Обчислювальна геометрія і алгебра

Олег Гутік

Лекція 36: Репери на площині

Репери на площині

Перш ніж залишити тему рухів у площині, ми хочемо обговорити інший підхід до їх визначення — той, який буде особливо потужним у вищих вимірах.

Означення 2.2.59

Репером у лінійному просторі $\mathbb{R}^2$ називається впорядкована трійка $F = (\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2, p)$, де p — точка та $\overrightarrow{u}_1$ і $\overrightarrow{u}_2$ — вектори, які визначають ортонормований базис у $\mathbb{R}^2$. Якщо впорядкований базис $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ індукує стандартну орієнтацію, то ми будемо говорити, що репер F *орієнтований*. Прямі, які визначаються точкою p і напрямними векторами $\overrightarrow{u}_1$ і $\overrightarrow{u}_2$ називаються *x-віссю* та *y-віссю*, відповідно, репера F. Точка p називається *початком координат* репера F. Репер $(\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \mathbf{0})$ називається *стандартним репером* у лінійному просторі $\mathbb{R}^2$. Щоб спростити викладення, ми іноді використовуватимемо позначення $(\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2)$ замість $(\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \mathbf{0})$.

Репери на площині

Перш ніж залишити тему рухів у площині, ми хочемо обговорити інший підхід до їх визначення — той, який буде особливо потужним у вищих вимірах.

Означення 2.2.59

Репером у лінійному просторі $\mathbb{R}^2$ називається впорядкована трійка $F = (\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2, p)$, де p — точка та $\overrightarrow{u}_1$ і $\overrightarrow{u}_2$ — вектори, які визначають ортонормований базис у $\mathbb{R}^2$. Якщо впорядкований базис $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ індукує стандартну орієнтацію, то ми будемо говорити, що репер F *орієнтований*. Прямі, які визначаються точкою p і напрямними векторами $\overrightarrow{u}_1$ і $\overrightarrow{u}_2$ називаються *x-віссю* та *y-віссю*, відповідно, репера F. Точка p називається *початком координат* репера F. Репер $(\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, 0)$ називається *стандартним репером* у лінійному просторі $\mathbb{R}^2$. Щоб спростити викладення, ми іноді використовуватимемо позначення $(\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2)$ замість $(\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, 0)$.

Перш ніж залишити тему рухів у площині, ми хочемо обговорити інший підхід до їх визначення — той, який буде особливо потужним у вищих вимірах.

Означення 2.2.59

Репером у лінійному просторі $\mathbb{R}^2$ називається впорядкована трійка $F = (\vec{u}_1, \vec{u}_2, p)$, де p — точка та $\vec{u}_1$ і $\vec{u}_2$ — вектори, які визначають ортонормований базис у $\mathbb{R}^2$. Якщо впорядкований базис $(\vec{u}_1, \vec{u}_2)$ індукує стандартну орієнтацію, то ми будемо говорити, що репер F *орієнтований*. Прямі, які визначаються точкою p і напрямними векторами $\vec{u}_1$ і $\vec{u}_2$ називаються *x-віссю* та *y-віссю*, відповідно, репера F. Точка p називається *початком координат* репера F. Репер $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, 0)$ називається *стандартним репером* у лінійному просторі $\mathbb{R}^2$. Щоб спростити викладення, ми іноді використовуватимемо позначення $(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ замість $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, 0)$.

Перш ніж залишити тему рухів у площині, ми хочемо обговорити інший підхід до їх визначення — той, який буде особливо потужним у вищих вимірах.

Означення 2.2.59

Репером у лінійному просторі $\mathbb{R}^2$ називаєтья впорядкована трійка $F = (\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{p})$, де $\boldsymbol{p}$ — точка та $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2$ — вектори, які визначають ортонормований базис у $\mathbb{R}^2$. Якщо впорядкований базис $(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$ індукує стандартну орієнтацію, то ми будемо говорити, шо репер F *орієнтований*. Прямі, які визначаються точкою $\boldsymbol{p}$ і напрямними векторами $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2$ називаються *x-віссю* та *y-віссю*, відповідно, репера F. Точка $\boldsymbol{p}$ називається *початком координат* репера F. Репер $(\overrightarrow{\boldsymbol{e}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{e}}_2, \mathbf{0})$ називається *стандартним репером* у лінійному просторі $\mathbb{R}^2$. Щоб спростити викладення, ми іноді використовуватимемо позначення $(\overrightarrow{\boldsymbol{e}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{e}}_2)$ замість $(\overrightarrow{\boldsymbol{e}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{e}}_2, \mathbf{0})$.

Перш ніж залишити тему рухів у площині, ми хочемо обговорити інший підхід до їх визначення — той, який буде особливо потужним у вищих вимірах.

Означення 2.2.59

Репером у лінійному просторі $\mathbb{R}^2$ називаєтья впорядкована трійка $F = (\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{p})$, де $\boldsymbol{p}$ — точка та $\vec{\boldsymbol{u}}_1$ і $\vec{\boldsymbol{u}}_2$ — вектори, які визначають ортонормований базис у $\mathbb{R}^2$. Якщо впорядкований базис $(\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_2)$ індукує стандартну орієнтацію, то ми будемо говорити, шо репер F *орієнтований*. Прямі, які визначаються точкою $\boldsymbol{p}$ і напрямними векторами $\vec{\boldsymbol{u}}_1$ і $\vec{\boldsymbol{u}}_2$ називаються *x-віссю* та *y-віссю*, відповідно, репера F. Точка $\boldsymbol{p}$ називається *початком координат* репера F. Репер $(\vec{\boldsymbol{e}}_1, \vec{\boldsymbol{e}}_2, \mathbf{0})$ називається *стандартним репером* у лінійному просторі $\mathbb{R}^2$. Щоб спростити викладення, ми іноді використовуватимемо позначення $(\vec{\boldsymbol{e}}_1, \vec{\boldsymbol{e}}_2)$ замість $(\vec{\boldsymbol{e}}_1, \vec{\boldsymbol{e}}_2, \mathbf{0})$.

Перш ніж залишити тему рухів у площині, ми хочемо обговорити інший підхід до їх визначення — той, який буде особливо потужним у вищих вимірах.

Означення 2.2.59

Репером у лінійному просторі $\mathbb{R}^2$ називаєтья впорядкована трійка $F = (\vec{u}_1, \vec{u}_2, \boldsymbol{p})$, де $\boldsymbol{p}$ — точка та $\vec{u}_1$ і $\vec{u}_2$ — вектори, які визначають ортонормований базис у $\mathbb{R}^2$. Якщо впорядкований базис $(\vec{u}_1, \vec{u}_2)$ індукує стандартну орієнтацію, то ми будемо говорити, шо репер F *орієнтований*. Прямі, які визначаються точкою $\boldsymbol{p}$ і напрямними векторами $\vec{u}_1$ і $\vec{u}_2$ називаються *x-віссю* та *y-віссю*, відповідно, репера F. Точка $\boldsymbol{p}$ називається *початком координат* репера F. Репер $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \mathbf{0})$ називається *стандартним репером* у лінійному просторі $\mathbb{R}^2$. Щоб спростити викладення, ми іноді використовуватимемо позначення $(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ замість $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \mathbf{0})$.

Перш ніж залишити тему рухів у площині, ми хочемо обговорити інший підхід до їх визначення — той, який буде особливо потужним у вищих вимірах.

Означення 2.2.59

Репером у лінійному просторі $\mathbb{R}^2$ називаєтья впорядкована трійка $F = (\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{p})$, де $\boldsymbol{p}$ — точка та $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2$ — вектори, які визначають ортонормований базис у $\mathbb{R}^2$. Якщо впорядкований базис $(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$ індукує стандартну орієнтацію, то ми будемо говорити, шо репер F *орієнтований*. Прямі, які визначаються точкою $\boldsymbol{p}$ і напрямними векторами $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2$ називаються *x-віссю* та *y-віссю*, відповідно, репера F. Точка $\boldsymbol{p}$ називається *початком координат* репера F. Репер $(\overrightarrow{\boldsymbol{e}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{e}}_2, \boldsymbol{0})$ називається *стандартним репером* у лінійному просторі $\mathbb{R}^2$. Щоб спростити викладення, ми іноді використовуватимемо позначення $(\overrightarrow{\boldsymbol{e}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{e}}_2)$ замість $(\overrightarrow{\boldsymbol{e}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{e}}_2, \boldsymbol{0})$.

Перш ніж залишити тему рухів у площині, ми хочемо обговорити інший підхід до їх визначення — той, який буде особливо потужним у вищих вимірах.

Означення 2.2.59

Репером у лінійному просторі $\mathbb{R}^2$ називаєтья впорядкована трійка $F = (\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{p})$, де $\boldsymbol{p}$ — точка та $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2$ — вектори, які визначають ортонормований базис у $\mathbb{R}^2$. Якщо впорядкований базис $(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$ індукує стандартну орієнтацію, то ми будемо говорити, що репер F *орієнтований*. Прямі, які визначаються точкою $\boldsymbol{p}$ і напрямними векторами $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2$ називаються *x-віссю* та *y-віссю*, відповідно, репера F. Точка $\boldsymbol{p}$ називається *початком координат* репера F. Репер $(\overrightarrow{\boldsymbol{e}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{e}}_2, \boldsymbol{0})$ називається *стандартним репером* у лінійному просторі $\mathbb{R}^2$. Щоб спростити викладення, ми іноді використовуватимемо позначення $(\overrightarrow{\boldsymbol{e}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{e}}_2)$ замість $(\overrightarrow{\boldsymbol{e}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{e}}_2, \boldsymbol{0})$.

Перш ніж залишити тему рухів у площині, ми хочемо обговорити інший підхід до їх визначення — той, який буде особливо потужним у вищих вимірах.

Означення 2.2.59

Репером у лінійному просторі $\mathbb{R}^2$ називаєтья впорядкована трійка $F = (\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{p})$, де $\boldsymbol{p}$ — точка та $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2$ — вектори, які визначають ортонормований базис у $\mathbb{R}^2$. Якщо впорядкований базис $(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$ індукує стандартну орієнтацію, то ми будемо говорити, шо репер F *орієнтований*. Прямі, які визначаються точкою $\boldsymbol{p}$ і напрямними векторами $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2$ називаються *x-віссю* та *y-віссю*, відповідно, репера F. Точка $\boldsymbol{p}$ називається *початком координат* репера F. Репер $(\overrightarrow{\boldsymbol{e}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{e}}_2, \mathbf{0})$ називається *стандартним репером* у лінійному просторі $\mathbb{R}^2$. Щоб спростити викладення, ми іноді використовуватимемо позначення $(\overrightarrow{\boldsymbol{e}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{e}}_2)$ замість $(\overrightarrow{\boldsymbol{e}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{e}}_2, \mathbf{0})$.

Перш ніж залишити тему рухів у площині, ми хочемо обговорити інший підхід до їх визначення — той, який буде особливо потужним у вищих вимірах.

Означення 2.2.59

Репером у лінійному просторі $\mathbb{R}^2$ називаєтья впорядкована трійка $F = (\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{p})$, де $\boldsymbol{p}$ — точка та $\vec{\boldsymbol{u}}_1$ і $\vec{\boldsymbol{u}}_2$ — вектори, які визначають ортонормований базис у $\mathbb{R}^2$. Якщо впорядкований базис $(\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_2)$ індукує стандартну орієнтацію, то ми будемо говорити, шо репер F *орієнтований*. Прямі, які визначаються точкою $\boldsymbol{p}$ і напрямними векторами $\vec{\boldsymbol{u}}_1$ і $\vec{\boldsymbol{u}}_2$ називаються *x-віссю* та *y-віссю*, відповідно, репера F. Точка $\boldsymbol{p}$ називається *початком координат* репера F. Репер $(\vec{\boldsymbol{e}}_1, \vec{\boldsymbol{e}}_2, \mathbf{0})$ називається *стандартним репером* у лінійному просторі $\mathbb{R}^2$. Щоб спростити викладення, ми іноді використовуватимемо позначення $(\vec{\boldsymbol{e}}_1, \vec{\boldsymbol{e}}_2)$ замість $(\vec{\boldsymbol{e}}_1, \vec{\boldsymbol{e}}_2, \mathbf{0})$.

Перш ніж залишити тему рухів у площині, ми хочемо обговорити інший підхід до їх визначення — той, який буде особливо потужним у вищих вимірах.

Означення 2.2.59

Репером у лінійному просторі $\mathbb{R}^2$ називаєтья впорядкована трійка $F = (\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{p})$, де $\boldsymbol{p}$ — точка та $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2$ — вектори, які визначають ортонормований базис у $\mathbb{R}^2$. Якщо впорядкований базис $(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$ індукує стандартну орієнтацію, то ми будемо говорити, шо репер F *орієнтований*. Прямі, які визначаються точкою $\boldsymbol{p}$ і напрямними векторами $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2$ називаються *x-віссю* та *y-віссю*, відповідно, репера F. Точка $\boldsymbol{p}$ називається *початком координат* репера F. Репер $(\overrightarrow{\boldsymbol{e}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{e}}_2, \boldsymbol{0})$ називається *стандартним репером* у лінійному просторі $\mathbb{R}^2$. Щоб спростити викладення, ми іноді використовуватимемо позначення $(\overrightarrow{\boldsymbol{e}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{e}}_2)$ замість $(\overrightarrow{\boldsymbol{e}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{e}}_2, \boldsymbol{0})$.

Перш ніж залишити тему рухів у площині, ми хочемо обговорити інший підхід до їх визначення — той, який буде особливо потужним у вищих вимірах.

Означення 2.2.59

Репером у лінійному просторі $\mathbb{R}^2$ називаєтья впорядкована трійка $F = (\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{p})$, де $\boldsymbol{p}$ — точка та $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2$ — вектори, які визначають ортонормований базис у $\mathbb{R}^2$. Якщо впорядкований базис $(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$ індукує стандартну орієнтацію, то ми будемо говорити, шо репер F *орієнтований*. Прямі, які визначаються точкою $\boldsymbol{p}$ і напрямними векторами $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2$ називаються *x-віссю* та *y-віссю*, відповідно, репера F. Точка $\boldsymbol{p}$ називається *початком координат* репера F. Репер $(\overrightarrow{\boldsymbol{e}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{e}}_2, \boldsymbol{0})$ називається *стандартним репером* у лінійному просторі $\mathbb{R}^2$. Щоб спростити викладення, ми іноді використовуватимемо позначення $(\overrightarrow{\boldsymbol{e}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{e}}_2)$ замість $(\overrightarrow{\boldsymbol{e}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{e}}_2, \boldsymbol{0})$.

Перш ніж залишити тему рухів у площині, ми хочемо обговорити інший підхід до їх визначення — той, який буде особливо потужним у вищих вимірах.

Означення 2.2.59

Репером у лінійному просторі $\mathbb{R}^2$ називаєтья впорядкована трійка $F = (\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{p})$, де $\boldsymbol{p}$ — точка та $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2$ — вектори, які визначають ортонормований базис у $\mathbb{R}^2$. Якщо впорядкований базис $(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$ індукує стандартну орієнтацію, то ми будемо говорити, шо репер F *орієнтований*. Прямі, які визначаються точкою $\boldsymbol{p}$ і напрямними векторами $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2$ називаються *x-віссю* та *y-віссю*, відповідно, репера F. Точка $\boldsymbol{p}$ називається *початком координат* репера F. Репер $(\overrightarrow{\boldsymbol{e}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{e}}_2, \boldsymbol{0})$ називається *стандартним репером* у лінійному просторі $\mathbb{R}^2$. Щоб спростити викладення, ми іноді використовуватимемо позначення $(\overrightarrow{\boldsymbol{e}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{e}}_2)$ замість $(\overrightarrow{\boldsymbol{e}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{e}}_2, \boldsymbol{0})$.

Перш ніж залишити тему рухів у площині, ми хочемо обговорити інший підхід до їх визначення — той, який буде особливо потужним у вищих вимірах.

Означення 2.2.59

Репером у лінійному просторі $\mathbb{R}^2$ називаєтья впорядкована трійка $F = (\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{p})$, де $\boldsymbol{p}$ — точка та $\vec{\boldsymbol{u}}_1$ і $\vec{\boldsymbol{u}}_2$ — вектори, які визначають ортонормований базис у $\mathbb{R}^2$. Якщо впорядкований базис $(\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_2)$ індукує стандартну орієнтацію, то ми будемо говорити, шо репер F *орієнтований*. Прямі, які визначаються точкою $\boldsymbol{p}$ і напрямними векторами $\vec{\boldsymbol{u}}_1$ і $\vec{\boldsymbol{u}}_2$ називаються *x-віссю* та *y-віссю*, відповідно, репера F. Точка $\boldsymbol{p}$ називається *початком координат* репера F. Репер $(\vec{\boldsymbol{e}}_1, \vec{\boldsymbol{e}}_2, \mathbf{0})$ називається *стандартним репером* у лінійному просторі $\mathbb{R}^2$. Щоб спростити викладення, ми іноді використовуватимемо позначення $(\vec{\boldsymbol{e}}_1, \vec{\boldsymbol{e}}_2)$ замість $(\vec{\boldsymbol{e}}_1, \vec{\boldsymbol{e}}_2, \mathbf{0})$.

Репери на площині

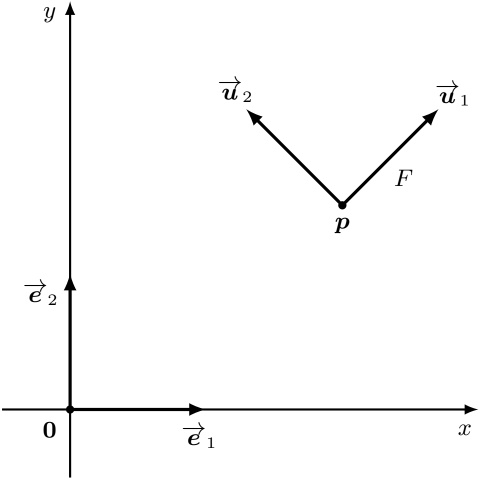
Репери можна розглядати як визначення нової системи координат (див. рис.).

Репери можна розглядати як визначення нової системи координат (див. рис.).

Репери можна розглядати як визначення нової системи координат (див. рис.).

Репери на площині

Репери можна розглядати як визначення нової системи координат (див. рис.).



Вони також можуть бути пов'язані з перетворенням природним шляхом. Якщо $F = (\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2, p)$ — репер і якщо $\overrightarrow{u}_1 = (u_{11}, u_{12})$, $\overrightarrow{u}_2 = (u_{21}, u_{22})$ і $\overrightarrow{p} = (m, n)$, то визначимо відображення T_F рівностями

$$\begin{aligned} x' &= u_{11}x + u_{21}y + m; \\ y' &= u_{12}x + u_{22}y + n. \end{aligned} \tag{1}$$

У матричній формі відображення T_F має вигляд

$$T_F(x, y) = (x, y)\begin{pmatrix} \overrightarrow{u}_1 \\ \overrightarrow{u}_2 \end{pmatrix} + \overrightarrow{p}. \tag{2}$$

Твердження 1

T_F є рухом.

Доведення. Оскільки $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ — ортонормований базис, то маємо, що

$$u_{11}^2 + u_{12}^2 = 1 = u_{21}^2 + u_{22}^2 \qquad \text{і} \qquad u_{11}u_{21} + u_{12}u_{22} = 0.$$

З цього легко випливає, що рівняння (1) мають вигляд рівнянь теореми 2.2.52, що доводить твердження. ∎

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + d, \end{aligned}$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Репери на площині

Вони також можуть бути пов'язані з перетворенням природним шляхом.
Якщо $F = (\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2, \boldsymbol{p})$ — репер і якщо $\overrightarrow{u}_1 = (u_{11}, u_{12})$, $\overrightarrow{u}_2 = (u_{21}, u_{22})$ і $\overrightarrow{p} = (m, n)$, то визначимо відображення T_F рівностями

$$\begin{aligned} x' &= u_{11}x + u_{21}y + m; \\ y' &= u_{12}x + u_{22}y + n. \end{aligned} \tag{1}$$

У матричній формі відображення T_F має вигляд

$$T_F(x, y) = (x, y)\begin{pmatrix} \overrightarrow{u}_1 \\ \overrightarrow{u}_2 \end{pmatrix} + \overrightarrow{p}. \tag{2}$$

Твердження 1

T_F є рухом.

Доведення. Оскільки $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ — ортонормований базис, то маємо, що

$$u_{11}^2 + u_{12}^2 = 1 = u_{21}^2 + u_{22}^2 \qquad \text{і} \qquad u_{11}u_{21} + u_{12}u_{22} = 0.$$

З цього легко випливає, що рівняння (1) мають вигляд рівнянь теореми 2.2.52, що доводить твердження. ■

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + d, \end{aligned}$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Репери на площині

Вони також можуть бути пов'язані з перетворенням природним шляхом. Якщо $F = (\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{p})$ — репер і якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 = (u_{11}, u_{12})$, $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 = (u_{21}, u_{22})$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{p}} = (m, n)$, то визначимо відображення T_F рівностями

$$\begin{aligned} x' &= u_{11}x + u_{21}y + m; \\ y' &= u_{12}x + u_{22}y + n. \end{aligned} \tag{1}$$

У матричній формі відображення T_F має вигляд

$$T_F(x, y) = (x, y)\begin{pmatrix} \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 \\ \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 \end{pmatrix} + \overrightarrow{\boldsymbol{p}}. \tag{2}$$

Твердження 1

T_F є рухом.

Доведення. Оскільки $(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$ — ортонормований базис, то маємо, що

$$u_{11}^2 + u_{12}^2 = 1 = u_{21}^2 + u_{22}^2 \qquad \text{і} \qquad u_{11}u_{21} + u_{12}u_{22} = 0.$$

З цього легко випливає, що рівняння (1) мають вигляд рівнянь теореми 2.2.52, що доводить твердження. ∎

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + d, \end{aligned}$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Репери на площині

Вони також можуть бути пов'язані з перетворенням природним шляхом. Якщо $F = (\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2, p)$ — репер і якщо $\overrightarrow{u}_1 = (u_{11}, u_{12})$, $\overrightarrow{u}_2 = (u_{21}, u_{22})$ і $\overrightarrow{p} = (m, n)$, то визначимо відображення T_F рівностями

$$x' = u_{11}x + u_{21}y + m; \qquad (1)$$
$$y' = u_{12}x + u_{22}y + n.$$

У матричній формі відображення T_F має вигляд

$$T_F(x, y) = (x, y)\begin{pmatrix}\overrightarrow{u}_1\\ \overrightarrow{u}_2\end{pmatrix} + \overrightarrow{p}. \qquad (2)$$

Твердження 1

T_F є рухом.

Доведення. Оскільки $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ — ортонормований базис, то маємо, що

$$u_{11}^2 + u_{12}^2 = 1 = u_{21}^2 + u_{22}^2 \quad \text{і} \quad u_{11}u_{21} + u_{12}u_{22} = 0.$$

З цього легко випливає, що рівняння (1) мають вигляд рівнянь теореми 2.2.52, що доводить твердження. ∎

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$x' = ax + by + c;$$
$$y' = \pm(-bx + ay) + d,$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Репери на площині

Вони також можуть бути пов'язані з перетворенням природним шляхом. Якщо $F = (\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{p})$ — репер і якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 = (u_{11}, u_{12})$, $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 = (u_{21}, u_{22})$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{p}} = (m, n)$, то визначимо відображення T_F рівностями

$$\begin{aligned} x' &= u_{11}x + u_{21}y + m; \\ y' &= u_{12}x + u_{22}y + n. \end{aligned} \tag{1}$$

У матричній формі відображення T_F має вигляд

$$T_F(x, y) = (x, y)\begin{pmatrix} \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 \\ \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 \end{pmatrix} + \overrightarrow{\boldsymbol{p}}. \tag{2}$$

Твердження 1

T_F є рухом.

Доведення. Оскільки $(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$ — ортонормований базис, то маємо, що

$$u_{11}^2 + u_{12}^2 = 1 = u_{21}^2 + u_{22}^2 \qquad \text{і} \qquad u_{11}u_{21} + u_{12}u_{22} = 0.$$

З цього легко випливає, що рівняння (1) мають вигляд рівнянь теореми 2.2.52, що доводить твердження. ∎

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + d, \end{aligned}$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Вони також можуть бути пов'язані з перетворенням природним шляхом. Якщо $F = (\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{p})$ — репер і якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 = (u_{11}, u_{12})$, $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 = (u_{21}, u_{22})$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{p}} = (m, n)$, то визначимо відображення T_F рівностями

$$\begin{aligned} x' &= u_{11}x + u_{21}y + m; \\ y' &= u_{12}x + u_{22}y + n. \end{aligned} \tag{1}$$

У матричній формі відображення T_F має вигляд

$$T_F(x, y) = (x, y)\begin{pmatrix} \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 \\ \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 \end{pmatrix} + \overrightarrow{\boldsymbol{p}}. \tag{2}$$

Твердження 1

T_F є рухом.

Доведення. Оскільки $(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$ — ортонормований базис, то маємо, що

$$u_{11}^2 + u_{12}^2 = 1 = u_{21}^2 + u_{22}^2 \qquad \text{і} \qquad u_{11}u_{21} + u_{12}u_{22} = 0.$$

З цього легко випливає, що рівняння (1) мають вигляд рівнянь теореми 2.2.52, що доводить твердження. ■

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + d, \end{aligned}$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Вони також можуть бути пов'язані з перетворенням природним шляхом. Якщо $F = (\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{p})$ — репер і якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 = (u_{11}, u_{12})$, $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 = (u_{21}, u_{22})$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{p}} = (m, n)$, то визначимо відображення T_F рівностями

$$\begin{aligned} x' &= u_{11}x + u_{21}y + m; \\ y' &= u_{12}x + u_{22}y + n. \end{aligned} \tag{1}$$

У матричній формі відображення T_F має вигляд

$$T_F(x, y) = (x, y) \begin{pmatrix} \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 \\ \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 \end{pmatrix} + \overrightarrow{\boldsymbol{p}}. \tag{2}$$

Твердження 1

T_F є рухом.

Доведення. Оскільки $(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$ — ортонормований базис, то маємо, що

$$u_{11}^2 + u_{12}^2 = 1 = u_{21}^2 + u_{22}^2 \qquad \text{і} \qquad u_{11}u_{21} + u_{12}u_{22} = 0.$$

З цього легко випливає, що рівняння (1) мають вигляд рівнянь теореми 2.2.52, що доводить твердження. ∎

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + d, \end{aligned}$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Вони також можуть бути пов'язані з перетворенням природним шляхом. Якщо $F = (\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{p})$ — репер і якщо $\vec{\boldsymbol{u}}_1 = (u_{11}, u_{12})$, $\vec{\boldsymbol{u}}_2 = (u_{21}, u_{22})$ і $\vec{\boldsymbol{p}} = (m, n)$, то визначимо відображення T_F рівностями

$$\begin{aligned} x' &= u_{11}x + u_{21}y + m; \\ y' &= u_{12}x + u_{22}y + n. \end{aligned} \tag{1}$$

У матричній формі відображення T_F має вигляд

$$T_F(x, y) = (x, y) \begin{pmatrix} \vec{\boldsymbol{u}}_1 \\ \vec{\boldsymbol{u}}_2 \end{pmatrix} + \vec{\boldsymbol{p}}. \tag{2}$$

Твердження 1

T_F є рухом.

Доведення. Оскільки $(\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_2)$ — ортонормований базис, то маємо, що

$$u_{11}^2 + u_{12}^2 = 1 = u_{21}^2 + u_{22}^2 \qquad \text{і} \qquad u_{11}u_{21} + u_{12}u_{22} = 0.$$

З цього легко випливає, що рівняння (1) мають вигляд рівнянь теореми 2.2.52, що доводить твердження. ∎

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + d, \end{aligned}$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Вони також можуть бути пов'язані з перетворенням природним шляхом. Якщо $F = (\vec{u}_1, \vec{u}_2, \boldsymbol{p})$ — репер і якщо $\vec{u}_1 = (u_{11}, u_{12})$, $\vec{u}_2 = (u_{21}, u_{22})$ і $\vec{p} = (m, n)$, то визначимо відображення T_F рівностями

$$\begin{aligned} x' &= u_{11}x + u_{21}y + m; \\ y' &= u_{12}x + u_{22}y + n. \end{aligned} \tag{1}$$

У матричній формі відображення T_F має вигляд

$$T_F(x, y) = (x, y)\begin{pmatrix} \vec{u}_1 \\ \vec{u}_2 \end{pmatrix} + \vec{p}. \tag{2}$$

Твердження 1

T_F є рухом.

Доведення. Оскільки $(\vec{u}_1, \vec{u}_2)$ — ортонормований базис, то маємо, що

$$u_{11}^2 + u_{12}^2 = 1 = u_{21}^2 + u_{22}^2 \qquad \text{і} \qquad u_{11}u_{21} + u_{12}u_{22} = 0.$$

З цього легко випливає, що рівняння (1) мають вигляд рівнянь теореми 2.2.52, що доводить твердження. ∎

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + d, \end{aligned}$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Вони також можуть бути пов'язані з перетворенням природним шляхом. Якщо $F = (\vec{u}_1, \vec{u}_2, \boldsymbol{p})$ — репер і якщо $\vec{u}_1 = (u_{11}, u_{12})$, $\vec{u}_2 = (u_{21}, u_{22})$ і $\vec{p} = (m, n)$, то визначимо відображення T_F рівностями

$$\begin{aligned} x' &= u_{11}x + u_{21}y + m; \\ y' &= u_{12}x + u_{22}y + n. \end{aligned} \qquad (1)$$

У матричній формі відображення T_F має вигляд

$$T_F(x, y) = (x, y)\begin{pmatrix} \vec{u}_1 \\ \vec{u}_2 \end{pmatrix} + \vec{p}. \qquad (2)$$

Твердження 1

T_F є рухом.

Доведення. Оскільки $(\vec{u}_1, \vec{u}_2)$ — ортонормований базис, то маємо, що

$$u_{11}^2 + u_{12}^2 = 1 = u_{21}^2 + u_{22}^2 \qquad \text{і} \qquad u_{11}u_{21} + u_{12}u_{22} = 0.$$

З цього легко випливає, що рівняння (1) мають вигляд рівнянь теореми 2.2.52, що доводить твердження. ■

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + d, \end{aligned}$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Репери на площині

Вони також можуть бути пов'язані з перетворенням природним шляхом. Якщо $F = (\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{p})$ — репер і якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 = (u_{11}, u_{12})$, $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 = (u_{21}, u_{22})$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{p}} = (m, n)$, то визначимо відображення T_F рівностями

$$\begin{aligned} x' &= u_{11}x + u_{21}y + m; \\ y' &= u_{12}x + u_{22}y + n. \end{aligned} \tag{1}$$

У матричній формі відображення T_F має вигляд

$$T_F(x, y) = (x, y)\begin{pmatrix} \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 \\ \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 \end{pmatrix} + \overrightarrow{\boldsymbol{p}}. \tag{2}$$

Твердження 1

T_F є рухом.

Доведення. Оскільки $(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$ — ортонормований базис, то маємо, що

$$u_{11}^2 + u_{12}^2 = 1 = u_{21}^2 + u_{22}^2 \qquad \text{і} \qquad u_{11}u_{21} + u_{12}u_{22} = 0.$$

З цього легко випливає, що рівняння (1) мають вигляд рівнянь теореми 2.2.52, що доводить твердження. ∎

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + d, \end{aligned}$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Вони також можуть бути пов'язані з перетворенням природним шляхом. Якщо $F = (\vec{u}_1, \vec{u}_2, \boldsymbol{p})$ — репер і якщо $\vec{u}_1 = (u_{11}, u_{12})$, $\vec{u}_2 = (u_{21}, u_{22})$ і $\vec{p} = (m, n)$, то визначимо відображення T_F рівностями

$$\begin{aligned} x' &= u_{11}x + u_{21}y + m; \\ y' &= u_{12}x + u_{22}y + n. \end{aligned} \tag{1}$$

У матричній формі відображення T_F має вигляд

$$T_F(x, y) = (x, y) \begin{pmatrix} \vec{u}_1 \\ \vec{u}_2 \end{pmatrix} + \vec{p}. \tag{2}$$

Твердження 1

T_F є рухом.

Доведення. Оскільки $(\vec{u}_1, \vec{u}_2)$ — ортонормований базис, то маємо, що

$$u_{11}^2 + u_{12}^2 = 1 = u_{21}^2 + u_{22}^2 \qquad \text{і} \qquad u_{11}u_{21} + u_{12}u_{22} = 0.$$

З цього легко випливає, що рівняння (1) мають вигляд рівнянь теореми 2.2.52, що доводить твердження. ∎

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + d, \end{aligned}$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Вони також можуть бути пов'язані з перетворенням природним шляхом. Якщо $F=(\vec{\boldsymbol{u}}_1,\vec{\boldsymbol{u}}_2,\boldsymbol{p})$ — репер і якщо $\vec{\boldsymbol{u}}_1=(u_{11},u_{12})$, $\vec{\boldsymbol{u}}_2=(u_{21},u_{22})$ і $\vec{\boldsymbol{p}}=(m,n)$, то визначимо відображення T_F рівностями

$$\begin{aligned} x' &= u_{11}x+u_{21}y+m;\\ y' &= u_{12}x+u_{22}y+n. \end{aligned} \tag{1}$$

У матричній формі відображення T_F має вигляд

$$T_F(x,y)=(x,y)\begin{pmatrix}\vec{\boldsymbol{u}}_1\\ \vec{\boldsymbol{u}}_2\end{pmatrix}+\vec{\boldsymbol{p}}. \tag{2}$$

Твердження 1

T_F є рухом.

Доведення. Оскільки $(\vec{\boldsymbol{u}}_1,\vec{\boldsymbol{u}}_2)$ — ортонормований базис, то маємо, що

$$u_{11}^2+u_{12}^2=1=u_{21}^2+u_{22}^2 \qquad \text{і} \qquad u_{11}u_{21}+u_{12}u_{22}=0.$$

З цього легко випливає, що рівняння (1) мають вигляд рівнянь теореми 2.2.52, що доводить твердження. ∎

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$x'=ax+by+c;$$

$$y'=\pm(-bx+ay)+d,$$

де $a^2+b^2=1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Репери на площині

Вони також можуть бути пов'язані з перетворенням природним шляхом. Якщо $F = (\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{p})$ — репер і якщо $\vec{\boldsymbol{u}}_1 = (u_{11}, u_{12})$, $\vec{\boldsymbol{u}}_2 = (u_{21}, u_{22})$ і $\vec{\boldsymbol{p}} = (m, n)$, то визначимо відображення T_F рівностями

$$\begin{aligned} x' &= u_{11}x + u_{21}y + m; \\ y' &= u_{12}x + u_{22}y + n. \end{aligned} \tag{1}$$

У матричній формі відображення T_F має вигляд

$$T_F(x, y) = (x, y) \begin{pmatrix} \vec{\boldsymbol{u}}_1 \\ \vec{\boldsymbol{u}}_2 \end{pmatrix} + \vec{\boldsymbol{p}}. \tag{2}$$

Твердження 1

T_F є рухом.

Доведення. Оскільки $(\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_2)$ — ортонормований базис, то маємо, що

$$u_{11}^2 + u_{12}^2 = 1 = u_{21}^2 + u_{22}^2 \qquad \text{і} \qquad u_{11}u_{21} + u_{12}u_{22} = 0.$$

З цього легко випливає, що рівняння (1) мають вигляд рівнянь теореми 2.2.52, що доводить твердження. ■

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + d, \end{aligned}$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Репери на площині

Вони також можуть бути пов'язані з перетворенням природним шляхом. Якщо $F = (\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{p})$ — репер і якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 = (u_{11}, u_{12})$, $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 = (u_{21}, u_{22})$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{p}} = (m, n)$, то визначимо відображення T_F рівностями

$$\begin{aligned} x' &= u_{11}x + u_{21}y + m; \\ y' &= u_{12}x + u_{22}y + n. \end{aligned} \tag{1}$$

У матричній формі відображення T_F має вигляд

$$T_F(x, y) = (x, y)\begin{pmatrix} \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 \\ \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 \end{pmatrix} + \overrightarrow{\boldsymbol{p}}. \tag{2}$$

Твердження 1

T_F є рухом.

Доведення. Оскільки $(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$ — ортонормований базис, то маємо, що

$$u_{11}^2 + u_{12}^2 = 1 = u_{21}^2 + u_{22}^2 \qquad \text{і} \qquad u_{11}u_{21} + u_{12}u_{22} = 0.$$

З цього легко випливає, що рівняння (1) мають вигляд рівнянь теореми 2.2.52, що доводить твердження. ■

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + d, \end{aligned}$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Вони також можуть бути пов'язані з перетворенням природним шляхом. Якщо $F = (\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{p})$ — репер і якщо $\vec{\boldsymbol{u}}_1 = (u_{11}, u_{12})$, $\vec{\boldsymbol{u}}_2 = (u_{21}, u_{22})$ і $\vec{\boldsymbol{p}} = (m, n)$, то визначимо відображення T_F рівностями

$$\begin{aligned} x' &= u_{11}x + u_{21}y + m; \\ y' &= u_{12}x + u_{22}y + n. \end{aligned} \tag{1}$$

У матричній формі відображення T_F має вигляд

$$T_F(x, y) = (x, y) \begin{pmatrix} \vec{\boldsymbol{u}}_1 \\ \vec{\boldsymbol{u}}_2 \end{pmatrix} + \vec{\boldsymbol{p}}. \tag{2}$$

Твердження 1

T_F є рухом.

Доведення. Оскільки $(\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_2)$ — ортонормований базис, то маємо, що

$$u_{11}^2 + u_{12}^2 = 1 = u_{21}^2 + u_{22}^2 \qquad \text{і} \qquad u_{11}u_{21} + u_{12}u_{22} = 0.$$

З цього легко випливає, що рівняння (1) мають вигляд рівнянь теореми 2.2.52, що доводить твердження. ◻

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівнняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + d, \end{aligned}$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Вони також можуть бути пов'язані з перетворенням природним шляхом. Якщо $F = (\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{p})$ — репер і якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 = (u_{11}, u_{12})$, $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 = (u_{21}, u_{22})$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{p}} = (m, n)$, то визначимо відображення T_F рівностями

$$\begin{aligned} x' &= u_{11}x + u_{21}y + m; \\ y' &= u_{12}x + u_{22}y + n. \end{aligned} \tag{1}$$

У матричній формі відображення T_F має вигляд

$$T_F(x, y) = (x, y)\begin{pmatrix} \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 \\ \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 \end{pmatrix} + \overrightarrow{\boldsymbol{p}}. \tag{2}$$

Твердження 1

T_F є рухом.

Доведення. Оскільки $(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$ — ортонормований базис, то маємо, що

$$u_{11}^2 + u_{12}^2 = 1 = u_{21}^2 + u_{22}^2 \qquad \text{і} \qquad u_{11}u_{21} + u_{12}u_{22} = 0.$$

З цього легко випливає, що рівняння (1) мають вигляд рівнянь теореми 2.2.52, що доводить твердження. ◻

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + d, \end{aligned}$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Вони також можуть бути пов'язані з перетворенням природним шляхом. Якщо $F = (\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{p})$ — репер і якщо $\vec{\boldsymbol{u}}_1 = (u_{11}, u_{12})$, $\vec{\boldsymbol{u}}_2 = (u_{21}, u_{22})$ і $\vec{\boldsymbol{p}} = (m, n)$, то визначимо відображення T_F рівностями

$$\begin{aligned} x' &= u_{11}x + u_{21}y + m; \\ y' &= u_{12}x + u_{22}y + n. \end{aligned} \tag{1}$$

У матричній формі відображення T_F має вигляд

$$T_F(x, y) = (x, y)\begin{pmatrix} \vec{\boldsymbol{u}}_1 \\ \vec{\boldsymbol{u}}_2 \end{pmatrix} + \vec{\boldsymbol{p}}. \tag{2}$$

Твердження 1

T_F є рухом.

Доведення. Оскільки $(\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_2)$ — ортонормований базис, то маємо, що

$$u_{11}^2 + u_{12}^2 = 1 = u_{21}^2 + u_{22}^2 \qquad \text{і} \qquad u_{11}u_{21} + u_{12}u_{22} = 0.$$

З цього легко випливає, що рівняння (1) мають вигляд рівнянь теореми 2.2.52, що доводить твердження. ■

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівнянннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + d, \end{aligned}$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Якщо ми думаємо про репер для визначення нової системи координат, то ми можемо знаходити координати точок на площині стосовно репера.

Означення 2.2.60

Координати точки стосовно репера називаються *реперними координатами*. Реперні координати стосовно стандартного репера називаються *світовими* (або *зовнішніми*) *координатами*.

Оскільки T_F відображає початок координат в точку $\boldsymbol{p}$, $(1,0)$ у $\boldsymbol{p}+\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1$ і $(0,1)$ у $\boldsymbol{p}+\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2$, то ми можемо уявляти, що T_F відображає реперні координати в світові координати.
Існує твердження обернене до **твердження 1**. Нехай M — рух, який визначається рівностями

$$x' = ax + by + m;$$
$$y' = cx + dy + n,$$

де $a^2+b^2=1$.

Якщо ми думаємо про репер для визначення нової системи координат, то ми можемо знаходити координати точок на площині стосовно репера.

Означення 2.2.60

Координати точки стосовно репера називаються *реперними координатами*. Реперні координати стосовно стандартного репера називаються *світовими* (або *зовнішніми*) *координатами*.

Оскільки T_F відображає початок координат в точку $\boldsymbol{p}$, $(1,0)$ у $\boldsymbol{p}+\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1$ і $(0,1)$ у $\boldsymbol{p}+\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2$, то ми можемо уявляти, що T_F відображає реперні координати в світові координати.

Існує твердження обернене до **твердження 1**. Нехай M — рух, який визначається рівностями

$$x' = ax + by + m;$$
$$y' = cx + dy + n,$$

де $a^2 + b^2 = 1$.

Репери на площині

Якщо ми думаємо про репер для визначення нової системи координат, то ми можемо знаходити координати точок на площині стосовно репера.

Означення 2.2.60

Координати точки стосовно репера називаються *реперними координатами*. Реперні координати стосовно стандартного репера називаються *світовими* (або *зовнішніми*) *координатами*.

Оскільки T_F відображає початок координат в точку $\boldsymbol{p}$, $(1,0)$ у $\boldsymbol{p} + \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1$ і $(0,1)$ у $\boldsymbol{p} + \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2$, то ми можемо уявляти, що T_F відображає реперні координати в світові координати.

Існує твердження обернене до **твердження 1**. Нехай M — рух, який визначається рівностями

$$x' = ax + by + m;$$
$$y' = cx + dy + n,$$

де $a^2 + b^2 = 1$.

Якщо ми думаємо про репер для визначення нової системи координат, то ми можемо знаходити координати точок на площині стосовно репера.

Означення 2.2.60

Координати точки стосовно репера називаються *реперними координатами*. Реперні координати стосовно стандартного репера називаються *світовими* (або *зовнішніми*) *координатами*.

Оскільки T_F відображає початок координат в точку $\boldsymbol{p}$, $(1,0)$ у $\boldsymbol{p}+\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1$ і $(0,1)$ у $\boldsymbol{p}+\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2$, то ми можемо уявляти, що T_F відображає реперні координати в світові координати.

Існує твердження обернене до **твердження 1**. Нехай M — рух, який визначається рівностями

$$x' = ax + by + m;$$
$$y' = cx + dy + n,$$

де $a^2 + b^2 = 1$.

Якщо ми думаємо про репер для визначення нової системи координат, то ми можемо знаходити координати точок на площині стосовно репера.

Означення 2.2.60

Координати точки стосовно репера називаються *реперними координатами*. Реперні координати стосовно стандартного репера називаються *світовими* (або *зовнішніми*) *координатами*.

Оскільки T_F відображає початок координат в точку $\boldsymbol{p}$, $(1,0)$ у $\boldsymbol{p}+\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1$ і $(0,1)$ у $\boldsymbol{p}+\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2$, то ми можемо уявляти, що T_F відображає реперні координати в світові координати.

Існує твердження обернене до **твердження 1**. Нехай M — рух, який визначається рівностями

$$x' = ax + by + m;$$
$$y' = cx + dy + n,$$

де $a^2 + b^2 = 1$.

Якщо ми думаємо про репер для визначення нової системи координат, то ми можемо знаходити координати точок на площині стосовно репера.

Означення 2.2.60

Координати точки стосовно репера називаються *реперними координатами*. Реперні координати стосовно стандартного репера називаються *світовими* (або *зовнішніми*) *координатами*.

Оскільки T_F відображає початок координат в точку $\boldsymbol{p}$, $(1, 0)$ у $\boldsymbol{p} + \overrightarrow{u}_1$ і $(0, 1)$ у $\boldsymbol{p} + \overrightarrow{u}_2$, то ми можемо уявляти, що T_F відображає реперні координати в світові координати.

Існує твердження обернене до **твердження 1**. Нехай M — рух, який визначається рівностями

$$x' = ax + by + m;$$
$$y' = cx + dy + n,$$

де $a^2 + b^2 = 1$.

Якщо ми думаємо про репер для визначення нової системи координат, то ми можемо знаходити координати точок на площині стосовно репера.

Означення 2.2.60

Координати точки стосовно репера називаються *реперними координатами*. Реперні координати стосовно стандартного репера називаються *світовими* (або *зовнішніми*) *координатами*.

Оскільки T_F відображає початок координат в точку $\boldsymbol{p}$, $(1,0)$ у $\boldsymbol{p}+\overrightarrow{u}_1$ і $(0,1)$ у $\boldsymbol{p}+\overrightarrow{u}_2$, то ми можемо уявляти, що T_F відображає реперні координати в світові координати.

Існує твердження обернене до **твердження 1**. Нехай M — рух, який визначається рівностями

$$x' = ax + by + m;$$
$$y' = cx + dy + n,$$

де $a^2 + b^2 = 1$.

Якщо ми думаємо про репер для визначення нової системи координат, то ми можемо знаходити координати точок на площині стосовно репера.

Означення 2.2.60

Координати точки стосовно репера називаються *реперними координатами*. Реперні координати стосовно стандартного репера називаються *світовими* (або *зовнішніми*) *координатами*.

Оскільки T_F відображає початок координат в точку $\boldsymbol{p}$, $(1,0)$ у $\boldsymbol{p}+\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1$ і $(0,1)$ у $\boldsymbol{p}+\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2$, то ми можемо уявляти, що T_F відображає реперні координати в світові координати.

Існує твердження обернене до **твердження 1**. Нехай M — рух, який визначається рівностями

$$x' = ax + by + m;$$
$$y' = cx + dy + n,$$

де $a^2 + b^2 = 1$.

Якщо ми думаємо про репер для визначення нової системи координат, то ми можемо знаходити координати точок на площині стосовно репера.

Означення 2.2.60

Координати точки стосовно репера називаються *реперними координатами*. Реперні координати стосовно стандартного репера називаються *світовими* (або *зовнішніми*) *координатами*.

Оскільки T_F відображає початок координат в точку $\boldsymbol{p}$, $(1, 0)$ у $\boldsymbol{p} + \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1$ і $(0, 1)$ у $\boldsymbol{p} + \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2$, то ми можемо уявляти, що T_F відображає реперні координати в світові координати.

Існує твердження обернене до **твердження 1**. Нехай M — рух, який визначається рівностями

$$x' = ax + by + m;$$
$$y' = cx + dy + n,$$

де $a^2 + b^2 = 1$.

Якщо ми думаємо про репер для визначення нової системи координат, то ми можемо знаходити координати точок на площині стосовно репера.

Означення 2.2.60

Координати точки стосовно репера називаються *реперними координатами*. Реперні координати стосовно стандартного репера називаються *світовими* (або *зовнішніми*) *координатами*.

Оскільки T_F відображає початок координат в точку $\boldsymbol{p}$, $(1,0)$ у $\boldsymbol{p}+\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1$ і $(0,1)$ у $\boldsymbol{p}+\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2$, то ми можемо уявляти, що T_F відображає реперні координати в світові координати.

Існує твердження обернене до **твердження 1**. Нехай M — рух, який визначається рівностями

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + m; \\ y' &= cx + dy + n, \end{aligned}$$

де $a^2 + b^2 = 1$.

Якщо ми думаємо про репер для визначення нової системи координат, то ми можемо знаходити координати точок на площині стосовно репера.

Означення 2.2.60

Координати точки стосовно репера називаються *реперними координатами*. Реперні координати стосовно стандартного репера називаються *світовими* (або *зовнішніми*) *координатами*.

Оскільки T_F відображає початок координат в точку $\boldsymbol{p}$, $(1,0)$ у $\boldsymbol{p}+\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1$ і $(0,1)$ у $\boldsymbol{p}+\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2$, то ми можемо уявляти, що T_F відображає реперні координати в світові координати.

Існує твердження обернене до **твердження 1**. Нехай M — рух, який визначається рівностями

$$x' = ax + by + m;$$
$$y' = cx + dy + n,$$

де $a^2 + b^2 = 1$.

Якщо ми думаємо про репер для визначення нової системи координат, то ми можемо знаходити координати точок на площині стосовно репера.

Означення 2.2.60

Координати точки стосовно репера називаються *реперними координатами*. Реперні координати стосовно стандартного репера називаються *світовими* (або *зовнішніми*) *координатами*.

Оскільки T_F відображає початок координат в точку $\boldsymbol{p}$, $(1,0)$ у $\boldsymbol{p}+\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1$ і $(0,1)$ у $\boldsymbol{p}+\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2$, то ми можемо уявляти, що T_F відображає реперні координати в світові координати.
Існує твердження обернене до **твердження 1**. Нехай M — рух, який визначається рівностями

$$x' = ax + by + m;$$
$$y' = cx + dy + n,$$

де $a^2 + b^2 = 1$.

Якщо ми думаємо про репер для визначення нової системи координат, то ми можемо знаходити координати точок на площині стосовно репера.

Означення 2.2.60

Координати точки стосовно репера називаються *реперними координатами*. Реперні координати стосовно стандартного репера називаються *світовими* (або *зовнішніми*) *координатами*.

Оскільки T_F відображає початок координат в точку $\boldsymbol{p}$, $(1,0)$ у $\boldsymbol{p}+\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1$ і $(0,1)$ у $\boldsymbol{p}+\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2$, то ми можемо уявляти, що T_F відображає реперні координати в світові координати.
Існує твердження обернене до **твердження 1**. Нехай M — рух, який визначається рівностями

$$x' = ax + by + m;$$
$$y' = cx + dy + n,$$

де $a^2 + b^2 = 1$.

Якщо ми думаємо про репер для визначення нової системи координат, то ми можемо знаходити координати точок на площині стосовно репера.

Означення 2.2.60

Координати точки стосовно репера називаються *реперними координатами*. Реперні координати стосовно стандартного репера називаються *світовими* (або *зовнішніми*) *координатами*.

Оскільки T_F відображає початок координат в точку $\boldsymbol{p}$, $(1,0)$ у $\boldsymbol{p}+\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1$ і $(0,1)$ у $\boldsymbol{p}+\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2$, то ми можемо уявляти, що T_F відображає реперні координати в світові координати.
Існує твердження обернене до **твердження 1**. Нехай M — рух, який визначається рівностями

$$
\begin{aligned}
x' &= ax+by+m;\\
y' &= cx+dy+n,
\end{aligned}
$$

де $a^2+b^2=1$.

Нехай $\vec{u}_1 = (a, c)$, $\vec{u}_2 = (b, d)$ і $\boldsymbol{p} = (m, n)$.

Твердження 2

$(\vec{u}_1, \vec{u}_2)$ — ортонормований базис і $(\vec{u}_1, \vec{u}_2, \boldsymbol{p})$ — репер.

Доведення. Це випливає з теореми 2.2.52, оскільки за цієї теоремою маємо, що $c = -kb$ і $d = ka$ для $k = \pm 1$ і $a^2 + b^2 = 1$. ∎

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$x' = ax + by + c;$$

$$y' = \pm(-bx + ay) + d,$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Твердження 1 і **2** можуть бути підсумованими сказавши, що існує взаємно однозначна відповідність між реперами та рухами. Спеціальний випадок, коли $\boldsymbol{p} = \mathbf{0}$ стверджує, що існує взаємно однозначна відповідність між ортонормованими базами та рухами з нерухомою точкою $\mathbf{0}$.

Репери на площині

Нехай $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 = (a, c)$, $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 = (b, d)$ і $\boldsymbol{p} = (m, n)$.

Твердження 2

$(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$ — ортонормований базис і $(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{p})$ — репер.

Доведення. Це випливає з теореми 2.2.52, оскільки за цієї теоремою маємо, що $c = -kb$ і $d = ka$ для $k = \pm 1$ і $a^2 + b^2 = 1$. ■

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$x' = ax + by + c;$$
$$y' = \pm(-bx + ay) + d,$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Твердження 1 і **2** можуть бути підсумованими сказавши, що існує взаємно однозначна відповідність між реперами та рухами. Спеціальний випадок, коли $\boldsymbol{p} = \mathbf{0}$ стверджує, що існує взаємно однозначна відповідність між ортонормованими базами та рухами з нерухомою точкою $\mathbf{0}$.

Нехай $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 = (a, c)$, $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 = (b, d)$ і $\boldsymbol{p} = (m, n)$.

Твердження 2

$(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$ — ортонормований базис і $(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{p})$ — репер.

Доведення. Це випливає з теореми 2.2.52, оскільки за цієї теоремою маємо, що $c = -kb$ і $d = ka$ для $k = \pm 1$ і $a^2 + b^2 = 1$. ∎

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$x' = ax + by + c;$$

$$y' = \pm(-bx + ay) + d,$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Твердження 1 і **2** можуть бути підсумованими сказавши, що існує взаємно однозначна відповідність між реперами та рухами. Спеціальний випадок, коли $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{0}$ стверджує, що існує взаємно однозначна відповідність між ортонормованими базами та рухами з нерухомою точкою $\boldsymbol{0}$.

Нехай $\vec{u}_1 = (a, c)$, $\vec{u}_2 = (b, d)$ і $\boldsymbol{p} = (m, n)$.

Твердження 2

$(\vec{u}_1, \vec{u}_2)$ — ортонормований базис і $(\vec{u}_1, \vec{u}_2, \boldsymbol{p})$ — репер.

Доведення. Це випливає з теореми 2.2.52, оскільки за цієї теоремою маємо, що $c = -kb$ і $d = ka$ для $k = \pm 1$ і $a^2 + b^2 = 1$. ∎

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$x' = ax + by + c;$$

$$y' = \pm(-bx + ay) + d,$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Твердження 1 і **2** можуть бути підсумованими сказавши, що існує взаємно однозначна відповідність між реперами та рухами. Спеціальний випадок, коли $\boldsymbol{p} = \mathbf{0}$ стверджує, що існує взаємно однозначна відповідність між ортонормованими базами та рухами з нерухомою точкою $\mathbf{0}$.

Нехай $\vec{u}_1 = (a, c)$, $\vec{u}_2 = (b, d)$ і $\boldsymbol{p} = (m, n)$.

Твердження 2

$(\vec{u}_1, \vec{u}_2)$ — ортонормований базис і $(\vec{u}_1, \vec{u}_2, \boldsymbol{p})$ — репер.

Доведення. Це випливає з теореми 2.2.52, оскільки за цієї теоремою маємо, що $c = -kb$ і $d = ka$ для $k = \pm 1$ і $a^2 + b^2 = 1$. ■

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$x' = ax + by + c;$$
$$y' = \pm(-bx + ay) + d,$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Твердження 1 і **2** можуть бути підсумованими сказавши, що існує взаємно однозначна відповідність між реперами та рухами. Спеціальний випадок, коли $\boldsymbol{p} = \mathbf{0}$ стверджує, що існує взаємно однозначна відповідність між ортонормованими базами та рухами з нерухомою точкою $\mathbf{0}$.

Нехай $\vec{\boldsymbol{u}}_1 = (a, c)$, $\vec{\boldsymbol{u}}_2 = (b, d)$ і $\boldsymbol{p} = (m, n)$.

Твердження 2

$(\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_2)$ — ортонормований базис і $(\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{p})$ — репер.

Доведення. Це випливає з теореми 2.2.52, оскільки за цієї теоремою маємо, що $c = -kb$ і $d = ka$ для $k = \pm 1$ і $a^2 + b^2 = 1$. ■

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$x' = ax + by + c;$$

$$y' = \pm(-bx + ay) + d,$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Твердження 1 і **2** можуть бути підсумованими сказавши, що існує взаємно однозначна відповідність між реперами та рухами. Спеціальний випадок, коли $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{0}$ стверджує, що існує взаємно однозначна відповідність між ортонормованими базами та рухами з нерухомою точкою $\boldsymbol{0}$.

Нехай $\vec{\boldsymbol{u}}_1 = (a, c)$, $\vec{\boldsymbol{u}}_2 = (b, d)$ і $\boldsymbol{p} = (m, n)$.

Твердження 2

$(\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_2)$ — ортонормований базис і $(\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{p})$ — репер.

Доведення. Це випливає з теореми 2.2.52, оскільки за цієї теоремою маємо, що $c = -kb$ і $d = ka$ для $k = \pm 1$ і $a^2 + b^2 = 1$. ∎

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$x' = ax + by + c;$$

$$y' = \pm(-bx + ay) + d,$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Твердження 1 і **2** можуть бути підсумованими сказавши, що існує взаємно однозначна відповідність між реперами та рухами. Спеціальний випадок, коли $\boldsymbol{p} = \mathbf{0}$ стверджує, що існує взаємно однозначна відповідність між ортонормованими базами та рухами з нерухомою точкою $\mathbf{0}$.

Нехай $\vec{\boldsymbol{u}}_1 = (a, c)$, $\vec{\boldsymbol{u}}_2 = (b, d)$ і $\boldsymbol{p} = (m, n)$.

Твердження 2

$(\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_2)$ — ортонормований базис і $(\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{p})$ — репер.

Доведення. Це випливає з теореми 2.2.52, оскільки за цієї теоремою маємо, що $c = -kb$ і $d = ka$ для $k = \pm 1$ і $a^2 + b^2 = 1$. ∎

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$x' = ax + by + c;$$
$$y' = \pm(-bx + ay) + d,$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Твердження 1 і 2 можуть бути підсумованими сказавши, що існує взаємно однозначна відповідність між реперами та рухами. Спеціальний випадок, коли $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{0}$ стверджує, що існує взаємно однозначна відповідність між ортонормованими базами та рухами з нерухомою точкою $\boldsymbol{0}$.

Нехай $\vec{\boldsymbol{u}}_1 = (a, c)$, $\vec{\boldsymbol{u}}_2 = (b, d)$ і $\boldsymbol{p} = (m, n)$.

Твердження 2

$(\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_2)$ — ортонормований базис і $(\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{p})$ — репер.

Доведення. Це випливає з теореми 2.2.52, оскільки за цієї теоремою маємо, що $c = -kb$ і $d = ka$ для $k = \pm 1$ і $a^2 + b^2 = 1$. ■

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$x' = ax + by + c;$$

$$y' = \pm(-bx + ay) + d,$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Твердження 1 і **2** можуть бути підсумованими сказавши, що існує взаємно однозначна відповідність між реперами та рухами. Спеціальний випадок, коли $p = \mathbf{0}$ стверджує, що існує взаємно однозначна відповідність між ортонормованими базами та рухами з нерухомою точкою $\mathbf{0}$.

Нехай $\vec{\boldsymbol{u}}_1 = (a, c)$, $\vec{\boldsymbol{u}}_2 = (b, d)$ і $\boldsymbol{p} = (m, n)$.

Твердження 2

$(\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_2)$ — ортонормований базис і $(\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{p})$ — репер.

Доведення. Це випливає з теореми 2.2.52, оскільки за цієї теоремою маємо, що $c = -kb$ і $d = ka$ для $k = \pm 1$ і $a^2 + b^2 = 1$. ■

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$x' = ax + by + c;$$
$$y' = \pm(-bx + ay) + d,$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Твердження 1 і **2** можуть бути підсумованими сказавши, що існує взаємно однозначна відповідність між реперами та рухами. Спеціальний випадок, коли $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{0}$ стверджує, що існує взаємно однозначна відповідність між ортонормованими базами та рухами з нерухомою точкою $\boldsymbol{0}$.

Нехай $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 = (a, c)$, $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 = (b, d)$ і $\boldsymbol{p} = (m, n)$.

Твердження 2

$(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$ — ортонормований базис і $(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{p})$ — репер.

Доведення. Це випливає з теореми 2.2.52, оскільки за цієї теоремою маємо, що $c = -kb$ і $d = ka$ для $k = \pm 1$ і $a^2 + b^2 = 1$. ■

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$x' = ax + by + c;$$

$$y' = \pm(-bx + ay) + d,$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Твердження 1 і **2** можуть бути підсумованими сказавши, що існує взаємно однозначна відповідність між реперами та рухами. Спеціальний випадок, коли $\boldsymbol{p} = \mathbf{0}$ стверджує, що існує взаємно однозначна відповідність між ортонормованими базами та рухами з нерухомою точкою $\mathbf{0}$.

Нехай $\vec{\boldsymbol{u}}_1 = (a, c)$, $\vec{\boldsymbol{u}}_2 = (b, d)$ і $\boldsymbol{p} = (m, n)$.

Твердження 2

$(\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_2)$ — ортонормований базис і $(\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{p})$ — репер.

Доведення. Це випливає з теореми 2.2.52, оскільки за цієї теоремою маємо, що $c = -kb$ і $d = ka$ для $k = \pm 1$ і $a^2 + b^2 = 1$. ■

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$x' = ax + by + c;$$

$$y' = \pm(-bx + ay) + d,$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Твердження 1 і **2** можуть бути підсумованими сказавши, що існує взаємно однозначна відповідність між реперами та рухами. Спеціальний випадок, коли $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{0}$ стверджує, що існує взаємно однозначна відповідність між ортонормованими базами та рухами з нерухомою точкою $\boldsymbol{0}$.

Нехай $\vec{\boldsymbol{u}}_1 = (a, c)$, $\vec{\boldsymbol{u}}_2 = (b, d)$ і $\boldsymbol{p} = (m, n)$.

Твердження 2

$(\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_2)$ — ортонормований базис і $(\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{p})$ — репер.

Доведення. Це випливає з теореми 2.2.52, оскільки за цієї теоремою маємо, що $c = -kb$ і $d = ka$ для $k = \pm 1$ і $a^2 + b^2 = 1$. ■

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$x' = ax + by + c;$$

$$y' = \pm(-bx + ay) + d,$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Твердження 1 і **2** можуть бути підсумованими сказавши, що існує взаємно однозначна відповідність між реперами та рухами. Спеціальний випадок, коли $\boldsymbol{p} = \mathbf{0}$ стверджує, що існує взаємно однозначна відповідність між ортонормованими базами та рухами з нерухомою точкою $\mathbf{0}$.

Нехай $\vec{\boldsymbol{u}}_1 = (a, c)$, $\vec{\boldsymbol{u}}_2 = (b, d)$ і $\boldsymbol{p} = (m, n)$.

Твердження 2

$(\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_2)$ — ортонормований базис і $(\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{p})$ — репер.

Доведення. Це випливає з теореми 2.2.52, оскільки за цієї теоремою маємо, що $c = -kb$ і $d = ka$ для $k = \pm 1$ і $a^2 + b^2 = 1$. ■

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$x' = ax + by + c;$$

$$y' = \pm(-bx + ay) + d,$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Твердження 1 і **2** можуть бути підсумованими сказавши, що існує взаємно однозначна відповідність між реперами та рухами. Спеціальний випадок, коли $\boldsymbol{p} = \mathbf{0}$ стверджує, що існує взаємно однозначна відповідність між ортонормованими базами та рухами з нерухомою точкою $\mathbf{0}$.

Приклад 2.2.61

Розглянемо обертання R навколо початку координат, визначене

$$x' = \frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y;$$
$$y' = \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y.$$

Вектори $\overrightarrow{u}_1 = \left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$ і $\overrightarrow{u}_2 = \left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$, очевидно, утворюють ортонормований базис.

Означення 2.2.62

Рух T_F зазвичай просто позначають через F і називається *рухом визначений репером F*.

У даному випадку використання "F" для позначення як реперу F, так і руху T_F не повинно викликати плутанини, оскільки з контексту завжди буде зрозуміло, чи мова йде про репер, чи про відображення.

Приклад 2.2.61

Розглянемо обертання R навколо початку координат, визначене

$$x' = \frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y;$$
$$y' = \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y.$$

Вектори $\overrightarrow{u}_1 = \left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$ і $\overrightarrow{u}_2 = \left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$, очевидно, утворюють ортонормований базис.

Означення 2.2.62

Рух T_F зазвичай просто позначають через F і називається *рухом визначений репером F*.

У даному випадку використання "F" для позначення як реперу F, так і руху T_F не повинно викликати плутанини, оскільки з контексту завжди буде зрозуміло, чи мова йде про репер, чи про відображення.

Приклад 2.2.61

Розглянемо обертання R навколо початку координат, визначене

$$x' = \frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y;$$
$$y' = \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y.$$

Вектори $\overrightarrow{u}_1 = \left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$ і $\overrightarrow{u}_2 = \left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$, очевидно, утворюють ортонормований базис.

Означення 2.2.62

Рух T_F зазвичай просто позначають через F і називається *рухом визначений репером F*.

У даному випадку використання "F" для позначення як реперу F, так і руху T_F не повинно викликати плутанини, оскільки з контексту завжди буде зрозуміло, чи мова йде про репер, чи про відображення.

Приклад 2.2.61

Розглянемо обертання R навколо початку координат, визначене

$$x' = \frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y;$$
$$y' = \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y.$$

Вектори $\overrightarrow{u}_1 = \left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$ і $\overrightarrow{u}_2 = \left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$, очевидно, утворюють ортонормований базис.

Означення 2.2.62

Рух T_F зазвичай просто позначають через F і називається *рухом визначений репером F*.

У даному випадку використання "F" для позначення як реперу F, так і руху T_F не повинно викликати плутанини, оскільки з контексту завжди буде зрозуміло, чи мова йде про репер, чи про відображення.

Репери на площині

Приклад 2.2.61

Розглянемо обертання R навколо початку координат, визначене

$$x' = \frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y;$$
$$y' = \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y.$$

Вектори $\vec{u}_1 = \left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$ і $\vec{u}_2 = \left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$, очевидно, утворюють ортонормований базис.

Означення 2.2.62

Рух T_F зазвичай просто позначають через F і називається *рухом визначений репером F*.

У даному випадку використання “F” для позначення як реперу F, так і руху T_F не повинно викликати плутанини, оскільки з контексту завжди буде зрозуміло, чи мова йде про репер, чи про відображення.

Приклад 2.2.61

Розглянемо обертання R навколо початку координат, визначене

$$x' = \frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y;$$
$$y' = \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y.$$

Вектори $\vec{u}_1 = \left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$ і $\vec{u}_2 = \left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$, очевидно, утворюють ортонормований базис.

Означення 2.2.62

Рух T_F зазвичай просто позначаєть через F і називається *рухом визначений репером F*.

У даному випадку використання "F" для позначення як реперу F, так і руху T_F не повинно викликати плутанини, оскільки з контексту завжди буде зрозуміло, чи мова йде про репер, чи про відображення.

Приклад 2.2.61

Розглянемо обертання R навколо початку координат, визначене

$$x' = \frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y;$$
$$y' = \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y.$$

Вектори $\vec{u}_1 = \left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$ і $\vec{u}_2 = \left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$, очевидно, утворюють ортонормований базис.

Означення 2.2.62

Рух T_F зазвичай просто позначаєть через F і називається *рухом визначений репером F*.

У даному випадку використання "F" для позначення як реперу F, так і руху T_F не повинно викликати плутанини, оскільки з контексту завжди буде зрозуміло, чи мова йде про репер, чи про відображення.

Приклад 2.2.61

Розглянемо обертання R навколо початку координат, визначене

$$x' = \frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y;$$
$$y' = \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y.$$

Вектори $\vec{u}_1 = \left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$ і $\vec{u}_2 = \left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$, очевидно, утворюють ортонормований базис.

Означення 2.2.62

Рух T_F зазвичай просто позначаєть через F і називається *рухом визначений репером F*.

У даному випадку використання "F" для позначення як реперу F, так і руху T_F не повинно викликати плутанини, оскільки з контексту завжди буде зрозуміло, чи мова йде про репер, чи про відображення.

Приклад 2.2.61

Розглянемо обертання R навколо початку координат, визначене

$$x' = \frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y;$$
$$y' = \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y.$$

Вектори $\vec{u}_1 = \left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$ і $\vec{u}_2 = \left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$, очевидно, утворюють ортонормований базис.

Означення 2.2.62

Рух T_F зазвичай просто позначаєть через F і називається *рухом визначений репером F*.

У даному випадку використання "F" для позначення як реперу F, так і руху T_F не повинно викликати плутанини, оскільки з контексту завжди буде зрозуміло, чи мова йде про репер, чи про відображення.

Приклад 2.2.61

Розглянемо обертання R навколо початку координат, визначене

$$x' = \frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y;$$
$$y' = \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y.$$

Вектори $\vec{u}_1 = \left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$ і $\vec{u}_2 = \left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$, очевидно, утворюють ортонормований базис.

Означення 2.2.62

Рух T_F зазвичай просто позначаєть через F і називається *рухом визначений репером F*.

У даному випадку використання "F" для позначення як реперу F, так і руху T_F не повинно викликати плутанини, оскільки з контексту завжди буде зрозуміло, чи мова йде про репер, чи про відображення.

Приклад 2.2.61

Розглянемо обертання R навколо початку координат, визначене

$$x' = \frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y;$$
$$y' = \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y.$$

Вектори $\vec{u}_1 = \left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$ і $\vec{u}_2 = \left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$, очевидно, утворюють ортонормований базис.

Означення 2.2.62

Рух T_F зазвичай просто позначаєть через F і називається *рухом визначений репером F*.

У даному випадку використання "F" для позначення як реперу F, так і руху T_F не повинно викликати плутанини, оскільки з контексту завжди буде зрозуміло, чи мова йде про репер, чи про відображення.

Приклад 2.2.61

Розглянемо обертання R навколо початку координат, визначене

$$x' = \frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y;$$
$$y' = \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y.$$

Вектори $\vec{u}_1 = \left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$ і $\vec{u}_2 = \left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$, очевидно, утворюють ортонормований базис.

Означення 2.2.62

Рух T_F зазвичай просто позначаєть через F і називається *рухом визначений репером F*.

У даному випадку використання "F" для позначення як реперу F, так і руху T_F не повинно викликати плутанини, оскільки з контексту завжди буде зрозуміло, чи мова йде про репер, чи про відображення.

Наведені вище спостереження спонукають до простого способу отримати обернений рух. Знову розглянемо рівняння (1)

$$\begin{aligned} x' &= u_{11}x + u_{21}y + m; \\ y' &= u_{12}x + u_{22}y + n. \end{aligned} \tag{1}$$

Нехай R — рух, визначений

$$R(x, y) = (x, y)\begin{pmatrix} \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 \\ \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 \end{pmatrix}$$

і паралельне перенесення T, визначене

$$T(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{q} + (m, n).$$

Наведені вище спостереження спонукають до простого способу отримати обернений рух. Знову розглянемо рівняння (1)

$$\begin{aligned} x' &= u_{11}x + u_{21}y + m; \\ y' &= u_{12}x + u_{22}y + n. \end{aligned} \tag{1}$$

Нехай R — рух, визначений

$$R(x, y) = (x, y)\begin{pmatrix} \vec{\boldsymbol{u}}_1 \\ \vec{\boldsymbol{u}}_2 \end{pmatrix}$$

і паралельне перенесення T, визначене

$$T(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{q} + (m, n).$$

Наведені вище спостереження спонукають до простого способу отримати обернений рух. Знову розглянемо рівняння (1)

$$\begin{aligned} x' &= u_{11}x + u_{21}y + m; \\ y' &= u_{12}x + u_{22}y + n. \end{aligned} \tag{1}$$

Нехай R — рух, визначений

$$R(x, y) = (x, y)\begin{pmatrix} \vec{\boldsymbol{u}}_1 \\ \vec{\boldsymbol{u}}_2 \end{pmatrix}$$

і паралельне перенесення T, визначене

$$T(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{q} + (m, n).$$

Наведені вище спостереження спонукають до простого способу отримати обернений рух. Знову розглянемо рівняння (1)

$$\begin{aligned} x' &= u_{11}x + u_{21}y + m; \\ y' &= u_{12}x + u_{22}y + n. \end{aligned} \tag{1}$$

Нехай R — рух, визначений

$$R(x, y) = (x, y)\begin{pmatrix} \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 \\ \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 \end{pmatrix}$$

і паралельне перенесення T, визначене

$$T(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{q} + (m, n).$$

Наведені вище спостереження спонукають до простого способу отримати обернений рух. Знову розглянемо рівняння (1)

$$\begin{aligned} x' &= u_{11}x + u_{21}y + m; \\ y' &= u_{12}x + u_{22}y + n. \end{aligned} \tag{1}$$

Нехай R — рух, визначений

$$R(x, y) = (x, y)\begin{pmatrix} \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 \\ \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 \end{pmatrix}$$

і паралельне перенесення T, визначене

$$T(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{q} + (m, n).$$

Наведені вище спостереження спонукають до простого способу отримати обернений рух. Знову розглянемо рівняння (1)

$$\begin{aligned} x' &= u_{11}x + u_{21}y + m; \\ y' &= u_{12}x + u_{22}y + n. \end{aligned} \qquad (1)$$

Нехай R — рух, визначений

$$R(x,y) = (x,y)\begin{pmatrix} \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 \\ \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 \end{pmatrix}$$

і паралельне перенесення T, визначене

$$T(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{q} + (m,n).$$

Наведені вище спостереження спонукають до простого способу отримати обернений рух. Знову розглянемо рівняння (1)

$$\begin{aligned} x' &= u_{11}x + u_{21}y + m; \\ y' &= u_{12}x + u_{22}y + n. \end{aligned} \tag{1}$$

Нехай R — рух, визначений

$$R(x,y) = (x,y)\begin{pmatrix} \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 \\ \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 \end{pmatrix}$$

і паралельне перенесення T, визначене

$$T(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{q} + (m,n).$$

Наведені вище спостереження спонукають до простого способу отримати обернений рух. Знову розглянемо рівняння (1)

$$\begin{aligned} x' &= u_{11}x + u_{21}y + m;\\ y' &= u_{12}x + u_{22}y + n. \end{aligned} \tag{1}$$

Нехай R — рух, визначений

$$R(x,y) = (x,y)\begin{pmatrix} \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 \\ \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 \end{pmatrix}$$

і паралельне перенесення T, визначене

$$T(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{q} + (m,n).$$

Репери на площині

Зверніть увагу на те, що рух R насправді є обертанням, якщо репер орієнтований. Тоді, як відображення, $F = TR$ і $F^{-1} = R^{-1}T^{-1}$. Однак, легко перевірити, що

$$\begin{pmatrix} \overrightarrow{u}_1 \\ \overrightarrow{u}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overrightarrow{u}_1^T & \overrightarrow{u}_2^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overrightarrow{u}_1 \bullet \overrightarrow{u}_1 & \overrightarrow{u}_1 \bullet \overrightarrow{u}_2 \\ \overrightarrow{u}_2 \bullet \overrightarrow{u}_1 & \overrightarrow{u}_2 \bullet \overrightarrow{u}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

а це доводить, що обернені до матриць

$$\begin{pmatrix} \overrightarrow{u}_1 \\ \overrightarrow{u}_2 \end{pmatrix} \qquad \text{і} \qquad \begin{pmatrix} \overrightarrow{u}_1^T & \overrightarrow{u}_2^T \end{pmatrix}$$

є їхні транспоновані матриці. Знову розглянувши приклад 2.2.61, зауважимо, що транспонована до матриці

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \\ \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}$$

є обернена до неї матриця

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}.$$

Зверніть увагу на те, що рух R насправді є обертанням, якщо репер орієнтований. Тоді, як відображення, $F = TR$ і $F^{-1} = R^{-1}T^{-1}$. Однак, легко перевірити, що

$$\begin{pmatrix} \overrightarrow{u}_1 \\ \overrightarrow{u}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overrightarrow{u}_1^T & \overrightarrow{u}_2^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overrightarrow{u}_1 \bullet \overrightarrow{u}_1 & \overrightarrow{u}_1 \bullet \overrightarrow{u}_2 \\ \overrightarrow{u}_2 \bullet \overrightarrow{u}_1 & \overrightarrow{u}_2 \bullet \overrightarrow{u}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

а це доводить, що обернені до матриць

$$\begin{pmatrix} \overrightarrow{u}_1 \\ \overrightarrow{u}_2 \end{pmatrix} \qquad \text{і} \qquad \begin{pmatrix} \overrightarrow{u}_1^T & \overrightarrow{u}_2^T \end{pmatrix}$$

є їхні транспоновані матриці. Знову розглянувши приклад 2.2.61, зауважимо, що транспонована до матриці

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \\ \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}$$

є обернена до неї матриця

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}.$$

Зверніть увагу на те, що рух R насправді є обертанням, якщо репер орієнтований. Тоді, як відображення, $F = TR$ і $F^{-1} = R^{-1}T^{-1}$. Однак, легко перевірити, що

$$\begin{pmatrix} \overrightarrow{u}_1 \\ \overrightarrow{u}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overrightarrow{u}_1^T & \overrightarrow{u}_2^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overrightarrow{u}_1 \bullet \overrightarrow{u}_1 & \overrightarrow{u}_1 \bullet \overrightarrow{u}_2 \\ \overrightarrow{u}_2 \bullet \overrightarrow{u}_1 & \overrightarrow{u}_2 \bullet \overrightarrow{u}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

а це доводить, що обернені до матриць

$$\begin{pmatrix} \overrightarrow{u}_1 \\ \overrightarrow{u}_2 \end{pmatrix} \qquad \text{i} \qquad \begin{pmatrix} \overrightarrow{u}_1^T & \overrightarrow{u}_2^T \end{pmatrix}$$

є їхні транспоновані матриці. Знову розглянувши приклад 2.2.61, зауважимо, що транспонована до матриці

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \\ \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}$$

є обернена до неї матриця

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}.$$

Репери на площині

Зверніть увагу на те, що рух R насправді є обертанням, якщо репер орієнтований. Тоді, як відображення, $F = TR$ і $F^{-1} = R^{-1}T^{-1}$. Однак, легко перевірити, що

$$\begin{pmatrix} \vec{u}_1 \\ \vec{u}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{u}_1^T & \vec{u}_2^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{u}_1 \bullet \vec{u}_1 & \vec{u}_1 \bullet \vec{u}_2 \\ \vec{u}_2 \bullet \vec{u}_1 & \vec{u}_2 \bullet \vec{u}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

а це доводить, що обернені до матриць

$$\begin{pmatrix} \vec{u}_1 \\ \vec{u}_2 \end{pmatrix} \qquad \text{і} \qquad \begin{pmatrix} \vec{u}_1^T & \vec{u}_2^T \end{pmatrix}$$

є їхні транспоновані матриці. Знову розглянувши приклад 2.2.61, зауважимо, що транспонована до матриці

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \\ \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}$$

є обернена до неї матриця

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}.$$

Зверніть увагу на те, що рух R насправді є обертанням, якщо репер орієнтований. Тоді, як відображення, $F = TR$ і $F^{-1} = R^{-1}T^{-1}$. Однак, легко перевірити, що

$$\begin{pmatrix} \vec{u}_1 \\ \vec{u}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{u}_1^T & \vec{u}_2^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{u}_1 \bullet \vec{u}_1 & \vec{u}_1 \bullet \vec{u}_2 \\ \vec{u}_2 \bullet \vec{u}_1 & \vec{u}_2 \bullet \vec{u}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

а це доводить, що обернені до матриць

$$\begin{pmatrix} \vec{u}_1 \\ \vec{u}_2 \end{pmatrix} \qquad \text{і} \qquad \begin{pmatrix} \vec{u}_1^T & \vec{u}_2^T \end{pmatrix}$$

є їхні транспоновані матриці. Знову розглянувши приклад 2.2.61, зауважимо, що транспонована до матриці

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \\ \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}$$

є обернена до неї матриця

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}.$$

Репери на площині

Зверніть увагу на те, що рух R насправді є обертанням, якщо репер орієнтований. Тоді, як відображення, $F = TR$ і $F^{-1} = R^{-1}T^{-1}$. Однак, легко перевірити, що

$$\begin{pmatrix} \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 \\ \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1^T & \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 & \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 \\ \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 & \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

а це доводить, що обернені до матриць

$$\begin{pmatrix} \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 \\ \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 \end{pmatrix} \quad \text{і} \quad \begin{pmatrix} \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1^T & \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2^T \end{pmatrix}$$

є їхні транспоновані матриці. Знову розглянувши приклад 2.2.61, зауважимо, що транспонована до матриці

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \\ \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}$$

є обернена до неї матриця

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}.$$

Зверніть увагу на те, що рух R насправді є обертанням, якщо репер орієнтований. Тоді, як відображення, $F = TR$ і $F^{-1} = R^{-1}T^{-1}$. Однак, легко перевірити, що

$$\begin{pmatrix} \vec{\boldsymbol{u}}_1 \\ \vec{\boldsymbol{u}}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{\boldsymbol{u}}_1^T & \vec{\boldsymbol{u}}_2^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{\boldsymbol{u}}_1 \bullet \vec{\boldsymbol{u}}_1 & \vec{\boldsymbol{u}}_1 \bullet \vec{\boldsymbol{u}}_2 \\ \vec{\boldsymbol{u}}_2 \bullet \vec{\boldsymbol{u}}_1 & \vec{\boldsymbol{u}}_2 \bullet \vec{\boldsymbol{u}}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

а це доводить, що обернені до матриць

$$\begin{pmatrix} \vec{\boldsymbol{u}}_1 \\ \vec{\boldsymbol{u}}_2 \end{pmatrix} \qquad \text{і} \qquad \begin{pmatrix} \vec{\boldsymbol{u}}_1^T & \vec{\boldsymbol{u}}_2^T \end{pmatrix}$$

є їхні транспоновані матриці. Знову розглянувши приклад 2.2.61, зауважимо, що транспонована до матриці

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \\ \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}$$

є обернена до неї матриця

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}.$$

Зверніть увагу на те, що рух R насправді є обертанням, якщо репер орієнтований. Тоді, як відображення, $F = TR$ і $F^{-1} = R^{-1}T^{-1}$. Однак, легко перевірити, що

$$\begin{pmatrix} \vec{u}_1 \\ \vec{u}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{u}_1^T & \vec{u}_2^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{u}_1 \bullet \vec{u}_1 & \vec{u}_1 \bullet \vec{u}_2 \\ \vec{u}_2 \bullet \vec{u}_1 & \vec{u}_2 \bullet \vec{u}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

а це доводить, що обернені до матриць

$$\begin{pmatrix} \vec{u}_1 \\ \vec{u}_2 \end{pmatrix} \qquad \text{і} \qquad \begin{pmatrix} \vec{u}_1^T & \vec{u}_2^T \end{pmatrix}$$

є їхні транспоновані матриці. Знову розглянувши приклад 2.2.61, зауважимо, що транспонована до матриці

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \\ \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}$$

є обернена до неї матриця

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}.$$

Репери на площині

Зверніть увагу на те, що рух R насправді є обертанням, якщо репер орієнтований. Тоді, як відображення, $F = TR$ і $F^{-1} = R^{-1}T^{-1}$. Однак, легко перевірити, що

$$\begin{pmatrix} \vec{u}_1 \\ \vec{u}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{u}_1^T & \vec{u}_2^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{u}_1 \bullet \vec{u}_1 & \vec{u}_1 \bullet \vec{u}_2 \\ \vec{u}_2 \bullet \vec{u}_1 & \vec{u}_2 \bullet \vec{u}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

а це доводить, що обернені до матриць

$$\begin{pmatrix} \vec{u}_1 \\ \vec{u}_2 \end{pmatrix} \qquad \text{і} \qquad \begin{pmatrix} \vec{u}_1^T & \vec{u}_2^T \end{pmatrix}$$

є їхні транспоновані матриці. Знову розглянувши приклад 2.2.61, зауважимо, що транспонована до матриці

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \\ \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}$$

є обернена до неї матриця

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}.$$

Репери на площині

Зверніть увагу на те, що рух R насправді є обертанням, якщо репер орієнтований. Тоді, як відображення, $F = TR$ і $F^{-1} = R^{-1}T^{-1}$. Однак, легко перевірити, що

$$\begin{pmatrix} \vec{u}_1 \\ \vec{u}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{u}_1^T & \vec{u}_2^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{u}_1 \bullet \vec{u}_1 & \vec{u}_1 \bullet \vec{u}_2 \\ \vec{u}_2 \bullet \vec{u}_1 & \vec{u}_2 \bullet \vec{u}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

а це доводить, що обернені до матриць

$$\begin{pmatrix} \vec{u}_1 \\ \vec{u}_2 \end{pmatrix} \qquad \text{і} \qquad \begin{pmatrix} \vec{u}_1^T & \vec{u}_2^T \end{pmatrix}$$

є їхні транспоновані матриці. Знову розглянувши приклад 2.2.61, зауважимо, що транспонована до матриці

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \\ \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}$$

є обернена до неї матриця

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}.$$

Зверніть увагу на те, що рух R насправді є обертанням, якщо репер орієнтований. Тоді, як відображення, $F = TR$ і $F^{-1} = R^{-1}T^{-1}$. Однак, легко перевірити, що

$$\begin{pmatrix} \vec{\boldsymbol{u}}_1 \\ \vec{\boldsymbol{u}}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{\boldsymbol{u}}_1^T & \vec{\boldsymbol{u}}_2^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{\boldsymbol{u}}_1 \bullet \vec{\boldsymbol{u}}_1 & \vec{\boldsymbol{u}}_1 \bullet \vec{\boldsymbol{u}}_2 \\ \vec{\boldsymbol{u}}_2 \bullet \vec{\boldsymbol{u}}_1 & \vec{\boldsymbol{u}}_2 \bullet \vec{\boldsymbol{u}}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

а це доводить, що обернені до матриць

$$\begin{pmatrix} \vec{\boldsymbol{u}}_1 \\ \vec{\boldsymbol{u}}_2 \end{pmatrix} \qquad \text{і} \qquad \begin{pmatrix} \vec{\boldsymbol{u}}_1^T & \vec{\boldsymbol{u}}_2^T \end{pmatrix}$$

є їхні транспоновані матриці. Знову розглянувши приклад 2.2.61, зауважимо, що транспонована до матриці

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \\ \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}$$

є обернена до неї матриця

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}.$$

Зверніть увагу на те, що рух R насправді є обертанням, якщо репер орієнтований. Тоді, як відображення, $F = TR$ і $F^{-1} = R^{-1}T^{-1}$. Однак, легко перевірити, що

$$\begin{pmatrix} \vec{u}_1 \\ \vec{u}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{u}_1^T & \vec{u}_2^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{u}_1 \bullet \vec{u}_1 & \vec{u}_1 \bullet \vec{u}_2 \\ \vec{u}_2 \bullet \vec{u}_1 & \vec{u}_2 \bullet \vec{u}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

а це доводить, що обернені до матриць

$$\begin{pmatrix} \vec{u}_1 \\ \vec{u}_2 \end{pmatrix} \qquad \text{і} \qquad \begin{pmatrix} \vec{u}_1^T & \vec{u}_2^T \end{pmatrix}$$

є їхні транспоновані матриці. Знову розглянувши приклад 2.2.61, зауважимо, що транспонована до матриці

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \\ \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}$$

є обернена до неї матриця

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}.$$

Зверніть увагу на те, що рух R насправді є обертанням, якщо репер орієнтований. Тоді, як відображення, $F = TR$ і $F^{-1} = R^{-1}T^{-1}$. Однак, легко перевірити, що

$$\begin{pmatrix} \vec{\boldsymbol{u}}_1 \\ \vec{\boldsymbol{u}}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{\boldsymbol{u}}_1^T & \vec{\boldsymbol{u}}_2^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{\boldsymbol{u}}_1 \bullet \vec{\boldsymbol{u}}_1 & \vec{\boldsymbol{u}}_1 \bullet \vec{\boldsymbol{u}}_2 \\ \vec{\boldsymbol{u}}_2 \bullet \vec{\boldsymbol{u}}_1 & \vec{\boldsymbol{u}}_2 \bullet \vec{\boldsymbol{u}}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

а це доводить, що обернені до матриць

$$\begin{pmatrix} \vec{\boldsymbol{u}}_1 \\ \vec{\boldsymbol{u}}_2 \end{pmatrix} \qquad \text{і} \qquad \begin{pmatrix} \vec{\boldsymbol{u}}_1^T & \vec{\boldsymbol{u}}_2^T \end{pmatrix}$$

є їхні транспоновані матриці. Знову розглянувши приклад 2.2.61, зауважимо, що транспонована до матриці

$$\begin{pmatrix} \dfrac{3}{5} & -\dfrac{4}{5} \\[2ex] \dfrac{4}{5} & \dfrac{3}{5} \end{pmatrix}$$

є обернена до неї матриця

$$\begin{pmatrix} \dfrac{3}{5} & \dfrac{4}{5} \\[2ex] -\dfrac{4}{5} & \dfrac{3}{5} \end{pmatrix}.$$

Репери на площині

Отже, F^{-1} — відображення, яке визначається за формулою

$$F^{-1}(x,y) = ((x,y) - \boldsymbol{p}) \left(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1^T \quad \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2^T \right), \tag{3}$$

або у вигляді рівнянь

$$\begin{aligned} x' &= u_{11}(x-m) + u_{12}(y-n); \\ y; &= u_{21}(x-m) + u_{22}(y-n). \end{aligned} \tag{4}$$

Рівняння (1), (2), (3) і (4) є фундаментальними та їх варто запам'ятати. Вони підсумовують основні співвідношення між реперами та рухами.

Завершуємо це обговорення рухів декількома прикладами.

Отже, F^{-1} — відображення, яке визначається за формулою

$$F^{-1}(x,y) = ((x,y) - \boldsymbol{p})\begin{pmatrix} \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1^T & \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2^T \end{pmatrix}, \tag{3}$$

або у вигляді рівнянь

$$\begin{aligned} x' &= u_{11}(x-m) + u_{12}(y-n); \\ y; &= u_{21}(x-m) + u_{22}(y-n). \end{aligned} \tag{4}$$

Рівняння (1), (2), (3) і (4) є фундаментальними та їх варто запам'ятати. Вони підсумовують основні співвідношення між реперами та рухами.

Завершуємо це обговорення рухів декількома прикладами.

Отже, F^{-1} — відображення, яке визначається за формулою

$$F^{-1}(x,y) = ((x,y) - \boldsymbol{p}) \begin{pmatrix} \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1^T & \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2^T \end{pmatrix}, \tag{3}$$

або у вигляді рівнянь

$$\begin{aligned} x' &= u_{11}(x-m) + u_{12}(y-n); \\ y; &= u_{21}(x-m) + u_{22}(y-n). \end{aligned} \tag{4}$$

Рівняння (1), (2), (3) і (4) є фундаментальними та їх варто запам'ятати. Вони підсумовують основні співвідношення між реперами та рухами.

Завершуємо це обговорення рухів декількома прикладами.

Отже, F^{-1} — відображення, яке визначається за формулою

$$F^{-1}(x, y) = ((x, y) - \boldsymbol{p}) \begin{pmatrix} \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1^T & \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2^T \end{pmatrix}, \tag{3}$$

або у вигляді рівнянь

$$\begin{aligned} x' &= u_{11}(x - m) + u_{12}(y - n); \\ y; &= u_{21}(x - m) + u_{22}(y - n). \end{aligned} \tag{4}$$

Рівняння (1), (2), (3) і (4) є фундаментальними та їх варто запам'ятати. Вони підсумовують основні співвідношення між реперами та рухами.

Завершуємо це обговорення рухів декількома прикладами.

Отже, F^{-1} — відображення, яке визначається за формулою

$$F^{-1}(x,y) = ((x,y) - \boldsymbol{p}) \begin{pmatrix} \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1^T & \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2^T \end{pmatrix}, \tag{3}$$

або у вигляді рівнянь

$$\begin{aligned} x' &= u_{11}(x-m) + u_{12}(y-n); \\ y; &= u_{21}(x-m) + u_{22}(y-n). \end{aligned} \tag{4}$$

Рівняння (1), (2), (3) і (4) є фундаментальними та їх варто запам'ятати. Вони підсумовують основні співвідношення між реперами та рухами.

Завершуємо це обговорення рухів декількома прикладами.

Отже, F^{-1} — відображення, яке визначається за формулою

$$F^{-1}(x, y) = ((x, y) - \boldsymbol{p}) \left(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1^T \quad \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2^T \right), \tag{3}$$

або у вигляді рівнянь

$$\begin{aligned} x' &= u_{11}(x - m) + u_{12}(y - n); \\ y; &= u_{21}(x - m) + u_{22}(y - n). \end{aligned} \tag{4}$$

Рівняння (1), (2), (3) і (4) є фундаментальними та їх варто запам'ятати. Вони підсумовують основні співвідношення між реперами та рухами.

Завершуємо це обговорення рухів декількома прикладами.

Отже, F^{-1} — відображення, яке визначається за формулою

$$F^{-1}(x,y) = ((x,y) - \boldsymbol{p})\begin{pmatrix} \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1^T & \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2^T \end{pmatrix}, \tag{3}$$

або у вигляді рівнянь

$$\begin{aligned} x' &= u_{11}(x-m) + u_{12}(y-n); \\ y; &= u_{21}(x-m) + u_{22}(y-n). \end{aligned} \tag{4}$$

Рівняння (1), (2), (3) і (4) є фундаментальними та їх варто запам'ятати.

Вони підсумовують основні співвідношення між реперами та рухами.

Завершуємо це обговорення рухів декількома прикладами.

Отже, F^{-1} — відображення, яке визначається за формулою

$$F^{-1}(x,y) = ((x,y) - \boldsymbol{p}) \begin{pmatrix} \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1^T & \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2^T \end{pmatrix}, \tag{3}$$

або у вигляді рівнянь

$$\begin{aligned} x' &= u_{11}(x-m) + u_{12}(y-n); \\ y; &= u_{21}(x-m) + u_{22}(y-n). \end{aligned} \tag{4}$$

Рівняння (1), (2), (3) і (4) є фундаментальними та їх варто запам'ятати. Вони підсумовують основні співвідношення між реперами та рухами.

Завершуємо це обговорення рухів декількома прикладами.

Отже, F^{-1} — відображення, яке визначається за формулою

$$F^{-1}(x,y) = ((x,y) - \boldsymbol{p}) \begin{pmatrix} \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1^T & \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2^T \end{pmatrix}, \tag{3}$$

або у вигляді рівнянь

$$\begin{aligned} x' &= u_{11}(x-m) + u_{12}(y-n); \\ y; &= u_{21}(x-m) + u_{22}(y-n). \end{aligned} \tag{4}$$

Рівняння (1), (2), (3) і (4) є фундаментальними та їх варто запам'ятати. Вони підсумовують основні співвідношення між реперами та рухами.

Завершуємо це обговорення рухів декількома прикладами.

Репери на площині

Приклад 2.2.63

Знайти рівняння для обертання навколо початку координат, яке відображає точку $A = (2, 0)$ у точку $B = (1, \sqrt{3})$.

Розв'язок. Все, що нам потрібно зробити, це нормалізувати вектор $\overrightarrow{B} = (1, \sqrt{3})$ до одиничного вектора

$$\overrightarrow{u}_1 = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

і поєднавши цей вектор з ортогональним до нього вектором

$$\overrightarrow{u}_2 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

який вибираємо так, щоб впорядкована пара векторів $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ індукувала стандартну орієнтацію, ми отримуємо репер $F = (\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$. Цей репер визначає шукане обертання. ∎

Приклад 2.2.64

Знайдіть рух M, який відображає початок координат у точку $A = (3, 0)$ і напрямлену x-вісь у напрямлену пряму L_1, як це зображено на рис.

Приклад 2.2.63

Знайти рівняння для обертання навколо початку координат, яке відображає точку $\boldsymbol{A} = (2, 0)$ у точку $\boldsymbol{B} = (1, \sqrt{3})$.

Розв'язок. Все, що нам потрібно зробити, це нормалізувати вектор $\overrightarrow{B} = (1, \sqrt{3})$ до одиничного вектора

$$\overrightarrow{u}_1 = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

і поєднавши цей вектор з ортогональним до нього вектором

$$\overrightarrow{u}_2 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

який вибираємо так, щоб впорядкована пара векторів $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ індукувала стандартну орієнтацію, ми отримуємо репер $F = (\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$. Цей репер визначає шукане обертання. A

Приклад 2.2.64

Знайдіть рух M, який відображає початок координат у точку $A = (3, 0)$ і напрямлену x-вісь у напрямлену пряму L_1, як це зображено на рис.

Приклад 2.2.63

Знайти рівняння для обертання навколо початку координат, яке відображає точку $\boldsymbol{A} = (2,0)$ у точку $\boldsymbol{B} = (1,\sqrt{3})$.

Розв'язок. Все, що нам потрібно зробити, це нормалізувати вектор $\overrightarrow{B} = (1,\sqrt{3})$ до одиничного вектора

$$\overrightarrow{u}_1 = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

і поєднавши цей вектор з ортогональним до нього вектором

$$\overrightarrow{u}_2 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

який вибираємо так, щоб впорядкована пара векторів $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ індукувала стандартну орієнтацію, ми отримуємо репер $F = (\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$. Цей репер визначає шукане обертання.

Приклад 2.2.64

Знайдіть рух M, який відображає початок координат у точку $A = (3,0)$ і напрямлену x-вісь у напрямлену пряму L_1, як це зображено на рис.

Приклад 2.2.63

Знайти рівняння для обертання навколо початку координат, яке відображає точку $\boldsymbol{A} = (2, 0)$ у точку $\boldsymbol{B} = (1, \sqrt{3})$.

Розв'язок. Все, що нам потрібно зробити, це нормалізувати вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{B}} = (1, \sqrt{3})$ до одиничного вектора

$$\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

і поєднавши цей вектор з ортогональним до нього вектором

$$\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

який вибираємо так, щоб впорядкована пара векторів $(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$ індукувала стандартну орієнтацію, ми отримуємо репер $F = (\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$. Цей репер визначає шукане обертання. A

Приклад 2.2.64

Знайдіть рух M, який відображає початок координат у точку $A = (3, 0)$ і напрямлену x-вісь у напрямлену пряму L_1, як це зображено на рис.

Приклад 2.2.63

Знайти рівняння для обертання навколо початку координат, яке відображає точку $\boldsymbol{A} = (2,0)$ у точку $\boldsymbol{B} = (1,\sqrt{3})$.

Розв'язок. Все, що нам потрібно зробити, це нормалізувати вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{B}} = (1,\sqrt{3})$ до одиничного вектора

$$\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

і поєднавши цей вектор з ортогональним до нього вектором

$$\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

який вибираємо так, щоб впорядкована пара векторів $(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$ індукувала стандартну орієнтацію, ми отримуємо репер $F = (\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$. Цей репер визначає шукане обертання. A

Приклад 2.2.64

Знайдіть рух M, який відображає початок координат у точку $\boldsymbol{A} = (3,0)$ і напрямлену x-вісь у напрямлену пряму L_1, як це зображено на рис.

Приклад 2.2.63

Знайти рівняння для обертання навколо початку координат, яке відображає точку $\boldsymbol{A} = (2, 0)$ у точку $\boldsymbol{B} = (1, \sqrt{3})$.

Розв'язок. Все, що нам потрібно зробити, це нормалізувати вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{B}} = (1, \sqrt{3})$ до одиничного вектора

$$\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

і поєднавши цей вектор з ортогональним до нього вектором

$$\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

який вибираємо так, щоб впорядкована пара векторів $(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$ індукувала стандартну орієнтацію, ми отримуємо репер $F = (\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$. Цей репер визначає шукане обертання.

Приклад 2.2.64

Знайдіть рух M, який відображає початок координат у точку $A = (3, 0)$ і напрямлену x-вісь у напрямлену пряму L_1, як це зображено на рис.

Приклад 2.2.63

Знайти рівняння для обертання навколо початку координат, яке відображає точку $\boldsymbol{A} = (2, 0)$ у точку $\boldsymbol{B} = (1, \sqrt{3})$.

Розв'язок. Все, що нам потрібно зробити, це нормалізувати вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{B}} = (1, \sqrt{3})$ до одиничного вектора

$$\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

і поєднавши цей вектор з ортогональним до нього вектором

$$\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

який вибираємо так, щоб впорядкована пара векторів $(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$ індукувала стандартну орієнтацію, ми отримуємо репер $F = (\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$. Цей репер визначає шукане обертання. A

Приклад 2.2.64

Знайдіть рух M, який відображає початок координат у точку $\boldsymbol{A} = (3, 0)$ і напрямлену x-вісь у напрямлену пряму L_1, як це зображено на рис.

Репери на площині

Приклад 2.2.63

Знайти рівняння для обертання навколо початку координат, яке відображає точку $\boldsymbol{A} = (2, 0)$ у точку $\boldsymbol{B} = (1, \sqrt{3})$.

Розв'язок. Все, що нам потрібно зробити, це нормалізувати вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{B}} = (1, \sqrt{3})$ до одиничного вектора

$$\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

і поєднавши цей вектор з ортогональним до нього вектором

$$\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

який вибираємо так, щоб впорядкована пара векторів $(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$ індукувала стандартну орієнтацію, ми отримуємо репер $F = (\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$. Цей репер визначає шукане обертання.

Приклад 2.2.64

Знайдіть рух M, який відображає початок координат у точку $A = (3, 0)$ і напрямлену x-вісь у напрямлену пряму L_1, як це зображено на рис.

Приклад 2.2.63

Знайти рівняння для обертання навколо початку координат, яке відображає точку $\boldsymbol{A} = (2, 0)$ у точку $\boldsymbol{B} = (1, \sqrt{3})$.

Розв'язок. Все, що нам потрібно зробити, це нормалізувати вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{B}} = (1, \sqrt{3})$ до одиничного вектора

$$\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

і поєднавши цей вектор з ортогональним до нього вектором

$$\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

який вибираємо так, щоб впорядкована пара векторів $(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$ індукувала стандартну орієнтацію, ми отримуємо репер $F = (\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$. Цей репер визначає шукане обертання.

Приклад 2.2.64

Знайдіть рух M, який відображає початок координат у точку $A = (3, 0)$ і напрямлену x-вісь у напрямлену пряму L_1, як це зображено на рис.

Приклад 2.2.63

Знайти рівняння для обертання навколо початку координат, яке відображає точку $\boldsymbol{A} = (2, 0)$ у точку $\boldsymbol{B} = (1, \sqrt{3})$.

Розв'язок. Все, що нам потрібно зробити, це нормалізувати вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{B}} = (1, \sqrt{3})$ до одиничного вектора

$$\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

і поєднавши цей вектор з ортогональним до нього вектором

$$\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

який вибираємо так, щоб впорядкована пара векторів $(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$ індукувала стандартну орієнтацію, ми отримуємо репер $F = (\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$. Цей репер визначає шукане обертання.

Приклад 2.2.64

Знайдіть рух M, який відображає початок координат у точку $A = (3, 0)$ і напрямлену x-вісь у напрямлену пряму L_1, як це зображено на рис.

Приклад 2.2.63

Знайти рівняння для обертання навколо початку координат, яке відображає точку $\boldsymbol{A} = (2, 0)$ у точку $\boldsymbol{B} = (1, \sqrt{3})$.

Розв'язок. Все, що нам потрібно зробити, це нормалізувати вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{B}} = (1, \sqrt{3})$ до одиничного вектора

$$\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

і поєднавши цей вектор з ортогональним до нього вектором

$$\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

який вибираємо так, щоб впорядкована пара векторів $(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$ індукувала стандартну орієнтацію, ми отримуємо репер $F = (\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$. Цей репер визначає шукане обертання.

Приклад 2.2.64

Знайдіть рух M, який відображає початок координат у точку $A = (3, 0)$ і напрямлену x-вісь у напрямлену пряму L_1, як це зображено на рис.

Приклад 2.2.63

Знайти рівняння для обертання навколо початку координат, яке відображає точку $\boldsymbol{A} = (2, 0)$ у точку $\boldsymbol{B} = (1, \sqrt{3})$.

Розв'язок. Все, що нам потрібно зробити, це нормалізувати вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{B}} = (1, \sqrt{3})$ до одиничного вектора

$$\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

і поєднавши цей вектор з ортогональним до нього вектором

$$\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

який вибираємо так, щоб впорядкована пара векторів $(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$ індукувала стандартну орієнтацію, ми отримуємо репер $F = (\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$. Цей репер визначає шукане обертання. A ■

Приклад 2.2.64

Знайдіть рух M, який відображає початок координат у точку $A = (3, 0)$ і напрямлену x-вісь у напрямлену пряму L_1, як це зображено на рис.

Приклад 2.2.63

Знайти рівняння для обертання навколо початку координат, яке відображає точку $\boldsymbol{A} = (2, 0)$ у точку $\boldsymbol{B} = (1, \sqrt{3})$.

Розв'язок. Все, що нам потрібно зробити, це нормалізувати вектор $\vec{\boldsymbol{B}} = (1, \sqrt{3})$ до одиничного вектора

$$\vec{\boldsymbol{u}}_1 = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

і поєднавши цей вектор з ортогональним до нього вектором

$$\vec{\boldsymbol{u}}_2 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

який вибираємо так, щоб впорядкована пара векторів $(\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_2)$ індукувала стандартну орієнтацію, ми отримуємо репер $F = (\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_2)$. Цей репер визначає шукане обертання. ■

Приклад 2.2.64

Знайдіть рух M, який відображає початок координат у точку $\boldsymbol{A} = (3, 0)$ і напрямлену x-вісь у напрямлену пряму $\boldsymbol{L}_1$, як це зображено на рис.

Приклад 2.2.63

Знайти рівняння для обертання навколо початку координат, яке відображає точку $\boldsymbol{A} = (2, 0)$ у точку $\boldsymbol{B} = (1, \sqrt{3})$.

Розв'язок. Все, що нам потрібно зробити, це нормалізувати вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{B}} = (1, \sqrt{3})$ до одиничного вектора

$$\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

і поєднавши цей вектор з ортогональним до нього вектором

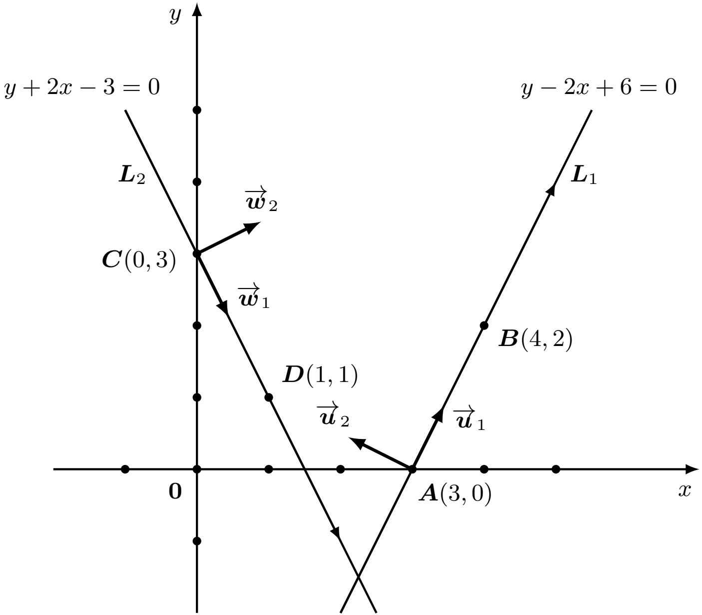
$$\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

який вибираємо так, щоб впорядкована пара векторів $(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$ індукувала стандартну орієнтацію, ми отримуємо репер $F = (\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$. Цей репер визначає шукане обертання. ■

Приклад 2.2.64

Знайдіть рух M, який відображає початок координат у точку $\boldsymbol{A} = (3, 0)$ і напрямлену x-вісь у напрямлену пряму $\boldsymbol{L}_1$, як це зображено на рис.

Репери на площині



y
$y + 2x - 3 = 0$
$y - 2x + 6 = 0$
$\boldsymbol{L}_2$
$\boldsymbol{L}_1$
$\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2$
$\boldsymbol{C}(0,3)$
$\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1$
$\boldsymbol{B}(4,2)$
$\boldsymbol{D}(1,1)$
$\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2$
$\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1$
$\mathbf{0}$
$\boldsymbol{A}(3,0)$
x

Розв'язок. Визначимо репер $F = (\vec{u}_1, \vec{u}_1, A)$ так:

$$\vec{u}_1 = \frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right);$$
$$\vec{u}_2 = \left(-\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right).$$

Тоді $M = F$ — шуканий рух. Насправді M є жорстким рухом. ■

Приклад 2.2.64 легко узагальнюється на знаходження руху, який відображає x-вісь і початок координат на будь-яку іншу пряму та точку. Взявши обернене до цього відображення, ми можемо відобразити довільну пряму на x-вісь. Ми можемо піти ще далі.

Приклад 2.2.65

Знову розглянемо цей самий рис. Ми знайдемо рух M, який відображає точку $A = (3, 0)$ в точку $C = (0, 3)$, а напрямлену пряму L_1 — на напрялену пряму L_2.

Розв'язок. Визначимо репер $F = (\vec{u}_1, \vec{u}_1, A)$ так:

$$\vec{u}_1 = \frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right);$$
$$\vec{u}_2 = \left(-\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right).$$

Тоді $M = F$ — шуканий рух. Насправді M є жорстким рухом. ■

Приклад 2.2.64 легко узагальнюється на знаходження руху, який відображає x-вісь і початок координат на будь-яку іншу пряму та точку. Взявши обернене до цього відображення, ми можемо відобразити довільну пряму на x-вісь. Ми можемо піти ще далі.

Приклад 2.2.65

Знову розглянемо цей самий рис. Ми знайдемо рух M, який відображає точку $A = (3, 0)$ в точку $C = (0, 3)$, а напрямлену пряму L_1 — на напрялену пряму L_2.

Розв'язок. Визначимо репер $F = (\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_1, \boldsymbol{A})$ так:

$$\vec{\boldsymbol{u}}_1 = \frac{\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}}{|\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right);$$
$$\vec{\boldsymbol{u}}_2 = \left(-\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right).$$

Тоді $M = F$ — шуканий рух. Насправді M є жорстким рухом. ■

Приклад 2.2.64 легко узагальнюється на знаходження руху, який відображає x-вісь і початок координат на будь-яку іншу пряму та точку. Взявши обернене до цього відображення, ми можемо відобразити довільну пряму на x-вісь. Ми можемо піти ще далі.

Приклад 2.2.65

Знову розглянемо цей самий рис. Ми знайдемо рух M, який відображає точку $A = (3, 0)$ в точку $C = (0, 3)$, а напрямлену пряму L_1 — на напрялену пряму L_2.

Розв'язок. Визначимо репер $F = (\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_1, \boldsymbol{A})$ так:

$$\vec{\boldsymbol{u}}_1 = \frac{\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}}{|\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right);$$

$$\vec{\boldsymbol{u}}_2 = \left(-\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right).$$

Тоді $M = F$ — шуканий рух. Насправді M є жорстким рухом. ■

Приклад 2.2.64 легко узагальнюється на знаходження руху, який відображає x-вісь і початок координат на будь-яку іншу пряму та точку. Взявши обернене до цього відображення, ми можемо відобразити довільну пряму на x-вісь. Ми можемо піти ще далі.

Приклад 2.2.65

Знову розглянемо цей самий рис. Ми знайдемо рух M, який відображає точку $A = (3, 0)$ в точку $C = (0, 3)$, а напрямлену пряму L_1 — на напрялену пряму L_2.

Розв'язок. Визначимо репер $F = (\vec{u}_1, \vec{u}_1, A)$ так:

$$\vec{u}_1 = \frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right);$$
$$\vec{u}_2 = \left(-\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right).$$

Тоді $M = F$ — шуканий рух. Наспраді M є жорстким рухом.

Приклад 2.2.64 легко узагальнюється на знаходження руху, який відображає x-вісь і початок координат на будь-яку іншу пряму та точку. Взявши обернене до цього відображення, ми можемо відобразити довільну пряму на x-вісь. Ми можемо піти ще далі.

Приклад 2.2.65

Знову розглянемо цей самий рис. Ми знайдемо рух M, який відображає точку $A = (3, 0)$ в точку $C = (0, 3)$, а напрямлену пряму L_1 — на напрялену пряму L_2.

Розв'язок. Визначимо репер $F = (\vec{u}_1, \vec{u}_1, A)$ так:

$$\vec{u}_1 = \frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right);$$
$$\vec{u}_2 = \left(-\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right).$$

Тоді $M = F$ — шуканий рух. Насправді M є жорстким рухом.

Приклад 2.2.64 легко узагальнюється на знаходження руху, який відображає x-вісь і початок координат на будь-яку іншу пряму та точку. Взявши обернене до цього відображення, ми можемо відобразити довільну пряму на x-вісь. Ми можемо піти ще далі.

Приклад 2.2.65

Знову розглянемо цей самий рис. Ми знайдемо рух M, який відображає точку $A = (3, 0)$ в точку $C = (0, 3)$, а напрямлену пряму L_1 — на напрялену пряму L_2.

Розв'язок. Визначимо репер $F = (\vec{u}_1, \vec{u}_1, A)$ так:

$$\vec{u}_1 = \frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right);$$

$$\vec{u}_2 = \left(-\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right).$$

Тоді $M = F$ — шуканий рух. Насправді M є жорстким рухом. ■

Приклад 2.2.64 легко узагальнюється на знаходження руху, який відображає x-вісь і початок координат на будь-яку іншу пряму та точку. Взявши обернене до цього відображення, ми можемо відобразити довільну пряму на x-вісь. Ми можемо піти ще далі.

Приклад 2.2.65

Знову розглянемо цей самий рис. Ми знайдемо рух M, який відображає точку $A = (3, 0)$ в точку $C = (0, 3)$, а напрямлену пряму L_1 — на напрялену пряму L_2.

Розв'язок. Визначимо репер $F = (\vec{u}_1, \vec{u}_1, \boldsymbol{A})$ так:

$$\vec{u}_1 = \frac{\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}}{|\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right);$$
$$\vec{u}_2 = \left(-\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right).$$

Тоді $M = F$ — шуканий рух. Насправді M є жорстким рухом. ■

Приклад 2.2.64 легко узагальнюється на знаходження руху, який відображає x-вісь і початок координат на будь-яку іншу пряму та точку. Взявши обернене до цього відображення, ми можемо відобразити довільну пряму на x-вісь. Ми можемо піти ще далі.

Приклад 2.2.65

Знову розглянемо цей самий рис. Ми знайдемо рух M, який відображає точку $A = (3, 0)$ в точку $C = (0, 3)$, а напрямлену пряму L_1 — на напрялену пряму L_2.

Розв'язок. Визначимо репер $F = (\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_1, \boldsymbol{A})$ так:

$$\vec{\boldsymbol{u}}_1 = \frac{\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}}{|\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right);$$

$$\vec{\boldsymbol{u}}_2 = \left(-\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right).$$

Тоді $M = F$ — шуканий рух. Насправді M є жорстким рухом. ■

Приклад 2.2.64 легко узагальнюється на знаходження руху, який відображає x-вісь і початок координат на будь-яку іншу пряму та точку. Взявши обернене до цього відображення, ми можемо відобразити довільну пряму на x-вісь. Ми можемо піти ще далі.

Приклад 2.2.65

Знову розглянемо цей самий рис. Ми знайдемо рух M, який відображає точку $A = (3, 0)$ в точку $C = (0, 3)$, а напрямлену пряму L_1 — на напрялену пряму L_2.

Розв'язок. Визначимо репер $F = (\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_1, \boldsymbol{A})$ так:

$$\vec{\boldsymbol{u}}_1 = \frac{\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}}{|\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right);$$
$$\vec{\boldsymbol{u}}_2 = \left(-\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right).$$

Тоді $M = F$ — шуканий рух. Насправді M є жорстким рухом. ■

Приклад 2.2.64 легко узагальнюється на знаходження руху, який відображає x-вісь і початок координат на будь-яку іншу пряму та точку. Взявши обернене до цього відображення, ми можемо відобразити довільну пряму на x-вісь. Ми можемо піти ще далі.

Приклад 2.2.65

Знову розглянемо цей самий рис. Ми знайдемо рух M, який відображає точку $A = (3, 0)$ в точку $C = (0, 3)$, а напрямлену пряму L_1 — на напрялену пряму L_2.

Репери на площині

Розв'язок. Визначимо репер $F = (\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_1, \boldsymbol{A})$ так:

$$\vec{\boldsymbol{u}}_1 = \frac{\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}}{|\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right);$$

$$\vec{\boldsymbol{u}}_2 = \left(-\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right).$$

Тоді $M = F$ — шуканий рух. Насправді M є жорстким рухом. ■

Приклад 2.2.64 легко узагальнюється на знаходження руху, який відображає x-вісь і початок координат на будь-яку іншу пряму та точку. Взявши обернене до цього відображення, ми можемо відобразити довільну пряму на x-вісь. Ми можемо піти ще далі.

Приклад 2.2.65

Знову розглянемо цей самий рис. Ми знайдемо рух M, який відображає точку $A = (3, 0)$ в точку $C = (0, 3)$, а напрямлену пряму L_1 — на напрялену пряму L_2.

Розв'язок. Визначимо репер $F = (\vec{u}_1, \vec{u}_1, \boldsymbol{A})$ так:

$$\vec{u}_1 = \frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right);$$
$$\vec{u}_2 = \left(-\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right).$$

Тоді $M = F$ — шуканий рух. Насправді M є жорстким рухом. ■

Приклад 2.2.64 легко узагальнюється на знаходження руху, який відображає x-вісь і початок координат на будь-яку іншу пряму та точку. Взявши обернене до цього відображення, ми можемо відобразити довільну пряму на x-вісь. Ми можемо піти ще далі.

Приклад 2.2.65

Знову розглянемо цей самий рис. Ми знайдемо рух M, який відображає точку $\boldsymbol{A} = (3, 0)$ в точку $\boldsymbol{C} = (0, 3)$, а напрямлену пряму $\boldsymbol{L}_1$ — на напрялену пряму $\boldsymbol{L}_2$.

Розв'язок. Визначимо репер $F = (\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_1, \boldsymbol{A})$ так:

$$\vec{\boldsymbol{u}}_1 = \frac{\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}}{|\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right);$$

$$\vec{\boldsymbol{u}}_2 = \left(-\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right).$$

Тоді $M = F$ — шуканий рух. Насправді M є жорстким рухом. ■

Приклад 2.2.64 легко узагальнюється на знаходження руху, який відображає x-вісь і початок координат на будь-яку іншу пряму та точку. Взявши обернене до цього відображення, ми можемо відобразити довільну пряму на x-вісь. Ми можемо піти ще далі.

Приклад 2.2.65

Знову розглянемо цей самий рис. Ми знайдемо рух M, який відображає точку $\boldsymbol{A} = (3, 0)$ в точку $\boldsymbol{C} = (0, 3)$, а напрямлену пряму $\boldsymbol{L}_1$ — на напрялену пряму $\boldsymbol{L}_2$.

Розв'язок. Визначимо репер $F = (\vec{u}_1, \vec{u}_1, \boldsymbol{A})$ так:

$$\vec{u}_1 = \frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right);$$
$$\vec{u}_2 = \left(-\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right).$$

Тоді $M = F$ — шуканий рух. Насправді M є жорстким рухом. ■

Приклад 2.2.64 легко узагальнюється на знаходження руху, який відображає x-вісь і початок координат на будь-яку іншу пряму та точку. Взявши обернене до цього відображення, ми можемо відобразити довільну пряму на x-вісь. Ми можемо піти ще далі.

Приклад 2.2.65

Знову розглянемо цей самий рис. Ми знайдемо рух M, який відображає точку $\boldsymbol{A} = (3, 0)$ в точку $\boldsymbol{C} = (0, 3)$, а напрямлену пряму $\boldsymbol{L}_1$ — на напрялену пряму $\boldsymbol{L}_2$.

Розв'язок. Визначимо репер $F = (\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_1, \boldsymbol{A})$ так:

$$\vec{\boldsymbol{u}}_1 = \frac{\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}}{|\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right);$$
$$\vec{\boldsymbol{u}}_2 = \left(-\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right).$$

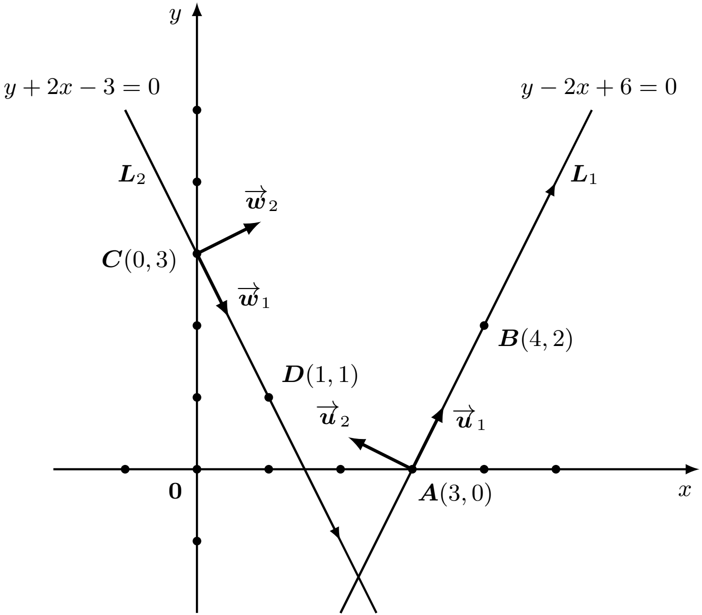
Тоді $M = F$ — шуканий рух. Насправді M є жорстким рухом. ■

Приклад 2.2.64 легко узагальнюється на знаходження руху, який відображає x-вісь і початок координат на будь-яку іншу пряму та точку. Взявши обернене до цього відображення, ми можемо відобразити довільну пряму на x-вісь. Ми можемо піти ще далі.

Приклад 2.2.65

Знову розглянемо цей самий рис. Ми знайдемо рух M, який відображає точку $\boldsymbol{A} = (3, 0)$ в точку $\boldsymbol{C} = (0, 3)$, а напрямлену пряму $\boldsymbol{L}_1$ — на напрялену пряму $\boldsymbol{L}_2$.

Репери на площині


y
$y + 2x - 3 = 0$
$y - 2x + 6 = 0$
L_2
L_1
$\vec{w}_2$
$C(0,3)$
$\vec{w}_1$
$B(4,2)$
$D(1,1)$
$\vec{u}_2$
$\vec{u}_1$
0
$A(3,0)$
x

Розв'язок. Дотримуючись підходу, використаного в прикладі 2.2.64, ми можемо відобразити x-вісь на пряму $\boldsymbol{L}_2$, використовуючи відображення G, де G — репер $(\vec{\boldsymbol{w}}_1, \vec{\boldsymbol{w}}_2, \boldsymbol{C})$ і

$$\vec{\boldsymbol{w}}_1 = \frac{\overrightarrow{\boldsymbol{CD}}}{|\overrightarrow{\boldsymbol{CD}}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, -\frac{2}{\sqrt{5}}\right); \qquad \vec{\boldsymbol{w}}_2 = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right).$$

Якщо F — репер, визначений у прикладі 2.2.64, то $M = GF^{-1}$ — жорсткий рух, який зробить те, що ми хочемо. У термінах рівнянь маємо:

$$F^{-1}: \qquad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{1}{\sqrt{5}}y,$$

$$G: \qquad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{1}{\sqrt{5}}y + 3,$$

і

$$M: \qquad x' = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y + \frac{9}{5}; \qquad y' = -\frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y + \frac{27}{5}.$$

Розв'язок. Дотримуючись підходу, використаного в прикладі 2.2.64, ми можемо відобразити x-вісь на пряму L_2, використовуючи відображення G, де G — репер $(\vec{w}_1, \vec{w}_2, C)$ і

$$\vec{w}_1 = \frac{\overrightarrow{CD}}{|\overrightarrow{CD}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, -\frac{2}{\sqrt{5}}\right); \qquad \vec{w}_2 = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right).$$

Якщо F — репер, визначений у прикладі 2.2.64, то $M = GF^{-1}$ — жорсткий рух, який зробить те, що ми хочемо. У термінах рівнянь маємо:

$$F^{-1}: \qquad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{1}{\sqrt{5}}y,$$

$$G: \qquad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{1}{\sqrt{5}}y + 3,$$

і

$$M: \qquad x' = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y + \frac{9}{5}; \qquad y' = -\frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y + \frac{27}{5}.$$

Розв'язок. Дотримуючись підходу, використаного в прикладі 2.2.64, ми можемо відобразити x-вісь на пряму $\boldsymbol{L}_2$, використовуючи відображення G, де G — репер $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \boldsymbol{C})$ і

$$\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1 = \frac{\overrightarrow{\boldsymbol{CD}}}{|\overrightarrow{\boldsymbol{CD}}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, -\frac{2}{\sqrt{5}}\right); \qquad \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2 = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right).$$

Якщо F — репер, визначений у прикладі 2.2.64, то $M = GF^{-1}$ — жорсткий рух, який зробить те, що ми хочемо. У термінах рівнянь маємо:

$$F^{-1}: \qquad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{1}{\sqrt{5}}y,$$

$$G: \qquad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{1}{\sqrt{5}}y + 3,$$

і

$$M: \qquad x' = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y + \frac{9}{5}; \qquad y' = -\frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y + \frac{27}{5}.$$

Розв'язок. Дотримуючись підходу, використаного в прикладі 2.2.64, ми можемо відобразити x-вісь на пряму $\boldsymbol{L}_2$, використовуючи відображення G, де G — репер $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \boldsymbol{C})$ і

$$\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1 = \frac{\overrightarrow{\boldsymbol{CD}}}{|\overrightarrow{\boldsymbol{CD}}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, -\frac{2}{\sqrt{5}}\right); \qquad \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2 = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right).$$

Якщо F — репер, визначений у прикладі 2.2.64, то $M = GF^{-1}$ — жорсткий рух, який зробить те, що ми хочемо. У термінах рівнянь маємо:

$$F^{-1}: \qquad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{1}{\sqrt{5}}y,$$

$$G: \qquad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{1}{\sqrt{5}}y + 3,$$

і

$$M: \qquad x' = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y + \frac{9}{5}; \qquad y' = -\frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y + \frac{27}{5}.$$

Розв'язок. Дотримуючись підходу, використаного в прикладі 2.2.64, ми можемо відобразити x-вісь на пряму $\boldsymbol{L}_2$, використовуючи відображення G, де G — репер $(\vec{\boldsymbol{w}}_1, \vec{\boldsymbol{w}}_2, \boldsymbol{C})$ і

$$\vec{\boldsymbol{w}}_1 = \frac{\overrightarrow{\boldsymbol{CD}}}{|\overrightarrow{\boldsymbol{CD}}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, -\frac{2}{\sqrt{5}}\right); \qquad \vec{\boldsymbol{w}}_2 = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right).$$

Якщо F — репер, визначений у прикладі 2.2.64, то $M = GF^{-1}$ — жорсткий рух, який зробить те, що ми хочемо. У термінах рівнянь маємо:

$$F^{-1}: \qquad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{1}{\sqrt{5}}y,$$

$$G: \qquad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{1}{\sqrt{5}}y + 3,$$

і

$$M: \qquad x' = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y + \frac{9}{5}; \qquad y' = -\frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y + \frac{27}{5}.$$

Репери на площині

Розв'язок. Дотримуючись підходу, використаного в прикладі 2.2.64, ми можемо відобразити x-вісь на пряму $\boldsymbol{L}_2$, використовуючи відображення G, де G — репер $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \boldsymbol{C})$ і

$$\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1 = \frac{\overrightarrow{\boldsymbol{CD}}}{|\overrightarrow{\boldsymbol{CD}}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, -\frac{2}{\sqrt{5}}\right); \qquad \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2 = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right).$$

Якщо F — репер, визначений у прикладі 2.2.64, то $M = GF^{-1}$ — жорсткий рух, який зробить те, що ми хочемо. У термінах рівнянь маємо:

$$F^{-1}: \qquad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{1}{\sqrt{5}}y,$$

$$G: \qquad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{1}{\sqrt{5}}y + 3,$$

і

$$M: \qquad x' = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y + \frac{9}{5}; \qquad y' = -\frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y + \frac{27}{5}.$$

Розв'язок. Дотримуючись підходу, використаного в прикладі 2.2.64, ми можемо відобразити x-вісь на пряму $\boldsymbol{L}_2$, використовуючи відображення G, де G — репер $(\vec{\boldsymbol{w}}_1, \vec{\boldsymbol{w}}_2, \boldsymbol{C})$ і

$$\vec{\boldsymbol{w}}_1 = \frac{\overrightarrow{\boldsymbol{CD}}}{|\overrightarrow{\boldsymbol{CD}}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, -\frac{2}{\sqrt{5}}\right); \qquad \vec{\boldsymbol{w}}_2 = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right).$$

Якщо F — репер, визначений у прикладі 2.2.64, то $M = GF^{-1}$ — жорсткий рух, який зробить те, що ми хочемо. У термінах рівнянь маємо:

$$F^{-1}: \qquad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{1}{\sqrt{5}}y,$$

$$G: \qquad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{1}{\sqrt{5}}y + 3,$$

і

$$M: \qquad x' = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y + \frac{9}{5}; \qquad y' = -\frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y + \frac{27}{5}.$$

Розв'язок. Дотримуючись підходу, використаного в прикладі 2.2.64, ми можемо відобразити x-вісь на пряму $\boldsymbol{L}_2$, використовуючи відображення G, де G — репер $(\vec{\boldsymbol{w}}_1, \vec{\boldsymbol{w}}_2, \boldsymbol{C})$ і

$$\vec{\boldsymbol{w}}_1 = \frac{\overrightarrow{\boldsymbol{CD}}}{|\overrightarrow{\boldsymbol{CD}}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, -\frac{2}{\sqrt{5}}\right); \qquad \vec{\boldsymbol{w}}_2 = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right).$$

Якщо F — репер, визначений у прикладі 2.2.64, то $M = GF^{-1}$ — жорсткий рух, який зробить те, що ми хочемо. У термінах рівнянь маємо:

$$F^{-1}: \qquad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{1}{\sqrt{5}}y,$$

$$G: \qquad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{1}{\sqrt{5}}y + 3,$$

і

$$M: \qquad x' = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y + \frac{9}{5}; \qquad y' = -\frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y + \frac{27}{5}.$$

Розв'язок. Дотримуючись підходу, використаного в прикладі 2.2.64, ми можемо відобразити x-вісь на пряму $\boldsymbol{L}_2$, використовуючи відображення G, де G — репер $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \boldsymbol{C})$ і

$$\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1 = \frac{\overrightarrow{\boldsymbol{CD}}}{|\overrightarrow{\boldsymbol{CD}}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, -\frac{2}{\sqrt{5}}\right); \qquad \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2 = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right).$$

Якщо F — репер, визначений у прикладі 2.2.64, то $M = GF^{-1}$ — жорсткий рух, який зробить те, що ми хочемо. У термінах рівнянь маємо:

$$F^{-1}: \qquad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{1}{\sqrt{5}}y,$$

$$G: \qquad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{1}{\sqrt{5}}y + 3,$$

і

$$M: \qquad x' = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y + \frac{9}{5}; \qquad y' = -\frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y + \frac{27}{5}.$$

Розв'язок. Дотримуючись підходу, використаного в прикладі 2.2.64, ми можемо відобразити x-вісь на пряму $\boldsymbol{L}_2$, використовуючи відображення G, де G — репер $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \boldsymbol{C})$ і

$$\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1 = \frac{\overrightarrow{\boldsymbol{CD}}}{|\overrightarrow{\boldsymbol{CD}}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, -\frac{2}{\sqrt{5}}\right); \qquad \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2 = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right).$$

Якщо F — репер, визначений у прикладі 2.2.64, то $M = GF^{-1}$ — жорсткий рух, який зробить те, що ми хочемо. У термінах рівнянь маємо:

$$F^{-1}: \qquad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{1}{\sqrt{5}}y,$$

$$G: \qquad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{1}{\sqrt{5}}y + 3,$$

і

$$M: \qquad x' = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y + \frac{9}{5}; \qquad y' = -\frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y + \frac{27}{5}.$$

Розв'язок. Дотримуючись підходу, використаного в прикладі 2.2.64, ми можемо відобразити x-вісь на пряму $\boldsymbol{L}_2$, використовуючи відображення G, де G — репер $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \boldsymbol{C})$ і

$$\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1 = \frac{\overrightarrow{\boldsymbol{CD}}}{|\overrightarrow{\boldsymbol{CD}}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, -\frac{2}{\sqrt{5}}\right); \qquad \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2 = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right).$$

Якщо F — репер, визначений у прикладі 2.2.64, то $M = GF^{-1}$ — жорсткий рух, який зробить те, що ми хочемо. У термінах рівнянь маємо:

$$F^{-1}: \qquad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{1}{\sqrt{5}}y,$$

$$G: \qquad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{1}{\sqrt{5}}y + 3,$$

і

$$M: \qquad x' = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y + \frac{9}{5}; \qquad y' = -\frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y + \frac{27}{5}.$$

Розв'язок. Дотримуючись підходу, використаного в прикладі 2.2.64, ми можемо відобразити x-вісь на пряму $\boldsymbol{L}_2$, використовуючи відображення G, де G — репер $(\vec{\boldsymbol{w}}_1, \vec{\boldsymbol{w}}_2, \boldsymbol{C})$ і

$$\vec{\boldsymbol{w}}_1 = \frac{\overrightarrow{\boldsymbol{CD}}}{|\overrightarrow{\boldsymbol{CD}}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, -\frac{2}{\sqrt{5}}\right); \qquad \vec{\boldsymbol{w}}_2 = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right).$$

Якщо F — репер, визначений у прикладі 2.2.64, то $M = GF^{-1}$ — жорсткий рух, який зробить те, що ми хочемо. У термінах рівнянь маємо:

$$F^{-1}: \qquad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{1}{\sqrt{5}}y,$$

$$G: \qquad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{1}{\sqrt{5}}y + 3,$$

і

$$M: \qquad x' = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y + \frac{9}{5}; \qquad y' = -\frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y + \frac{27}{5}.$$

Розв'язок. Дотримуючись підходу, використаного в прикладі 2.2.64, ми можемо відобразити x-вісь на пряму $\boldsymbol{L}_2$, використовуючи відображення G, де G — репер $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \boldsymbol{C})$ і

$$\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1 = \frac{\overrightarrow{\boldsymbol{CD}}}{|\overrightarrow{\boldsymbol{CD}}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, -\frac{2}{\sqrt{5}}\right); \qquad \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2 = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right).$$

Якщо F — репер, визначений у прикладі 2.2.64, то $M = GF^{-1}$ — жорсткий рух, який зробить те, що ми хочемо. У термінах рівнянь маємо:

$$F^{-1}: \qquad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{1}{\sqrt{5}}y,$$

$$G: \qquad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{1}{\sqrt{5}}y + 3,$$

і

$$M: \qquad x' = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y + \frac{9}{5}; \qquad y' = -\frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y + \frac{27}{5}.$$

Розв'язок. Дотримуючись підходу, використаного в прикладі 2.2.64, ми можемо відобразити x-вісь на пряму $\boldsymbol{L}_2$, використовуючи відображення G, де G — репер $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \boldsymbol{C})$ і

$$\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1 = \frac{\overrightarrow{\boldsymbol{CD}}}{|\overrightarrow{\boldsymbol{CD}}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, -\frac{2}{\sqrt{5}}\right); \qquad \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2 = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right).$$

Якщо F — репер, визначений у прикладі 2.2.64, то $M = GF^{-1}$ — жорсткий рух, який зробить те, що ми хочемо. У термінах рівнянь маємо:

$$F^{-1}: \qquad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{1}{\sqrt{5}}y,$$

$$G: \qquad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{1}{\sqrt{5}}y + 3,$$

і

$$M: \qquad x' = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y + \frac{9}{5}; \qquad y' = -\frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y + \frac{27}{5}.$$

Розв'язок. Дотримуючись підходу, використаного в прикладі 2.2.64, ми можемо відобразити x-вісь на пряму $\boldsymbol{L}_2$, використовуючи відображення G, де G — репер $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \boldsymbol{C})$ і

$$\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1 = \frac{\overrightarrow{\boldsymbol{CD}}}{|\overrightarrow{\boldsymbol{CD}}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, -\frac{2}{\sqrt{5}}\right); \qquad \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2 = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right).$$

Якщо F — репер, визначений у прикладі 2.2.64, то $M = GF^{-1}$ — жорсткий рух, який зробить те, що ми хочемо. У термінах рівнянь маємо:

$$F^{-1}: \qquad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{1}{\sqrt{5}}y,$$

$$G: \qquad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}(x-3) + \frac{1}{\sqrt{5}}y + 3,$$

і

$$M: \qquad x' = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y + \frac{9}{5}; \qquad y' = -\frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y + \frac{27}{5}.$$

■

Переглядаючи розв'язок прикладу 2.2.65, слухач може задатися запитанням, чи була особлива причина для вибору конкретних ортонормованих базисів $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2)$. Це зовсім не так. Важливе спостереження полягає в тому, що незалежно від вибору, три точки A, $A + \overrightarrow{u}_1$ і $A + \overrightarrow{u}_2$ будуть відображені в точки C, $C + \overrightarrow{w}_1$ і $C + \overrightarrow{w}_2$, відповідно. Пряма, яка визначається точками A і $A + \overrightarrow{u}_1$, буде відображена на пряму, яка визначається точками C і $C + \overrightarrow{w}_1$. Ми могли б замінити базиси на $(\overrightarrow{u}_1, \pm\overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \pm\overrightarrow{w}_2)$, або $(-\overrightarrow{u}_1, \pm\overrightarrow{u}_2)$ і $(-\overrightarrow{w}_1, \pm\overrightarrow{w}_2)$, і ми отримали б відповідь на нашу задачу. З іншого боку, якщо ми хочемо отримати жорсткий рух, то все ми не будемо міркувати довільним чином. У нас ще є вибір, але наші базиси повинні породжувати однакову орієнтацію площини. Зокрема, наприклад, ми не зможемо вибрати базиси $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, -\overrightarrow{w}_2)$.

З прикладу 2.2.65 легко побачити, що репер можна легко використовувати для розв'язання загальної задачі відображення однієї напрямленої прямої та точки на іншу напрямлену пряму та точку. Користувачеві слід порівняти цей підхід із тим, як задача була б розв'язана без реперів. Справжня математика насправді є такою ж. Ортонормовані базиси мають косинуси кутів, які використовуються для повороту, що міститься в них неявно. Нагадаємо, що компоненти одиничного вектора є просто напрямними косинусами. Тим не менш, з реперами потрібно просто побудувати ортонормовані базиси, а це легше, ніж безпосередньо возитися з кутами.

Переглядаючи розв'язок прикладу 2.2.65, слухач може задатися запитанням, чи була особлива причина для вибору конкретних ортонормованих базисів $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2)$. Це зовсім не так. Важливе спостереження полягає в тому, що незалежно від вибору, три точки A, $A+\overrightarrow{u}_1$ і $A+\overrightarrow{u}_2$ будуть відображені в точки C, $C+\overrightarrow{w}_1$ і $C+\overrightarrow{w}_2$, відповідно. Пряма, яка визначається точками A і $A+\overrightarrow{u}_1$, буде відображена на пряму, яка визначається точками C і $C+\overrightarrow{w}_1$. Ми могли б замінити базиси на $(\overrightarrow{u}_1, \pm\overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \pm\overrightarrow{w}_2)$, або $(-\overrightarrow{u}_1, \pm\overrightarrow{u}_2)$ і $(-\overrightarrow{w}_1, \pm\overrightarrow{w}_2)$, і ми отримали б відповідь на нашу задачу. З іншого боку, якщо ми хочемо отримати жорсткий рух, то все ми не будемо міркувати довільним чином. У нас ще є вибір, але наші базиси повинні породжувати однакову орієнтацію площини. Зокрема, наприклад, ми не зможемо вибрати базиси $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, -\overrightarrow{w}_2)$.

З прикладу 2.2.65 легко побачити, що репер можна легко використовувати для розв'язання загальної задачі відображення однієї напрямленої прямої та точки на іншу напрямлену пряму та точку. Користувачеві слід порівняти цей підхід із тим, як задача була б розв'язана без реперів. Справжня математика насправді є такою ж. Ортонормовані базиси мають косинуси кутів, які використовуються для повороту, що міститься в них неявно. Нагадаємо, що компоненти одиничного вектора є просто напрямними косинусами. Тим не менш, з реперами потрібно просто побудувати ортонормовані базиси, а це легше, ніж безпосередньо возитися з кутами.

Переглядаючи розв'язок прикладу 2.2.65, слухач може задатися запитанням, чи була особлива причина для вибору конкретних ортонормованих базисів $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2)$. Це зовсім не так. Важливе спостереження полягає в тому, що незалежно від вибору, три точки A, $A+\overrightarrow{u}_1$ і $A+\overrightarrow{u}_2$ будуть відображені в точки C, $C+\overrightarrow{w}_1$ і $C+\overrightarrow{w}_2$, відповідно. Пряма, яка визначається точками A і $A+\overrightarrow{u}_1$, буде відображена на пряму, яка визначається точками C і $C+\overrightarrow{w}_1$. Ми могли б замінити базиси на $(\overrightarrow{u}_1, \pm\overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \pm\overrightarrow{w}_2)$, або $(-\overrightarrow{u}_1, \pm\overrightarrow{u}_2)$ і $(-\overrightarrow{w}_1, \pm\overrightarrow{w}_2)$, і ми отримали б відповідь на нашу задачу. З іншого боку, якщо ми хочемо отримати жорсткий рух, то все ми не будемо міркувати довільним чином. У нас ще є вибір, але наші базиси повинні породжувати однакову орієнтацію площини. Зокрема, наприклад, ми не зможемо вибрати базиси $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, -\overrightarrow{w}_2)$.

З прикладу 2.2.65 легко побачити, що репер можна легко використовувати для розв'язання загальної задачі відображення однієї напрямленої прямої та точки на іншу напрямлену пряму та точку. Користувачеві слід порівняти цей підхід із тим, як задача була б розв'язана без реперів. Справжня математика насправді є такою ж. Ортонормовані базиси мають косинуси кутів, які використовуються для повороту, що міститься в них неявно. Нагадаємо, що компоненти одиничного вектора є просто напрямними косинусами. Тим не менш, з реперами потрібно просто побудувати ортонормовані базиси, а це легше, ніж безпосередньо возитися з кутами.

Переглядаючи розв'язок прикладу 2.2.65, слухач може задатися запитанням, чи була особлива причина для вибору конкретних ортонормованих базисів $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2)$. Це зовсім не так. Важливе спостереження полягає в тому, що незалежно від вибору, три точки A, $A+\overrightarrow{u}_1$ і $A+\overrightarrow{u}_2$ будуть відображені в точки C, $C+\overrightarrow{w}_1$ і $C+\overrightarrow{w}_2$, відповідно. Пряма, яка визначається точками A і $A+\overrightarrow{u}_1$, буде відображена на пряму, яка визначається точками C і $C+\overrightarrow{w}_1$. Ми могли б замінити базиси на $(\overrightarrow{u}_1, \pm\overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \pm\overrightarrow{w}_2)$, або $(-\overrightarrow{u}_1, \pm\overrightarrow{u}_2)$ і $(-\overrightarrow{w}_1, \pm\overrightarrow{w}_2)$, і ми отримали б відповідь на нашу задачу. З іншого боку, якщо ми хочемо отримати жорсткий рух, то все ми не будемо міркувати довільним чином. У нас ще є вибір, але наші базиси повинні породжувати однакову орієнтацію площини. Зокрема, наприклад, ми не зможемо вибрати базиси $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, -\overrightarrow{w}_2)$.

З прикладу 2.2.65 легко побачити, що репер можна легко використовувати для розв'язання загальної задачі відображення однієї напрямленої прямої та точки на іншу напрямлену пряму та точку. Користувачеві слід порівняти цей підхід із тим, як задача була б розв'язана без реперів. Справжня математика насправді є такою ж. Ортонормовані базиси мають косинуси кутів, які використовуються для повороту, що міститься в них неявно. Нагадаємо, що компоненти одиничного вектора є просто напрямними косинусами. Тим не менш, з реперами потрібно просто побудувати ортонормовані базиси, а це легше, ніж безпосередньо возитися з кутами.

Переглядаючи розв'язок прикладу 2.2.65, слухач може задатися запитанням, чи була особлива причина для вибору конкретних ортонормованих базисів $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2)$. Це зовсім не так. Важливе спостереження полягає в тому, що незалежно від вибору, три точки A, $A+\overrightarrow{u}_1$ і $A+\overrightarrow{u}_2$ будуть відображені в точки C, $C+\overrightarrow{w}_1$ і $C+\overrightarrow{w}_2$, відповідно. Пряма, яка визначається точками A і $A+\overrightarrow{u}_1$, буде відображена на пряму, яка визначається точками C і $C+\overrightarrow{w}_1$. Ми могли б замінити базиси на $(\overrightarrow{u}_1, \pm\overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \pm\overrightarrow{w}_2)$, або $(-\overrightarrow{u}_1, \pm\overrightarrow{u}_2)$ і $(-\overrightarrow{w}_1, \pm\overrightarrow{w}_2)$, і ми отримали б відповідь на нашу задачу. З іншого боку, якщо ми хочемо отримати жорсткий рух, то все ми не будемо міркувати довільним чином. У нас ще є вибір, але наші базиси повинні породжувати однакову орієнтацію площини. Зокрема, наприклад, ми не зможемо вибрати базиси $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, -\overrightarrow{w}_2)$.

З прикладу 2.2.65 легко побачити, що репер можна легко використовувати для розв'язання загальної задачі відображення однієї напрямленої прямої та точки на іншу напрямлену пряму та точку. Користувачеві слід порівняти цей підхід із тим, як задача була б розв'язана без реперів. Справжня математика насправді є такою ж. Ортонормовані базиси мають косинуси кутів, які використовуються для повороту, що міститься в них неявно. Нагадаємо, що компоненти одиничного вектора є просто напрямними косинусами. Тим не менш, з реперами потрібно просто побудувати ортонормовані базиси, а це легше, ніж безпосередньо возитися з кутами.

Репери на площині

Переглядаючи розв'язок прикладу 2.2.65, слухач може задатися запитанням, чи була особлива причина для вибору конкретних ортонормованих базисів $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2)$. Це зовсім не так. Важливе спостереження полягає в тому, що незалежно від вибору, три точки A, $A + \overrightarrow{u}_1$ і $A + \overrightarrow{u}_2$ будуть відображені в точки C, $C + \overrightarrow{w}_1$ і $C + \overrightarrow{w}_2$, відповідно. Пряма, яка визначається точками A і $A + \overrightarrow{u}_1$, буде відображена на пряму, яка визначається точками C і $C + \overrightarrow{w}_1$. Ми могли б замінити базиси на $(\overrightarrow{u}_1, \pm\overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \pm\overrightarrow{w}_2)$, або $(-\overrightarrow{u}_1, \pm\overrightarrow{u}_2)$ і $(-\overrightarrow{w}_1, \pm\overrightarrow{w}_2)$, і ми отримали б відповідь на нашу задачу. З іншого боку, якщо ми хочемо отримати жорсткий рух, то все ми не будемо міркувати довільним чином. У нас ще є вибір, але наші базиси повинні породжувати однакову орієнтацію площини. Зокрема, наприклад, ми не зможемо вибрати базиси $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, -\overrightarrow{w}_2)$.

З прикладу 2.2.65 легко побачити, що репер можна легко використовувати для розв'язання загальної задачі відображення однієї напрямленої прямої та точки на іншу напрямлену пряму та точку. Користувачеві слід порівняти цей підхід із тим, як задача була б розв'язана без реперів. Справжня математика насправді є такою ж. Ортонормовані базиси мають косинуси кутів, які використовуються для повороту, що міститься в них неявно. Нагадаємо, що компоненти одиничного вектора є просто напрямними косинусами. Тим не менш, з реперами потрібно просто побудувати ортонормовані базиси, а це легше, ніж безпосередньо возитися з кутами.

Переглядаючи розв'язок прикладу 2.2.65, слухач може задатися запитанням, чи була особлива причина для вибору конкретних ортонормованих базисів $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2)$. Це зовсім не так. Важливе спостереження полягає в тому, що незалежно від вибору, три точки A, $A+\overrightarrow{u}_1$ і $A+\overrightarrow{u}_2$ будуть відображені в точки C, $C+\overrightarrow{w}_1$ і $C+\overrightarrow{w}_2$, відповідно. Пряма, яка визначається точками A і $A+\overrightarrow{u}_1$, буде відображена на пряму, яка визначається точками C і $C+\overrightarrow{w}_1$. Ми могли б замінити базиси на $(\overrightarrow{u}_1, \pm\overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \pm\overrightarrow{w}_2)$, або $(-\overrightarrow{u}_1, \pm\overrightarrow{u}_2)$ і $(-\overrightarrow{w}_1, \pm\overrightarrow{w}_2)$, і ми отримали б відповідь на нашу задачу. З іншого боку, якщо ми хочемо отримати жорсткий рух, то все ми не будемо міркувати довільним чином. У нас ще є вибір, але наші базиси повинні породжувати однакову орієнтацію площини. Зокрема, наприклад, ми не зможемо вибрати базиси $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, -\overrightarrow{w}_2)$.

З прикладу 2.2.65 легко побачити, що репер можна легко використовувати для розв'язання загальної задачі відображення однієї напрямленої прямої та точки на іншу напрямлену пряму та точку. Користувачеві слід порівняти цей підхід із тим, як задача була б розв'язана без реперів. Справжня математика насправді є такою ж. Ортонормовані базиси мають косинуси кутів, які використовуються для повороту, що міститься в них неявно. Нагадаємо, що компоненти одиничного вектора є просто напрямними косинусами. Тим не менш, з реперами потрібно просто побудувати ортонормовані базиси, а це легше, ніж безпосередньо возитися з кутами.

Переглядаючи розв'язок прикладу 2.2.65, слухач може задатися запитанням, чи була особлива причина для вибору конкретних ортонормованих базисів $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2)$. Це зовсім не так. Важливе спостереження полягає в тому, що незалежно від вибору, три точки A, $A+\overrightarrow{u}_1$ і $A+\overrightarrow{u}_2$ будуть відображені в точки C, $C+\overrightarrow{w}_1$ і $C+\overrightarrow{w}_2$, відповідно. Пряма, яка визначається точками A і $A+\overrightarrow{u}_1$, буде відображена на пряму, яка визначається точками C і $C+\overrightarrow{w}_1$. Ми могли б замінити базиси на $(\overrightarrow{u}_1, \pm\overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \pm\overrightarrow{w}_2)$, або $(-\overrightarrow{u}_1, \pm\overrightarrow{u}_2)$ і $(-\overrightarrow{w}_1, \pm\overrightarrow{w}_2)$, і ми отримали б відповідь на нашу задачу. З іншого боку, якщо ми хочемо отримати жорсткий рух, то все ми не будемо міркувати довільним чином. У нас ще є вибір, але наші базиси повинні породжувати однакову орієнтацію площини. Зокрема, наприклад, ми не зможемо вибрати базиси $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, -\overrightarrow{w}_2)$.

З прикладу 2.2.65 легко побачити, що репер можна легко використовувати для розв'язання загальної задачі відображення однієї напрямленої прямої та точки на іншу напрямлену пряму та точку. Користувачеві слід порівняти цей підхід із тим, як задача була б розв'язана без реперів. Справжня математика насправді є такою ж. Ортонормовані базиси мають косинуси кутів, які використовуються для повороту, що міститься в них неявно. Нагадаємо, що компоненти одиничного вектора є просто напрямними косинусами. Тим не менш, з реперами потрібно просто побудувати ортонормовані базиси, а це легше, ніж безпосередньо возитися з кутами.

Переглядаючи розв'язок прикладу 2.2.65, слухач може задатися запитанням, чи була особлива причина для вибору конкретних ортонормованих базисів $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2)$. Це зовсім не так. Важливе спостереження полягає в тому, що незалежно від вибору, три точки A, $A+\overrightarrow{u}_1$ і $A+\overrightarrow{u}_2$ будуть відображені в точки C, $C+\overrightarrow{w}_1$ і $C+\overrightarrow{w}_2$, відповідно. Пряма, яка визначається точками A і $A+\overrightarrow{u}_1$, буде відображена на пряму, яка визначається точками C і $C+\overrightarrow{w}_1$. Ми могли б замінити базиси на $(\overrightarrow{u}_1, \pm\overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \pm\overrightarrow{w}_2)$, або $(-\overrightarrow{u}_1, \pm\overrightarrow{u}_2)$ і $(-\overrightarrow{w}_1, \pm\overrightarrow{w}_2)$, і ми отримали б відповідь на нашу задачу. З іншого боку, якщо ми хочемо отримати жорсткий рух, то все ми не будемо міркувати довільним чином. У нас ще є вибір, але наші базиси повинні породжувати однакову орієнтацію площини. Зокрема, наприклад, ми не зможемо вибрати базиси $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, -\overrightarrow{w}_2)$.

З прикладу 2.2.65 легко побачити, що репер можна легко використовувати для розв'язання загальної задачі відображення однієї напрямленої прямої та точки на іншу напрямлену пряму та точку. Користувачеві слід порівняти цей підхід із тим, як задача була б розв'язана без реперів. Справжня математика насправді є такою ж. Ортонормовані базиси мають косинуси кутів, які використовуються для повороту, що міститься в них неявно. Нагадаємо, що компоненти одиничного вектора є просто напрямними косинусами. Тим не менш, з реперами потрібно просто побудувати ортонормовані базиси, а це легше, ніж безпосередньо возитися з кутами.

Переглядаючи розв'язок прикладу 2.2.65, слухач може задатися запитанням, чи була особлива причина для вибору конкретних ортонормованих базисів $(\vec{u}_1, \vec{u}_2)$ і $(\vec{w}_1, \vec{w}_2)$. Це зовсім не так. Важливе спостереження полягає в тому, що незалежно від вибору, три точки A, $A + \vec{u}_1$ і $A + \vec{u}_2$ будуть відображені в точки C, $C + \vec{w}_1$ і $C + \vec{w}_2$, відповідно. Пряма, яка визначається точками A і $A + \vec{u}_1$, буде відображена на пряму, яка визначається точками C і $C + \vec{w}_1$. Ми могли б замінити базиси на $(\vec{u}_1, \pm\vec{u}_2)$ і $(\vec{w}_1, \pm\vec{w}_2)$, або $(-\vec{u}_1, \pm\vec{u}_2)$ і $(-\vec{w}_1, \pm\vec{w}_2)$, і ми отримали б відповідь на нашу задачу. З іншого боку, якщо ми хочемо отримати жорсткий рух, то все ми не будемо міркувати довільним чином. У нас ще є вибір, але наші базиси повинні породжувати однакову орієнтацію площини. Зокрема, наприклад, ми не зможемо вибрати базиси $(\vec{u}_1, \vec{u}_2)$ і $(\vec{w}_1, -\vec{w}_2)$.

З прикладу 2.2.65 легко побачити, що репер можна легко використовувати для розв'язання загальної задачі відображення однієї напрямленої прямої та точки на іншу напрямлену пряму та точку. Користувачеві слід порівняти цей підхід із тим, як задача була б розв'язана без реперів. Справжня математика насправді є такою ж. Ортонормовані базиси мають косинуси кутів, які використовуються для повороту, що міститься в них неявно. Нагадаємо, що компоненти одиничного вектора є просто напрямними косинусами. Тим не менш, з реперами потрібно просто побудувати ортонормовані базиси, а це легше, ніж безпосередньо возитися з кутами.

Переглядаючи розв'язок прикладу 2.2.65, слухач може задатися запитанням, чи була особлива причина для вибору конкретних ортонормованих базисів $(\vec{u}_1, \vec{u}_2)$ і $(\vec{w}_1, \vec{w}_2)$. Це зовсім не так. Важливе спостереження полягає в тому, що незалежно від вибору, три точки A, $A + \vec{u}_1$ і $A + \vec{u}_2$ будуть відображені в точки C, $C + \vec{w}_1$ і $C + \vec{w}_2$, відповідно. Пряма, яка визначається точками A і $A + \vec{u}_1$, буде відображена на пряму, яка визначається точками C і $C + \vec{w}_1$. Ми могли б замінити базиси на $(\vec{u}_1, \pm\vec{u}_2)$ і $(\vec{w}_1, \pm\vec{w}_2)$, або $(-\vec{u}_1, \pm\vec{u}_2)$ і $(-\vec{w}_1, \pm\vec{w}_2)$, і ми отримали б відповідь на нашу задачу. З іншого боку, якщо ми хочемо отримати жорсткий рух, то все ми не будемо міркувати довільним чином. У нас ще є вибір, але наші базиси повинні породжувати однакову орієнтацію площини. Зокрема, наприклад, ми не зможемо вибрати базиси $(\vec{u}_1, \vec{u}_2)$ і $(\vec{w}_1, -\vec{w}_2)$.

З прикладу 2.2.65 легко побачити, що репер можна легко використовувати для розв'язання загальної задачі відображення однієї напрямленої прямої та точки на іншу напрямлену пряму та точку. Користувачеві слід порівняти цей підхід із тим, як задача була б розв'язана без реперів. Справжня математика насправді є такою ж. Ортонормовані базиси мають косинуси кутів, які використовуються для повороту, що міститься в них неявно. Нагадаємо, що компоненти одиничного вектора є просто напрямними косинусами. Тим не менш, з реперами потрібно просто побудувати ортонормовані базиси, а це легше, ніж безпосередньо возитися з кутами.

Переглядаючи розв'язок прикладу 2.2.65, слухач може задатися запитанням, чи була особлива причина для вибору конкретних ортонормованих базисів $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2)$. Це зовсім не так. Важливе спостереження полягає в тому, що незалежно від вибору, три точки A, $A + \overrightarrow{u}_1$ і $A + \overrightarrow{u}_2$ будуть відображені в точки C, $C + \overrightarrow{w}_1$ і $C + \overrightarrow{w}_2$, відповідно. Пряма, яка визначається точками A і $A + \overrightarrow{u}_1$, буде відображена на пряму, яка визначається точками C і $C + \overrightarrow{w}_1$. Ми могли б замінити базиси на $(\overrightarrow{u}_1, \pm\overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \pm\overrightarrow{w}_2)$, або $(-\overrightarrow{u}_1, \pm\overrightarrow{u}_2)$ і $(-\overrightarrow{w}_1, \pm\overrightarrow{w}_2)$, і ми отримали б відповідь на нашу задачу. З іншого боку, якщо ми хочемо отримати жорсткий рух, то все ми не будемо міркувати довільним чином. У нас ще є вибір, але наші базиси повинні породжувати однакову орієнтацію площини. Зокрема, наприклад, ми не зможемо вибрати базиси $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, -\overrightarrow{w}_2)$.

З прикладу 2.2.65 легко побачити, що репер можна легко використовувати для розв'язання загальної задачі відображення однієї напрямленої прямої та точки на іншу напрямлену пряму та точку. Користувачеві слід порівняти цей підхід із тим, як задача була б розв'язана без реперів. Справжня математика насправді є такою ж. Ортонормовані базиси мають косинуси кутів, які використовуються для повороту, що міститься в них неявно. Нагадаємо, що компоненти одиничного вектора є просто напрямними косинусами. Тим не менш, з реперами потрібно просто побудувати ортонормовані базиси, а це легше, ніж безпосередньо возитися з кутами.

Переглядаючи розв'язок прикладу 2.2.65, слухач може задатися запитанням, чи була особлива причина для вибору конкретних ортонормованих базисів $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2)$. Це зовсім не так. Важливе спостереження полягає в тому, що незалежно від вибору, три точки A, $A + \overrightarrow{u}_1$ і $A + \overrightarrow{u}_2$ будуть відображені в точки C, $C + \overrightarrow{w}_1$ і $C + \overrightarrow{w}_2$, відповідно. Пряма, яка визначається точками A і $A + \overrightarrow{u}_1$, буде відображена на пряму, яка визначається точками C і $C + \overrightarrow{w}_1$. Ми могли б замінити базиси на $(\overrightarrow{u}_1, \pm\overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \pm\overrightarrow{w}_2)$, або $(-\overrightarrow{u}_1, \pm\overrightarrow{u}_2)$ і $(-\overrightarrow{w}_1, \pm\overrightarrow{w}_2)$, і ми отримали б відповідь на нашу задачу. З іншого боку, якщо ми хочемо отримати жорсткий рух, то все ми не будемо міркувати довільним чином. У нас ще є вибір, але наші базиси повинні породжувати однакову орієнтацію площини. Зокрема, наприклад, ми не зможемо вибрати базиси $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, -\overrightarrow{w}_2)$.

З прикладу 2.2.65 легко побачити, що репер можна легко використовувати для розв'язання загальної задачі відображення однієї напрямленої прямої та точки на іншу напрямлену пряму та точку. Користувачеві слід порівняти цей підхід із тим, як задача була б розв'язана без реперів. Справжня математика насправді є такою ж. Ортонормовані базиси мають косинуси кутів, які використовуються для повороту, що міститься в них неявно. Нагадаємо, що компоненти одиничного вектора є просто напрямними косинусами. Тим не менш, з реперами потрібно просто побудувати ортонормовані базиси, а це легше, ніж безпосередньо возитися з кутами.

Переглядаючи розв'язок прикладу 2.2.65, слухач може задатися запитанням, чи була особлива причина для вибору конкретних ортонормованих базисів $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2)$. Це зовсім не так. Важливе спостереження полягає в тому, що незалежно від вибору, три точки A, $A + \overrightarrow{u}_1$ і $A + \overrightarrow{u}_2$ будуть відображені в точки C, $C + \overrightarrow{w}_1$ і $C + \overrightarrow{w}_2$, відповідно. Пряма, яка визначається точками A і $A + \overrightarrow{u}_1$, буде відображена на пряму, яка визначається точками C і $C + \overrightarrow{w}_1$. Ми могли б замінити базиси на $(\overrightarrow{u}_1, \pm\overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \pm\overrightarrow{w}_2)$, або $(-\overrightarrow{u}_1, \pm\overrightarrow{u}_2)$ і $(-\overrightarrow{w}_1, \pm\overrightarrow{w}_2)$, і ми отримали б відповідь на нашу задачу. З іншого боку, якщо ми хочемо отримати жорсткий рух, то все ми не будемо міркувати довільним чином. У нас ще є вибір, але наші базиси повинні породжувати однакову орієнтацію площини. Зокрема, наприклад, ми не зможемо вибрати базиси $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, -\overrightarrow{w}_2)$.

З прикладу 2.2.65 легко побачити, що репер можна легко використовувати для розв'язання загальної задачі відображення однієї напрямленої прямої та точки на іншу напрямлену пряму та точку. Користувачеві слід порівняти цей підхід із тим, як задача була б розв'язана без реперів. Справжня математика насправді є такою ж. Ортонормовані базиси мають косинуси кутів, які використовуються для повороту, що міститься в них неявно. Нагадаємо, що компоненти одиничного вектора є просто напрямними косинусами. Тим не менш, з реперами потрібно просто побудувати ортонормовані базиси, а це легше, ніж безпосередньо возитися з кутами.

Переглядаючи розв'язок прикладу 2.2.65, слухач може задатися запитанням, чи була особлива причина для вибору конкретних ортонормованих базисів $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2)$. Це зовсім не так. Важливе спостереження полягає в тому, що незалежно від вибору, три точки A, $A + \overrightarrow{u}_1$ і $A + \overrightarrow{u}_2$ будуть відображені в точки C, $C + \overrightarrow{w}_1$ і $C + \overrightarrow{w}_2$, відповідно. Пряма, яка визначається точками A і $A + \overrightarrow{u}_1$, буде відображена на пряму, яка визначається точками C і $C + \overrightarrow{w}_1$. Ми могли б замінити базиси на $(\overrightarrow{u}_1, \pm\overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \pm\overrightarrow{w}_2)$, або $(-\overrightarrow{u}_1, \pm\overrightarrow{u}_2)$ і $(-\overrightarrow{w}_1, \pm\overrightarrow{w}_2)$, і ми отримали б відповідь на нашу задачу. З іншого боку, якщо ми хочемо отримати жорсткий рух, то все ми не будемо міркувати довільним чином. У нас ще є вибір, але наші базиси повинні породжувати однакову орієнтацію площини. Зокрема, наприклад, ми не зможемо вибрати базиси $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, -\overrightarrow{w}_2)$.

З прикладу 2.2.65 легко побачити, що репер можна легко використовувати для розв'язання загальної задачі відображення однієї напрямленої прямої та точки на іншу напрямлену пряму та точку. Користувачеві слід порівняти цей підхід із тим, як задача була б розв'язана без реперів. Справжня математика насправді є такою ж. Ортонормовані базиси мають косинуси кутів, які використовуються для повороту, що міститься в них неявно. Нагадаємо, що компоненти одиничного вектора є просто напрямними косинусами. Тим не менш, з реперами потрібно просто побудувати ортонормовані базиси, а це легше, ніж безпосередньо возитися з кутами.

Переглядаючи розв'язок прикладу 2.2.65, слухач може задатися запитанням, чи була особлива причина для вибору конкретних ортонормованих базисів $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2)$. Це зовсім не так. Важливе спостереження полягає в тому, що незалежно від вибору, три точки A, $A + \overrightarrow{u}_1$ і $A + \overrightarrow{u}_2$ будуть відображені в точки C, $C + \overrightarrow{w}_1$ і $C + \overrightarrow{w}_2$, відповідно. Пряма, яка визначається точками A і $A + \overrightarrow{u}_1$, буде відображена на пряму, яка визначається точками C і $C + \overrightarrow{w}_1$. Ми могли б замінити базиси на $(\overrightarrow{u}_1, \pm\overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \pm\overrightarrow{w}_2)$, або $(-\overrightarrow{u}_1, \pm\overrightarrow{u}_2)$ і $(-\overrightarrow{w}_1, \pm\overrightarrow{w}_2)$, і ми отримали б відповідь на нашу задачу. З іншого боку, якщо ми хочемо отримати жорсткий рух, то все ми не будемо міркувати довільним чином. У нас ще є вибір, але наші базиси повинні породжувати однакову орієнтацію площини. Зокрема, наприклад, ми не зможемо вибрати базиси $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, -\overrightarrow{w}_2)$.

З прикладу 2.2.65 легко побачити, що репер можна легко використовувати для розв'язання загальної задачі відображення однієї напрямленої прямої та точки на іншу напрямлену пряму та точку. Користувачеві слід порівняти цей підхід із тим, як задача була б розв'язана без реперів. Справжня математика насправді є такою ж. Ортонормовані базиси мають косинуси кутів, які використовуються для повороту, що міститься в них неявно. Нагадаємо, що компоненти одиничного вектора є просто напрямними косинусами. Тим не менш, з реперами потрібно просто побудувати ортонормовані базиси, а це легше, ніж безпосередньо возитися з кутами.

Переглядаючи розв'язок прикладу 2.2.65, слухач може задатися запитанням, чи була особлива причина для вибору конкретних ортонормованих базисів $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2)$. Це зовсім не так. Важливе спостереження полягає в тому, що незалежно від вибору, три точки A, $A+\overrightarrow{u}_1$ і $A+\overrightarrow{u}_2$ будуть відображені в точки C, $C+\overrightarrow{w}_1$ і $C+\overrightarrow{w}_2$, відповідно. Пряма, яка визначається точками A і $A+\overrightarrow{u}_1$, буде відображена на пряму, яка визначається точками C і $C+\overrightarrow{w}_1$. Ми могли б замінити базиси на $(\overrightarrow{u}_1, \pm\overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \pm\overrightarrow{w}_2)$, або $(-\overrightarrow{u}_1, \pm\overrightarrow{u}_2)$ і $(-\overrightarrow{w}_1, \pm\overrightarrow{w}_2)$, і ми отримали б відповідь на нашу задачу. З іншого боку, якщо ми хочемо отримати жорсткий рух, то все ми не будемо міркувати довільним чином. У нас ще є вибір, але наші базиси повинні породжувати однакову орієнтацію площини. Зокрема, наприклад, ми не зможемо вибрати базиси $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, -\overrightarrow{w}_2)$.

З прикладу 2.2.65 легко побачити, що репер можна легко використовувати для розв'язання загальної задачі відображення однієї напрямленої прямої та точки на іншу напрямлену пряму та точку. Користувачеві слід порівняти цей підхід із тим, як задача була б розв'язана без реперів. Справжня математика насправді є такою ж. Ортонормовані базиси мають косинуси кутів, які використовуються для повороту, що міститься в них неявно. Нагадаємо, що компоненти одиничного вектора є просто напрямними косинусами. Тим не менш, з реперами потрібно просто побудувати ортонормовані базиси, а це легше, ніж безпосередньо возитися з кутами.

Репери на площині

Переглядаючи розв'язок прикладу 2.2.65, слухач може задатися запитанням, чи була особлива причина для вибору конкретних ортонормованих базисів $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2)$. Це зовсім не так. Важливе спостереження полягає в тому, що незалежно від вибору, три точки A, $A+\overrightarrow{u}_1$ і $A+\overrightarrow{u}_2$ будуть відображені в точки C, $C+\overrightarrow{w}_1$ і $C+\overrightarrow{w}_2$, відповідно. Пряма, яка визначається точками A і $A+\overrightarrow{u}_1$, буде відображена на пряму, яка визначається точками C і $C+\overrightarrow{w}_1$. Ми могли б замінити базиси на $(\overrightarrow{u}_1, \pm\overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \pm\overrightarrow{w}_2)$, або $(-\overrightarrow{u}_1, \pm\overrightarrow{u}_2)$ і $(-\overrightarrow{w}_1, \pm\overrightarrow{w}_2)$, і ми отримали б відповідь на нашу задачу. З іншого боку, якщо ми хочемо отримати жорсткий рух, то все ми не будемо міркувати довільним чином. У нас ще є вибір, але наші базиси повинні породжувати однакову орієнтацію площини. Зокрема, наприклад, ми не зможемо вибрати базиси $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, -\overrightarrow{w}_2)$.

З прикладу 2.2.65 легко побачити, що репер можна легко використовувати для розв'язання загальної задачі відображення однієї напрямленої прямої та точки на іншу напрямлену пряму та точку. Користувачеві слід порівняти цей підхід із тим, як задача була б розв'язана без реперів. Справжня математика насправді є такою ж. Ортонормовані базиси мають косинуси кутів, які використовуються для повороту, що міститься в них неявно. Нагадаємо, що компоненти одиничного вектора є просто напрямними косинусами. Тим не менш, з реперами потрібно просто побудувати ортонормовані базиси, а це легше, ніж безпосередньо возитися з кутами.

Переглядаючи розв'язок прикладу 2.2.65, слухач може задатися запитанням, чи була особлива причина для вибору конкретних ортонормованих базисів $(\vec{u}_1, \vec{u}_2)$ і $(\vec{w}_1, \vec{w}_2)$. Це зовсім не так. Важливе спостереження полягає в тому, що незалежно від вибору, три точки A, $A + \vec{u}_1$ і $A + \vec{u}_2$ будуть відображені в точки C, $C + \vec{w}_1$ і $C + \vec{w}_2$, відповідно. Пряма, яка визначається точками A і $A + \vec{u}_1$, буде відображена на пряму, яка визначається точками C і $C + \vec{w}_1$. Ми могли б замінити базиси на $(\vec{u}_1, \pm\vec{u}_2)$ і $(\vec{w}_1, \pm\vec{w}_2)$, або $(-\vec{u}_1, \pm\vec{u}_2)$ і $(-\vec{w}_1, \pm\vec{w}_2)$, і ми отримали б відповідь на нашу задачу. З іншого боку, якщо ми хочемо отримати жорсткий рух, то все ми не будемо міркувати довільним чином. У нас ще є вибір, але наші базиси повинні породжувати однакову орієнтацію площини. Зокрема, наприклад, ми не зможемо вибрати базиси $(\vec{u}_1, \vec{u}_2)$ і $(\vec{w}_1, -\vec{w}_2)$.

З прикладу 2.2.65 легко побачити, що репер можна легко використовувати для розв'язання загальної задачі відображення однієї напрямленої прямої та точки на іншу напрямлену пряму та точку. Користувачеві слід порівняти цей підхід із тим, як задача була б розв'язана без реперів. Справжня математика насправді є такою ж. Ортонормовані базиси мають косинуси кутів, які використовуються для повороту, що міститься в них неявно. Нагадаємо, що компоненти одиничного вектора є просто напрямними косинусами. Тим не менш, з реперами потрібно просто побудувати ортонормовані базиси, а це легше, ніж безпосередньо возитися з кутами.

Переглядаючи розв'язок прикладу 2.2.65, слухач може задатися запитанням, чи була особлива причина для вибору конкретних ортонормованих базисів $(\vec{u}_1, \vec{u}_2)$ і $(\vec{w}_1, \vec{w}_2)$. Це зовсім не так. Важливе спостереження полягає в тому, що незалежно від вибору, три точки A, $A + \vec{u}_1$ і $A + \vec{u}_2$ будуть відображені в точки C, $C + \vec{w}_1$ і $C + \vec{w}_2$, відповідно. Пряма, яка визначається точками A і $A + \vec{u}_1$, буде відображена на пряму, яка визначається точками C і $C + \vec{w}_1$. Ми могли б замінити базиси на $(\vec{u}_1, \pm\vec{u}_2)$ і $(\vec{w}_1, \pm\vec{w}_2)$, або $(-\vec{u}_1, \pm\vec{u}_2)$ і $(-\vec{w}_1, \pm\vec{w}_2)$, і ми отримали б відповідь на нашу задачу. З іншого боку, якщо ми хочемо отримати жорсткий рух, то все ми не будемо міркувати довільним чином. У нас ще є вибір, але наші базиси повинні породжувати однакову орієнтацію площини. Зокрема, наприклад, ми не зможемо вибрати базиси $(\vec{u}_1, \vec{u}_2)$ і $(\vec{w}_1, -\vec{w}_2)$.

З прикладу 2.2.65 легко побачити, що репер можна легко використовувати для розв'язання загальної задачі відображення однієї напрямленої прямої та точки на іншу напрямлену пряму та точку. Користувачеві слід порівняти цей підхід із тим, як задача була б розв'язана без реперів. Справжня математика насправді є такою ж. Ортонормовані базиси мають косинуси кутів, які використовуються для повороту, що міститься в них неявно. Нагадаємо, що компоненти одиничного вектора є просто напрямними косинусами. Тим не менш, з реперами потрібно просто побудувати ортонормовані базиси, а це легше, ніж безпосередньо возитися з кутами.

Переглядаючи розв'язок прикладу 2.2.65, слухач може задатися запитанням, чи була особлива причина для вибору конкретних ортонормованих базисів $(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$ і $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2)$. Це зовсім не так. Важливе спостереження полягає в тому, що незалежно від вибору, три точки $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{A}+\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1$ і $\boldsymbol{A}+\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2$ будуть відображені в точки $\boldsymbol{C}$, $\boldsymbol{C}+\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1$ і $\boldsymbol{C}+\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2$, відповідно. Пряма, яка визначається точками $\boldsymbol{A}$ і $\boldsymbol{A}+\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1$, буде відображена на пряму, яка визначається точками $\boldsymbol{C}$ і $\boldsymbol{C}+\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1$. Ми могли б замінити базиси на $(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \pm\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$ і $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \pm\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2)$, або $(-\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \pm\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$ і $(-\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \pm\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2)$, і ми отримали б відповідь на нашу задачу. З іншого боку, якщо ми хочемо отримати жорсткий рух, то все ми не будемо міркувати довільним чином. У нас ще є вибір, але наші базиси повинні породжувати однакову орієнтацію площини. Зокрема, наприклад, ми не зможемо вибрати базиси $(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2)$ і $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, -\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2)$.

З прикладу 2.2.65 легко побачити, що репер можна легко використовувати для розв'язання загальної задачі відображення однієї напрямленої прямої та точки на іншу напрямлену пряму та точку. Користувачеві слід порівняти цей підхід із тим, як задача була б розв'язана без реперів. Справжня математика насправді є такою ж. Ортонормовані базиси мають косинуси кутів, які використовуються для повороту, що міститься в них неявно. Нагадаємо, що компоненти одиничного вектора є просто напрямними косинусами. Тим не менш, з реперами потрібно просто побудувати ортонормовані базиси, а це легше, ніж безпосередньо возитися з кутами.

Переглядаючи розв'язок прикладу 2.2.65, слухач може задатися запитанням, чи була особлива причина для вибору конкретних ортонормованих базисів $(\vec{u}_1, \vec{u}_2)$ і $(\vec{w}_1, \vec{w}_2)$. Це зовсім не так. Важливе спостереження полягає в тому, що незалежно від вибору, три точки A, $A+\vec{u}_1$ і $A+\vec{u}_2$ будуть відображені в точки C, $C+\vec{w}_1$ і $C+\vec{w}_2$, відповідно. Пряма, яка визначається точками A і $A+\vec{u}_1$, буде відображена на пряму, яка визначається точками C і $C+\vec{w}_1$. Ми могли б замінити базиси на $(\vec{u}_1, \pm\vec{u}_2)$ і $(\vec{w}_1, \pm\vec{w}_2)$, або $(-\vec{u}_1, \pm\vec{u}_2)$ і $(-\vec{w}_1, \pm\vec{w}_2)$, і ми отримали б відповідь на нашу задачу. З іншого боку, якщо ми хочемо отримати жорсткий рух, то все ми не будемо міркувати довільним чином. У нас ще є вибір, але наші базиси повинні породжувати однакову орієнтацію площини. Зокрема, наприклад, ми не зможемо вибрати базиси $(\vec{u}_1, \vec{u}_2)$ і $(\vec{w}_1, -\vec{w}_2)$.

З прикладу 2.2.65 легко побачити, що репер можна легко використовувати для розв'язання загальної задачі відображення однієї напрямленої прямої та точки на іншу напрямлену пряму та точку. Користувачеві слід порівняти цей підхід із тим, як задача була б розв'язана без реперів. Справжня математика насправді є такою ж. Ортонормовані базиси мають косинуси кутів, які використовуються для повороту, що міститься в них неявно. Нагадаємо, що компоненти одиничного вектора є просто напрямними косинусами. Тим не менш, з реперами потрібно просто побудувати ортонормовані базиси, а це легше, ніж безпосередньо возитися з кутами.

Переглядаючи розв'язок прикладу 2.2.65, слухач може задатися запитанням, чи була особлива причина для вибору конкретних ортонормованих базисів $(\vec{u}_1, \vec{u}_2)$ і $(\vec{w}_1, \vec{w}_2)$. Це зовсім не так. Важливе спостереження полягає в тому, що незалежно від вибору, три точки A, $A + \vec{u}_1$ і $A + \vec{u}_2$ будуть відображені в точки C, $C + \vec{w}_1$ і $C + \vec{w}_2$, відповідно. Пряма, яка визначається точками A і $A + \vec{u}_1$, буде відображена на пряму, яка визначається точками C і $C + \vec{w}_1$. Ми могли б замінити базиси на $(\vec{u}_1, \pm\vec{u}_2)$ і $(\vec{w}_1, \pm\vec{w}_2)$, або $(-\vec{u}_1, \pm\vec{u}_2)$ і $(-\vec{w}_1, \pm\vec{w}_2)$, і ми отримали б відповідь на нашу задачу. З іншого боку, якщо ми хочемо отримати жорсткий рух, то все ми не будемо міркувати довільним чином. У нас ще є вибір, але наші базиси повинні породжувати однакову орієнтацію площини. Зокрема, наприклад, ми не зможемо вибрати базиси $(\vec{u}_1, \vec{u}_2)$ і $(\vec{w}_1, -\vec{w}_2)$.

З прикладу 2.2.65 легко побачити, що репер можна легко використовувати для розв'язання загальної задачі відображення однієї напрямленої прямої та точки на іншу напрямлену пряму та точку. Користувачеві слід порівняти цей підхід із тим, як задача була б розв'язана без реперів. Справжня математика насправді є такою ж. Ортонормовані базиси мають косинуси кутів, які використовуються для повороту, що міститься в них неявно. Нагадаємо, що компоненти одиничного вектора є просто напрямними косинусами. Тим не менш, з реперами потрібно просто побудувати ортонормовані базиси, а це легше, ніж безпосередньо возитися з кутами.

Переглядаючи розв'язок прикладу 2.2.65, слухач може задатися запитанням, чи була особлива причина для вибору конкретних ортонормованих базисів $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2)$. Це зовсім не так. Важливе спостереження полягає в тому, що незалежно від вибору, три точки A, $A + \overrightarrow{u}_1$ і $A + \overrightarrow{u}_2$ будуть відображені в точки C, $C + \overrightarrow{w}_1$ і $C + \overrightarrow{w}_2$, відповідно. Пряма, яка визначається точками A і $A + \overrightarrow{u}_1$, буде відображена на пряму, яка визначається точками C і $C + \overrightarrow{w}_1$. Ми могли б замінити базиси на $(\overrightarrow{u}_1, \pm\overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \pm\overrightarrow{w}_2)$, або $(-\overrightarrow{u}_1, \pm\overrightarrow{u}_2)$ і $(-\overrightarrow{w}_1, \pm\overrightarrow{w}_2)$, і ми отримали б відповідь на нашу задачу. З іншого боку, якщо ми хочемо отримати жорсткий рух, то все ми не будемо міркувати довільним чином. У нас ще є вибір, але наші базиси повинні породжувати однакову орієнтацію площини. Зокрема, наприклад, ми не зможемо вибрати базиси $(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, -\overrightarrow{w}_2)$.

З прикладу 2.2.65 легко побачити, що репер можна легко використовувати для розв'язання загальної задачі відображення однієї напрямленої прямої та точки на іншу напрямлену пряму та точку. Користувачеві слід порівняти цей підхід із тим, як задача була б розв'язана без реперів. Справжня математика насправді є такою ж. Ортонормовані базиси мають косинуси кутів, які використовуються для повороту, що міститься в них неявно. Нагадаємо, що компоненти одиничного вектора є просто напрямними косинусами. Тим не менш, з реперами потрібно просто побудувати ортонормовані базиси, а це легше, ніж безпосередньо возитися з кутами.

Переглядаючи розв'язок прикладу 2.2.65, слухач може задатися запитанням, чи була особлива причина для вибору конкретних ортонормованих базисів $(\vec{u}_1, \vec{u}_2)$ і $(\vec{w}_1, \vec{w}_2)$. Це зовсім не так. Важливе спостереження полягає в тому, що незалежно від вибору, три точки A, $A+\vec{u}_1$ і $A+\vec{u}_2$ будуть відображені в точки C, $C+\vec{w}_1$ і $C+\vec{w}_2$, відповідно. Пряма, яка визначається точками A і $A+\vec{u}_1$, буде відображена на пряму, яка визначається точками C і $C+\vec{w}_1$. Ми могли б замінити базиси на $(\vec{u}_1, \pm\vec{u}_2)$ і $(\vec{w}_1, \pm\vec{w}_2)$, або $(-\vec{u}_1, \pm\vec{u}_2)$ і $(-\vec{w}_1, \pm\vec{w}_2)$, і ми отримали б відповідь на нашу задачу. З іншого боку, якщо ми хочемо отримати жорсткий рух, то все ми не будемо міркувати довільним чином. У нас ще є вибір, але наші базиси повинні породжувати однакову орієнтацію площини. Зокрема, наприклад, ми не зможемо вибрати базиси $(\vec{u}_1, \vec{u}_2)$ і $(\vec{w}_1, -\vec{w}_2)$.
З прикладу 2.2.65 легко побачити, що репер можна легко використовувати для розв'язання загальної задачі відображення однієї напрямленої прямої та точки на іншу напрямлену пряму та точку. Користувачеві слід порівняти цей підхід із тим, як задача була б розв'язана без реперів. Справжня математика насправді є такою ж. Ортонормовані базиси мають косинуси кутів, які використовуються для повороту, що міститься в них неявно. Нагадаємо, що компоненти одиничного вектора є просто напрямними косинусами. Тим не менш, з реперами потрібно просто побудувати ортонормовані базиси, а це легше, ніж безпосередньо возитися з кутами.

Переглядаючи розв'язок прикладу 2.2.65, слухач може задатися запитанням, чи була особлива причина для вибору конкретних ортонормованих базисів $(\vec{u}_1, \vec{u}_2)$ і $(\vec{w}_1, \vec{w}_2)$. Це зовсім не так. Важливе спостереження полягає в тому, що незалежно від вибору, три точки A, $A + \vec{u}_1$ і $A + \vec{u}_2$ будуть відображені в точки C, $C + \vec{w}_1$ і $C + \vec{w}_2$, відповідно. Пряма, яка визначається точками A і $A + \vec{u}_1$, буде відображена на пряму, яка визначається точками C і $C + \vec{w}_1$. Ми могли б замінити базиси на $(\vec{u}_1, \pm\vec{u}_2)$ і $(\vec{w}_1, \pm\vec{w}_2)$, або $(-\vec{u}_1, \pm\vec{u}_2)$ і $(-\vec{w}_1, \pm\vec{w}_2)$, і ми отримали б відповідь на нашу задачу. З іншого боку, якщо ми хочемо отримати жорсткий рух, то все ми не будемо міркувати довільним чином. У нас ще є вибір, але наші базиси повинні породжувати однакову орієнтацію площини. Зокрема, наприклад, ми не зможемо вибрати базиси $(\vec{u}_1, \vec{u}_2)$ і $(\vec{w}_1, -\vec{w}_2)$.

З прикладу 2.2.65 легко побачити, що репер можна легко використовувати для розв'язання загальної задачі відображення однієї напрямленої прямої та точки на іншу напрямлену пряму та точку. Користувачеві слід порівняти цей підхід із тим, як задача була б розв'язана без реперів. Справжня математика насправді є такою ж. Ортонормовані базиси мають косинуси кутів, які використовуються для повороту, що міститься в них неявно. Нагадаємо, що компоненти одиничного вектора є просто напрямними косинусами. Тим не менш, з реперами потрібно просто побудувати ортонормовані базиси, а це легше, ніж безпосередньо возитися з кутами.

Репери на площині

Нарешті, можна також використовувати репери для визначення рухів, які відображають три точки на інші три точок. Наприклад, припустимо, що ми хочемо визначити рух M, який відображає точки $\overrightarrow{A}$, $\overrightarrow{B}$ і $\overrightarrow{C}$ в точки $\overrightarrow{A}'$, $\overrightarrow{B}'$ і $\overrightarrow{C}'$, відповідно (див. рис.).

Нехай $F = (\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2, A)$ — репер, отриманий з одиничного вектора співнапрямленого до вектора $\overrightarrow{AB}$ і з одиничного вектора співнапрямленого до ортогонального доповнення вектора $\overrightarrow{AC}$ стосовно вектора $\overrightarrow{AB}$. Нехай $F' = (\overrightarrow{u}'_1, \overrightarrow{u}'_2, A')$ — репер, отриманий подібним чином з точок A', B' і C'. Тоді $M = F'F^{-1}$.

Нарешті, можна також використовувати репери для визначення рухів, які відображають три точки на інші три точок. Наприклад, припустимо, що ми хочемо визначити рух M, який відображає точки $\overrightarrow{A}$, $\overrightarrow{B}$ і $\overrightarrow{C}$ в точки $\overrightarrow{A}'$, $\overrightarrow{B}'$ і $\overrightarrow{C}'$, відповідно (див. рис.).

Нехай $F = (\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2, A)$ — репер, отриманий з одиничного вектора співнапрямленого до вектора $\overrightarrow{AB}$ і з одиничного вектора співнапрямленого до ортогонального доповнення вектора $\overrightarrow{AC}$ стосовно вектора $\overrightarrow{AB}$. Нехай $F' = (\overrightarrow{u}'_1, \overrightarrow{u}'_2, A')$ — репер, отриманий подібним чином з точок A', B' і C'. Тоді $M = F'F^{-1}$.

Нарешті, можна також використовувати репери для визначення рухів, які відображають три точки на інші три точок. Наприклад, припустимо, що ми хочемо визначити рух M, який відображає точки $\overrightarrow{A}$, $\overrightarrow{B}$ і $\overrightarrow{C}$ в точки $\overrightarrow{A}'$, $\overrightarrow{B}'$ і $\overrightarrow{C}'$, відповідно (див. рис.).

Нехай $F = (\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2, A)$ — репер, отриманий з одиничного вектора співнапрямленого до вектора $\overrightarrow{AB}$ і з одиничного вектора співнапрямленого до ортогонального доповнення вектора $\overrightarrow{AC}$ стосовно вектора $\overrightarrow{AB}$. Нехай $F' = (\overrightarrow{u}'_1, \overrightarrow{u}'_2, A')$ — репер, отриманий подібним чином з точок A', B' і C'. Тоді $M = F'F^{-1}$.

Нарешті, можна також використовувати репери для визначення рухів, які відображають три точки на інші три точок. Наприклад, припустимо, що ми хочемо визначити рух M, який відображає точки $\overrightarrow{A}$, $\overrightarrow{B}$ і $\overrightarrow{C}$ в точки $\overrightarrow{A}'$, $\overrightarrow{B}'$ і $\overrightarrow{C}'$, відповідно (див. рис.).

Нехай $F = (\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2, A)$ — репер, отриманий з одиничного вектора співнапрямленого до вектора $\overrightarrow{AB}$ і з одиничного вектора співнапрямленого до ортогонального доповнення вектора $\overrightarrow{AC}$ стосовно вектора $\overrightarrow{AB}$. Нехай $F' = (\overrightarrow{u}'_1, \overrightarrow{u}'_2, A')$ — репер, отриманий подібним чином з точок A', B' і C'. Тоді $M = F'F^{-1}$.

Репери на площині

Нарешті, можна також використовувати репери для визначення рухів, які відображають три точки на інші три точок. Наприклад, припустимо, що ми хочемо визначити рух M, який відображає точки $\overrightarrow{A}$, $\overrightarrow{B}$ і $\overrightarrow{C}$ в точки $\overrightarrow{A}'$, $\overrightarrow{B}'$ і $\overrightarrow{C}'$, відповідно (див. рис.).

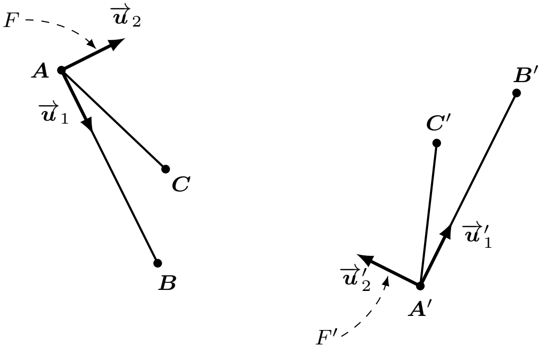
Нехай $F = (\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2, A)$ — репер, отриманий з одиничного вектора співнапрямленого до вектора $\overrightarrow{AB}$ і з одиничного вектора співнапрямленого до ортогонального доповнення вектора $\overrightarrow{AC}$ стосовно вектора $\overrightarrow{AB}$. Нехай $F' = (\overrightarrow{u}'_1, \overrightarrow{u}'_2, A')$ — репер, отриманий подібним чином з точок A', B' і C'. Тоді $M = F'F^{-1}$.

Нарешті, можна також використовувати репери для визначення рухів, які відображають три точки на інші три точок. Наприклад, припустимо, що ми хочемо визначити рух M, який відображає точки $\overrightarrow{A}$, $\overrightarrow{B}$ і $\overrightarrow{C}$ в точки $\overrightarrow{A}'$, $\overrightarrow{B}'$ і $\overrightarrow{C}'$, відповідно (див. рис.).

Нехай $F = (\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2, A)$ — репер, отриманий з одиничного вектора співнапрямленого до вектора $\overrightarrow{AB}$ і з одиничного вектора співнапрямленого до ортогонального доповнення вектора $\overrightarrow{AC}$ стосовно вектора $\overrightarrow{AB}$. Нехай $F' = (\overrightarrow{u}'_1, \overrightarrow{u}'_2, A')$ — репер, отриманий подібним чином з точок A', B' і C'. Тоді $M = F'F^{-1}$.

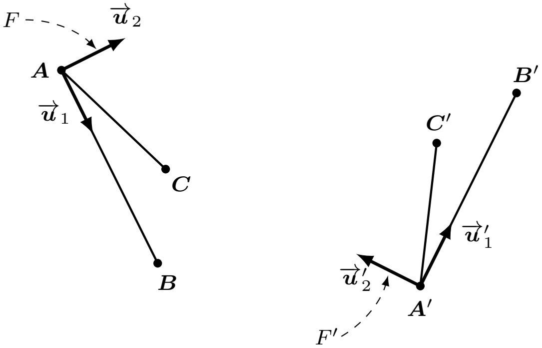
Репери на площині

Нарешті, можна також використовувати репери для визначення рухів, які відображають три точки на інші три точок. Наприклад, припустимо, що ми хочемо визначити рух M, який відображає точки $\vec{A}$, $\vec{B}$ і $\vec{C}$ в точки $\vec{A}'$, $\vec{B}'$ і $\vec{C}'$, відповідно (див. рис.).



Нехай $F = (\vec{u}_1, \vec{u}_2, A)$ — репер, отриманий з одиничного вектора співнапрямленого до вектора $\overrightarrow{AB}$ і з одиничного вектора співнапрямленого до ортогонального доповнення вектора $\overrightarrow{AC}$ стосовно вектора $\overrightarrow{AB}$. Нехай $F' = (\vec{u}'_1, \vec{u}'_2, A')$ — репер, отриманий подібним чином з точок A', B' і C'. Тоді $M = F'F^{-1}$.

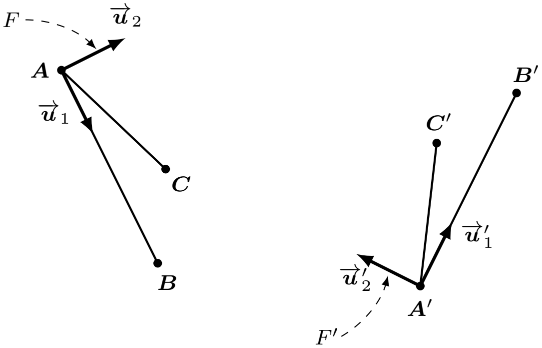
Нарешті, можна також використовувати репери для визначення рухів, які відображають три точки на інші три точок. Наприклад, припустимо, що ми хочемо визначити рух M, який відображає точки $\vec{\boldsymbol{A}}$, $\vec{\boldsymbol{B}}$ і $\vec{\boldsymbol{C}}$ в точки $\vec{\boldsymbol{A}}'$, $\vec{\boldsymbol{B}}'$ і $\vec{\boldsymbol{C}}'$, відповідно (див. рис.).



Нехай $F = (\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{A})$ — репер, отриманий з одиничного вектора співнапрямленого до вектора $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$ і з одиничного вектора співнапрямленого до ортогонального доповнення вектора $\overrightarrow{\boldsymbol{AC}}$ стосовно вектора $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$. Нехай $F' = (\vec{\boldsymbol{u}}'_1, \vec{\boldsymbol{u}}'_2, \boldsymbol{A}')$ — репер, отриманий подібним чином з точок $\boldsymbol{A}'$, $\boldsymbol{B}'$ і $\boldsymbol{C}'$. Тоді $M = F'F^{-1}$.

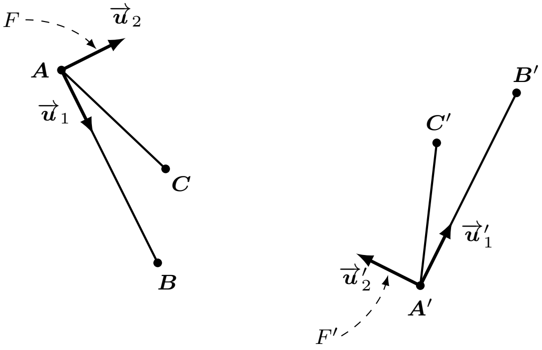
Репери на площині

Нарешті, можна також використовувати репери для визначення рухів, які відображають три точки на інші три точок. Наприклад, припустимо, що ми хочемо визначити рух M, який відображає точки $\overrightarrow{\boldsymbol{A}}$, $\overrightarrow{\boldsymbol{B}}$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{C}}$ в точки $\overrightarrow{\boldsymbol{A}}'$, $\overrightarrow{\boldsymbol{B}}'$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{C}}'$, відповідно (див. рис.).



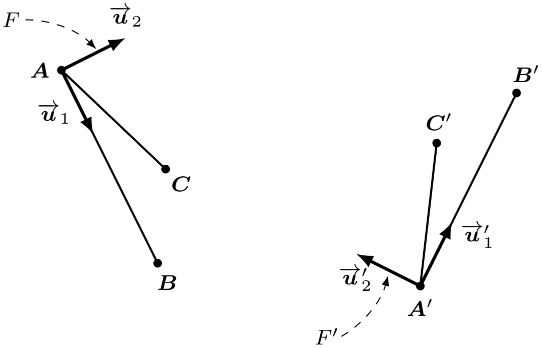
Нехай $F = (\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{A})$ — репер, отриманий з одиничного вектора співнапрямленого до вектора $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$ і з одиничного вектора співнапрямленого до ортогонального доповнення вектора $\overrightarrow{\boldsymbol{AC}}$ стосовно вектора $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$. Нехай $F' = (\overrightarrow{\boldsymbol{u}}'_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}'_2, \boldsymbol{A}')$ — репер, отриманий подібним чином з точок $\boldsymbol{A}'$, $\boldsymbol{B}'$ і $\boldsymbol{C}'$. Тоді $M = F'F^{-1}$.

Нарешті, можна також використовувати репери для визначення рухів, які відображають три точки на інші три точок. Наприклад, припустимо, що ми хочемо визначити рух M, який відображає точки $\vec{A}$, $\vec{B}$ і $\vec{C}$ в точки $\vec{A}'$, $\vec{B}'$ і $\vec{C}'$, відповідно (див. рис.).



Нехай $F = (\vec{u}_1, \vec{u}_2, A)$ — репер, отриманий з одиничного вектора співнапрямленого до вектора $\overrightarrow{AB}$ і з одиничного вектора співнапрямленого до ортогонального доповнення вектора $\overrightarrow{AC}$ стосовно вектора $\overrightarrow{AB}$. Нехай $F' = (\vec{u}'_1, \vec{u}'_2, A')$ — репер, отриманий подібним чином з точок A', B' і C'. Тоді $M = F'F^{-1}$.

Нарешті, можна також використовувати репери для визначення рухів, які відображають три точки на інші три точок. Наприклад, припустимо, що ми хочемо визначити рух M, який відображає точки $\overrightarrow{\boldsymbol{A}}$, $\overrightarrow{\boldsymbol{B}}$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{C}}$ в точки $\overrightarrow{\boldsymbol{A}}'$, $\overrightarrow{\boldsymbol{B}}'$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{C}}'$, відповідно (див. рис.).



Нехай $F = (\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{A})$ — репер, отриманий з одиничного вектора співнапрямленого до вектора $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$ і з одиничного вектора співнапрямленого до ортогонального доповнення вектора $\overrightarrow{\boldsymbol{AC}}$ стосовно вектора $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$. Нехай $F' = (\overrightarrow{\boldsymbol{u}}'_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}'_2, \boldsymbol{A}')$ — репер, отриманий подібним чином з точок $\boldsymbol{A}'$, $\boldsymbol{B}'$ і $\boldsymbol{C}'$. Тоді $M = F'F^{-1}$.

Приклад 2.2.66

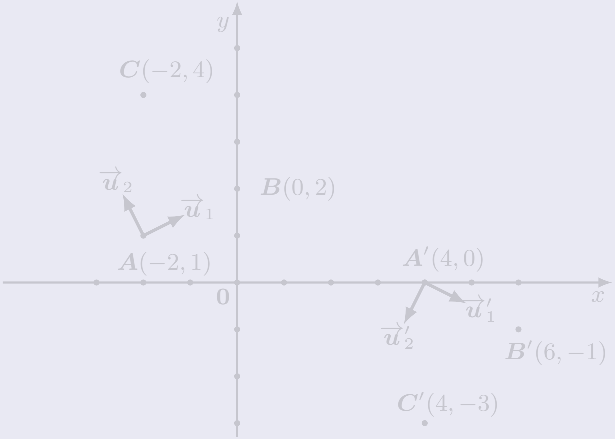
Знайдіть рух M, який відображає точки $A(-2,1)$, $B(0,2)$ і $C(-2,4)$ у точки $A'(4,0)$, $B'(6,-1)$ і $C'(4,-3)$, відповідно.

Розв'язок. Перше завдання — визначити репери $F = (\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2, A)$ і $F' = (\overrightarrow{u}'_1, \overrightarrow{u}'_2, A')$ так, щоб $M = F'F^{-1}$ (див. рис.).

Приклад 2.2.66

Знайдіть рух M, який відображає точки $\boldsymbol{A}(-2,1)$, $\boldsymbol{B}(0,2)$ і $\boldsymbol{C}(-2,4)$ у точки $\boldsymbol{A}'(4,0)$, $\boldsymbol{B}'(6,-1)$ і $\boldsymbol{C}'(4,-3)$, відповідно.

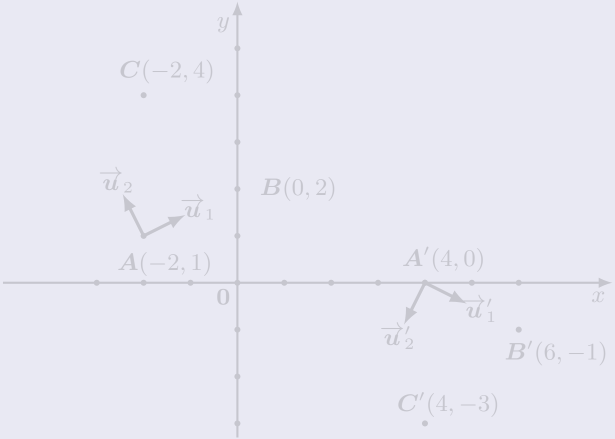
Розв'язок. Перше завдання — визначити репери $F = \left(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{A}\right)$ і $F' = \left(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}'_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}'_2, \boldsymbol{A}'\right)$ так, щоб $M = F'F^{-1}$ (див. рис.).



Приклад 2.2.66

Знайдіть рух M, який відображає точки $\boldsymbol{A}(-2,1)$, $\boldsymbol{B}(0,2)$ і $\boldsymbol{C}(-2,4)$ у точки $\boldsymbol{A}'(4,0)$, $\boldsymbol{B}'(6,-1)$ і $\boldsymbol{C}'(4,-3)$, відповідно.

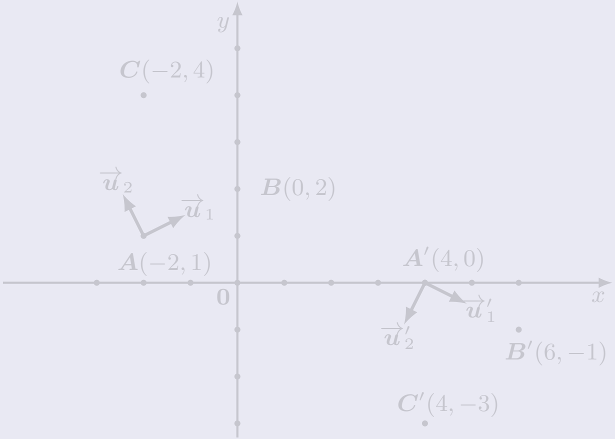
Розв'язок. Перше завдання — визначити репери $F = \left(\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2, \boldsymbol{A}\right)$ і $F' = \left(\overrightarrow{u}'_1, \overrightarrow{u}'_2, \boldsymbol{A}'\right)$ так, щоб $M = F'F^{-1}$ (див. рис.).



Приклад 2.2.66

Знайдіть рух M, який відображає точки $\boldsymbol{A}(-2,1)$, $\boldsymbol{B}(0,2)$ і $\boldsymbol{C}(-2,4)$ у точки $\boldsymbol{A}'(4,0)$, $\boldsymbol{B}'(6,-1)$ і $\boldsymbol{C}'(4,-3)$, відповідно.

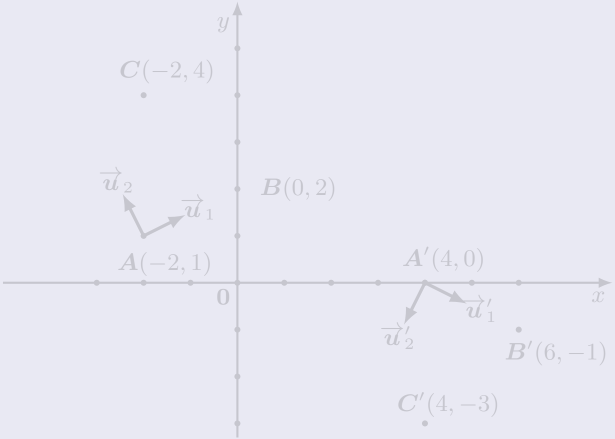
Розв'язок. Перше завдання — визначити репери $F = (\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2, \boldsymbol{A})$ і $F' = (\overrightarrow{u}'_1, \overrightarrow{u}'_2, \boldsymbol{A}')$ так, щоб $M = F'F^{-1}$ (див. рис.).



Приклад 2.2.66

Знайдіть рух M, який відображає точки $\boldsymbol{A}(-2,1)$, $\boldsymbol{B}(0,2)$ і $\boldsymbol{C}(-2,4)$ у точки $\boldsymbol{A}'(4,0)$, $\boldsymbol{B}'(6,-1)$ і $\boldsymbol{C}'(4,-3)$, відповідно.

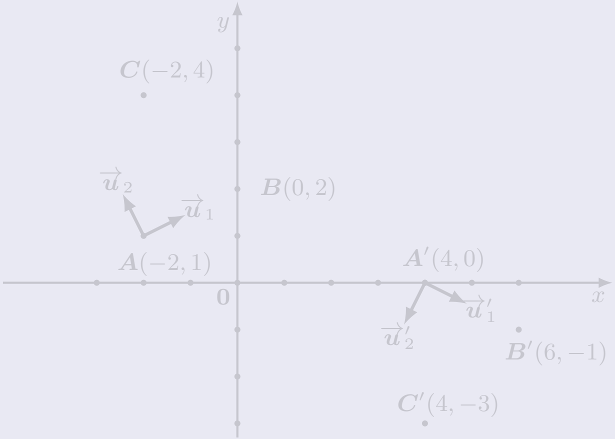
Розв'язок. Перше завдання — визначити репери $F = (\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{A})$ і $F' = (\overrightarrow{\boldsymbol{u}}'_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}'_2, \boldsymbol{A}')$ так, щоб $M = F'F^{-1}$ (див. рис.).



Приклад 2.2.66

Знайдіть рух M, який відображає точки $\boldsymbol{A}(-2,1)$, $\boldsymbol{B}(0,2)$ і $\boldsymbol{C}(-2,4)$ у точки $\boldsymbol{A}'(4,0)$, $\boldsymbol{B}'(6,-1)$ і $\boldsymbol{C}'(4,-3)$, відповідно.

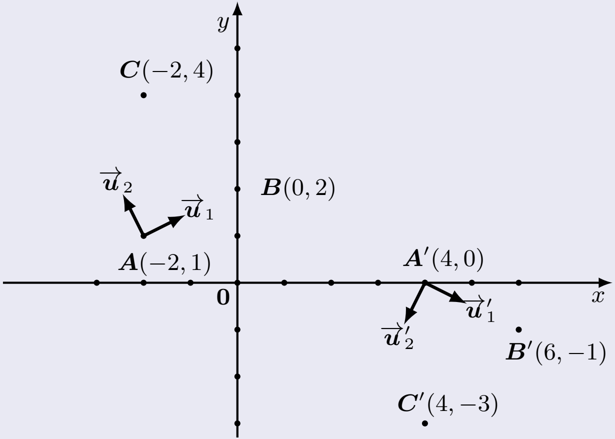
Розв'язок. Перше завдання — визначити репери $F = (\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{A})$ і $F' = (\overrightarrow{\boldsymbol{u}}'_1, \overrightarrow{\boldsymbol{u}}'_2, \boldsymbol{A}')$ так, щоб $M = F'F^{-1}$ (див. рис.).



Приклад 2.2.66

Знайдіть рух M, який відображає точки $\boldsymbol{A}(-2,1)$, $\boldsymbol{B}(0,2)$ і $\boldsymbol{C}(-2,4)$ у точки $\boldsymbol{A}'(4,0)$, $\boldsymbol{B}'(6,-1)$ і $\boldsymbol{C}'(4,-3)$, відповідно.

Розв'язок. Перше завдання — визначити репери $F = (\vec{\boldsymbol{u}}_1, \vec{\boldsymbol{u}}_2, \boldsymbol{A})$ і $F' = (\vec{\boldsymbol{u}}'_1, \vec{\boldsymbol{u}}'_2, \boldsymbol{A}')$ так, щоб $M = F'F^{-1}$ (див. рис.).



Репери на площині

Щоб отримати ортонормовані базиси, застосуємо алгоритм Грама-Шмідта до впорядкованих базисів $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ і $(\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'C'})$. Ми залишаємо це як вправу для слухача. Отримуємо, що

$$\vec{u}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}(2,1); \qquad \vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}(-1,2)$$

і

$$\vec{u}'_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}(2,1); \qquad \vec{u}'_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}(-1,-2).$$

З рівнянь (3) і (2)

$$F^{-1}(x,y) = ((x,y) - \boldsymbol{p}) \begin{pmatrix} \vec{u}_1^T & \vec{u}_2^T \end{pmatrix} \tag{3}$$

$$T_F(x,y) = (x,y) \begin{pmatrix} \vec{u}_1 \\ \vec{u}_2 \end{pmatrix} + \vec{p} \tag{2}$$

випливає, що

$$F^{-1}(x,y) = (x+2, y-1) \begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix},$$

$$F'(x,y) = (x,y) \begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ -\frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix} + A'$$

Репери на площині

Щоб отримати ортонормовані базиси, застосуємо алгоритм Грама-Шмідта до впорядкованих базисів $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ і $(\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'C'})$. Ми залишаємо це як вправу для слухача. Отримуємо, що

$$\vec{u}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}(2,1); \qquad \vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}(-1,2)$$

і

$$\vec{u}'_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}(2,1); \qquad \vec{u}'_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}(-1,-2).$$

З рівнянь (3) і (2)

$$F^{-1}(x,y) = ((x,y) - \boldsymbol{p})\begin{pmatrix} \vec{u}_1^T & \vec{u}_2^T \end{pmatrix} \tag{3}$$

$$T_F(x,y) = (x,y)\begin{pmatrix} \vec{u}_1 \\ \vec{u}_2 \end{pmatrix} + \vec{p} \tag{2}$$

випливає, що

$$F^{-1}(x,y) = (x+2, y-1)\begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix},$$

$$F'(x,y) = (x,y)\begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ -\frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix} + A'$$

Репери на площині

Щоб отримати ортонормовані базиси, застосуємо алгоритм Грама-Шмідта до впорядкованих базисів $(\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AC}})$ і $(\overrightarrow{\boldsymbol{A'B'}}, \overrightarrow{\boldsymbol{A'C'}})$. Ми залишаємо це як вправу для слухача. Отримуємо, що

$$\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}(2,1); \qquad \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}(-1,2)$$

і

$$\overrightarrow{\boldsymbol{u}}'_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}(2,1); \qquad \overrightarrow{\boldsymbol{u}}'_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}(-1,-2).$$

З рівнянь (3) і (2)

$$F^{-1}(x,y) = ((x,y)-\boldsymbol{p})\begin{pmatrix} \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1^T & \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2^T \end{pmatrix} \qquad (3)$$

$$T_F(x,y) = (x,y)\begin{pmatrix} \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_1 \\ \overrightarrow{\boldsymbol{u}}_2 \end{pmatrix} + \overrightarrow{\boldsymbol{p}} \qquad (2)$$

випливає, що

$$F^{-1}(x,y) = (x+2, y-1)\begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix},$$

$$F'(x,y) = (x,y)\begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ -\frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix} + A'$$

Щоб отримати ортонормовані базиси, застосуємо алгоритм Грама-Шмідта до впорядкованих базисів $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ і $(\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'C'})$. Ми залишаємо це як вправу для слухача. Отримуємо, що

$$\vec{u}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}(2,1); \qquad \vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}(-1,2)$$

і

$$\vec{u}'_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}(2,1); \qquad \vec{u}'_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}(-1,-2).$$

З рівнянь (3) і (2)

$$F^{-1}(x,y) = ((x,y) - \boldsymbol{p}) \begin{pmatrix} \vec{u}_1^T & \vec{u}_2^T \end{pmatrix} \tag{3}$$

$$T_F(x,y) = (x,y) \begin{pmatrix} \vec{u}_1 \\ \vec{u}_2 \end{pmatrix} + \vec{p} \tag{2}$$

випливає, що

$$F^{-1}(x,y) = (x+2, y-1) \begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix},$$

$$F'(x,y) = (x,y) \begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ -\frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix} + A'$$

Репери на площині

Щоб отримати ортонормовані базиси, застосуємо алгоритм Грама-Шмідта до впорядкованих базисів $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ і $(\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'C'})$. Ми залишаємо це як вправу для слухача. Отримуємо, що

$$\vec{u}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}(2,1); \qquad \vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}(-1,2)$$

і

$$\vec{u}'_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}(2,1); \qquad \vec{u}'_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}(-1,-2).$$

З рівнянь (3) і (2)

$$F^{-1}(x,y) = ((x,y) - \boldsymbol{p})\begin{pmatrix} \vec{u}_1^{\,T} & \vec{u}_2^{\,T} \end{pmatrix} \tag{3}$$

$$T_F(x,y) = (x,y)\begin{pmatrix} \vec{u}_1 \\ \vec{u}_2 \end{pmatrix} + \vec{p} \tag{2}$$

випливає, що

$$F^{-1}(x,y) = (x+2, y-1)\begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix},$$

$$F'(x,y) = (x,y)\begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ -\frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix} + A'$$

Щоб отримати ортонормовані базиси, застосуємо алгоритм Грама-Шмідта до впорядкованих базисів $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ і $(\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'C'})$. Ми залишаємо це як вправу для слухача. Отримуємо, що

$$\vec{u}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}(2,1); \qquad \vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}(-1,2)$$

і

$$\vec{u}'_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}(2,1); \qquad \vec{u}'_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}(-1,-2).$$

З рівнянь (3) і (2)

$$F^{-1}(x,y) = ((x,y) - \boldsymbol{p})\begin{pmatrix} \vec{u}_1^T & \vec{u}_2^T \end{pmatrix} \tag{3}$$

$$T_F(x,y) = (x,y)\begin{pmatrix} \vec{u}_1 \\ \vec{u}_2 \end{pmatrix} + \vec{p} \tag{2}$$

випливає, що

$$F^{-1}(x,y) = (x+2, y-1)\begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix},$$

$$F'(x,y) = (x,y)\begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ -\frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix} + A'$$

Репери на площині

Щоб отримати ортонормовані базиси, застосуємо алгоритм Грама-Шмідта до впорядкованих базисів $(\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AC}})$ і $(\overrightarrow{\boldsymbol{A'B'}}, \overrightarrow{\boldsymbol{A'C'}})$. Ми залишаємо це як вправу для слухача. Отримуємо, що

$$\vec{\boldsymbol{u}}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}(2,1); \qquad \vec{\boldsymbol{u}}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}(-1,2)$$

і

$$\vec{\boldsymbol{u}}'_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}(2,1); \qquad \vec{\boldsymbol{u}}'_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}(-1,-2).$$

З рівнянь (3) і (2)

$$F^{-1}(x,y) = ((x,y) - \boldsymbol{p})\begin{pmatrix} \vec{\boldsymbol{u}}_1^T & \vec{\boldsymbol{u}}_2^T \end{pmatrix} \tag{3}$$

$$T_F(x,y) = (x,y)\begin{pmatrix} \vec{\boldsymbol{u}}_1 \\ \vec{\boldsymbol{u}}_2 \end{pmatrix} + \vec{\boldsymbol{p}} \tag{2}$$

випливає, що

$$F^{-1}(x,y) = (x+2, y-1)\begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix},$$

$$F'(x,y) = (x,y)\begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ -\frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix} + A'$$

Щоб отримати ортонормовані базиси, застосуємо алгоритм Грама-Шмідта до впорядкованих базисів $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ і $(\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'C'})$. Ми залишаємо це як вправу для слухача. Отримуємо, що

$$\vec{u}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}(2,1); \qquad \vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}(-1,2)$$

і

$$\vec{u}\,'_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}(2,1); \qquad \vec{u}\,'_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}(-1,-2).$$

З рівнянь (3) і (2)

$$F^{-1}(x,y) = ((x,y) - \boldsymbol{p})\begin{pmatrix} \vec{u}_1^T & \vec{u}_2^T \end{pmatrix} \tag{3}$$

$$T_F(x,y) = (x,y)\begin{pmatrix} \vec{u}_1 \\ \vec{u}_2 \end{pmatrix} + \vec{p} \tag{2}$$

випливає, що

$$F^{-1}(x,y) = (x+2, y-1)\begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix},$$

$$F'(x,y) = (x,y)\begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ -\frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix} + A'$$

Щоб отримати ортонормовані базиси, застосуємо алгоритм Грама-Шмідта до впорядкованих базисів $(\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AC}})$ і $(\overrightarrow{\boldsymbol{A'B'}}, \overrightarrow{\boldsymbol{A'C'}})$. Ми залишаємо це як вправу для слухача. Отримуємо, що

$$\vec{\boldsymbol{u}}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}(2,1); \qquad \vec{\boldsymbol{u}}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}(-1,2)$$

і

$$\vec{\boldsymbol{u}}'_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}(2,1); \qquad \vec{\boldsymbol{u}}'_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}(-1,-2).$$

З рівнянь (3) і (2)

$$F^{-1}(x,y) = ((x,y) - \boldsymbol{p}) \begin{pmatrix} \vec{\boldsymbol{u}}_1^T & \vec{\boldsymbol{u}}_2^T \end{pmatrix} \tag{3}$$

$$T_F(x,y) = (x,y) \begin{pmatrix} \vec{\boldsymbol{u}}_1 \\ \vec{\boldsymbol{u}}_2 \end{pmatrix} + \vec{\boldsymbol{p}} \tag{2}$$

випливає, що

$$F^{-1}(x,y) = (x+2, y-1) \begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix},$$

$$F'(x,y) = (x,y) \begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ -\frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix} + A'$$

Репери на площині

Щоб отримати ортонормовані базиси, застосуємо алгоритм Грама-Шмідта до впорядкованих базисів $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ і $(\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'C'})$. Ми залишаємо це як вправу для слухача. Отримуємо, що

$$\vec{u}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}(2,1); \qquad \vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}(-1,2)$$

і

$$\vec{u}'_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}(2,1); \qquad \vec{u}'_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}(-1,-2).$$

З рівнянь (3) і (2)

$$F^{-1}(x,y) = ((x,y) - \boldsymbol{p})\begin{pmatrix} \vec{u}_1^T & \vec{u}_2^T \end{pmatrix} \tag{3}$$

$$T_F(x,y) = (x,y)\begin{pmatrix} \vec{u}_1 \\ \vec{u}_2 \end{pmatrix} + \vec{p} \tag{2}$$

випливає, що

$$F^{-1}(x,y) = (x+2, y-1)\begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix},$$

$$F'(x,y) = (x,y)\begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ -\frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix} + A'$$

Репери на площині

Щоб отримати ортонормовані базиси, застосуємо алгоритм Грама-Шмідта до впорядкованих базисів $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ і $(\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'C'})$. Ми залишаємо це як вправу для слухача. Отримуємо, що

$$\vec{u}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}(2,1); \qquad \vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}(-1,2)$$

і

$$\vec{u}'_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}(2,1); \qquad \vec{u}'_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}(-1,-2).$$

З рівнянь (3) і (2)

$$F^{-1}(x,y) = ((x,y) - \boldsymbol{p})\begin{pmatrix} \vec{u}_1^T & \vec{u}_2^T \end{pmatrix} \tag{3}$$

$$T_F(x,y) = (x,y)\begin{pmatrix} \vec{u}_1 \\ \vec{u}_2 \end{pmatrix} + \vec{p} \tag{2}$$

випливає, що

$$F^{-1}(x,y) = (x+2, y-1)\begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix},$$

$$F'(x,y) = (x,y)\begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ -\frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix} + A'$$

Щоб отримати ортонормовані базиси, застосуємо алгоритм Грама-Шмідта до впорядкованих базисів $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ і $(\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'C'})$. Ми залишаємо це як вправу для слухача. Отримуємо, що

$$\vec{u}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}(2,1); \qquad \vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}(-1,2)$$

і

$$\vec{u}'_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}(2,1); \qquad \vec{u}'_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}(-1,-2).$$

З рівнянь (3) і (2)

$$F^{-1}(x,y) = ((x,y) - \boldsymbol{p})\begin{pmatrix} \vec{u}_1^T & \vec{u}_2^T \end{pmatrix} \tag{3}$$

$$T_F(x,y) = (x,y)\begin{pmatrix} \vec{u}_1 \\ \vec{u}_2 \end{pmatrix} + \vec{p} \tag{2}$$

випливає, що

$$F^{-1}(x,y) = (x+2, y-1)\begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix},$$

$$F'(x,y) = (x,y)\begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ -\frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix} + A'$$

Щоб отримати ортонормовані базиси, застосуємо алгоритм Грама-Шмідта до впорядкованих базисів $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ і $(\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'C'})$. Ми залишаємо це як вправу для слухача. Отримуємо, що

$$\vec{u}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}(2,1); \qquad \vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}(-1,2)$$

і

$$\vec{u}'_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}(2,1); \qquad \vec{u}'_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}(-1,-2).$$

З рівнянь (3) і (2)

$$F^{-1}(x,y) = ((x,y) - \boldsymbol{p}) \begin{pmatrix} \vec{u}_1^T & \vec{u}_2^T \end{pmatrix} \tag{3}$$

$$T_F(x,y) = (x,y) \begin{pmatrix} \vec{u}_1 \\ \vec{u}_2 \end{pmatrix} + \vec{p} \tag{2}$$

випливає, що

$$F^{-1}(x,y) = (x+2, y-1) \begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix},$$

$$F'(x,y) = (x,y) \begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ -\frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix} + A'$$

Репери на площині

і

$$(x', y') = M(x, y) =$$

$$= (x+2, y-1)\begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} \\ -\frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix} + (4, 0).$$

Звідси випливають такі рівняння для руху M:

$$x' = x + 6;$$
$$y' = y - 1.$$

Легко перевірити, що цей рух відображає точки $\boldsymbol{A}(-2, 1)$, $\boldsymbol{B}(0, 2)$ і $\boldsymbol{C}(-2, 4)$ у точки $\boldsymbol{A}'(4, 0)$, $\boldsymbol{B}'(6, -1)$ і $\boldsymbol{C}'(4, -3)$, відповідно. ■

і

$$(x', y') = M(x, y) =$$

$$= (x+2, y-1)\begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} \\ -\frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix} + (4, 0).$$

Звідси випливають такі рівняння для руху M:

$$x' = x + 6;$$
$$y' = y - 1.$$

Легко перевірити, що цей рух відображає точки $\boldsymbol{A}(-2, 1)$, $\boldsymbol{B}(0, 2)$ і $\boldsymbol{C}(-2, 4)$ у точки $\boldsymbol{A}'(4, 0)$, $\boldsymbol{B}'(6, -1)$ і $\boldsymbol{C}'(4, -3)$, відповідно. ■

і

$$(x', y') = M(x, y) =$$
$$= (x+2, y-1)\begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} \\ -\frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix} + (4, 0).$$

Звідси випливають такі рівняння для руху M:

$$x' = x + 6;$$
$$y' = y - 1.$$

Легко перевірити, що цей рух відображає точки $\boldsymbol{A}(-2,1)$, $\boldsymbol{B}(0,2)$ і $\boldsymbol{C}(-2,4)$ у точки $\boldsymbol{A}'(4,0)$, $\boldsymbol{B}'(6,-1)$ і $\boldsymbol{C}'(4,-3)$, відповідно.

і

$$(x', y') = M(x, y) =$$

$$= (x+2, y-1)\begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} \\ -\frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix} + (4, 0).$$

Звідси випливають такі рівняння для руху M:

$$x' = x + 6;$$
$$y' = y - 1.$$

Легко перевірити, що цей рух відображає точки $\boldsymbol{A}(-2,1)$, $\boldsymbol{B}(0,2)$ і $\boldsymbol{C}(-2,4)$ у точки $\boldsymbol{A}'(4,0)$, $\boldsymbol{B}'(6,-1)$ і $\boldsymbol{C}'(4,-3)$, відповідно.

і

$$(x', y') = M(x, y) =$$
$$= (x+2, y-1)\begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} \\ -\frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix} + (4, 0).$$

Звідси випливають такі рівняння для руху M:

$$x' = x + 6;$$
$$y' = y - 1.$$

Легко перевірити, що цей рух відображає точки $\boldsymbol{A}(-2, 1)$, $\boldsymbol{B}(0, 2)$ і $\boldsymbol{C}(-2, 4)$ у точки $\boldsymbol{A}'(4, 0)$, $\boldsymbol{B}'(6, -1)$ і $\boldsymbol{C}'(4, -3)$, відповідно.

і

$$(x', y') = M(x, y) =$$

$$= (x+2, y-1)\begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} \\ -\frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix} + (4, 0).$$

Звідси випливають такі рівняння для руху M:

$$x' = x + 6;$$
$$y' = y - 1.$$

Легко перевірити, що цей рух відображає точки $\boldsymbol{A}(-2, 1)$, $\boldsymbol{B}(0, 2)$ і $\boldsymbol{C}(-2, 4)$ у точки $\boldsymbol{A}'(4, 0)$, $\boldsymbol{B}'(6, -1)$ і $\boldsymbol{C}'(4, -3)$, відповідно.

і

$$(x', y') = M(x, y) =$$
$$= (x+2, y-1)\begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} \\ -\frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix} + (4, 0).$$

Звідси випливають такі рівняння для руху M:

$$x' = x + 6;$$
$$y' = y - 1.$$

Легко перевірити, що цей рух відображає точки $\boldsymbol{A}(-2, 1)$, $\boldsymbol{B}(0, 2)$ і $\boldsymbol{C}(-2, 4)$ у точки $\boldsymbol{A}'(4, 0)$, $\boldsymbol{B}'(6, -1)$ і $\boldsymbol{C}'(4, -3)$, відповідно. ■

Спостережливий слухач міг помітити, просто подивившись на рис.,

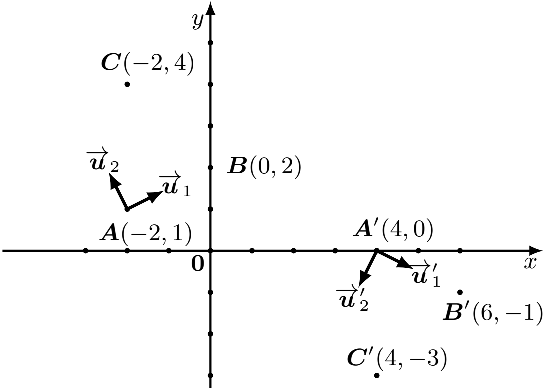
що існують простіші способи розв'язання задачі з прикладу 2.2.66. Наприклад, рух M також можна отримати, паралельно перенесши точку $\boldsymbol{A}$ в точку $\boldsymbol{A}'$, а потім зробити відбиття стосовно осі x. Однак, щоб підкреслити те, що було сказано раніше, використання реперів — це систематичний підхід, який можна запрограмувати на комп'ютері. Комп'ютери не можуть "дивитися".

Спостережливий слухач міг помітити, просто подивившись на рис.,

що існують простіші способи розв'язання задачі з прикладу 2.2.66. Наприклад, рух M також можна отримати, паралельно перенесши точку $\boldsymbol{A}$ в точку $\boldsymbol{A}'$, а потім зробити відбиття стосовно осі x. Однак, щоб підкреслити те, що було сказано раніше, використання реперів — це систематичний підхід, який можна запрограмувати на комп'ютері.

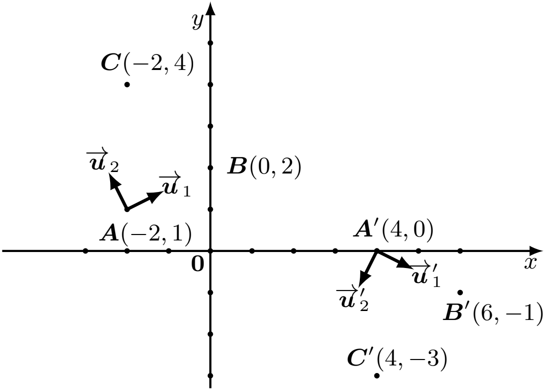
Комп'ютери не можуть "дивитися".

Спостережливий слухач міг помітити, просто подивившись на рис.,



що існують простіші способи розв'язання задачі з прикладу 2.2.66. Наприклад, рух M також можна отримати, паралельно перенесши точку $\boldsymbol{A}$ в точку $\boldsymbol{A}'$, а потім зробити відбиття стосовно осі x. Однак, щоб підкреслити те, що було сказано раніше, використання реперів — це систематичний підхід, який можна запрограмувати на комп'ютері. Комп'ютери не можуть "дивитися".

Спостережливий слухач міг помітити, просто подивившись на рис.,

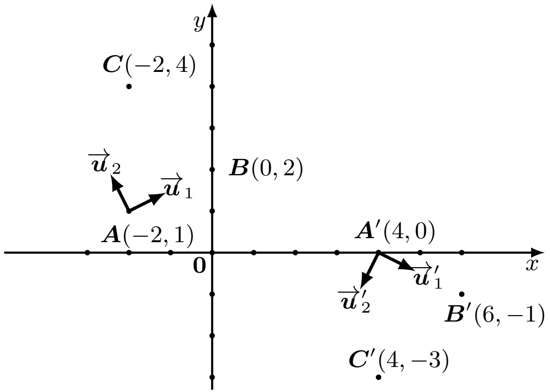


що існують простіші способи розв'язання задачі з прикладу 2.2.66.

Наприклад, рух M також можна отримати, паралельно перенесши точку $\boldsymbol{A}$ в точку $\boldsymbol{A}'$, а потім зробити відбиття стосовно осі x. Однак, щоб підкреслити те, що було сказано раніше, використання реперів — це систематичний підхід, який можна запрограмувати на комп'ютері.

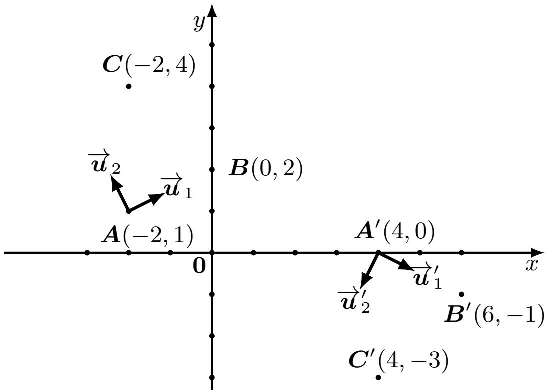
Комп'ютери не можуть "дивитися".

Спостережливий слухач міг помітити, просто подивившись на рис.,



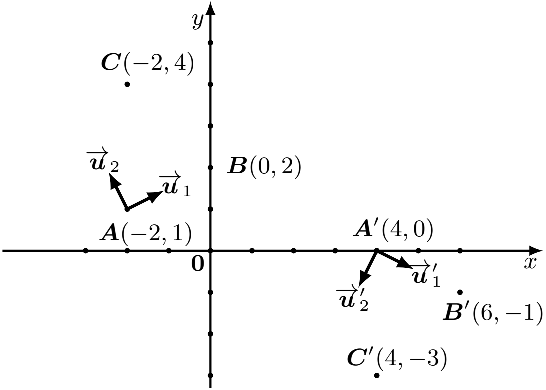
що існують простіші способи розв'язання задачі з прикладу 2.2.66. Наприклад, рух M також можна отримати, паралельно перенесши точку $\boldsymbol{A}$ в точку $\boldsymbol{A}'$, а потім зробити відбиття стосовно осі x. Однак, щоб підкреслити те, що було сказано раніше, використання реперів — це систематичний підхід, який можна запрограмувати на комп'ютері. Комп'ютери не можуть "дивитися".

Спостережливий слухач міг помітити, просто подивившись на рис.,



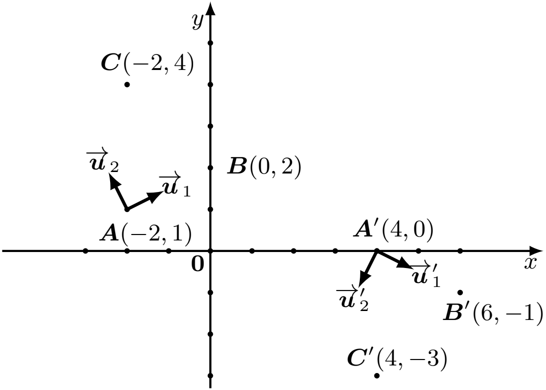
що існують простіші способи розв'язання задачі з прикладу 2.2.66. Наприклад, рух M також можна отримати, паралельно перенесши точку $\boldsymbol{A}$ в точку $\boldsymbol{A}'$, а потім зробити відбиття стосовно осі x. Однак, щоб підкреслити те, що було сказано раніше, використання реперів — це систематичний підхід, який можна запрограмувати на комп'ютері. Комп'ютери не можуть "дивитися".

Спостережливий слухач міг помітити, просто подивившись на рис.,



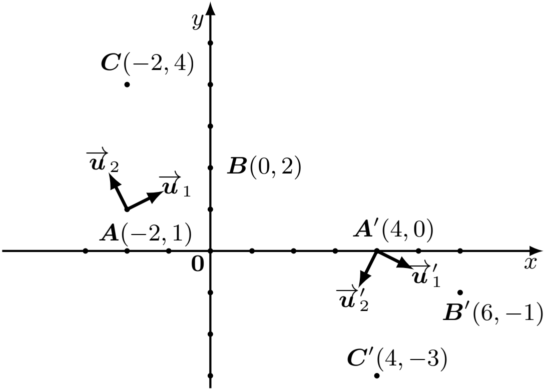
що існують простіші способи розв'язання задачі з прикладу 2.2.66. Наприклад, рух M також можна отримати, паралельно перенесши точку A в точку A', а потім зробити відбиття стосовно осі x. Однак, щоб підкреслити те, що було сказано раніше, використання реперів — це систематичний підхід, який можна запрограмувати на комп'ютері. Комп'ютери не можуть "дивитися".

Спостережливий слухач міг помітити, просто подивившись на рис.,



що існують простіші способи розв'язання задачі з прикладу 2.2.66. Наприклад, рух M також можна отримати, паралельно перенесши точку $\boldsymbol{A}$ в точку $\boldsymbol{A}'$, а потім зробити відбиття стосовно осі x. Однак, щоб підкреслити те, що було сказано раніше, використання реперів — це систематичний підхід, який можна запрограмувати на комп'ютері. Комп'ютери не можуть "дивитися".

Спостережливий слухач міг помітити, просто подивившись на рис.,



що існують простіші способи розв'язання задачі з прикладу 2.2.66. Наприклад, рух M також можна отримати, паралельно перенесши точку $\boldsymbol{A}$ в точку $\boldsymbol{A}'$, а потім зробити відбиття стосовно осі x. Однак, щоб підкреслити те, що було сказано раніше, використання реперів — це систематичний підхід, який можна запрограмувати на комп'ютері. Комп'ютери не можуть "дивитися".

Дякую за увагу!