Обчислювальна геометрія і алгебра

Олег Гутік

Лекція 35: Резюме щодо рухів на площині

Резюме щодо рухів на площині

Ми визначили рухи і показали, що рух площини повністю визначається тим, що він робить з трьома неколінеарними точками, і що його можна описати в термінах трьох дуже простих рухів, а саме, паралельного перенесення, обертання навколо точки та відбиття стосовно прямої. Щоб зрозуміти такі рухи, достатньо добре зрозуміти ці три примітивні типи рухів.

Рухи на площині є такими, що або зберігають орієнтацію, або розвертають орієнтацію, причому жорсткі рухи є рухами, що зберігають орієнтацію. Відбиття змінюють орієнтацію. Інший спосіб описати рух на площині — це жорсткий рух або композиція жорсткого руху та одного відбиття. Насправді ми можемо припустити, що відбиття, якщо це необхідно, це просто відбиття стосовно осі x.

Об'єднавши різні відомі нам факти, тепер дуже легко описати рівняння довільного руху площини.

Резюме щодо рухів на площині

Ми визначили рухи і показали, що рух площини повністю визначається тим, що він робить з трьома неколінеарними точками, і що його можна описати в термінах трьох дуже простих рухів, а саме, паралельного перенесення, обертання навколо точки та відбиття стосовно прямої. Щоб зрозуміти такі рухи, достатньо добре зрозуміти ці три примітивні типи рухів.

Рухи на площині є такими, що або зберігають орієнтацію, або розвертають орієнтацію, причому жорсткі рухи є рухами, що зберігають орієнтацію. Відбиття змінюють орієнтацію. Інший спосіб описати рух на площині — це жорсткий рух або композиція жорсткого руху та одного відбиття. Насправді ми можемо припустити, що відбиття, якщо це необхідно, це просто відбиття стосовно осі x.

Об'єднавши різні відомі нам факти, тепер дуже легко описати рівняння довільного руху площини.

Резюме щодо рухів на площині

Ми визначили рухи і показали, що рух площини повністю визначається тим, що він робить з трьома неколінеарними точками, і що його можна описати в термінах трьох дуже простих рухів, а саме, паралельного перенесення, обертання навколо точки та відбиття стосовно прямої. Щоб зрозуміти такі рухи, достатньо добре зрозуміти ці три примітивні типи рухів.

Рухи на площині є такими, що або зберігають орієнтацію, або розвертають орієнтацію, причому жорсткі рухи є рухами, що зберігають орієнтацію. Відбиття змінюють орієнтацію. Інший спосіб описати рух на площині — це жорсткий рух або композиція жорсткого руху та одного відбиття. Насправді ми можемо припустити, що відбиття, якщо це необхідно, це просто відбиття стосовно осі x.

Об'єднавши різні відомі нам факти, тепер дуже легко описати рівняння довільного руху площини.

Резюме щодо рухів на площині

Ми визначили рухи і показали, що рух площини повністю визначається тим, що він робить з трьома неколінеарними точками, і що його можна описати в термінах трьох дуже простих рухів, а саме, паралельного перенесення, обертання навколо точки та відбиття стосовно прямої. Щоб зрозуміти такі рухи, достатньо добре зрозуміти ці три примітивні типи рухів.

Рухи на площині є такими, що або зберігають орієнтацію, або розвертають орієнтацію, причому жорсткі рухи є рухами, що зберігають орієнтацію. Відбиття змінюють орієнтацію. Інший спосіб описати рух на площині — це жорсткий рух або композиція жорсткого руху та одного відбиття. Насправді ми можемо припустити, що відбиття, якщо це необхідно, це просто відбиття стосовно осі x.

Об'єднавши різні відомі нам факти, тепер дуже легко описати рівняння довільного руху площини.

Резюме щодо рухів на площині

Ми визначили рухи і показали, що рух площини повністю визначається тим, що він робить з трьома неколінеарними точками, і що його можна описати в термінах трьох дуже простих рухів, а саме, паралельного перенесення, обертання навколо точки та відбиття стосовно прямої. Щоб зрозуміти такі рухи, достатньо добре зрозуміти ці три примітивні типи рухів.

Рухи на площині є такими, що або зберігають орієнтацію, або розвертають орієнтацію, причому жорсткі рухи є рухами, що зберігають орієнтацію. Відбиття змінюють орієнтацію. Інший спосіб описати рух на площині — це жорсткий рух або композиція жорсткого руху та одного відбиття. Насправді ми можемо припустити, що відбиття, якщо це необхідно, це просто відбиття стосовно осі x.

Об'єднавши різні відомі нам факти, тепер дуже легко описати рівняння довільного руху площини.

Резюме щодо рухів на площині

Ми визначили рухи і показали, що рух площини повністю визначається тим, що він робить з трьома неколінеарними точками, і що його можна описати в термінах трьох дуже простих рухів, а саме, паралельного перенесення, обертання навколо точки та відбиття стосовно прямої. Щоб зрозуміти такі рухи, достатньо добре зрозуміти ці три примітивні типи рухів.

Рухи на площині є такими, що або зберігають орієнтацію, або розвертають орієнтацію, причому жорсткі рухи є рухами, що зберігають орієнтацію. Відбиття змінюють орієнтацію. Інший спосіб описати рух на площині — це жорсткий рух або композиція жорсткого руху та одного відбиття. Насправді ми можемо припустити, що відбиття, якщо це необхідно, це просто відбиття стосовно осі x.

Об'єднавши різні відомі нам факти, тепер дуже легко описати рівняння довільного руху площини.

Резюме щодо рухів на площині

Ми визначили рухи і показали, що рух площини повністю визначається тим, що він робить з трьома неколінеарними точками, і що його можна описати в термінах трьох дуже простих рухів, а саме, паралельного перенесення, обертання навколо точки та відбиття стосовно прямої. Щоб зрозуміти такі рухи, достатньо добре зрозуміти ці три примітивні типи рухів.

Рухи на площині є такими, що або зберігають орієнтацію, або розвертають орієнтацію, причому жорсткі рухи є рухами, що зберігають орієнтацію. Відбиття змінюють орієнтацію. Інший спосіб описати рух на площині — це жорсткий рух або композиція жорсткого руху та одного відбиття. Насправді ми можемо припустити, що відбиття, якщо це необхідно, це просто відбиття стосовно осі x.

Об'єднавши різні відомі нам факти, тепер дуже легко описати рівняння довільного руху площини.

Резюме щодо рухів на площині

Ми визначили рухи і показали, що рух площини повністю визначається тим, що він робить з трьома неколінеарними точками, і що його можна описати в термінах трьох дуже простих рухів, а саме, паралельного перенесення, обертання навколо точки та відбиття стосовно прямої. Щоб зрозуміти такі рухи, достатньо добре зрозуміти ці три примітивні типи рухів.

Рухи на площині є такими, що або зберігають орієнтацію, або розвертають орієнтацію, причому жорсткі рухи є рухами, що зберігають орієнтацію. Відбиття змінюють орієнтацію. Інший спосіб описати рух на площині — це жорсткий рух або композиція жорсткого руху та одного відбиття. Насправді ми можемо припустити, що відбиття, якщо це необхідно, це просто відбиття стосовно осі x.

Об'єднавши різні відомі нам факти, тепер дуже легко описати рівняння довільного руху площини.

Ми визначили рухи і показали, що рух площини повністю визначається тим, що він робить з трьома неколінеарними точками, і що його можна описати в термінах трьох дуже простих рухів, а саме, паралельного перенесення, обертання навколо точки та відбиття стосовно прямої. Щоб зрозуміти такі рухи, достатньо добре зрозуміти ці три примітивні типи рухів.

Рухи на площині є такими, що або зберігають орієнтацію, або розвертають орієнтацію, причому жорсткі рухи є рухами, що зберігають орієнтацію. Відбиття змінюють орієнтацію. Інший спосіб описати рух на площині — це жорсткий рух або композиція жорсткого руху та одного відбиття. Насправді ми можемо припустити, що відбиття, якщо це необхідно, це просто відбиття стосовно осі x.

Об'єднавши різні відомі нам факти, тепер дуже легко описати рівняння довільного руху площини.

Ми визначили рухи і показали, що рух площини повністю визначається тим, що він робить з трьома неколінеарними точками, і що його можна описати в термінах трьох дуже простих рухів, а саме, паралельного перенесення, обертання навколо точки та відбиття стосовно прямої. Щоб зрозуміти такі рухи, достатньо добре зрозуміти ці три примітивні типи рухів.

Рухи на площині є такими, що або зберігають орієнтацію, або розвертають орієнтацію, причому жорсткі рухи є рухами, що зберігають орієнтацію. Відбиття змінюють орієнтацію. Інший спосіб описати рух на площині — це жорсткий рух або композиція жорсткого руху та одного відбиття. Насправді ми можемо припустити, що відбиття, якщо це необхідно, це просто відбиття стосовно осі x.

Об'єднавши різні відомі нам факти, тепер дуже легко описати рівняння довільного руху площини.

Резюме щодо рухів на площині

Ми визначили рухи і показали, що рух площини повністю визначається тим, що він робить з трьома неколінеарними точками, і що його можна описати в термінах трьох дуже простих рухів, а саме, паралельного перенесення, обертання навколо точки та відбиття стосовно прямої. Щоб зрозуміти такі рухи, достатньо добре зрозуміти ці три примітивні типи рухів.

Рухи на площині є такими, що або зберігають орієнтацію, або розвертають орієнтацію, причому жорсткі рухи є рухами, що зберігають орієнтацію. Відбиття змінюють орієнтацію. Інший спосіб описати рух на площині — це жорсткий рух або композиція жорсткого руху та одного відбиття. Насправді ми можемо припустити, що відбиття, якщо це необхідно, це просто відбиття стосовно осі x.

Об'єднавши різні відомі нам факти, тепер дуже легко описати рівняння довільного руху площини.

Резюме щодо рухів на площині

Ми визначили рухи і показали, що рух площини повністю визначається тим, що він робить з трьома неколінеарними точками, і що його можна описати в термінах трьох дуже простих рухів, а саме, паралельного перенесення, обертання навколо точки та відбиття стосовно прямої. Щоб зрозуміти такі рухи, достатньо добре зрозуміти ці три примітивні типи рухів.

Рухи на площині є такими, що або зберігають орієнтацію, або розвертають орієнтацію, причому жорсткі рухи є рухами, що зберігають орієнтацію. Відбиття змінюють орієнтацію. Інший спосіб описати рух на площині — це жорсткий рух або композиція жорсткого руху та одного відбиття. Насправді ми можемо припустити, що відбиття, якщо це необхідно, це просто відбиття стосовно осі x.

Об'єднавши різні відомі нам факти, тепер дуже легко описати рівняння довільного руху площини.

Резюме щодо рухів на площині

Ми визначили рухи і показали, що рух площини повністю визначається тим, що він робить з трьома неколінеарними точками, і що його можна описати в термінах трьох дуже простих рухів, а саме, паралельного перенесення, обертання навколо точки та відбиття стосовно прямої. Щоб зрозуміти такі рухи, достатньо добре зрозуміти ці три примітивні типи рухів.

Рухи на площині є такими, що або зберігають орієнтацію, або розвертають орієнтацію, причому жорсткі рухи є рухами, що зберігають орієнтацію. Відбиття змінюють орієнтацію. Інший спосіб описати рух на площині — це жорсткий рух або композиція жорсткого руху та одного відбиття. Насправді ми можемо припустити, що відбиття, якщо це необхідно, це просто відбиття стосовно осі x.

Об'єднавши різні відомі нам факти, тепер дуже легко описати рівняння довільного руху площини.

Ми визначили рухи і показали, що рух площини повністю визначається тим, що він робить з трьома неколінеарними точками, і що його можна описати в термінах трьох дуже простих рухів, а саме, паралельного перенесення, обертання навколо точки та відбиття стосовно прямої. Щоб зрозуміти такі рухи, достатньо добре зрозуміти ці три примітивні типи рухів.

Рухи на площині є такими, що або зберігають орієнтацію, або розвертають орієнтацію, причому жорсткі рухи є рухами, що зберігають орієнтацію. Відбиття змінюють орієнтацію. Інший спосіб описати рух на площині — це жорсткий рух або композиція жорсткого руху та одного відбиття. Насправді ми можемо припустити, що відбиття, якщо це необхідно, це просто відбиття стосовно осі x.

Об'єднавши різні відомі нам факти, тепер дуже легко описати рівняння довільного руху площини.

Резюме щодо рухів на площині

Ми визначили рухи і показали, що рух площини повністю визначається тим, що він робить з трьома неколінеарними точками, і що його можна описати в термінах трьох дуже простих рухів, а саме, паралельного перенесення, обертання навколо точки та відбиття стосовно прямої. Щоб зрозуміти такі рухи, достатньо добре зрозуміти ці три примітивні типи рухів.

Рухи на площині є такими, що або зберігають орієнтацію, або розвертають орієнтацію, причому жорсткі рухи є рухами, що зберігають орієнтацію. Відбиття змінюють орієнтацію. Інший спосіб описати рух на площині — це жорсткий рух або композиція жорсткого руху та одного відбиття. Насправді ми можемо припустити, що відбиття, якщо це необхідно, це просто відбиття стосовно осі x.

Об'єднавши різні відомі нам факти, тепер дуже легко описати рівняння довільного руху площини.

Резюме щодо рухів на площині

Ми визначили рухи і показали, що рух площини повністю визначається тим, що він робить з трьома неколінеарними точками, і що його можна описати в термінах трьох дуже простих рухів, а саме, паралельного перенесення, обертання навколо точки та відбиття стосовно прямої. Щоб зрозуміти такі рухи, достатньо добре зрозуміти ці три примітивні типи рухів.

Рухи на площині є такими, що або зберігають орієнтацію, або розвертають орієнтацію, причому жорсткі рухи є рухами, що зберігають орієнтацію. Відбиття змінюють орієнтацію. Інший спосіб описати рух на площині — це жорсткий рух або композиція жорсткого руху та одного відбиття. Насправді ми можемо припустити, що відбиття, якщо це необхідно, це просто відбиття стосовно осі x.

Об'єднавши різні відомі нам факти, тепер дуже легко описати рівняння довільного руху площини.

Резюме щодо рухів на площині

Ми визначили рухи і показали, що рух площини повністю визначається тим, що він робить з трьома неколінеарними точками, і що його можна описати в термінах трьох дуже простих рухів, а саме, паралельного перенесення, обертання навколо точки та відбиття стосовно прямої. Щоб зрозуміти такі рухи, достатньо добре зрозуміти ці три примітивні типи рухів.

Рухи на площині є такими, що або зберігають орієнтацію, або розвертають орієнтацію, причому жорсткі рухи є рухами, що зберігають орієнтацію. Відбиття змінюють орієнтацію. Інший спосіб описати рух на площині — це жорсткий рух або композиція жорсткого руху та одного відбиття. Насправді ми можемо припустити, що відбиття, якщо це необхідно, це просто відбиття стосовно осі x.

Об'єднавши різні відомі нам факти, тепер дуже легко описати рівняння довільного руху площини.

Резюме щодо рухів на площині

Ми визначили рухи і показали, що рух площини повністю визначається тим, що він робить з трьома неколінеарними точками, і що його можна описати в термінах трьох дуже простих рухів, а саме, паралельного перенесення, обертання навколо точки та відбиття стосовно прямої. Щоб зрозуміти такі рухи, достатньо добре зрозуміти ці три примітивні типи рухів.

Рухи на площині є такими, що або зберігають орієнтацію, або розвертають орієнтацію, причому жорсткі рухи є рухами, що зберігають орієнтацію. Відбиття змінюють орієнтацію. Інший спосіб описати рух на площині — це жорсткий рух або композиція жорсткого руху та одного відбиття. Насправді ми можемо припустити, що відбиття, якщо це необхідно, це просто відбиття стосовно осі x.

Об'єднавши різні відомі нам факти, тепер дуже легко описати рівняння довільного руху площини.

Резюме щодо рухів на площині

Ми визначили рухи і показали, що рух площини повністю визначається тим, що він робить з трьома неколінеарними точками, і що його можна описати в термінах трьох дуже простих рухів, а саме, паралельного перенесення, обертання навколо точки та відбиття стосовно прямої. Щоб зрозуміти такі рухи, достатньо добре зрозуміти ці три примітивні типи рухів.

Рухи на площині є такими, що або зберігають орієнтацію, або розвертають орієнтацію, причому жорсткі рухи є рухами, що зберігають орієнтацію. Відбиття змінюють орієнтацію. Інший спосіб описати рух на площині — це жорсткий рух або композиція жорсткого руху та одного відбиття. Насправді ми можемо припустити, що відбиття, якщо це необхідно, це просто відбиття стосовно осі x.

Об'єднавши різні відомі нам факти, тепер дуже легко описати рівняння довільного руху площини.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + d, \end{aligned} \qquad (1)$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Доведення. Нехай $M(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = (c, d)$ і визначимо паралельне перенесення T за формулою $T(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + (c, d)$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді $M = TM'$ і нерухомою точкою руху M' є початок координат.

Випадок 1. Рух M зберігає орієнтацію.

У цьому випадку рух M' зберігає орієнтацію та за теоремою 2.2.51 має бути обертанням навколо початку координат на деякий кут θ. Нехай $a = \cos\theta$ і $b = -\sin\theta$. Очевидно, рівняння для руху M має бажаний вигляд.

Теорема 2.2.51

Жорсткий рух площини, що має одну нерухому точку p, є обертанням навколо точки p.

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду
$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + d, \end{aligned} \tag{1}$$
де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Доведення. Нехай $M(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = (c, d)$ і визначимо паралельне перенесення T за формулою $T(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + (c, d)$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді $M = TM'$ і нерухомою точкою руху M' є початок координат.

Випадок 1. Рух M зберігає орієнтацію.

У цьому випадку рух M' зберігає орієнтацію та за теоремою 2.2.51 має бути обертанням навколо початку координат на деякий кут θ. Нехай $a = \cos\theta$ і $b = -\sin\theta$. Очевидно, рівняння для руху M має бажаний вигляд.

Теорема 2.2.51

Жорсткий рух площини, що має одну нерухому точку p, є обертанням навколо точки p.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + d, \end{aligned} \qquad (1)$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Доведення. Нехай $M(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = (c, d)$ і визначимо паралельне перенесення T за формулою $T(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + (c, d)$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді $M = TM'$ і нерухомою точкою руху M' є початок координат.

Випадок 1. Рух M зберігає орієнтацію.

У цьому випадку рух M' зберігає орієнтацію та за теоремою 2.2.51 має бути обертанням навколо початку координат на деякий кут θ. Нехай $a = \cos\theta$ і $b = -\sin\theta$. Очевидно, рівняння для руху M має бажаний вигляд.

Теорема 2.2.51

Жорсткий рух площини, що має одну нерухому точку p, є обертанням навколо точки p.

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + d, \end{aligned} \tag{1}$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Доведення. Нехай $M(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = (c, d)$ і визначимо паралельне перенесення T за формулою $T(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + (c, d)$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді $M = TM'$ і нерухомою точкою руху M' є початок координат.

Випадок 1. Рух M зберігає орієнтацію.

У цьому випадку рух M' зберігає орієнтацію та за теоремою 2.2.51 має бути обертанням навколо початку координат на деякий кут θ. Нехай $a = \cos\theta$ і $b = -\sin\theta$. Очевидно, рівняння для руху M має бажаний вигляд.

Теорема 2.2.51

Жорсткий рух площини, що має одну нерухому точку p, є обертанням навколо точки p.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду
$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + d, \end{aligned} \tag{1}$$
де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Доведення. Нехай $M(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = (c, d)$ і визначимо паралельне перенесення T за формулою $T(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + (c, d)$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді $M = TM'$ і нерухомою точкою руху M' є початок координат.

Випадок 1. Рух M зберігає орієнтацію.

У цьому випадку рух M' зберігає орієнтацію та за теоремою 2.2.51 має бути обертанням навколо початку координат на деякий кут θ. Нехай $a = \cos\theta$ і $b = -\sin\theta$. Очевидно, рівняння для руху M має бажаний вигляд.

Теорема 2.2.51

Жорсткий рух площини, що має одну нерухому точку p, є обертанням навколо точки p.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + d, \end{aligned} \tag{1}$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Доведення. Нехай $M(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = (c, d)$ і визначимо паралельне перенесення T за формулою $T(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + (c, d)$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді $M = TM'$ і нерухомою точкою руху M' є початок координат.

Випадок 1. Рух M зберігає орієнтацію.

У цьому випадку рух M' зберігає орієнтацію та за теоремою 2.2.51 має бути обертанням навколо початку координат на деякий кут θ. Нехай $a = \cos\theta$ і $b = -\sin\theta$. Очевидно, рівняння для руху M має бажаний вигляд.

Теорема 2.2.51

Жорсткий рух площини, що має одну нерухому точку p, є обертанням навколо точки p.

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + d, \end{aligned} \tag{1}$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Доведення. Нехай $M(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = (c, d)$ і визначимо паралельне перенесення T за формулою $T(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + (c, d)$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді $M = TM'$ і нерухомою точкою руху M' є початок координат.

Випадок 1. Рух M зберігає орієнтацію.

У цьому випадку рух M' зберігає орієнтацію та за теоремою 2.2.51 має бути обертанням навколо початку координат на деякий кут θ. Нехай $a = \cos\theta$ і $b = -\sin\theta$. Очевидно, рівняння для руху M має бажаний вигляд.

Теорема 2.2.51

Жорсткий рух площини, що має одну нерухому точку p, є обертанням навколо точки p.

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + d, \end{aligned} \tag{1}$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Доведення. Нехай $M(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = (c, d)$ і визначимо паралельне перенесення T за формулою $T(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + (c, d)$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді $M = TM'$ і нерухомою точкою руху M' є початок координат.

Випадок 1. Рух M зберігає орієнтацію.

У цьому випадку рух M' зберігає орієнтацію та за теоремою 2.2.51 має бути обертанням навколо початку координат на деякий кут θ. Нехай $a = \cos\theta$ і $b = -\sin\theta$. Очевидно, рівняння для руху M має бажаний вигляд.

Теорема 2.2.51

Жорсткий рух площини, що має одну нерухому точку p, є обертанням навколо точки p.

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівнянням вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + d, \end{aligned} \tag{1}$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Доведення. Нехай $M(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = (c, d)$ і визначимо паралельне перенесення T за формулою $T(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + (c, d)$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді $M = TM'$ і нерухомою точкою руху M' є початок координат.

Випадок 1. Рух M зберігає орієнтацію.

У цьому випадку рух M' зберігає орієнтацію та за теоремою 2.2.51 має бути обертанням навколо початку координат на деякий кут θ. Нехай $a = \cos\theta$ і $b = -\sin\theta$. Очевидно, рівняння для руху M має бажаний вигляд.

Теорема 2.2.51

Жорсткий рух площини, що має одну нерухому точку p, є обертанням навколо точки p.

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівнянням вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + d, \end{aligned} \tag{1}$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Доведення. Нехай $M(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = (c, d)$ і визначимо паралельне перенесення T за формулою $T(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + (c, d)$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді $M = TM'$ і нерухомою точкою руху M' є початок координат.

Випадок 1. Рух M зберігає орієнтацію.

У цьому випадку рух M' зберігає орієнтацію та за теоремою 2.2.51 має бути обертанням навколо початку координат на деякий кут θ. Нехай $a = \cos\theta$ і $b = -\sin\theta$. Очевидно, рівняння для руху M має бажаний вигляд.

Теорема 2.2.51

Жорсткий рух площини, що має одну нерухому точку p, є обертанням навколо точки p.

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду
$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + d, \end{aligned} \tag{1}$$
де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Доведення. Нехай $M(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = (c, d)$ і визначимо паралельне перенесення T за формулою $T(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + (c, d)$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді $M = TM'$ і нерухомою точкою руху M' є початок координат.

Випадок 1. Рух M зберігає орієнтацію.

У цьому випадку рух M' зберігає орієнтацію та за теоремою 2.2.51 має бути обертанням навколо початку координат на деякий кут θ. Нехай $a = \cos\theta$ і $b = -\sin\theta$. Очевидно, рівняння для руху M має бажаний вигляд.

Теорема 2.2.51

Жорсткий рух площини, що має одну нерухому точку p, є обертанням навколо точки p.

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + d, \end{aligned} \tag{1}$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Доведення. Нехай $M(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = (c, d)$ і визначимо паралельне перенесення T за формулою $T(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + (c, d)$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді $M = TM'$ і нерухомою точкою руху M' є початок координат.

Випадок 1. Рух M зберігає орієнтацію.

У цьому випадку рух M' зберігає орієнтацію та за теоремою 2.2.51 має бути обертанням навколо початку координат на деякий кут θ. Нехай $a = \cos\theta$ і $b = -\sin\theta$. Очевидно, рівняння для руху M має бажаний вигляд.

Теорема 2.2.51

Жорсткий рух площини, що має одну нерухому точку p, є обертанням навколо точки p.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + d, \end{aligned} \tag{1}$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Доведення. Нехай $M(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = (c, d)$ і визначимо паралельне перенесення T за формулою $T(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + (c, d)$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді $M = TM'$ і нерухомою точкою руху M' є початок координат.

Випадок 1. Рух M зберігає орієнтацію.

У цьому випадку рух M' зберігає орієнтацію та за теоремою 2.2.51 має бути обертанням навколо початку координат на деякий кут θ. Нехай $a = \cos\theta$ і $b = -\sin\theta$. Очевидно, рівняння для руху M має бажаний вигляд.

Теорема 2.2.51

Жорсткий рух площини, що має одну нерухому точку p, є обертанням навколо точки p.

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + d, \end{aligned} \tag{1}$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Доведення. Нехай $M(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = (c, d)$ і визначимо паралельне перенесення T за формулою $T(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + (c, d)$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді $M = TM'$ і нерухомою точкою руху M' є початок координат.

Випадок 1. Рух M зберігає орієнтацію.

У цьому випадку рух M' зберігає орієнтацію та за теоремою 2.2.51 має бути обертанням навколо початку координат на деякий кут θ. Нехай $a = \cos\theta$ і $b = -\sin\theta$. Очевидно, рівняння для руху M має бажаний вигляд.

Теорема 2.2.51

Жорсткий рух площини, що має одну нерухому точку p, є обертанням навколо точки p.

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівнянннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + d, \end{aligned} \tag{1}$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Доведення. Нехай $M(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = (c, d)$ і визначимо паралельне перенесення T за формулою $T(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + (c, d)$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді $M = TM'$ і нерухомою точкою руху M' є початок координат.

Випадок 1. Рух M зберігає орієнтацію.

У цьому випадку рух M' зберігає орієнтацію та за теоремою 2.2.51 має бути обертанням навколо початку координат на деякий кут θ. Нехай $a = \cos\theta$ і $b = -\sin\theta$. Очевидно, рівняння для руху M має бажаний вигляд.

Теорема 2.2.51

Жорсткий рух площини, що має одну нерухому точку $\boldsymbol{p}$, є обертанням навколо точки $\boldsymbol{p}$.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду
$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + d, \end{aligned} \tag{1}$$
де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Доведення. Нехай $M(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = (c, d)$ і визначимо паралельне перенесення T за формулою $T(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + (c, d)$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді $M = TM'$ і нерухомою точкою руху M' є початок координат.

Випадок 1. Рух M зберігає орієнтацію.

У цьому випадку рух M' зберігає орієнтацію та за теоремою 2.2.51 має бути обертанням навколо початку координат на деякий кут θ. Нехай $a = \cos\theta$ і $b = -\sin\theta$. Очевидно, рівняння для руху M має бажаний вигляд.

Теорема 2.2.51

Жорсткий рух площини, що має одну нерухому точку $\boldsymbol{p}$, є обертанням навколо точки $\boldsymbol{p}$.

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівняннями вигляду
$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + d, \end{aligned} \tag{1}$$
де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Доведення. Нехай $M(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = (c, d)$ і визначимо паралельне перенесення T за формулою $T(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + (c, d)$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді $M = TM'$ і нерухомою точкою руху M' є початок координат.

Випадок 1. Рух M зберігає орієнтацію.

У цьому випадку рух M' зберігає орієнтацію та за теоремою 2.2.51 має бути обертанням навколо початку координат на деякий кут θ. Нехай $a = \cos\theta$ і $b = -\sin\theta$. Очевидно, рівняння для руху M має бажаний вигляд.

Теорема 2.2.51

Жорсткий рух площини, що має одну нерухому точку $\boldsymbol{p}$, є обертанням навколо точки $\boldsymbol{p}$.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.52

Кожен рух M на площині визначається рівнняннями вигляду

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c; \\ y' &= \pm(-bx + ay) + d, \end{aligned} \tag{1}$$

де $a^2 + b^2 = 1$. Навпаки, кожна така пара рівнянь визначає рух на площині.

Доведення. Нехай $M(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = (c, d)$ і визначимо паралельне перенесення T за формулою $T(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + (c, d)$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді $M = TM'$ і нерухомою точкою руху M' є початок координат.

Випадок 1. Рух M зберігає орієнтацію.

У цьому випадку рух M' зберігає орієнтацію та за теоремою 2.2.51 має бути обертанням навколо початку координат на деякий кут θ. Нехай $a = \cos\theta$ і $b = -\sin\theta$. Очевидно, рівняння для руху M має бажаний вигляд.

Теорема 2.2.51

Жорсткий рух площини, що має одну нерухому точку $\boldsymbol{p}$, є обертанням навколо точки $\boldsymbol{p}$.

Випадок 2. Рух M розвертає (змінює) орієнтацію.

Нехай S — відбиття стосовно осі x, тобто $S(x, y) = (x, -y)$. Оскільки рух M' розвертає (змінює) орієнтацію, то звідси випливає, що рух $R = SM'$ зберігає орієнтацію, але відображення R має початок координат як нерухому точку. Отже, R має бути обертанням навколо початку координат на деякий кут θ. Зауважимо, що $SR = SSM' = M'$. Визначимо числа a та b аналогічно, як і у **випадку 1**: $a = \cos\theta$ і $b = -\sin\theta$. Знову легко бачити, що рівняння для руху $M = TM' = TSR$ має бажаний вигляд.

Це завершує доведення першої частини теореми. Другу частину залишаємо слухачам в якості вправи. ■

Приклад 2.2.53 ілюструє друге твердження теореми 2.2.52.

Випадок 2. Рух M розвертає (змінює) орієнтацію.

Нехай S — відбиття стосовно осі x, тобто $S(x, y) = (x, -y)$. Оскільки рух M' розвертає (змінює) орієнтацію, то звідси випливає, що рух $R = SM'$ зберігає орієнтацію, але відображення R має початок координат як нерухому точку. Отже, R має бути обертанням навколо початку координат на деякий кут θ. Зауважимо, що $SR = SSM' = M'$. Визначимо числа a та b аналогічно, як і у **випадку 1**: $a = \cos\theta$ і $b = -\sin\theta$. Знову легко бачити, що рівняння для руху $M = TM' = TSR$ має бажаний вигляд.

Це завершує доведення першої частини теореми. Другу частину залишаємо слухачам в якості вправи. ∎

Приклад 2.2.53 ілюструє друге твердження теореми 2.2.52.

Випадок 2. Рух M розвертає (змінює) орієнтацію.

Нехай S — відбиття стосовно осі x, тобто $S(x, y) = (x, -y)$. Оскільки рух M' розвертає (змінює) орієнтацію, то звідси випливає, що рух $R = SM'$ зберігає орієнтацію, але відображення R має початок координат як нерухому точку. Отже, R має бути обертанням навколо початку координат на деякий кут θ. Зауважимо, що $SR = SSM' = M'$. Визначимо числа a та b аналогічно, як і у **випадку 1**: $a = \cos\theta$ і $b = -\sin\theta$. Знову легко бачити, що рівняння для руху $M = TM' = TSR$ має бажаний вигляд.

Це завершує доведення першої частини теореми. Другу частину залишаємо слухачам в якості вправи. ∎

Приклад 2.2.53 ілюструє друге твердження теореми 2.2.52.

Випадок 2. Рух M розвертає (змінює) орієнтацію.

Нехай S — відбиття стосовно осі x, тобто $S(x, y) = (x, -y)$. Оскільки рух M' розвертає (змінює) орієнтацію, то звідси випливає, що рух $R = SM'$ зберігає орієнтацію, але відображення R має початок координат як нерухому точку. Отже, R має бути обертанням навколо початку координат на деякий кут θ. Зауважимо, що $SR = SSM' = M'$. Визначимо числа a та b аналогічно, як і у **випадку 1**: $a = \cos\theta$ і $b = -\sin\theta$. Знову легко бачити, що рівняння для руху $M = TM' = TSR$ має бажаний вигляд.

Це завершує доведення першої частини теореми. Другу частину залишаємо слухачам в якості вправи. ∎

Приклад 2.2.53 ілюструє друге твердження теореми 2.2.52.

Випадок 2. Рух M розвертає (змінює) орієнтацію.

Нехай S — відбиття стосовно осі x, тобто $S(x, y) = (x, -y)$. Оскільки рух M' розвертає (змінює) орієнтацію, то звідси випливає, що рух $R = SM'$ зберігає орієнтацію, але відображення R має початок координат як нерухому точку. Отже, R має бути обертанням навколо початку координат на деякий кут θ. Зауважимо, що $SR = SSM' = M'$. Визначимо числа a та b аналогічно, як і у **випадку 1**: $a = \cos\theta$ і $b = -\sin\theta$. Знову легко бачити, що рівняння для руху $M = TM' = TSR$ має бажаний вигляд.

Це завершує доведення першої частини теореми. Другу частину залишаємо слухачам в якості вправи. ∎

Приклад 2.2.53 ілюструє друге твердження теореми 2.2.52.

Випадок 2. Рух M розвертає (змінює) орієнтацію.

Нехай S — відбиття стосовно осі x, тобто $S(x,y) = (x,-y)$. Оскільки рух M' розвертає (змінює) орієнтацію, то звідси випливає, що рух $R = SM'$ зберігає орієнтацію, але відображення R має початок координат як нерухому точку. Отже, R має бути обертанням навколо початку координат на деякий кут θ. Зауважимо, що $SR = SSM' = M'$. Визначимо числа a та b аналогічно, як і у **випадку 1**: $a = \cos\theta$ і $b = -\sin\theta$. Знову легко бачити, що рівняння для руху $M = TM' = TSR$ має бажаний вигляд.

Це завершує доведення першої частини теореми. Другу частину залишаємо слухачам в якості вправи. ■

Приклад 2.2.53 ілюструє друге твердження теореми 2.2.52.

Підсумок щодо рухів на площині

Випадок 2. Рух M розвертає (змінює) орієнтацію.

Нехай S — відбиття стосовно осі x, тобто $S(x,y) = (x,-y)$. Оскільки рух M' розвертає (змінює) орієнтацію, то звідси випливає, що рух $R = SM'$ зберігає орієнтацію, але відображення R має початок координат як нерухому точку. Отже, R має бути обертанням навколо початку координат на деякий кут θ. Зауважимо, що $SR = SSM' = M'$. Визначимо числа a та b аналогічно, як і у **випадку 1**: $a = \cos\theta$ і $b = -\sin\theta$. Знову легко бачити, що рівняння для руху $M = TM' = TSR$ має бажаний вигляд.

Це завершує доведення першої частини теореми. Другу частину залишаємо слухачам в якості вправи. ∎

Приклад 2.2.53 ілюструє друге твердження теореми 2.2.52.

Випадок 2. Рух M розвертає (змінює) орієнтацію.

Нехай S — відбиття стосовно осі x, тобто $S(x, y) = (x, -y)$. Оскільки рух M' розвертає (змінює) орієнтацію, то звідси випливає, що рух $R = SM'$ зберігає орієнтацію, але відображення R має початок координат як нерухому точку. Отже, R має бути обертанням навколо початку координат на деякий кут θ. Зауважимо, що $SR = SSM' = M'$. Визначимо числа a та b аналогічно, як і у **випадку 1**: $a = \cos\theta$ і $b = -\sin\theta$. Знову легко бачити, що рівняння для руху $M = TM' = TSR$ має бажаний вигляд.

Це завершує доведення першої частини теореми. Другу частину залишаємо слухачам в якості вправи. ∎

Приклад 2.2.53 ілюструє друге твердження теореми 2.2.52.

Випадок 2. Рух M розвертає (змінює) орієнтацію.

Нехай S — відбиття стосовно осі x, тобто $S(x, y) = (x, -y)$. Оскільки рух M' розвертає (змінює) орієнтацію, то звідси випливає, що рух $R = SM'$ зберігає орієнтацію, але відображення R має початок координат як нерухому точку. Отже, R має бути обертанням навколо початку координат на деякий кут θ. Зауважимо, що $SR = SSM' = M'$. Визначимо числа a та b аналогічно, як і у **випадку 1**: $a = \cos\theta$ і $b = -\sin\theta$. Знову легко бачити, що рівняння для руху $M = TM' = TSR$ має бажаний вигляд.

Це завершує доведення першої частини теореми. Другу частину залишаємо слухачам в якості вправи. ■

Приклад 2.2.53 ілюструє друге твердження теореми 2.2.52.

Випадок 2. Рух M розвертає (змінює) орієнтацію.

Нехай S — відбиття стосовно осі x, тобто $S(x, y) = (x, -y)$. Оскільки рух M' розвертає (змінює) орієнтацію, то звідси випливає, що рух $R = SM'$ зберігає орієнтацію, але відображення R має початок координат як нерухому точку. Отже, R має бути обертанням навколо початку координат на деякий кут θ. Зауважимо, що $SR = SSM' = M'$. Визначимо числа a та b аналогічно, як і у **випадку 1**: $a = \cos\theta$ і $b = -\sin\theta$. Знову легко бачити, що рівняння для руху $M = TM' = TSR$ має бажаний вигляд.

Це завершує доведення першої частини теореми. Другу частину залишаємо слухачам в якості вправи. ∎

Приклад 2.2.53 ілюструє друге твердження теореми 2.2.52.

Підсумок щодо рухів на площині

Випадок 2. Рух M розвертає (змінює) орієнтацію.

Нехай S — відбиття стосовно осі x, тобто $S(x, y) = (x, -y)$. Оскільки рух M' розвертає (змінює) орієнтацію, то звідси випливає, що рух $R = SM'$ зберігає орієнтацію, але відображення R має початок координат як нерухому точку. Отже, R має бути обертанням навколо початку координат на деякий кут θ. Зауважимо, що $SR = SSM' = M'$. Визначимо числа a та b аналогічно, як і у **випадку 1**: $a = \cos\theta$ і $b = -\sin\theta$. Знову легко бачити, що рівняння для руху $M = TM' = TSR$ має бажаний вигляд.

Це завершує доведення першої частини теореми. Другу частину залишаємо слухачам в якості вправи. ∎

Приклад 2.2.53 ілюструє друге твердження теореми 2.2.52.

Випадок 2. Рух M розвертає (змінює) орієнтацію.

Нехай S — відбиття стосовно осі x, тобто $S(x,y) = (x,-y)$. Оскільки рух M' розвертає (змінює) орієнтацію, то звідси випливає, що рух $R = SM'$ зберігає орієнтацію, але відображення R має початок координат як нерухому точку. Отже, R має бути обертанням навколо початку координат на деякий кут θ. Зауважимо, що $SR = SSM' = M'$. Визначимо числа a та b аналогічно, як і у **випадку 1**: $a = \cos\theta$ і $b = -\sin\theta$. Знову легко бачити, що рівняння для руху $M = TM' = TSR$ має бажаний вигляд.

Це завершує доведення першої частини теореми. Другу частину залишаємо слухачам в якості вправи. ∎

Приклад 2.2.53 ілюструє друге твердження теореми 2.2.52.

Випадок 2. Рух M розвертає (змінює) орієнтацію.

Нехай S — відбиття стосовно осі x, тобто $S(x, y) = (x, -y)$. Оскільки рух M' розвертає (змінює) орієнтацію, то звідси випливає, що рух $R = SM'$ зберігає орієнтацію, але відображення R має початок координат як нерухому точку. Отже, R має бути обертанням навколо початку координат на деякий кут θ. Зауважимо, що $SR = SSM' = M'$. Визначимо числа a та b аналогічно, як і у **випадку 1**: $a = \cos\theta$ і $b = -\sin\theta$. Знову легко бачити, що рівняння для руху $M = TM' = TSR$ має бажаний вигляд.

Це завершує доведення першої частини теореми. Другу частину залишаємо слухачам в якості вправи. ∎

Приклад 2.2.53 ілюструє друге твердження теореми 2.2.52.

Випадок 2. Рух M розвертає (змінює) орієнтацію.

Нехай S — відбиття стосовно осі x, тобто $S(x, y) = (x, -y)$. Оскільки рух M' розвертає (змінює) орієнтацію, то звідси випливає, що рух $R = SM'$ зберігає орієнтацію, але відображення R має початок координат як нерухому точку. Отже, R має бути обертанням навколо початку координат на деякий кут θ. Зауважимо, що $SR = SSM' = M'$. Визначимо числа a та b аналогічно, як і у **випадку 1**: $a = \cos\theta$ і $b = -\sin\theta$. Знову легко бачити, що рівняння для руху $M = TM' = TSR$ має бажаний вигляд.

Це завершує доведення першої частини теореми. Другу частину залишаємо слухачам в якості вправи. ■

Приклад 2.2.53 ілюструє друге твердження теореми 2.2.52.

Випадок 2. Рух M розвертає (змінює) орієнтацію.

Нехай S — відбиття стосовно осі x, тобто $S(x, y) = (x, -y)$. Оскільки рух M' розвертає (змінює) орієнтацію, то звідси випливає, що рух $R = SM'$ зберігає орієнтацію, але відображення R має початок координат як нерухому точку. Отже, R має бути обертанням навколо початку координат на деякий кут θ. Зауважимо, що $SR = SSM' = M'$. Визначимо числа a та b аналогічно, як і у **випадку 1**: $a = \cos\theta$ і $b = -\sin\theta$. Знову легко бачити, що рівняння для руху $M = TM' = TSR$ має бажаний вигляд.

Це завершує доведення першої частини теореми. Другу частину залишаємо слухачам в якості вправи. ■

Приклад 2.2.53 ілюструє друге твердження теореми 2.2.52.

Випадок 2. Рух M розвертає (змінює) орієнтацію.

Нехай S — відбиття стосовно осі x, тобто $S(x,y)=(x,-y)$. Оскільки рух M' розвертає (змінює) орієнтацію, то звідси випливає, що рух $R=SM'$ зберігає орієнтацію, але відображення R має початок координат як нерухому точку. Отже, R має бути обертанням навколо початку координат на деякий кут θ. Зауважимо, що $SR=SSM'=M'$. Визначимо числа a та b аналогічно, як і у **випадку 1**: $a=\cos\theta$ і $b=-\sin\theta$. Знову легко бачити, що рівняння для руху $M=TM'=TSR$ має бажаний вигляд.

Це завершує доведення першої частини теореми. Другу частину залишаємо слухачам в якості вправи. ■

Приклад 2.2.53 ілюструє друге твердження теореми 2.2.52.

Підсумок щодо рухів на площині

Приклад 2.2.53

Покажемо безпосередньо, не використовуючи теорему 2.2.52, що перетворення M площини, визначене рівняннями

$$x' = \frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}y + 5;$$
$$y' = \frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{3}}{2}y + 7$$

є рухом.

Розв'язок. Визначимо паралельне перенесення T за формулою

$$T(x, y) = (x, y) + (5, 7).$$

Нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\dfrac{\pi}{6}$ і нехай S — відбиття стосовно осі x. Легко бачити, що $M = TSR$, а отже, відображення M є рухом, оскільки воно є композицією рухів. ∎

Теорема 2.2.52 стверджує, що рухи можуть бути зображені п'ятьма дійсними числами (a, b, c, d і ± 1 залежно від знаку). Жорсткі рухи можна зобразити чотирма дійсними числами. Той факт, що рух визначається п'ятьма числами, веде до іншого способу розв'язання руху, коли він визначений деякими точки та їхніми образами. Для невідомих коефіцієнтів просто розв'язується рівняння в теоремі 2.2.52. Розв'язування п'яти невідомих виявляється не таким складним, як може здатися в даному випадку.

Приклад 2.2.53

Покажемо безпосередньо, не використовуючи теорему 2.2.52, що перетворення M площини, визначене рівняннями

$$\begin{aligned} x' &= \tfrac{\sqrt{3}}{2}x + \tfrac{1}{2}y + 5; \\ y' &= \tfrac{1}{2}x - \tfrac{\sqrt{3}}{2}y + 7 \end{aligned}$$

є рухом.

Розв'язок. Визначимо паралельне перенесення T за формулою

$$T(x,y) = (x,y) + (5,7).$$

Нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\dfrac{\pi}{6}$ і нехай S — відбиття стосовно осі x. Легко бачити, що $M = TSR$, а отже, відображення M є рухом, оскільки воно є композицією рухів.

Теорема 2.2.52 стверджує, що рухи можуть бути зображені п'ятьма дійсними числами (a, b, c, d і ± 1 залежно від знаку). Жорсткі рухи можна зобразити чотирма дійсними числами. Той факт, що рух визначається п'ятьма числами, веде до іншого способу розв'язання руху, коли він визначений деякими точки та їхніми образами. Для невідомих коефіцієнтів просто розв'язується рівняння в теоремі 2.2.52. Розв'язування п'яти невідомих виявляється не таким складним, як може здатися в даному випадку.

Приклад 2.2.53

Покажемо безпосередньо, не використовуючи теорему 2.2.52, що перетворення M площини, визначене рівняннями

$$x' = \frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}y + 5;$$
$$y' = \frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{3}}{2}y + 7$$

є рухом.

Розв'язок. Визначимо паралельне перенесення T за формулою

$$T(x, y) = (x, y) + (5, 7).$$

Нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\dfrac{\pi}{6}$ і нехай S — відбиття стосовно осі x. Легко бачити, що $M = TSR$, а отже, відображення M є рухом, оскільки воно є композицією рухів. ∎

Теорема 2.2.52 стверджує, що рухи можуть бути зображені п'ятьма дійсними числами (a, b, c, d і ± 1 залежно від знаку). Жорсткі рухи можна зобразити чотирма дійсними числами. Той факт, що рух визначається п'ятьма числами, веде до іншого способу розв'язання руху, коли він визначений деякими точки та їхніми образами. Для невідомих коефіцієнтів просто розв'язується рівняння в теоремі 2.2.52. Розв'язування п'яти невідомих виявляється не таким складним, як може здатися в даному випадку.

Приклад 2.2.53

Покажемо безпосередньо, не використовуючи теорему 2.2.52, що перетворення M площини, визначене рівняннями

$$\begin{aligned} x' &= \tfrac{\sqrt{3}}{2}x + \tfrac{1}{2}y + 5; \\ y' &= \tfrac{1}{2}x - \tfrac{\sqrt{3}}{2}y + 7 \end{aligned}$$

є рухом.

Розв'язок. Визначимо паралельне перенесення T за формулою

$$T(x, y) = (x, y) + (5, 7).$$

Нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\dfrac{\pi}{6}$ і нехай S — відбиття стосовно осі x. Легко бачити, що $M = TSR$, а отже, відображення M є рухом, оскільки воно є композицією рухів. ∎

Теорема 2.2.52 стверджує, що рухи можуть бути зображені п'ятьма дійсними числами (a, b, c, d і ± 1 залежно від знаку). Жорсткі рухи можна зобразити чотирма дійсними числами. Той факт, що рух визначається п'ятьма числами, веде до іншого способу розв'язання руху, коли він визначений деякими точки та їхніми образами. Для невідомих коефіцієнтів просто розв'язується рівняння в теоремі 2.2.52. Розв'язування п'яти невідомих виявляється не таким складним, як може здатися в даному випадку.

Приклад 2.2.53

Покажемо безпосередньо, не використовуючи теорему 2.2.52, що перетворення M площини, визначене рівняннями

$$\begin{aligned} x' &= \tfrac{\sqrt{3}}{2}x + \tfrac{1}{2}y + 5; \\ y' &= \tfrac{1}{2}x - \tfrac{\sqrt{3}}{2}y + 7 \end{aligned}$$

є рухом.

Розв'язок. Визначимо паралельне перенесення T за формулою

$$T(x,y) = (x,y) + (5,7).$$

Нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\dfrac{\pi}{6}$ і нехай S — відбиття стосовно осі x. Легко бачити, що $M = TSR$, а отже, відображення M є рухом, оскільки воно є композицією рухів. ■

Теорема 2.2.52 стверджує, що рухи можуть бути зображені п'ятьма дійсними числами (a, b, c, d і ± 1 залежно від знаку). Жорсткі рухи можна зобразити чотирма дійсними числами. Той факт, що рух визначається п'ятьма числами, веде до іншого способу розв'язання руху, коли він визначений деякими точки та їхніми образами. Для невідомих коефіцієнтів просто розв'язується рівняння в теоремі 2.2.52. Розв'язування п'яти невідомих виявляється не таким складним, як може здатися в даному випадку.

Приклад 2.2.53

Покажемо безпосередньо, не використовуючи теорему 2.2.52, що перетворення M площини, визначене рівняннями

$$\begin{aligned} x' &= \tfrac{\sqrt{3}}{2}x + \tfrac{1}{2}y + 5; \\ y' &= \tfrac{1}{2}x - \tfrac{\sqrt{3}}{2}y + 7 \end{aligned}$$

є рухом.

Розв'язок. Визначимо паралельне перенесення T за формулою

$$T(x, y) = (x, y) + (5, 7).$$

Нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\frac{\pi}{6}$ і нехай S — відбиття стосовно осі x. Легко бачити, що $M = TSR$, а отже, відображення M є рухом, оскільки воно є композицією рухів. ■

Теорема 2.2.52 стверджує, що рухи можуть бути зображені п'ятьма дійсними числами (a, b, c, d і ± 1 залежно від знаку). Жорсткі рухи можна зобразити чотирма дійсними числами. Той факт, що рух визначається п'ятьма числами, веде до іншого способу розв'язання руху, коли він визначений деякими точки та їхніми образами. Для невідомих коефіцієнтів просто розв'язується рівняння в теоремі 2.2.52. Розв'язування п'яти невідомих виявляється не таким складним, як може здатися в даному випадку.

Приклад 2.2.53

Покажемо безпосередньо, не використовуючи теорему 2.2.52, що перетворення M площини, визначене рівняннями

$$\begin{aligned} x' &= \tfrac{\sqrt{3}}{2}x + \tfrac{1}{2}y + 5; \\ y' &= \tfrac{1}{2}x - \tfrac{\sqrt{3}}{2}y + 7 \end{aligned}$$

є рухом.

Розв'язок. Визначимо паралельне перенесення T за формулою

$$T(x, y) = (x, y) + (5, 7).$$

Нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\dfrac{\pi}{6}$ і нехай S — відбиття стосовно осі x. Легко бачити, що $M = TSR$, а отже, відображення M є рухом, оскільки воно є композицією рухів.

Теорема 2.2.52 стверджує, що рухи можуть бути зображені п'ятьма дійсними числами (a, b, c, d і ± 1 залежно від знаку). Жорсткі рухи можна зобразити чотирма дійсними числами. Той факт, що рух визначається п'ятьма числами, веде до іншого способу розв'язання руху, коли він визначений деякими точки та їхніми образами. Для невідомих коефіцієнтів просто розв'язується рівняння в теоремі 2.2.52. Розв'язування п'яти невідомих виявляється не таким складним, як може здатися в даному випадку.

Приклад 2.2.53

Покажемо безпосередньо, не використовуючи теорему 2.2.52, що перетворення M площини, визначене рівняннями

$$\begin{aligned} x' &= \tfrac{\sqrt{3}}{2}x + \tfrac{1}{2}y + 5; \\ y' &= \tfrac{1}{2}x - \tfrac{\sqrt{3}}{2}y + 7 \end{aligned}$$

є рухом.

Розв'язок. Визначимо паралельне перенесення T за формулою

$$T(x, y) = (x, y) + (5, 7).$$

Нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\dfrac{\pi}{6}$ і нехай S — відбиття стосовно осі x. Легко бачити, що $M = TSR$, а отже, відображення M є рухом, оскільки воно є композицією рухів.

Теорема 2.2.52 стверджує, що рухи можуть бути зображені п'ятьма дійсними числами (a, b, c, d і ± 1 залежно від знаку). Жорсткі рухи можна зобразити чотирма дійсними числами. Той факт, що рух визначається п'ятьма числами, веде до іншого способу розв'язання руху, коли він визначений деякими точки та їхніми образами. Для невідомих коефіцієнтів просто розв'язується рівняння в теоремі 2.2.52. Розв'язування п'яти невідомих виявляється не таким складним, як може здатися в даному випадку.

Приклад 2.2.53

Покажемо безпосередньо, не використовуючи теорему 2.2.52, що перетворення M площини, визначене рівняннями

$$x' = \tfrac{\sqrt{3}}{2}x + \tfrac{1}{2}y + 5;$$
$$y' = \tfrac{1}{2}x - \tfrac{\sqrt{3}}{2}y + 7$$

є рухом.

Розв'язок. Визначимо паралельне перенесення T за формулою

$$T(x, y) = (x, y) + (5, 7).$$

Нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\dfrac{\pi}{6}$ і нехай S — відбиття стосовно осі x. Легко бачити, що $M = TSR$, а отже, відображення M є рухом, оскільки воно є композицією рухів.

Теорема 2.2.52 стверджує, що рухи можуть бути зображені п'ятьма дійсними числами (a, b, c, d і ± 1 залежно від знаку). Жорсткі рухи можна зобразити чотирма дійсними числами. Той факт, що рух визначається п'ятьма числами, веде до іншого способу розв'язання руху, коли він визначений деякими точки та їхніми образами. Для невідомих коефіцієнтів просто розв'язується рівняння в теоремі 2.2.52. Розв'язування п'яти невідомих виявляється не таким складним, як може здатися в даному випадку.

Приклад 2.2.53

Покажемо безпосередньо, не використовуючи теорему 2.2.52, що перетворення M площини, визначене рівняннями

$$x' = \tfrac{\sqrt{3}}{2}x + \tfrac{1}{2}y + 5;$$
$$y' = \tfrac{1}{2}x - \tfrac{\sqrt{3}}{2}y + 7$$

є рухом.

Розв'язок. Визначимо паралельне перенесення T за формулою

$$T(x, y) = (x, y) + (5, 7).$$

Нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\dfrac{\pi}{6}$ і нехай S — відбиття стосовно осі x. Легко бачити, що $M = TSR$, а отже, відображення M є рухом, оскільки воно є композицією рухів.

Теорема 2.2.52 стверджує, що рухи можуть бути зображені п'ятьма дійсними числами (a, b, c, d і ± 1 залежно від знаку). Жорсткі рухи можна зобразити чотирма дійсними числами. Той факт, що рух визначається п'ятьма числами, веде до іншого способу розв'язання руху, коли він визначений деякими точки та їхніми образами. Для невідомих коефіцієнтів просто розв'язується рівняння в теоремі 2.2.52. Розв'язування п'яти невідомих виявляється не таким складним, як може здатися в даному випадку.

Приклад 2.2.53

Покажемо безпосередньо, не використовуючи теорему 2.2.52, що перетворення M площини, визначене рівняннями

$$\begin{aligned} x' &= \tfrac{\sqrt{3}}{2}x + \tfrac{1}{2}y + 5; \\ y' &= \tfrac{1}{2}x - \tfrac{\sqrt{3}}{2}y + 7 \end{aligned}$$

є рухом.

Розв'язок. Визначимо паралельне перенесення T за формулою

$$T(x, y) = (x, y) + (5, 7).$$

Нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\dfrac{\pi}{6}$ і нехай S — відбиття стосовно осі x. Легко бачити, що $M = TSR$, а отже, відображення M є рухом, оскільки воно є композицією рухів.

Теорема 2.2.52 стверджує, що рухи можуть бути зображені п'ятьма дійсними числами (a, b, c, d і ± 1 залежно від знаку). Жорсткі рухи можна зобразити чотирма дійсними числами. Той факт, що рух визначається п'ятьма числами, веде до іншого способу розв'язання руху, коли він визначений деякими точки та їхніми образами. Для невідомих коефіцієнтів просто розв'язується рівняння в теоремі 2.2.52. Розв'язування п'яти невідомих виявляється не таким складним, як може здатися в даному випадку.

Приклад 2.2.53

Покажемо безпосередньо, не використовуючи теорему 2.2.52, що перетворення M площини, визначене рівняннями

$$x' = \frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}y + 5;$$
$$y' = \frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{3}}{2}y + 7$$

є рухом.

Розв'язок. Визначимо паралельне перенесення T за формулою

$$T(x, y) = (x, y) + (5, 7).$$

Нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\dfrac{\pi}{6}$ і нехай S — відбиття стосовно осі x. Легко бачити, що $M = TSR$, а отже, відображення M є рухом, оскільки воно є композицією рухів.

Теорема 2.2.52 стверджує, що рухи можуть бути зображені п'ятьма дійсними числами (a, b, c, d і ± 1 залежно від знаку). Жорсткі рухи можна зобразити чотирма дійсними числами. Той факт, що рух визначається п'ятьма числами, веде до іншого способу розв'язання руху, коли він визначений деякими точки та їхніми образами. Для невідомих коефіцієнтів просто розв'язується рівняння в теоремі 2.2.52. Розв'язування п'яти невідомих виявляється не таким складним, як може здатися в даному випадку.

Приклад 2.2.53

Покажемо безпосередньо, не використовуючи теорему 2.2.52, що перетворення M площини, визначене рівняннями

$$x' = \frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}y + 5;$$
$$y' = \frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{3}}{2}y + 7$$

є рухом.

Розв'язок. Визначимо паралельне перенесення T за формулою

$$T(x,y) = (x,y) + (5,7).$$

Нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\dfrac{\pi}{6}$ і нехай S — відбиття стосовно осі x. Легко бачити, що $M = TSR$, а отже, відображення M є рухом, оскільки воно є композицією рухів. ■

Теорема 2.2.52 стверджує, що рухи можуть бути зображені п'ятьма дійсними числами (a, b, c, d і ± 1 залежно від знаку). Жорсткі рухи можна зобразити чотирма дійсними числами. Той факт, що рух визначається п'ятьма числами, веде до іншого способу розв'язання руху, коли він визначений деякими точки та їхніми образами. Для невідомих коефіцієнтів просто розв'язується рівняння в теоремі 2.2.52. Розв'язування п'яти невідомих виявляється не таким складним, як може здатися в даному випадку.

Приклад 2.2.53

Покажемо безпосередньо, не використовуючи теорему 2.2.52, що перетворення M площини, визначене рівняннями

$$\begin{aligned} x' &= \tfrac{\sqrt{3}}{2}x + \tfrac{1}{2}y + 5; \\ y' &= \tfrac{1}{2}x - \tfrac{\sqrt{3}}{2}y + 7 \end{aligned}$$

є рухом.

Розв'язок. Визначимо паралельне перенесення T за формулою

$$T(x,y) = (x,y) + (5,7).$$

Нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\dfrac{\pi}{6}$ і нехай S — відбиття стосовно осі x. Легко бачити, що $M = TSR$, а отже, відображення M є рухом, оскільки воно є композицією рухів. ■

Теорема 2.2.52 стверджує, що рухи можуть бути зображені п'ятьма дійсними числами (a, b, c, d і ± 1 залежно від знаку). Жорсткі рухи можна зобразити чотирма дійсними числами. Той факт, що рух визначається п'ятьма числами, веде до іншого способу розв'язання руху, коли він визначений деякими точки та їхніми образами. Для невідомих коефіцієнтів просто розв'язується рівняння в теоремі 2.2.52. Розв'язування п'яти невідомих виявляється не таким складним, як може здатися в даному випадку.

Приклад 2.2.53

Покажемо безпосередньо, не використовуючи теорему 2.2.52, що перетворення M площини, визначене рівняннями

$$\begin{aligned} x' &= \tfrac{\sqrt{3}}{2}x + \tfrac{1}{2}y + 5; \\ y' &= \tfrac{1}{2}x - \tfrac{\sqrt{3}}{2}y + 7 \end{aligned}$$

є рухом.

Розв'язок. Визначимо паралельне перенесення T за формулою

$$T(x, y) = (x, y) + (5, 7).$$

Нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\dfrac{\pi}{6}$ і нехай S — відбиття стосовно осі x. Легко бачити, що $M = TSR$, а отже, відображення M є рухом, оскільки воно є композицією рухів. ■

Теорема 2.2.52 стверджує, що рухи можуть бути зображені п'ятьма дійсними числами (a, b, c, d і ± 1 залежно від знаку). Жорсткі рухи можна зобразити чотирма дійсними числами. Той факт, що рух визначається п'ятьма числами, веде до іншого способу розв'язання руху, коли він визначений деякими точки та їхніми образами. Для невідомих коефіцієнтів просто розв'язується рівняння в теоремі 2.2.52. Розв'язування п'яти невідомих виявляється не таким складним, як може здатися в даному випадку.

Приклад 2.2.53

Покажемо безпосередньо, не використовуючи теорему 2.2.52, що перетворення M площини, визначене рівняннями

$$\begin{aligned} x' &= \tfrac{\sqrt{3}}{2}x + \tfrac{1}{2}y + 5; \\ y' &= \tfrac{1}{2}x - \tfrac{\sqrt{3}}{2}y + 7 \end{aligned}$$

є рухом.

Розв'язок. Визначимо паралельне перенесення T за формулою

$$T(x, y) = (x, y) + (5, 7).$$

Нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\dfrac{\pi}{6}$ і нехай S — відбиття стосовно осі x. Легко бачити, що $M = TSR$, а отже, відображення M є рухом, оскільки воно є композицією рухів. ■

Теорема 2.2.52 стверджує, що рухи можуть бути зображені п'ятьма дійсними числами (a, b, c, d і ± 1 залежно від знаку). Жорсткі рухи можна зобразити чотирма дійсними числами. Той факт, що рух визначається п'ятьма числами, веде до іншого способу розв'язання руху, коли він визначений деякими точки та їхніми образами. Для невідомих коефіцієнтів просто розв'язується рівняння в теоремі 2.2.52. Розв'язування п'яти невідомих виявляється не таким складним, як може здатися в даному випадку.

Приклад 2.2.53

Покажемо безпосередньо, не використовуючи теорему 2.2.52, що перетворення M площини, визначене рівняннями

$$\begin{aligned} x' &= \tfrac{\sqrt{3}}{2}x + \tfrac{1}{2}y + 5; \\ y' &= \tfrac{1}{2}x - \tfrac{\sqrt{3}}{2}y + 7 \end{aligned}$$

є рухом.

Розв'язок. Визначимо паралельне перенесення T за формулою

$$T(x, y) = (x, y) + (5, 7).$$

Нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\dfrac{\pi}{6}$ і нехай S — відбиття стосовно осі x. Легко бачити, що $M = TSR$, а отже, відображення M є рухом, оскільки воно є композицією рухів. ■

Теорема 2.2.52 стверджує, що рухи можуть бути зображені п'ятьма дійсними числами (a, b, c, d і ± 1 залежно від знаку). Жорсткі рухи можна зобразити чотирма дійсними числами. Той факт, що рух визначається п'ятьма числами, веде до іншого способу розв'язання руху, коли він визначений деякими точки та їхніми образами. Для невідомих коефіцієнтів просто розв'язується рівняння в теоремі 2.2.52. Розв'язування п'яти невідомих виявляється не таким складним, як може здатися в даному випадку.

Приклад 2.2.53

Покажемо безпосередньо, не використовуючи теорему 2.2.52, що перетворення M площини, визначене рівняннями

$$\begin{aligned} x' &= \tfrac{\sqrt{3}}{2}x + \tfrac{1}{2}y + 5; \\ y' &= \tfrac{1}{2}x - \tfrac{\sqrt{3}}{2}y + 7 \end{aligned}$$

є рухом.

Розв'язок. Визначимо паралельне перенесення T за формулою

$$T(x,y) = (x,y) + (5,7).$$

Нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\dfrac{\pi}{6}$ і нехай S — відбиття стосовно осі x. Легко бачити, що $M = TSR$, а отже, відображення M є рухом, оскільки воно є композицією рухів. ■

Теорема 2.2.52 стверджує, що рухи можуть бути зображені п'ятьма дійсними числами (a, b, c, d і ± 1 залежно від знаку). Жорсткі рухи можна зобразити чотирма дійсними числами. Той факт, що рух визначається п'ятьма числами, веде до іншого способу розв'язання руху, коли він визначений деякими точки та їхніми образами. Для невідомих коефіцієнтів просто розв'язується рівняння в теоремі 2.2.52. Розв'язування п'яти невідомих виявляється не таким складним, як може здатися в даному випадку.

Приклад 2.2.53

Покажемо безпосередньо, не використовуючи теорему 2.2.52, що перетворення M площини, визначене рівняннями

$$\begin{aligned} x' &= \tfrac{\sqrt{3}}{2}x + \tfrac{1}{2}y + 5; \\ y' &= \tfrac{1}{2}x - \tfrac{\sqrt{3}}{2}y + 7 \end{aligned}$$

є рухом.

Розв'язок. Визначимо паралельне перенесення T за формулою

$$T(x, y) = (x, y) + (5, 7).$$

Нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\dfrac{\pi}{6}$ і нехай S — відбиття стосовно осі x. Легко бачити, що $M = TSR$, а отже, відображення M є рухом, оскільки воно є композицією рухів. ■

Теорема 2.2.52 стверджує, що рухи можуть бути зображені п'ятьма дійсними числами (a, b, c, d і ± 1 залежно від знаку). Жорсткі рухи можна зобразити чотирма дійсними числами. Той факт, що рух визначається п'ятьма числами, веде до іншого способу розв'язання руху, коли він визначений деякими точки та їхніми образами. Для невідомих коефіцієнтів просто розв'язується рівняння в теоремі 2.2.52. Розв'язування п'яти невідомих виявляється не таким складним, як може здатися в даному випадку.

Приклад 2.2.53

Покажемо безпосередньо, не використовуючи теорему 2.2.52, що перетворення M площини, визначене рівняннями

$$\begin{aligned} x' &= \tfrac{\sqrt{3}}{2}x + \tfrac{1}{2}y + 5; \\ y' &= \tfrac{1}{2}x - \tfrac{\sqrt{3}}{2}y + 7 \end{aligned}$$

є рухом.

Розв'язок. Визначимо паралельне перенесення T за формулою

$$T(x,y) = (x,y) + (5,7).$$

Нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\dfrac{\pi}{6}$ і нехай S — відбиття стосовно осі x. Легко бачити, що $M = TSR$, а отже, відображення M є рухом, оскільки воно є композицією рухів. ■

Теорема 2.2.52 стверджує, що рухи можуть бути зображені п'ятьма дійсними числами (a, b, c, d і ±1 залежно від знаку). Жорсткі рухи можна зобразити чотирма дійсними числами. Той факт, що рух визначається п'ятьма числами, веде до іншого способу розв'язання руху, коли він визначений деякими точки та їхніми образами. Для невідомих коефіцієнтів просто розв'язується рівняння в теоремі 2.2.52. Розв'язування п'яти невідомих виявляється не таким складним, як може здатися в даному випадку.

Приклад 2.2.53

Покажемо безпосередньо, не використовуючи теорему 2.2.52, що перетворення M площини, визначене рівняннями

$$\begin{aligned} x' &= \tfrac{\sqrt{3}}{2}x + \tfrac{1}{2}y + 5; \\ y' &= \tfrac{1}{2}x - \tfrac{\sqrt{3}}{2}y + 7 \end{aligned}$$

є рухом.

Розв'язок. Визначимо паралельне перенесення T за формулою

$$T(x, y) = (x, y) + (5, 7).$$

Нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\dfrac{\pi}{6}$ і нехай S — відбиття стосовно осі x. Легко бачити, що $M = TSR$, а отже, відображення M є рухом, оскільки воно є композицією рухів. ■

Теорема 2.2.52 стверджує, що рухи можуть бути зображені п'ятьма дійсними числами (a, b, c, d і ± 1 залежно від знаку). Жорсткі рухи можна зобразити чотирма дійсними числами. Той факт, що рух визначається п'ятьма числами, веде до іншого способу розв'язання руху, коли він визначений деякими точки та їхніми образами. Для невідомих коефіцієнтів просто розв'язується рівняння в теоремі 2.2.52. Розв'язування п'яти невідомих виявляється не таким складним, як може здатися в даному випадку.

Приклад 2.2.53

Покажемо безпосередньо, не використовуючи теорему 2.2.52, що перетворення M площини, визначене рівняннями

$$\begin{aligned} x' &= \tfrac{\sqrt{3}}{2}x + \tfrac{1}{2}y + 5; \\ y' &= \tfrac{1}{2}x - \tfrac{\sqrt{3}}{2}y + 7 \end{aligned}$$

є рухом.

Розв'язок. Визначимо паралельне перенесення T за формулою

$$T(x, y) = (x, y) + (5, 7).$$

Нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\dfrac{\pi}{6}$ і нехай S — відбиття стосовно осі x. Легко бачити, що $M = TSR$, а отже, відображення M є рухом, оскільки воно є композицією рухів. ■

Теорема 2.2.52 стверджує, що рухи можуть бути зображені п'ятьма дійсними числами (a, b, c, d і ± 1 залежно від знаку). Жорсткі рухи можна зобразити чотирма дійсними числами. Той факт, що рух визначається п'ятьма числами, веде до іншого способу розв'язання руху, коли він визначений деякими точки та їхніми образами. Для невідомих коефіцієнтів просто розв'язується рівняння в теоремі 2.2.52. Розв'язування п'яти невідомих виявляється не таким складним, як може здатися в даному випадку.

Підсумок щодо рухів на площині

Далі ми хотіли б дати більш повну геометричну характеристику рухів, ніж наведена в наслідку 2.2.39.

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Доведення. Нехай $\boldsymbol{p}$ — ненульова точка площини. Якщо $\boldsymbol{p}$ — нерухома точка відображення M, то з теореми 2.2.40 випливає, що M — це відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку $\boldsymbol{p}$, і ми завершили доведення. Тому припустимо, що $\boldsymbol{p}' = M(\boldsymbol{p}) \neq \boldsymbol{p}$. Нехай $\boldsymbol{q}$ — середина відрізка $[\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p}']$, а S — відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку $\boldsymbol{q}$. Очевидно, що значення відображень S і M збігаються в початку координат і в точці $\boldsymbol{p}$. За наслідком 2.2.50, S і M — це одне й те саме відображення. ∎

Наслідок 2.2.39

Кожен рух площини зображається з паралельного перенесення, обертання, та/або, можливо, відбиття.

Теорема 2.2.40

Рух M площини, який має дві різні точки A та B площини нерухомими, є або тотожним відображенням, або відбиттям стосовно прямої L, яка визначається точками A та B.

Наслідок 2.2.50

Два рухи, які зберігають орієнтацію площини й узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Підсумок щодо рухів на площині

Далі ми хотіли б дати більш повну геометричну характеристику рухів, ніж наведена в наслідку 2.2.39.

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Доведення. Нехай $\boldsymbol{p}$ — ненульова точка площини. Якщо $\boldsymbol{p}$ — нерухома точка відображення M, то з теореми 2.2.40 випливає, що M — це відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку $\boldsymbol{p}$, і ми завершили доведення. Тому припустимо, що $\boldsymbol{p}' = M(\boldsymbol{p}) \neq \boldsymbol{p}$. Нехай $\boldsymbol{q}$ — середина відрізка $[\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p}']$, а S — відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку $\boldsymbol{q}$. Очевидно, що значення відображень S і M збігаються в початку координат і в точці $\boldsymbol{p}$. За наслідком 2.2.50, S і M — це одне й те саме відображення. ∎

Наслідок 2.2.39

Кожен рух площини зображається з паралельного перенесення, обертання, та/або, можливо, відбиття.

Теорема 2.2.40

Рух M площини, який має дві різні точки A та B площини нерухомими, є або тотожним відображенням, або відбиттям стосовно прямої L, яка визначається точками A та B.

Наслідок 2.2.50

Два рухи, які зберігають орієнтацію площини й узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Підсумок щодо рухів на площині

Далі ми хотіли б дати більш повну геометричну характеристику рухів, ніж наведена в наслідку 2.2.39.

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Доведення. Нехай p — ненульова точка площини. Якщо p — нерухома точка відображення M, то з теореми 2.2.40 випливає, що M — це відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку p, і ми завершили доведення. Тому припустимо, що $p' = M(p) \neq p$. Нехай q — середина відрізка $[p, p']$, а S — відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку q. Очевидно, що значення відображень S і M збігаються в початку координат і в точці p. За наслідком 2.2.50, S і M — це одне й те саме відображення. ∎

Наслідок 2.2.39

Кожен рух площини зображається з паралельного перенесення, обертання, та/або, можливо, відбиття.

Теорема 2.2.40

Рух M площини, який має дві різні точки A та B площини нерухомими, є або тотожним відображенням, або відбиттям стосовно прямої L, яка визначається точками A та B.

Наслідок 2.2.50

Два рухи, які зберігають орієнтацію площини й узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Підсумок щодо рухів на площині

Далі ми хотіли б дати більш повну геометричну характеристику рухів, ніж наведена в наслідку 2.2.39.

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Доведення. Нехай $\boldsymbol{p}$ — ненульова точка площини. Якщо $\boldsymbol{p}$ — нерухома точка відображення M, то з теореми 2.2.40 випливає, що M — це відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку $\boldsymbol{p}$, і ми завершили доведення. Тому припустимо, що $\boldsymbol{p}' = M(\boldsymbol{p}) \neq \boldsymbol{p}$. Нехай $\boldsymbol{q}$ — середина відрізка $[\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p}']$, а S — відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку $\boldsymbol{q}$. Очевидно, що значення відображень S і M збігаються в початку координат і в точці $\boldsymbol{p}$. За наслідком 2.2.50, S і M — це одне й те саме відображення. ■

Наслідок 2.2.39

Кожен рух площини зображається з паралельного перенесення, обертання, та/або, можливо, відбиття.

Теорема 2.2.40

Рух M площини, який має дві різні точки A та B площини нерухомими, є або тотожним відображенням, або відбиттям стосовно прямої L, яка визначається точками A та B.

Наслідок 2.2.50

Два рухи, які зберігають орієнтацію площини й узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Підсумок щодо рухів на площині

Далі ми хотіли б дати більш повну геометричну характеристику рухів, ніж наведена в наслідку 2.2.39.

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Доведення. Нехай p — ненульова точка площини. Якщо p — нерухома точка відображення M, то з теореми 2.2.40 випливає, що M — це відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку p, і ми завершили доведення. Тому припустимо, що $p' = M(p) \neq p$. Нехай q — середина відрізка $[p, p']$, а S — відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку q. Очевидно, що значення відображень S і M збігаються в початку координат і в точці p. За наслідком 2.2.50, S і M — це одне й те саме відображення. ■

Наслідок 2.2.39

Кожен рух площини зображається з паралельного перенесення, обертання, та/або, можливо, відбиття.

Теорема 2.2.40

Рух M площини, який має дві різні точки A та B площини нерухомими, є або тотожним відображенням, або відбиттям стосовно прямої L, яка визначається точками A та B.

Наслідок 2.2.50

Два рухи, які зберігають орієнтацію площини й узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Підсумок щодо рухів на площині

Далі ми хотіли б дати більш повну геометричну характеристику рухів, ніж наведена в наслідку 2.2.39.

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Доведення. Нехай p — ненульова точка площини. Якщо p — нерухома точка відображення M, то з теореми 2.2.40 випливає, що M — це відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку p, і ми завершили доведення. Тому припустимо, що $p' = M(p) \neq p$. Нехай q — середина відрізка $[p, p']$, а S — відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку q. Очевидно, що значення відображень S і M збігаються в початку координат і в точці p. За наслідком 2.2.50, S і M — це одне й те саме відображення. ■

Наслідок 2.2.39

Кожен рух площини зображається з паралельного перенесення, обертання, та/або, можливо, відбиття.

Теорема 2.2.40

Рух M площини, який має дві різні точки A та B площини нерухомими, є або тотожним відображенням, або відбиттям стосовно прямої L, яка визначається точками A та B.

Наслідок 2.2.50

Два рухи, які зберігають орієнтацію площини й узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Підсумок щодо рухів на площині

Далі ми хотіли б дати більш повну геометричну характеристику рухів, ніж наведена в наслідку 2.2.39.

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Доведення. Нехай p — ненульова точка площини. Якщо p — нерухома точка відображення M, то з теореми 2.2.40 випливає, що M — це відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку p, і ми завершили доведення. Тому припустимо, що $p' = M(p) \neq p$. Нехай q — середина відрізка $[p, p']$, а S — відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку q. Очевидно, що значення відображень S і M збігаються в початку координат і в точці p. За наслідком 2.2.50, S і M — це одне й те саме відображення. ■

Наслідок 2.2.39

Кожен рух площини зображається з паралельного перенесення, обертання, та/або, можливо, відбиття.

Теорема 2.2.40

Рух M площини, який має дві різні точки A та B площини нерухомими, є або тотожним відображенням, або відбиттям стосовно прямої L, яка визначається точками A та B.

Наслідок 2.2.50

Два рухи, які зберігають орієнтацію площини й узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Підсумок щодо рухів на площині

Далі ми хотіли б дати більш повну геометричну характеристику рухів, ніж наведена в наслідку 2.2.39.

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Доведення. Нехай $\boldsymbol{p}$ — ненульова точка площини. Якщо $\boldsymbol{p}$ — нерухома точка відображення M, то з теореми 2.2.40 випливає, що M — це відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку $\boldsymbol{p}$, і ми завершили доведення. Тому припустимо, що $\boldsymbol{p}' = M(\boldsymbol{p}) \neq \boldsymbol{p}$. Нехай $\boldsymbol{q}$ — середина відрізка $[\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p}']$, а S — відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку $\boldsymbol{q}$. Очевидно, що значення відображень S і M збігаються в початку координат і в точці $\boldsymbol{p}$. За наслідком 2.2.50, S і M — це одне й те саме відображення. ■

Наслідок 2.2.39

Кожен рух площини зображається з паралельного перенесення, обертання, та/або, можливо, відбиття.

Теорема 2.2.40

Рух M площини, який має дві різні точки A та B площини нерухомими, є або тотожним відображенням, або відбиттям стосовно прямої L, яка визначається точками A та B.

Наслідок 2.2.50

Два рухи, які зберігають орієнтацію площини й узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Підсумок щодо рухів на площині

Далі ми хотіли б дати більш повну геометричну характеристику рухів, ніж наведена в наслідку 2.2.39.

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Доведення. Нехай $\boldsymbol{p}$ — ненульова точка площини. Якщо $\boldsymbol{p}$ — нерухома точка відображення M, то з теореми 2.2.40 випливає, що M — це відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку $\boldsymbol{p}$, і ми завершили доведення. Тому припустимо, що $\boldsymbol{p}' = M(\boldsymbol{p}) \neq \boldsymbol{p}$. Нехай $\boldsymbol{q}$ — середина відрізка $[\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p}']$, а S — відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку $\boldsymbol{q}$. Очевидно, що значення відображень S і M збігаються в початку координат і в точці $\boldsymbol{p}$. За наслідком 2.2.50, S і M — це одне й те саме відображення. ∎

Наслідок 2.2.39

Кожен рух площини зображається з паралельного перенесення, обертання, та/або, можливо, відбиття.

Теорема 2.2.40

Рух M площини, який має дві різні точки A та B площини нерухомими, є або тотожним відображенням, або відбиттям стосовно прямої L, яка визначається точками A та B.

Наслідок 2.2.50

Два рухи, які зберігають орієнтацію площини й узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Підсумок щодо рухів на площині

Далі ми хотіли б дати більш повну геометричну характеристику рухів, ніж наведена в наслідку 2.2.39.

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Доведення. Нехай $\boldsymbol{p}$ — ненульова точка площини. Якщо $\boldsymbol{p}$ — нерухома точка відображення M, то з теореми 2.2.40 випливає, що M — це відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку $\boldsymbol{p}$, і ми завершили доведення. Тому припустимо, що $\boldsymbol{p}' = M(\boldsymbol{p}) \neq \boldsymbol{p}$. Нехай $\boldsymbol{q}$ — середина відрізка $[\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p}']$, а S — відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку $\boldsymbol{q}$. Очевидно, що значення відображень S і M збігаються в початку координат і в точці $\boldsymbol{p}$. За наслідком 2.2.50, S і M — це одне й те саме відображення. ■

Наслідок 2.2.39

Кожен рух площини зображається з паралельного перенесення, обертання, та/або, можливо, відбиття.

Теорема 2.2.40

Рух M площини, який має дві різні точки A та B площини нерухомими, є або тотожним відображенням, або відбиттям стосовно прямої L, яка визначається точками A та B.

Наслідок 2.2.50

Два рухи, які зберігають орієнтацію площини й узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Підсумок щодо рухів на площині

Далі ми хотіли б дати більш повну геометричну характеристику рухів, ніж наведена в наслідку 2.2.39.

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Доведення. Нехай $\boldsymbol{p}$ — ненульова точка площини. Якщо $\boldsymbol{p}$ — нерухома точка відображення M, то з теореми 2.2.40 випливає, що M — це відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку $\boldsymbol{p}$, і ми завершили доведення. Тому припустимо, що $\boldsymbol{p}' = M(\boldsymbol{p}) \neq \boldsymbol{p}$. Нехай $\boldsymbol{q}$ — середина відрізка $[\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p}']$, а S — відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку $\boldsymbol{q}$. Очевидно, що значення відображень S і M збігаються в початку координат і в точці $\boldsymbol{p}$. За наслідком 2.2.50, S і M — це одне й те саме відображення. ■

Наслідок 2.2.39

Кожен рух площини зображається з паралельного перенесення, обертання, та/або, можливо, відбиття.

Теорема 2.2.40

Рух M площини, який має дві різні точки $\boldsymbol{A}$ та $\boldsymbol{B}$ площини нерухомими, є або тотожним відображенням, або відбиттям стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається точками $\boldsymbol{A}$ та $\boldsymbol{B}$.

Наслідок 2.2.50

Два рухи, які зберігають орієнтацію площини й узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Підсумок щодо рухів на площині

Далі ми хотіли б дати більш повну геометричну характеристику рухів, ніж наведена в наслідку 2.2.39.

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Доведення. Нехай $\boldsymbol{p}$ — ненульова точка площини. Якщо $\boldsymbol{p}$ — нерухома точка відображення M, то з теореми 2.2.40 випливає, що M — це відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку $\boldsymbol{p}$, і ми завершили доведення. Тому припустимо, що $\boldsymbol{p}' = M(\boldsymbol{p}) \neq \boldsymbol{p}$. Нехай $\boldsymbol{q}$ — середина відрізка $[\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p}']$, а S — відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку $\boldsymbol{q}$. Очевидно, що значення відображень S і M збігаються в початку координат і в точці $\boldsymbol{p}$. За наслідком 2.2.50, S і M — це одне й те саме відображення. ∎

Наслідок 2.2.39

Кожен рух площини зображається з паралельного перенесення, обертання, та/або, можливо, відбиття.

Теорема 2.2.40

Рух M площини, який має дві різні точки $\boldsymbol{A}$ та $\boldsymbol{B}$ площини нерухомими, є або тотожним відображенням, або відбиттям стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається точками $\boldsymbol{A}$ та $\boldsymbol{B}$.

Наслідок 2.2.50

Два рухи, які зберігають орієнтацію площини й узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Підсумок щодо рухів на площині

Далі ми хотіли б дати більш повну геометричну характеристику рухів, ніж наведена в наслідку 2.2.39.

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Доведення. Нехай $\boldsymbol{p}$ — ненульова точка площини. Якщо $\boldsymbol{p}$ — нерухома точка відображення M, то з теореми 2.2.40 випливає, що M — це відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку $\boldsymbol{p}$, і ми завершили доведення. Тому припустимо, що $\boldsymbol{p}' = M(\boldsymbol{p}) \neq \boldsymbol{p}$. Нехай $\boldsymbol{q}$ — середина відрізка $[\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p}']$, а S — відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку $\boldsymbol{q}$. Очевидно, що значення відображень S і M збігаються в початку координат і в точці $\boldsymbol{p}$. За наслідком 2.2.50, S і M — це одне й те саме відображення. ■

Наслідок 2.2.39

Кожен рух площини зображається з паралельного перенесення, обертання, та/або, можливо, відбиття.

Теорема 2.2.40

Рух M площини, який має дві різні точки $\boldsymbol{A}$ та $\boldsymbol{B}$ площини нерухомими, є або тотожним відображенням, або відбиттям стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається точками $\boldsymbol{A}$ та $\boldsymbol{B}$.

Наслідок 2.2.50

Два рухи, які зберігають орієнтацію площини й узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Далі ми хотіли б дати більш повну геометричну характеристику рухів, ніж наведена в наслідку 2.2.39.

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Доведення. Нехай $\boldsymbol{p}$ — ненульова точка площини. Якщо $\boldsymbol{p}$ — нерухома точка відображення M, то з теореми 2.2.40 випливає, що M — це відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку $\boldsymbol{p}$, і ми завершили доведення. Тому припустимо, що $\boldsymbol{p}' = M(\boldsymbol{p}) \neq \boldsymbol{p}$. Нехай $\boldsymbol{q}$ — середина відрізка $[\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p}']$, а S — відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку $\boldsymbol{q}$. Очевидно, що значення відображень S і M збігаються в початку координат і в точці $\boldsymbol{p}$. За наслідком 2.2.50, S і M — це одне й те саме відображення. ∎

Наслідок 2.2.39

Кожен рух площини зображається з паралельного перенесення, обертання, та/або, можливо, відбиття.

Теорема 2.2.40

Рух M площини, який має дві різні точки $\boldsymbol{A}$ та $\boldsymbol{B}$ площини нерухомими, є або тотожним відображенням, або відбиттям стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається точками $\boldsymbol{A}$ та $\boldsymbol{B}$.

Наслідок 2.2.50

Два рухи, які зберігають орієнтацію площини й узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Підсумок щодо рухів на площині

Далі ми хотіли б дати більш повну геометричну характеристику рухів, ніж наведена в наслідку 2.2.39.

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Доведення. Нехай $\boldsymbol{p}$ — ненульова точка площини. Якщо $\boldsymbol{p}$ — нерухома точка відображення M, то з теореми 2.2.40 випливає, що M — це відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку $\boldsymbol{p}$, і ми завершили доведення. Тому припустимо, що $\boldsymbol{p}' = M(\boldsymbol{p}) \neq \boldsymbol{p}$. Нехай $\boldsymbol{q}$ — середина відрізка $[\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p}']$, а S — відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку $\boldsymbol{q}$. Очевидно, що значення відображень S і M збігаються в початку координат і в точці $\boldsymbol{p}$. За наслідком 2.2.50, S і M — це одне й те саме відображення. ∎

Наслідок 2.2.39

Кожен рух площини зображається з паралельного перенесення, обертання, та/або, можливо, відбиття.

Теорема 2.2.40

Рух M площини, який має дві різні точки $\boldsymbol{A}$ та $\boldsymbol{B}$ площини нерухомими, є або тотожним відображенням, або відбиттям стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається точками $\boldsymbol{A}$ та $\boldsymbol{B}$.

Наслідок 2.2.50

Два рухи, які зберігають орієнтацію площини й узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Підсумок щодо рухів на площині

Далі ми хотіли б дати більш повну геометричну характеристику рухів, ніж наведена в наслідку 2.2.39.

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Доведення. Нехай $\boldsymbol{p}$ — ненульова точка площини. Якщо $\boldsymbol{p}$ — нерухома точка відображення M, то з теореми 2.2.40 випливає, що M — це відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку $\boldsymbol{p}$, і ми завершили доведення. Тому припустимо, що $\boldsymbol{p}' = M(\boldsymbol{p}) \neq \boldsymbol{p}$. Нехай $\boldsymbol{q}$ — середина відрізка $[\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p}']$, а S — відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку $\boldsymbol{q}$. Очевидно, що значення відображень S і M збігаються в початку координат і в точці $\boldsymbol{p}$. За наслідком 2.2.50, S і M — це одне й те саме відображення. ∎

Наслідок 2.2.39

Кожен рух площини зображається з паралельного перенесення, обертання, та/або, можливо, відбиття.

Теорема 2.2.40

Рух M площини, який має дві різні точки $\boldsymbol{A}$ та $\boldsymbol{B}$ площини нерухомими, є або тотожним відображенням, або відбиттям стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається точками $\boldsymbol{A}$ та $\boldsymbol{B}$.

Наслідок 2.2.50

Два рухи, які зберігають орієнтацію площини й узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Підсумок щодо рухів на площині

Далі ми хотіли б дати більш повну геометричну характеристику рухів, ніж наведена в наслідку 2.2.39.

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Доведення. Нехай $\boldsymbol{p}$ — ненульова точка площини. Якщо $\boldsymbol{p}$ — нерухома точка відображення M, то з теореми 2.2.40 випливає, що M — це відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку $\boldsymbol{p}$, і ми завершили доведення. Тому припустимо, що $\boldsymbol{p}' = M(\boldsymbol{p}) \neq \boldsymbol{p}$. Нехай $\boldsymbol{q}$ — середина відрізка $[\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p}']$, а S — відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку $\boldsymbol{q}$. Очевидно, що значення відображень S і M збігаються в початку координат і в точці $\boldsymbol{p}$. За наслідком 2.2.50, S і M — це одне й те саме відображення. ∎

Наслідок 2.2.39

Кожен рух площини зображається з паралельного перенесення, обертання, та/або, можливо, відбиття.

Теорема 2.2.40

Рух M площини, який має дві різні точки $\boldsymbol{A}$ та $\boldsymbol{B}$ площини нерухомими, є або тотожним відображенням, або відбиттям стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається точками $\boldsymbol{A}$ та $\boldsymbol{B}$.

Наслідок 2.2.50

Два рухи, які зберігають орієнтацію площини й узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Підсумок щодо рухів на площині

Далі ми хотіли б дати більш повну геометричну характеристику рухів, ніж наведена в наслідку 2.2.39.

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Доведення. Нехай $\boldsymbol{p}$ — ненульова точка площини. Якщо $\boldsymbol{p}$ — нерухома точка відображення M, то з теореми 2.2.40 випливає, що M — це відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку $\boldsymbol{p}$, і ми завершили доведення. Тому припустимо, що $\boldsymbol{p}' = M(\boldsymbol{p}) \neq \boldsymbol{p}$. Нехай $\boldsymbol{q}$ — середина відрізка $[\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p}']$, а S — відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку $\boldsymbol{q}$. Очевидно, що значення відображень S і M збігаються в початку координат і в точці $\boldsymbol{p}$. За наслідком 2.2.50, S і M — це одне й те саме відображення. ∎

Наслідок 2.2.39

Кожен рух площини зображається з паралельного перенесення, обертання, та/або, можливо, відбиття.

Теорема 2.2.40

Рух M площини, який має дві різні точки $\boldsymbol{A}$ та $\boldsymbol{B}$ площини нерухомими, є або тотожним відображенням, або відбиттям стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається точками $\boldsymbol{A}$ та $\boldsymbol{B}$.

Наслідок 2.2.50

Два рухи, які зберігають орієнтацію площини й узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Підсумок щодо рухів на площині

Далі ми хотіли б дати більш повну геометричну характеристику рухів, ніж наведена в наслідку 2.2.39.

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Доведення. Нехай $\boldsymbol{p}$ — ненульова точка площини. Якщо $\boldsymbol{p}$ — нерухома точка відображення M, то з теореми 2.2.40 випливає, що M — це відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку $\boldsymbol{p}$, і ми завершили доведення. Тому припустимо, що $\boldsymbol{p}' = M(\boldsymbol{p}) \neq \boldsymbol{p}$. Нехай $\boldsymbol{q}$ — середина відрізка $[\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p}']$, а S — відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку $\boldsymbol{q}$. Очевидно, що значення відображень S і M збігаються в початку координат і в точці $\boldsymbol{p}$. За наслідком 2.2.50, S і M — це одне й те саме відображення. ∎

Наслідок 2.2.39

Кожен рух площини зображається з паралельного перенесення, обертання, та/або, можливо, відбиття.

Теорема 2.2.40

Рух M площини, який має дві різні точки $\boldsymbol{A}$ та $\boldsymbol{B}$ площини нерухомими, є або тотожним відображенням, або відбиттям стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається точками $\boldsymbol{A}$ та $\boldsymbol{B}$.

Наслідок 2.2.50

Два рухи, які зберігають орієнтацію площини й узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Підсумок щодо рухів на площині

Далі ми хотіли б дати більш повну геометричну характеристику рухів, ніж наведена в наслідку 2.2.39.

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Доведення. Нехай $\boldsymbol{p}$ — ненульова точка площини. Якщо $\boldsymbol{p}$ — нерухома точка відображення M, то з теореми 2.2.40 випливає, що M — це відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку $\boldsymbol{p}$, і ми завершили доведення. Тому припустимо, що $\boldsymbol{p}' = M(\boldsymbol{p}) \neq \boldsymbol{p}$. Нехай $\boldsymbol{q}$ — середина відрізка $[\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p}']$, а S — відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку $\boldsymbol{q}$. Очевидно, що значення відображень S і M збігаються в початку координат і в точці $\boldsymbol{p}$. За наслідком 2.2.50, S і M — це одне й те саме відображення. ■

Наслідок 2.2.39

Кожен рух площини зображається з паралельного перенесення, обертання, та/або, можливо, відбиття.

Теорема 2.2.40

Рух M площини, який має дві різні точки $\boldsymbol{A}$ та $\boldsymbol{B}$ площини нерухомими, є або тотожним відображенням, або відбиттям стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається точками $\boldsymbol{A}$ та $\boldsymbol{B}$.

Наслідок 2.2.50

Два рухи, які зберігають орієнтацію площини й узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Підсумок щодо рухів на площині

Далі ми хотіли б дати більш повну геометричну характеристику рухів, ніж наведена в наслідку 2.2.39.

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Доведення. Нехай $\boldsymbol{p}$ — ненульова точка площини. Якщо $\boldsymbol{p}$ — нерухома точка відображення M, то з теореми 2.2.40 випливає, що M — це відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку $\boldsymbol{p}$, і ми завершили доведення. Тому припустимо, що $\boldsymbol{p}' = M(\boldsymbol{p}) \neq \boldsymbol{p}$. Нехай $\boldsymbol{q}$ — середина відрізка $[\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p}']$, а S — відбиття стосовно прямої, яка проходить через початок координат і точку $\boldsymbol{q}$. Очевидно, що значення відображень S і M збігаються в початку координат і в точці $\boldsymbol{p}$. За наслідком 2.2.50, S і M — це одне й те саме відображення. ■

Наслідок 2.2.39

Кожен рух площини зображається з паралельного перенесення, обертання, та/або, можливо, відбиття.

Теорема 2.2.40

Рух M площини, який має дві різні точки $\boldsymbol{A}$ та $\boldsymbol{B}$ площини нерухомими, є або тотожним відображенням, або відбиттям стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається точками $\boldsymbol{A}$ та $\boldsymbol{B}$.

Наслідок 2.2.50

Два рухи, які зберігають орієнтацію площини й узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Підсумок щодо рухів на площині

Означення 2.2.55

Відбиття ковзання, чи *ковзне відбиття*, — це композиція відбиття стосовно прямої L, за яким слідує паралельне перенесення з ненульовим вектором паралельного перенесення, яке паралельне прямій L (див. рис.).

Означення 2.2.55

Відбиття ковзання, чи *ковзне відбиття*, — це композиція відбиття стосовно прямої L, за яким слідує паралельне перенесення з ненульовим вектором паралельного перенесення, яке паралельне прямій L (див. рис.).

Означення 2.2.55

Відбиття ковзання, чи *ковзне відбиття*, — це композиція відбиття стосовно прямої L, за яким слідує паралельне перенесення з ненульовим вектором паралельного перенесення, яке паралельне прямій L (див. рис.).

Підсумок щодо рухів на площині

Означення 2.2.55

Відбиття ковзання, чи *ковзне відбиття*, — це композиція відбиття стосовно прямої L, за яким слідує паралельне перенесення з ненульовим вектором паралельного перенесення, яке паралельне прямій L (див. рис.).

Означення 2.2.55

Відбиття ковзання, чи *ковзне відбиття*, — це композиція відбиття стосовно прямої L, за яким слідує паралельне перенесення з ненульовим вектором паралельного перенесення, яке паралельне прямій L (див. рис.).

Підсумок щодо рухів на площині

Означення 2.2.55

Відбиття ковзання, чи *ковзне відбиття*, — це композиція відбиття стосовно прямої L, за яким слідує паралельне перенесення з ненульовим вектором паралельного перенесення, яке паралельне прямій L (див. рис.).

Означення 2.2.55

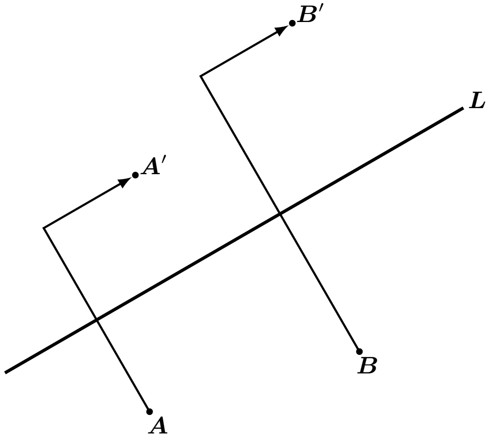
Відбиття ковзання, чи *ковзне відбиття*, — це композиція відбиття стосовно прямої L, за яким слідує паралельне перенесення з ненульовим вектором паралельного перенесення, яке паралельне прямій L (див. рис.).

Означення 2.2.55

Відбиття ковзання, чи *ковзне відбиття*, — це композиція відбиття стосовно прямої L, за яким слідує паралельне перенесення з ненульовим вектором паралельного перенесення, яке паралельне прямій L (див. рис.).

Означення 2.2.55

Відбиття ковзання, чи *ковзне відбиття*, — це композиція відбиття стосовно прямої L, за яким слідує паралельне перенесення з ненульовим вектором паралельного перенесення, яке паралельне прямій L (див. рис.).



Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо початок координат є нерухомою точкою руху M, то твердження теореми випливає з леми 2.2.54. Припустимо, що точка $M(\mathbf{0}) = \boldsymbol{p}$ відрізняється від початку координат і нехай T — паралельне перенесення, яке відображає початок координат у точку $\boldsymbol{p}$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді M' — рух, який розвертає орієнтацію та початок координат є його нерухомою точкою. Отже, за лемою 2.2.54, M' є відбиттям. Оскільки $M = TM'$, то рух M є відбиттям ковзання. ∎

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо початок координат є нерухомою точкою руху M, то твердження теореми випливає з леми 2.2.54. Припустимо, що точка $M(\mathbf{0}) = \boldsymbol{p}$ відрізняється від початку координат і нехай T — паралельне перенесення, яке відображає початок координат у точку $\boldsymbol{p}$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді M' — рух, який розвертає орієнтацію та початок координат є його нерухомою точкою. Отже, за лемою 2.2.54, M' є відбиттям. Оскільки $M = TM'$, то рух M є відбиттям ковзання. ∎

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо початок координат є нерухомою точкою руху M, то твердження теореми випливає з леми 2.2.54. Припустимо, що точка $M(\mathbf{0}) = \boldsymbol{p}$ відрізняється від початку координат і нехай T — паралельне перенесення, яке відображає початок координат у точку $\boldsymbol{p}$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді M' — рух, який розвертає орієнтацію та початок координат є його нерухомою точкою. Отже, за лемою 2.2.54, M' є відбиттям. Оскільки $M = TM'$, то рух M є відбиттям ковзання. ■

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо початок координат є нерухомою точкою руху M, то твердження теореми випливає з леми 2.2.54. Припустимо, що точка $M(\mathbf{0}) = \boldsymbol{p}$ відрізняється від початку координат і нехай T — паралельне перенесення, яке відображає початок координат у точку $\boldsymbol{p}$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді M' — рух, який розвертає орієнтацію та початок координат є його нерухомою точкою. Отже, за лемою 2.2.54, M' є відбиттям. Оскільки $M = TM'$, то рух M є відбиттям ковзання. ∎

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо початок координат є нерухомою точкою руху M, то твердження теореми випливає з леми 2.2.54. Припустимо, що точка $M(\mathbf{0}) = \boldsymbol{p}$ відрізняється від початку координат і нехай T — паралельне перенесення, яке відображає початок координат у точку $\boldsymbol{p}$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді M' — рух, який розвертає орієнтацію та початок координат є його нерухомою точкою. Отже, за лемою 2.2.54, M' є відбиттям. Оскільки $M = TM'$, то рух M є відбиттям ковзання. ∎

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо початок координат є нерухомою точкою руху M, то твердження теореми випливає з леми 2.2.54. Припустимо, що точка $M(\mathbf{0}) = \boldsymbol{p}$ відрізняється від початку координат і нехай T — паралельне перенесення, яке відображає початок координат у точку $\boldsymbol{p}$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді M' — рух, який розвертає орієнтацію та початок координат є його нерухомою точкою. Отже, за лемою 2.2.54, M' є відбиттям. Оскільки $M = TM'$, то рух M є відбиттям ковзання. ■

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо початок координат є нерухомою точкою руху M, то твердження теореми випливає з леми 2.2.54. Припустимо, що точка $M(\mathbf{0}) = \boldsymbol{p}$ відрізняється від початку координат і нехай T — паралельне перенесення, яке відображає початок координат у точку $\boldsymbol{p}$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді M' — рух, який розвертає орієнтацію та початок координат є його нерухомою точкою. Отже, за лемою 2.2.54, M' є відбиттям. Оскільки $M = TM'$, то рух M є відбиттям ковзання. ■

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо початок координат є нерухомою точкою руху M, то твердження теореми випливає з леми 2.2.54. Припустимо, що точка $M(\mathbf{0}) = \boldsymbol{p}$ відрізняється від початку координат і нехай T — паралельне перенесення, яке відображає початок координат у точку $\boldsymbol{p}$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді M' — рух, який розвертає орієнтацію та початок координат є його нерухомою точкою. Отже, за лемою 2.2.54, M' є відбиттям. Оскільки $M = TM'$, то рух M є відбиттям ковзання. ■

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо початок координат є нерухомою точкою руху M, то твердження теореми випливає з леми 2.2.54. Припустимо, що точка $M(\mathbf{0}) = \boldsymbol{p}$ відрізняється від початку координат і нехай T — паралельне перенесення, яке відображає початок координат у точку $\boldsymbol{p}$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді M' — рух, який розвертає орієнтацію та початок координат є його нерухомою точкою. Отже, за лемою 2.2.54, M' є відбиттям. Оскільки $M = TM'$, то рух M є відбиттям ковзання. ∎

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо початок координат є нерухомою точкою руху M, то твердження теореми випливає з леми 2.2.54. Припустимо, що точка $M(\mathbf{0}) = \boldsymbol{p}$ відрізняється від початку координат і нехай T — паралельне перенесення, яке відображає початок координат у точку $\boldsymbol{p}$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді M' — рух, який розвертає орієнтацію та початок координат є його нерухомою точкою. Отже, за лемою 2.2.54, M' є відбиттям. Оскільки $M = TM'$, то рух M є відбиттям ковзання. ∎

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо початок координат є нерухомою точкою руху M, то твердження теореми випливає з леми 2.2.54. Припустимо, що точка $M(\mathbf{0}) = \boldsymbol{p}$ відрізняється від початку координат і нехай T — паралельне перенесення, яке відображає початок координат у точку $\boldsymbol{p}$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді M' — рух, який розвертає орієнтацію та початок координат є його нерухомою точкою. Отже, за лемою 2.2.54, M' є відбиттям. Оскільки $M = TM'$, то рух M є відбиттям ковзання. ∎

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо початок координат є нерухомою точкою руху M, то твердження теореми випливає з леми 2.2.54. Припустимо, що точка $M(\mathbf{0}) = \boldsymbol{p}$ відрізняється від початку координат і нехай T — паралельне перенесення, яке відображає початок координат у точку $\boldsymbol{p}$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді M' — рух, який розвертає орієнтацію та початок координат є його нерухомою точкою. Отже, за лемою 2.2.54, M' є відбиттям. Оскільки $M = TM'$, то рух M є відбиттям ковзання. ∎

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо початок координат є нерухомою точкою руху M, то твердження теореми випливає з леми 2.2.54. Припустимо, що точка $M(\mathbf{0}) = \boldsymbol{p}$ відрізняється від початку координат і нехай T — паралельне перенесення, яке відображає початок координат у точку $\boldsymbol{p}$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді M' — рух, який розвертає орієнтацію та початок координат є його нерухомою точкою. Отже, за лемою 2.2.54, M' є відбиттям. Оскільки $M = TM'$, то рух M є відбиттям ковзання. ∎

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо початок координат є нерухомою точкою руху M, то твердження теореми випливає з леми 2.2.54. Припустимо, що точка $M(\mathbf{0}) = \boldsymbol{p}$ відрізняється від початку координат і нехай T — паралельне перенесення, яке відображає початок координат у точку $\boldsymbol{p}$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді M' — рух, який розвертає орієнтацію та початок координат є його нерухомою точкою. Отже, за лемою 2.2.54, M' є відбиттям. Оскільки $M = TM'$, то рух M є відбиттям ковзання. ∎

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо початок координат є нерухомою точкою руху M, то твердження теореми випливає з леми 2.2.54. Припустимо, що точка $M(\mathbf{0}) = \boldsymbol{p}$ відрізняється від початку координат і нехай T — паралельне перенесення, яке відображає початок координат у точку $\boldsymbol{p}$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді M' — рух, який розвертає орієнтацію та початок координат є його нерухомою точкою. Отже, за лемою 2.2.54, M' є відбиттям. Оскільки $M = TM'$, то рух M є відбиттям ковзання. ■

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо початок координат є нерухомою точкою руху M, то твердження теореми випливає з леми 2.2.54. Припустимо, що точка $M(\mathbf{0}) = \boldsymbol{p}$ відрізняється від початку координат і нехай T — паралельне перенесення, яке відображає початок координат у точку $\boldsymbol{p}$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді M' — рух, який розвертає орієнтацію та початок координат є його нерухомою точкою. Отже, за лемою 2.2.54, M' є відбиттям. Оскільки $M = TM'$, то рух M є відбиттям ковзання. ∎

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо початок координат є нерухомою точкою руху M, то твердження теореми випливає з леми 2.2.54. Припустимо, що точка $M(\mathbf{0}) = \boldsymbol{p}$ відрізняється від початку координат і нехай T — паралельне перенесення, яке відображає початок координат у точку $\boldsymbol{p}$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді M' — рух, який розвертає орієнтацію та початок координат є його нерухомою точкою. Отже, за лемою 2.2.54, M' є відбиттям. Оскільки $M = TM'$, то рух M є відбиттям ковзання. ∎

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо початок координат є нерухомою точкою руху M, то твердження теореми випливає з леми 2.2.54. Припустимо, що точка $M(\mathbf{0}) = \boldsymbol{p}$ відрізняється від початку координат і нехай T — паралельне перенесення, яке відображає початок координат у точку $\boldsymbol{p}$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді M' — рух, який розвертає орієнтацію та початок координат є його нерухомою точкою. Отже, за лемою 2.2.54, M' є відбиттям. Оскільки $M = TM'$, то рух M є відбиттям ковзання. ∎

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо початок координат є нерухомою точкою руху M, то твердження теореми випливає з леми 2.2.54. Припустимо, що точка $M(\mathbf{0}) = \boldsymbol{p}$ відрізняється від початку координат і нехай T — паралельне перенесення, яке відображає початок координат у точку $\boldsymbol{p}$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді M' — рух, який розвертає орієнтацію та початок координат є його нерухомою точкою. Отже, за лемою 2.2.54, M' є відбиттям. Оскільки $M = TM'$, то рух M є відбиттям ковзання. ■

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо початок координат є нерухомою точкою руху M, то твердження теореми випливає з леми 2.2.54. Припустимо, що точка $M(\mathbf{0}) = \boldsymbol{p}$ відрізняється від початку координат і нехай T — паралельне перенесення, яке відображає початок координат у точку $\boldsymbol{p}$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді M' — рух, який розвертає орієнтацію та початок координат є його нерухомою точкою. Отже, за лемою 2.2.54, M' є відбиттям. Оскільки $M = TM'$, то рух M є відбиттям ковзання. ■

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо початок координат є нерухомою точкою руху M, то твердження теореми випливає з леми 2.2.54. Припустимо, що точка $M(\mathbf{0}) = \boldsymbol{p}$ відрізняється від початку координат і нехай T — паралельне перенесення, яке відображає початок координат у точку $\boldsymbol{p}$. Нехай $M' = T^{-1}M$. Тоді M' — рух, який розвертає орієнтацію та початок координат є його нерухомою точкою. Отже, за лемою 2.2.54, M' є відбиттям. Оскільки $M = TM'$, то рух M є відбиттям ковзання. ∎

Лема 2.2.54

Кожен рух M площини, який змінює орієнтацію та для якого початок координат є нерухомою точкою — це відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.57

Кожен рух M площини є або паралельним перенесенням, або обертанням, або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо M — жорсткий рух, то M є паралельним перенесенням або обертанням за теоремою 2.2.42. Якщо M не є жорстким рухом, тобто, якщо M розвертає орієнтацію, то рух M є відбиттям, або відбиттям ковзання за теоремою 2.2.56. ∎

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.57

Кожен рух M площини є або паралельним перенесенням, або обертанням, або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо M — жорсткий рух, то M є паралельним перенесенням або обертанням за теоремою 2.2.42. Якщо M не є жорстким рухом, тобто, якщо M розвертає орієнтацію, то рух M є відбиттям, або відбиттям ковзання за теоремою 2.2.56. ∎

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.57

Кожен рух M площини є або паралельним перенесенням, або обертанням, або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо M — жорсткий рух, то M є паралельним перенесенням або обертанням за теоремою 2.2.42. Якщо M не є жорстким рухом, тобто, якщо M розвертає орієнтацію, то рух M є відбиттям, або відбиттям ковзання за теоремою 2.2.56. ∎

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.57

Кожен рух M площини є або паралельним перенесенням, або обертанням, або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо M — жорсткий рух, то M є паралельним перенесенням або обертанням за теоремою 2.2.42. Якщо M не є жорстким рухом, тобто, якщо M розвертає орієнтацію, то рух M є відбиттям, або відбиттям ковзання за теоремою 2.2.56. ∎

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.57

Кожен рух M площини є або паралельним перенесенням, або обертанням, або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо M — жорсткий рух, то M є паралельним перенесенням або обертанням за теоремою 2.2.42. Якщо M не є жорстким рухом, тобто, якщо M розвертає орієнтацію, то рух M є відбиттям, або відбиттям ковзання за теоремою 2.2.56. ∎

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.57

Кожен рух M площини є або паралельним перенесенням, або обертанням, або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо M — жорсткий рух, то M є паралельним перенесенням або обертанням за теоремою 2.2.42. Якщо M не є жорстким рухом, тобто, якщо M розвертає орієнтацію, то рух M є відбиттям, або відбиттям ковзання за теоремою 2.2.56. ∎

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Теорема 2.2.57

Кожен рух M площини є або паралельним перенесенням, або обертанням, або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо M — жорсткий рух, то M є паралельним перенесенням або обертанням за теоремою 2.2.42. Якщо M не є жорстким рухом, тобто, якщо M розвертає орієнтацію, то рух M є відбиттям, або відбиттям ковзання за теоремою 2.2.56. ∎

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.57

Кожен рух M площини є або паралельним перенесенням, або обертанням, або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо M — жорсткий рух, то M є паралельним перенесенням або обертанням за теоремою 2.2.42. Якщо M не є жорстким рухом, тобто, якщо M розвертає орієнтацію, то рух M є відбиттям, або відбиттям ковзання за теоремою 2.2.56. ∎

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.57

Кожен рух M площини є або паралельним перенесенням, або обертанням, або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо M — жорсткий рух, то M є паралельним перенесенням або обертанням за теоремою 2.2.42. Якщо M не є жорстким рухом, тобто, якщо M розвертає орієнтацію, то рух M є відбиттям, або відбиттям ковзання за теоремою 2.2.56. ∎

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.57

Кожен рух M площини є або паралельним перенесенням, або обертанням, або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо M — жорсткий рух, то M є паралельним перенесенням або обертанням за теоремою 2.2.42. Якщо M не є жорстким рухом, тобто, якщо M розвертає орієнтацію, то рух M є відбиттям, або відбиттям ковзання за теоремою 2.2.56. ∎

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.57

Кожен рух M площини є або паралельним перенесенням, або обертанням, або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо M — жорсткий рух, то M є паралельним перенесенням або обертанням за теоремою 2.2.42. Якщо M не є жорстким рухом, тобто, якщо M розвертає орієнтацію, то рух M є відбиттям, або відбиттям ковзання за теоремою 2.2.56. ∎

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.57

Кожен рух M площини є або паралельним перенесенням, або обертанням, або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо M — жорсткий рух, то M є паралельним перенесенням або обертанням за теоремою 2.2.42. Якщо M не є жорстким рухом, тобто, якщо M розвертає орієнтацію, то рух M є відбиттям, або відбиттям ковзання за теоремою 2.2.56. ∎

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.57

Кожен рух M площини є або паралельним перенесенням, або обертанням, або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо M — жорсткий рух, то M є паралельним перенесенням або обертанням за теоремою 2.2.42. Якщо M не є жорстким рухом, тобто, якщо M розвертає орієнтацію, то рух M є відбиттям, або відбиттям ковзання за теоремою 2.2.56. ∎

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.57

Кожен рух M площини є або паралельним перенесенням, або обертанням, або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо M — жорсткий рух, то M є паралельним перенесенням або обертанням за теоремою 2.2.42. Якщо M не є жорстким рухом, тобто, якщо M розвертає орієнтацію, то рух M є відбиттям, або відбиттям ковзання за теоремою 2.2.56. ∎

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.57

Кожен рух M площини є або паралельним перенесенням, або обертанням, або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо M — жорсткий рух, то M є паралельним перенесенням або обертанням за теоремою 2.2.42. Якщо M не є жорстким рухом, тобто, якщо M розвертає орієнтацію, то рух M є відбиттям, або відбиттям ковзання за теоремою 2.2.56. ∎

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Теорема 2.2.57

Кожен рух M площини є або паралельним перенесенням, або обертанням, або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо M — жорсткий рух, то M є паралельним перенесенням або обертанням за теоремою 2.2.42. Якщо M не є жорстким рухом, тобто, якщо M розвертає орієнтацію, то рух M є відбиттям, або відбиттям ковзання за теоремою 2.2.56. □

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.57

Кожен рух M площини є або паралельним перенесенням, або обертанням, або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо M — жорсткий рух, то M є паралельним перенесенням або обертанням за теоремою 2.2.42. Якщо M не є жорстким рухом, тобто, якщо M розвертає орієнтацію, то рух M є відбиттям, або відбиттям ковзання за теоремою 2.2.56. ∎

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Підсумок щодо рухів на площині

Теорема 2.2.57

Кожен рух M площини є або паралельним перенесенням, або обертанням, або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Доведення. Якщо M — жорсткий рух, то M є паралельним перенесенням або обертанням за теоремою 2.2.42. Якщо M не є жорстким рухом, тобто, якщо M розвертає орієнтацію, то рух M є відбиттям, або відбиттям ковзання за теоремою 2.2.56. ■

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Теорема 2.2.56

Кожен рух M площини, що розвертає орієнтацію, є або відбиттям, або відбиттям ковзання.

Підсумок щодо рухів на площині

І, нарешті, останнє слово про те, чому термін “конгруентне перетворення” іноді використовується замість терміна “рух”. Слухач може пригадати поняття “конгруентні фігури” з його/її курсу евклідової геометрії в середній школі, у якому, швидше за все, ніколи не було дано насправді точного означення. Ну, ми можемо це зробити зараз.

Означення 2.2.58

Дві фігури називають *конгруентними* (*рівними*), якщо існує рух, який відображає одну фігуру в іншу.

Підсумок щодо рухів на площині

І, нарешті, останнє слово про те, чому термін “конгруентне перетворення” іноді використовується замість терміна “рух”. Слухач може пригадати поняття “конгруентні фігури” з його/її курсу евклідової геометрії в середній школі, у якому, швидше за все, ніколи не було дано насправді точного означення. Ну, ми можемо це зробити зараз.

Означення 2.2.58

Дві фігури називають *конгруентними* (*рівними*), якщо існує рух, який відображає одну фігуру в іншу.

Підсумок щодо рухів на площині

І, нарешті, останнє слово про те, чому термін "конгруентне перетворення" іноді використовується замість терміна "рух". Слухач може пригадати поняття "конгруентні фігури" з його/її курсу евклідової геометрії в середній школі, у якому, швидше за все, ніколи не було дано насправді точного означення. Ну, ми можемо це зробити зараз.

Означення 2.2.58

Дві фігури називають *конгруентними* (*рівними*), якщо існує рух, який відображає одну фігуру в іншу.

Підсумок щодо рухів на площині

І, нарешті, останнє слово про те, чому термін "конгруентне перетворення" іноді використовується замість терміна "рух". Слухач може пригадати поняття "конгруентні фігури" з його/її курсу евклідової геометрії в середній школі, у якому, швидше за все, ніколи не було дано насправді точного означення. Ну, ми можемо це зробити зараз.

Означення 2.2.58

Дві фігури називають *конгруентними* (*рівними*), якщо існує рух, який відображає одну фігуру в іншу.

Підсумок щодо рухів на площині

І, нарешті, останнє слово про те, чому термін "конгруентне перетворення" іноді використовується замість терміна "рух". Слухач може пригадати поняття "конгруентні фігури" з його/її курсу евклідової геометрії в середній школі, у якому, швидше за все, ніколи не було дано насправді точного означення. Ну, ми можемо це зробити зараз.

Означення 2.2.58

Дві фігури називають *конгруентними* (*рівними*), якщо існує рух, який відображає одну фігуру в іншу.

І, нарешті, останнє слово про те, чому термін “конгруентне перетворення” іноді використовується замість терміна “рух”. Слухач може пригадати поняття “конгруентні фігури” з його/її курсу евклідової геометрії в середній школі, у якому, швидше за все, ніколи не було дано насправді точного означення. Ну, ми можемо це зробити зараз.

Означення 2.2.58

Дві фігури називають *конгруентними* (*рівними*), якщо існує рух, який відображає одну фігуру в іншу.

Підсумок щодо рухів на площині

І, нарешті, останнє слово про те, чому термін "конгруентне перетворення" іноді використовується замість терміна "рух". Слухач може пригадати поняття "конгруентні фігури" з його/її курсу евклідової геометрії в середній школі, у якому, швидше за все, ніколи не було дано насправді точного означення. Ну, ми можемо це зробити зараз.

Означення 2.2.58

Дві фігури називають *конгруентними* (*рівними*), якщо існує рух, який відображає одну фігуру в іншу.

І, нарешті, останнє слово про те, чому термін "конгруентне перетворення" іноді використовується замість терміна "рух". Слухач може пригадати поняття "конгруентні фігури" з його/її курсу евклідової геометрії в середній школі, у якому, швидше за все, ніколи не було дано насправді точного означення. Ну, ми можемо це зробити зараз.

Означення 2.2.58

Дві фігури називають *конгруентними* (*рівними*), якщо існує рух, який відображає одну фігуру в іншу.

Підсумок щодо рухів на площині

І, нарешті, останнє слово про те, чому термін "конгруентне перетворення" іноді використовується замість терміна "рух". Слухач може пригадати поняття "конгруентні фігури" з його/її курсу евклідової геометрії в середній школі, у якому, швидше за все, ніколи не було дано насправді точного означення. Ну, ми можемо це зробити зараз.

Означення 2.2.58

Дві фігури називають *конгруентними* (*рівними*), якщо існує рух, який відображає одну фігуру в іншу.

Дякую за увагу!