приклад 1.9.16

Доведіть рівності:

(a) $(A \cap B) \setminus C = A \cap (B \setminus C)$;
(b) $(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$;
(c) $(A \cap B) \setminus C = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$;
(d) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$;
(e) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C$.

Розв'язок.

(a)
$$\begin{aligned} x \in (A \cap B) \setminus C &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge ((x \in B) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \in B \setminus C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \cap (B \setminus C). \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} x \in (A \cap B) \setminus C &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge ((x \notin C) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \notin C)) \wedge ((x \in B) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \setminus C) \wedge (x \in B \setminus C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in (A \setminus C) \cap (B \setminus C). \end{aligned}$$

Приклад 1.9.16

Доведіть рівності:

(a) $(A \cap B) \setminus C = A \cap (B \setminus C)$;
(b) $(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$;
(c) $(A \cap B) \setminus C = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$;
(d) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$;
(e) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C$.

Розв'язок.

(a)
$$\begin{aligned} x \in (A \cap B) \setminus C &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge ((x \in B) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \in B \setminus C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \cap (B \setminus C). \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} x \in (A \cap B) \setminus C &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge ((x \notin C) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \notin C)) \wedge ((x \in B) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \setminus C) \wedge (x \in B \setminus C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in (A \setminus C) \cap (B \setminus C). \end{aligned}$$

Лекція 9: Операції над множинами

Приклад 1.9.16

Доведіть рівності:

(a) $(A \cap B) \setminus C = A \cap (B \setminus C)$;
(b) $(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$;
(c) $(A \cap B) \setminus C = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$;
(d) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$;
(e) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C$.

Розв'язок.

(a)
$$\begin{aligned} x \in (A \cap B) \setminus C &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge ((x \in B) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \in B \setminus C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \cap (B \setminus C). \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} x \in (A \cap B) \setminus C &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge ((x \notin C) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \notin C)) \wedge ((x \in B) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \setminus C) \wedge (x \in B \setminus C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in (A \setminus C) \cap (B \setminus C). \end{aligned}$$

Приклад 1.9.16

Доведіть рівності:

(a) $(A \cap B) \setminus C = A \cap (B \setminus C)$;
(b) $(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$;
(c) $(A \cap B) \setminus C = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$;
(d) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$;
(e) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C$.

Розв'язок.

(a)
$$\begin{aligned} x \in (A \cap B) \setminus C &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge ((x \in B) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \in B \setminus C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \cap (B \setminus C). \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} x \in (A \cap B) \setminus C &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge ((x \notin C) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \notin C)) \wedge ((x \in B) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \setminus C) \wedge (x \in B \setminus C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in (A \setminus C) \cap (B \setminus C). \end{aligned}$$

Приклад 1.9.16

Доведіть рівності:

(a) $(A \cap B) \setminus C = A \cap (B \setminus C)$;
(b) $(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$;
(c) $(A \cap B) \setminus C = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$;
(d) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$;
(e) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C$.

Розв'язок.

(a)
$$\begin{aligned} x \in (A \cap B) \setminus C &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge ((x \in B) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \in B \setminus C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \cap (B \setminus C). \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} x \in (A \cap B) \setminus C &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge ((x \notin C) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \notin C)) \wedge ((x \in B) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \setminus C) \wedge (x \in B \setminus C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in (A \setminus C) \cap (B \setminus C). \end{aligned}$$

Лекція 9: Операції над множинами

Приклад 1.9.16

Доведіть рівності:

(a) $(A \cap B) \setminus C = A \cap (B \setminus C)$;
(b) $(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$;
(c) $(A \cap B) \setminus C = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$;
(d) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$;
(e) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C$.

Розв'язок.

(a)
$$\begin{aligned} x \in (A \cap B) \setminus C &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge ((x \in B) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \in B \setminus C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \cap (B \setminus C). \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} x \in (A \cap B) \setminus C &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge ((x \notin C) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \notin C)) \wedge ((x \in B) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \setminus C) \wedge (x \in B \setminus C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in (A \setminus C) \cap (B \setminus C). \end{aligned}$$

Приклад 1.9.16

Доведіть рівності:

(a) $(A \cap B) \setminus C = A \cap (B \setminus C)$;
(b) $(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$;
(c) $(A \cap B) \setminus C = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$;
(d) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$;
(e) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C$.

Розв'язок.

(a)
$$\begin{aligned} x \in (A \cap B) \setminus C &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge ((x \in B) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \in B \setminus C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \cap (B \setminus C). \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} x \in (A \cap B) \setminus C &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge ((x \notin C) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \notin C)) \wedge ((x \in B) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \setminus C) \wedge (x \in B \setminus C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in (A \setminus C) \cap (B \setminus C). \end{aligned}$$

Приклад 1.9.16

Доведіть рівності:

(a) $(A \cap B) \setminus C = A \cap (B \setminus C)$;
(b) $(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$;
(c) $(A \cap B) \setminus C = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$;
(d) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$;
(e) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C$.

Розв'язок.

(a)
$$\begin{aligned} x \in (A \cap B) \setminus C &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge ((x \in B) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \in B \setminus C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \cap (B \setminus C). \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} x \in (A \cap B) \setminus C &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge ((x \notin C) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \notin C)) \wedge ((x \in B) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \setminus C) \wedge (x \in B \setminus C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in (A \setminus C) \cap (B \setminus C). \end{aligned}$$

Приклад 1.9.16

Доведіть рівності:

(a) $(A \cap B) \setminus C = A \cap (B \setminus C)$;
(b) $(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$;
(c) $(A \cap B) \setminus C = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$;
(d) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$;
(e) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C$.

Розв'язок.

(a)
$$\begin{aligned} x \in (A \cap B) \setminus C &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge ((x \in B) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \in B \setminus C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \cap (B \setminus C). \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} x \in (A \cap B) \setminus C &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge ((x \notin C) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \notin C)) \wedge ((x \in B) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \setminus C) \wedge (x \in B \setminus C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in (A \setminus C) \cap (B \setminus C). \end{aligned}$$

Приклад 1.9.16

Доведіть рівності:

(a) $(A \cap B) \setminus C = A \cap (B \setminus C)$;
(b) $(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$;
(c) $(A \cap B) \setminus C = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$;
(d) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$;
(e) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C$.

Розв'язок.

(a)
$$\begin{aligned} x \in (A \cap B) \setminus C &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge ((x \in B) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \in B \setminus C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \cap (B \setminus C). \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} x \in (A \cap B) \setminus C &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge ((x \notin C) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \notin C)) \wedge ((x \in B) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \setminus C) \wedge (x \in B \setminus C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in (A \setminus C) \cap (B \setminus C). \end{aligned}$$

Приклад 1.9.16

Доведіть рівності:

(a) $(A \cap B) \setminus C = A \cap (B \setminus C)$;
(b) $(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$;
(c) $(A \cap B) \setminus C = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$;
(d) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$;
(e) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C$.

Розв'язок.

(a)
$$\begin{aligned} x \in (A \cap B) \setminus C &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge ((x \in B) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \in B \setminus C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \cap (B \setminus C). \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} x \in (A \cap B) \setminus C &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge ((x \notin C) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \notin C)) \wedge ((x \in B) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \setminus C) \wedge (x \in B \setminus C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in (A \setminus C) \cap (B \setminus C). \end{aligned}$$

Приклад 1.9.16

Доведіть рівності:

(a) $(A \cap B) \setminus C = A \cap (B \setminus C)$;
(b) $(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$;
(c) $(A \cap B) \setminus C = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$;
(d) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$;
(e) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C$.

Розв'язок.

(a)
$$\begin{aligned} x \in (A \cap B) \setminus C &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge ((x \in B) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \in B \setminus C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \cap (B \setminus C). \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} x \in (A \cap B) \setminus C &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge ((x \notin C) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \notin C)) \wedge ((x \in B) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \setminus C) \wedge (x \in B \setminus C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in (A \setminus C) \cap (B \setminus C). \end{aligned}$$

Лекція 9: Операції над множинами

Приклад 1.9.16 (продовження)

Доведіть рівності:

(c) $(A \cap B) \setminus C = (A \cap B) \cap (A \setminus C)$;

(d) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$.

Розв'язок.

(c)
$$\begin{aligned} x \in (A \cap B) \setminus C &\Leftrightarrow (x \in A \cap B) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B) \wedge (x \in A)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge ((x \in A) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \cap B) \wedge (x \in A \setminus C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \cap (A \setminus C). \end{aligned}$$

(d)
$$\begin{aligned} x \in A \setminus (B \cup C) &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \notin B \cup C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \in (B \cup C)^c) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge ((x \in B^c) \wedge (x \in C^c)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B^c)) \wedge ((x \in A) \wedge (x \in C^c)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \notin B)) \wedge ((x \in A) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in (A \setminus B) \cap (A \setminus C). \end{aligned}$$

Приклад 1.9.16 (продовження)

Доведіть рівності:

(c) $(A \cap B) \setminus C = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$;

(d) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$.

Розв'язок.

(c)
$$\begin{aligned} x \in (A \cap B) \setminus C &\Leftrightarrow (x \in A \cap B) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B) \wedge (x \in A)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge ((x \in A) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \cap B) \wedge (x \in A \setminus C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \cap (A \setminus C). \end{aligned}$$

(d)
$$\begin{aligned} x \in A \setminus (B \cup C) &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \notin B \cup C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \in (B \cup C)^c) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge ((x \in B^c) \wedge (x \in C^c)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B^c)) \wedge ((x \in A) \wedge (x \in C^c)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \notin B)) \wedge ((x \in A) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in (A \setminus B) \cap (A \setminus C). \end{aligned}$$

Приклад 1.9.16 (продовження)

Доведіть рівності:

(c) $(A \cap B) \setminus C = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$;
(d) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$.

Розв'язок.

(c)
$$\begin{aligned} x \in (A \cap B) \setminus C &\Leftrightarrow (x \in A \cap B) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B) \wedge (x \in A)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge ((x \in A) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \cap B) \wedge (x \in A \setminus C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \cap (A \setminus C). \end{aligned}$$

(d)
$$\begin{aligned} x \in A \setminus (B \cup C) &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \notin B \cup C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \in (B \cup C)^c) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge ((x \in B^c) \wedge (x \in C^c)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B^c)) \wedge ((x \in A) \wedge (x \in C^c)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \notin B)) \wedge ((x \in A) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in (A \setminus B) \cap (A \setminus C). \end{aligned}$$

Приклад 1.9.16 (продовження)

Доведіть рівності:

(c) $(A \cap B) \setminus C = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$;
(d) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$.

Розв'язок.

(c)
$$\begin{aligned} x \in (A \cap B) \setminus C &\Leftrightarrow (x \in A \cap B) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B) \wedge (x \in A)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge ((x \in A) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \cap B) \wedge (x \in A \setminus C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \cap (A \setminus C). \end{aligned}$$

(d)
$$\begin{aligned} x \in A \setminus (B \cup C) &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \notin B \cup C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \in (B \cup C)^c) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge ((x \in B^c) \wedge (x \in C^c)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B^c)) \wedge ((x \in A) \wedge (x \in C^c)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \notin B)) \wedge ((x \in A) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in (A \setminus B) \cap (A \setminus C). \end{aligned}$$

Приклад 1.9.16 (продовження)

Доведіть рівності:

(c) $(A \cap B) \setminus C = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$;

(d) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$.

Розв'язок.

(c)
$$\begin{aligned} x \in (A \cap B) \setminus C &\Leftrightarrow (x \in A \cap B) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B) \wedge (x \in A)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge ((x \in A) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \cap B) \wedge (x \in A \setminus C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \cap (A \setminus C). \end{aligned}$$

(d)
$$\begin{aligned} x \in A \setminus (B \cup C) &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \notin B \cup C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \in (B \cup C)^c) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge ((x \in B^c) \wedge (x \in C^c)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B^c)) \wedge ((x \in A) \wedge (x \in C^c)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \notin B)) \wedge ((x \in A) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in (A \setminus B) \cap (A \setminus C). \end{aligned}$$

Приклад 1.9.16 (продовження)

Доведіть рівності:

(c) $(A \cap B) \setminus C = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$;
(d) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$.

Розв'язок.

(c)
$$\begin{aligned} x \in (A \cap B) \setminus C &\Leftrightarrow (x \in A \cap B) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B) \wedge (x \in A)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge ((x \in A) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \cap B) \wedge (x \in A \setminus C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \cap (A \setminus C). \end{aligned}$$

(d)
$$\begin{aligned} x \in A \setminus (B \cup C) &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \notin B \cup C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \in (B \cup C)^c) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge ((x \in B^c) \wedge (x \in C^c)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B^c)) \wedge ((x \in A) \wedge (x \in C^c)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \notin B)) \wedge ((x \in A) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in (A \setminus B) \cap (A \setminus C). \end{aligned}$$

Приклад 1.9.16 (продовження)

Доведіть рівності:

(c) $(A \cap B) \setminus C = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$;
(d) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$.

Розв'язок.

(c)
$$\begin{aligned} x \in (A \cap B) \setminus C &\Leftrightarrow (x \in A \cap B) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B) \wedge (x \in A)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge ((x \in A) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \cap B) \wedge (x \in A \setminus C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \cap (A \setminus C). \end{aligned}$$

(d)
$$\begin{aligned} x \in A \setminus (B \cup C) &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \notin B \cup C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \in (B \cup C)^c) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge ((x \in B^c) \wedge (x \in C^c)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B^c)) \wedge ((x \in A) \wedge (x \in C^c)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \notin B)) \wedge ((x \in A) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in (A \setminus B) \cap (A \setminus C). \end{aligned}$$

Приклад 1.9.16 (продовження)

Доведіть рівності:

(c) $(A \cap B) \setminus C = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$;
(d) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$.

Розв'язок.

(c)
$$\begin{aligned} x \in (A \cap B) \setminus C &\Leftrightarrow (x \in A \cap B) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B) \wedge (x \in A)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge ((x \in A) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \cap B) \wedge (x \in A \setminus C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \cap (A \setminus C). \end{aligned}$$

(d)
$$\begin{aligned} x \in A \setminus (B \cup C) &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \notin B \cup C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \in (B \cup C)^c) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge ((x \in B^c) \wedge (x \in C^c)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B^c)) \wedge ((x \in A) \wedge (x \in C^c)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \notin B)) \wedge ((x \in A) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in (A \setminus B) \cap (A \setminus C). \end{aligned}$$

Приклад 1.9.16 (продовження)

Доведіть рівності:

(c) $(A \cap B) \setminus C = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$;
(d) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$.

Розв'язок.

(c)
$$\begin{aligned} x \in (A \cap B) \setminus C &\Leftrightarrow (x \in A \cap B) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B) \wedge (x \in A)) \wedge (x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B)) \wedge ((x \in A) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \cap B) \wedge (x \in A \setminus C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \cap (A \setminus C). \end{aligned}$$

(d)
$$\begin{aligned} x \in A \setminus (B \cup C) &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \notin B \cup C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \in (B \cup C)^c) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge ((x \in B^c) \wedge (x \in C^c)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \in B^c)) \wedge ((x \in A) \wedge (x \in C^c)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow ((x \in A) \wedge (x \notin B)) \wedge ((x \in A) \wedge (x \notin C)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in (A \setminus B) \cap (A \setminus C). \end{aligned}$$

Приклад 1.9.17

Доведіть рівність

$$(A \cap B) \cup (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = A \cup B.$$

Розв'язок. Скориставшись відповідними твердженнями теореми 1.9.14, отримуємо

$$\begin{aligned}
&(A \cap B) \cup (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = \\
&\quad = (A \cap B) \cup (A \cap B) \cup (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = \\
&\quad = ((A \cap B) \cup (A \cap B^c)) \cup ((A \cap B) \cup (A^c \cap B)) = \\
&\quad = ((A \cap B) \cup (A \cap B^c)) \cup ((B \cap A) \cup (B \cap A^c)) = \\
&\quad = (A \cap (B \cup B^c)) \cup (B \cap (A \cup A^c)) = \\
&\quad = (A \cap \mathcal{U}) \cup (B \cap \mathcal{U}) = \\
&\quad = A \cup B.
\end{aligned}$$

Приклад 1.9.17

Доведіть рівність

$$(A \cap B) \cup (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = A \cup B.$$

Розв'язок. Скориставшись відповідними твердженнями теореми 1.9.14, отримуємо

$$\begin{aligned}
&(A \cap B) \cup (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = \\
&\qquad = (A \cap B) \cup (A \cap B) \cup (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = \\
&\qquad = ((A \cap B) \cup (A \cap B^c)) \cup ((A \cap B) \cup (A^c \cap B)) = \\
&\qquad = ((A \cap B) \cup (A \cap B^c)) \cup ((B \cap A) \cup (B \cap A^c)) = \\
&\qquad = (A \cap (B \cup B^c)) \cup (B \cap (A \cup A^c)) = \\
&\qquad = (A \cap \mathcal{U}) \cup (B \cap \mathcal{U}) = \\
&\qquad = A \cup B.
\end{aligned}$$

Приклад 1.9.17

Доведіть рівність

$$(A \cap B) \cup (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = A \cup B.$$

Розв'язок. Скориставшись відповідними твердженнями теореми 1.9.14, отримуємо

$$\begin{aligned}
&(A \cap B) \cup (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = \\
&\quad = (A \cap B) \cup (A \cap B) \cup (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = \\
&\quad = ((A \cap B) \cup (A \cap B^c)) \cup ((A \cap B) \cup (A^c \cap B)) = \\
&\quad = ((A \cap B) \cup (A \cap B^c)) \cup ((B \cap A) \cup (B \cap A^c)) = \\
&\quad = (A \cap (B \cup B^c)) \cup (B \cap (A \cup A^c)) = \\
&\quad = (A \cap \mathcal{U}) \cup (B \cap \mathcal{U}) = \\
&\quad = A \cup B.
\end{aligned}$$

Приклад 1.9.17

Доведіть рівність

$$(A \cap B) \cup (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = A \cup B.$$

Розв'язок. Скориставшись відповідними твердженнями теореми 1.9.14, отримуємо

$$\begin{aligned}
&(A \cap B) \cup (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = \\
&\quad = (A \cap B) \cup (A \cap B) \cup (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = \\
&\quad = ((A \cap B) \cup (A \cap B^c)) \cup ((A \cap B) \cup (A^c \cap B)) = \\
&\quad = ((A \cap B) \cup (A \cap B^c)) \cup ((B \cap A) \cup (B \cap A^c)) = \\
&\quad = (A \cap (B \cup B^c)) \cup (B \cap (A \cup A^c)) = \\
&\quad = (A \cap \mathcal{U}) \cup (B \cap \mathcal{U}) = \\
&\quad = A \cup B.
\end{aligned}$$

Приклад 1.9.17

Доведіть рівність

$$(A \cap B) \cup (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = A \cup B.$$

Розв'язок. Скориставшись відповідними твердженнями теореми 1.9.14, отримуємо

$$\begin{aligned}
&(A \cap B) \cup (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = \\
&\qquad = (A \cap B) \cup (A \cap B) \cup (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = \\
&\qquad = ((A \cap B) \cup (A \cap B^c)) \cup ((A \cap B) \cup (A^c \cap B)) = \\
&\qquad = ((A \cap B) \cup (A \cap B^c)) \cup ((B \cap A) \cup (B \cap A^c)) = \\
&\qquad = (A \cap (B \cup B^c)) \cup (B \cap (A \cup A^c)) = \\
&\qquad = (A \cap \mathcal{U}) \cup (B \cap \mathcal{U}) = \\
&\qquad = A \cup B.
\end{aligned}$$

Приклад 1.9.17

Доведіть рівність

$$(A \cap B) \cup (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = A \cup B.$$

Розв'язок. Скориставшись відповідними твердженнями теореми 1.9.14, отримуємо

$$\begin{aligned}
&(A \cap B) \cup (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = \\
&\qquad = (A \cap B) \cup (A \cap B) \cup (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = \\
&\qquad = ((A \cap B) \cup (A \cap B^c)) \cup ((A \cap B) \cup (A^c \cap B)) = \\
&\qquad = ((A \cap B) \cup (A \cap B^c)) \cup ((B \cap A) \cup (B \cap A^c)) = \\
&\qquad = (A \cap (B \cup B^c)) \cup (B \cap (A \cup A^c)) = \\
&\qquad = (A \cap \mathcal{U}) \cup (B \cap \mathcal{U}) = \\
&\qquad = A \cup B.
\end{aligned}$$

Приклад 1.9.17

Доведіть рівність

$$(A \cap B) \cup (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = A \cup B.$$

Розв'язок. Скориставшись відповідними твердженнями теореми 1.9.14, отримуємо

$$\begin{aligned}
&(A \cap B) \cup (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = \\
&\qquad = (A \cap B) \cup (A \cap B) \cup (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = \\
&\qquad = ((A \cap B) \cup (A \cap B^c)) \cup ((A \cap B) \cup (A^c \cap B)) = \\
&\qquad = ((A \cap B) \cup (A \cap B^c)) \cup ((B \cap A) \cup (B \cap A^c)) = \\
&\qquad = (A \cap (B \cup B^c)) \cup (B \cap (A \cup A^c)) = \\
&\qquad = (A \cap \mathcal{U}) \cup (B \cap \mathcal{U}) = \\
&\qquad = A \cup B.
\end{aligned}$$

Приклад 1.9.18

Доведіть рівність
$$A \cup B = A \cup (B \setminus A).$$

Розв'язок.

$$\begin{aligned} x \in A \cup (B \setminus A) &\Leftrightarrow (x \in A) \vee (x \in B \setminus A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \vee (x \in B \wedge x \notin A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \vee x \in B) \wedge (x \in A \vee x \notin A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \vee x \in B) \wedge 1 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \vee x \in B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \cup B. \end{aligned}$$

Приклад 1.9.18

Доведіть рівність
$$A \cup B = A \cup (B \setminus A).$$

Розв'язок.

$$\begin{aligned}
x \in A \cup (B \setminus A) &\Leftrightarrow (x \in A) \vee (x \in B \setminus A) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A) \vee (x \in B \wedge x \notin A) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \vee x \in B) \wedge (x \in A \vee x \notin A) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \vee x \in B) \wedge 1 \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \vee x \in B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow x \in A \cup B.
\end{aligned}$$

Приклад 1.9.18

Доведіть рівність

$$A \cup B = A \cup (B \setminus A).$$

Розв'язок.

$$\begin{aligned} x \in A \cup (B \setminus A) &\Leftrightarrow (x \in A) \vee (x \in B \setminus A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \vee (x \in B \wedge x \notin A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \vee x \in B) \wedge (x \in A \vee x \notin A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \vee x \in B) \wedge 1 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \vee x \in B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \cup B. \end{aligned}$$

Приклад 1.9.18

Доведіть рівність

$$A \cup B = A \cup (B \setminus A).$$

Розв'язок.

$$\begin{aligned} x \in A \cup (B \setminus A) &\Leftrightarrow (x \in A) \vee (x \in B \setminus A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \vee (x \in B \wedge x \notin A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \vee x \in B) \wedge (x \in A \vee x \notin A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \vee x \in B) \wedge 1 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \vee x \in B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \cup B. \end{aligned}$$

Приклад 1.9.18

Доведіть рівність

$$A \cup B = A \cup (B \setminus A).$$

Розв'язок.

$$\begin{aligned} x \in A \cup (B \setminus A) &\Leftrightarrow (x \in A) \vee (x \in B \setminus A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \vee (x \in B \wedge x \notin A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \vee x \in B) \wedge (x \in A \vee x \notin A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \vee x \in B) \wedge 1 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \vee x \in B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \cup B. \end{aligned}$$

Приклад 1.9.18

Доведіть рівність

$$A \cup B = A \cup (B \setminus A).$$

Розв'язок.

$$\begin{aligned} x \in A \cup (B \setminus A) &\Leftrightarrow (x \in A) \vee (x \in B \setminus A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \vee (x \in B \wedge x \notin A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \vee x \in B) \wedge (x \in A \vee x \notin A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \vee x \in B) \wedge 1 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \vee x \in B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \cup B. \end{aligned}$$

Приклад 1.9.19

Доведіть рівність

$$A \cap (B \setminus A) = \varnothing.$$

Розв'язок.

$$\begin{aligned} x \in A \cap (B \setminus A) &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \in B \setminus A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \in B \wedge x \notin A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \wedge (x \notin A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in B \wedge x \in A) \wedge (x \notin A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in B) \wedge (x \in A \wedge x \notin A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in B) \wedge 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 0. \end{aligned}$$

Приклад 1.9.19

Доведіть рівність

$$A \cap (B \setminus A) = \varnothing.$$

Розв'язок.

$$\begin{aligned} x \in A \cap (B \setminus A) &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \in B \setminus A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \in B \wedge x \notin A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \wedge (x \notin A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in B \wedge x \in A) \wedge (x \notin A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in B) \wedge (x \in A \wedge x \notin A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in B) \wedge 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 0. \end{aligned}$$

Приклад 1.9.19

Доведіть рівність

$$A \cap (B \setminus A) = \varnothing.$$

Розв'язок.

$$\begin{aligned} x \in A \cap (B \setminus A) &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \in B \setminus A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \in B \wedge x \notin A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \wedge (x \notin A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in B \wedge x \in A) \wedge (x \notin A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in B) \wedge (x \in A \wedge x \notin A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in B) \wedge 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 0. \end{aligned}$$

Приклад 1.9.19

Доведіть рівність

$$A \cap (B \setminus A) = \varnothing.$$

Розв'язок.

$$\begin{aligned} x \in A \cap (B \setminus A) &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \in B \setminus A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \in B \wedge x \notin A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \wedge (x \notin A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in B \wedge x \in A) \wedge (x \notin A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in B) \wedge (x \in A \wedge x \notin A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in B) \wedge 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 0. \end{aligned}$$

Приклад 1.9.19

Доведіть рівність

$$A \cap (B \setminus A) = \varnothing.$$

Розв'язок.

$$\begin{aligned} x \in A \cap (B \setminus A) &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \in B \setminus A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \in B \wedge x \notin A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \wedge (x \notin A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in B \wedge x \in A) \wedge (x \notin A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in B) \wedge (x \in A \wedge x \notin A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in B) \wedge 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 0. \end{aligned}$$

Приклад 1.9.19

Доведіть рівність
$$A \cap (B \setminus A) = \varnothing.$$

Розв'язок.

$$\begin{aligned}
x \in A \cap (B \setminus A) &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \in B \setminus A) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \in B \wedge x \notin A) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \wedge (x \notin A) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in B \wedge x \in A) \wedge (x \notin A) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in B) \wedge (x \in A \wedge x \notin A) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in B) \wedge 0 \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow 0.
\end{aligned}$$

Лекція 9: Операції над множинами

Приклад 1.9.20

Доведіть рівність

$$(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C).$$

Розв'язок.

$$\begin{aligned}
x \in (A \setminus C) \setminus (B \setminus C) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \setminus C) \wedge \neg(x \in B \setminus C) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin C) \wedge \neg(x \in B \wedge x \notin C) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin C) \wedge (x \notin B \vee x \in C) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin C \wedge x \notin B) \vee (x \in A \wedge x \notin C \wedge x \in C) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin C \wedge x \notin B) \vee (x \in A \wedge 0) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin C \wedge x \notin B) \vee 0 \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin C \wedge x \notin B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B \wedge x \notin C) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B) \wedge x \notin C \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow x \in A \setminus B \wedge x \notin C \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow x \in (A \setminus B) \setminus C.
\end{aligned}$$

Приклад 1.9.20

Доведіть рівність

$$(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C).$$

Розв'язок.

$$\begin{aligned}
& x \in (A \setminus C) \setminus (B \setminus C) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \setminus C) \wedge \neg(x \in B \setminus C) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin C) \wedge \neg(x \in B \wedge x \notin C) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin C) \wedge (x \notin B \vee x \in C) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin C \wedge x \notin B) \vee (x \in A \wedge x \notin C \wedge x \in C) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin C \wedge x \notin B) \vee (x \in A \wedge 0) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin C \wedge x \notin B) \vee 0 \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin C \wedge x \notin B) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B \wedge x \notin C) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B) \wedge x \notin C \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow x \in A \setminus B \wedge x \notin C \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow x \in (A \setminus B) \setminus C.
\end{aligned}$$

Приклад 1.9.20

Доведіть рівність
$$(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C).$$

Розв'язок.

$$\begin{aligned}
&x \in (A \setminus C) \setminus (B \setminus C) \Leftrightarrow \\
&\quad \Leftrightarrow (x \in A \setminus C) \wedge \neg(x \in B \setminus C) \Leftrightarrow \\
&\quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin C) \wedge \neg(x \in B \wedge x \notin C) \Leftrightarrow \\
&\quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin C) \wedge (x \notin B \vee x \in C) \Leftrightarrow \\
&\quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin C \wedge x \notin B) \vee (x \in A \wedge x \notin C \wedge x \in C) \Leftrightarrow \\
&\quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin C \wedge x \notin B) \vee (x \in A \wedge 0) \Leftrightarrow \\
&\quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin C \wedge x \notin B) \vee 0 \Leftrightarrow \\
&\quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin C \wedge x \notin B) \Leftrightarrow \\
&\quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B \wedge x \notin C) \Leftrightarrow \\
&\quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B) \wedge x \notin C \Leftrightarrow \\
&\quad \Leftrightarrow x \in A \setminus B \wedge x \notin C \Leftrightarrow \\
&\quad \Leftrightarrow x \in (A \setminus B) \setminus C.
\end{aligned}$$

Приклад 1.9.20

Доведіть рівність
$$(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C).$$

Розв'язок.

$$\begin{aligned}
& x \in (A \setminus C) \setminus (B \setminus C) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \setminus C) \wedge \neg(x \in B \setminus C) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin C) \wedge \neg(x \in B \wedge x \notin C) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin C) \wedge (x \notin B \vee x \in C) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin C \wedge x \notin B) \vee (x \in A \wedge x \notin C \wedge x \in C) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin C \wedge x \notin B) \vee (x \in A \wedge 0) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin C \wedge x \notin B) \vee 0 \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin C \wedge x \notin B) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B \wedge x \notin C) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B) \wedge x \notin C \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow x \in A \setminus B \wedge x \notin C \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow x \in (A \setminus B) \setminus C.
\end{aligned}$$

Приклад 1.9.20

Доведіть рівність
$$(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C).$$

Розв'язок.

$$\begin{aligned}
& x \in (A \setminus C) \setminus (B \setminus C) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \setminus C) \wedge \neg(x \in B \setminus C) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin C) \wedge \neg(x \in B \wedge x \notin C) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin C) \wedge (x \notin B \vee x \in C) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin C \wedge x \notin B) \vee (x \in A \wedge x \notin C \wedge x \in C) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin C \wedge x \notin B) \vee (x \in A \wedge 0) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin C \wedge x \notin B) \vee 0 \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin C \wedge x \notin B) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B \wedge x \notin C) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B) \wedge x \notin C \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow x \in A \setminus B \wedge x \notin C \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow x \in (A \setminus B) \setminus C.
\end{aligned}$$

Приклад 1.9.20

Доведіть рівність

$$(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C).$$

Розв'язок.

$$\begin{aligned}
& x \in (A \setminus C) \setminus (B \setminus C) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \setminus C) \wedge \neg(x \in B \setminus C) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin C) \wedge \neg(x \in B \wedge x \notin C) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin C) \wedge (x \notin B \vee x \in C) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin C \wedge x \notin B) \vee (x \in A \wedge x \notin C \wedge x \in C) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin C \wedge x \notin B) \vee (x \in A \wedge 0) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin C \wedge x \notin B) \vee 0 \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin C \wedge x \notin B) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B \wedge x \notin C) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B) \wedge x \notin C \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow x \in A \setminus B \wedge x \notin C \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow x \in (A \setminus B) \setminus C.
\end{aligned}$$

Приклад 1.9.21

Доведіть рівність

$$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C.$$

Розв'язок.

$$\begin{aligned} x \in A \setminus (B \cup C) &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge \neg(x \in B \cup C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge \neg(x \in B \vee x \in C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \notin B \wedge x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B) \wedge x \notin C \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \setminus B \wedge x \notin C \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in (A \setminus B) \setminus C. \end{aligned}$$

Приклад 1.9.21

Доведіть рівність

$$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C.$$

Розв'язок.

$$\begin{aligned} x \in A \setminus (B \cup C) &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge \neg(x \in B \cup C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge \neg(x \in B \vee x \in C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \notin B \wedge x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B) \wedge x \notin C \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \setminus B \wedge x \notin C \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in (A \setminus B) \setminus C. \end{aligned}$$

Приклад 1.9.21

Доведіть рівність

$$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C.$$

Розв'язок.

$$\begin{aligned} x \in A \setminus (B \cup C) &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge \neg(x \in B \cup C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge \neg(x \in B \vee x \in C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \notin B \wedge x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B) \wedge x \notin C \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \setminus B \wedge x \notin C \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in (A \setminus B) \setminus C. \end{aligned}$$

Приклад 1.9.21

Доведіть рівність
$$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C.$$

Розв'язок.

$$\begin{aligned} x \in A \setminus (B \cup C) &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge \neg(x \in B \cup C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge \neg(x \in B \vee x \in C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \notin B \wedge x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B) \wedge x \notin C \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \setminus B \wedge x \notin C \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in (A \setminus B) \setminus C. \end{aligned}$$

Приклад 1.9.21

Доведіть рівність

$$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C.$$

Розв'язок.

$$\begin{aligned} x \in A \setminus (B \cup C) &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge \neg(x \in B \cup C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge \neg(x \in B \vee x \in C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \notin B \wedge x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B) \wedge x \notin C \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \setminus B \wedge x \notin C \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in (A \setminus B) \setminus C. \end{aligned}$$

Приклад 1.9.21

Доведіть рівність

$$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C.$$

Розв'язок.

$$\begin{aligned} x \in A \setminus (B \cup C) &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge \neg(x \in B \cup C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge \neg(x \in B \vee x \in C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \notin B \wedge x \notin C) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B) \wedge x \notin C \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \setminus B \wedge x \notin C \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in (A \setminus B) \setminus C. \end{aligned}$$

Приклад 1.9.22

Доведіть рівність $A \cap (B \triangle C) = (A \cap B) \triangle (A \cap C)$.

Розв'язок.

$x \in (A \cap B) \triangle (A \cap C) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x \in ((A \cap B) \setminus (A \cap C)) \cup ((A \cap C) \setminus (A \cap B)) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x \in (A \cap B) \setminus (A \cap C)) \vee (x \in (A \cap C) \setminus (A \cap B)) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow ((x \in A \cap B) \wedge \neg(x \in A \cap C)) \vee ((x \in A \cap C) \wedge \neg(x \in A \cap B)) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow ((x \in A \wedge x \in B) \wedge \neg(x \in A \wedge x \in C)) \vee ((x \in A \wedge x \in C) \wedge \neg(x \in A \wedge x \in B)) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow ((x \in A \wedge x \in B) \wedge (x \notin A \vee x \notin C)) \vee ((x \in A \wedge x \in C) \wedge (x \notin A \vee x \notin B)) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow ((x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin A) \vee (x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin C)) \vee$

$\vee ((x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin A) \vee (x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin B)) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow ((x \in A \wedge x \notin A \wedge x \in B) \vee (x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin C)) \vee$

$\vee ((x \in A \wedge x \notin A \wedge x \in C) \vee (x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin B)) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow ((0 \wedge x \in B) \vee (x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin C)) \vee ((0 \wedge x \in C) \vee (x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin B))$

$\Leftrightarrow (0 \vee (x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin C)) \vee (0 \vee (x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin B)) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin C) \vee (x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin B) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x \in A \wedge (x \in B \wedge x \notin C)) \vee (x \in A \wedge (x \in C \wedge x \notin B)) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B \setminus C) \vee (x \in A \wedge x \in C \setminus B) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \setminus C \vee x \in C \setminus B) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \setminus C \cup C \setminus B) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \triangle C) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x \in A \cap (B \triangle C)$.

Приклад 1.9.22

Доведіть рівність $A \cap (B \triangle C) = (A \cap B) \triangle (A \cap C)$.

Розв'язок.

$$
\begin{aligned}
& x \in (A \cap B) \triangle (A \cap C) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow x \in ((A \cap B) \setminus (A \cap C)) \cup ((A \cap C) \setminus (A \cap B)) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow (x \in (A \cap B) \setminus (A \cap C)) \vee (x \in (A \cap C) \setminus (A \cap B)) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow ((x \in A \cap B) \wedge \neg(x \in A \cap C)) \vee ((x \in A \cap C) \wedge \neg(x \in A \cap B)) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow ((x \in A \wedge x \in B) \wedge \neg(x \in A \wedge x \in C)) \vee ((x \in A \wedge x \in C) \wedge \neg(x \in A \wedge x \in B)) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow ((x \in A \wedge x \in B) \wedge (x \notin A \vee x \notin C)) \vee ((x \in A \wedge x \in C) \wedge (x \notin A \vee x \notin B)) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow ((x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin A) \vee (x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin C)) \vee \\
& \qquad \vee ((x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin A) \vee (x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin B)) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow ((x \in A \wedge x \notin A \wedge x \in B) \vee (x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin C)) \vee \\
& \qquad \vee ((x \in A \wedge x \notin A \wedge x \in C) \vee (x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin B)) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow ((0 \wedge x \in B) \vee (x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin C)) \vee ((0 \wedge x \in C) \vee (x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin B)) \\
& \Leftrightarrow (0 \vee (x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin C)) \vee (0 \vee (x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin B)) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin C) \vee (x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin B) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow (x \in A \wedge (x \in B \wedge x \notin C)) \vee (x \in A \wedge (x \in C \wedge x \notin B)) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B \setminus C) \vee (x \in A \wedge x \in C \setminus B) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \setminus C \vee x \in C \setminus B) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \setminus C \cup C \setminus B) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \triangle C) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow x \in A \cap (B \triangle C).
\end{aligned}
$$

Приклад 1.9.22

Доведіть рівність $A \cap (B \triangle C) = (A \cap B) \triangle (A \cap C)$.

Розв'язок.

$$x \in (A \cap B) \triangle (A \cap C) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x \in ((A \cap B) \setminus (A \cap C)) \cup ((A \cap C) \setminus (A \cap B)) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (x \in (A \cap B) \setminus (A \cap C)) \vee (x \in (A \cap C) \setminus (A \cap B)) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow ((x \in A \cap B) \wedge \neg(x \in A \cap C)) \vee ((x \in A \cap C) \wedge \neg(x \in A \cap B)) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow ((x \in A \wedge x \in B) \wedge \neg(x \in A \wedge x \in C)) \vee ((x \in A \wedge x \in C) \wedge \neg(x \in A \wedge x \in B)) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow ((x \in A \wedge x \in B) \wedge (x \notin A \vee x \notin C)) \vee ((x \in A \wedge x \in C) \wedge (x \notin A \vee x \notin B)) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow ((x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin A) \vee (x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin C)) \vee$$
$$\vee ((x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin A) \vee (x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin B)) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow ((x \in A \wedge x \notin A \wedge x \in B) \vee (x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin C)) \vee$$
$$\vee ((x \in A \wedge x \notin A \wedge x \in C) \vee (x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin B)) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow ((0 \wedge x \in B) \vee (x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin C)) \vee ((0 \wedge x \in C) \vee (x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin B))$$
$$\Leftrightarrow (0 \vee (x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin C)) \vee (0 \vee (x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin B)) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin C) \vee (x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin B) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (x \in A \wedge (x \in B \wedge x \notin C)) \vee (x \in A \wedge (x \in C \wedge x \notin B)) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B \setminus C) \vee (x \in A \wedge x \in C \setminus B) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \setminus C \vee x \in C \setminus B) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \setminus C \cup C \setminus B) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \triangle C) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x \in A \cap (B \triangle C).$$

Приклад 1.9.22

Доведіть рівність $A \cap (B \triangle C) = (A \cap B) \triangle (A \cap C)$.

Розв'язок.

$$
\begin{aligned}
& x \in (A \cap B) \triangle (A \cap C) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow x \in ((A \cap B) \setminus (A \cap C)) \cup ((A \cap C) \setminus (A \cap B)) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow (x \in (A \cap B) \setminus (A \cap C)) \vee (x \in (A \cap C) \setminus (A \cap B)) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow ((x \in A \cap B) \wedge \neg(x \in A \cap C)) \vee ((x \in A \cap C) \wedge \neg(x \in A \cap B)) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow ((x \in A \wedge x \in B) \wedge \neg(x \in A \wedge x \in C)) \vee ((x \in A \wedge x \in C) \wedge \neg(x \in A \wedge x \in B)) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow ((x \in A \wedge x \in B) \wedge (x \notin A \vee x \notin C)) \vee ((x \in A \wedge x \in C) \wedge (x \notin A \vee x \notin B)) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow ((x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin A) \vee (x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin C)) \vee \\
& \qquad \vee ((x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin A) \vee (x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin B)) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow ((x \in A \wedge x \notin A \wedge x \in B) \vee (x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin C)) \vee \\
& \qquad \vee ((x \in A \wedge x \notin A \wedge x \in C) \vee (x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin B)) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow ((0 \wedge x \in B) \vee (x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin C)) \vee ((0 \wedge x \in C) \vee (x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin B)) \\
& \Leftrightarrow (0 \vee (x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin C)) \vee (0 \vee (x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin B)) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin C) \vee (x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin B) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow (x \in A \wedge (x \in B \wedge x \notin C)) \vee (x \in A \wedge (x \in C \wedge x \notin B)) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B \setminus C) \vee (x \in A \wedge x \in C \setminus B) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \setminus C \vee x \in C \setminus B) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \setminus C \cup C \setminus B) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \triangle C) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow x \in A \cap (B \triangle C).
\end{aligned}
$$

Приклад 1.9.22

Доведіть рівність $A \cap (B \triangle C) = (A \cap B) \triangle (A \cap C)$.

Розв'язок.

$$
\begin{aligned}
& x \in (A \cap B) \triangle (A \cap C) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow x \in ((A \cap B) \setminus (A \cap C)) \cup ((A \cap C) \setminus (A \cap B)) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow (x \in (A \cap B) \setminus (A \cap C)) \vee (x \in (A \cap C) \setminus (A \cap B)) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow ((x \in A \cap B) \wedge \neg(x \in A \cap C)) \vee ((x \in A \cap C) \wedge \neg(x \in A \cap B)) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow ((x \in A \wedge x \in B) \wedge \neg(x \in A \wedge x \in C)) \vee ((x \in A \wedge x \in C) \wedge \neg(x \in A \wedge x \in B)) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow ((x \in A \wedge x \in B) \wedge (x \notin A \vee x \notin C)) \vee ((x \in A \wedge x \in C) \wedge (x \notin A \vee x \notin B)) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow ((x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin A) \vee (x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin C)) \vee \\
& \qquad \vee ((x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin A) \vee (x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin B)) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow ((x \in A \wedge x \notin A \wedge x \in B) \vee (x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin C)) \vee \\
& \qquad \vee ((x \in A \wedge x \notin A \wedge x \in C) \vee (x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin B)) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow ((0 \wedge x \in B) \vee (x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin C)) \vee ((0 \wedge x \in C) \vee (x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin B)) \\
& \Leftrightarrow (0 \vee (x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin C)) \vee (0 \vee (x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin B)) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin C) \vee (x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin B) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow (x \in A \wedge (x \in B \wedge x \notin C)) \vee (x \in A \wedge (x \in C \wedge x \notin B)) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B \setminus C) \vee (x \in A \wedge x \in C \setminus B) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \setminus C \vee x \in C \setminus B) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \setminus C \cup C \setminus B) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \triangle C) \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow x \in A \cap (B \triangle C).
\end{aligned}
$$

Приклад 1.9.22

Доведіть рівність $A \cap (B \bigtriangleup C) = (A \cap B) \bigtriangleup (A \cap C)$.

Розв'язок.

$$
\begin{aligned}
& x \in (A \cap B) \bigtriangleup (A \cap C) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow x \in ((A \cap B) \setminus (A \cap C)) \cup ((A \cap C) \setminus (A \cap B)) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in (A \cap B) \setminus (A \cap C)) \vee (x \in (A \cap C) \setminus (A \cap B)) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow ((x \in A \cap B) \wedge \neg(x \in A \cap C)) \vee ((x \in A \cap C) \wedge \neg(x \in A \cap B)) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow ((x \in A \wedge x \in B) \wedge \neg(x \in A \wedge x \in C)) \vee ((x \in A \wedge x \in C) \wedge \neg(x \in A \wedge x \in B)) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow ((x \in A \wedge x \in B) \wedge (x \notin A \vee x \notin C)) \vee ((x \in A \wedge x \in C) \wedge (x \notin A \vee x \notin B)) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow ((x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin A) \vee (x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin C)) \vee \\
& \qquad\qquad \vee ((x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin A) \vee (x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin B)) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow ((x \in A \wedge x \notin A \wedge x \in B) \vee (x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin C)) \vee \\
& \qquad\qquad \vee ((x \in A \wedge x \notin A \wedge x \in C) \vee (x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin B)) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow ((0 \wedge x \in B) \vee (x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin C)) \vee ((0 \wedge x \in C) \vee (x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin B)) \\
& \quad \Leftrightarrow (0 \vee (x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin C)) \vee (0 \vee (x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin B)) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin C) \vee (x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin B) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge (x \in B \wedge x \notin C)) \vee (x \in A \wedge (x \in C \wedge x \notin B)) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B \setminus C) \vee (x \in A \wedge x \in C \setminus B) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \setminus C \vee x \in C \setminus B) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \setminus C \cup C \setminus B) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \bigtriangleup C) \Leftrightarrow \\
& \quad \Leftrightarrow x \in A \cap (B \bigtriangleup C).
\end{aligned}
$$

Приклад 1.9.23

Доведіть рівність

$$(A \triangle B) \cup (A \cap B) = A \cup B.$$

Розв'язок.

$$x \in (A \triangle B) \cup (A \cap B) \Leftrightarrow (x \in A \triangle B) \vee (x \in A \cap B) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (x \in A \setminus B \cup B \setminus A) \vee (x \in A \cap B) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (x \in A \setminus B) \vee (x \in B \setminus A) \vee (x \in A \cap B) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin A) \vee (x \in A \wedge x \in B) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin A) \vee (x \in A \wedge x \in B) \vee$$
$$\vee (x \in A \wedge x \in B) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow ((x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in A \wedge x \in B)) \vee$$
$$\vee ((x \in B \wedge x \notin A) \vee (x \in A \wedge x \in B)) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow ((x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in A \wedge x \in B)) \vee$$
$$\vee ((x \in B \wedge x \notin A) \vee (x \in B \wedge x \in A)) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (x \in A \wedge (x \notin B \vee x \in B)) \vee (x \in B \wedge (x \notin A \vee x \in A)) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (x \in A \wedge 1) \vee (x \in B \wedge 1) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x \in A \vee x \in B \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x \in A \cup B.$$

Приклад 1.9.23

Доведіть рівність
$$(A \triangle B) \cup (A \cap B) = A \cup B.$$

Розв'язок.

$$\begin{aligned}
x \in (A \triangle B) \cup (A \cap B) &\Leftrightarrow (x \in A \triangle B) \vee (x \in A \cap B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \setminus B \cup B \setminus A) \vee (x \in A \cap B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \setminus B) \vee (x \in B \setminus A) \vee (x \in A \cap B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin A) \vee (x \in A \wedge x \in B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin A) \vee (x \in A \wedge x \in B) \vee \\
&\qquad \vee (x \in A \wedge x \in B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow ((x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in A \wedge x \in B)) \vee \\
&\qquad \vee ((x \in B \wedge x \notin A) \vee (x \in A \wedge x \in B)) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow ((x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in A \wedge x \in B)) \vee \\
&\qquad \vee ((x \in B \wedge x \notin A) \vee (x \in B \wedge x \in A)) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \wedge (x \notin B \vee x \in B)) \vee (x \in B \wedge (x \notin A \vee x \in A)) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \wedge 1) \vee (x \in B \wedge 1) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow x \in A \vee x \in B \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow x \in A \cup B.
\end{aligned}$$

Приклад 1.9.23

Доведіть рівність
$$(A \triangle B) \cup (A \cap B) = A \cup B.$$

Розв'язок.

$$\begin{aligned}
x \in (A \triangle B) \cup (A \cap B) &\Leftrightarrow (x \in A \triangle B) \vee (x \in A \cap B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \setminus B \cup B \setminus A) \vee (x \in A \cap B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \setminus B) \vee (x \in B \setminus A) \vee (x \in A \cap B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin A) \vee (x \in A \wedge x \in B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin A) \vee (x \in A \wedge x \in B) \vee \\
&\qquad \vee (x \in A \wedge x \in B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow ((x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in A \wedge x \in B)) \vee \\
&\qquad \vee ((x \in B \wedge x \notin A) \vee (x \in A \wedge x \in B)) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow ((x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in A \wedge x \in B)) \vee \\
&\qquad \vee ((x \in B \wedge x \notin A) \vee (x \in B \wedge x \in A)) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \wedge (x \notin B \vee x \in B)) \vee (x \in B \wedge (x \notin A \vee x \in A)) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \wedge 1) \vee (x \in B \wedge 1) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow x \in A \vee x \in B \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow x \in A \cup B.
\end{aligned}$$

Приклад 1.9.23

Доведіть рівність

$$(A \triangle B) \cup (A \cap B) = A \cup B.$$

Розв'язок.

$$\begin{aligned}
x \in (A \triangle B) \cup (A \cap B) &\Leftrightarrow (x \in A \triangle B) \vee (x \in A \cap B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \setminus B \cup B \setminus A) \vee (x \in A \cap B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \setminus B) \vee (x \in B \setminus A) \vee (x \in A \cap B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin A) \vee (x \in A \wedge x \in B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin A) \vee (x \in A \wedge x \in B) \vee \\
&\qquad \vee (x \in A \wedge x \in B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow ((x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in A \wedge x \in B)) \vee \\
&\qquad \vee ((x \in B \wedge x \notin A) \vee (x \in A \wedge x \in B)) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow ((x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in A \wedge x \in B)) \vee \\
&\qquad \vee ((x \in B \wedge x \notin A) \vee (x \in B \wedge x \in A)) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \wedge (x \notin B \vee x \in B)) \vee (x \in B \wedge (x \notin A \vee x \in A)) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \wedge 1) \vee (x \in B \wedge 1) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow x \in A \vee x \in B \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow x \in A \cup B.
\end{aligned}$$

Приклад 1.9.23

Доведіть рівність

$$(A \triangle B) \cup (A \cap B) = A \cup B.$$

Розв'язок.

$$\begin{aligned}
x \in (A \triangle B) \cup (A \cap B) \Leftrightarrow (x \in A \triangle B) \vee (x \in A \cap B) \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow (x \in A \setminus B \cup B \setminus A) \vee (x \in A \cap B) \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow (x \in A \setminus B) \vee (x \in B \setminus A) \vee (x \in A \cap B) \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin A) \vee (x \in A \wedge x \in B) \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin A) \vee (x \in A \wedge x \in B) \vee \\
\vee (x \in A \wedge x \in B) \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow ((x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in A \wedge x \in B)) \vee \\
\vee ((x \in B \wedge x \notin A) \vee (x \in A \wedge x \in B)) \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow ((x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in A \wedge x \in B)) \vee \\
\vee ((x \in B \wedge x \notin A) \vee (x \in B \wedge x \in A)) \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow (x \in A \wedge (x \notin B \vee x \in B)) \vee (x \in B \wedge (x \notin A \vee x \in A)) \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow (x \in A \wedge 1) \vee (x \in B \wedge 1) \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow x \in A \vee x \in B \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow x \in A \cup B.
\end{aligned}$$

Приклад 1.9.23

Доведіть рівність

$$(A \triangle B) \cup (A \cap B) = A \cup B.$$

Розв'язок.

$$\begin{aligned}
x \in (A \triangle B) \cup (A \cap B) &\Leftrightarrow (x \in A \triangle B) \vee (x \in A \cap B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \setminus B \cup B \setminus A) \vee (x \in A \cap B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \setminus B) \vee (x \in B \setminus A) \vee (x \in A \cap B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin A) \vee (x \in A \wedge x \in B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin A) \vee (x \in A \wedge x \in B) \vee \\
&\qquad \vee (x \in A \wedge x \in B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow ((x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in A \wedge x \in B)) \vee \\
&\qquad \vee ((x \in B \wedge x \notin A) \vee (x \in A \wedge x \in B)) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow ((x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in A \wedge x \in B)) \vee \\
&\qquad \vee ((x \in B \wedge x \notin A) \vee (x \in B \wedge x \in A)) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \wedge (x \notin B \vee x \in B)) \vee (x \in B \wedge (x \notin A \vee x \in A)) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \wedge 1) \vee (x \in B \wedge 1) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow x \in A \vee x \in B \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow x \in A \cup B.
\end{aligned}$$

Приклад 1.9.24

Доведіть що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ виконується рівність

$$(A \cap B) \cup (A \cap B^c) = (A \cup B) \cap (A \cup B^c).$$

Розв'язок. Спростимо ліву та праву частину рівностей. Отримаємо:

$$\begin{aligned}(A \cap B) \cup (A \cap B^c) &= A \cap (B \cup B^c) = \\ &= A \cap \mathcal{U} = \\ &= A\end{aligned}$$

і

$$\begin{aligned}(A \cup B) \cap (A \cup B^c) &= A \cup (B \cap B^c) = \\ &= A \cup \varnothing = \\ &= A,\end{aligned}$$

і прирівнявши обидві частини, отримуємо, що в універсумі $\mathcal{U}$ виконується рівність

$$(A \cap B) \cup (A \cap B^c) = (A \cup B) \cap (A \cup B^c).$$

Приклад 1.9.24

Доведіть що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ виконується рівність

$$(A \cap B) \cup (A \cap B^c) = (A \cup B) \cap (A \cup B^c).$$

Розв'язок. Спростимо ліву та праву частину рівностей. Отримаємо:

$$\begin{aligned}(A \cap B) \cup (A \cap B^c) &= A \cap (B \cup B^c) = \\ &= A \cap \mathcal{U} = \\ &= A\end{aligned}$$

і

$$\begin{aligned}(A \cup B) \cap (A \cup B^c) &= A \cup (B \cap B^c) = \\ &= A \cup \varnothing = \\ &= A,\end{aligned}$$

і прирівнявши обидві частини, отримуємо, що в універсумі $\mathcal{U}$ виконується рівність

$$(A \cap B) \cup (A \cap B^c) = (A \cup B) \cap (A \cup B^c).$$

Приклад 1.9.24

Доведіть що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ виконується рівність

$$(A \cap B) \cup (A \cap B^c) = (A \cup B) \cap (A \cup B^c).$$

Розв'язок. Спростимо ліву та праву частину рівностей. Отримаємо:

$$\begin{aligned}(A \cap B) \cup (A \cap B^c) &= A \cap (B \cup B^c) = \\ &= A \cap \mathcal{U} = \\ &= A\end{aligned}$$

і

$$\begin{aligned}(A \cup B) \cap (A \cup B^c) &= A \cup (B \cap B^c) = \\ &= A \cup \varnothing = \\ &= A,\end{aligned}$$

і прирівнявши обидві частини, отримуємо, що в універсумі $\mathcal{U}$ виконується рівність

$$(A \cap B) \cup (A \cap B^c) = (A \cup B) \cap (A \cup B^c).$$

Приклад 1.9.24

Доведіть що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ виконується рівність

$$(A \cap B) \cup (A \cap B^c) = (A \cup B) \cap (A \cup B^c).$$

Розв'язок. Спростимо ліву та праву частину рівностей. Отримаємо:

$$\begin{aligned}(A \cap B) \cup (A \cap B^c) &= A \cap (B \cup B^c) = \\ &= A \cap \mathcal{U} = \\ &= A\end{aligned}$$

і

$$\begin{aligned}(A \cup B) \cap (A \cup B^c) &= A \cup (B \cap B^c) = \\ &= A \cup \varnothing = \\ &= A,\end{aligned}$$

і прирівнявши обидві частини, отримуємо, що в універсумі $\mathcal{U}$ виконується рівність

$$(A \cap B) \cup (A \cap B^c) = (A \cup B) \cap (A \cup B^c).$$

Приклад 1.9.24

Доведіть що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ виконується рівність

$$(A \cap B) \cup (A \cap B^c) = (A \cup B) \cap (A \cup B^c).$$

Розв'язок. Спростимо ліву та праву частину рівностей. Отримаємо:

$$\begin{aligned}(A \cap B) \cup (A \cap B^c) &= A \cap (B \cup B^c) = \\ &= A \cap \mathcal{U} = \\ &= A\end{aligned}$$

і

$$\begin{aligned}(A \cup B) \cap (A \cup B^c) &= A \cup (B \cap B^c) = \\ &= A \cup \varnothing = \\ &= A,\end{aligned}$$

і прирівнявши обидві частини, отримуємо, що в універсумі $\mathcal{U}$ виконується рівність

$$(A \cap B) \cup (A \cap B^c) = (A \cup B) \cap (A \cup B^c).$$

Приклад 1.9.24

Доведіть що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ виконується рівність
$$(A \cap B) \cup (A \cap B^c) = (A \cup B) \cap (A \cup B^c).$$

Розв'язок. Спростимо ліву та праву частину рівностей. Отримаємо:

$$\begin{aligned}(A \cap B) \cup (A \cap B^c) &= A \cap (B \cup B^c) = \\ &= A \cap \mathcal{U} = \\ &= A\end{aligned}$$

і

$$\begin{aligned}(A \cup B) \cap (A \cup B^c) &= A \cup (B \cap B^c) = \\ &= A \cup \varnothing = \\ &= A,\end{aligned}$$

і прирівнявши обидві частини, отримуємо, що в універсумі $\mathcal{U}$ виконується рівність
$$(A \cap B) \cup (A \cap B^c) = (A \cup B) \cap (A \cup B^c).$$

Приклад 1.9.24

Доведіть що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ виконується рівність

$$(A \cap B) \cup (A \cap B^c) = (A \cup B) \cap (A \cup B^c).$$

Розв'язок. Спростимо ліву та праву частину рівностей. Отримаємо:

$$\begin{aligned}(A \cap B) \cup (A \cap B^c) &= A \cap (B \cup B^c) = \\ &= A \cap \mathcal{U} = \\ &= A\end{aligned}$$

і

$$\begin{aligned}(A \cup B) \cap (A \cup B^c) &= A \cup (B \cap B^c) = \\ &= A \cup \varnothing = \\ &= A,\end{aligned}$$

і прирівнявши обидві частини, отримуємо, що в універсумі $\mathcal{U}$ виконується рівність

$$(A \cap B) \cup (A \cap B^c) = (A \cup B) \cap (A \cup B^c).$$

Приклад 1.9.24

Доведіть що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ виконується рівність

$$(A \cap B) \cup (A \cap B^c) = (A \cup B) \cap (A \cup B^c).$$

Розв'язок. Спростимо ліву та праву частину рівностей. Отримаємо:

$$\begin{aligned}(A \cap B) \cup (A \cap B^c) &= A \cap (B \cup B^c) = \\ &= A \cap \mathcal{U} = \\ &= A\end{aligned}$$

і

$$\begin{aligned}(A \cup B) \cap (A \cup B^c) &= A \cup (B \cap B^c) = \\ &= A \cup \varnothing = \\ &= A,\end{aligned}$$

і прирівнявши обидві частини, отримуємо, що в універсумі $\mathcal{U}$ виконується рівність

$$(A \cap B) \cup (A \cap B^c) = (A \cup B) \cap (A \cup B^c).$$

Приклад 1.9.24

Доведіть що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ виконується рівність

$$(A \cap B) \cup (A \cap B^c) = (A \cup B) \cap (A \cup B^c).$$

Розв'язок. Спростимо ліву та праву частину рівностей. Отримаємо:

$$\begin{aligned}(A \cap B) \cup (A \cap B^c) &= A \cap (B \cup B^c) = \\ &= A \cap \mathcal{U} = \\ &= A\end{aligned}$$

і

$$\begin{aligned}(A \cup B) \cap (A \cup B^c) &= A \cup (B \cap B^c) = \\ &= A \cup \varnothing = \\ &= A,\end{aligned}$$

і прирівнявши обидві частини, отримуємо, що в універсумі $\mathcal{U}$ виконується рівність

$$(A \cap B) \cup (A \cap B^c) = (A \cup B) \cap (A \cup B^c).$$

Приклад 1.9.24

Доведіть що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ виконується рівність
$$(A \cap B) \cup (A \cap B^c) = (A \cup B) \cap (A \cup B^c).$$
Розв'язок. Спростимо ліву та праву частину рівностей. Отримаємо:
$$\begin{aligned}(A \cap B) \cup (A \cap B^c) &= A \cap (B \cup B^c) = \\ &= A \cap \mathcal{U} = \\ &= A\end{aligned}$$
і
$$\begin{aligned}(A \cup B) \cap (A \cup B^c) &= A \cup (B \cap B^c) = \\ &= A \cup \varnothing = \\ &= A,\end{aligned}$$
і прирівнявши обидві частини, отримуємо, що в універсумі $\mathcal{U}$ виконується рівність
$$(A \cap B) \cup (A \cap B^c) = (A \cup B) \cap (A \cup B^c).$$

Приклад 1.9.24

Доведіть що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ виконується рівність

$$(A \cap B) \cup (A \cap B^c) = (A \cup B) \cap (A \cup B^c).$$

Розв'язок. Спростимо ліву та праву частину рівностей. Отримаємо:

$$\begin{aligned}(A \cap B) \cup (A \cap B^c) &= A \cap (B \cup B^c) = \\ &= A \cap \mathcal{U} = \\ &= A\end{aligned}$$

і

$$\begin{aligned}(A \cup B) \cap (A \cup B^c) &= A \cup (B \cap B^c) = \\ &= A \cup \varnothing = \\ &= A,\end{aligned}$$

і прирівнявши обидві частини, отримуємо, що в універсумі $\mathcal{U}$ виконується рівність

$$(A \cap B) \cup (A \cap B^c) = (A \cup B) \cap (A \cup B^c).$$

Приклад 1.9.24

Доведіть що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ виконується рівність
$$(A \cap B) \cup (A \cap B^c) = (A \cup B) \cap (A \cup B^c).$$

Розв'язок. Спростимо ліву та праву частину рівностей. Отримаємо:

$$\begin{aligned}(A \cap B) \cup (A \cap B^c) &= A \cap (B \cup B^c) = \\ &= A \cap \mathcal{U} = \\ &= A\end{aligned}$$

і

$$\begin{aligned}(A \cup B) \cap (A \cup B^c) &= A \cup (B \cap B^c) = \\ &= A \cup \varnothing = \\ &= A,\end{aligned}$$

і прирівнявши обидві частини, отримуємо, що в універсумі $\mathcal{U}$ виконується рівність
$$(A \cap B) \cup (A \cap B^c) = (A \cup B) \cap (A \cup B^c).$$

Приклад 1.9.25

Доведіть рівність

$$A \cup (A \cap B) = A.$$

Розв'язок. Скористаємося критерієм рівності множин і проведемо перетворення з обох боків:

$$\begin{aligned} x \in A \cup (A \cap B) &\Leftrightarrow x \in A \vee x \in A \cap B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \vee (x \in A \wedge x \in B) \Rightarrow \\ &\Rightarrow x \in A \vee x \in A \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A. \end{aligned}$$

$$x \in A \Rightarrow x \in A \vee x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \cup (A \cap B).$$

Приклад 1.9.25

Доведіть рівність

$$A \cup (A \cap B) = A.$$

Розв'язок. Скористаємося критерієм рівності множин і проведемо перетворення з обох боків:

$$\begin{aligned} x \in A \cup (A \cap B) &\Leftrightarrow x \in A \vee x \in A \cap B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \vee (x \in A \wedge x \in B) \Rightarrow \\ &\Rightarrow x \in A \vee x \in A \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A. \end{aligned}$$

$$x \in A \Rightarrow x \in A \vee x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \cup (A \cap B).$$

Приклад 1.9.25

Доведіть рівність
$$A \cup (A \cap B) = A.$$

Розв'язок. Скористаємося критерієм рівності множин і проведемо перетворення з обох боків:

$$\begin{aligned} x \in A \cup (A \cap B) &\Leftrightarrow x \in A \vee x \in A \cap B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \vee (x \in A \wedge x \in B) \Rightarrow \\ &\Rightarrow x \in A \vee x \in A \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A. \end{aligned}$$

$$x \in A \Rightarrow x \in A \vee x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \cup (A \cap B).$$

Приклад 1.9.25

Доведіть рівність
$$A \cup (A \cap B) = A.$$

Розв'язок. Скористаємося критерієм рівності множин і проведемо перетворення з обох боків:

$$\begin{aligned} x \in A \cup (A \cap B) &\Leftrightarrow x \in A \vee x \in A \cap B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \vee (x \in A \wedge x \in B) \Rightarrow \\ &\Rightarrow x \in A \vee x \in A \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A. \end{aligned}$$

$$x \in A \Rightarrow x \in A \vee x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \cup (A \cap B).$$

Приклад 1.9.25

Доведіть рівність
$$A \cup (A \cap B) = A.$$

Розв'язок. Скористаємося критерієм рівності множин і проведемо перетворення з обох боків:

$$\begin{aligned} x \in A \cup (A \cap B) &\Leftrightarrow x \in A \vee x \in A \cap B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \vee (x \in A \wedge x \in B) \Rightarrow \\ &\Rightarrow x \in A \vee x \in A \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A. \end{aligned}$$

$$x \in A \Rightarrow x \in A \vee x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \cup (A \cap B).$$

Приклад 1.9.25

Доведіть рівність

$$A \cup (A \cap B) = A.$$

Розв'язок. Скористаємося критерієм рівності множин і проведемо перетворення з обох боків:

$$\begin{aligned} x \in A \cup (A \cap B) &\Leftrightarrow x \in A \vee x \in A \cap B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \vee (x \in A \wedge x \in B) \Rightarrow \\ &\Rightarrow x \in A \vee x \in A \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A. \end{aligned}$$

$$x \in A \Rightarrow x \in A \vee x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \cup (A \cap B).$$

Приклад 1.9.25

Доведіть рівність
$$A \cup (A \cap B) = A.$$

Розв'язок. Скористаємося критерієм рівності множин і проведемо перетворення з обох боків:

$$\begin{aligned} x \in A \cup (A \cap B) &\Leftrightarrow x \in A \vee x \in A \cap B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \vee (x \in A \wedge x \in B) \Rightarrow \\ &\Rightarrow x \in A \vee x \in A \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A. \end{aligned}$$

$$x \in A \Rightarrow x \in A \vee x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \cup (A \cap B).$$

Крім теоретико-множинних тотожностей у теорії множин між множинами існують і інші співвідношення. Розглянемо декілька таких прикладів.

Приклад 1.9.26

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ виконується еквівалентність

$$A \subseteq B \iff B^c \subseteq A^c.$$

Розв'язок. ($\Longrightarrow$) Позаяк

$$A \subseteq B \Leftrightarrow (x \in A \Rightarrow x \in B) \Leftrightarrow (\neg(x \in B) \Rightarrow \neg(x \in A)) \Leftrightarrow (x \notin B \Rightarrow x \notin A),$$

то виконується імплікація

$$x \notin B \Rightarrow x \notin A.$$

Врахувавши цю імплікацію, отримуємо

$$x \in B^c \Leftrightarrow x \in \mathcal{U} \wedge x \notin B \Rightarrow x \in \mathcal{U} \wedge x \notin A \Leftrightarrow x \in A^c.$$

($\Longleftarrow$) Нехай $B^c \subseteq A^c$. Тоді за попередньо доведеним маємо

$$(A^c)^c \subseteq (B^c)^c.$$

Оскільки

$$(A^c)^c = A \qquad \text{і} \qquad (B^c)^c = B,$$

то виконується включення $A \subseteq B$.

Крім теоретико-множинних тотожностей у теорії множин між множинами існують і інші співвідношення. Розглянемо декілька таких прикладів.

Приклад 1.9.26

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ виконується еквівалентність

$$A \subseteq B \iff B^c \subseteq A^c.$$

Розв'язок. ($\Longrightarrow$) Позаяк

$$A \subseteq B \;\Leftrightarrow\; (x \in A \Rightarrow x \in B) \;\Leftrightarrow\; (\neg(x \in B) \Rightarrow \neg(x \in A)) \;\Leftrightarrow\; (x \notin B \Rightarrow x \notin A),$$

то виконується імплікація

$$x \notin B \Rightarrow x \notin A.$$

Врахувавши цю імплікацію, отримуємо

$$x \in B^c \;\Leftrightarrow\; x \in \mathcal{U} \wedge x \notin B \;\Rightarrow\; x \in \mathcal{U} \wedge x \notin A \;\Leftrightarrow\; x \in A^c.$$

($\Longleftarrow$) Нехай $B^c \subseteq A^c$. Тоді за попередньо доведеним маємо

$$(A^c)^c \subseteq (B^c)^c.$$

Оскільки

$$(A^c)^c = A \qquad \text{і} \qquad (B^c)^c = B,$$

то виконується включення $A \subseteq B$.

Лекція 9: Операції над множинами

Крім теоретико-множинних тотожностей у теорії множин між множинами існують і інші співвідношення. Розглянемо декілька таких прикладів.

Приклад 1.9.26

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ виконується еквівалентність

$$A \subseteq B \iff B^c \subseteq A^c.$$

Розв'язок. ($\Longrightarrow$) Позаяк

$$A \subseteq B \ \Leftrightarrow \ (x \in A \Rightarrow x \in B) \ \Leftrightarrow \ (\neg(x \in B) \Rightarrow \neg(x \in A)) \ \Leftrightarrow \ (x \notin B \Rightarrow x \notin A),$$

то виконується імплікація

$$x \notin B \Rightarrow x \notin A.$$

Врахувавши цю імплікацію, отримуємо

$$x \in B^c \ \Leftrightarrow \ x \in \mathcal{U} \wedge x \notin B \ \Rightarrow \ x \in \mathcal{U} \wedge x \notin A \ \Leftrightarrow \ x \in A^c.$$

($\Longleftarrow$) Нехай $B^c \subseteq A^c$. Тоді за попередньо доведеним маємо

$$(A^c)^c \subseteq (B^c)^c.$$

Оскільки

$$(A^c)^c = A \qquad \text{і} \qquad (B^c)^c = B,$$

то виконується включення $A \subseteq B$.

Крім теоретико-множинних тотожностей у теорії множин між множинами існують і інші співвідношення. Розглянемо декілька таких прикладів.

Приклад 1.9.26

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ виконується еквівалентність

$$A \subseteq B \iff B^c \subseteq A^c.$$

Розв'язок. ($\Longrightarrow$) Позаяк

$$A \subseteq B \;\Leftrightarrow\; (x \in A \Rightarrow x \in B) \;\Leftrightarrow\; (\neg(x \in B) \Rightarrow \neg(x \in A)) \;\Leftrightarrow\; (x \notin B \Rightarrow x \notin A),$$

то виконується імплікація

$$x \notin B \Rightarrow x \notin A.$$

Врахувавши цю імплікацію, отримуємо

$$x \in B^c \;\Leftrightarrow\; x \in \mathcal{U} \wedge x \notin B \;\Rightarrow\; x \in \mathcal{U} \wedge x \notin A \;\Leftrightarrow\; x \in A^c.$$

($\Longleftarrow$) Нехай $B^c \subseteq A^c$. Тоді за попередньо доведеним маємо

$$(A^c)^c \subseteq (B^c)^c.$$

Оскільки

$$(A^c)^c = A \qquad \text{і} \qquad (B^c)^c = B,$$

то виконується включення $A \subseteq B$.

Крім теоретико-множинних тотожностей у теорії множин між множинами існують і інші співвідношення. Розглянемо декілька таких прикладів.

Приклад 1.9.26

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ виконується еквівалентність

$$A \subseteq B \iff B^c \subseteq A^c.$$

Розв'язок. $(\Longrightarrow)$ Позаяк

$$A \subseteq B \Leftrightarrow (x \in A \Rightarrow x \in B) \Leftrightarrow (\neg(x \in B) \Rightarrow \neg(x \in A)) \Leftrightarrow (x \notin B \Rightarrow x \notin A),$$

то виконується імплікація

$$x \notin B \Rightarrow x \notin A.$$

Врахувавши цю імплікацію, отримуємо

$$x \in B^c \Leftrightarrow x \in \mathcal{U} \wedge x \notin B \Rightarrow x \in \mathcal{U} \wedge x \notin A \Leftrightarrow x \in A^c.$$

$(\Longleftarrow)$ Нехай $B^c \subseteq A^c$. Тоді за попередньо доведеним маємо

$$(A^c)^c \subseteq (B^c)^c.$$

Оскільки

$$(A^c)^c = A \quad \text{і} \quad (B^c)^c = B,$$

то виконується включення $A \subseteq B$.

Крім теоретико-множинних тотожностей у теорії множин між множинами існують і інші співвідношення. Розглянемо декілька таких прикладів.

Приклад 1.9.26

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ виконується еквівалентність

$$A \subseteq B \iff B^c \subseteq A^c.$$

Розв'язок. ($\Longrightarrow$) Позаяк

$$A \subseteq B \Leftrightarrow (x \in A \Rightarrow x \in B) \Leftrightarrow (\neg(x \in B) \Rightarrow \neg(x \in A)) \Leftrightarrow (x \notin B \Rightarrow x \notin A),$$

то виконується імплікація

$$x \notin B \Rightarrow x \notin A.$$

Врахувавши цю імплікацію, отримуємо

$$x \in B^c \Leftrightarrow x \in \mathcal{U} \wedge x \notin B \Rightarrow x \in \mathcal{U} \wedge x \notin A \Leftrightarrow x \in A^c.$$

($\Longleftarrow$) Нехай $B^c \subseteq A^c$. Тоді за попередньо доведеним маємо

$$(A^c)^c \subseteq (B^c)^c.$$

Оскільки

$$(A^c)^c = A \qquad \text{і} \qquad (B^c)^c = B,$$

то виконується включення $A \subseteq B$.

Крім теоретико-множинних тотожностей у теорії множин між множинами існують і інші співвідношення. Розглянемо декілька таких прикладів.

Приклад 1.9.26

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ виконується еквівалентність

$$A \subseteq B \iff B^c \subseteq A^c.$$

Розв'язок. $(\Longrightarrow)$ Позаяк

$$A \subseteq B \;\Leftrightarrow\; (x \in A \Rightarrow x \in B) \;\Leftrightarrow\; (\neg(x \in B) \Rightarrow \neg(x \in A)) \;\Leftrightarrow\; (x \notin B \Rightarrow x \notin A),$$

то виконується імплікація

$$x \notin B \Rightarrow x \notin A.$$

Врахувавши цю імплікацію, отримуємо

$$x \in B^c \;\Leftrightarrow\; x \in \mathcal{U} \wedge x \notin B \;\Rightarrow\; x \in \mathcal{U} \wedge x \notin A \;\Leftrightarrow\; x \in A^c.$$

$(\Longleftarrow)$ Нехай $B^c \subseteq A^c$. Тоді за попередньо доведеним маємо

$$(A^c)^c \subseteq (B^c)^c.$$

Оскільки

$$(A^c)^c = A \qquad \text{і} \qquad (B^c)^c = B,$$

то виконується включення $A \subseteq B$.

Крім теоретико-множинних тотожностей у теорії множин між множинами існують і інші співвідношення. Розглянемо декілька таких прикладів.

Приклад 1.9.26

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ виконується еквівалентність

$$A \subseteq B \iff B^c \subseteq A^c.$$

Розв'язок. $(\Longrightarrow)$ Позаяк

$$A \subseteq B \;\Leftrightarrow\; (x \in A \Rightarrow x \in B) \;\Leftrightarrow\; (\neg(x \in B) \Rightarrow \neg(x \in A)) \;\Leftrightarrow\; (x \notin B \Rightarrow x \notin A),$$

то виконується імплікація

$$x \notin B \Rightarrow x \notin A.$$

Врахувавши цю імплікацію, отримуємо

$$x \in B^c \;\Leftrightarrow\; x \in \mathcal{U} \wedge x \notin B \;\Rightarrow\; x \in \mathcal{U} \wedge x \notin A \;\Leftrightarrow\; x \in A^c.$$

$(\Longleftarrow)$ Нехай $B^c \subseteq A^c$. Тоді за попередньо доведеним маємо

$$(A^c)^c \subseteq (B^c)^c.$$

Оскільки

$$(A^c)^c = A \qquad \text{і} \qquad (B^c)^c = B,$$

то виконується включення $A \subseteq B$.

Крім теоретико-множинних тотожностей у теорії множин між множинами існують і інші співвідношення. Розглянемо декілька таких прикладів.

Приклад 1.9.26

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ виконується еквівалентність

$$A \subseteq B \iff B^c \subseteq A^c.$$

Розв'язок. ($\Longrightarrow$) Позаяк

$$A \subseteq B \;\Leftrightarrow\; (x \in A \Rightarrow x \in B) \;\Leftrightarrow\; (\neg(x \in B) \Rightarrow \neg(x \in A)) \;\Leftrightarrow\; (x \notin B \Rightarrow x \notin A),$$

то виконується імплікація

$$x \notin B \Rightarrow x \notin A.$$

Врахувавши цю імплікацію, отримуємо

$$x \in B^c \;\Leftrightarrow\; x \in \mathcal{U} \wedge x \notin B \;\Rightarrow\; x \in \mathcal{U} \wedge x \notin A \;\Leftrightarrow\; x \in A^c.$$

($\Longleftarrow$) Нехай $B^c \subseteq A^c$. Тоді за попередньо доведеним маємо

$$(A^c)^c \subseteq (B^c)^c.$$

Оскільки

$$(A^c)^c = A \qquad \text{і} \qquad (B^c)^c = B,$$

то виконується включення $A \subseteq B$.

Крім теоретико-множинних тотожностей у теорії множин між множинами існують і інші співвідношення. Розглянемо декілька таких прикладів.

Приклад 1.9.26

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ виконується еквівалентність

$$A \subseteq B \iff B^c \subseteq A^c.$$

Розв'язок. $(\Longrightarrow)$ Позаяк

$$A \subseteq B \Leftrightarrow (x \in A \Rightarrow x \in B) \Leftrightarrow (\neg(x \in B) \Rightarrow \neg(x \in A)) \Leftrightarrow (x \notin B \Rightarrow x \notin A),$$

то виконується імплікація

$$x \notin B \Rightarrow x \notin A.$$

Врахувавши цю імплікацію, отримуємо

$$x \in B^c \Leftrightarrow x \in \mathcal{U} \wedge x \notin B \Rightarrow x \in \mathcal{U} \wedge x \notin A \Leftrightarrow x \in A^c.$$

$(\Longleftarrow)$ Нехай $B^c \subseteq A^c$. Тоді за попередньо доведеним маємо

$$(A^c)^c \subseteq (B^c)^c.$$

Оскільки

$$(A^c)^c = A \quad \text{і} \quad (B^c)^c = B,$$

то виконується включення $A \subseteq B$.

Крім теоретико-множинних тотожностей у теорії множин між множинами існують і інші співвідношення. Розглянемо декілька таких прикладів.

Приклад 1.9.26

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ виконується еквівалентність

$$A \subseteq B \iff B^c \subseteq A^c.$$

Розв'язок. ($\Longrightarrow$) Позаяк

$$A \subseteq B \ \Leftrightarrow \ (x \in A \Rightarrow x \in B) \ \Leftrightarrow \ (\neg(x \in B) \Rightarrow \neg(x \in A)) \ \Leftrightarrow \ (x \notin B \Rightarrow x \notin A),$$

то виконується імплікація

$$x \notin B \Rightarrow x \notin A.$$

Врахувавши цю імплікацію, отримуємо

$$x \in B^c \ \Leftrightarrow \ x \in \mathcal{U} \wedge x \notin B \ \Rightarrow \ x \in \mathcal{U} \wedge x \notin A \ \Leftrightarrow \ x \in A^c.$$

($\Longleftarrow$) Нехай $B^c \subseteq A^c$. Тоді за попередньо доведеним маємо

$$(A^c)^c \subseteq (B^c)^c.$$

Оскільки

$$(A^c)^c = A \qquad \text{і} \qquad (B^c)^c = B,$$

то виконується включення $A \subseteq B$.

Крім теоретико-множинних тотожностей у теорії множин між множинами існують і інші співвідношення. Розглянемо декілька таких прикладів.

Приклад 1.9.26

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ виконується еквівалентність

$$A \subseteq B \iff B^c \subseteq A^c.$$

Розв'язок. $(\Longrightarrow)$ Позаяк

$$A \subseteq B \Leftrightarrow (x \in A \Rightarrow x \in B) \Leftrightarrow (\neg(x \in B) \Rightarrow \neg(x \in A)) \Leftrightarrow (x \notin B \Rightarrow x \notin A),$$

то виконується імплікація

$$x \notin B \Rightarrow x \notin A.$$

Врахувавши цю імплікацію, отримуємо

$$x \in B^c \Leftrightarrow x \in \mathcal{U} \wedge x \notin B \Rightarrow x \in \mathcal{U} \wedge x \notin A \Leftrightarrow x \in A^c.$$

$(\Longleftarrow)$ Нехай $B^c \subseteq A^c$. Тоді за попередньо доведеним маємо

$$(A^c)^c \subseteq (B^c)^c.$$

Оскільки

$$(A^c)^c = A \quad \text{і} \quad (B^c)^c = B,$$

то виконується включення $A \subseteq B$.

Крім теоретико-множинних тотожностей у теорії множин між множинами існують і інші співвідношення. Розглянемо декілька таких прикладів.

Приклад 1.9.26

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ виконується еквівалентність

$$A \subseteq B \iff B^c \subseteq A^c.$$

Розв'язок. $(\Longrightarrow)$ Позаяк

$$A \subseteq B \;\Leftrightarrow\; (x \in A \Rightarrow x \in B) \;\Leftrightarrow\; (\neg(x \in B) \Rightarrow \neg(x \in A)) \;\Leftrightarrow\; (x \notin B \Rightarrow x \notin A),$$

то виконується імплікація

$$x \notin B \Rightarrow x \notin A.$$

Врахувавши цю імплікацію, отримуємо

$$x \in B^c \;\Leftrightarrow\; x \in \mathcal{U} \wedge x \notin B \;\Rightarrow\; x \in \mathcal{U} \wedge x \notin A \;\Leftrightarrow\; x \in A^c.$$

$(\Longleftarrow)$ Нехай $B^c \subseteq A^c$. Тоді за попередньо доведеним маємо

$$(A^c)^c \subseteq (B^c)^c.$$

Оскільки

$$(A^c)^c = A \quad \text{і} \quad (B^c)^c = B,$$

то виконується включення $A \subseteq B$.

Крім теоретико-множинних тотожностей у теорії множин між множинами існують і інші співвідношення. Розглянемо декілька таких прикладів.

Приклад 1.9.26

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ виконується еквівалентність

$$A \subseteq B \iff B^c \subseteq A^c.$$

Розв'язок. ($\Longrightarrow$) Позаяк

$$A \subseteq B \;\Leftrightarrow\; (x \in A \Rightarrow x \in B) \;\Leftrightarrow\; (\neg(x \in B) \Rightarrow \neg(x \in A)) \;\Leftrightarrow\; (x \notin B \Rightarrow x \notin A),$$

то виконується імплікація

$$x \notin B \Rightarrow x \notin A.$$

Врахувавши цю імплікацію, отримуємо

$$x \in B^c \;\Leftrightarrow\; x \in \mathcal{U} \wedge x \notin B \;\Rightarrow\; x \in \mathcal{U} \wedge x \notin A \;\Leftrightarrow\; x \in A^c.$$

($\Longleftarrow$) Нехай $B^c \subseteq A^c$. Тоді за попередньо доведеним маємо

$$(A^c)^c \subseteq (B^c)^c.$$

Оскільки

$$(A^c)^c = A \qquad \text{і} \qquad (B^c)^c = B,$$

то виконується включення $A \subseteq B$.

Крім теоретико-множинних тотожностей у теорії множин між множинами існують і інші співвідношення. Розглянемо декілька таких прикладів.

Приклад 1.9.26

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ виконується еквівалентність

$$A \subseteq B \iff B^c \subseteq A^c.$$

Розв'язок. $(\Longrightarrow)$ Позаяк

$$A \subseteq B \Leftrightarrow (x \in A \Rightarrow x \in B) \Leftrightarrow (\neg(x \in B) \Rightarrow \neg(x \in A)) \Leftrightarrow (x \notin B \Rightarrow x \notin A),$$

то виконується імплікація

$$x \notin B \Rightarrow x \notin A.$$

Врахувавши цю імплікацію, отримуємо

$$x \in B^c \Leftrightarrow x \in \mathcal{U} \wedge x \notin B \Rightarrow x \in \mathcal{U} \wedge x \notin A \Leftrightarrow x \in A^c.$$

$(\Longleftarrow)$ Нехай $B^c \subseteq A^c$. Тоді за попередньо доведеним маємо

$$(A^c)^c \subseteq (B^c)^c.$$

Оскільки

$$(A^c)^c = A \quad \text{і} \quad (B^c)^c = B,$$

то виконується включення $A \subseteq B$.

Крім теоретико-множинних тотожностей у теорії множин між множинами існують і інші співвідношення. Розглянемо декілька таких прикладів.

Приклад 1.9.26

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ виконується еквівалентність

$$A \subseteq B \iff B^c \subseteq A^c.$$

Розв'язок. ($\Longrightarrow$) Позаяк

$$A \subseteq B \Leftrightarrow (x \in A \Rightarrow x \in B) \Leftrightarrow (\neg(x \in B) \Rightarrow \neg(x \in A)) \Leftrightarrow (x \notin B \Rightarrow x \notin A),$$

то виконується імплікація

$$x \notin B \Rightarrow x \notin A.$$

Врахувавши цю імплікацію, отримуємо

$$x \in B^c \Leftrightarrow x \in \mathcal{U} \wedge x \notin B \Rightarrow x \in \mathcal{U} \wedge x \notin A \Leftrightarrow x \in A^c.$$

($\Longleftarrow$) Нехай $B^c \subseteq A^c$. Тоді за попередньо доведеним маємо

$$(A^c)^c \subseteq (B^c)^c.$$

Оскільки

$$(A^c)^c = A \qquad \text{і} \qquad (B^c)^c = B,$$

то виконується включення $A \subseteq B$.

Крім теоретико-множинних тотожностей у теорії множин між множинами існують і інші співвідношення. Розглянемо декілька таких прикладів.

Приклад 1.9.26

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ виконується еквівалентність

$$A \subseteq B \iff B^c \subseteq A^c.$$

Розв'язок. $(\Longrightarrow)$ Позаяк

$$A \subseteq B \;\Leftrightarrow\; (x \in A \Rightarrow x \in B) \;\Leftrightarrow\; (\neg(x \in B) \Rightarrow \neg(x \in A)) \;\Leftrightarrow\; (x \notin B \Rightarrow x \notin A),$$

то виконується імплікація

$$x \notin B \Rightarrow x \notin A.$$

Врахувавши цю імплікацію, отримуємо

$$x \in B^c \;\Leftrightarrow\; x \in \mathcal{U} \wedge x \notin B \;\Rightarrow\; x \in \mathcal{U} \wedge x \notin A \;\Leftrightarrow\; x \in A^c.$$

$(\Longleftarrow)$ Нехай $B^c \subseteq A^c$. Тоді за попередньо доведеним маємо

$$(A^c)^c \subseteq (B^c)^c\,.$$

Оскільки

$$(A^c)^c = A \qquad \text{і} \qquad (B^c)^c = B,$$

то виконується включення $A \subseteq B$.

Крім теоретико-множинних тотожностей у теорії множин між множинами існують і інші співвідношення. Розглянемо декілька таких прикладів.

Приклад 1.9.26

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ виконується еквівалентність

$$A \subseteq B \iff B^c \subseteq A^c.$$

Розв'язок. ($\Longrightarrow$) Позаяк

$$A \subseteq B \Leftrightarrow (x \in A \Rightarrow x \in B) \Leftrightarrow (\neg(x \in B) \Rightarrow \neg(x \in A)) \Leftrightarrow (x \notin B \Rightarrow x \notin A),$$

то виконується імплікація

$$x \notin B \Rightarrow x \notin A.$$

Врахувавши цю імплікацію, отримуємо

$$x \in B^c \Leftrightarrow x \in \mathcal{U} \wedge x \notin B \Rightarrow x \in \mathcal{U} \wedge x \notin A \Leftrightarrow x \in A^c.$$

($\Longleftarrow$) Нехай $B^c \subseteq A^c$. Тоді за попередньо доведеним маємо

$$(A^c)^c \subseteq (B^c)^c.$$

Оскільки

$$(A^c)^c = A \quad \text{і} \quad (B^c)^c = B,$$

то виконується включення $A \subseteq B$.

Крім теоретико-множинних тотожностей у теорії множин між множинами існують і інші співвідношення. Розглянемо декілька таких прикладів.

Приклад 1.9.26

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ виконується еквівалентність

$$A \subseteq B \iff B^c \subseteq A^c.$$

Розв'язок. $(\Longrightarrow)$ Позаяк

$$A \subseteq B \;\Leftrightarrow\; (x \in A \Rightarrow x \in B) \;\Leftrightarrow\; (\neg(x \in B) \Rightarrow \neg(x \in A)) \;\Leftrightarrow\; (x \notin B \Rightarrow x \notin A),$$

то виконується імплікація

$$x \notin B \Rightarrow x \notin A.$$

Врахувавши цю імплікацію, отримуємо

$$x \in B^c \;\Leftrightarrow\; x \in \mathcal{U} \wedge x \notin B \;\Rightarrow\; x \in \mathcal{U} \wedge x \notin A \;\Leftrightarrow\; x \in A^c.$$

$(\Longleftarrow)$ Нехай $B^c \subseteq A^c$. Тоді за попередньо доведеним маємо

$$(A^c)^c \subseteq (B^c)^c.$$

Оскільки

$$(A^c)^c = A \qquad \text{і} \qquad (B^c)^c = B,$$

то виконується включення $A \subseteq B$.

Крім теоретико-множинних тотожностей у теорії множин між множинами існують і інші співвідношення. Розглянемо декілька таких прикладів.

Приклад 1.9.26

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ виконується еквівалентність

$$A \subseteq B \iff B^c \subseteq A^c.$$

Розв'язок. $(\Longrightarrow)$ Позаяк

$$A \subseteq B \;\Leftrightarrow\; (x \in A \Rightarrow x \in B) \;\Leftrightarrow\; (\neg(x \in B) \Rightarrow \neg(x \in A)) \;\Leftrightarrow\; (x \notin B \Rightarrow x \notin A),$$

то виконується імплікація

$$x \notin B \Rightarrow x \notin A.$$

Врахувавши цю імплікацію, отримуємо

$$x \in B^c \;\Leftrightarrow\; x \in \mathcal{U} \wedge x \notin B \;\Rightarrow\; x \in \mathcal{U} \wedge x \notin A \;\Leftrightarrow\; x \in A^c.$$

$(\Longleftarrow)$ Нехай $B^c \subseteq A^c$. Тоді за попередньо доведеним маємо

$$(A^c)^c \subseteq (B^c)^c.$$

Оскільки

$$(A^c)^c = A \qquad \text{і} \qquad (B^c)^c = B,$$

то виконується включення $A \subseteq B$.

Приклад 1.9.27

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ такі умови еквівалентні

$$(1) A \subseteq B; \qquad (2) A \cup B = B; \qquad (3) A \cap B = A; \qquad (4) A \setminus B = \varnothing.$$

Розв'язок. (1) $\Longrightarrow$ (2) Позаяк

$$x \in A \cup B \;\Leftrightarrow\; x \in A \vee x \in B \;\Rightarrow\; x \in B \vee x \in B \;\Leftrightarrow\; x \in B$$

і

$$x \in B \;\Rightarrow\; x \in A \vee x \in B \;\Leftrightarrow\; x \in A \cup B,$$

то маємо, що

$$(x \in A \cup B \;\Rightarrow\; x \in B) \wedge (x \in B \;\Rightarrow\; x \in A \cup B),$$

а отже з включення $A \subseteq B$ випливає рівність $A \cup B = B$.

(2) $\Longrightarrow$ (3) Оскільки $A \cup B = B$, то

$$x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in A \vee x \in B) \Leftrightarrow x \in A.$$

А отже з $A \cup B = B$ випливає рівність $A \cap B = A$.

Приклад 1.9.27

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ такі умови еквівалентні

$$(1) A \subseteq B; \qquad (2) A \cup B = B; \qquad (3) A \cap B = A; \qquad (4) A \setminus B = \varnothing.$$

Розв'язок. $(1) \Longrightarrow (2)$ Позаяк

$$x \in A \cup B \;\Leftrightarrow\; x \in A \vee x \in B \;\Rightarrow\; x \in B \vee x \in B \;\Leftrightarrow\; x \in B$$

і

$$x \in B \;\Rightarrow\; x \in A \vee x \in B \;\Leftrightarrow\; x \in A \cup B,$$

то маємо, що

$$(x \in A \cup B \;\Rightarrow\; x \in B) \wedge (x \in B \;\Rightarrow\; x \in A \cup B),$$

а отже з включення $A \subseteq B$ випливає рівність $A \cup B = B$.
$(2) \Longrightarrow (3)$ Оскільки $A \cup B = B$, то

$$x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in A \vee x \in B) \Leftrightarrow x \in A.$$

А отже з $A \cup B = B$ випливає рівність $A \cap B = A$.

Приклад 1.9.27

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ такі умови еквівалентні

$$(1) A \subseteq B; \qquad (2) A \cup B = B; \qquad (3) A \cap B = A; \qquad (4) A \setminus B = \varnothing.$$

Розв'язок. $(1) \Longrightarrow (2)$ Позаяк

$$x \in A \cup B \;\Leftrightarrow\; x \in A \vee x \in B \;\Rightarrow\; x \in B \vee x \in B \;\Leftrightarrow\; x \in B$$

і

$$x \in B \;\Rightarrow\; x \in A \vee x \in B \;\Leftrightarrow\; x \in A \cup B,$$

то маємо, що

$$(x \in A \cup B \;\Rightarrow\; x \in B) \wedge (x \in B \;\Rightarrow\; x \in A \cup B),$$

а отже з включення $A \subseteq B$ випливає рівність $A \cup B = B$.

$(2) \Longrightarrow (3)$ Оскільки $A \cup B = B$, то

$$x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in A \vee x \in B) \Leftrightarrow x \in A.$$

А отже з $A \cup B = B$ випливає рівність $A \cap B = A$.

Приклад 1.9.27

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ такі умови еквівалентні

$$(1) A \subseteq B; \qquad (2) A \cup B = B; \qquad (3) A \cap B = A; \qquad (4) A \setminus B = \varnothing.$$

Розв'язок. $(1) \Longrightarrow (2)$ Позаяк

$$x \in A \cup B \;\Leftrightarrow\; x \in A \vee x \in B \;\Rightarrow\; x \in B \vee x \in B \;\Leftrightarrow\; x \in B$$

і

$$x \in B \;\Rightarrow\; x \in A \vee x \in B \;\Leftrightarrow\; x \in A \cup B,$$

то маємо, що

$$(x \in A \cup B \;\Rightarrow\; x \in B) \wedge (x \in B \;\Rightarrow\; x \in A \cup B),$$

а отже з включення $A \subseteq B$ випливає рівність $A \cup B = B$.

$(2) \Longrightarrow (3)$ Оскільки $A \cup B = B$, то

$$x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in A \vee x \in B) \Leftrightarrow x \in A.$$

А отже з $A \cup B = B$ випливає рівність $A \cap B = A$.

Приклад 1.9.27

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ такі умови еквівалентні

$$(1) A \subseteq B; \qquad (2) A \cup B = B; \qquad (3) A \cap B = A; \qquad (4) A \setminus B = \varnothing.$$

Розв'язок. (1) $\Longrightarrow$ (2) Позаяк

$$x \in A \cup B \;\Leftrightarrow\; x \in A \vee x \in B \;\Rightarrow\; x \in B \vee x \in B \;\Leftrightarrow\; x \in B$$

і

$$x \in B \;\Rightarrow\; x \in A \vee x \in B \;\Leftrightarrow\; x \in A \cup B,$$

то маємо, що

$$(x \in A \cup B \;\Rightarrow\; x \in B) \wedge (x \in B \;\Rightarrow\; x \in A \cup B),$$

а отже з включення $A \subseteq B$ випливає рівність $A \cup B = B$.

(2) $\Longrightarrow$ (3) Оскільки $A \cup B = B$, то

$$x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in A \vee x \in B) \Leftrightarrow x \in A.$$

А отже з $A \cup B = B$ випливає рівність $A \cap B = A$.

Приклад 1.9.27

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ такі умови еквівалентні

$$(1) A \subseteq B; \qquad (2) A \cup B = B; \qquad (3) A \cap B = A; \qquad (4) A \setminus B = \varnothing.$$

Розв'язок. $(1) \Longrightarrow (2)$ Позаяк

$$x \in A \cup B \;\Leftrightarrow\; x \in A \vee x \in B \;\Rightarrow\; x \in B \vee x \in B \;\Leftrightarrow\; x \in B$$

і

$$x \in B \;\Rightarrow\; x \in A \vee x \in B \;\Leftrightarrow\; x \in A \cup B,$$

то маємо, що

$$(x \in A \cup B \;\Rightarrow\; x \in B) \wedge (x \in B \;\Rightarrow\; x \in A \cup B),$$

а отже з включення $A \subseteq B$ випливає рівність $A \cup B = B$.

$(2) \Longrightarrow (3)$ Оскільки $A \cup B = B$, то

$$x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in A \vee x \in B) \Leftrightarrow x \in A.$$

А отже з $A \cup B = B$ випливає рівність $A \cap B = A$.

Приклад 1.9.27

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ такі умови еквівалентні

$$(1) A \subseteq B; \qquad (2) A \cup B = B; \qquad (3) A \cap B = A; \qquad (4) A \setminus B = \varnothing.$$

Розв'язок. $(1) \Longrightarrow (2)$ Позаяк

$$x \in A \cup B \ \Leftrightarrow\ x \in A \vee x \in B \ \Rightarrow\ x \in B \vee x \in B \ \Leftrightarrow\ x \in B$$

і

$$x \in B \ \Rightarrow\ x \in A \vee x \in B \ \Leftrightarrow\ x \in A \cup B,$$

то маємо, що

$$(x \in A \cup B \ \Rightarrow\ x \in B) \wedge (x \in B \ \Rightarrow\ x \in A \cup B),$$

а отже з включення $A \subseteq B$ випливає рівність $A \cup B = B$.

$(2) \Longrightarrow (3)$ Оскільки $A \cup B = B$, то

$$x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in A \vee x \in B) \Leftrightarrow x \in A.$$

А отже з $A \cup B = B$ випливає рівність $A \cap B = A$.

Приклад 1.9.27

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ такі умови еквівалентні

$$(1) A \subseteq B; \qquad (2) A \cup B = B; \qquad (3) A \cap B = A; \qquad (4) A \setminus B = \varnothing.$$

Розв'язок. $(1) \Longrightarrow (2)$ Позаяк

$$x \in A \cup B \; \Leftrightarrow \; x \in A \vee x \in B \; \Rightarrow \; x \in B \vee x \in B \; \Leftrightarrow \; x \in B$$

і

$$x \in B \; \Rightarrow \; x \in A \vee x \in B \; \Leftrightarrow \; x \in A \cup B,$$

то маємо, що

$$(x \in A \cup B \; \Rightarrow \; x \in B) \wedge (x \in B \; \Rightarrow \; x \in A \cup B),$$

а отже з включення $A \subseteq B$ випливає рівність $A \cup B = B$.

$(2) \Longrightarrow (3)$ Оскільки $A \cup B = B$, то

$$x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in A \vee x \in B) \Leftrightarrow x \in A.$$

А отже з $A \cup B = B$ випливає рівність $A \cap B = A$.

Приклад 1.9.27

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ такі умови еквівалентні

$$(1) A \subseteq B; \qquad (2) A \cup B = B; \qquad (3) A \cap B = A; \qquad (4) A \setminus B = \varnothing.$$

Розв'язок. $(1) \Longrightarrow (2)$ Позаяк

$$x \in A \cup B \ \Leftrightarrow \ x \in A \vee x \in B \ \Rightarrow \ x \in B \vee x \in B \ \Leftrightarrow \ x \in B$$

і

$$x \in B \ \Rightarrow \ x \in A \vee x \in B \ \Leftrightarrow \ x \in A \cup B,$$

то маємо, що

$$(x \in A \cup B \ \Rightarrow \ x \in B) \wedge (x \in B \ \Rightarrow \ x \in A \cup B),$$

а отже з включення $A \subseteq B$ випливає рівність $A \cup B = B$.

$(2) \Longrightarrow (3)$ Оскільки $A \cup B = B$, то

$$x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in A \vee x \in B) \Leftrightarrow x \in A.$$

А отже з $A \cup B = B$ випливає рівність $A \cap B = A$.

Приклад 1.9.27

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ такі умови еквівалентні

$$(1) A \subseteq B; \qquad (2) A \cup B = B; \qquad (3) A \cap B = A; \qquad (4) A \setminus B = \varnothing.$$

Розв'язок. $(1) \Longrightarrow (2)$ Позаяк

$$x \in A \cup B \;\Leftrightarrow\; x \in A \vee x \in B \;\Rightarrow\; x \in B \vee x \in B \;\Leftrightarrow\; x \in B$$

і

$$x \in B \;\Rightarrow\; x \in A \vee x \in B \;\Leftrightarrow\; x \in A \cup B,$$

то маємо, що

$$(x \in A \cup B \;\Rightarrow\; x \in B) \wedge (x \in B \;\Rightarrow\; x \in A \cup B),$$

а отже з включення $A \subseteq B$ випливає рівність $A \cup B = B$.

$(2) \Longrightarrow (3)$ Оскільки $A \cup B = B$, то

$$x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in A \vee x \in B) \Leftrightarrow x \in A.$$

А отже з $A \cup B = B$ випливає рівність $A \cap B = A$.

Приклад 1.9.27

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ такі умови еквівалентні

$$(1) A \subseteq B; \qquad (2) A \cup B = B; \qquad (3) A \cap B = A; \qquad (4) A \setminus B = \varnothing.$$

Розв'язок. $(1) \Longrightarrow (2)$ Позаяк

$$x \in A \cup B \ \Leftrightarrow \ x \in A \vee x \in B \ \Rightarrow \ x \in B \vee x \in B \ \Leftrightarrow \ x \in B$$

і

$$x \in B \ \Rightarrow \ x \in A \vee x \in B \ \Leftrightarrow \ x \in A \cup B,$$

то маємо, що

$$(x \in A \cup B \ \Rightarrow \ x \in B) \wedge (x \in B \ \Rightarrow \ x \in A \cup B),$$

а отже з включення $A \subseteq B$ випливає рівність $A \cup B = B$.

$(2) \Longrightarrow (3)$ Оскільки $A \cup B = B$, то

$$x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in A \vee x \in B) \Leftrightarrow x \in A.$$

А отже з $A \cup B = B$ випливає рівність $A \cap B = A$.

Приклад 1.9.27

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ такі умови еквівалентні

$$(1) A \subseteq B; \qquad (2) A \cup B = B; \qquad (3) A \cap B = A; \qquad (4) A \setminus B = \varnothing.$$

Розв'язок. $(1) \Longrightarrow (2)$ Позаяк

$$x \in A \cup B \;\Leftrightarrow\; x \in A \vee x \in B \;\Rightarrow\; x \in B \vee x \in B \;\Leftrightarrow\; x \in B$$

і

$$x \in B \;\Rightarrow\; x \in A \vee x \in B \;\Leftrightarrow\; x \in A \cup B,$$

то маємо, що

$$(x \in A \cup B \;\Rightarrow\; x \in B) \wedge (x \in B \;\Rightarrow\; x \in A \cup B),$$

а отже з включення $A \subseteq B$ випливає рівність $A \cup B = B$.

$(2) \Longrightarrow (3)$ Оскільки $A \cup B = B$, то

$$x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in A \vee x \in B) \Leftrightarrow x \in A.$$

А отже з $A \cup B = B$ випливає рівність $A \cap B = A$.

Приклад 1.9.27

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ такі умови еквівалентні

$$(1) A \subseteq B; \qquad (2) A \cup B = B; \qquad (3) A \cap B = A; \qquad (4) A \setminus B = \varnothing.$$

Розв'язок. $(1) \Longrightarrow (2)$ Позаяк

$$x \in A \cup B \;\Leftrightarrow\; x \in A \vee x \in B \;\Rightarrow\; x \in B \vee x \in B \;\Leftrightarrow\; x \in B$$

і

$$x \in B \;\Rightarrow\; x \in A \vee x \in B \;\Leftrightarrow\; x \in A \cup B,$$

то маємо, що

$$(x \in A \cup B \;\Rightarrow\; x \in B) \wedge (x \in B \;\Rightarrow\; x \in A \cup B),$$

а отже з включення $A \subseteq B$ випливає рівність $A \cup B = B$.

$(2) \Longrightarrow (3)$ Оскільки $A \cup B = B$, то

$$x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in A \vee x \in B) \Leftrightarrow x \in A.$$

А отже з $A \cup B = B$ випливає рівність $A \cap B = A$.

Приклад 1.9.27

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ такі умови еквівалентні

$$(1) A \subseteq B; \qquad (2) A \cup B = B; \qquad (3) A \cap B = A; \qquad (4) A \setminus B = \varnothing.$$

Розв'язок. $(1) \Longrightarrow (2)$ Позаяк

$$x \in A \cup B \;\Leftrightarrow\; x \in A \vee x \in B \;\Rightarrow\; x \in B \vee x \in B \;\Leftrightarrow\; x \in B$$

і

$$x \in B \;\Rightarrow\; x \in A \vee x \in B \;\Leftrightarrow\; x \in A \cup B,$$

то маємо, що

$$(x \in A \cup B \;\Rightarrow\; x \in B) \wedge (x \in B \;\Rightarrow\; x \in A \cup B),$$

а отже з включення $A \subseteq B$ випливає рівність $A \cup B = B$.

$(2) \Longrightarrow (3)$ Оскільки $A \cup B = B$, то

$$x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in A \vee x \in B) \Leftrightarrow x \in A.$$

А отже з $A \cup B = B$ випливає рівність $A \cap B = A$.

Приклад 1.9.27

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ такі умови еквівалентні

$$(1) A \subseteq B; \qquad (2) A \cup B = B; \qquad (3) A \cap B = A; \qquad (4) A \setminus B = \varnothing.$$

Розв'язок. $(1) \Longrightarrow (2)$ Позаяк

$$x \in A \cup B \ \Leftrightarrow\ x \in A \vee x \in B \ \Rightarrow\ x \in B \vee x \in B \ \Leftrightarrow\ x \in B$$

і

$$x \in B \ \Rightarrow\ x \in A \vee x \in B \ \Leftrightarrow\ x \in A \cup B,$$

то маємо, що

$$(x \in A \cup B \ \Rightarrow\ x \in B) \wedge (x \in B \ \Rightarrow\ x \in A \cup B),$$

а отже з включення $A \subseteq B$ випливає рівність $A \cup B = B$.

$(2) \Longrightarrow (3)$ Оскільки $A \cup B = B$, то

$$x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in A \vee x \in B) \Leftrightarrow x \in A.$$

А отже з $A \cup B = B$ випливає рівність $A \cap B = A$.

Приклад 1.9.27

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ такі умови еквівалентні

$$(1) A \subseteq B; \qquad (2) A \cup B = B; \qquad (3) A \cap B = A; \qquad (4) A \setminus B = \varnothing.$$

Розв'язок. $(1) \Longrightarrow (2)$ Позаяк

$$x \in A \cup B \;\Leftrightarrow\; x \in A \vee x \in B \;\Rightarrow\; x \in B \vee x \in B \;\Leftrightarrow\; x \in B$$

і

$$x \in B \;\Rightarrow\; x \in A \vee x \in B \;\Leftrightarrow\; x \in A \cup B,$$

то маємо, що

$$(x \in A \cup B \;\Rightarrow\; x \in B) \wedge (x \in B \;\Rightarrow\; x \in A \cup B),$$

а отже з включення $A \subseteq B$ випливає рівність $A \cup B = B$.

$(2) \Longrightarrow (3)$ Оскільки $A \cup B = B$, то

$$x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in A \vee x \in B) \Leftrightarrow x \in A.$$

А отже з $A \cup B = B$ випливає рівність $A \cap B = A$.

Лекція 9: Операції над множинами

Приклад 1.9.27 (продовження)

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ такі умови еквівалентні

$$(1) A \subseteq B; \qquad (2) A \cup B = B; \qquad (3) A \cap B = A; \qquad (4) A \setminus B = \varnothing.$$

Розв'язок. $(3) \Longrightarrow (4)$ Позаяк $A \cap B = A$, то

$$\begin{aligned} x \in A \setminus B &\Leftrightarrow x \in A \wedge x \notin B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \cap B \wedge x \notin B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \wedge x \notin B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \wedge x \notin B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 0, \end{aligned}$$

а отже з рівності $A \cap B = A$ випливає, що $A \setminus B = \varnothing$.

$(4) \Longrightarrow (1)$ Оскільки $A \setminus B = \varnothing$, то

$$\begin{aligned} x \in A &\Leftrightarrow x \in A \wedge 1 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \vee x \notin B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee (x \in A \wedge x \notin B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee x \in A \setminus B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee x \in \varnothing \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \Rightarrow \\ &\Rightarrow x \in B, \end{aligned}$$

а отже з умови $A \setminus B = \varnothing$ випливає включення $A \subseteq B$.

Приклад 1.9.27 (продовження)

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ такі умови еквівалентні

$$(1) A \subseteq B; \qquad (2) A \cup B = B; \qquad (3) A \cap B = A; \qquad (4) A \setminus B = \varnothing.$$

Розв'язок. $(3) \Longrightarrow (4)$ Позаяк $A \cap B = A$, то

$$\begin{aligned} x \in A \setminus B &\Leftrightarrow x \in A \wedge x \notin B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \cap B \wedge x \notin B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \wedge x \notin B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \wedge x \notin B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 0, \end{aligned}$$

а отже з рівності $A \cap B = A$ випливає, що $A \setminus B = \varnothing$.

$(4) \Longrightarrow (1)$ Оскільки $A \setminus B = \varnothing$, то

$$\begin{aligned} x \in A &\Leftrightarrow x \in A \wedge 1 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \vee x \notin B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee (x \in A \wedge x \notin B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee x \in A \setminus B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee x \in \varnothing \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \Rightarrow \\ &\Rightarrow x \in B, \end{aligned}$$

а отже з умови $A \setminus B = \varnothing$ випливає включення $A \subseteq B$.

Приклад 1.9.27 (продовження)

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ такі умови еквівалентні

$$(1) A \subseteq B; \qquad (2) A \cup B = B; \qquad (3) A \cap B = A; \qquad (4) A \setminus B = \varnothing.$$

Розв'язок. (3) $\Longrightarrow$ (4) Позаяк $A \cap B = A$, то

$$\begin{aligned} x \in A \setminus B &\Leftrightarrow x \in A \wedge x \notin B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \cap B \wedge x \notin B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \wedge x \notin B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \wedge x \notin B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 0, \end{aligned}$$

а отже з рівності $A \cap B = A$ випливає, що $A \setminus B = \varnothing$.

(4) $\Longrightarrow$ (1) Оскільки $A \setminus B = \varnothing$, то

$$\begin{aligned} x \in A &\Leftrightarrow x \in A \wedge 1 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \vee x \notin B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee (x \in A \wedge x \notin B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee x \in A \setminus B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee x \in \varnothing \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \Rightarrow \\ &\Rightarrow x \in B, \end{aligned}$$

а отже з умови $A \setminus B = \varnothing$ випливає включення $A \subseteq B$.

Приклад 1.9.27 (продовження)

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ такі умови еквівалентні

$$(1) A \subseteq B; \qquad (2) A \cup B = B; \qquad (3) A \cap B = A; \qquad (4) A \setminus B = \varnothing.$$

Розв'язок. $(3) \Longrightarrow (4)$ Позаяк $A \cap B = A$, то

$$\begin{aligned} x \in A \setminus B &\Leftrightarrow x \in A \wedge x \notin B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \cap B \wedge x \notin B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \wedge x \notin B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \wedge x \notin B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 0, \end{aligned}$$

а отже з рівності $A \cap B = A$ випливає, що $A \setminus B = \varnothing$.

$(4) \Longrightarrow (1)$ Оскільки $A \setminus B = \varnothing$, то

$$\begin{aligned} x \in A &\Leftrightarrow x \in A \wedge 1 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \vee x \notin B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee (x \in A \wedge x \notin B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee x \in A \setminus B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee x \in \varnothing \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \Rightarrow \\ &\Rightarrow x \in B, \end{aligned}$$

а отже з умови $A \setminus B = \varnothing$ випливає включення $A \subseteq B$.

Приклад 1.9.27 (продовження)

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ такі умови еквівалентні

$$(1) A \subseteq B; \qquad (2) A \cup B = B; \qquad (3) A \cap B = A; \qquad (4) A \setminus B = \varnothing.$$

Розв'язок. $(3) \Longrightarrow (4)$ Позаяк $A \cap B = A$, то

$$\begin{aligned} x \in A \setminus B &\Leftrightarrow x \in A \wedge x \notin B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \cap B \wedge x \notin B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \wedge x \notin B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \wedge x \notin B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 0, \end{aligned}$$

а отже з рівності $A \cap B = A$ випливає, що $A \setminus B = \varnothing$.

$(4) \Longrightarrow (1)$ Оскільки $A \setminus B = \varnothing$, то

$$\begin{aligned} x \in A &\Leftrightarrow x \in A \wedge 1 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \vee x \notin B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee (x \in A \wedge x \notin B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee x \in A \setminus B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee x \in \varnothing \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \Rightarrow \\ &\Rightarrow x \in B, \end{aligned}$$

а отже з умови $A \setminus B = \varnothing$ випливає включення $A \subseteq B$.

Приклад 1.9.27 (продовження)

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ такі умови еквівалентні

$$(1) A \subseteq B; \qquad (2) A \cup B = B; \qquad (3) A \cap B = A; \qquad (4) A \setminus B = \varnothing.$$

Розв'язок. $(3) \Longrightarrow (4)$ Позаяк $A \cap B = A$, то

$$\begin{aligned}
x \in A \setminus B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \notin B \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow x \in A \cap B \wedge x \notin B \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \wedge x \notin B \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \wedge x \notin B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow x \in A \wedge 0 \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow 0,
\end{aligned}$$

а отже з рівності $A \cap B = A$ випливає, що $A \setminus B = \varnothing$.

$(4) \Longrightarrow (1)$ Оскільки $A \setminus B = \varnothing$, то

$$\begin{aligned}
x \in A \Leftrightarrow x \in A \wedge 1 \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \vee x \notin B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee (x \in A \wedge x \notin B) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee x \in A \setminus B \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee x \in \varnothing \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee 0 \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \Rightarrow \\
&\Rightarrow x \in B,
\end{aligned}$$

а отже з умови $A \setminus B = \varnothing$ випливає включення $A \subseteq B$.

Приклад 1.9.27 (продовження)

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ такі умови еквівалентні

$$(1) A \subseteq B; \qquad (2) A \cup B = B; \qquad (3) A \cap B = A; \qquad (4) A \setminus B = \varnothing.$$

Розв'язок. $(3) \Longrightarrow (4)$ Позаяк $A \cap B = A$, то

$$\begin{aligned} x \in A \setminus B &\Leftrightarrow x \in A \land x \notin B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \cap B \land x \notin B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \land x \in B) \land x \notin B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \land (x \in B \land x \notin B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \land 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 0, \end{aligned}$$

а отже з рівності $A \cap B = A$ випливає, що $A \setminus B = \varnothing$.

$(4) \Longrightarrow (1)$ Оскільки $A \setminus B = \varnothing$, то

$$\begin{aligned} x \in A &\Leftrightarrow x \in A \land 1 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \land (x \in B \lor x \notin B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \land x \in B) \lor (x \in A \land x \notin B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \land x \in B) \lor x \in A \setminus B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \land x \in B) \lor x \in \varnothing \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \land x \in B) \lor 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \land x \in B \Rightarrow \\ &\Rightarrow x \in B, \end{aligned}$$

а отже з умови $A \setminus B = \varnothing$ випливає включення $A \subseteq B$.

Приклад 1.9.27 (продовження)

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ такі умови еквівалентні

$$(1) A \subseteq B; \qquad (2) A \cup B = B; \qquad (3) A \cap B = A; \qquad (4) A \setminus B = \varnothing.$$

Розв'язок. $(3) \implies (4)$ Позаяк $A \cap B = A$, то

$$\begin{aligned} x \in A \setminus B &\Leftrightarrow x \in A \wedge x \notin B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \cap B \wedge x \notin B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \wedge x \notin B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \wedge x \notin B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 0, \end{aligned}$$

а отже з рівності $A \cap B = A$ випливає, що $A \setminus B = \varnothing$.

$(4) \implies (1)$ Оскільки $A \setminus B = \varnothing$, то

$$\begin{aligned} x \in A &\Leftrightarrow x \in A \wedge 1 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \vee x \notin B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee (x \in A \wedge x \notin B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee x \in A \setminus B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee x \in \varnothing \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \Rightarrow \\ &\Rightarrow x \in B, \end{aligned}$$

а отже з умови $A \setminus B = \varnothing$ випливає включення $A \subseteq B$.

Приклад 1.9.27 (продовження)

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ такі умови еквівалентні

$$(1) A \subseteq B; \qquad (2) A \cup B = B; \qquad (3) A \cap B = A; \qquad (4) A \setminus B = \varnothing.$$

Розв'язок. $(3) \Longrightarrow (4)$ Позаяк $A \cap B = A$, то

$$\begin{aligned} x \in A \setminus B &\Leftrightarrow x \in A \wedge x \notin B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \cap B \wedge x \notin B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \wedge x \notin B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \wedge x \notin B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 0, \end{aligned}$$

а отже з рівності $A \cap B = A$ випливає, що $A \setminus B = \varnothing$.

$(4) \Longrightarrow (1)$ Оскільки $A \setminus B = \varnothing$, то

$$\begin{aligned} x \in A &\Leftrightarrow x \in A \wedge 1 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \vee x \notin B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee (x \in A \wedge x \notin B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee x \in A \setminus B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee x \in \varnothing \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \Rightarrow \\ &\Rightarrow x \in B, \end{aligned}$$

а отже з умови $A \setminus B = \varnothing$ випливає включення $A \subseteq B$.

Приклад 1.9.27 (продовження)

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ такі умови еквівалентні

$$(1) A \subseteq B; \qquad (2) A \cup B = B; \qquad (3) A \cap B = A; \qquad (4) A \setminus B = \varnothing.$$

Розв'язок. $(3) \Longrightarrow (4)$ Позаяк $A \cap B = A$, то

$$\begin{aligned} x \in A \setminus B &\Leftrightarrow x \in A \wedge x \notin B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \cap B \wedge x \notin B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \wedge x \notin B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \wedge x \notin B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 0, \end{aligned}$$

а отже з рівності $A \cap B = A$ випливає, що $A \setminus B = \varnothing$.

$(4) \Longrightarrow (1)$ Оскільки $A \setminus B = \varnothing$, то

$$\begin{aligned} x \in A &\Leftrightarrow x \in A \wedge 1 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \vee x \notin B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee (x \in A \wedge x \notin B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee x \in A \setminus B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee x \in \varnothing \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \Rightarrow \\ &\Rightarrow x \in B, \end{aligned}$$

а отже з умови $A \setminus B = \varnothing$ випливає включення $A \subseteq B$.

Приклад 1.9.27 (продовження)

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ такі умови еквівалентні

$$(1) A \subseteq B; \qquad (2) A \cup B = B; \qquad (3) A \cap B = A; \qquad (4) A \setminus B = \varnothing.$$

Розв'язок. $(3) \Longrightarrow (4)$ Позаяк $A \cap B = A$, то

$$\begin{aligned} x \in A \setminus B &\Leftrightarrow x \in A \wedge x \notin B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \cap B \wedge x \notin B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \wedge x \notin B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \wedge x \notin B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 0, \end{aligned}$$

а отже з рівності $A \cap B = A$ випливає, що $A \setminus B = \varnothing$.

$(4) \Longrightarrow (1)$ Оскільки $A \setminus B = \varnothing$, то

$$\begin{aligned} x \in A &\Leftrightarrow x \in A \wedge 1 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \vee x \notin B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee (x \in A \wedge x \notin B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee x \in A \setminus B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee x \in \varnothing \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \Rightarrow \\ &\Rightarrow x \in B, \end{aligned}$$

а отже з умови $A \setminus B = \varnothing$ випливає включення $A \subseteq B$.

Приклад 1.9.27 (продовження)

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ такі умови еквівалентні

$$(1) A \subseteq B; \qquad (2) A \cup B = B; \qquad (3) A \cap B = A; \qquad (4) A \setminus B = \varnothing.$$

Розв'язок. $(3) \Longrightarrow (4)$ Позаяк $A \cap B = A$, то

$$\begin{aligned} x \in A \setminus B &\Leftrightarrow x \in A \wedge x \notin B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \cap B \wedge x \notin B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \wedge x \notin B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \wedge x \notin B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 0, \end{aligned}$$

а отже з рівності $A \cap B = A$ випливає, що $A \setminus B = \varnothing$.

$(4) \Longrightarrow (1)$ Оскільки $A \setminus B = \varnothing$, то

$$\begin{aligned} x \in A &\Leftrightarrow x \in A \wedge 1 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \vee x \notin B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee (x \in A \wedge x \notin B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee x \in A \setminus B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee x \in \varnothing \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \Rightarrow \\ &\Rightarrow x \in B, \end{aligned}$$

а отже з умови $A \setminus B = \varnothing$ випливає включення $A \subseteq B$.

Приклад 1.9.27 (продовження)

Доведіть, що для довільних підмножин A, B універсуму $\mathcal{U}$ такі умови еквівалентні

$$(1) A \subseteq B; \qquad (2) A \cup B = B; \qquad (3) A \cap B = A; \qquad (4) A \setminus B = \varnothing.$$

Розв'язок. $(3) \Longrightarrow (4)$ Позаяк $A \cap B = A$, то

$$\begin{aligned} x \in A \setminus B &\Leftrightarrow x \in A \wedge x \notin B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \cap B \wedge x \notin B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \wedge x \notin B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \wedge x \notin B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 0, \end{aligned}$$

а отже з рівності $A \cap B = A$ випливає, що $A \setminus B = \varnothing$.

$(4) \Longrightarrow (1)$ Оскільки $A \setminus B = \varnothing$, то

$$\begin{aligned} x \in A &\Leftrightarrow x \in A \wedge 1 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \vee x \notin B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee (x \in A \wedge x \notin B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee x \in A \setminus B \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee x \in \varnothing \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \Rightarrow \\ &\Rightarrow x \in B, \end{aligned}$$

а отже з умови $A \setminus B = \varnothing$ випливає включення $A \subseteq B$.

Приклад 1.9.28

Доведіть, що виконується еквівалентність

$$A \cup B \subseteq C \iff A \subseteq C \wedge B \subseteq C.$$

Розв'язок. ($\Longrightarrow$) З умови $A \cup B \subseteq C$ та імплікацій

$$x \in A \Rightarrow x \in A \vee x \in B \Rightarrow x \in A \cup B \Rightarrow x \in C,$$

і

$$x \in B \Rightarrow x \in A \vee x \in B \Rightarrow x \in A \cup B \Rightarrow x \in C,$$

випливають включення $A \subseteq C$ і $B \subseteq C$, в отже $A \subseteq C \wedge B \subseteq C$.
($\Longleftarrow$) Оскільки $A \subseteq C \wedge B \subseteq C$, то

$$x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \vee x \in B \Rightarrow x \in C \vee x \in C \Rightarrow x \in C.$$

А отже отримуємо, що $A \cup B \subseteq C$.

Приклад 1.9.28

Доведіть, що виконується еквівалентність

$$A \cup B \subseteq C \iff A \subseteq C \wedge B \subseteq C.$$

Розв'язок. ($\Longrightarrow$) З умови $A \cup B \subseteq C$ та імплікацій

$$x \in A \Rightarrow x \in A \vee x \in B \Rightarrow x \in A \cup B \Rightarrow x \in C,$$

і

$$x \in B \Rightarrow x \in A \vee x \in B \Rightarrow x \in A \cup B \Rightarrow x \in C,$$

випливають включення $A \subseteq C$ і $B \subseteq C$, в отже $A \subseteq C \wedge B \subseteq C$.
($\Longleftarrow$) Оскільки $A \subseteq C \wedge B \subseteq C$, то

$$x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \vee x \in B \Rightarrow x \in C \vee x \in C \Rightarrow x \in C.$$

А отже отримуємо, що $A \cup B \subseteq C$.

Приклад 1.9.28

Доведіть, що виконується еквівалентність

$$A \cup B \subseteq C \iff A \subseteq C \wedge B \subseteq C.$$

Розв'язок. ($\Longrightarrow$) З умови $A \cup B \subseteq C$ та імплікацій

$$x \in A \Rightarrow x \in A \vee x \in B \Rightarrow x \in A \cup B \Rightarrow x \in C,$$

і

$$x \in B \Rightarrow x \in A \vee x \in B \Rightarrow x \in A \cup B \Rightarrow x \in C,$$

випливають включення $A \subseteq C$ і $B \subseteq C$, в отже $A \subseteq C \wedge B \subseteq C$.
($\Longleftarrow$) Оскільки $A \subseteq C \wedge B \subseteq C$, то

$$x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \vee x \in B \Rightarrow x \in C \vee x \in C \Rightarrow x \in C.$$

А отже отримуємо, що $A \cup B \subseteq C$.

Приклад 1.9.28

Доведіть, що виконується еквівалентність

$$A \cup B \subseteq C \iff A \subseteq C \wedge B \subseteq C.$$

Розв'язок. ($\Longrightarrow$) З умови $A \cup B \subseteq C$ та імплікацій

$$x \in A \Rightarrow x \in A \vee x \in B \Rightarrow x \in A \cup B \Rightarrow x \in C,$$

і

$$x \in B \Rightarrow x \in A \vee x \in B \Rightarrow x \in A \cup B \Rightarrow x \in C,$$

випливають включення $A \subseteq C$ і $B \subseteq C$, в отже $A \subseteq C \wedge B \subseteq C$.
($\Longleftarrow$) Оскільки $A \subseteq C \wedge B \subseteq C$, то

$$x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \vee x \in B \Rightarrow x \in C \vee x \in C \Rightarrow x \in C.$$

А отже отримуємо, що $A \cup B \subseteq C$.

Приклад 1.9.28

Доведіть, що виконується еквівалентність

$$A \cup B \subseteq C \iff A \subseteq C \wedge B \subseteq C.$$

Розв'язок. ($\Longrightarrow$) З умови $A \cup B \subseteq C$ та імплікацій

$$x \in A \Rightarrow x \in A \vee x \in B \Rightarrow x \in A \cup B \Rightarrow x \in C,$$

і

$$x \in B \Rightarrow x \in A \vee x \in B \Rightarrow x \in A \cup B \Rightarrow x \in C,$$

випливають включення $A \subseteq C$ і $B \subseteq C$, в отже $A \subseteq C \wedge B \subseteq C$.
($\Longleftarrow$) Оскільки $A \subseteq C \wedge B \subseteq C$, то

$$x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \vee x \in B \Rightarrow x \in C \vee x \in C \Rightarrow x \in C.$$

А отже отримуємо, що $A \cup B \subseteq C$.

Приклад 1.9.28

Доведіть, що виконується еквівалентність

$$A \cup B \subseteq C \iff A \subseteq C \wedge B \subseteq C.$$

Розв'язок. $(\Longrightarrow)$ З умови $A \cup B \subseteq C$ та імплікацій

$$x \in A \Rightarrow x \in A \vee x \in B \Rightarrow x \in A \cup B \Rightarrow x \in C,$$

і

$$x \in B \Rightarrow x \in A \vee x \in B \Rightarrow x \in A \cup B \Rightarrow x \in C,$$

випливають включення $A \subseteq C$ і $B \subseteq C$, в отже $A \subseteq C \wedge B \subseteq C$.
$(\Longleftarrow)$ Оскільки $A \subseteq C \wedge B \subseteq C$, то

$$x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \vee x \in B \Rightarrow x \in C \vee x \in C \Rightarrow x \in C.$$

А отже отримуємо, що $A \cup B \subseteq C$.

Приклад 1.9.28

Доведіть, що виконується еквівалентність

$$A \cup B \subseteq C \iff A \subseteq C \wedge B \subseteq C.$$

Розв'язок. ($\Longrightarrow$) З умови $A \cup B \subseteq C$ та імплікацій

$$x \in A \Rightarrow x \in A \vee x \in B \Rightarrow x \in A \cup B \Rightarrow x \in C,$$

і

$$x \in B \Rightarrow x \in A \vee x \in B \Rightarrow x \in A \cup B \Rightarrow x \in C,$$

випливають включення $A \subseteq C$ і $B \subseteq C$, в отже $A \subseteq C \wedge B \subseteq C$.
($\Longleftarrow$) Оскільки $A \subseteq C \wedge B \subseteq C$, то

$$x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \vee x \in B \Rightarrow x \in C \vee x \in C \Rightarrow x \in C.$$

А отже отримуємо, що $A \cup B \subseteq C$.

Приклад 1.9.28

Доведіть, що виконується еквівалентність

$$A \cup B \subseteq C \iff A \subseteq C \land B \subseteq C.$$

Розв'язок. ($\Longrightarrow$) З умови $A \cup B \subseteq C$ та імплікацій

$$x \in A \Rightarrow x \in A \lor x \in B \Rightarrow x \in A \cup B \Rightarrow x \in C,$$

і

$$x \in B \Rightarrow x \in A \lor x \in B \Rightarrow x \in A \cup B \Rightarrow x \in C,$$

випливають включення $A \subseteq C$ і $B \subseteq C$, в отже $A \subseteq C \land B \subseteq C$.
($\Longleftarrow$) Оскільки $A \subseteq C \land B \subseteq C$, то

$$x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \lor x \in B \Rightarrow x \in C \lor x \in C \Rightarrow x \in C.$$

А отже отримуємо, що $A \cup B \subseteq C$.

Приклад 1.9.28

Доведіть, що виконується еквівалентність

$$A \cup B \subseteq C \iff A \subseteq C \wedge B \subseteq C.$$

Розв'язок. ($\Longrightarrow$) З умови $A \cup B \subseteq C$ та імплікацій

$$x \in A \Rightarrow x \in A \vee x \in B \Rightarrow x \in A \cup B \Rightarrow x \in C,$$

і

$$x \in B \Rightarrow x \in A \vee x \in B \Rightarrow x \in A \cup B \Rightarrow x \in C,$$

випливають включення $A \subseteq C$ і $B \subseteq C$, в отже $A \subseteq C \wedge B \subseteq C$.
($\Longleftarrow$) Оскільки $A \subseteq C \wedge B \subseteq C$, то

$$x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \vee x \in B \Rightarrow x \in C \vee x \in C \Rightarrow x \in C.$$

А отже отримуємо, що $A \cup B \subseteq C$.

Приклад 1.9.28

Доведіть, що виконується еквівалентність

$$A \cup B \subseteq C \iff A \subseteq C \land B \subseteq C.$$

Розв'язок. $(\Longrightarrow)$ З умови $A \cup B \subseteq C$ та імплікацій

$$x \in A \;\Rightarrow\; x \in A \lor x \in B \;\Rightarrow\; x \in A \cup B \;\Rightarrow\; x \in C,$$

і

$$x \in B \;\Rightarrow\; x \in A \lor x \in B \;\Rightarrow\; x \in A \cup B \;\Rightarrow\; x \in C,$$

випливають включення $A \subseteq C$ і $B \subseteq C$, в отже $A \subseteq C \land B \subseteq C$.
$(\Longleftarrow)$ Оскільки $A \subseteq C \land B \subseteq C$, то

$$x \in A \cup B \;\Leftrightarrow\; x \in A \lor x \in B \;\Rightarrow\; x \in C \lor x \in C \;\Rightarrow\; x \in C.$$

А отже отримуємо, що $A \cup B \subseteq C$.

Приклад 1.9.28

Доведіть, що виконується еквівалентність

$$A \cup B \subseteq C \iff A \subseteq C \wedge B \subseteq C.$$

Розв'язок. $(\Longrightarrow)$ З умови $A \cup B \subseteq C$ та імплікацій

$$x \in A \Rightarrow x \in A \vee x \in B \Rightarrow x \in A \cup B \Rightarrow x \in C,$$

і

$$x \in B \Rightarrow x \in A \vee x \in B \Rightarrow x \in A \cup B \Rightarrow x \in C,$$

випливають включення $A \subseteq C$ і $B \subseteq C$, в отже $A \subseteq C \wedge B \subseteq C$.

$(\Longleftarrow)$ Оскільки $A \subseteq C \wedge B \subseteq C$, то

$$x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \vee x \in B \Rightarrow x \in C \vee x \in C \Rightarrow x \in C.$$

А отже отримуємо, що $A \cup B \subseteq C$.

Приклад 1.9.28

Доведіть, що виконується еквівалентність

$$A \cup B \subseteq C \iff A \subseteq C \wedge B \subseteq C.$$

Розв'язок. ($\Longrightarrow$) З умови $A \cup B \subseteq C$ та імплікацій

$$x \in A \;\Rightarrow\; x \in A \vee x \in B \;\Rightarrow\; x \in A \cup B \;\Rightarrow\; x \in C,$$

і

$$x \in B \;\Rightarrow\; x \in A \vee x \in B \;\Rightarrow\; x \in A \cup B \;\Rightarrow\; x \in C,$$

випливають включення $A \subseteq C$ і $B \subseteq C$, в отже $A \subseteq C \wedge B \subseteq C$.

($\Longleftarrow$) Оскільки $A \subseteq C \wedge B \subseteq C$, то

$$x \in A \cup B \;\Leftrightarrow\; x \in A \vee x \in B \;\Rightarrow\; x \in C \vee x \in C \;\Rightarrow\; x \in C.$$

А отже отримуємо, що $A \cup B \subseteq C$.

Приклад 1.9.28

Доведіть, що виконується еквівалентність

$$A \cup B \subseteq C \iff A \subseteq C \wedge B \subseteq C.$$

Розв'язок. ($\Longrightarrow$) З умови $A \cup B \subseteq C$ та імплікацій

$$x \in A \Rightarrow x \in A \vee x \in B \Rightarrow x \in A \cup B \Rightarrow x \in C,$$

і

$$x \in B \Rightarrow x \in A \vee x \in B \Rightarrow x \in A \cup B \Rightarrow x \in C,$$

випливають включення $A \subseteq C$ і $B \subseteq C$, в отже $A \subseteq C \wedge B \subseteq C$.
($\Longleftarrow$) Оскільки $A \subseteq C \wedge B \subseteq C$, то

$$x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \vee x \in B \Rightarrow x \in C \vee x \in C \Rightarrow x \in C.$$

А отже отримуємо, що $A \cup B \subseteq C$.

Приклад 1.9.28

Доведіть, що виконується еквівалентність

$$A \cup B \subseteq C \iff A \subseteq C \wedge B \subseteq C.$$

Розв'язок. ($\Longrightarrow$) З умови $A \cup B \subseteq C$ та імплікацій

$$x \in A \Rightarrow x \in A \vee x \in B \Rightarrow x \in A \cup B \Rightarrow x \in C,$$

і

$$x \in B \Rightarrow x \in A \vee x \in B \Rightarrow x \in A \cup B \Rightarrow x \in C,$$

випливають включення $A \subseteq C$ і $B \subseteq C$, в отже $A \subseteq C \wedge B \subseteq C$.
($\Longleftarrow$) Оскільки $A \subseteq C \wedge B \subseteq C$, то

$$x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \vee x \in B \Rightarrow x \in C \vee x \in C \Rightarrow x \in C.$$

А отже отримуємо, що $A \cup B \subseteq C$.

Приклад 1.9.28

Доведіть, що виконується еквівалентність

$$A \cup B \subseteq C \iff A \subseteq C \wedge B \subseteq C.$$

Розв'язок. ($\Longrightarrow$) З умови $A \cup B \subseteq C$ та імплікацій

$$x \in A \Rightarrow x \in A \vee x \in B \Rightarrow x \in A \cup B \Rightarrow x \in C,$$

і

$$x \in B \Rightarrow x \in A \vee x \in B \Rightarrow x \in A \cup B \Rightarrow x \in C,$$

випливають включення $A \subseteq C$ і $B \subseteq C$, в отже $A \subseteq C \wedge B \subseteq C$.
($\Longleftarrow$) Оскільки $A \subseteq C \wedge B \subseteq C$, то

$$x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \vee x \in B \Rightarrow x \in C \vee x \in C \Rightarrow x \in C.$$

А отже отримуємо, що $A \cup B \subseteq C$.

Лекція 9: Операції над множинами

Вправа 1.9.4

Доведіть, що

(a) $A \cap B \subseteq A \subseteq A \cup B$;

(b) $A \setminus B \subseteq A$;

(c) $A \subseteq B \;\Rightarrow\; A \cup C \subseteq B \cup C$;

(d) $A \subseteq B \;\Rightarrow\; A \cap C \subseteq B \cap C$;

(e) $A \subseteq B \;\Rightarrow\; A \setminus C \subseteq B \setminus C$;

(f) $A \subseteq B \;\Rightarrow\; C \setminus B \subseteq C \setminus A$.

Вправа 1.9.4

Доведіть, що

(a) $A \cap B \subseteq A \subseteq A \cup B$;

(b) $A \setminus B \subseteq A$;

(c) $A \subseteq B \;\Rightarrow\; A \cup C \subseteq B \cup C$;

(d) $A \subseteq B \;\Rightarrow\; A \cap C \subseteq B \cap C$;

(e) $A \subseteq B \;\Rightarrow\; A \setminus C \subseteq B \setminus C$;

(f) $A \subseteq B \;\Rightarrow\; C \setminus B \subseteq C \setminus A$.

Вправа 1.9.5

Доведіть теоретико-множинні тотожності:

(a) $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus C$;
(b) $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$;
(c) $A \setminus (A \setminus B) = A \cap B$;
(d) $A \setminus (A \cap B) = A \setminus B$;
(e) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$;
(f) $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$;
(g) $(A \cap B) \setminus C = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$;
(h) $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$;
(i) $A \cap (A^c \cup B) = A \cap B$, якщо A і B — підмножини універсуму $\mathcal{U}$;
(j) $A \cap B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) \cup (A^c \cap B^c)$, якщо A і B — підмножини універсуму $\mathcal{U}$.

Вправа 1.9.5

Доведіть теоретико-множинні тотожності:

(a) $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus C$;

(b) $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$;

(c) $A \setminus (A \setminus B) = A \cap B$;

(d) $A \setminus (A \cap B) = A \setminus B$;

(e) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$;

(f) $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$;

(g) $(A \cap B) \setminus C = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$;

(h) $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$;

(i) $A \cap (A^c \cup B) = A \cap B$, якщо A і B — підмножини універсуму $\mathcal{U}$;

(j) $A \cap B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) \cup (A^c \cap B^c)$, якщо A і B — підмножини універсуму $\mathcal{U}$.

Вправа 1.9.6

Доведіть теоретико-множинні тотожності:

(a) $A \triangle B = B \triangle A$;
(b) $(A \triangle B) \triangle C = A \triangle (B \triangle C)$;
(c) $A \triangle (A \triangle B) = B$;
(d) $(A \triangle B) \triangle (A \cap B) = A \cup B$;
(e) $(A \triangle B) \triangle (A \cup B) = A \cap B$;
(f) $A \setminus (A \triangle B) = A \cap B$;
(g) $A \triangle (A \cap B) = A \setminus B$;
(h) $(A \triangle B) \cap A = A \setminus B$;
(i) $A \triangle \varnothing = A$;
(j) $A \triangle A = \varnothing$;
(k) $A \triangle B = A^c \triangle B^c$, якщо A і B — підмножини універсуму $\mathcal{U}$.

Вправа 1.9.7

Доведіть, що для довільних підмножин A і B універсуму $\mathcal{U}$ виконується еквівалентність

$$A \subseteq B \ \Leftrightarrow\ A \cap B^c = \varnothing.$$

Вправа 1.9.6

Доведіть теоретико-множинні тотожності:

(a) $A \triangle B = B \triangle A$;
(b) $(A \triangle B) \triangle C = A \triangle (B \triangle C)$;
(c) $A \triangle (A \triangle B) = B$;
(d) $(A \triangle B) \triangle (A \cap B) = A \cup B$;
(e) $(A \triangle B) \triangle (A \cup B) = A \cap B$;
(f) $A \setminus (A \triangle B) = A \cap B$;
(g) $A \triangle (A \cap B) = A \setminus B$;
(h) $(A \triangle B) \cap A = A \setminus B$;
(i) $A \triangle \varnothing = A$;
(j) $A \triangle A = \varnothing$;
(k) $A \triangle B = A^c \triangle B^c$, якщо A і B — підмножини універсуму $\mathcal{U}$.

Вправа 1.9.7

Доведіть, що для довільних підмножин A і B універсуму $\mathcal{U}$ виконується еквівалентність

$$A \subseteq B \iff A \cap B^c = \varnothing.$$

Вправа 1.9.6

Доведіть теоретико-множинні тотожності:

(a) $A \triangle B = B \triangle A$;
(b) $(A \triangle B) \triangle C = A \triangle (B \triangle C)$;
(c) $A \triangle (A \triangle B) = B$;
(d) $(A \triangle B) \triangle (A \cap B) = A \cup B$;
(e) $(A \triangle B) \triangle (A \cup B) = A \cap B$;
(f) $A \setminus (A \triangle B) = A \cap B$;
(g) $A \triangle (A \cap B) = A \setminus B$;
(h) $(A \triangle B) \cap A = A \setminus B$;
(i) $A \triangle \varnothing = A$;
(j) $A \triangle A = \varnothing$;
(k) $A \triangle B = A^c \triangle B^c$, якщо A і B — підмножини універсуму $\mathcal{U}$.

Вправа 1.9.7

Доведіть, що для довільних підмножин A і B універсуму $\mathcal{U}$ виконується еквівалентність

$$A \subseteq B \;\Leftrightarrow\; A \cap B^c = \varnothing.$$

Вправа 1.9.6

Доведіть, що для довільних підмножин A, B і C універсуму $\mathcal{U}$ виконуються такі співвідношення:

(a) $A \subseteq B \cap C \;\Leftrightarrow\; A \subseteq B \wedge A \subseteq C$;

(b) $A \cap B \subseteq C \;\Leftrightarrow\; A \subseteq B^c \cup C$;

(c) $A \subseteq B \cup C \;\Leftrightarrow\; A \cap B^c \subseteq C$;

(d) $(A \setminus B) \cup B = A \;\Leftrightarrow\; B \subseteq A$;

(e) $(A \cap B) \cup C = A \cap (B \cup V) \;\Leftrightarrow\; C \subseteq A$;

(f) $A \cup B = A \cap B \;\Leftrightarrow\; A = B$;

(g) $A \triangle B = \varnothing \;\Leftrightarrow\; A = B$;

(h) $A \setminus C \subseteq B \;\Leftrightarrow\; A \cap B^c \subseteq C$;

(i) $A \setminus C \subseteq B \;\Leftrightarrow\; A \subseteq C \cup B$.

Вправа 1.9.6

Доведіть, що для довільних підмножин A, B і C універсуму $\mathcal{U}$ виконуються такі співвідношення:

(a) $A \subseteq B \cap C \Leftrightarrow A \subseteq B \wedge A \subseteq C$;
(b) $A \cap B \subseteq C \Leftrightarrow A \subseteq B^c \cup C$;
(c) $A \subseteq B \cup C \Leftrightarrow A \cap B^c \subseteq C$;
(d) $(A \setminus B) \cup B = A \Leftrightarrow B \subseteq A$;
(e) $(A \cap B) \cup C = A \cap (B \cup V) \Leftrightarrow C \subseteq A$;
(f) $A \cup B = A \cap B \Leftrightarrow A = B$;
(g) $A \triangle B = \varnothing \Leftrightarrow A = B$;
(h) $A \setminus C \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B^c \subseteq C$;
(i) $A \setminus C \subseteq B \Leftrightarrow A \subseteq C \cup B$.

Дякую за увагу!!!