

# Правила виведення в логіці висловлень і численні предикатів

Дискретна математика



## Лекція 7

## Лекція 7: Правила виведення в логіці висловлень і численні предикатів

Розглянемо правила виведення та їх застосування в логіці висловлень. Ці правила обґрунтовують кроки *доведення логічних теорем*, яке полягає в перевірці того, що висновок є логічним наслідком множини гіпотез.

Деякі важливі правила виведення та відповідні їм тавтології наведено в такій таблиці:

Правило виведення	Тавтологія	Назва правила виведення
$p \vdash p \vee q$	$p \Rightarrow (p \vee q)$	введення диз'юнкції
$p \wedge q \vdash p$	$(p \wedge q) \Rightarrow p$	виключення кон'юнкції
$p, q \vdash p \wedge q$	$((p) \wedge (q)) \Rightarrow (p \wedge q)$	введення кон'юнкції
$p, p \Rightarrow q \vdash q$	$(p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow q$	modus ponens
$\bar{q}, p \Rightarrow q \vdash \bar{p}$	$(\bar{q} \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow \bar{p}$	modus tollens
$p \Rightarrow q, q \Rightarrow r \vdash p \Rightarrow r$	$((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$	гіпотетичний силізізм
$p \vee q, \bar{p} \vdash q$	$((p \vee q) \wedge \bar{p}) \Rightarrow q$	диз'юнктивний силізізм
$p \vee q, \bar{p} \vee r \vdash q \vee r$	$((p \vee q) \wedge (\bar{p} \vee r)) \Rightarrow (q \vee r)$	резолуція

Розглянемо правила виведення та їх застосування в логіці висловлень. Ці правила обґрунтовують кроки *доведення логічних теорем*, яке полягає в перевірці того, що висновок є логічним наслідком множини гіпотез.

Деякі важливі правила виведення та відповідні їм тавтології наведено в такій таблиці:

Правило виведення	Тавтологія	Назва правила виведення
$p \vdash p \vee q$	$p \Rightarrow (p \vee q)$	введення диз'юнкції
$p \wedge q \vdash p$	$(p \wedge q) \Rightarrow p$	виключення кон'юнкції
$p, q \vdash p \wedge q$	$((p) \wedge (q)) \Rightarrow (p \wedge q)$	введення кон'юнкції
$p, p \Rightarrow q \vdash q$	$(p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow q$	modus ponens
$\bar{q}, p \Rightarrow q \vdash \bar{p}$	$(\bar{q} \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow \bar{p}$	modus tollens
$p \Rightarrow q, q \Rightarrow r \vdash p \Rightarrow r$	$((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$	гіпотетичний силогізм
$p \vee q, \bar{p} \vdash q$	$((p \vee q) \wedge \bar{p}) \Rightarrow q$	диз'юнктивний силогізм
$p \vee q, \bar{p} \vee r \vdash q \vee r$	$((p \vee q) \wedge (\bar{p} \vee r)) \Rightarrow (q \vee r)$	резолуція

Розглянемо правила виведення та їх застосування в логіці висловлень. Ці правила обґрунтовують кроки *доведення логічних теорем*, яке полягає в перевірці того, що висновок є логічним наслідком множини гіпотез.

Деякі важливі правила виведення та відповідні їм тавтології наведено в такій таблиці:

Правило виведення	Тавтологія	Назва правила виведення
$p \vdash p \vee q$	$p \Rightarrow (p \vee q)$	введення диз'юнкції
$p \wedge q \vdash p$	$(p \wedge q) \Rightarrow p$	виключення кон'юнкції
$p, q \vdash p \wedge q$	$((p) \wedge (q)) \Rightarrow (p \wedge q)$	введення кон'юнкції
$p, p \Rightarrow q \vdash q$	$(p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow q$	modus ponens
$\bar{q}, p \Rightarrow q \vdash \bar{p}$	$(\bar{q} \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow \bar{p}$	modus tollens
$p \Rightarrow q, q \Rightarrow r \vdash p \Rightarrow r$	$((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$	гіпотетичний силлогізм
$p \vee q, \bar{p} \vdash q$	$((p \vee q) \wedge \bar{p}) \Rightarrow q$	диз'юнктивний силлогізм
$p \vee q, \bar{p} \vee r \vdash q \vee r$	$((p \vee q) \wedge (\bar{p} \vee r)) \Rightarrow (q \vee r)$	резолюція

Розглянемо правила виведення та їх застосування в логіці висловлень. Ці правила обґрунтовують кроки *доведення логічних теорем*, яке полягає в перевірці того, що висновок є логічним наслідком множини гіпотез.

Деякі важливі правила виведення та відповідні їм тавтології наведено в такій таблиці:

Правило виведення	Тавтологія	Назва правила виведення
$p \vdash p \vee q$	$p \Rightarrow (p \vee q)$	введення диз'юнкції
$p \wedge q \vdash p$	$(p \wedge q) \Rightarrow p$	виключення кон'юнкції
$p, q \vdash p \wedge q$	$((p) \wedge (q)) \Rightarrow (p \wedge q)$	введення кон'юнкції
$p, p \Rightarrow q \vdash q$	$(p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow q$	modus ponens
$\bar{q}, p \Rightarrow q \vdash \bar{p}$	$(\bar{q} \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow \bar{p}$	modus tollens
$p \Rightarrow q, q \Rightarrow r \vdash p \Rightarrow r$	$((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$	гіпотетичний силогізм
$p \vee q, \bar{p} \vdash q$	$((p \vee q) \wedge \bar{p}) \Rightarrow q$	диз'юнктивний силогізм
$p \vee q, \bar{p} \vee r \vdash q \vee r$	$((p \vee q) \wedge (\bar{p} \vee r)) \Rightarrow (q \vee r)$	резольуція

Розглянемо правила виведення та їх застосування в логіці висловлень. Ці правила обґрунтовують кроки *доведення логічних теорем*, яке полягає в перевірці того, що висновок є логічним наслідком множини гіпотез.

Деякі важливі правила виведення та відповідні їм тавтології наведено в такій таблиці:

Правило виведення	Тавтологія	Назва правила виведення
$p \vdash p \vee q$	$p \Rightarrow (p \vee q)$	введення диз'юнкції
$p \wedge q \vdash p$	$(p \wedge q) \Rightarrow p$	виключення кон'юнкції
$p, q \vdash p \wedge q$	$((p) \wedge (q)) \Rightarrow (p \wedge q)$	введення кон'юнкції
$p, p \Rightarrow q \vdash q$	$(p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow q$	modus ponens
$\bar{q}, p \Rightarrow q \vdash \bar{p}$	$(\bar{q} \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow \bar{p}$	modus tollens
$p \Rightarrow q, q \Rightarrow r \vdash p \Rightarrow r$	$((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$	гіпотетичний силогізм
$p \vee q, \bar{p} \vdash q$	$((p \vee q) \wedge \bar{p}) \Rightarrow q$	диз'юнктивний силогізм
$p \vee q, \bar{p} \vee r \vdash q \vee r$	$((p \vee q) \wedge (\bar{p} \vee r)) \Rightarrow (q \vee r)$	резольуція

Розглянемо правила виведення та їх застосування в логіці висловлень. Ці правила обґрунтовують кроки *доведення логічних теорем*, яке полягає в перевірці того, що висновок є логічним наслідком множини гіпотез.

Деякі важливі правила виведення та відповідні їм тавтології наведено в такій таблиці:

Правило виведення	Тавтологія	Назва правила виведення
$p \vdash p \vee q$	$p \Rightarrow (p \vee q)$	введення диз'юнкції
$p \wedge q \vdash p$	$(p \wedge q) \Rightarrow p$	виключення кон'юнкції
$p, q \vdash p \wedge q$	$((p) \wedge (q)) \Rightarrow (p \wedge q)$	введення кон'юнкції
$p, p \Rightarrow q \vdash q$	$(p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow q$	modus ponens
$\bar{q}, p \Rightarrow q \vdash \bar{p}$	$(\bar{q} \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow \bar{p}$	modus tollens
$p \Rightarrow q, q \Rightarrow r \vdash p \Rightarrow r$	$((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$	гіпотетичний силлогізм
$p \vee q, \bar{p} \vdash q$	$((p \vee q) \wedge \bar{p}) \Rightarrow q$	диз'юнктивний силлогізм
$p \vee q, \bar{p} \vee r \vdash q \vee r$	$((p \vee q) \wedge (\bar{p} \vee r)) \Rightarrow (q \vee r)$	резолуція

Розглянемо правила виведення та їх застосування в логіці висловлень. Ці правила обґрунтовують кроки *доведення логічних теорем*, яке полягає в перевірці того, що висновок є логічним наслідком множини гіпотез.

Деякі важливі правила виведення та відповідні їм тавтології наведено в такій таблиці:

Правило виведення	Тавтологія	Назва правила виведення
$p \vdash p \vee q$	$p \Rightarrow (p \vee q)$	введення диз'юнкції
$p \wedge q \vdash p$	$(p \wedge q) \Rightarrow p$	виключення кон'юнкції
$p, q \vdash p \wedge q$	$((p) \wedge (q)) \Rightarrow (p \wedge q)$	введення кон'юнкції
$p, p \Rightarrow q \vdash q$	$(p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow q$	modus ponens
$\bar{q}, p \Rightarrow q \vdash \bar{p}$	$(\bar{q} \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow \bar{p}$	modus tollens
$p \Rightarrow q, q \Rightarrow r \vdash p \Rightarrow r$	$((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$	гіпотетичний силлогізм
$p \vee q, \bar{p} \vdash q$	$((p \vee q) \wedge \bar{p}) \Rightarrow q$	диз'юнктивний силлогізм
$p \vee q, \bar{p} \vee r \vdash q \vee r$	$((p \vee q) \wedge (\bar{p} \vee r)) \Rightarrow (q \vee r)$	резолуція



Розглянемо деякі важливі правила виведення для формул із кванторами.

*Універсальна конкретизація* — це правило виведення того, що  $P(c)$  істинне для довільного елемента  $c$  з предметної області за умови, що формула  $\forall xP(x)$  істинна. Наприклад універсальну конкретизацію можна використати у випадку, коли з твердження “Всі люди смертні” потрібно дійти висновку “Ленін — смертний”. Тут Ленін — елемент предметної області, яка складається з усіх людей.

*Універсальне узагальнення* — це правило виведення, згідно якого формула  $\forall xP(x)$  істинна, якщо істинне  $P(c)$  для довільного  $c$  з предметної області. Це правило використовується у випадку, коли на підставі істинності  $P(c)$  для кожного елемента  $c$  з предметної області стверджують, що висловлення  $\forall xP(x)$  істинне. Вибраний елемент  $c$  має бути довільним і не конкретизованим. Універсальне узагальнення неявно застосовують у багатьох математичних доведеннях, і рідко згадують явно.

*Екзистенційна конкретизація* — це правило, яке дає змогу дійти висновку про те, що на підставі  $\exists xP(x)$  можна стверджувати, що в предметній області є елемент  $c$ , для якого висловлення  $P(c)$  істинне. Зазвичай про елемент  $c$  відомо лише те, що він існує. З цього випливає, що можна позначити його та продовжити міркування.

Розглянемо деякі важливі правила виведення для формул із кванторами.

*Універсальна конкретизація* — це правило виведення того, що  $P(c)$  істинне для довільного елемента  $c$  з предметної області за умови, що формула  $\forall xP(x)$  істинна. Наприклад універсальну конкретизацію можна використати у випадку, коли з твердження “Всі люди смертні” потрібно дійти висновку “Ленін — смертний”. Тут Ленін — елемент предметної області, яка складається з усіх людей.

*Універсальне узагальнення* — це правило виведення, згідно якого формула  $\forall xP(x)$  істинна, якщо істинне  $P(c)$  для довільного  $c$  з предметної області. Це правило використовується у випадку, коли на підставі істинності  $P(c)$  для кожного елемента  $c$  з предметної області стверджують, що висловлення  $\forall xP(x)$  істинне. Вибраний елемент  $c$  має бути довільним і не конкретизованим. Універсальне узагальнення неявно застосовують у багатьох математичних доведеннях, і рідко згадують явно.

*Екзистенційна конкретизація* — це правило, яке дає змогу дійти висновку про те, що на підставі  $\exists xP(x)$  можна стверджувати, що в предметній області є елемент  $c$ , для якого висловлення  $P(c)$  істинне. Зазвичай про елемент  $c$  відомо лише те, що він існує. З цього випливає, що можна позначити його та продовжити міркування.

Розглянемо деякі важливі правила виведення для формул із кванторами.

*Універсальна конкретизація* — це правило виведення того, що  $P(c)$  істинне для довільного елемента  $c$  з предметної області за умови, що формула  $\forall xP(x)$  істинна. Наприклад універсальну конкретизацію можна використати у випадку, коли з твердження “Всі люди смертні” потрібно дійти висновку “Ленін — смертний”. Тут Ленін — елемент предметної області, яка складається з усіх людей.

*Універсальне узагальнення* — це правило виведення, згідно якого формула  $\forall xP(x)$  істинна, якщо істинне  $P(c)$  для довільного  $c$  з предметної області. Це правило використовується у випадку, коли на підставі істинності  $P(c)$  для кожного елемента  $c$  з предметної області стверджують, що висловлення  $\forall xP(x)$  істинне. Вибраний елемент  $c$  має бути довільним і не конкретизованим. Універсальне узагальнення неявно застосовують у багатьох математичних доведеннях, і рідко згадують явно.

*Екзистенційна конкретизація* — це правило, яке дає змогу дійти висновку про те, що на підставі  $\exists xP(x)$  можна стверджувати, що в предметній області є елемент  $c$ , для якого висловлення  $P(c)$  істинне. Зазвичай про елемент  $c$  відомо лише те, що він існує. З цього випливає, що можна позначити його та продовжити міркування.

Розглянемо деякі важливі правила виведення для формул із кванторами.

*Універсальна конкретизація* — це правило виведення того, що  $P(c)$  істинне для довільного елемента  $c$  з предметної області за умови, що формула  $\forall xP(x)$  істинна. Наприклад універсальну конкретизацію можна використати у випадку, коли з твердження “Всі люди смертні” потрібно дійти висновку “Ленін — смертний”. Тут Ленін — елемент предметної області, яка складається з усіх людей.

*Універсальне узагальнення* — це правило виведення, згідно якого формула  $\forall xP(x)$  істинна, якщо істинне  $P(c)$  для довільного  $c$  з предметної області. Це правило використовується у випадку, коли на підставі істинності  $P(c)$  для кожного елемента  $c$  з предметної області стверджують, що висловлення  $\forall xP(x)$  істинне. Вибраний елемент  $c$  має бути довільним і не конкретизованим. Універсальне узагальнення неявно застосовують у багатьох математичних доведеннях, і рідко згадують явно.

*Екзистенційна конкретизація* — це правило, яке дає змогу дійти висновку про те, що на підставі  $\exists xP(x)$  можна стверджувати, що в предметній області є елемент  $c$ , для якого висловлення  $P(c)$  істинне. Зазвичай про елемент  $c$  відомо лише те, що він існує. З цього випливає, що можна позначити його та продовжити міркування.

Розглянемо деякі важливі правила виведення для формул із кванторами.

**Універсальна конкретизація** — це правило виведення того, що  $P(c)$  істинне для довільного елемента  $c$  з предметної області за умови, що формула  $\forall xP(x)$  істинна. Наприклад універсальну конкретизацію можна використати у випадку, коли з твердження “Всі люди смертні” потрібно дійти висновку “Ленін — смертний”. Тут Ленін — елемент предметної області, яка складається з усіх людей.

**Універсальне узагальнення** — це правило виведення, згідно якого формула  $\forall xP(x)$  істинна, якщо істинне  $P(c)$  для довільного  $c$  з предметної області. Це правило використовується у випадку, коли на підставі істинності  $P(c)$  для кожного елемента  $c$  з предметної області стверджують, що висловлення  $\forall xP(x)$  істинне. Вибраний елемент  $c$  має бути довільним і не конкретизованим. Універсальне узагальнення неявно застосовують у багатьох математичних доведеннях, і рідко згадують явно.

**Екзистенційна конкретизація** — це правило, яке дає змогу дійти висновку про те, що на підставі  $\exists xP(x)$  можна стверджувати, що в предметній області є елемент  $c$ , для якого висловлення  $P(c)$  істинне. Зазвичай про елемент  $c$  відомо лише те, що він існує. З цього випливає, що можна позначити його та продовжити міркування.

Розглянемо деякі важливі правила виведення для формул із кванторами.

**Універсальна конкретизація** — це правило виведення того, що  $P(c)$  істинне для довільного елемента  $c$  з предметної області за умови, що формула  $\forall xP(x)$  істинна. Наприклад універсальну конкретизацію можна використати у випадку, коли з твердження “Всі люди смертні” потрібно дійти висновку “Ленін — смертний”. Тут Ленін — елемент предметної області, яка складається з усіх людей.

**Універсальне узагальнення** — це правило виведення, згідно якого формула  $\forall xP(x)$  істинна, якщо істинне  $P(c)$  для довільного  $c$  з предметної області. Це правило використовується у випадку, коли на підставі істинності  $P(c)$  для кожного елемента  $c$  з предметної області стверджують, що висловлення  $\forall xP(x)$  істинне. Вибраний елемент  $c$  має бути довільним і не конкретизованим. Універсальне узагальнення неявно застосовують у багатьох математичних доведеннях, і рідко згадують явно.

**Екзистенційна конкретизація** — це правило, яке дає змогу дійти висновку про те, що на підставі  $\exists xP(x)$  можна стверджувати, що в предметній області є елемент  $c$ , для якого висловлення  $P(c)$  істинне. Зазвичай про елемент  $c$  відомо лише те, що він існує. З цього випливає, що можна позначити його та продовжити міркування.

Розглянемо деякі важливі правила виведення для формул із кванторами.

*Універсальна конкретизація* — це правило виведення того, що  $P(c)$  істинне для довільного елемента  $c$  з предметної області за умови, що формула  $\forall xP(x)$  істинна. Наприклад універсальну конкретизацію можна використати у випадку, коли з твердження “Всі люди смертні” потрібно дійти висновку “Ленін — смертний”. Тут Ленін — елемент предметної області, яка складається з усіх людей.

*Універсальне узагальнення* — це правило виведення, згідно якого формула  $\forall xP(x)$  істинна, якщо істинне  $P(c)$  для довільного  $c$  з предметної області. Це правило використовується у випадку, коли на підставі істинності  $P(c)$  для кожного елемента  $c$  з предметної області стверджують, що висловлення  $\forall xP(x)$  істинне. Вибраний елемент  $c$  має бути довільним і не конкретизованим. Універсальне узагальнення неявно застосовують у багатьох математичних доведеннях, і рідко згадують явно.

*Екзистенційна конкретизація* — це правило, яке дає змогу дійти висновку про те, що на підставі  $\exists xP(x)$  можна стверджувати, що в предметній області є елемент  $c$ , для якого висловлення  $P(c)$  істинне. Зазвичай про елемент  $c$  відомо лише те, що він існує. З цього випливає, що можна позначити його та продовжити міркування.

Розглянемо деякі важливі правила виведення для формул із кванторами.

*Універсальна конкретизація* — це правило виведення того, що  $P(c)$  істинне для довільного елемента  $c$  з предметної області за умови, що формула  $\forall xP(x)$  істинна. Наприклад універсальну конкретизацію можна використати у випадку, коли з твердження “Всі люди смертні” потрібно дійти висновку “Ленін — смертний”. Тут Ленін — елемент предметної області, яка складається з усіх людей.

*Універсальне узагальнення* — це правило виведення, згідно якого формула  $\forall xP(x)$  істинна, якщо істинне  $P(c)$  для довільного  $c$  з предметної області. Це правило використовується у випадку, коли на підставі істинності  $P(c)$  для кожного елемента  $c$  з предметної області стверджують, що висловлення  $\forall xP(x)$  істинне. Вибраний елемент  $c$  має бути довільним і не конкретизованим. Універсальне узагальнення неявно застосовують у багатьох математичних доведеннях, і рідко згадують явно.

*Екзистенційна конкретизація* — це правило, яке дає змогу дійти висновку про те, що на підставі  $\exists xP(x)$  можна стверджувати, що в предметній області є елемент  $c$ , для якого висловлення  $P(c)$  істинне. Зазвичай про елемент  $c$  відомо лише те, що він існує. З цього випливає, що можна позначити його та продовжити міркування.



Розглянемо деякі важливі правила виведення для формул із кванторами.

**Універсальна конкретизація** — це правило виведення того, що  $P(c)$  істинне для довільного елемента  $c$  з предметної області за умови, що формула  $\forall xP(x)$  істинна. Наприклад універсальну конкретизацію можна використати у випадку, коли з твердження “Всі люди смертні” потрібно дійти висновку “Ленін — смертний”. Тут Ленін — елемент предметної області, яка складається з усіх людей.

**Універсальне узагальнення** — це правило виведення, згідно якого формула  $\forall xP(x)$  істинна, якщо істинне  $P(c)$  для довільного  $c$  з предметної області. Це правило використовується у випадку, коли на підставі істинності  $P(c)$  для кожного елемента  $c$  з предметної області стверджують, що висловлення  $\forall xP(x)$  істинне. Вибраний елемент  $c$  має бути довільним і не конкретизованим. Універсальне узагальнення неявно застосовують у багатьох математичних доведеннях, і рідко згадують явно.

**Екзистенційна конкретизація** — це правило, яке дає змогу дійти висновку про те, що на підставі  $\exists xP(x)$  можна стверджувати, що в предметній області є елемент  $c$ , для якого висловлення  $P(c)$  істинне. Зазвичай про елемент  $c$  відомо лише те, що він існує. З цього випливає, що можна позначити його та продовжити міркування.

Розглянемо деякі важливі правила виведення для формул із кванторами.

**Універсальна конкретизація** — це правило виведення того, що  $P(c)$  істинне для довільного елемента  $c$  з предметної області за умови, що формула  $\forall xP(x)$  істинна. Наприклад універсальну конкретизацію можна використати у випадку, коли з твердження “Всі люди смертні” потрібно дійти висновку “Ленін — смертний”. Тут Ленін — елемент предметної області, яка складається з усіх людей.

**Універсальне узагальнення** — це правило виведення, згідно якого формула  $\forall xP(x)$  істинна, якщо істинне  $P(c)$  для довільного  $c$  з предметної області. Це правило використовується у випадку, коли на підставі істинності  $P(c)$  для кожного елемента  $c$  з предметної області стверджують, що висловлення  $\forall xP(x)$  істинне. Вибраний елемент  $c$  має бути довільним і не конкретизованим. Універсальне узагальнення неявно застосовують у багатьох математичних доведеннях, і рідко згадують явно.

**Екзистенційна конкретизація** — це правило, яке дає змогу дійти висновку про те, що на підставі  $\exists xP(x)$  можна стверджувати, що в предметній області є елемент  $c$ , для якого висловлення  $P(c)$  істинне. Зазвичай про елемент  $c$  відомо лише те, що він існує. З цього випливає, що можна позначити його та продовжити міркування.

Розглянемо деякі важливі правила виведення для формул із кванторами.

*Універсальна конкретизація* — це правило виведення того, що  $P(c)$  істинне для довільного елемента  $c$  з предметної області за умови, що формула  $\forall xP(x)$  істинна. Наприклад універсальну конкретизацію можна використати у випадку, коли з твердження “Всі люди смертні” потрібно дійти висновку “Ленін — смертний”. Тут Ленін — елемент предметної області, яка складається з усіх людей.

*Універсальне узагальнення* — це правило виведення, згідно якого формула  $\forall xP(x)$  істинна, якщо істинне  $P(c)$  для довільного  $c$  з предметної області. Це правило використовується у випадку, коли на підставі істинності  $P(c)$  для кожного елемента  $c$  з предметної області стверджують, що висловлення  $\forall xP(x)$  істинне. Вибраний елемент  $c$  має бути довільним і не конкретизованим. Універсальне узагальнення неявно застосовують у багатьох математичних доведеннях, і рідко згадують явно.

*Екзистенційна конкретизація* — це правило, яке дає змогу дійти висновку про те, що на підставі  $\exists xP(x)$  можна стверджувати, що в предметній області є елемент  $c$ , для якого висловлення  $P(c)$  істинне. Зазвичай про елемент  $c$  відомо лише те, що він існує. З цього випливає, що можна позначити його та продовжити міркування.

Розглянемо деякі важливі правила виведення для формул із кванторами.

*Універсальна конкретизація* — це правило виведення того, що  $P(c)$  істинне для довільного елемента  $c$  з предметної області за умови, що формула  $\forall xP(x)$  істинна. Наприклад універсальну конкретизацію можна використати у випадку, коли з твердження “Всі люди смертні” потрібно дійти висновку “Ленін — смертний”. Тут Ленін — елемент предметної області, яка складається з усіх людей.

*Універсальне узагальнення* — це правило виведення, згідно якого формула  $\forall xP(x)$  істинна, якщо істинне  $P(c)$  для довільного  $c$  з предметної області. Це правило використовується у випадку, коли на підставі істинності  $P(c)$  для кожного елемента  $c$  з предметної області стверджують, що висловлення  $\forall xP(x)$  істинне. Вибраний елемент  $c$  має бути довільним і не конкретизованим. Універсальне узагальнення неявно застосовують у багатьох математичних доведеннях, і рідко згадують явно.

*Екзистенційна конкретизація* — це правило, яке дає змогу дійти висновку про те, що на підставі  $\exists xP(x)$  можна стверджувати, що в предметній області є елемент  $c$ , для якого висловлення  $P(c)$  істинне. Зазвичай про елемент  $c$  відомо лише те, що він існує. З цього випливає, що можна позначити його та продовжити міркування.

Розглянемо деякі важливі правила виведення для формул із кванторами.

**Універсальна конкретизація** — це правило виведення того, що  $P(c)$  істинне для довільного елемента  $c$  з предметної області за умови, що формула  $\forall xP(x)$  істинна. Наприклад універсальну конкретизацію можна використати у випадку, коли з твердження “Всі люди смертні” потрібно дійти висновку “Ленін — смертний”. Тут Ленін — елемент предметної області, яка складається з усіх людей.

**Універсальне узагальнення** — це правило виведення, згідно якого формула  $\forall xP(x)$  істинна, якщо істинне  $P(c)$  для довільного  $c$  з предметної області. Це правило використовується у випадку, коли на підставі істинності  $P(c)$  для кожного елемента  $c$  з предметної області стверджують, що висловлення  $\forall xP(x)$  істинне. Вибраний елемент  $c$  має бути довільним і не конкретизованим. Універсальне узагальнення неявно застосовують у багатьох математичних доведеннях, і рідко згадують явно.

**Екзистенційна конкретизація** — це правило, яке дає змогу дійти висновку про те, що на підставі  $\exists xP(x)$  можна стверджувати, що в предметній області є елемент  $c$ , для якого висловлення  $P(c)$  істинне. Зазвичай про елемент  $c$  відомо лише те, що він існує. З цього випливає, що можна позначити його та продовжити міркування.

Розглянемо деякі важливі правила виведення для формул із кванторами.

*Універсальна конкретизація* — це правило виведення того, що  $P(c)$  істинне для довільного елемента  $c$  з предметної області за умови, що формула  $\forall xP(x)$  істинна. Наприклад універсальну конкретизацію можна використати у випадку, коли з твердження “Всі люди смертні” потрібно дійти висновку “Ленін — смертний”. Тут Ленін — елемент предметної області, яка складається з усіх людей.

*Універсальне узагальнення* — це правило виведення, згідно якого формула  $\forall xP(x)$  істинна, якщо істинне  $P(c)$  для довільного  $c$  з предметної області. Це правило використовується у випадку, коли на підставі істинності  $P(c)$  для кожного елемента  $c$  з предметної області стверджують, що висловлення  $\forall xP(x)$  істинне. Вибраний елемент  $c$  має бути довільним і не конкретизованим. Універсальне узагальнення неявно застосовують у багатьох математичних доведеннях, і рідко згадують явно.

*Екзистенційна конкретизація* — це правило, яке дає змогу дійти висновку про те, що на підставі  $\exists xP(x)$  можна стверджувати, що в предметній області є елемент  $c$ , для якого висловлення  $P(c)$  істинне. Зазвичай про елемент  $c$  відомо лише те, що він існує. З цього випливає, що можна позначити його та продовжити міркування.

Розглянемо деякі важливі правила виведення для формул із кванторами.

**Універсальна конкретизація** — це правило виведення того, що  $P(c)$  істинне для довільного елемента  $c$  з предметної області за умови, що формула  $\forall xP(x)$  істинна. Наприклад універсальну конкретизацію можна використати у випадку, коли з твердження “Всі люди смертні” потрібно дійти висновку “Ленін — смертний”. Тут Ленін — елемент предметної області, яка складається з усіх людей.

**Універсальне узагальнення** — це правило виведення, згідно якого формула  $\forall xP(x)$  істинна, якщо істинне  $P(c)$  для довільного  $c$  з предметної області. Це правило використовується у випадку, коли на підставі істинності  $P(c)$  для кожного елемента  $c$  з предметної області стверджують, що висловлення  $\forall xP(x)$  істинне. Вибраний елемент  $c$  має бути довільним і не конкретизованим. Універсальне узагальнення неявно застосовують у багатьох математичних доведеннях, і рідко згадують явно.

**Екзистенційна конкретизація** — це правило, яке дає змогу дійти висновку про те, що на підставі  $\exists xP(x)$  можна стверджувати, що в предметній області є елемент  $c$ , для якого висловлення  $P(c)$  істинне. Зазвичай про елемент  $c$  відомо лише те, що він існує. З цього випливає, що можна позначити його та продовжити міркування.

Розглянемо деякі важливі правила виведення для формул із кванторами.

*Універсальна конкретизація* — це правило виведення того, що  $P(c)$  істинне для довільного елемента  $c$  з предметної області за умови, що формула  $\forall xP(x)$  істинна. Наприклад універсальну конкретизацію можна використати у випадку, коли з твердження “Всі люди смертні” потрібно дійти висновку “Ленін — смертний”. Тут Ленін — елемент предметної області, яка складається з усіх людей.

*Універсальне узагальнення* — це правило виведення, згідно якого формула  $\forall xP(x)$  істинна, якщо істинне  $P(c)$  для довільного  $c$  з предметної області. Це правило використовується у випадку, коли на підставі істинності  $P(c)$  для кожного елемента  $c$  з предметної області стверджують, що висловлення  $\forall xP(x)$  істинне. Вибраний елемент  $c$  має бути довільним і не конкретизованим. Універсальне узагальнення неявно застосовують у багатьох математичних доведеннях, і рідко згадують явно.

*Екзистенційна конкретизація* — це правило, яке дає змогу дійти висновку про те, що на підставі  $\exists xP(x)$  можна стверджувати, що в предметній області є елемент  $c$ , для якого висловлення  $P(c)$  істинне. Зазвичай про елемент  $c$  відомо лише те, що він існує. З цього випливає, що можна позначити його та продовжити міркування.



Розглянемо деякі важливі правила виведення для формул із кванторами.

*Універсальна конкретизація* — це правило виведення того, що  $P(c)$  істинне для довільного елемента  $c$  з предметної області за умови, що формула  $\forall xP(x)$  істинна. Наприклад універсальну конкретизацію можна використати у випадку, коли з твердження “Всі люди смертні” потрібно дійти висновку “Ленін — смертний”. Тут Ленін — елемент предметної області, яка складається з усіх людей.

*Універсальне узагальнення* — це правило виведення, згідно якого формула  $\forall xP(x)$  істинна, якщо істинне  $P(c)$  для довільного  $c$  з предметної області. Це правило використовується у випадку, коли на підставі істинності  $P(c)$  для кожного елемента  $c$  з предметної області стверджують, що висловлення  $\forall xP(x)$  істинне. Вибраний елемент  $c$  має бути довільним і не конкретизованим. Універсальне узагальнення неявно застосовують у багатьох математичних доведеннях, і рідко згадують явно.

*Екзистенційна конкретизація* — це правило, яке дає змогу дійти висновку про те, що на підставі  $\exists xP(x)$  можна стверджувати, що в предметній області є елемент  $c$ , для якого висловлення  $P(c)$  істинне. Зазвичай про елемент  $c$  відомо лише те, що він існує. З цього випливає, що можна позначити його та продовжити міркування.

Розглянемо деякі важливі правила виведення для формул із кванторами.

**Універсальна конкретизація** — це правило виведення того, що  $P(c)$  істинне для довільного елемента  $c$  з предметної області за умови, що формула  $\forall xP(x)$  істинна. Наприклад універсальну конкретизацію можна використати у випадку, коли з твердження “Всі люди смертні” потрібно дійти висновку “Ленін — смертний”. Тут Ленін — елемент предметної області, яка складається з усіх людей.

**Універсальне узагальнення** — це правило виведення, згідно якого формула  $\forall xP(x)$  істинна, якщо істинне  $P(c)$  для довільного  $c$  з предметної області. Це правило використовується у випадку, коли на підставі істинності  $P(c)$  для кожного елемента  $c$  з предметної області стверджують, що висловлення  $\forall xP(x)$  істинне. Вибраний елемент  $c$  має бути довільним і не конкретизованим. Універсальне узагальнення неявно застосовують у багатьох математичних доведеннях, і рідко згадують явно.

**Екзистенційна конкретизація** — це правило, яке дає змогу дійти висновку про те, що на підставі  $\exists xP(x)$  можна стверджувати, що в предметній області є елемент  $c$ , для якого висловлення  $P(c)$  істинне. Зазвичай про елемент  $c$  відомо лише те, що він існує. З цього випливає, що можна позначити його та продовжити міркування.

Розглянемо деякі важливі правила виведення для формул із кванторами.

**Універсальна конкретизація** — це правило виведення того, що  $P(c)$  істинне для довільного елемента  $c$  з предметної області за умови, що формула  $\forall xP(x)$  істинна. Наприклад універсальну конкретизацію можна використати у випадку, коли з твердження “Всі люди смертні” потрібно дійти висновку “Ленін — смертний”. Тут Ленін — елемент предметної області, яка складається з усіх людей.

**Універсальне узагальнення** — це правило виведення, згідно якого формула  $\forall xP(x)$  істинна, якщо істинне  $P(c)$  для довільного  $c$  з предметної області. Це правило використовується у випадку, коли на підставі істинності  $P(c)$  для кожного елемента  $c$  з предметної області стверджують, що висловлення  $\forall xP(x)$  істинне. Вибраний елемент  $c$  має бути довільним і не конкретизованим. Універсальне узагальнення неявно застосовують у багатьох математичних доведеннях, і рідко згадують явно.

**Екзистенційна конкретизація** — це правило, яке дає змогу дійти висновку про те, що на підставі  $\exists xP(x)$  можна стверджувати, що в предметній області є елемент  $c$ , для якого висловлення  $P(c)$  істинне. Зазвичай про елемент  $c$  відомо лише те, що він існує. З цього випливає, що можна позначити його та продовжити міркування.

Розглянемо деякі важливі правила виведення для формул із кванторами.

**Універсальна конкретизація** — це правило виведення того, що  $P(c)$  істинне для довільного елемента  $c$  з предметної області за умови, що формула  $\forall xP(x)$  істинна. Наприклад універсальну конкретизацію можна використати у випадку, коли з твердження “Всі люди смертні” потрібно дійти висновку “Ленін — смертний”. Тут Ленін — елемент предметної області, яка складається з усіх людей.

**Універсальне узагальнення** — це правило виведення, згідно якого формула  $\forall xP(x)$  істинна, якщо істинне  $P(c)$  для довільного  $c$  з предметної області. Це правило використовується у випадку, коли на підставі істинності  $P(c)$  для кожного елемента  $c$  з предметної області стверджують, що висловлення  $\forall xP(x)$  істинне. Вибраний елемент  $c$  має бути довільним і не конкретизованим. Універсальне узагальнення неявно застосовують у багатьох математичних доведеннях, і рідко згадують явно.

**Екзистенційна конкретизація** — це правило, яке дає змогу дійти висновку про те, що на підставі  $\exists xP(x)$  можна стверджувати, що в предметній області є елемент  $c$ , для якого висловлення  $P(c)$  істинне. Зазвичай про елемент  $c$  відомо лише те, що він існує. З цього випливає, що можна позначити його та продовжити міркування.

Розглянемо деякі важливі правила виведення для формул із кванторами.

**Універсальна конкретизація** — це правило виведення того, що  $P(c)$  істинне для довільного елемента  $c$  з предметної області за умови, що формула  $\forall xP(x)$  істинна. Наприклад універсальну конкретизацію можна використати у випадку, коли з твердження “Всі люди смертні” потрібно дійти висновку “Ленін — смертний”. Тут Ленін — елемент предметної області, яка складається з усіх людей.

**Універсальне узагальнення** — це правило виведення, згідно якого формула  $\forall xP(x)$  істинна, якщо істинне  $P(c)$  для довільного  $c$  з предметної області. Це правило використовується у випадку, коли на підставі істинності  $P(c)$  для кожного елемента  $c$  з предметної області стверджують, що висловлення  $\forall xP(x)$  істинне. Вибраний елемент  $c$  має бути довільним і не конкретизованим. Універсальне узагальнення неявно застосовують у багатьох математичних доведеннях, і рідко згадують явно.

**Екзистенційна конкретизація** — це правило, яке дає змогу дійти висновку про те, що на підставі  $\exists xP(x)$  можна стверджувати, що в предметній області є елемент  $c$ , для якого висловлення  $P(c)$  істинне. Зазвичай про елемент  $c$  відомо лише те, що він існує. З цього випливає, що можна позначити його та продовжити міркування.

Розглянемо деякі важливі правила виведення для формул із кванторами.

**Універсальна конкретизація** — це правило виведення того, що  $P(c)$  істинне для довільного елемента  $c$  з предметної області за умови, що формула  $\forall xP(x)$  істинна. Наприклад універсальну конкретизацію можна використати у випадку, коли з твердження “Всі люди смертні” потрібно дійти висновку “Ленін — смертний”. Тут Ленін — елемент предметної області, яка складається з усіх людей.

**Універсальне узагальнення** — це правило виведення, згідно якого формула  $\forall xP(x)$  істинна, якщо істинне  $P(c)$  для довільного  $c$  з предметної області. Це правило використовується у випадку, коли на підставі істинності  $P(c)$  для кожного елемента  $c$  з предметної області стверджують, що висловлення  $\forall xP(x)$  істинне. Вибраний елемент  $c$  має бути довільним і не конкретизованим. Універсальне узагальнення неявно застосовують у багатьох математичних доведеннях, і рідко згадують явно.

**Екзистенційна конкретизація** — це правило, яке дає змогу дійти висновку про те, що на підставі  $\exists xP(x)$  можна стверджувати, що в предметній області є елемент  $c$ , для якого висловлення  $P(c)$  істинне. Зазвичай про елемент  $c$  відомо лише те, що він існує. З цього випливає, що можна позначити його та продовжити міркування.

Розглянемо деякі важливі правила виведення для формул із кванторами.

**Універсальна конкретизація** — це правило виведення того, що  $P(c)$  істинне для довільного елемента  $c$  з предметної області за умови, що формула  $\forall xP(x)$  істинна. Наприклад універсальну конкретизацію можна використати у випадку, коли з твердження “Всі люди смертні” потрібно дійти висновку “Ленін — смертний”. Тут Ленін — елемент предметної області, яка складається з усіх людей.

**Універсальне узагальнення** — це правило виведення, згідно якого формула  $\forall xP(x)$  істинна, якщо істинне  $P(c)$  для довільного  $c$  з предметної області. Це правило використовується у випадку, коли на підставі істинності  $P(c)$  для кожного елемента  $c$  з предметної області стверджують, що висловлення  $\forall xP(x)$  істинне. Вибраний елемент  $c$  має бути довільним і не конкретизованим. Універсальне узагальнення неявно застосовують у багатьох математичних доведеннях, і рідко згадують явно.

**Екзистенційна конкретизація** — це правило, яке дає змогу дійти висновку про те, що на підставі  $\exists xP(x)$  можна стверджувати, що в предметній області є елемент  $c$ , для якого висловлення  $P(c)$  істинне. Зазвичай про елемент  $c$  відомо лише те, що він існує. З цього випливає, що можна позначити його та продовжити міркування.

*Екзистенційне узагальнення* — це правило виведення, яке використовується для того, щоб на підставі істинності  $P(c)$  на деякому елементі  $c$  з предметної області дійти до висновку, що  $\exists xP(x)$  істинне.

Правила виведення в численні предикатів зазначено в такій таблиці:

	Правило виведення	Назва
1.	$\forall xP(x) \vdash P(c)$	універсальна конкретизація
2.	$P(c) \vdash \forall xP(x)$	універсальне узагальнення
3.	$\exists xP(x) \vdash P(c)$	екзистенційна конкретизація
4.	$P(c) \vdash \exists xP(x)$	екзистенційне узагальнення

У правилах 1 і 2 елемент  $c$  предметної області довільний, а в правилах 3 та 4 в предметній області має бути принаймні один такий елемент.



**Екзистенційне узагальнення** — це правило виведення, яке використовується для того, щоб на підставі істинності  $P(c)$  на деякому елементі  $c$  з предметної області дійти до висновку, що  $\exists xP(x)$  істинне.

Правила виведення в численні предикатів зазначено в такій таблиці:

	Правило виведення	Назва
1.	$\forall xP(x) \vdash P(c)$	універсальна конкретизація
2.	$P(c) \vdash \forall xP(x)$	універсальне узагальнення
3.	$\exists xP(x) \vdash P(c)$	екзистенційна конкретизація
4.	$P(c) \vdash \exists xP(x)$	екзистенційне узагальнення

У правилах 1 і 2 елемент  $c$  предметної області довільний, а в правилах 3 та 4 в предметній області має бути принаймні один такий елемент.

**Екзистенційне узагальнення** — це правило виведення, яке використовується для того, щоб на підставі істинності  $P(c)$  на деякому елементі  $c$  з предметної області дійти до висновку, що  $\exists xP(x)$  істинне.

Правила виведення в численні предикатів зазначено в такій таблиці:

	Правило виведення	Назва
1.	$\forall xP(x) \vdash P(c)$	універсальна конкретизація
2.	$P(c) \vdash \forall xP(x)$	універсальне узагальнення
3.	$\exists xP(x) \vdash P(c)$	екзистенційна конкретизація
4.	$P(c) \vdash \exists xP(x)$	екзистенційне узагальнення

У правилах 1 і 2 елемент  $c$  предметної області довільний, а в правилах 3 та 4 в предметній області має бути принаймні один такий елемент.

**Екзистенційне узагальнення** — це правило виведення, яке використовується для того, щоб на підставі істинності  $P(c)$  на деякому елементі  $c$  з предметної області дійти до висновку, що  $\exists xP(x)$  істинне.

Правила виведення в численні предикатів зазначено в такій таблиці:

	Правило виведення	Назва
1.	$\forall xP(x) \vdash P(c)$	універсальна конкретизація
2.	$P(c) \vdash \forall xP(x)$	універсальне узагальнення
3.	$\exists xP(x) \vdash P(c)$	екзистенційна конкретизація
4.	$P(c) \vdash \exists xP(x)$	екзистенційне узагальнення

У правилах 1 і 2 елемент  $c$  предметної області довільний, а в правилах 3 та 4 в предметній області має бути принаймні один такий елемент.

**Екзистенційне узагальнення** — це правило виведення, яке використовується для того, щоб на підставі істинності  $P(c)$  на деякому елементі  $c$  з предметної області дійти до висновку, що  $\exists xP(x)$  істинне.

Правила виведення в численні предикатів зазначено в такій таблиці:

	Правило виведення	Назва
1.	$\forall xP(x) \vdash P(c)$	універсальна конкретизація
2.	$P(c) \vdash \forall xP(x)$	універсальне узагальнення
3.	$\exists xP(x) \vdash P(c)$	екзистенційна конкретизація
4.	$P(c) \vdash \exists xP(x)$	екзистенційне узагальнення

У правилах 1 і 2 елемент  $c$  предметної області довільний, а в правилах 3 та 4 в предметній області має бути принаймні один такий елемент.

**Екзистенційне узагальнення** — це правило виведення, яке використовується для того, щоб на підставі істинності  $P(c)$  на деякому елементі  $c$  з предметної області дійти до висновку, що  $\exists xP(x)$  істинне.

Правила виведення в численні предикатів зазначено в такій таблиці:

	Правило виведення	Назва
1.	$\forall xP(x) \vdash P(c)$	універсальна конкретизація
2.	$P(c) \vdash \forall xP(x)$	універсальне узагальнення
3.	$\exists xP(x) \vdash P(c)$	екзистенційна конкретизація
4.	$P(c) \vdash \exists xP(x)$	екзистенційне узагальнення

У правилах 1 і 2 елемент  $c$  предметної області довільний, а в правилах 3 та 4 в предметній області має бути принаймні один такий елемент.

*Екзистенційне узагальнення* — це правило виведення, яке використовується для того, щоб на підставі істинності  $P(c)$  на деякому елементі  $c$  з предметної області дійти до висновку, що  $\exists xP(x)$  істинне.

Правила виведення в численні предикатів зазначено в такій таблиці:

	Правило виведення	Назва
1.	$\forall xP(x) \vdash P(c)$	універсальна конкретизація
2.	$P(c) \vdash \forall xP(x)$	універсальне узагальнення
3.	$\exists xP(x) \vdash P(c)$	екзистенційна конкретизація
4.	$P(c) \vdash \exists xP(x)$	екзистенційне узагальнення

У правилах 1 і 2 елемент  $c$  предметної області довільний, а в правилах 3 та 4 в предметній області має бути принаймні один такий елемент.

*Екзистенційне узагальнення* — це правило виведення, яке використовується для того, щоб на підставі істинності  $P(c)$  на деякому елементі  $c$  з предметної області дійти до висновку, що  $\exists xP(x)$  істинне.

Правила виведення в численні предикатів зазначено в такій таблиці:

	Правило виведення	Назва
1.	$\forall xP(x) \vdash P(c)$	універсальна конкретизація
2.	$P(c) \vdash \forall xP(x)$	універсальне узагальнення
3.	$\exists xP(x) \vdash P(c)$	екзистенційна конкретизація
4.	$P(c) \vdash \exists xP(x)$	екзистенційне узагальнення

У правилах 1 і 2 елемент  $c$  предметної області довільний, а в правилах 3 та 4 в предметній області має бути принаймні один такий елемент.

*Екзистенційне узагальнення* — це правило виведення, яке використовується для того, щоб на підставі істинності  $P(c)$  на деякому елементі  $c$  з предметної області дійти до висновку, що  $\exists xP(x)$  істинне.

Правила виведення в численні предикатів зазначено в такій таблиці:

	Правило виведення	Назва
1.	$\forall xP(x) \vdash P(c)$	універсальна конкретизація
2.	$P(c) \vdash \forall xP(x)$	універсальне узагальнення
3.	$\exists xP(x) \vdash P(c)$	екзистенційна конкретизація
4.	$P(c) \vdash \exists xP(x)$	екзистенційне узагальнення

У правилах 1 і 2 елемент  $c$  предметної області довільний, а в правилах 3 та 4 в предметній області має бути принаймні один такий елемент.



*Екзистенційне узагальнення* — це правило виведення, яке використовується для того, щоб на підставі істинності  $P(c)$  на деякому елементі  $c$  з предметної області дійти до висновку, що  $\exists xP(x)$  істинне.

Правила виведення в численні предикатів зазначено в такій таблиці:

	Правило виведення	Назва
1.	$\forall xP(x) \vdash P(c)$	універсальна конкретизація
2.	$P(c) \vdash \forall xP(x)$	універсальне узагальнення
3.	$\exists xP(x) \vdash P(c)$	екзистенційна конкретизація
4.	$P(c) \vdash \exists xP(x)$	екзистенційне узагальнення

У правилах 1 і 2 елемент  $c$  предметної області довільний, а в правилах 3 та 4 в предметній області має бути принаймні один такий елемент.

Дякую за увагу!!!