Обчислювальна геометрія і алгебра

Олег Гутік

Лекція 37: Подібність

Подібність

Означення 2.3.1

Бієктивне відображення $S\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ називається *перетворенням подібності*, або просто *подібністю*, якщо

$$\left|\overrightarrow{S(\boldsymbol{p})S(\boldsymbol{q})}\right| = r\,\left|\overrightarrow{\boldsymbol{p}\boldsymbol{q}}\right|$$

для довільних $\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q} \in \mathbb{R}^n$ і деякого фіксовнано дійсного додатнього числа r.

Очевидно, що рухи є подібними перетвореннями, оскільки вони відповідають випадку, коли $r = 1$ в означенні. З іншого боку, відображення, визначене за формулою

$$S(\boldsymbol{p}) = \sqrt{10}\cdot\boldsymbol{p}$$

є подібністю, але не є рухом. Фактично, S є прикладом простого, але важливого класу подібності.

Означення 2.3.2

Відображення $R\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ вигляду $R(\boldsymbol{p}) = r\,\boldsymbol{p}$, де $r > 0$, називається *радіальним перетворенням*.

Подібність

Означення 2.3.1

Бієктивне відображення $S\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ називається *перетворенням подібності*, або просто *подібністю*, якщо

$$\left|\overrightarrow{S(\boldsymbol{p})S(\boldsymbol{q})}\right| = r\,\left|\overrightarrow{\boldsymbol{p}\boldsymbol{q}}\right|$$

для довільних $\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q} \in \mathbb{R}^n$ і деякого фіксовнано дійсного додатнього числа r.

Очевидно, що рухи є подібними перетвореннями, оскільки вони відповідають випадку, коли $r = 1$ в означенні. З іншого боку, відображення, визначене за формулою

$$S(\boldsymbol{p}) = \sqrt{10}\cdot\boldsymbol{p}$$

є подібністю, але не є рухом. Фактично, S є прикладом простого, але важливого класу подібності.

Означення 2.3.2

Відображення $R\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ вигляду $R(\boldsymbol{p}) = r\,\boldsymbol{p}$, де $r > 0$, називається *радіальним перетворенням*.

Подібність

Означення 2.3.1

Бієктивне відображення $S\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ називається *перетворенням подібності*, або просто *подібністю*, якщо

$$\left|\overrightarrow{S(\boldsymbol{p})S(\boldsymbol{q})}\right| = r\,\left|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\right|$$

для довільних $\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q} \in \mathbb{R}^n$ і деякого фіксовнано дійсного додатнього числа r.

Очевидно, що рухи є подібними перетвореннями, оскільки вони відповідають випадку, коли $r = 1$ в означенні. З іншого боку, відображення, визначене за формулою

$$S(\boldsymbol{p}) = \sqrt{10} \cdot \boldsymbol{p}$$

є подібністю, але не є рухом. Фактично, S є прикладом простого, але важливого класу подібності.

Означення 2.3.2

Відображення $R\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ вигляду $R(\boldsymbol{p}) = r\,\boldsymbol{p}$, де $r > 0$, називається *радіальним перетворенням*.

Подібність

Означення 2.3.1

Бієктивне відображення $S\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ називається *перетворенням подібності*, або просто *подібністю*, якщо

$$\left|\overrightarrow{S(\boldsymbol{p})S(\boldsymbol{q})}\right| = r\,\left|\overrightarrow{\boldsymbol{p}\boldsymbol{q}}\right|$$

для довільних $\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q} \in \mathbb{R}^n$ і деякого фіксовнано дійсного додатнього числа r.

Очевидно, що рухи є подібними перетвореннями, оскільки вони відповідають випадку, коли $r = 1$ в означенні. З іншого боку, відображення, визначене за формулою

$$S(\boldsymbol{p}) = \sqrt{10}\cdot \boldsymbol{p}$$

є подібністю, але не є рухом. Фактично, S є прикладом простого, але важливого класу подібності.

Означення 2.3.2

Відображення $R\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ вигляду $R(\boldsymbol{p}) = r\,\boldsymbol{p}$, де $r > 0$, називається *радіальним перетворенням*.

Подібність

Означення 2.3.1

Бієктивне відображення $S\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ називається *перетворенням подібності*, або просто *подібністю*, якщо

$$\left|\overrightarrow{S(\boldsymbol{p})S(\boldsymbol{q})}\right| = r\,\left|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\right|$$

для довільних $\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q} \in \mathbb{R}^n$ і деякого фіксовнано дійсного додатнього числа r.

Очевидно, що рухи є подібними перетвореннями, оскільки вони відповідають випадку, коли $r = 1$ в означенні. З іншого боку, відображення, визначене за формулою

$$S(\boldsymbol{p}) = \sqrt{10} \cdot \boldsymbol{p}$$

є подібністю, але не є рухом. Фактично, S є прикладом простого, але важливого класу подібності.

Означення 2.3.2

Відображення $R\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ вигляду $R(\boldsymbol{p}) = r\,\boldsymbol{p}$, де $r > 0$, називається *радіальним перетворенням*.

Подібність

Означення 2.3.1

Бієктивне відображення $S\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ називається *перетворенням подібності*, або просто *подібністю*, якщо

$$\left|\overrightarrow{S(\boldsymbol{p})S(\boldsymbol{q})}\right| = r\,\left|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\right|$$

для довільних $\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q} \in \mathbb{R}^n$ і деякого фіксовнано дійсного додатнього числа r.

Очевидно, що рухи є подібними перетвореннями, оскільки вони відповідають випадку, коли $r = 1$ в означенні. З іншого боку, відображення, визначене за формулою

$$S(\boldsymbol{p}) = \sqrt{10}\cdot\boldsymbol{p}$$

є подібністю, але не є рухом. Фактично, S є прикладом простого, але важливого класу подібності.

Означення 2.3.2

Відображення $R\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ вигляду $R(\boldsymbol{p}) = r\,\boldsymbol{p}$, де $r > 0$, називається *радіальним перетворенням*.

Означення 2.3.1

Бієктивне відображення $S\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ називається *перетворенням подібності*, або просто *подібністю*, якщо

$$\left|\overrightarrow{S(\boldsymbol{p})S(\boldsymbol{q})}\right| = r\,|\overrightarrow{\boldsymbol{p}\boldsymbol{q}}|$$

для довільних $\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q} \in \mathbb{R}^n$ і деякого фіксовнано дійсного додатнього числа r.

Очевидно, що рухи є подібними перетвореннями, оскільки вони відповідають випадку, коли $r = 1$ в означенні. З іншого боку, відображення, визначене за формулою

$$S(\boldsymbol{p}) = \sqrt{10} \cdot \boldsymbol{p}$$

є подібністю, але не є рухом. Фактично, S є прикладом простого, але важливого класу подібності.

Означення 2.3.2

Відображення $R\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ вигляду $R(\boldsymbol{p}) = r\,\boldsymbol{p}$, де $r > 0$, називається *радіальним перетворенням*.

Подібність

Означення 2.3.1

Бієктивне відображення $S\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ називається *перетворенням подібності*, або просто *подібністю*, якщо

$$\left|\overrightarrow{S(\boldsymbol{p})S(\boldsymbol{q})}\right| = r\,\left|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\right|$$

для довільних $\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q} \in \mathbb{R}^n$ і деякого фіксовнано дійсного додатнього числа r.

Очевидно, що рухи є подібними перетвореннями, оскільки вони відповідають випадку, коли $r = 1$ в означенні. З іншого боку, відображення, визначене за формулою

$$S(\boldsymbol{p}) = \sqrt{10}\cdot\boldsymbol{p}$$

є подібністю, але не є рухом. Фактично, S є прикладом простого, але важливого класу подібності.

Означення 2.3.2

Відображення $R\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ вигляду $R(\boldsymbol{p}) = r\,\boldsymbol{p}$, де $r > 0$, називається *радіальним перетворенням*.

Означення 2.3.1

Бієктивне відображення $S\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ називається *перетворенням подібності*, або просто *подібністю*, якщо

$$\left|\overrightarrow{S(\boldsymbol{p})S(\boldsymbol{q})}\right| = r\,\left|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\right|$$

для довільних $\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q} \in \mathbb{R}^n$ і деякого фіксовнано дійсного додатнього числа r.

Очевидно, що рухи є подібними перетвореннями, оскільки вони відповідають випадку, коли $r = 1$ в означенні. З іншого боку, відображення, визначене за формулою

$$S(\boldsymbol{p}) = \sqrt{10}\cdot \boldsymbol{p}$$

є подібністю, але не є рухом. Фактично, S є прикладом простого, але важливого класу подібності.

Означення 2.3.2

Відображення $R\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ вигляду $R(\boldsymbol{p}) = r\,\boldsymbol{p}$, де $r > 0$, називається *радіальним перетворенням*.

Означення 2.3.1

Бієктивне відображення $S\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ називається *перетворенням подібності*, або просто *подібністю*, якщо

$$\left|\overrightarrow{S(\boldsymbol{p})S(\boldsymbol{q})}\right| = r\,\left|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\right|$$

для довільних $\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q} \in \mathbb{R}^n$ і деякого фіксовнано дійсного додатнього числа r.

Очевидно, що рухи є подібними перетвореннями, оскільки вони відповідають випадку, коли $r = 1$ в означенні. З іншого боку, відображення, визначене за формулою

$$S(\boldsymbol{p}) = \sqrt{10}\cdot \boldsymbol{p}$$

є подібністю, але не є рухом. Фактично, S є прикладом простого, але важливого класу подібності.

Означення 2.3.2

Відображення $R\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ вигляду $R(\boldsymbol{p}) = r\,\boldsymbol{p}$, де $r > 0$, називається *радіальним перетворенням*.

Подібність

Означення 2.3.1

Бієктивне відображення $S\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ називається *перетворенням подібності*, або просто *подібністю*, якщо

$$\left|\overrightarrow{S(\boldsymbol{p})S(\boldsymbol{q})}\right| = r\,\left|\overrightarrow{\boldsymbol{p}\boldsymbol{q}}\right|$$

для довільних $\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q} \in \mathbb{R}^n$ і деякого фіксовнано дійсного додатнього числа r.

Очевидно, що рухи є подібними перетвореннями, оскільки вони відповідають випадку, коли $r = 1$ в означенні. З іншого боку, відображення, визначене за формулою

$$S(\boldsymbol{p}) = \sqrt{10}\cdot \boldsymbol{p}$$

є подібністю, але не є рухом. Фактично, S є прикладом простого, але важливого класу подібності.

Означення 2.3.2

Відображення $R\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ вигляду $R(\boldsymbol{p}) = r\,\boldsymbol{p}$, де $r > 0$, називається *радіальним перетворенням*.

Подібність

Означення 2.3.1

Бієктивне відображення $S\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ називається *перетворенням подібності*, або просто *подібністю*, якщо

$$\left|\overrightarrow{S(\boldsymbol{p})S(\boldsymbol{q})}\right| = r\,\left|\overrightarrow{\boldsymbol{p}\boldsymbol{q}}\right|$$

для довільних $\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q} \in \mathbb{R}^n$ і деякого фіксовнано дійсного додатнього числа r.

Очевидно, що рухи є подібними перетвореннями, оскільки вони відповідають випадку, коли $r = 1$ в означенні. З іншого боку, відображення, визначене за формулою

$$S(\boldsymbol{p}) = \sqrt{10}\cdot \boldsymbol{p}$$

є подібністю, але не є рухом. Фактично, S є прикладом простого, але важливого класу подібності.

Означення 2.3.2

Відображення $R\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ вигляду $R(\boldsymbol{p}) = r\,\boldsymbol{p}$, де $r > 0$, називається *радіальним перетворенням.*

Подібність

Означення 2.3.1

Бієктивне відображення $S\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ називається *перетворенням подібності*, або просто *подібністю*, якщо

$$\left|\overrightarrow{S(\boldsymbol{p})S(\boldsymbol{q})}\right| = r\,|\overrightarrow{\boldsymbol{p}\boldsymbol{q}}|$$

для довільних $\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q} \in \mathbb{R}^n$ і деякого фіксовнано дійсного додатнього числа r.

Очевидно, що рухи є подібними перетвореннями, оскільки вони відповідають випадку, коли $r = 1$ в означенні. З іншого боку, відображення, визначене за формулою

$$S(\boldsymbol{p}) = \sqrt{10} \cdot \boldsymbol{p}$$

є подібністю, але не є рухом. Фактично, S є прикладом простого, але важливого класу подібності.

Означення 2.3.2

Відображення $R\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ вигляду $R(\boldsymbol{p}) = r\,\boldsymbol{p}$, де $r > 0$, називається *радіальним перетворенням*.

Означення 2.3.1

Бієктивне відображення $S\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ називається *перетворенням подібності*, або просто *подібністю*, якщо

$$\left|\overrightarrow{S(\boldsymbol{p})S(\boldsymbol{q})}\right| = r\,\left|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\right|$$

для довільних $\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q} \in \mathbb{R}^n$ і деякого фіксовнано дійсного додатнього числа r.

Очевидно, що рухи є подібними перетвореннями, оскільки вони відповідають випадку, коли $r = 1$ в означенні. З іншого боку, відображення, визначене за формулою

$$S(\boldsymbol{p}) = \sqrt{10} \cdot \boldsymbol{p}$$

є подібністю, але не є рухом. Фактично, S є прикладом простого, але важливого класу подібності.

Означення 2.3.2

Відображення $R\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ вигляду $R(\boldsymbol{p}) = r\,\boldsymbol{p}$, де $r > 0$, називається *радіальним перетворенням*.

Означення 2.3.1

Бієктивне відображення $S\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ називається *перетворенням подібності*, або просто *подібністю*, якщо

$$\left|\overrightarrow{S(\boldsymbol{p})S(\boldsymbol{q})}\right| = r\,|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}|$$

для довільних $\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q} \in \mathbb{R}^n$ і деякого фіксовнано дійсного додатнього числа r.

Очевидно, що рухи є подібними перетвореннями, оскільки вони відповідають випадку, коли $r = 1$ в означенні. З іншого боку, відображення, визначене за формулою

$$S(\boldsymbol{p}) = \sqrt{10}\cdot\boldsymbol{p}$$

є подібністю, але не є рухом. Фактично, S є прикладом простого, але важливого класу подібності.

Означення 2.3.2

Відображення $R\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ вигляду $R(\boldsymbol{p}) = r\,\boldsymbol{p}$, де $r > 0$, називається *радіальним перетворенням*.

Подібність

Означення 2.3.1

Бієктивне відображення $S\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ називається *перетворенням подібності*, або просто *подібністю*, якщо

$$\left|\overrightarrow{S(\boldsymbol{p})S(\boldsymbol{q})}\right| = r\,\left|\overrightarrow{\boldsymbol{p}\boldsymbol{q}}\right|$$

для довільних $\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q} \in \mathbb{R}^n$ і деякого фіксовнано дійсного додатнього числа r.

Очевидно, що рухи є подібними перетвореннями, оскільки вони відповідають випадку, коли $r = 1$ в означенні. З іншого боку, відображення, визначене за формулою

$$S(\boldsymbol{p}) = \sqrt{10}\cdot\boldsymbol{p}$$

є подібністю, але не є рухом. Фактично, S є прикладом простого, але важливого класу подібності.

Означення 2.3.2

Відображення $R\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ вигляду $R(\boldsymbol{p}) = r\,\boldsymbol{p}$, де $r > 0$, називається *радіальним перетворенням*.

Теорему 2.3.3 залишаємо слухачам як вправу.

Теорема 2.3.3

Радіальні перетворення лінійного простору $\mathbb{R}^n$ є подібностями.

Теорема 2.3.4 стверджує, що подібності не набагато складніші за рухи.

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Доведення. Твердження теореми очевидне, оскільки якщо ми використовуємо позначення в означеннях для подібності та радіального перетворення, то перетворення $R^{-1}S$ є рухом M. ∎

Наслідок 2.3.5

Кожне перетворення подібності площини можна виразити рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + m; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + n, \end{aligned} \tag{1}$$

де $(a, b) \neq (0, 0)$.[a] Навпаки, кожне перетворення площини, яке визначається рівнянням (1) є подібністю.

[a] У цьому випадку $r = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Теорему 2.3.3 залишаємо слухачам як вправу.

Теорема 2.3.3

Радіальні перетворення лінійного простору $\mathbb{R}^n$ є подібностями.

Теорема 2.3.4 стверджує, що подібності не набагато складніші за рухи.

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Доведення. Твердження теореми очевидне, оскільки якщо ми використовуємо позначення в означеннях для подібності та радіального перетворення, то перетворення $R^{-1}S$ є рухом M. ∎

Наслідок 2.3.5

Кожне перетворення подібності площини можна виразити рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + m; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + n, \end{aligned} \tag{1}$$

де $(a, b) \neq (0, 0)$.[a] Навпаки, кожне перетворення площини, яке визначається рівнянням (1) є подібністю.

[a] У цьому випадку $r = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Подібність

Теорему 2.3.3 залишаємо слухачам як вправу.

Теорема 2.3.3

Радіальні перетворення лінійного простору $\mathbb{R}^n$ є подібностями.

Теорема 2.3.4 стверджує, що подібності не набагато складніші за рухи.

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Доведення. Твердження теореми очевидне, оскільки якщо ми використовуємо позначення в означеннях для подібності та радіального перетворення, то перетворення $R^{-1}S$ є рухом M. ∎

Наслідок 2.3.5

Кожне перетворення подібності площини можна виразити рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + m; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + n, \end{aligned} \tag{1}$$

де $(a, b) \neq (0, 0)$.[a] Навпаки, кожне перетворення площини, яке визначається рівнянням (1) є подібністю.

[a] У цьому випадку $r = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Теорему 2.3.3 залишаємо слухачам як вправу.

Теорема 2.3.3

Радіальні перетворення лінійного простору $\mathbb{R}^n$ є подібностями.

Теорема 2.3.4 стверджує, що подібності не набагато складніші за рухи.

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Доведення. Твердження теореми очевидне, оскільки якщо ми використовуємо позначення в означеннях для подібності та радіального перетворення, то перетворення $R^{-1}S$ є рухом M. ∎

Наслідок 2.3.5

Кожне перетворення подібності площини можна виразити рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + m; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + n, \end{aligned} \tag{1}$$

де $(a, b) \neq (0, 0)$.[a] Навпаки, кожне перетворення площини, яке визначається рівнянням (1) є подібністю.

[a] У цьому випадку $r = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Теорему 2.3.3 залишаємо слухачам як вправу.

Теорема 2.3.3

Радіальні перетворення лінійного простору $\mathbb{R}^n$ є подібностями.

Теорема 2.3.4 стверджує, що подібності не набагато складніші за рухи.

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Доведення. Твердження теореми очевидне, оскільки якщо ми використовуємо позначення в означеннях для подібності та радіального перетворення, то перетворення $R^{-1}S$ є рухом M. ∎

Наслідок 2.3.5

Кожне перетворення подібності площини можна виразити рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + m; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + n, \end{aligned} \qquad (1)$$

де $(a, b) \neq (0, 0)$.[a] Навпаки, кожне перетворення площини, яке визначається рівнянням (1) є подібністю.

[a] У цьому випадку $r = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Подібність

Теорему 2.3.3 залишаємо слухачам як вправу.

Теорема 2.3.3

Радіальні перетворення лінійного простору $\mathbb{R}^n$ є подібностями.

Теорема 2.3.4 стверджує, що подібності не набагато складніші за рухи.

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Доведення. Твердження теореми очевидне, оскільки якщо ми використовуємо позначення в означеннях для подібності та радіального перетворення, то перетворення $R^{-1}S$ є рухом M. ∎

Наслідок 2.3.5

Кожне перетворення подібності площини можна виразити рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + m; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + n, \end{aligned} \tag{1}$$

де $(a, b) \neq (0, 0)$.[a] Навпаки, кожне перетворення площини, яке визначається рівнянням (1) є подібністю.

[a] У цьому випадку $r = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Подібність

Теорему 2.3.3 залишаємо слухачам як вправу.

Теорема 2.3.3

Радіальні перетворення лінійного простору $\mathbb{R}^n$ є подібностями.

Теорема 2.3.4 стверджує, що подібності не набагато складніші за рухи.

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Доведення. Твердження теореми очевидне, оскільки якщо ми використовуємо позначення в означеннях для подібності та радіального перетворення, то перетворення $R^{-1}S$ є рухом M. ∎

Наслідок 2.3.5

Кожне перетворення подібності площини можна виразити рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + m; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + n, \end{aligned} \tag{1}$$

де $(a, b) \neq (0, 0)$.[a] Навпаки, кожне перетворення площини, яке визначається рівнянням (1) є подібністю.

[a] У цьому випадку $r = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Теорему 2.3.3 залишаємо слухачам як вправу.

Теорема 2.3.3

Радіальні перетворення лінійного простору $\mathbb{R}^n$ є подібностями.

Теорема 2.3.4 стверджує, що подібності не набагато складніші за рухи.

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Доведення. Твердження теореми очевидне, оскільки якщо ми використовуємо позначення в означеннях для подібності та радіального перетворення, то перетворення $R^{-1}S$ є рухом M. ■

Наслідок 2.3.5

Кожне перетворення подібності площини можна виразити рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + m; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + n, \end{aligned} \tag{1}$$

де $(a, b) \neq (0, 0)$.[a] Навпаки, кожне перетворення площини, яке визначається рівнянням (1) є подібністю.

[a] У цьому випадку $r = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Подібність

Теорему 2.3.3 залишаємо слухачам як вправу.

Теорема 2.3.3

Радіальні перетворення лінійного простору $\mathbb{R}^n$ є подібностями.

Теорема 2.3.4 стверджує, що подібності не набагато складніші за рухи.

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Доведення. Твердження теореми очевидне, оскільки якщо ми використовуємо позначення в означеннях для подібності та радіального перетворення, то перетворення $R^{-1}S$ є рухом M. ∎

Наслідок 2.3.5

Кожне перетворення подібності площини можна виразити рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + m; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + n, \end{aligned} \qquad (1)$$

де $(a, b) \neq (0, 0)$.[a] Навпаки, кожне перетворення площини, яке визначається рівнянням (1) є подібністю.

[a] У цьому випадку $r = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Теорему 2.3.3 залишаємо слухачам як вправу.

Теорема 2.3.3

Радіальні перетворення лінійного простору $\mathbb{R}^n$ є подібностями.

Теорема 2.3.4 стверджує, що подібності не набагато складніші за рухи.

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Доведення. Твердження теореми очевидне, оскільки якщо ми використовуємо позначення в означеннях для подібності та радіального перетворення, то перетворення $R^{-1}S$ є рухом M. ∎

Наслідок 2.3.5

Кожне перетворення подібності площини можна виразити рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + m; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + n, \end{aligned} \tag{1}$$

де $(a, b) \neq (0, 0)$.[a] Навпаки, кожне перетворення площини, яке визначається рівнянням (1) є подібністю.

[a] У цьому випадку $r = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Теорему 2.3.3 залишаємо слухачам як вправу.

Теорема 2.3.3

Радіальні перетворення лінійного простору $\mathbb{R}^n$ є подібностями.

Теорема 2.3.4 стверджує, що подібності не набагато складніші за рухи.

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Доведення. Твердження теореми очевидне, оскільки якщо ми використовуємо позначення в означеннях для подібності та радіального перетворення, то перетворення $R^{-1}S$ є рухом M. ∎

Наслідок 2.3.5

Кожне перетворення подібності площини можна виразити рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + m; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + n, \end{aligned} \qquad (1)$$

де $(a, b) \neq (0, 0)$.[a] Навпаки, кожне перетворення площини, яке визначається рівнянням (1) є подібністю.

[a] У цьому випадку $r = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Теорему 2.3.3 залишаємо слухачам як вправу.

Теорема 2.3.3

Радіальні перетворення лінійного простору $\mathbb{R}^n$ є подібностями.

Теорема 2.3.4 стверджує, що подібності не набагато складніші за рухи.

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Доведення. Твердження теореми очевидне, оскільки якщо ми використовуємо позначення в означеннях для подібності та радіального перетворення, то перетворення $R^{-1}S$ є рухом M. ■

Наслідок 2.3.5

Кожне перетворення подібності площини можна виразити рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + m; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + n, \end{aligned} \tag{1}$$

де $(a, b) \neq (0, 0)$.[a] Навпаки, кожне перетворення площини, яке визначається рівнянням (1) є подібністю.

[a] У цьому випадку $r = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Подібність

Теорему 2.3.3 залишаємо слухачам як вправу.

Теорема 2.3.3

Радіальні перетворення лінійного простору $\mathbb{R}^n$ є подібностями.

Теорема 2.3.4 стверджує, що подібності не набагато складніші за рухи.

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Доведення. Твердження теореми очевидне, оскільки якщо ми використовуємо позначення в означеннях для подібності та радіального перетворення, то перетворення $R^{-1}S$ є рухом M. ∎

Наслідок 2.3.5

Кожне перетворення подібності площини можна виразити рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + m; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + n, \end{aligned} \qquad (1)$$

де $(a, b) \neq (0, 0)$.[a] Навпаки, кожне перетворення площини, яке визначається рівнянням (1) є подібністю.

[a] У цьому випадку $r = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Теорему 2.3.3 залишаємо слухачам як вправу.

Теорема 2.3.3

Радіальні перетворення лінійного простору $\mathbb{R}^n$ є подібностями.

Теорема 2.3.4 стверджує, що подібності не набагато складніші за рухи.

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Доведення. Твердження теореми очевидне, оскільки якщо ми використовуємо позначення в означеннях для подібності та радіального перетворення, то перетворення $R^{-1}S$ є рухом M. ■

Наслідок 2.3.5

Кожне перетворення подібності площини можна виразити рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + m; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + n, \end{aligned} \qquad (1)$$

де $(a, b) \neq (0, 0)$.[a] Навпаки, кожне перетворення площини, яке визначається рівнянням (1) є подібністю.

[a] У цьому випадку $r = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Теорему 2.3.3 залишаємо слухачам як вправу.

Теорема 2.3.3

Радіальні перетворення лінійного простору $\mathbb{R}^n$ є подібностями.

Теорема 2.3.4 стверджує, що подібності не набагато складніші за рухи.

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Доведення. Твердження теореми очевидне, оскільки якщо ми використовуємо позначення в означеннях для подібності та радіального перетворення, то перетворення $R^{-1}S$ є рухом M. ■

Наслідок 2.3.5

Кожне перетворення подібності площини можна виразити рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + m; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + n, \end{aligned} \tag{1}$$

де $(a, b) \neq (0, 0)$.[a] Навпаки, кожне перетворення площини, яке визначається рівнянням (1) є подібністю.

[a] У цьому випадку $r = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Подібність

Теорему 2.3.3 залишаємо слухачам як вправу.

Теорема 2.3.3

Радіальні перетворення лінійного простору $\mathbb{R}^n$ є подібностями.

Теорема 2.3.4 стверджує, що подібності не набагато складніші за рухи.

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Доведення. Твердження теореми очевидне, оскільки якщо ми використовуємо позначення в означеннях для подібності та радіального перетворення, то перетворення $R^{-1}S$ є рухом M. ■

Наслідок 2.3.5

Кожне перетворення подібності площини можна виразити рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + m; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + n, \end{aligned} \tag{1}$$

де $(a, b) \neq (0, 0)$.[a] Навпаки, кожне перетворення площини, яке визначається рівнянням (1) є подібністю.

[a] У цьому випадку $r = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Подібність

Теорему 2.3.3 залишаємо слухачам як вправу.

Теорема 2.3.3

Радіальні перетворення лінійного простору $\mathbb{R}^n$ є подібностями.

Теорема 2.3.4 стверджує, що подібності не набагато складніші за рухи.

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Доведення. Твердження теореми очевидне, оскільки якщо ми використовуємо позначення в означеннях для подібності та радіального перетворення, то перетворення $R^{-1}S$ є рухом M. ∎

Наслідок 2.3.5

Кожне перетворення подібності площини можна виразити рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + m; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + n, \end{aligned} \tag{1}$$

де $(a, b) \neq (0, 0)$.[a] Навпаки, кожне перетворення площини, яке визначається рівнянням (1) є подібністю.

[a] У цьому випадку $r = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Подібність

Теорему 2.3.3 залишаємо слухачам як вправу.

Теорема 2.3.3

Радіальні перетворення лінійного простору $\mathbb{R}^n$ є подібностями.

Теорема 2.3.4 стверджує, що подібності не набагато складніші за рухи.

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Доведення. Твердження теореми очевидне, оскільки якщо ми використовуємо позначення в означеннях для подібності та радіального перетворення, то перетворення $R^{-1}S$ є рухом M. ■

Наслідок 2.3.5

Кожне перетворення подібності площини можна виразити рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + m; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + n, \end{aligned} \tag{1}$$

де $(a, b) \neq (0, 0)$.[a] Навпаки, кожне перетворення площини, яке визначається рівнянням (1) є подібністю.

[a] У цьому випадку $r = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Теорему 2.3.3 залишаємо слухачам як вправу.

Теорема 2.3.3

Радіальні перетворення лінійного простору $\mathbb{R}^n$ є подібностями.

Теорема 2.3.4 стверджує, що подібності не набагато складніші за рухи.

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Доведення. Твердження теореми очевидне, оскільки якщо ми використовуємо позначення в означеннях для подібності та радіального перетворення, то перетворення $R^{-1}S$ є рухом M. ∎

Наслідок 2.3.5

Кожне перетворення подібності площини можна виразити рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + m; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + n, \end{aligned} \tag{1}$$

де $(a, b) \neq (0, 0)$.[a] Навпаки, кожне перетворення площини, яке визначається рівнянням (1) є подібністю.

[a] У цьому випадку $r = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Теорема 2.3.6

Подібні перетворення

(1) зберігають відношення бути "між" (відношення проміжності);
(2) зберігають колінеарність і неколінеарність;
(3) відображають прямі на прямі;
(4) є взаємно однозначними перетвореннями лінійного простору $\mathbb{R}^n$ на самого себе.

Доведення. Твердження цієї теореми випливають з теореми 2.3.4 та деяких очевидних фактів про радіальні перетворення. У плоскому випадку це також можна довести безпосередньо, як це було зроблено у випадку рухів. ∎

Доведення теореми 2.3.7 очевидне.

Теорема 2.3.7

Перетворення подібності утворюють групу, що містить групу рухів як підгрупу.

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Теорема 2.3.6

Подібні перетворення

(1) зберігають відношення бути "між" (відношення проміжності);
(2) зберігають колінеарність і неколінеарність;
(3) відображають прямі на прямі;
(4) є взаємно однозначними перетвореннями лінійного простору $\mathbb{R}^n$ на самого себе.

Доведення. Твердження цієї теореми випливають з теореми 2.3.4 та деяких очевидних фактів про радіальні перетворення. У плоскому випадку це також можна довести безпосередньо, як це було зроблено у випадку рухів. ∎

Доведення теореми 2.3.7 очевидне.

Теорема 2.3.7

Перетворення подібності утворюють групу, що містить групу рухів як підгрупу.

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Теорема 2.3.6

Подібні перетворення

(1) зберігають відношення бути “між” (відношення проміжності);
(2) зберігають колінеарність і неколінеарність;
(3) відображають прямі на прямі;
(4) є взаємно однозначними перетвореннями лінійного простору $\mathbb{R}^n$ на самого себе.

Доведення. Твердження цієї теореми випливають з теореми 2.3.4 та деяких очевидних фактів про радіальні перетворення. У плоскому випадку це також можна довести безпосередньо, як це було зроблено у випадку рухів. ∎

Доведення теореми 2.3.7 очевидне.

Теорема 2.3.7

Перетворення подібності утворюють групу, що містить групу рухів як підгрупу.

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Подібність

Теорема 2.3.6

Подібні перетворення

(1) зберігають відношення бути “між” (відношення проміжності);
(2) зберігають колінеарність і неколінеарність;
(3) відображають прямі на прямі;
(4) є взаємно однозначними перетвореннями лінійного простору $\mathbb{R}^n$ на самого себе.

Доведення. Твердження цієї теореми випливають з теореми 2.3.4 та деяких очевидних фактів про радіальні перетворення. У плоскому випадку це також можна довести безпосередньо, як це було зроблено у випадку рухів. ∎

Доведення теореми 2.3.7 очевидне.

Теорема 2.3.7

Перетворення подібності утворюють групу, що містить групу рухів як підгрупу.

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Теорема 2.3.6

Подібні перетворення

(1) зберігають відношення бути "між" (відношення проміжності);
(2) зберігають колінеарність і неколінеарність;
(3) відображають прямі на прямі;
(4) є взаємно однозначними перетвореннями лінійного простору $\mathbb{R}^n$ на самого себе.

Доведення. Твердження цієї теореми випливають з теореми 2.3.4 та деяких очевидних фактів про радіальні перетворення. У плоскому випадку це також можна довести безпосередньо, як це було зроблено у випадку рухів. ■

Доведення теореми 2.3.7 очевидне.

Теорема 2.3.7

Перетворення подібності утворюють групу, що містить групу рухів як підгрупу.

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Подібність

Теорема 2.3.6

Подібні перетворення

(1) зберігають відношення бути "між" *(*відношення проміжності*)*;
(2) зберігають колінеарність і неколінеарність;
(3) відображають прямі на прямі;
(4) є взаємно однозначними перетвореннями лінійного простору $\mathbb{R}^n$ на самого себе.

Доведення. Твердження цієї теореми випливають з теореми 2.3.4 та деяких очевидних фактів про радіальні перетворення. У плоскому випадку це також можна довести безпосередньо, як це було зроблено у випадку рухів. ∎

Доведення теореми 2.3.7 очевидне.

Теорема 2.3.7

Перетворення подібності утворюють групу, що містить групу рухів як підгрупу.

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Подібність

Теорема 2.3.6

Подібні перетворення

(1) зберігають відношення бути “між” (відношення проміжності);
(2) зберігають колінеарність і неколінеарність;
(3) відображають прямі на прямі;
(4) є взаємно однозначними перетвореннями лінійного простору $\mathbb{R}^n$ на самого себе.

Доведення. Твердження цієї теореми випливають з теореми 2.3.4 та деяких очевидних фактів про радіальні перетворення. У плоскому випадку це також можна довести безпосередньо, як це було зроблено у випадку рухів. ∎

Доведення теореми 2.3.7 очевидне.

Теорема 2.3.7

Перетворення подібності утворюють групу, що містить групу рухів як підгрупу.

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Теорема 2.3.6

Подібні перетворення

(1) зберігають відношення бути “між” (відношення проміжності);
(2) зберігають колінеарність і неколінеарність;
(3) відображають прямі на прямі;
(4) є взаємно однозначними перетвореннями лінійного простору $\mathbb{R}^n$ на самого себе.

Доведення. Твердження цієї теореми випливають з теореми 2.3.4 та деяких очевидних фактів про радіальні перетворення. У плоскому випадку це також можна довести безпосередньо, як це було зроблено у випадку рухів. ∎

Доведення теореми 2.3.7 очевидне.

Теорема 2.3.7

Перетворення подібності утворюють групу, що містить групу рухів як підгрупу.

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Теорема 2.3.6

Подібні перетворення

(1) зберігають відношення бути “між” (відношення проміжності);
(2) зберігають колінеарність і неколінеарність;
(3) відображають прямі на прямі;
(4) є взаємно однозначними перетвореннями лінійного простору $\mathbb{R}^n$ на самого себе.

Доведення. Твердження цієї теореми випливають з теореми 2.3.4 та деяких очевидних фактів про радіальні перетворення. У плоскому випадку це також можна довести безпосередньо, як це було зроблено у випадку рухів. ∎

Доведення теореми 2.3.7 очевидне.

Теорема 2.3.7

Перетворення подібності утворюють групу, що містить групу рухів як підгрупу.

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Теорема 2.3.6

Подібні перетворення

(1) зберігають відношення бути “між” *(*відношення проміжності*)*;
(2) зберігають колінеарність і неколінеарність;
(3) відображають прямі на прямі;
(4) є взаємно однозначними перетвореннями лінійного простору $\mathbb{R}^n$ на самого себе.

Доведення. Твердження цієї теореми випливають з теореми 2.3.4 та деяких очевидних фактів про радіальні перетворення. У плоскому випадку це також можна довести безпосередньо, як це було зроблено у випадку рухів. ∎

Доведення теореми 2.3.7 очевидне.

Теорема 2.3.7

Перетворення подібності утворюють групу, що містить групу рухів як підгрупу.

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Подібність

Теорема 2.3.6

Подібні перетворення

(1) зберігають відношення бути “між” (відношення проміжності);
(2) зберігають колінеарність і неколінеарність;
(3) відображають прямі на прямі;
(4) є взаємно однозначними перетвореннями лінійного простору $\mathbb{R}^n$ на самого себе.

Доведення. Твердження цієї теореми випливають з теореми 2.3.4 та деяких очевидних фактів про радіальні перетворення. У плоскому випадку це також можна довести безпосередньо, як це було зроблено у випадку рухів. ∎

Доведення теореми 2.3.7 очевидне.

Теорема 2.3.7

Перетворення подібності утворюють групу, що містить групу рухів як підгрупу.

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Теорема 2.3.6

Подібні перетворення

(1) зберігають відношення бути "між" (відношення проміжності);
(2) зберігають колінеарність і неколінеарність;
(3) відображають прямі на прямі;
(4) є взаємно однозначними перетвореннями лінійного простору $\mathbb{R}^n$ на самого себе.

Доведення. Твердження цієї теореми випливають з теореми 2.3.4 та деяких очевидних фактів про радіальні перетворення. У плоскому випадку це також можна довести безпосередньо, як це було зроблено у випадку рухів. ∎

Доведення теореми 2.3.7 очевидне.

Теорема 2.3.7

Перетворення подібності утворюють групу, що містить групу рухів як підгрупу.

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Подібність

Теорема 2.3.6

Подібні перетворення

(1) зберігають відношення бути “між” (відношення проміжності);

(2) зберігають колінеарність і неколінеарність;

(3) відображають прямі на прямі;

(4) є взаємно однозначними перетвореннями лінійного простору $\mathbb{R}^n$ на самого себе.

Доведення. Твердження цієї теореми випливають з теореми 2.3.4 та деяких очевидних фактів про радіальні перетворення. У плоскому випадку це також можна довести безпосередньо, як це було зроблено у випадку рухів. ∎

Доведення теореми 2.3.7 очевидне.

Теорема 2.3.7

Перетворення подібності утворюють групу, що містить групу рухів як підгрупу.

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Подібність

Теорема 2.3.6

Подібні перетворення

(1) зберігають відношення бути "між" (відношення проміжності);
(2) зберігають колінеарність і неколінеарність;
(3) відображають прямі на прямі;
(4) є взаємно однозначними перетвореннями лінійного простору $\mathbb{R}^n$ на самого себе.

Доведення. Твердження цієї теореми випливають з теореми 2.3.4 та деяких очевидних фактів про радіальні перетворення. У плоскому випадку це також можна довести безпосередньо, як це було зроблено у випадку рухів. ■

Доведення теореми 2.3.7 очевидне.

Теорема 2.3.7

Перетворення подібності утворюють групу, що містить групу рухів як підгрупу.

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Подібність

Теорема 2.3.6

Подібні перетворення

(1) зберігають відношення бути "між" *(*відношення проміжності*)*;
(2) зберігають колінеарність і неколінеарність;
(3) відображають прямі на прямі;
(4) є взаємно однозначними перетвореннями лінійного простору $\mathbb{R}^n$ на самого себе.

Доведення. Твердження цієї теореми випливають з теореми 2.3.4 та деяких очевидних фактів про радіальні перетворення. У плоскому випадку це також можна довести безпосередньо, як це було зроблено у випадку рухів. ■

Доведення теореми 2.3.7 очевидне.

Теорема 2.3.7

Перетворення подібності утворюють групу, що містить групу рухів як підгрупу.

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Теорема 2.3.6

Подібні перетворення

(1) зберігають відношення бути "між" (відношення проміжності);
(2) зберігають колінеарність і неколінеарність;
(3) відображають прямі на прямі;
(4) є взаємно однозначними перетвореннями лінійного простору $\mathbb{R}^n$ на самого себе.

Доведення. Твердження цієї теореми випливають з теореми 2.3.4 та деяких очевидних фактів про радіальні перетворення. У плоскому випадку це також можна довести безпосередньо, як це було зроблено у випадку рухів. ■

Доведення теореми 2.3.7 очевидне.

Теорема 2.3.7

Перетворення подібності утворюють групу, що містить групу рухів як підгрупу.

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Теорема 2.3.6

Подібні перетворення

(1) зберігають відношення бути "між" (відношення проміжності);
(2) зберігають колінеарність і неколінеарність;
(3) відображають прямі на прямі;
(4) є взаємно однозначними перетвореннями лінійного простору $\mathbb{R}^n$ на самого себе.

Доведення. Твердження цієї теореми випливають з теореми 2.3.4 та деяких очевидних фактів про радіальні перетворення. У плоскому випадку це також можна довести безпосередньо, як це було зроблено у випадку рухів. ■

Доведення теореми 2.3.7 очевидне.

Теорема 2.3.7

Перетворення подібності утворюють групу, що містить групу рухів як підгрупу.

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Подібність

З використанням теореми 2.3.4 доводиться така теорема:

Теорема 2.3.8

Перетворення подібності на площині повністю визначається своєю дією на трьох неколінеарних точках.

Теорема 2.3.9

Перетворення подібності на площині зберігають кути.

Доведення. Оскільки рухи зберігають кути, то за теоремою 2.3.4 достатньо довести, що радіальні перетворення зберігають кути, а це твердження очевидне. ∎

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

З використанням теореми 2.3.4 доводиться така теорема:

Теорема 2.3.8

Перетворення подібності на площині повністю визначається своєю дією на трьох неколінеарних точках.

Теорема 2.3.9

Перетворення подібності на площині зберігають кути.

Доведення. Оскільки рухи зберігають кути, то за теоремою 2.3.4 достатньо довести, що радіальні перетворення зберігають кути, а це твердження очевидне. ∎

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

З використанням теореми 2.3.4 доводиться така теорема:

Теорема 2.3.8

Перетворення подібності на площині повністю визначається своєю дією на трьох неколінеарних точках.

Теорема 2.3.9

Перетворення подібності на площині зберігають кути.

Доведення. Оскільки рухи зберігають кути, то за теоремою 2.3.4 достатньо довести, що радіальні перетворення зберігають кути, а це твердження очевидне. ∎

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Подібність

З використанням теореми 2.3.4 доводиться така теорема:

Теорема 2.3.8

Перетворення подібності на площині повністю визначається своєю дією на трьох неколінеарних точках.

Теорема 2.3.9

Перетворення подібності на площині зберігають кути.

Доведення. Оскільки рухи зберігають кути, то за теоремою 2.3.4 достатньо довести, що радіальні перетворення зберігають кути, а це твердження очевидне. ∎

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Подібність

З використанням теореми 2.3.4 доводиться така теорема:

Теорема 2.3.8

Перетворення подібності на площині повністю визначається своєю дією на трьох неколінеарних точках.

Теорема 2.3.9

Перетворення подібності на площині зберігають кути.

Доведення. Оскільки рухи зберігають кути, то за теоремою 2.3.4 достатньо довести, що радіальні перетворення зберігають кути, а це твердження очевидне. ∎

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

З використанням теореми 2.3.4 доводиться така теорема:

Теорема 2.3.8

Перетворення подібності на площині повністю визначається своєю дією на трьох неколінеарних точках.

Теорема 2.3.9

Перетворення подібності на площині зберігають кути.

Доведення. Оскільки рухи зберігають кути, то за теоремою 2.3.4 достатньо довести, що радіальні перетворення зберігають кути, а це твердження очевидне. ∎

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

З використанням теореми 2.3.4 доводиться така теорема:

Теорема 2.3.8

Перетворення подібності на площині повністю визначається своєю дією на трьох неколінеарних точках.

Теорема 2.3.9

Перетворення подібності на площині зберігають кути.

Доведення. Оскільки рухи зберігають кути, то за теоремою 2.3.4 достатньо довести, що радіальні перетворення зберігають кути, а це твердження очевидне. ∎

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

З використанням теореми 2.3.4 доводиться така теорема:

Теорема 2.3.8

Перетворення подібності на площині повністю визначається своєю дією на трьох неколінеарних точках.

Теорема 2.3.9

Перетворення подібності на площині зберігають кути.

Доведення. Оскільки рухи зберігають кути, то за теоремою 2.3.4 достатньо довести, що радіальні перетворення зберігають кути, а це твердження очевидне. ∎

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

З використанням теореми 2.3.4 доводиться така теорема:

Теорема 2.3.8

Перетворення подібності на площині повністю визначається своєю дією на трьох неколінеарних точках.

Теорема 2.3.9

Перетворення подібності на площині зберігають кути.

Доведення. Оскільки рухи зберігають кути, то за теоремою 2.3.4 достатньо довести, що радіальні перетворення зберігають кути, а це твердження очевидне. ∎

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

З використанням теореми 2.3.4 доводиться така теорема:

Теорема 2.3.8

Перетворення подібності на площині повністю визначається своєю дією на трьох неколінеарних точках.

Теорема 2.3.9

Перетворення подібності на площині зберігають кути.

Доведення. Оскільки рухи зберігають кути, то за теоремою 2.3.4 достатньо довести, що радіальні перетворення зберігають кути, а це твердження очевидне. ∎

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

З використанням теореми 2.3.4 доводиться така теорема:

Теорема 2.3.8

Перетворення подібності на площині повністю визначається своєю дією на трьох неколінеарних точках.

Теорема 2.3.9

Перетворення подібності на площині зберігають кути.

Доведення. Оскільки рухи зберігають кути, то за теоремою 2.3.4 достатньо довести, що радіальні перетворення зберігають кути, а це твердження очевидне. ∎

Теорема 2.3.4

Якщо S — подібність, то $S = MR$, де M — рух і R — радіальне перетворення. Навпаки, довільне відображення вигляду MR, де M — рух і R — радіальне перетворення, є подібністю.

Дякую за увагу!