Обчислювальна геометрія і алгебра

Олег Гутік

Лекція 34: Жорсткі рухи на площині

Лема 2.2.41

Кожне обертання R площини можна виразити у вигляді $R = R_0T_1 = T_2R_0$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T_1 та T_2 — паралельні перенесення. Навпаки, якщо R_0 — довільне обертання навколо початку координат на відмінний від нуля кут і T — паралельне перенесення площини, то обидві композиції R_0T і TR_0 є рухами.

Доведення. Припустимо, що $R = TR_0T^{-1}$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T — паралельне перенесення. За теоремою 2.2.29 ми можемо перемістити паралельне перенесення в будь-який бік стосовно обертання R_0, що доводить перше твердження леми. Друге твердження можна довести, показавши, що деякі рівняння мають єдині розв'язки. Наприклад, щоб довести, що TR_0 є обертанням, припускають, що це обертання навколо деякої точки (a, b), і намагаються розв'язати рівняння

$$(x-a)\cos\theta - (y-b)\sin\theta + a = x\cos\theta - y\sin\theta + c;$$
$$(x-a)\sin\theta + (y-b)\cos\theta + b = x\sin\theta + y\cos\theta + d$$

для a та b. Деталі доведення залишаємо читачеві як вправу. ∎

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1M_0 = M_0T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Лема 2.2.41

Кожне обертання R площини можна виразити у вигляді $R = R_0T_1 = T_2R_0$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T_1 та T_2 — паралельні перенесення. Навпаки, якщо R_0 — довільне обертання навколо початку координат на відмінний від нуля кут і T — паралельне перенесення площини, то обидві композиції R_0T і TR_0 є рухами.

Доведення. Припустимо, що $R = TR_0T^{-1}$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T — паралельне перенесення. За теоремою 2.2.29 ми можемо перемістити паралельне перенесення в будь-який бік стосовно обертання R_0, що доводить перше твердження леми. Друге твердження можна довести, показавши, що деякі рівняння мають єдині розв'язки. Наприклад, щоб довести, що TR_0 є обертанням, припускають, що це обертання навколо деякої точки (a, b), і намагаються розв'язати рівняння

$$(x - a)\cos\theta - (y - b)\sin\theta + a = x\cos\theta - y\sin\theta + c;$$

$$(x - a)\sin\theta + (y - b)\cos\theta + b = x\sin\theta + y\cos\theta + d$$

для a та b. Деталі доведення залишаємо читачеві як вправу. ∎

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1M_0 = M_0T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Лема 2.2.41

Кожне обертання R площини можна виразити у вигляді $R = R_0 T_1 = T_2 R_0$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T_1 та T_2 — паралельні перенесення. Навпаки, якщо R_0 — довільне обертання навколо початку координат на відмінний від нуля кут і T — паралельне перенесення площини, то обидві композиції $R_0 T$ і $T R_0$ є рухами.

Доведення. Припустимо, що $R = T R_0 T^{-1}$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T — паралельне перенесення. За теоремою 2.2.29 ми можемо перемістити паралельне перенесення в будь-який бік стосовно обертання R_0, що доводить перше твердження леми. Друге твердження можна довести, показавши, що деякі рівняння мають єдині розв'язки. Наприклад, щоб довести, що $T R_0$ є обертанням, припускають, що це обертання навколо деякої точки (a, b), і намагаються розв'язати рівняння

$$(x-a)\cos\theta - (y-b)\sin\theta + a = x\cos\theta - y\sin\theta + c;$$

$$(x-a)\sin\theta + (y-b)\cos\theta + b = x\sin\theta + y\cos\theta + d$$

для a та b. Деталі доведення залишаємо читачеві як вправу. ∎

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Лема 2.2.41

Кожне обертання R площини можна виразити у вигляді $R = R_0T_1 = T_2R_0$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T_1 та T_2 — паралельні перенесення. Навпаки, якщо R_0 — довільне обертання навколо початку координат на відмінний від нуля кут і T — паралельне перенесення площини, то обидві композиції R_0T і TR_0 є рухами.

Доведення. Припустимо, що $R = TR_0T^{-1}$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T — паралельне перенесення. За теоремою 2.2.29 ми можемо перемістити паралельне перенесення в будь-який бік стосовно обертання R_0, що доводить перше твердження леми. Друге твердження можна довести, показавши, що деякі рівняння мають єдині розв'язки. Наприклад, щоб довести, що TR_0 є обертанням, припускають, що це обертання навколо деякої точки (a, b), і намагаються розв'язати рівняння

$$(x-a)\cos\theta - (y-b)\sin\theta + a = x\cos\theta - y\sin\theta + c;$$

$$(x-a)\sin\theta + (y-b)\cos\theta + b = x\sin\theta + y\cos\theta + d$$

для a та b. Деталі доведення залишаємо читачеві як вправу. ∎

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1M_0 = M_0T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\vec{0}) = \vec{0}$.

Лема 2.2.41

Кожне обертання R площини можна виразити у вигляді $R = R_0 T_1 = T_2 R_0$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T_1 та T_2 — паралельні перенесення. Навпаки, якщо R_0 — довільне обертання навколо початку координат на відмінний від нуля кут і T — паралельне перенесення площини, то обидві композиції $R_0 T$ і $T R_0$ є рухами.

Доведення. Припустимо, що $R = T R_0 T^{-1}$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T — паралельне перенесення. За теоремою 2.2.29 ми можемо перемістити паралельне перенесення в будь-який бік стосовно обертання R_0, що доводить перше твердження леми. Друге твердження можна довести, показавши, що деякі рівняння мають єдині розв'язки. Наприклад, щоб довести, що TR_0 є обертанням, припускають, що це обертання навколо деякої точки (a, b), і намагаються розв'язати рівняння

$$(x-a)\cos\theta - (y-b)\sin\theta + a = x\cos\theta - y\sin\theta + c;$$
$$(x-a)\sin\theta + (y-b)\cos\theta + b = x\sin\theta + y\cos\theta + d$$

для a та b. Деталі доведення залишаємо читачеві як вправу. ∎

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Лема 2.2.41

Кожне обертання R площини можна виразити у вигляді $R = R_0 T_1 = T_2 R_0$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T_1 та T_2 — паралельні перенесення. Навпаки, якщо R_0 — довільне обертання навколо початку координат на відмінний від нуля кут і T — паралельне перенесення площини, то обидві композиції $R_0 T$ і $T R_0$ є рухами.

Доведення. Припустимо, що $R = T R_0 T^{-1}$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T — паралельне перенесення. За теоремою 2.2.29 ми можемо перемістити паралельне перенесення в будь-який бік стосовно обертання R_0, що доводить перше твердження леми. Друге твердження можна довести, показавши, що деякі рівняння мають єдині розв'язки. Наприклад, щоб довести, що $T R_0$ є обертанням, припускають, що це обертання навколо деякої точки (a, b), і намагаються розв'язати рівняння

$$(x - a)\cos\theta - (y - b)\sin\theta + a = x\cos\theta - y\sin\theta + c;$$

$$(x - a)\sin\theta + (y - b)\cos\theta + b = x\sin\theta + y\cos\theta + d$$

для a та b. Деталі доведення залишаємо читачеві як вправу. ∎

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Лема 2.2.41

Кожне обертання R площини можна виразити у вигляді $R = R_0 T_1 = T_2 R_0$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T_1 та T_2 — паралельні перенесення. Навпаки, якщо R_0 — довільне обертання навколо початку координат на відмінний від нуля кут і T — паралельне перенесення площини, то обидві композиції $R_0 T$ і $T R_0$ є рухами.

Доведення. Припустимо, що $R = T R_0 T^{-1}$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T — паралельне перенесення. За теоремою 2.2.29 ми можемо перемістити паралельне перенесення в будь-який бік стосовно обертання R_0, що доводить перше твердження леми. Друге твердження можна довести, показавши, що деякі рівняння мають єдині розв'язки. Наприклад, щоб довести, що $T R_0$ є обертанням, припускають, що це обертання навколо деякої точки (a, b), і намагаються розв'язати рівняння

$$(x - a)\cos\theta - (y - b)\sin\theta + a = x\cos\theta - y\sin\theta + c;$$

$$(x - a)\sin\theta + (y - b)\cos\theta + b = x\sin\theta + y\cos\theta + d$$

для a та b. Деталі доведення залишаємо читачеві як вправу. ∎

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Жорсткі рухи на площині

Лема 2.2.41

Кожне обертання R площини можна виразити у вигляді $R = R_0T_1 = T_2R_0$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T_1 та T_2 — паралельні перенесення. Навпаки, якщо R_0 — довільне обертання навколо початку координат на відмінний від нуля кут і T — паралельне перенесення площини, то обидві композиції R_0T і TR_0 є рухами.

Доведення. Припустимо, що $R = TR_0T^{-1}$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T — паралельне перенесення. За теоремою 2.2.29 ми можемо перемістити паралельне перенесення в будь-який бік стосовно обертання R_0, що доводить перше твердження леми. Друге твердження можна довести, показавши, що деякі рівняння мають єдині розв'язки. Наприклад, щоб довести, що TR_0 є обертанням, припускають, що це обертання навколо деякої точки (a, b), і намагаються розв'язати рівняння

$$(x-a)\cos\theta - (y-b)\sin\theta + a = x\cos\theta - y\sin\theta + c;$$

$$(x-a)\sin\theta + (y-b)\cos\theta + b = x\sin\theta + y\cos\theta + d$$

для a та b. Деталі доведення залишаємо читачеві як вправу. ∎

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1M_0 = M_0T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Лема 2.2.41

Кожне обертання R площини можна виразити у вигляді $R = R_0 T_1 = T_2 R_0$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T_1 та T_2 — паралельні перенесення. Навпаки, якщо R_0 — довільне обертання навколо початку координат на відмінний від нуля кут і T — паралельне перенесення площини, то обидві композиції $R_0 T$ і $T R_0$ є рухами.

Доведення. Припустимо, що $R = T R_0 T^{-1}$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T — паралельне перенесення. За теоремою 2.2.29 ми можемо перемістити паралельне перенесення в будь-який бік стосовно обертання R_0, що доводить перше твердження леми. Друге твердження можна довести, показавши, що деякі рівняння мають єдині розв'язки. Наприклад, щоб довести, що $T R_0$ є обертанням, припускають, що це обертання навколо деякої точки (a, b), і намагаються розв'язати рівняння

$$(x - a)\cos\theta - (y - b)\sin\theta + a = x\cos\theta - y\sin\theta + c;$$

$$(x - a)\sin\theta + (y - b)\cos\theta + b = x\sin\theta + y\cos\theta + d$$

для a та b. Деталі доведення залишаємо читачеві як вправу. ∎

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Лема 2.2.41

Кожне обертання R площини можна виразити у вигляді $R = R_0 T_1 = T_2 R_0$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T_1 та T_2 — паралельні перенесення. Навпаки, якщо R_0 — довільне обертання навколо початку координат на відмінний від нуля кут і T — паралельне перенесення площини, то обидві композиції $R_0 T$ і $T R_0$ є рухами.

Доведення. Припустимо, що $R = T R_0 T^{-1}$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T — паралельне перенесення. За теоремою 2.2.29 ми можемо перемістити паралельне перенесення в будь-який бік стосовно обертання R_0, що доводить перше твердження леми. Друге твердження можна довести, показавши, що деякі рівняння мають єдині розв'язки. Наприклад, щоб довести, що $T R_0$ є обертанням, припускають, що це обертання навколо деякої точки (a, b), і намагаються розв'язати рівняння

$$(x - a)\cos\theta - (y - b)\sin\theta + a = x\cos\theta - y\sin\theta + c;$$

$$(x - a)\sin\theta + (y - b)\cos\theta + b = x\sin\theta + y\cos\theta + d$$

для a та b. Деталі доведення залишаємо читачеві як вправу. ∎

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Лема 2.2.41

Кожне обертання R площини можна виразити у вигляді $R = R_0T_1 = T_2R_0$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T_1 та T_2 — паралельні перенесення. Навпаки, якщо R_0 — довільне обертання навколо початку координат на відмінний від нуля кут і T — паралельне перенесення площини, то обидві композиції R_0T і TR_0 є рухами.

Доведення. Припустимо, що $R = TR_0T^{-1}$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T — паралельне перенесення. За теоремою 2.2.29 ми можемо перемістити паралельне перенесення в будь-який бік стосовно обертання R_0, що доводить перше твердження леми. Друге твердження можна довести, показавши, що деякі рівняння мають єдині розв'язки. Наприклад, щоб довести, що TR_0 є обертанням, припускають, що це обертання навколо деякої точки (a, b), і намагаються розв'язати рівняння

$$(x - a)\cos\theta - (y - b)\sin\theta + a = x\cos\theta - y\sin\theta + c;$$

$$(x - a)\sin\theta + (y - b)\cos\theta + b = x\sin\theta + y\cos\theta + d$$

для a та b. Деталі доведення залишаємо читачеві як вправу. ∎

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1M_0 = M_0T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Лема 2.2.41

Кожне обертання R площини можна виразити у вигляді $R = R_0T_1 = T_2R_0$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T_1 та T_2 — паралельні перенесення. Навпаки, якщо R_0 — довільне обертання навколо початку координат на відмінний від нуля кут і T — паралельне перенесення площини, то обидві композиції R_0T і TR_0 є рухами.

Доведення. Припустимо, що $R = TR_0T^{-1}$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T — паралельне перенесення. За теоремою 2.2.29 ми можемо перемістити паралельне перенесення в будь-який бік стосовно обертання R_0, що доводить перше твердження леми. Друге твердження можна довести, показавши, що деякі рівняння мають єдині розв'язки. Наприклад, щоб довести, що TR_0 є обертанням, припускають, що це обертання навколо деякої точки (a, b), і намагаються розв'язати рівняння

$$(x-a)\cos\theta-(y-b)\sin\theta+a=x\cos\theta-y\sin\theta+c;$$

$$(x-a)\sin\theta+(y-b)\cos\theta+b=x\sin\theta+y\cos\theta+d$$

для a та b. Деталі доведення залишаємо читачеві як вправу. ∎

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1M_0 = M_0T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Жорсткі рухи на площині

Лема 2.2.41

Кожне обертання R площини можна виразити у вигляді $R = R_0T_1 = T_2R_0$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T_1 та T_2 — паралельні перенесення. Навпаки, якщо R_0 — довільне обертання навколо початку координат на відмінний від нуля кут і T — паралельне перенесення площини, то обидві композиції R_0T і TR_0 є рухами.

Доведення. Припустимо, що $R = TR_0T^{-1}$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T — паралельне перенесення. За теоремою 2.2.29 ми можемо перемістити паралельне перенесення в будь-який бік стосовно обертання R_0, що доводить перше твердження леми. Друге твердження можна довести, показавши, що деякі рівняння мають єдині розв'язки. Наприклад, щоб довести, що TR_0 є обертанням, припускають, що це обертання навколо деякої точки (a, b), і намагаються розв'язати рівняння

$$(x - a)\cos\theta - (y - b)\sin\theta + a = x\cos\theta - y\sin\theta + c;$$

$$(x - a)\sin\theta + (y - b)\cos\theta + b = x\sin\theta + y\cos\theta + d$$

для a та b. Деталі доведення залишаємо читачеві як вправу. ∎

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1M_0 = M_0T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Лема 2.2.41

Кожне обертання R площини можна виразити у вигляді $R = R_0T_1 = T_2R_0$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T_1 та T_2 — паралельні перенесення. Навпаки, якщо R_0 — довільне обертання навколо початку координат на відмінний від нуля кут і T — паралельне перенесення площини, то обидві композиції R_0T і TR_0 є рухами.

Доведення. Припустимо, що $R = TR_0T^{-1}$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T — паралельне перенесення. За теоремою 2.2.29 ми можемо перемістити паралельне перенесення в будь-який бік стосовно обертання R_0, що доводить перше твердження леми. Друге твердження можна довести, показавши, що деякі рівняння мають єдині розв'язки. Наприклад, щоб довести, що TR_0 є обертанням, припускають, що це обертання навколо деякої точки (a, b), і намагаються розв'язати рівняння

$$(x - a)\cos\theta - (y - b)\sin\theta + a = x\cos\theta - y\sin\theta + c;$$

$$(x - a)\sin\theta + (y - b)\cos\theta + b = x\sin\theta + y\cos\theta + d$$

для a та b. Деталі доведення залишаємо читачеві як вправу. ∎

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1M_0 = M_0T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Лема 2.2.41

Кожне обертання R площини можна виразити у вигляді $R = R_0 T_1 = T_2 R_0$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T_1 та T_2 — паралельні перенесення. Навпаки, якщо R_0 — довільне обертання навколо початку координат на відмінний від нуля кут і T — паралельне перенесення площини, то обидві композиції $R_0 T$ і $T R_0$ є рухами.

Доведення. Припустимо, що $R = T R_0 T^{-1}$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T — паралельне перенесення. За теоремою 2.2.29 ми можемо перемістити паралельне перенесення в будь-який бік стосовно обертання R_0, що доводить перше твердження леми. Друге твердження можна довести, показавши, що деякі рівняння мають єдині розв'язки. Наприклад, щоб довести, що TR_0 є обертанням, припускають, що це обертання навколо деякої точки (a, b), і намагаються розв'язати рівняння

$$(x - a)\cos\theta - (y - b)\sin\theta + a = x\cos\theta - y\sin\theta + c;$$

$$(x - a)\sin\theta + (y - b)\cos\theta + b = x\sin\theta + y\cos\theta + d$$

для a та b. Деталі доведення залишаємо читачеві як вправу. ∎

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

Лема 2.2.41

Кожне обертання R площини можна виразити у вигляді $R = R_0T_1 = T_2R_0$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T_1 та T_2 — паралельні перенесення. Навпаки, якщо R_0 — довільне обертання навколо початку координат на відмінний від нуля кут і T — паралельне перенесення площини, то обидві композиції R_0T і TR_0 є рухами.

Доведення. Припустимо, що $R = TR_0T^{-1}$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T — паралельне перенесення. За теоремою 2.2.29 ми можемо перемістити паралельне перенесення в будь-який бік стосовно обертання R_0, що доводить перше твердження леми. Друге твердження можна довести, показавши, що деякі рівняння мають єдині розв'язки. Наприклад, щоб довести, що TR_0 є обертанням, припускають, що це обертання навколо деякої точки (a, b), і намагаються розв'язати рівняння

$$(x - a)\cos\theta - (y - b)\sin\theta + a = x\cos\theta - y\sin\theta + c;$$

$$(x - a)\sin\theta + (y - b)\cos\theta + b = x\sin\theta + y\cos\theta + d$$

для a та b. Деталі доведення залишаємо читачеві як вправу. ∎

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1M_0 = M_0T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

Лема 2.2.41

Кожне обертання R площини можна виразити у вигляді $R = R_0 T_1 = T_2 R_0$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T_1 та T_2 — паралельні перенесення. Навпаки, якщо R_0 — довільне обертання навколо початку координат на відмінний від нуля кут і T — паралельне перенесення площини, то обидві композиції $R_0 T$ і $T R_0$ є рухами.

Доведення. Припустимо, що $R = T R_0 T^{-1}$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T — паралельне перенесення. За теоремою 2.2.29 ми можемо перемістити паралельне перенесення в будь-який бік стосовно обертання R_0, що доводить перше твердження леми. Друге твердження можна довести, показавши, що деякі рівняння мають єдині розв'язки. Наприклад, щоб довести, що $T R_0$ є обертанням, припускають, що це обертання навколо деякої точки (a, b), і намагаються розв'язати рівняння

$$(x - a)\cos\theta - (y - b)\sin\theta + a = x\cos\theta - y\sin\theta + c;$$

$$(x - a)\sin\theta + (y - b)\cos\theta + b = x\sin\theta + y\cos\theta + d$$

для a та b. Деталі доведення залишаємо читачеві як вправу. ∎

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

Лема 2.2.41

Кожне обертання R площини можна виразити у вигляді $R = R_0 T_1 = T_2 R_0$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T_1 та T_2 — паралельні перенесення. Навпаки, якщо R_0 — довільне обертання навколо початку координат на відмінний від нуля кут і T — паралельне перенесення площини, то обидві композиції $R_0 T$ і $T R_0$ є рухами.

Доведення. Припустимо, що $R = T R_0 T^{-1}$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T — паралельне перенесення. За теоремою 2.2.29 ми можемо перемістити паралельне перенесення в будь-який бік стосовно обертання R_0, що доводить перше твердження леми. Друге твердження можна довести, показавши, що деякі рівняння мають єдині розв'язки. Наприклад, щоб довести, що $T R_0$ є обертанням, припускають, що це обертання навколо деякої точки (a, b), і намагаються розв'язати рівняння

$$(x - a)\cos\theta - (y - b)\sin\theta + a = x\cos\theta - y\sin\theta + c;$$

$$(x - a)\sin\theta + (y - b)\cos\theta + b = x\sin\theta + y\cos\theta + d$$

для a та b. Деталі доведення залишаємо читачеві як вправу. ∎

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

Лема 2.2.41

Кожне обертання R площини можна виразити у вигляді $R = R_0T_1 = T_2R_0$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T_1 та T_2 — паралельні перенесення. Навпаки, якщо R_0 — довільне обертання навколо початку координат на відмінний від нуля кут і T — паралельне перенесення площини, то обидві композиції R_0T і TR_0 є рухами.

Доведення. Припустимо, що $R = TR_0T^{-1}$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T — паралельне перенесення. За теоремою 2.2.29 ми можемо перемістити паралельне перенесення в будь-який бік стосовно обертання R_0, що доводить перше твердження леми. Друге твердження можна довести, показавши, що деякі рівняння мають єдині розв'язки. Наприклад, щоб довести, що TR_0 є обертанням, припускають, що це обертання навколо деякої точки (a, b), і намагаються розв'язати рівняння

$$(x - a)\cos\theta - (y - b)\sin\theta + a = x\cos\theta - y\sin\theta + c;$$

$$(x - a)\sin\theta + (y - b)\cos\theta + b = x\sin\theta + y\cos\theta + d$$

для a та b. Деталі доведення залишаємо читачеві як вправу. ∎

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1M_0 = M_0T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

Лема 2.2.41

Кожне обертання R площини можна виразити у вигляді $R = R_0 T_1 = T_2 R_0$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T_1 та T_2 — паралельні перенесення. Навпаки, якщо R_0 — довільне обертання навколо початку координат на відмінний від нуля кут і T — паралельне перенесення площини, то обидві композиції $R_0 T$ і $T R_0$ є рухами.

Доведення. Припустимо, що $R = T R_0 T^{-1}$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T — паралельне перенесення. За теоремою 2.2.29 ми можемо перемістити паралельне перенесення в будь-який бік стосовно обертання R_0, що доводить перше твердження леми. Друге твердження можна довести, показавши, що деякі рівняння мають єдині розв'язки. Наприклад, щоб довести, що $T R_0$ є обертанням, припускають, що це обертання навколо деякої точки (a, b), і намагаються розв'язати рівняння

$$(x - a)\cos\theta - (y - b)\sin\theta + a = x\cos\theta - y\sin\theta + c;$$

$$(x - a)\sin\theta + (y - b)\cos\theta + b = x\sin\theta + y\cos\theta + d$$

для a та b. Деталі доведення залишаємо читачеві як вправу. ∎

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

Лема 2.2.41

Кожне обертання R площини можна виразити у вигляді $R = R_0T_1 = T_2R_0$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T_1 та T_2 — паралельні перенесення. Навпаки, якщо R_0 — довільне обертання навколо початку координат на відмінний від нуля кут і T — паралельне перенесення площини, то обидві композиції R_0T і TR_0 є рухами.

Доведення. Припустимо, що $R = TR_0T^{-1}$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T — паралельне перенесення. За теоремою 2.2.29 ми можемо перемістити паралельне перенесення в будь-який бік стосовно обертання R_0, що доводить перше твердження леми. Друге твердження можна довести, показавши, що деякі рівняння мають єдині розв'язки. Наприклад, щоб довести, що TR_0 є обертанням, припускають, що це обертання навколо деякої точки (a, b), і намагаються розв'язати рівняння

$$(x-a)\cos\theta - (y-b)\sin\theta + a = x\cos\theta - y\sin\theta + c;$$

$$(x-a)\sin\theta + (y-b)\cos\theta + b = x\sin\theta + y\cos\theta + d$$

для a та b. Деталі доведення залишаємо читачеві як вправу. ■

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1M_0 = M_0T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\vec{\mathbf{0}}) = \vec{\mathbf{0}}$.

Лема 2.2.41

Кожне обертання R площини можна виразити у вигляді $R = R_0T_1 = T_2R_0$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T_1 та T_2 — паралельні перенесення. Навпаки, якщо R_0 — довільне обертання навколо початку координат на відмінний від нуля кут і T — паралельне перенесення площини, то обидві композиції R_0T і TR_0 є рухами.

Доведення. Припустимо, що $R = TR_0T^{-1}$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T — паралельне перенесення. За теоремою 2.2.29 ми можемо перемістити паралельне перенесення в будь-який бік стосовно обертання R_0, що доводить перше твердження леми. Друге твердження можна довести, показавши, що деякі рівняння мають єдині розв'язки. Наприклад, щоб довести, що TR_0 є обертанням, припускають, що це обертання навколо деякої точки (a, b), і намагаються розв'язати рівняння

$$(x - a)\cos\theta - (y - b)\sin\theta + a = x\cos\theta - y\sin\theta + c;$$

$$(x - a)\sin\theta + (y - b)\cos\theta + b = x\sin\theta + y\cos\theta + d$$

для a та b. Деталі доведення залишаємо читачеві як вправу. ∎

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1M_0 = M_0T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

Лема 2.2.41

Кожне обертання R площини можна виразити у вигляді $R = R_0 T_1 = T_2 R_0$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T_1 та T_2 — паралельні перенесення. Навпаки, якщо R_0 — довільне обертання навколо початку координат на відмінний від нуля кут і T — паралельне перенесення площини, то обидві композиції $R_0 T$ і $T R_0$ є рухами.

Доведення. Припустимо, що $R = T R_0 T^{-1}$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T — паралельне перенесення. За теоремою 2.2.29 ми можемо перемістити паралельне перенесення в будь-який бік стосовно обертання R_0, що доводить перше твердження леми. Друге твердження можна довести, показавши, що деякі рівняння мають єдині розв'язки. Наприклад, щоб довести, що $T R_0$ є обертанням, припускають, що це обертання навколо деякої точки (a, b), і намагаються розв'язати рівняння

$$(x - a)\cos\theta - (y - b)\sin\theta + a = x\cos\theta - y\sin\theta + c;$$
$$(x - a)\sin\theta + (y - b)\cos\theta + b = x\sin\theta + y\cos\theta + d$$

для a та b. Деталі доведення залишаємо читачеві як вправу. ∎

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

Лема 2.2.41

Кожне обертання R площини можна виразити у вигляді $R = R_0T_1 = T_2R_0$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T_1 та T_2 — паралельні перенесення. Навпаки, якщо R_0 — довільне обертання навколо початку координат на відмінний від нуля кут і T — паралельне перенесення площини, то обидві композиції R_0T і TR_0 є рухами.

Доведення. Припустимо, що $R = TR_0T^{-1}$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T — паралельне перенесення. За теоремою 2.2.29 ми можемо перемістити паралельне перенесення в будь-який бік стосовно обертання R_0, що доводить перше твердження леми. Друге твердження можна довести, показавши, що деякі рівняння мають єдині розв'язки. Наприклад, щоб довести, що TR_0 є обертанням, припускають, що це обертання навколо деякої точки (a, b), і намагаються розв'язати рівняння

$$(x - a)\cos\theta - (y - b)\sin\theta + a = x\cos\theta - y\sin\theta + c;$$

$$(x - a)\sin\theta + (y - b)\cos\theta + b = x\sin\theta + y\cos\theta + d$$

для a та b. Деталі доведення залишаємо читачеві як вправу. ∎

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1M_0 = M_0T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

Лема 2.2.41

Кожне обертання R площини можна виразити у вигляді $R = R_0T_1 = T_2R_0$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T_1 та T_2 — паралельні перенесення. Навпаки, якщо R_0 — довільне обертання навколо початку координат на відмінний від нуля кут і T — паралельне перенесення площини, то обидві композиції R_0T і TR_0 є рухами.

Доведення. Припустимо, що $R = TR_0T^{-1}$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T — паралельне перенесення. За теоремою 2.2.29 ми можемо перемістити паралельне перенесення в будь-який бік стосовно обертання R_0, що доводить перше твердження леми. Друге твердження можна довести, показавши, що деякі рівняння мають єдині розв'язки. Наприклад, щоб довести, що TR_0 є обертанням, припускають, що це обертання навколо деякої точки (a, b), і намагаються розв'язати рівняння

$$(x-a)\cos\theta - (y-b)\sin\theta + a = x\cos\theta - y\sin\theta + c;$$
$$(x-a)\sin\theta + (y-b)\cos\theta + b = x\sin\theta + y\cos\theta + d$$

для a та b. Деталі доведення залишаємо читачеві як вправу. ∎

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1M_0 = M_0T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

Лема 2.2.41

Кожне обертання R площини можна виразити у вигляді $R = R_0 T_1 = T_2 R_0$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T_1 та T_2 — паралельні перенесення. Навпаки, якщо R_0 — довільне обертання навколо початку координат на відмінний від нуля кут і T — паралельне перенесення площини, то обидві композиції $R_0 T$ і $T R_0$ є рухами.

Доведення. Припустимо, що $R = T R_0 T^{-1}$, де R_0 — обертання навколо початку координат і T — паралельне перенесення. За теоремою 2.2.29 ми можемо перемістити паралельне перенесення в будь-який бік стосовно обертання R_0, що доводить перше твердження леми. Друге твердження можна довести, показавши, що деякі рівняння мають єдині розв'язки. Наприклад, щоб довести, що $T R_0$ є обертанням, припускають, що це обертання навколо деякої точки (a, b), і намагаються розв'язати рівняння

$$(x - a)\cos\theta - (y - b)\sin\theta + a = x\cos\theta - y\sin\theta + c;$$

$$(x - a)\sin\theta + (y - b)\cos\theta + b = x\sin\theta + y\cos\theta + d$$

для a та b. Деталі доведення залишаємо читачеві як вправу. ■

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

Жорсткі рухи на площині

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Доведення. Для доведення теореми скористаємося лемою 2.2.41, щоб показати, що композиції паралельних перенесень і обертань навколо довільної точки знову є або паралельним перенесенням, або обертанням. ∎

Означення 2.2.43

Рух площини, що є композицією паралельних перенесень і/або обертань, називається *жорстким рухом* або *переміщенням*.

Жорсткі рухи тісно пов'язані з відображеннями, що зберігають орієнтацію. Ми визначили це поняття в попередніх лекціях для лінійних перетворень, і тепер ми хотіли б поширити це означення на рухи. Рухи не є лінійними перетвореннями, але за теоремою 2.2.29 вони відрізняються від них, зокрема паралельними перенесеннями.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Доведення. Для доведення теореми скористаємося лемою 2.2.41, щоб показати, що композиції паралельних перенесень і обертань навколо довільної точки знову є або паралельним перенесенням, або обертанням. ∎

Означення 2.2.43

Рух площини, що є композицією паралельних перенесень і/або обертань, називається *жорстким рухом* або *переміщенням*.

Жорсткі рухи тісно пов'язані з відображеннями, що зберігають орієнтацію. Ми визначили це поняття в попередніх лекціях для лінійних перетворень, і тепер ми хотіли б поширити це означення на рухи. Рухи не є лінійними перетвореннями, але за теоремою 2.2.29 вони відрізняються від них, зокрема паралельними перенесеннями.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Доведення. Для доведення теореми скористаємося лемою 2.2.41, щоб показати, що композиції паралельних перенесень і обертань навколо довільної точки знову є або паралельним перенесенням, або обертанням. ■

Означення 2.2.43

Рух площини, що є композицією паралельних перенесень і/або обертань, називається *жорстким рухом* або *переміщенням*.

Жорсткі рухи тісно пов'язані з відображеннями, що зберігають орієнтацію. Ми визначили це поняття в попередніх лекціях для лінійних перетворень, і тепер ми хотіли б поширити це означення на рухи. Рухи не є лінійними перетвореннями, але за теоремою 2.2.29 вони відрізняються від них, зокрема паралельними перенесеннями.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Жорсткі рухи на площині

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Доведення. Для доведення теореми скористаємося лемою 2.2.41, щоб показати, що композиції паралельних перенесень і обертань навколо довільної точки знову є або паралельним перенесенням, або обертанням. ■

Означення 2.2.43

Рух площини, що є композицією паралельних перенесень і/або обертань, називається *жорстким рухом* або *переміщенням*.

Жорсткі рухи тісно пов'язані з відображеннями, що зберігають орієнтацію. Ми визначили це поняття в попередніх лекціях для лінійних перетворень, і тепер ми хотіли б поширити це означення на рухи. Рухи не є лінійними перетвореннями, але за теоремою 2.2.29 вони відрізняються від них, зокрема паралельними перенесеннями.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Доведення. Для доведення теореми скористаємося лемою 2.2.41, щоб показати, що композиції паралельних перенесень і обертань навколо довільної точки знову є або паралельним перенесенням, або обертанням. ∎

Означення 2.2.43

Рух площини, що є композицією паралельних перенесень і/або обертань, називається *жорстким рухом* або *переміщенням*.

Жорсткі рухи тісно пов'язані з відображеннями, що зберігають орієнтацію. Ми визначили це поняття в попередніх лекціях для лінійних перетворень, і тепер ми хотіли б поширити це означення на рухи. Рухи не є лінійними перетвореннями, але за теоремою 2.2.29 вони відрізняються від них, зокрема паралельними перенесеннями.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Доведення. Для доведення теореми скористаємося лемою 2.2.41, щоб показати, що композиції паралельних перенесень і обертань навколо довільної точки знову є або паралельним перенесенням, або обертанням. ∎

Означення 2.2.43

Рух площини, що є композицією паралельних перенесень і/або обертань, називається *жорстким рухом* або *переміщенням*.

Жорсткі рухи тісно пов'язані з відображеннями, що зберігають орієнтацію. Ми визначили це поняття в попередніх лекціях для лінійних перетворень, і тепер ми хотіли б поширити це означення на рухи. Рухи не є лінійними перетвореннями, але за теоремою 2.2.29 вони відрізняються від них, зокрема паралельними перенесеннями.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Доведення. Для доведення теореми скористаємося лемою 2.2.41, щоб показати, що композиції паралельних перенесень і обертань навколо довільної точки знову є або паралельним перенесенням, або обертанням. ∎

Означення 2.2.43

Рух площини, що є композицією паралельних перенесень і/або обертань, називається *жорстким рухом* або *переміщенням*.

Жорсткі рухи тісно пов'язані з відображеннями, що зберігають орієнтацію. Ми визначили це поняття в попередніх лекціях для лінійних перетворень, і тепер ми хотіли б поширити це означення на рухи. Рухи не є лінійними перетвореннями, але за теоремою 2.2.29 вони відрізняються від них, зокрема паралельними перенесеннями.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Жорсткі рухи на площині

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Доведення. Для доведення теореми скористаємося лемою 2.2.41, щоб показати, що композиції паралельних перенесень і обертань навколо довільної точки знову є або паралельним перенесенням, або обертанням. ∎

Означення 2.2.43

Рух площини, що є композицією паралельних перенесень і/або обертань, називається *жорстким рухом* або *переміщенням*.

Жорсткі рухи тісно пов'язані з відображеннями, що зберігають орієнтацію. Ми визначили це поняття в попередніх лекціях для лінійних перетворень, і тепер ми хотіли б поширити це означення на рухи. Рухи не є лінійними перетвореннями, але за теоремою 2.2.29 вони відрізняються від них, зокрема паралельними перенесеннями.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Доведення. Для доведення теореми скористаємося лемою 2.2.41, щоб показати, що композиції паралельних перенесень і обертань навколо довільної точки знову є або паралельним перенесенням, або обертанням. ■

Означення 2.2.43

Рух площини, що є композицією паралельних перенесень і/або обертань, називається *жорстким рухом* або *переміщенням*.

Жорсткі рухи тісно пов'язані з відображеннями, що зберігають орієнтацію. Ми визначили це поняття в попередніх лекціях для лінійних перетворень, і тепер ми хотіли б поширити це означення на рухи. Рухи не є лінійними перетвореннями, але за теоремою 2.2.29 вони відрізняються від них, зокрема паралельними перенесеннями.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Доведення. Для доведення теореми скористаємося лемою 2.2.41, щоб показати, що композиції паралельних перенесень і обертань навколо довільної точки знову є або паралельним перенесенням, або обертанням. ■

Означення 2.2.43

Рух площини, що є композицією паралельних перенесень і/або обертань, називається *жорстким рухом* або *переміщенням*.

Жорсткі рухи тісно пов'язані з відображеннями, що зберігають орієнтацію. Ми визначили це поняття в попередніх лекціях для лінійних перетворень, і тепер ми хотіли б поширити це означення на рухи. Рухи не є лінійними перетвореннями, але за теоремою 2.2.29 вони відрізняються від них, зокрема паралельними перенесеннями.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Доведення. Для доведення теореми скористаємося лемою 2.2.41, щоб показати, що композиції паралельних перенесень і обертань навколо довільної точки знову є або паралельним перенесенням, або обертанням. ■

Означення 2.2.43

Рух площини, що є композицією паралельних перенесень і/або обертань, називається *жорстким рухом* або *переміщенням*.

Жорсткі рухи тісно пов'язані з відображеннями, що зберігають орієнтацію. Ми визначили це поняття в попередніх лекціях для лінійних перетворень, і тепер ми хотіли б поширити це означення на рухи. Рухи не є лінійними перетвореннями, але за теоремою 2.2.29 вони відрізняються від них, зокрема паралельними перенесеннями.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Доведення. Для доведення теореми скористаємося лемою 2.2.41, щоб показати, що композиції паралельних перенесень і обертань навколо довільної точки знову є або паралельним перенесенням, або обертанням. ■

Означення 2.2.43

Рух площини, що є композицією паралельних перенесень і/або обертань, називається *жорстким рухом* або *переміщенням*.

Жорсткі рухи тісно пов'язані з відображеннями, що зберігають орієнтацію. Ми визначили це поняття в попередніх лекціях для лінійних перетворень, і тепер ми хотіли б поширити це означення на рухи. Рухи не є лінійними перетвореннями, але за теоремою 2.2.29 вони відрізняються від них, зокрема паралельними перенесеннями.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Жорсткі рухи на площині

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Доведення. Для доведення теореми скористаємося лемою 2.2.41, щоб показати, що композиції паралельних перенесень і обертань навколо довільної точки знову є або паралельним перенесенням, або обертанням. ■

Означення 2.2.43

Рух площини, що є композицією паралельних перенесень і/або обертань, називається *жорстким рухом* або *переміщенням*.

Жорсткі рухи тісно пов'язані з відображеннями, що зберігають орієнтацію. Ми визначили це поняття в попередніх лекціях для лінійних перетворень, і тепер ми хотіли б поширити це означення на рухи. Рухи не є лінійними перетвореннями, але за теоремою 2.2.29 вони відрізняються від них, зокрема паралельними перенесеннями.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Жорсткі рухи на площині

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Доведення. Для доведення теореми скористаємося лемою 2.2.41, щоб показати, що композиції паралельних перенесень і обертань навколо довільної точки знову є або паралельним перенесенням, або обертанням. ■

Означення 2.2.43

Рух площини, що є композицією паралельних перенесень і/або обертань, називається *жорстким рухом* або *переміщенням*.

Жорсткі рухи тісно пов'язані з відображеннями, що зберігають орієнтацію. Ми визначили це поняття в попередніх лекціях для лінійних перетворень, і тепер ми хотіли б поширити це означення на рухи. Рухи не є лінійними перетвореннями, але за теоремою 2.2.29 вони відрізняються від них, зокрема паралельними перенесеннями.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Жорсткі рухи на площині

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Доведення. Для доведення теореми скористаємося лемою 2.2.41, щоб показати, що композиції паралельних перенесень і обертань навколо довільної точки знову є або паралельним перенесенням, або обертанням. ∎

Означення 2.2.43

Рух площини, що є композицією паралельних перенесень і/або обертань, називається *жорстким рухом* або *переміщенням*.

Жорсткі рухи тісно пов'язані з відображеннями, що зберігають орієнтацію. Ми визначили це поняття в попередніх лекціях для лінійних перетворень, і тепер ми хотіли б поширити це означення на рухи. Рухи не є лінійними перетвореннями, але за теоремою 2.2.29 вони відрізняються від них, зокрема паралельними перенесеннями.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Жорсткі рухи на площині

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Доведення. Для доведення теореми скористаємося лемою 2.2.41, щоб показати, що композиції паралельних перенесень і обертань навколо довільної точки знову є або паралельним перенесенням, або обертанням. ■

Означення 2.2.43

Рух площини, що є композицією паралельних перенесень і/або обертань, називається *жорстким рухом* або *переміщенням*.

Жорсткі рухи тісно пов'язані з відображеннями, що зберігають орієнтацію. Ми визначили це поняття в попередніх лекціях для лінійних перетворень, і тепер ми хотіли б поширити це означення на рухи. Рухи не є лінійними перетвореннями, але за теоремою 2.2.29 вони відрізняються від них, зокрема паралельними перенесеннями.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Жорсткі рухи на площині

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Доведення. Для доведення теореми скористаємося лемою 2.2.41, щоб показати, що композиції паралельних перенесень і обертань навколо довільної точки знову є або паралельним перенесенням, або обертанням. ■

Означення 2.2.43

Рух площини, що є композицією паралельних перенесень і/або обертань, називається *жорстким рухом* або *переміщенням*.

Жорсткі рухи тісно пов'язані з відображеннями, що зберігають орієнтацію. Ми визначили це поняття в попередніх лекціях для лінійних перетворень, і тепер ми хотіли б поширити це означення на рухи. Рухи не є лінійними перетвореннями, але за теоремою 2.2.29 вони відрізняються від них, зокрема паралельними перенесеннями.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Доведення. Для доведення теореми скористаємося лемою 2.2.41, щоб показати, що композиції паралельних перенесень і обертань навколо довільної точки знову є або паралельним перенесенням, або обертанням. ■

Означення 2.2.43

Рух площини, що є композицією паралельних перенесень і/або обертань, називається *жорстким рухом* або *переміщенням*.

Жорсткі рухи тісно пов'язані з відображеннями, що зберігають орієнтацію. Ми визначили це поняття в попередніх лекціях для лінійних перетворень, і тепер ми хотіли б поширити це означення на рухи. Рухи не є лінійними перетвореннями, але за теоремою 2.2.29 вони відрізняються від них, зокрема паралельними перенесеннями.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Жорсткі рухи на площині

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Доведення. Для доведення теореми скористаємося лемою 2.2.41, щоб показати, що композиції паралельних перенесень і обертань навколо довільної точки знову є або паралельним перенесенням, або обертанням. ■

Означення 2.2.43

Рух площини, що є композицією паралельних перенесень і/або обертань, називається *жорстким рухом* або *переміщенням*.

Жорсткі рухи тісно пов'язані з відображеннями, що зберігають орієнтацію. Ми визначили це поняття в попередніх лекціях для лінійних перетворень, і тепер ми хотіли б поширити це означення на рухи. Рухи не є лінійними перетвореннями, але за теоремою 2.2.29 вони відрізняються від них, зокрема паралельними перенесеннями.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

Теорема 2.2.42

Множина всіх паралельних перенесень і обертань площини є підгрупою групи всіх рухів. Множина всіх обертань сама по собі не є групою.

Доведення. Для доведення теореми скористаємося лемою 2.2.41, щоб показати, що композиції паралельних перенесень і обертань навколо довільної точки знову є або паралельним перенесенням, або обертанням. ■

Означення 2.2.43

Рух площини, що є композицією паралельних перенесень і/або обертань, називається *жорстким рухом* або *переміщенням*.

Жорсткі рухи тісно пов'язані з відображеннями, що зберігають орієнтацію. Ми визначили це поняття в попередніх лекціях для лінійних перетворень, і тепер ми хотіли б поширити це означення на рухи. Рухи не є лінійними перетвореннями, але за теоремою 2.2.29 вони відрізняються від них, зокрема паралельними перенесеннями.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

Жорсткі рухи на площині

Інтуїтивно ми хотіли б сказати, що рух M площини "зберігає орієнтацію", якщо для довільних трьох неколінеарних точок $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ і $\boldsymbol{C}$ упорядковані пари базисних векторів $(\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AC}})$ і $(\overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{B})}, \overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{C})})$ визначають однакову орієнтацію простору $\mathbb{R}^2$ (див. рис.).

Працювати з цим означенням було б непросто, а тому ми використовуємо інший підхід.

Жорсткі рухи на площині

Інтуїтивно ми хотіли б сказати, що рух M площини "зберігає орієнтацію", якщо для довільних трьох неколінеарних точок $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ і $\boldsymbol{C}$ упорядковані пари базисних векторів $(\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AC}})$ і $(\overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{B})}, \overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{C})})$ визначають однакову орієнтацію простору $\mathbb{R}^2$ (див. рис.).

Працювати з цим означенням було б непросто, а тому ми використовуємо інший підхід.

Жорсткі рухи на площині

Інтуїтивно ми хотіли б сказати, що рух M площини "зберігає орієнтацію", якщо для довільних трьох неколінеарних точок $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ і $\boldsymbol{C}$ упорядковані пари базисних векторів $(\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AC}})$ і $(\overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{B})}, \overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{C})})$ визначають однакову орієнтацію простору $\mathbb{R}^2$ (див. рис.).

Працювати з цим означенням було б непросто, а тому ми використовуємо інший підхід.

Жорсткі рухи на площині

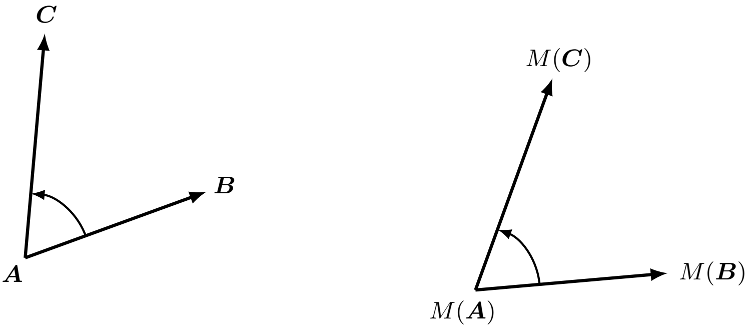
Інтуїтивно ми хотіли б сказати, що рух M площини "зберігає орієнтацію", якщо для довільних трьох неколінеарних точок $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ і $\boldsymbol{C}$ упорядковані пари базисних векторів $(\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AC}})$ і $(\overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{B})}, \overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{C})})$ визначають однакову орієнтацію простору $\mathbb{R}^2$ (див. рис.).

Працювати з цим означенням було б непросто, а тому ми використовуємо інший підхід.

Інтуїтивно ми хотіли б сказати, що рух M площини “зберігає орієнтацію”, якщо для довільних трьох неколінеарних точок $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ і $\boldsymbol{C}$ упорядковані пари базисних векторів $\left(\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AC}}\right)$ і $\left(\overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{B})}, \overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{C})}\right)$ визначають однакову орієнтацію простору $\mathbb{R}^2$ (див. рис.).

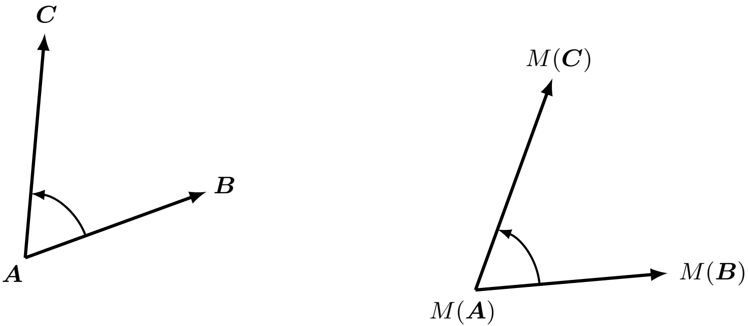
Працювати з цим означенням було б непросто, а тому ми використовуємо інший підхід.

Інтуїтивно ми хотіли б сказати, що рух M площини "зберігає орієнтацію", якщо для довільних трьох неколінеарних точок $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ і $\boldsymbol{C}$ упорядковані пари базисних векторів $\left(\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AC}}\right)$ і $\left(\overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{B})}, \overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{C})}\right)$ визначають однакову орієнтацію простору $\mathbb{R}^2$ (див. рис.).



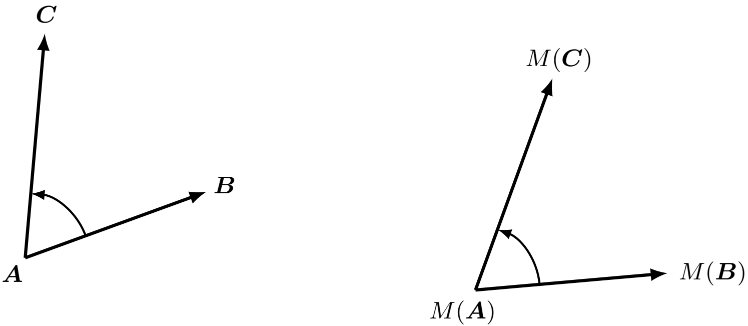
Працювати з цим означенням було б непросто, а тому ми використовуємо інший підхід.

Інтуїтивно ми хотіли б сказати, що рух M площини "зберігає орієнтацію", якщо для довільних трьох неколінеарних точок $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ і $\boldsymbol{C}$ упорядковані пари базисних векторів $(\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AC}})$ і $(\overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{B})}, \overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{C})})$ визначають однакову орієнтацію простору $\mathbb{R}^2$ (див. рис.).



Працювати з цим означенням було б непросто, а тому ми використовуємо інший підхід.

Інтуїтивно ми хотіли б сказати, що рух M площини "зберігає орієнтацію", якщо для довільних трьох неколінеарних точок $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ і $\boldsymbol{C}$ упорядковані пари базисних векторів $\left(\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AC}}\right)$ і $\left(\overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{B})}, \overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{C})}\right)$ визначають однакову орієнтацію простору $\mathbb{R}^2$ (див. рис.).



Працювати з цим означенням було б непросто, а тому ми використовуємо інший підхід.

Жорсткі рухи на площині

Нехай M — рух у лінійному просторі $\mathbb{R}^n$. За теоремою 2.2.29 ми можемо записати рух M єдиним чином у вигляді $M = TM_0$, де T — паралельне перенесення та M_0 — рух, для якого початок координат є його нерухомою точкою. З теореми 2.2.28 випливає, що рух M_0 — лінійне перетворення.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1M_0 = M_0T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Теорема 2.2.28

Якщо M — рух з властивістю $M(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$, то M — лінійне перетворення таке, що

$$M(a\overrightarrow{u} + b\overrightarrow{v}) = aM(\overrightarrow{u}) + bM(\overrightarrow{v}),$$

для довільних векторів $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$ і дійсних чисел a та b.

Означення 2.2.44

Будемо говорити, що рух M, який має зображенням $M = TM_0$, *зберігає орієнтацію*, якщо рух M_0 зберігає орієнтацію, а в протилежному випадку будемо говорити, що рух M *розвертає* (*змінює*) *орієнтацію*.

Жорсткі рухи на площині

Нехай M — рух у лінійному просторі $\mathbb{R}^n$. За теоремою 2.2.29 ми можемо записати рух M єдиним чином у вигляді $M = TM_0$, де T — паралельне перенесення та M_0 — рух, для якого початок координат є його нерухомою точкою. З теореми 2.2.28 випливає, що рух M_0 — лінійне перетворення.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1M_0 = M_0T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

Теорема 2.2.28

Якщо M — рух з властивістю $M(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$, то M — лінійне перетворення таке, що

$$M(a\overrightarrow{u} + b\overrightarrow{v}) = aM(\overrightarrow{u}) + bM(\overrightarrow{v}),$$

для довільних векторів $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$ і дійсних чисел a та b.

Означення 2.2.44

Будемо говорити, що рух M, який має зображенням $M = TM_0$, *зберігає орієнтацію*, якщо рух M_0 зберігає орієнтацію, а в протилежному випадку будемо говорити, що рух M *розвертає* (*змінює*) *орієнтацію*.

Жорсткі рухи на площині

Нехай M — рух у лінійному просторі $\mathbb{R}^n$. За теоремою 2.2.29 ми можемо записати рух M єдиним чином у вигляді $M = TM_0$, де T — паралельне перенесення та M_0 — рух, для якого початок координат є його нерухомою точкою. З теореми 2.2.28 випливає, що рух M_0 — лінійне перетворення.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1M_0 = M_0T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Теорема 2.2.28

Якщо M — рух з властивістю $M(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$, то M — лінійне перетворення таке, що

$$M(a\overrightarrow{u} + b\overrightarrow{v}) = aM(\overrightarrow{u}) + bM(\overrightarrow{v}),$$

для довільних векторів $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$ і дійсних чисел a та b.

Означення 2.2.44

Будемо говорити, що рух M, який має зображенням $M = TM_0$, *зберігає орієнтацію*, якщо рух M_0 зберігає орієнтацію, а в протилежному випадку будемо говорити, що рух M *розвертає* (*змінює*) *орієнтацію*.

Жорсткі рухи на площині

Нехай M — рух у лінійному просторі $\mathbb{R}^n$. За теоремою 2.2.29 ми можемо записати рух M єдиним чином у вигляді $M = TM_0$, де T — паралельне перенесення та M_0 — рух, для якого початок координат є його нерухомою точкою. З теореми 2.2.28 випливає, що рух M_0 — лінійне перетворення.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1M_0 = M_0T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

Теорема 2.2.28

Якщо M — рух з властивістю $M(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$, то M — лінійне перетворення таке, що

$$M(a\overrightarrow{u} + b\overrightarrow{v}) = aM(\overrightarrow{u}) + bM(\overrightarrow{v}),$$

для довільних векторів $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$ і дійсних чисел a та b.

Означення 2.2.44

Будемо говорити, що рух M, який має зображенням $M = TM_0$, *зберігає орієнтацію*, якщо рух M_0 зберігає орієнтацію, а в протилежному випадку будемо говорити, що рух M *розвертає* (*змінює*) *орієнтацію*.

Жорсткі рухи на площині

Нехай M — рух у лінійному просторі $\mathbb{R}^n$. За теоремою 2.2.29 ми можемо записати рух M єдиним чином у вигляді $M = TM_0$, де T — паралельне перенесення та M_0 — рух, для якого початок координат є його нерухомою точкою. З теореми 2.2.28 випливає, що рух M_0 — лінійне перетворення.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

Теорема 2.2.28

Якщо M — рух з властивістю $M(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$, то M — лінійне перетворення таке, що

$$M(a\overrightarrow{u} + b\overrightarrow{v}) = aM(\overrightarrow{u}) + bM(\overrightarrow{v}),$$

для довільних векторів $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$ і дійсних чисел a та b.

Означення 2.2.44

Будемо говорити, що рух M, який має зображенням $M = TM_0$, *зберігає орієнтацію*, якщо рух M_0 зберігає орієнтацію, а в протилежному випадку будемо говорити, що рух M *розвертає* (*змінює*) *орієнтацію*.

Нехай M — рух у лінійному просторі $\mathbb{R}^n$. За теоремою 2.2.29 ми можемо записати рух M єдиним чином у вигляді $M = TM_0$, де T — паралельне перенесення та M_0 — рух, для якого початок координат є його нерухомою точкою. З теореми 2.2.28 випливає, що рух M_0 — лінійне перетворення.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1M_0 = M_0T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

Теорема 2.2.28

Якщо M — рух з властивістю $M(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$, то M — лінійне перетворення таке, що

$$M(a\overrightarrow{u} + b\overrightarrow{v}) = aM(\overrightarrow{u}) + bM(\overrightarrow{v}),$$

для довільних векторів $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$ і дійсних чисел a та b.

Означення 2.2.44

Будемо говорити, що рух M, який має зображенням $M = TM_0$, *зберігає орієнтацію*, якщо рух M_0 зберігає орієнтацію, а в протилежному випадку будемо говорити, що рух M *розвертає* (*змінює*) *орієнтацію*.

Нехай M — рух у лінійному просторі $\mathbb{R}^n$. За теоремою 2.2.29 ми можемо записати рух M єдиним чином у вигляді $M = TM_0$, де T — паралельне перенесення та M_0 — рух, для якого початок координат є його нерухомою точкою. З теореми 2.2.28 випливає, що рух M_0 — лінійне перетворення.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1M_0 = M_0T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

Теорема 2.2.28

Якщо M — рух з властивістю $M(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$, то M — лінійне перетворення таке, що

$$M(a\overrightarrow{u} + b\overrightarrow{v}) = aM(\overrightarrow{u}) + bM(\overrightarrow{v}),$$

для довільних векторів $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$ і дійсних чисел a та b.

Означення 2.2.44

Будемо говорити, що рух M, який має зображенням $M = TM_0$, *зберігає орієнтацію*, якщо рух M_0 зберігає орієнтацію, а в протилежному випадку будемо говорити, що рух M *розвертає* (*змінює*) *орієнтацію*.

Жорсткі рухи на площині

Нехай M — рух у лінійному просторі $\mathbb{R}^n$. За теоремою 2.2.29 ми можемо записати рух M єдиним чином у вигляді $M = TM_0$, де T — паралельне перенесення та M_0 — рух, для якого початок координат є його нерухомою точкою. З теореми 2.2.28 випливає, що рух M_0 — лінійне перетворення.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1M_0 = M_0T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

Теорема 2.2.28

Якщо M — рух з властивістю $M(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$, то M — лінійне перетворення таке, що

$$M(a\overrightarrow{u} + b\overrightarrow{v}) = aM(\overrightarrow{u}) + bM(\overrightarrow{v}),$$

для довільних векторів $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$ і дійсних чисел a та b.

Означення 2.2.44

Будемо говорити, що рух M, який має зображенням $M = TM_0$, *зберігає орієнтацію*, якщо рух M_0 зберігає орієнтацію, а в протилежному випадку будемо говорити, що рух M *розвертає* (*змінює*) *орієнтацію*.

Жорсткі рухи на площині

Нехай M — рух у лінійному просторі $\mathbb{R}^n$. За теоремою 2.2.29 ми можемо записати рух M єдиним чином у вигляді $M = TM_0$, де T — паралельне перенесення та M_0 — рух, для якого початок координат є його нерухомою точкою. З теореми 2.2.28 випливає, що рух M_0 — лінійне перетворення.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1M_0 = M_0T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

Теорема 2.2.28

Якщо M — рух з властивістю $M(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$, то M — лінійне перетворення таке, що

$$M(a\overrightarrow{u} + b\overrightarrow{v}) = aM(\overrightarrow{u}) + bM(\overrightarrow{v}),$$

для довільних векторів $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$ і дійсних чисел a та b.

Означення 2.2.44

Будемо говорити, що рух M, який має зображенням $M = TM_0$, *зберігає орієнтацію*, якщо рух M_0 зберігає орієнтацію, а в протилежному випадку будемо говорити, що рух M *розвертає* (*змінює*) *орієнтацію*.

Жорсткі рухи на площині

Нехай M — рух у лінійному просторі $\mathbb{R}^n$. За теоремою 2.2.29 ми можемо записати рух M єдиним чином у вигляді $M = TM_0$, де T — паралельне перенесення та M_0 — рух, для якого початок координат є його нерухомою точкою. З теореми 2.2.28 випливає, що рух M_0 — лінійне перетворення.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

Теорема 2.2.28

Якщо M — рух з властивістю $M(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$, то M — лінійне перетворення таке, що

$$M(a\overrightarrow{\boldsymbol{u}} + b\overrightarrow{\boldsymbol{v}}) = aM(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}) + bM(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}),$$

для довільних векторів $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$ та $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ і дійсних чисел a та b.

Означення 2.2.44

Будемо говорити, що рух M, який має зображенням $M = TM_0$, *зберігає орієнтацію*, якщо рух M_0 зберігає орієнтацію, а в протилежному випадку будемо говорити, що рух M *розвертає* (*змінює*) *орієнтацію*.

Жорсткі рухи на площині

Нехай M — рух у лінійному просторі $\mathbb{R}^n$. За теоремою 2.2.29 ми можемо записати рух M єдиним чином у вигляді $M = TM_0$, де T — паралельне перенесення та M_0 — рух, для якого початок координат є його нерухомою точкою. З теореми 2.2.28 випливає, що рух M_0 — лінійне перетворення.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1M_0 = M_0T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

Теорема 2.2.28

Якщо M — рух з властивістю $M(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$, то M — лінійне перетворення таке, що

$$M(a\overrightarrow{\boldsymbol{u}} + b\overrightarrow{\boldsymbol{v}}) = aM(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}) + bM(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}),$$

для довільних векторів $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$ та $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ і дійсних чисел a та b.

Означення 2.2.44

Будемо говорити, що рух M, який має зображенням $M = TM_0$, *зберігає орієнтацію*, якщо рух M_0 зберігає орієнтацію, а в протилежному випадку будемо говорити, що рух M *розвертає* (*змінює*) *орієнтацію*.

Жорсткі рухи на площині

Нехай M — рух у лінійному просторі $\mathbb{R}^n$. За теоремою 2.2.29 ми можемо записати рух M єдиним чином у вигляді $M = TM_0$, де T — паралельне перенесення та M_0 — рух, для якого початок координат є його нерухомою точкою. З теореми 2.2.28 випливає, що рух M_0 — лінійне перетворення.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1M_0 = M_0T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

Теорема 2.2.28

Якщо M — рух з властивістю $M(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$, то M — лінійне перетворення таке, що

$$M(a\overrightarrow{\boldsymbol{u}} + b\overrightarrow{\boldsymbol{v}}) = aM(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}) + bM(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}),$$

для довільних векторів $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$ та $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ і дійсних чисел a та b.

Означення 2.2.44

Будемо говорити, що рух M, який має зображенням $M = TM_0$, *зберігає орієнтацію*, якщо рух M_0 зберігає орієнтацію, а в протилежному випадку будемо говорити, що рух M *розвертає* (*змінює*) *орієнтацію*.

Нехай M — рух у лінійному просторі $\mathbb{R}^n$. За теоремою 2.2.29 ми можемо записати рух M єдиним чином у вигляді $M = TM_0$, де T — паралельне перенесення та M_0 — рух, для якого початок координат є його нерухомою точкою. З теореми 2.2.28 випливає, що рух M_0 — лінійне перетворення.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1M_0 = M_0T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

Теорема 2.2.28

Якщо M — рух з властивістю $M(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$, то M — лінійне перетворення таке, що

$$M(a\overrightarrow{\boldsymbol{u}} + b\overrightarrow{\boldsymbol{v}}) = aM(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}) + bM(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}),$$

для довільних векторів $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$ та $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ і дійсних чисел a та b.

Означення 2.2.44

Будемо говорити, що рух M, який має зображенням $M = TM_0$, *зберігає орієнтацію*, якщо рух M_0 зберігає орієнтацію, а в протилежному випадку будемо говорити, що рух M *розвертає* (*змінює*) *орієнтацію*.

Жорсткі рухи на площині

Нехай M — рух у лінійному просторі $\mathbb{R}^n$. За теоремою 2.2.29 ми можемо записати рух M єдиним чином у вигляді $M = TM_0$, де T — паралельне перенесення та M_0 — рух, для якого початок координат є його нерухомою точкою. З теореми 2.2.28 випливає, що рух M_0 — лінійне перетворення.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

Теорема 2.2.28

Якщо M — рух з властивістю $M(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$, то M — лінійне перетворення таке, що

$$M(a\overrightarrow{\boldsymbol{u}} + b\overrightarrow{\boldsymbol{v}}) = aM(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}) + bM(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}),$$

для довільних векторів $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$ та $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ і дійсних чисел a та b.

Означення 2.2.44

Будемо говорити, що рух M, який має зображенням $M = TM_0$, *зберігає орієнтацію*, якщо рух M_0 зберігає орієнтацію, а в протилежному випадку будемо говорити, що рух M *розвертає* (*змінює*) *орієнтацію*.

Нехай M — рух у лінійному просторі $\mathbb{R}^n$. За теоремою 2.2.29 ми можемо записати рух M єдиним чином у вигляді $M = TM_0$, де T — паралельне перенесення та M_0 — рух, для якого початок координат є його нерухомою точкою. З теореми 2.2.28 випливає, що рух M_0 — лінійне перетворення.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

Теорема 2.2.28

Якщо M — рух з властивістю $M(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$, то M — лінійне перетворення таке, що

$$M(a\vec{u} + b\vec{v}) = aM(\vec{u}) + bM(\vec{v}),$$

для довільних векторів $\vec{u}$ та $\vec{v}$ і дійсних чисел a та b.

Означення 2.2.44

Будемо говорити, що рух M, який має зображенням $M = TM_0$, *зберігає орієнтацію*, якщо рух M_0 зберігає орієнтацію, а в протилежному випадку будемо говорити, що рух M *розвертає* (*змінює*) *орієнтацію*.

Жорсткі рухи на площині

Нехай M — рух у лінійному просторі $\mathbb{R}^n$. За теоремою 2.2.29 ми можемо записати рух M єдиним чином у вигляді $M = TM_0$, де T — паралельне перенесення та M_0 — рух, для якого початок координат є його нерухомою точкою. З теореми 2.2.28 випливає, що рух M_0 — лінійне перетворення.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1M_0 = M_0T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

Теорема 2.2.28

Якщо M — рух з властивістю $M(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$, то M — лінійне перетворення таке, що

$$M(a\overrightarrow{\boldsymbol{u}} + b\overrightarrow{\boldsymbol{v}}) = aM(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}) + bM(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}),$$

для довільних векторів $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$ та $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ і дійсних чисел a та b.

Означення 2.2.44

Будемо говорити, що рух M, який має зображенням $M = TM_0$, *зберігає орієнтацію*, якщо рух M_0 зберігає орієнтацію, а в протилежному випадку будемо говорити, що рух M *розвертає* (*змінює*) *орієнтацію*.

Жорсткі рухи на площині

Нехай M — рух у лінійному просторі $\mathbb{R}^n$. За теоремою 2.2.29 ми можемо записати рух M єдиним чином у вигляді $M = TM_0$, де T — паралельне перенесення та M_0 — рух, для якого початок координат є його нерухомою точкою. З теореми 2.2.28 випливає, що рух M_0 — лінійне перетворення.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

Теорема 2.2.28

Якщо M — рух з властивістю $M(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$, то M — лінійне перетворення таке, що

$$M(a\overrightarrow{\boldsymbol{u}} + b\overrightarrow{\boldsymbol{v}}) = aM(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}) + bM(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}),$$

для довільних векторів $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$ та $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ і дійсних чисел a та b.

Означення 2.2.44

Будемо говорити, що рух M, який має зображенням $M = TM_0$, *зберігає орієнтацію*, якщо рух M_0 зберігає орієнтацію, а в протилежному випадку будемо говорити, що рух M *розвертає* (*змінює*) *орієнтацію.*

Жорсткі рухи на площині

Нехай M — рух у лінійному просторі $\mathbb{R}^n$. За теоремою 2.2.29 ми можемо записати рух M єдиним чином у вигляді $M = TM_0$, де T — паралельне перенесення та M_0 — рух, для якого початок координат є його нерухомою точкою. З теореми 2.2.28 випливає, що рух M_0 — лінійне перетворення.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

Теорема 2.2.28

Якщо M — рух з властивістю $M(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$, то M — лінійне перетворення таке, що

$$M(a\overrightarrow{\boldsymbol{u}} + b\overrightarrow{\boldsymbol{v}}) = aM(\overrightarrow{\boldsymbol{u}}) + bM(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}),$$

для довільних векторів $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$ та $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ і дійсних чисел a та b.

Означення 2.2.44

Будемо говорити, що рух M, який має зображенням $M = TM_0$, *зберігає орієнтацію*, якщо рух M_0 зберігає орієнтацію, а в протилежному випадку будемо говорити, що рух M *розвертає* (*змінює*) *орієнтацію*.

Жорсткі рухи на площині

Теорема 2.2.45

(1) Рух M зберігає орієнтацію

(2) Композиція MM' двох рухів M і M' зберігає орієнтацію

(3) Композиція $M_1 M_2 \ldots M_k$ рухів M_i зберігає орієнтацію

Доведення теореми 2.2.45 залишено слухачам як вправу. Воно інтенсивно використовує теорему 2.2.29 для перемикання паралельних перенесень з одного боку руху, який фіксує початок координат, на інший.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

Жорсткі рухи на площині

Теорема 2.2.45

(1) Рух M зберігає орієнтацію

(2) Композиція MM' двох рухів M і M' зберігає орієнтацію

(3) Композиція $M_1M_2\ldots M_k$ рухів M_i зберігає орієнтацію

Доведення теореми 2.2.45 залишено слухачам як вправу. Воно інтенсивно використовує теорему 2.2.29 для перемикання паралельних перенесень з одного боку руху, який фіксує початок координат, на інший.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1M_0 = M_0T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Теорема 2.2.45

(1) Рух M зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли обернене до нього відображення M^{-1} — рух, що зберігає орієнтацію.

(2) Композиція MM' двох рухів M і M' зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли одночасно обидва з них зберігають орієнтацію, або обидва змінюють орієнтацію.

(3) Композиція $M_1M_2\dots M_k$ рухів M_i зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли кількість рухів M_i, що змінюють орієнтацію, парна.

Доведення теореми 2.2.45 залишено слухачам як вправу. Воно інтенсивно використовує теорему 2.2.29 для перемикання паралельних перенесень з одного боку руху, який фіксує початок координат, на інший.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1M_0 = M_0T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Жорсткі рухи на площині

Теорема 2.2.45

(1) Рух M зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли обернене до нього відображення M^{-1} — рух, що зберігає орієнтацію.

(2) Композиція MM' двох рухів M і M' зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли одночасно обидва з них зберігають орієнтацію, або обидва змінюють орієнтацію.

(3) Композиція $M_1M_2\ldots M_k$ рухів M_i зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли кількість рухів M_i, що змінюють орієнтацію, парна.

Доведення теореми 2.2.45 залишено слухачам як вправу. Воно інтенсивно використовує теорему 2.2.29 для перемикання паралельних перенесень з одного боку руху, який фіксує початок координат, на інший.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1M_0 = M_0T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Теорема 2.2.45

(1) Рух M зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли обернене до нього відображення M^{-1} — рух, що зберігає орієнтацію.

(2) Композиція MM' двох рухів M і M' зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли одночасно обидва з них зберігають орієнтацію, або обидва змінюють орієнтацію.

(3) Композиція $M_1M_2\ldots M_k$ рухів M_i зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли кількість рухів M_i, що змінюють орієнтацію, парна.

Доведення теореми 2.2.45 залишено слухачам як вправу. Воно інтенсивно використовує теорему 2.2.29 для перемикання паралельних перенесень з одного боку руху, який фіксує початок координат, на інший.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1M_0 = M_0T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Теорема 2.2.45

(1) Рух M зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли обернене до нього відображення M^{-1} — рух, що зберігає орієнтацію.

(2) Композиція MM' двох рухів M і M' зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли одночасно обидва з них зберігають орієнтацію, або обидва змінюють орієнтацію.

(3) Композиція $M_1 M_2 \ldots M_k$ рухів M_i зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли кількість рухів M_i, що змінюють орієнтацію, парна.

Доведення теореми 2.2.45 залишено слухачам як вправу. Воно інтенсивно використовує теорему 2.2.29 для перемикання паралельних перенесень з одного боку руху, який фіксує початок координат, на інший.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Теорема 2.2.45

(1) Рух M зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли обернене до нього відображення M^{-1} — рух, що зберігає орієнтацію.

(2) Композиція MM' двох рухів M і M' зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли одночасно обидва з них зберігають орієнтацію, або обидва змінюють орієнтацію.

(3) Композиція $M_1M_2 \ldots M_k$ рухів M_i зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли кількість рухів M_i, що змінюють орієнтацію, парна.

Доведення теореми 2.2.45 залишено слухачам як вправу. Воно інтенсивно використовує теорему 2.2.29 для перемикання паралельних перенесень з одного боку руху, який фіксує початок координат, на інший.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1M_0 = M_0T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Жорсткі рухи на площині

Теорема 2.2.45

(1) Рух M зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли обернене до нього відображення M^{-1} — рух, що зберігає орієнтацію.

(2) Композиція MM' двох рухів M і M' зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли одночасно обидва з них зберігають орієнтацію, або обидва змінюють орієнтацію.

(3) Композиція $M_1M_2\dots M_k$ рухів M_i зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли кількість рухів M_i, що змінюють орієнтацію, парна.

Доведення теореми 2.2.45 залишено слухачам як вправу. Воно інтенсивно використовує теорему 2.2.29 для перемикання паралельних перенесень з одного боку руху, який фіксує початок координат, на інший.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1M_0 = M_0T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Теорема 2.2.45

(1) Рух M зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли обернене до нього відображення M^{-1} — рух, що зберігає орієнтацію.

(2) Композиція MM' двох рухів M і M' зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли одночасно обидва з них зберігають орієнтацію, або обидва змінюють орієнтацію.

(3) Композиція $M_1M_2\ldots M_k$ рухів M_i зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли кількість рухів M_i, що змінюють орієнтацію, парна.

Доведення теореми 2.2.45 залишено слухачам як вправу. Воно інтенсивно використовує теорему 2.2.29 для перемикання паралельних перенесень з одного боку руху, який фіксує початок координат, на інший.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1M_0 = M_0T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Теорема 2.2.45

(1) Рух M зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли обернене до нього відображення M^{-1} — рух, що зберігає орієнтацію.

(2) Композиція MM' двох рухів M і M' зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли одночасно обидва з них зберігають орієнтацію, або обидва змінюють орієнтацію.

(3) Композиція $M_1M_2 \dots M_k$ рухів M_i зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли кількість рухів M_i, що змінюють орієнтацію, парна.

Доведення теореми 2.2.45 залишено слухачам як вправу. Воно інтенсивно використовує теорему 2.2.29 для перемикання паралельних перенесень з одного боку руху, який фіксує початок координат, на інший.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1M_0 = M_0T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Теорема 2.2.45

(1) Рух M зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли обернене до нього відображення M^{-1} — рух, що зберігає орієнтацію.

(2) Композиція MM' двох рухів M і M' зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли одночасно обидва з них зберігають орієнтацію, або обидва змінюють орієнтацію.

(3) Композиція $M_1 M_2 \dots M_k$ рухів M_i зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли кількість рухів M_i, що змінюють орієнтацію, парна.

Доведення теореми 2.2.45 залишено слухачам як вправу. Воно інтенсивно використовує теорему 2.2.29 для перемикання паралельних перенесень з одного боку руху, який фіксує початок координат, на інший.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{0}) = \overrightarrow{0}$.

Теорема 2.2.45

(1) Рух M зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли обернене до нього відображення M^{-1} — рух, що зберігає орієнтацію.

(2) Композиція MM' двох рухів M і M' зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли одночасно обидва з них зберігають орієнтацію, або обидва змінюють орієнтацію.

(3) Композиція $M_1M_2\ldots M_k$ рухів M_i зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли кількість рухів M_i, що змінюють орієнтацію, парна.

Доведення теореми 2.2.45 залишено слухачам як вправу. Воно інтенсивно використовує теорему 2.2.29 для перемикання паралельних перенесень з одного боку руху, який фіксує початок координат, на інший.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1M_0 = M_0T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

Теорема 2.2.45

(1) Рух M зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли обернене до нього відображення M^{-1} — рух, що зберігає орієнтацію.

(2) Композиція MM' двох рухів M і M' зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли одночасно обидва з них зберігають орієнтацію, або обидва змінюють орієнтацію.

(3) Композиція $M_1 M_2 \dots M_k$ рухів M_i зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли кількість рухів M_i, що змінюють орієнтацію, парна.

Доведення теореми 2.2.45 залишено слухачам як вправу. Воно інтенсивно використовує теорему 2.2.29 для перемикання паралельних перенесень з одного боку руху, який фіксує початок координат, на інший.

Теорема 2.2.29

Кожен рух M можна зобразити єдиним чином у вигляді $M = T_1 M_0 = M_0 T_2$, де T_1 і T_2 — паралельні перенесення, а M_0 — рух, для якого початок координат є нерухомою точкою, тобто $M_0(\overrightarrow{\mathbf{0}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

Теорема 2.2.46

(1) Паралельні перенесення й обертання площини — це рухи, що зберігають орієнтацію.

(2) Відбиття — це рухи, що змінюють орієнтацію.

Доведення. (1) Той факт, що паралельні перенесення є рухами, що зберігають орієнтацію, безпосередньо випливає з означення, оскільки тотожне відображення, безумовно, зберігає орієнтацію. Щоб довести, що обертання зберігають орієнтацію, достатньо показати за теоремою 2.2.45, що кожне обертання R навколо початку координат зберігає орієнтацію, оскільки довільне обертання є композицією паралельного перенесення та обертання навколо початку координат. Те, що такий рух (обертання) R зберігає орієнтацію, випливає з теорем 1.8.11 і 2.2.12 і того факту, що матриця для лінійного перетворення R має визначник, який дорівнює $+1$. Це доводить твердження (1).

Теорема 1.8.11

Нехай V — векторний простір і $T\colon V \to V$ — невироджене лінійне перетворення. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли $\det(T) > 0$.

Теорема 2.2.12

Рівняння для обертання R навколо початку координат на кут θ має вигляд

$$x' = x\cos\theta - y\sin\theta;$$

$$y' = x\sin\theta + y\cos\theta.$$

Зокрема таке обертання є лінійним перетворенням з матрицею $\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$.

Жорсткі рухи на площині

Теорема 2.2.46

(1) Паралельні перенесення й обертання площини — це рухи, що зберігають орієнтацію.

(2) Відбиття — це рухи, що змінюють орієнтацію.

Доведення. (1) Той факт, що паралельні перенесення є рухами, що зберігають орієнтацію, безпосередньо випливає з означення, оскільки тотожне відображення, безумовно, зберігає орієнтацію. Щоб довести, що обертання зберігають орієнтацію, достатньо показати за теоремою 2.2.45, що кожне обертання R навколо початку координат зберігає орієнтацію, оскільки довільне обертання є композицією паралельного перенесення та обертання навколо початку координат. Те, що такий рух (обертання) R зберігає орієнтацію, випливає з теорем 1.8.11 і 2.2.12 і того факту, що матриця для лінійного перетворення R має визначник, який дорівнює $+1$. Це доводить твердження (1).

Теорема 1.8.11

Нехай V — векторний простір і $T\colon V \to V$ — невироджене лінійне перетворення. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли $\det(T) > 0$.

Теорема 2.2.12

Рівняння для обертання R навколо початку координат на кут θ має вигляд

$$x' = x\cos\theta - y\sin\theta;$$

$$y' = x\sin\theta + y\cos\theta.$$

Зокрема таке обертання є лінійним перетворенням з матрицею $\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$.

Жорсткі рухи на площині

Теорема 2.2.46

(1) Паралельні перенесення й обертання площини — це рухи, що зберігають орієнтацію.

(2) Відбиття — це рухи, що змінюють орієнтацію.

Доведення. (1) Той факт, що паралельні перенесення є рухами, що зберігають орієнтацію, безпосередньо випливає з означення, оскільки тотожне відображення, безумовно, зберігає орієнтацію. Щоб довести, що обертання зберігають орієнтацію, достатньо показати за теоремою 2.2.45, що кожне обертання R навколо початку координат зберігає орієнтацію, оскільки довільне обертання є композицією паралельного перенесення та обертання навколо початку координат. Те, що такий рух (обертання) R зберігає орієнтацію, випливає з теорем 1.8.11 і 2.2.12 і того факту, що матриця для лінійного перетворення R має визначник, який дорівнює $+1$. Це доводить твердження (1).

Теорема 1.8.11

Нехай V — векторний простір і $T\colon V \to V$ — невироджене лінійне перетворення. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли $\det(T) > 0$.

Теорема 2.2.12

Рівняння для обертання R навколо початку координат на кут θ має вигляд
$$x' = x\cos\theta - y\sin\theta;$$
$$y' = x\sin\theta + y\cos\theta.$$
Зокрема таке обертання є лінійним перетворенням з матрицею $\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$.

Теорема 2.2.46

(1) Паралельні перенесення й обертання площини — це рухи, що зберігають орієнтацію.

(2) Відбиття — це рухи, що змінюють орієнтацію.

Доведення. (1) Той факт, що паралельні перенесення є рухами, що зберігають орієнтацію, безпосередньо випливає з означення, оскільки тотожне відображення, безумовно, зберігає орієнтацію. Щоб довести, що обертання зберігають орієнтацію, достатньо показати за теоремою 2.2.45, що кожне обертання R навколо початку координат зберігає орієнтацію, оскільки довільне обертання є композицією паралельного перенесення та обертання навколо початку координат. Те, що такий рух (обертання) R зберігає орієнтацію, випливає з теорем 1.8.11 і 2.2.12 і того факту, що матриця для лінійного перетворення R має визначник, який дорівнює $+1$. Це доводить твердження (1).

Теорема 1.8.11

Нехай V — векторний простір і $T\colon V \to V$ — невироджене лінійне перетворення. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли $\det(T) > 0$.

Теорема 2.2.12

Рівняння для обертання R навколо початку координат на кут θ має вигляд

$$x' = x\cos\theta - y\sin\theta;$$

$$y' = x\sin\theta + y\cos\theta.$$

Зокрема таке обертання є лінійним перетворенням з матрицею $\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$.

Теорема 2.2.46

(1) Паралельні перенесення й обертання площини — це рухи, що зберігають орієнтацію.

(2) Відбиття — це рухи, що змінюють орієнтацію.

Доведення. (1) Той факт, що паралельні перенесення є рухами, що зберігають орієнтацію, безпосередньо випливає з означення, оскільки тотожне відображення, безумовно, зберігає орієнтацію. Щоб довести, що обертання зберігають орієнтацію, достатньо показати за теоремою 2.2.45, що кожне обертання R навколо початку координат зберігає орієнтацію, оскільки довільне обертання є композицією паралельного перенесення та обертання навколо початку координат. Те, що такий рух (обертання) R зберігає орієнтацію, випливає з теорем 1.8.11 і 2.2.12 і того факту, що матриця для лінійного перетворення R має визначник, який дорівнює $+1$. Це доводить твердження (1).

Теорема 1.8.11

Нехай V — векторний простір і $T\colon V \to V$ — невироджене лінійне перетворення. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли $\det(T) > 0$.

Теорема 2.2.12

Рівняння для обертання R навколо початку координат на кут θ має вигляд

$$x' = x\cos\theta - y\sin\theta;$$

$$y' = x\sin\theta + y\cos\theta.$$

Зокрема таке обертання є лінійним перетворенням з матрицею $\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$.

Жорсткі рухи на площині

Теорема 2.2.46

(1) Паралельні перенесення й обертання площини — це рухи, що зберігають орієнтацію.

(2) Відбиття — це рухи, що змінюють орієнтацію.

Доведення. (1) Той факт, що паралельні перенесення є рухами, що зберігають орієнтацію, безпосередньо випливає з означення, оскільки тотожне відображення, безумовно, зберігає орієнтацію. Щоб довести, що обертання зберігають орієнтацію, достатньо показати за теоремою 2.2.45, що кожне обертання R навколо початку координат зберігає орієнтацію, оскільки довільне обертання є композицією паралельного перенесення та обертання навколо початку координат. Те, що такий рух (обертання) R зберігає орієнтацію, випливає з теорем 1.8.11 і 2.2.12 і того факту, що матриця для лінійного перетворення R має визначник, який дорівнює $+1$. Це доводить твердження (1).

Теорема 1.8.11

Нехай V — векторний простір і $T\colon V \to V$ — невироджене лінійне перетворення. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли $\det(T) > 0$.

Теорема 2.2.12

Рівняння для обертання R навколо початку координат на кут θ має вигляд

$$x' = x\cos\theta - y\sin\theta;$$

$$y' = x\sin\theta + y\cos\theta.$$

Зокрема таке обертання є лінійним перетворенням з матрицею $\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$.

Жорсткі рухи на площині

Теорема 2.2.46

(1) Паралельні перенесення й обертання площини — це рухи, що зберігають орієнтацію.

(2) Відбиття — це рухи, що змінюють орієнтацію.

Доведення. (1) Той факт, що паралельні перенесення є рухами, що зберігають орієнтацію, безпосередньо випливає з означення, оскільки тотожне відображення, безумовно, зберігає орієнтацію. Щоб довести, що обертання зберігають орієнтацію, достатньо показати за теоремою 2.2.45, що кожне обертання R навколо початку координат зберігає орієнтацію, оскільки довільне обертання є композицією паралельного перенесення та обертання навколо початку координат. Те, що такий рух (обертання) R зберігає орієнтацію, випливає з теорем 1.8.11 і 2.2.12 і того факту, що матриця для лінійного перетворення R має визначник, який дорівнює $+1$. Це доводить твердження (1).

Теорема 1.8.11

Нехай V — векторний простір і $T\colon V \to V$ — невироджене лінійне перетворення. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли $\det(T) > 0$.

Теорема 2.2.12

Рівняння для обертання R навколо початку координат на кут θ має вигляд
$$x' = x\cos\theta - y\sin\theta;$$
$$y' = x\sin\theta + y\cos\theta.$$
Зокрема таке обертання є лінійним перетворенням з матрицею $\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$.

Жорсткі рухи на площині

Теорема 2.2.46

(1) Паралельні перенесення й обертання площини — це рухи, що зберігають орієнтацію.

(2) Відбиття — це рухи, що змінюють орієнтацію.

Доведення. (1) Той факт, що паралельні перенесення є рухами, що зберігають орієнтацію, безпосередньо випливає з означення, оскільки тотожне відображення, безумовно, зберігає орієнтацію. Щоб довести, що обертання зберігають орієнтацію, достатньо показати за теоремою 2.2.45, що кожне обертання R навколо початку координат зберігає орієнтацію, оскільки довільне обертання є композицією паралельного перенесення та обертання навколо початку координат. Те, що такий рух (обертання) R зберігає орієнтацію, випливає з теорем 1.8.11 і 2.2.12 і того факту, що матриця для лінійного перетворення R має визначник, який дорівнює $+1$. Це доводить твердження (1).

Теорема 1.8.11

Нехай V — векторний простір і $T\colon V \to V$ — невироджене лінійне перетворення. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли $\det(T) > 0$.

Теорема 2.2.12

Рівняння для обертання R навколо початку координат на кут θ має вигляд

$$x' = x\cos\theta - y\sin\theta;$$

$$y' = x\sin\theta + y\cos\theta.$$

Зокрема таке обертання є лінійним перетворенням з матрицею $\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$.

Жорсткі рухи на площині

Теорема 2.2.46

(1) Паралельні перенесення й обертання площини — це рухи, що зберігають орієнтацію.

(2) Відбиття — це рухи, що змінюють орієнтацію.

Доведення. (1) Той факт, що паралельні перенесення є рухами, що зберігають орієнтацію, безпосередньо випливає з означення, оскільки тотожне відображення, безумовно, зберігає орієнтацію. Щоб довести, що обертання зберігають орієнтацію, достатньо показати за теоремою 2.2.45, що кожне обертання R навколо початку координат зберігає орієнтацію, оскільки довільне обертання є композицією паралельного перенесення та обертання навколо початку координат. Те, що такий рух (обертання) R зберігає орієнтацію, випливає з теорем 1.8.11 і 2.2.12 і того факту, що матриця для лінійного перетворення R має визначник, який дорівнює $+1$. Це доводить твердження (1).

Теорема 1.8.11

Нехай V — векторний простір і $T\colon V \to V$ — невироджене лінійне перетворення. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли $\det(T) > 0$.

Теорема 2.2.12

Рівняння для обертання R навколо початку координат на кут θ має вигляд

$$x' = x\cos\theta - y\sin\theta;$$

$$y' = x\sin\theta + y\cos\theta.$$

Зокрема таке обертання є лінійним перетворенням з матрицею $\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$.

Жорсткі рухи на площині

Теорема 2.2.46

(1) Паралельні перенесення й обертання площини — це рухи, що зберігають орієнтацію.

(2) Відбиття — це рухи, що змінюють орієнтацію.

Доведення. (1) Той факт, що паралельні перенесення є рухами, що зберігають орієнтацію, безпосередньо випливає з означення, оскільки тотожне відображення, безумовно, зберігає орієнтацію. Щоб довести, що обертання зберігають орієнтацію, достатньо показати за теоремою 2.2.45, що кожне обертання R навколо початку координат зберігає орієнтацію, оскільки довільне обертання є композицією паралельного перенесення та обертання навколо початку координат. Те, що такий рух (обертання) R зберігає орієнтацію, випливає з теорем 1.8.11 і 2.2.12 і того факту, що матриця для лінійного перетворення R має визначник, який дорівнює $+1$. Це доводить твердження (1).

Теорема 1.8.11

Нехай V — векторний простір і $T\colon V \to V$ — невироджене лінійне перетворення. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли $\det(T) > 0$.

Теорема 2.2.12

Рівняння для обертання R навколо початку координат на кут θ має вигляд

$$x' = x\cos\theta - y\sin\theta;$$

$$y' = x\sin\theta + y\cos\theta.$$

Зокрема таке обертання є лінійним перетворенням з матрицею $\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$.

Жорсткі рухи на площині

Теорема 2.2.46

(1) Паралельні перенесення й обертання площини — це рухи, що зберігають орієнтацію.

(2) Відбиття — це рухи, що змінюють орієнтацію.

Доведення. (1) Той факт, що паралельні перенесення є рухами, що зберігають орієнтацію, безпосередньо випливає з означення, оскільки тотожне відображення, безумовно, зберігає орієнтацію. Щоб довести, що обертання зберігають орієнтацію, достатньо показати за теоремою 2.2.45, що кожне обертання R навколо початку координат зберігає орієнтацію, оскільки довільне обертання є композицією паралельного перенесення та обертання навколо початку координат. Те, що такий рух (обертання) R зберігає орієнтацію, випливає з теорем 1.8.11 і 2.2.12 і того факту, що матриця для лінійного перетворення R має визначник, який дорівнює $+1$. Це доводить твердження (1).

Теорема 1.8.11

Нехай V — векторний простір і $T\colon V \to V$ — невироджене лінійне перетворення. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли $\det(T) > 0$.

Теорема 2.2.12

Рівняння для обертання R навколо початку координат на кут θ має вигляд

$$x' = x\cos\theta - y\sin\theta;$$

$$y' = x\sin\theta + y\cos\theta.$$

Зокрема таке обертання є лінійним перетворенням з матрицею $\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$.

Теорема 2.2.46

(1) Паралельні перенесення й обертання площини — це рухи, що зберігають орієнтацію.

(2) Відбиття — це рухи, що змінюють орієнтацію.

Доведення. (1) Той факт, що паралельні перенесення є рухами, що зберігають орієнтацію, безпосередньо випливає з означення, оскільки тотожне відображення, безумовно, зберігає орієнтацію. Щоб довести, що обертання зберігають орієнтацію, достатньо показати за теоремою 2.2.45, що кожне обертання R навколо початку координат зберігає орієнтацію, оскільки довільне обертання є композицією паралельного перенесення та обертання навколо початку координат. Те, що такий рух (обертання) R зберігає орієнтацію, випливає з теорем 1.8.11 і 2.2.12 і того факту, що матриця для лінійного перетворення R має визначник, який дорівнює $+1$. Це доводить твердження (1).

Теорема 1.8.11

Нехай V — векторний простір і $T\colon V \to V$ — невироджене лінійне перетворення. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли $\det(T) > 0$.

Теорема 2.2.12

Рівняння для обертання R навколо початку координат на кут θ має вигляд

$$x' = x\cos\theta - y\sin\theta;$$

$$y' = x\sin\theta + y\cos\theta.$$

Зокрема таке обертання є лінійним перетворенням з матрицею $\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$.

Жорсткі рухи на площині

Теорема 2.2.46

(1) Паралельні перенесення й обертання площини — це рухи, що зберігають орієнтацію.

(2) Відбиття — це рухи, що змінюють орієнтацію.

Доведення. (1) Той факт, що паралельні перенесення є рухами, що зберігають орієнтацію, безпосередньо випливає з означення, оскільки тотожне відображення, безумовно, зберігає орієнтацію. Щоб довести, що обертання зберігають орієнтацію, достатньо показати за теоремою 2.2.45, що кожне обертання R навколо початку координат зберігає орієнтацію, оскільки довільне обертання є композицією паралельного перенесення та обертання навколо початку координат. Те, що такий рух (обертання) R зберігає орієнтацію, випливає з теорем 1.8.11 і 2.2.12 і того факту, що матриця для лінійного перетворення R має визначник, який дорівнює $+1$. Це доводить твердження (1).

Теорема 1.8.11

Нехай V — векторний простір і $T\colon V \to V$ — невироджене лінійне перетворення. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли $\det(T) > 0$.

Теорема 2.2.12

Рівняння для обертання R навколо початку координат на кут θ має вигляд

$$x' = x\cos\theta - y\sin\theta;$$

$$y' = x\sin\theta + y\cos\theta.$$

Зокрема таке обертання є лінійним перетворенням з матрицею $\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$.

Жорсткі рухи на площині

Теорема 2.2.46

(1) Паралельні перенесення й обертання площини — це рухи, що зберігають орієнтацію.

(2) Відбиття — це рухи, що змінюють орієнтацію.

Доведення. (1) Той факт, що паралельні перенесення є рухами, що зберігають орієнтацію, безпосередньо випливає з означення, оскільки тотожне відображення, безумовно, зберігає орієнтацію. Щоб довести, що обертання зберігають орієнтацію, достатньо показати за теоремою 2.2.45, що кожне обертання R навколо початку координат зберігає орієнтацію, оскільки довільне обертання є композицією паралельного перенесення та обертання навколо початку координат. Те, що такий рух (обертання) R зберігає орієнтацію, випливає з теорем 1.8.11 і 2.2.12 і того факту, що матриця для лінійного перетворення R має визначник, який дорівнює $+1$. Це доводить твердження (1).

Теорема 1.8.11

Нехай V — векторний простір і $T\colon V \to V$ — невироджене лінійне перетворення. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли $\det(T) > 0$.

Теорема 2.2.12

Рівняння для обертання R навколо початку координат на кут θ має вигляд

$$x' = x\cos\theta - y\sin\theta;$$

$$y' = x\sin\theta + y\cos\theta.$$

Зокрема таке обертання є лінійним перетворенням з матрицею $\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$.

Теорема 2.2.46

(1) Паралельні перенесення й обертання площини — це рухи, що зберігають орієнтацію.

(2) Відбиття — це рухи, що змінюють орієнтацію.

Доведення. (1) Той факт, що паралельні перенесення є рухами, що зберігають орієнтацію, безпосередньо випливає з означення, оскільки тотожне відображення, безумовно, зберігає орієнтацію. Щоб довести, що обертання зберігають орієнтацію, достатньо показати за теоремою 2.2.45, що кожне обертання R навколо початку координат зберігає орієнтацію, оскільки довільне обертання є композицією паралельного перенесення та обертання навколо початку координат. Те, що такий рух (обертання) R зберігає орієнтацію, випливає з теорем 1.8.11 і 2.2.12 і того факту, що матриця для лінійного перетворення R має визначник, який дорівнює $+1$. Це доводить твердження (1).

Теорема 1.8.11

Нехай V — векторний простір і $T\colon V \to V$ — невироджене лінійне перетворення. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли $\det(T) > 0$.

Теорема 2.2.12

Рівняння для обертання R навколо початку координат на кут θ має вигляд

$$x' = x\cos\theta - y\sin\theta;$$

$$y' = x\sin\theta + y\cos\theta.$$

Зокрема таке обертання є лінійним перетворенням з матрицею $\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$.

Жорсткі рухи на площині

Теорема 2.2.46

(1) Паралельні перенесення й обертання площини — це рухи, що зберігають орієнтацію.

(2) Відбиття — це рухи, що змінюють орієнтацію.

Доведення. (1) Той факт, що паралельні перенесення є рухами, що зберігають орієнтацію, безпосередньо випливає з означення, оскільки тотожне відображення, безумовно, зберігає орієнтацію. Щоб довести, що обертання зберігають орієнтацію, достатньо показати за теоремою 2.2.45, що кожне обертання R навколо початку координат зберігає орієнтацію, оскільки довільне обертання є композицією паралельного перенесення та обертання навколо початку координат. Те, що такий рух (обертання) R зберігає орієнтацію, випливає з теорем 1.8.11 і 2.2.12 і того факту, що матриця для лінійного перетворення R має визначник, який дорівнює $+1$. Це доводить твердження (1).

Теорема 1.8.11

Нехай V — векторний простір і $T\colon V \to V$ — невироджене лінійне перетворення. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли $\det(T) > 0$.

Теорема 2.2.12

Рівняння для обертання R навколо початку координат на кут θ має вигляд

$$x' = x\cos\theta - y\sin\theta;$$

$$y' = x\sin\theta + y\cos\theta.$$

Зокрема таке обертання є лінійним перетворенням з матрицею $\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$.

Теорема 2.2.46

(1) Паралельні перенесення й обертання площини — це рухи, що зберігають орієнтацію.

(2) Відбиття — це рухи, що змінюють орієнтацію.

Доведення. (1) Той факт, що паралельні перенесення є рухами, що зберігають орієнтацію, безпосередньо випливає з означення, оскільки тотожне відображення, безумовно, зберігає орієнтацію. Щоб довести, що обертання зберігають орієнтацію, достатньо показати за теоремою 2.2.45, що кожне обертання R навколо початку координат зберігає орієнтацію, оскільки довільне обертання є композицією паралельного перенесення та обертання навколо початку координат. Те, що такий рух (обертання) R зберігає орієнтацію, випливає з теорем 1.8.11 і 2.2.12 і того факту, що матриця для лінійного перетворення R має визначник, який дорівнює $+1$. Це доводить твердження (1).

Теорема 1.8.11

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір і $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — невироджене лінійне перетворення. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли $\det(T) > 0$.

Теорема 2.2.12

Рівняння для обертання R навколо початку координат на кут θ має вигляд

$$x' = x\cos\theta - y\sin\theta;$$

$$y' = x\sin\theta + y\cos\theta.$$

Зокрема таке обертання є лінійним перетворенням з матрицею $\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$.

Жорсткі рухи на площині

Теорема 2.2.46

(1) Паралельні перенесення й обертання площини — це рухи, що зберігають орієнтацію.

(2) Відбиття — це рухи, що змінюють орієнтацію.

Доведення. (1) Той факт, що паралельні перенесення є рухами, що зберігають орієнтацію, безпосередньо випливає з означення, оскільки тотожне відображення, безумовно, зберігає орієнтацію. Щоб довести, що обертання зберігають орієнтацію, достатньо показати за теоремою 2.2.45, що кожне обертання R навколо початку координат зберігає орієнтацію, оскільки довільне обертання є композицією паралельного перенесення та обертання навколо початку координат. Те, що такий рух (обертання) R зберігає орієнтацію, випливає з теорем 1.8.11 і 2.2.12 і того факту, що матриця для лінійного перетворення R має визначник, який дорівнює $+1$. Це доводить твердження (1).

Теорема 1.8.11

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір і $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — невироджене лінійне перетворення. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли $\det(T) > 0$.

Теорема 2.2.12

Рівняння для обертання R навколо початку координат на кут θ має вигляд

$$x' = x\cos\theta - y\sin\theta;$$

$$y' = x\sin\theta + y\cos\theta.$$

Зокрема таке обертання є лінійним перетворенням з матрицею $\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$.

Жорсткі рухи на площині

Теорема 2.2.46

(1) Паралельні перенесення й обертання площини — це рухи, що зберігають орієнтацію.

(2) Відбиття — це рухи, що змінюють орієнтацію.

Доведення. (1) Той факт, що паралельні перенесення є рухами, що зберігають орієнтацію, безпосередньо випливає з означення, оскільки тотожне відображення, безумовно, зберігає орієнтацію. Щоб довести, що обертання зберігають орієнтацію, достатньо показати за теоремою 2.2.45, що кожне обертання R навколо початку координат зберігає орієнтацію, оскільки довільне обертання є композицією паралельного перенесення та обертання навколо початку координат. Те, що такий рух (обертання) R зберігає орієнтацію, випливає з теорем 1.8.11 і 2.2.12 і того факту, що матриця для лінійного перетворення R має визначник, який дорівнює $+1$. Це доводить твердження (1).

Теорема 1.8.11

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір і $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — невироджене лінійне перетворення. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли $\det(T) > 0$.

Теорема 2.2.12

Рівняння для обертання R навколо початку координат на кут θ має вигляд

$$x' = x\cos\theta - y\sin\theta;$$

$$y' = x\sin\theta + y\cos\theta.$$

Зокрема таке обертання є лінійним перетворенням з матрицею $\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$.

Теорема 2.2.46

(1) Паралельні перенесення й обертання площини — це рухи, що зберігають орієнтацію.

(2) Відбиття — це рухи, що змінюють орієнтацію.

Доведення. (1) Той факт, що паралельні перенесення є рухами, що зберігають орієнтацію, безпосередньо випливає з означення, оскільки тотожне відображення, безумовно, зберігає орієнтацію. Щоб довести, що обертання зберігають орієнтацію, достатньо показати за теоремою 2.2.45, що кожне обертання R навколо початку координат зберігає орієнтацію, оскільки довільне обертання є композицією паралельного перенесення та обертання навколо початку координат. Те, що такий рух (обертання) R зберігає орієнтацію, випливає з теорем 1.8.11 і 2.2.12 і того факту, що матриця для лінійного перетворення R має визначник, який дорівнює $+1$. Це доводить твердження (1).

Теорема 1.8.11

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір і $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — невироджене лінійне перетворення. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли $\det(T) > 0$.

Теорема 2.2.12

Рівняння для обертання R навколо початку координат на кут θ має вигляд

$$x' = x\cos\theta - y\sin\theta;$$

$$y' = x\sin\theta + y\cos\theta.$$

Зокрема таке обертання є лінійним перетворенням з матрицею $\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$.

Теорема 2.2.46

(1) Паралельні перенесення й обертання площини — це рухи, що зберігають орієнтацію.

(2) Відбиття — це рухи, що змінюють орієнтацію.

Доведення. (1) Той факт, що паралельні перенесення є рухами, що зберігають орієнтацію, безпосередньо випливає з означення, оскільки тотожне відображення, безумовно, зберігає орієнтацію. Щоб довести, що обертання зберігають орієнтацію, достатньо показати за теоремою 2.2.45, що кожне обертання R навколо початку координат зберігає орієнтацію, оскільки довільне обертання є композицією паралельного перенесення та обертання навколо початку координат. Те, що такий рух (обертання) R зберігає орієнтацію, випливає з теорем 1.8.11 і 2.2.12 і того факту, що матриця для лінійного перетворення R має визначник, який дорівнює $+1$. Це доводить твердження (1).

Теорема 1.8.11

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір і $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — невироджене лінійне перетворення. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли $\det(T) > 0$.

Теорема 2.2.12

Рівняння для обертання R навколо початку координат на кут θ має вигляд

$$x' = x\cos\theta - y\sin\theta;$$

$$y' = x\sin\theta + y\cos\theta.$$

Зокрема таке обертання є лінійним перетворенням з матрицею $\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$.

Жорсткі рухи на площині

(2) Для доведення твердження (2) зауважимо, що відбиття S_x стосовно осі x — це лінійне перетворення з рівнянням

$$x' = x;$$
$$y' = -y,$$

що, очевидно, має детермінант -1, а отже, змінює орієнтацію. Далі, теорема 2.2.26 стверджує, що довільне відбиття можна записати у вигляді $T^{-1}R^{-1}S_xRT$, де T — паралельне перенесення, а R — обертання навколо початку координат. Тепер властивість (2) випливає з твердження (1) та теореми 2.2.45. ∎

Теорема 2.2.26

Кожне відбиття S на площині можна виразити у вигляді

$$S = T^{-1}R^{-1}S_xRT,$$

де T — паралельне перенесення, R — обертання навколо початку координат і S_x — відбиття стосовно осі x.

(2) Для доведення твердження (2) зауважимо, що відбиття S_x стосовно осі x — це лінійне перетворення з рівнянням

$$x' = x;$$
$$y' = -y,$$

що, очевидно, має детермінант -1, а отже, змінює орієнтацію. Далі, теорема 2.2.26 стверджує, що довільне відбиття можна записати у вигляді $T^{-1}R^{-1}S_xRT$, де T — паралельне перенесення, а R — обертання навколо початку координат. Тепер властивість (2) випливає з твердження (1) та теореми 2.2.45. ∎

Теорема 2.2.26

Кожне відбиття S на площині можна виразити у вигляді

$$S = T^{-1}R^{-1}S_xRT,$$

де T — паралельне перенесення, R — обертання навколо початку координат і S_x — відбиття стосовно осі x.

(2) Для доведення твердження (2) зауважимо, що відбиття S_x стосовно осі x — це лінійне перетворення з рівнянням

$$x' = x;$$
$$y' = -y,$$

що, очевидно, має детермінант -1, а отже, змінює орієнтацію. Далі, теорема 2.2.26 стверджує, що довільне відбиття можна записати у вигляді $T^{-1}R^{-1}S_xRT$, де T — паралельне перенесення, а R — обертання навколо початку координат. Тепер властивість (2) випливає з твердження (1) та теореми 2.2.45. ∎

Теорема 2.2.26

Кожне відбиття S на площині можна виразити у вигляді

$$S = T^{-1}R^{-1}S_xRT,$$

де T — паралельне перенесення, R — обертання навколо початку координат і S_x — відбиття стосовно осі x.

Жорсткі рухи на площині

(2) Для доведення твердження (2) зауважимо, що відбиття S_x стосовно осі x — це лінійне перетворення з рівнянням

$$x' = x;$$
$$y' = -y,$$

що, очевидно, має детермінант -1, а отже, змінює орієнтацію. Далі, теорема 2.2.26 стверджує, що довільне відбиття можна записати у вигляді $T^{-1}R^{-1}S_xRT$, де T — паралельне перенесення, а R — обертання навколо початку координат. Тепер властивість (2) випливає з твердження (1) та теореми 2.2.45. ∎

Теорема 2.2.26

Кожне відбиття S на площині можна виразити у вигляді

$$S = T^{-1}R^{-1}S_xRT,$$

де T — паралельне перенесення, R — обертання навколо початку координат і S_x — відбиття стосовно осі x.

(2) Для доведення твердження (2) зауважимо, що відбиття S_x стосовно осі x — це лінійне перетворення з рівнянням

$$x' = x;$$
$$y' = -y,$$

що, очевидно, має детермінант -1, а отже, змінює орієнтацію. Далі, теорема 2.2.26 стверджує, що довільне відбиття можна записати у вигляді $T^{-1}R^{-1}S_xRT$, де T — паралельне перенесення, а R — обертання навколо початку координат. Тепер властивість (2) випливає з твердження (1) та теореми 2.2.45. ∎

Теорема 2.2.26

Кожне відбиття S на площині можна виразити у вигляді

$$S = T^{-1}R^{-1}S_xRT,$$

де T — паралельне перенесення, R — обертання навколо початку координат і S_x — відбиття стосовно осі x.

(2) Для доведення твердження (2) зауважимо, що відбиття S_x стосовно осі x — це лінійне перетворення з рівнянням

$$x' = x;$$
$$y' = -y,$$

що, очевидно, має детермінант -1, а отже, змінює орієнтацію. Далі, теорема 2.2.26 стверджує, що довільне відбиття можна записати у вигляді $T^{-1}R^{-1}S_xRT$, де T — паралельне перенесення, а R — обертання навколо початку координат. Тепер властивість (2) випливає з твердження (1) та теореми 2.2.45.

Теорема 2.2.26

Кожне відбиття S на площині можна виразити у вигляді

$$S = T^{-1}R^{-1}S_xRT,$$

де T — паралельне перенесення, R — обертання навколо початку координат і S_x — відбиття стосовно осі x.

(2) Для доведення твердження (2) зауважимо, що відбиття S_x стосовно осі x — це лінійне перетворення з рівнянням

$$\begin{aligned} x' &= x; \\ y' &= -y, \end{aligned}$$

що, очевидно, має детермінант -1, а отже, змінює орієнтацію. Далі, теорема 2.2.26 стверджує, що довільне відбиття можна записати у вигляді $T^{-1}R^{-1}S_xRT$, де T — паралельне перенесення, а R — обертання навколо початку координат. Тепер властивість (2) випливає з твердження (1) та теореми 2.2.45. ■

Теорема 2.2.26

Кожне відбиття S на площині можна виразити у вигляді

$$S = T^{-1}R^{-1}S_xRT,$$

де T — паралельне перенесення, R — обертання навколо початку координат і S_x — відбиття стосовно осі x.

(2) Для доведення твердження (2) зауважимо, що відбиття S_x стосовно осі x — це лінійне перетворення з рівнянням

$$x' = x;$$
$$y' = -y,$$

що, очевидно, має детермінант -1, а отже, змінює орієнтацію. Далі, теорема 2.2.26 стверджує, що довільне відбиття можна записати у вигляді $T^{-1}R^{-1}S_xRT$, де T — паралельне перенесення, а R — обертання навколо початку координат. Тепер властивість (2) випливає з твердження (1) та теореми 2.2.45.

Теорема 2.2.26

Кожне відбиття S на площині можна виразити у вигляді

$$S = T^{-1}R^{-1}S_xRT,$$

де T — паралельне перенесення, R — обертання навколо початку координат і S_x — відбиття стосовно осі x.

(2) Для доведення твердження (2) зауважимо, що відбиття S_x стосовно осі x — це лінійне перетворення з рівнянням

$$x' = x;$$
$$y' = -y,$$

що, очевидно, має детермінант -1, а отже, змінює орієнтацію. Далі, теорема 2.2.26 стверджує, що довільне відбиття можна записати у вигляді $T^{-1}R^{-1}S_xRT$, де T — паралельне перенесення, а R — обертання навколо початку координат. Тепер властивість (2) випливає з твердження (1) та теореми 2.2.45.

Теорема 2.2.26

Кожне відбиття S на площині можна виразити у вигляді

$$S = T^{-1}R^{-1}S_xRT,$$

де T — паралельне перенесення, R — обертання навколо початку координат і S_x — відбиття стосовно осі x.

(2) Для доведення твердження (2) зауважимо, що відбиття S_x стосовно осі x — це лінійне перетворення з рівнянням

$$x' = x;$$
$$y' = -y,$$

що, очевидно, має детермінант -1, а отже, змінює орієнтацію. Далі, теорема 2.2.26 стверджує, що довільне відбиття можна записати у вигляді $T^{-1}R^{-1}S_xRT$, де T — паралельне перенесення, а R — обертання навколо початку координат. Тепер властивість (2) випливає з твердження (1) та теореми 2.2.45. ∎

Теорема 2.2.26

Кожне відбиття S на площині можна виразити у вигляді

$$S = T^{-1}R^{-1}S_xRT,$$

де T — паралельне перенесення, R — обертання навколо початку координат і S_x — відбиття стосовно осі x.

(2) Для доведення твердження (2) зауважимо, що відбиття S_x стосовно осі x — це лінійне перетворення з рівнянням

$$x' = x;$$
$$y' = -y,$$

що, очевидно, має детермінант -1, а отже, змінює орієнтацію. Далі, теорема 2.2.26 стверджує, що довільне відбиття можна записати у вигляді $T^{-1}R^{-1}S_xRT$, де T — паралельне перенесення, а R — обертання навколо початку координат. Тепер властивість (2) випливає з твердження (1) та теореми 2.2.45.

Теорема 2.2.26

Кожне відбиття S на площині можна виразити у вигляді

$$S = T^{-1}R^{-1}S_xRT,$$

де T — паралельне перенесення, R — обертання навколо початку координат і S_x — відбиття стосовно осі x.

(2) Для доведення твердження (2) зауважимо, що відбиття S_x стосовно осі x — це лінійне перетворення з рівнянням

$$x' = x;$$
$$y' = -y,$$

що, очевидно, має детермінант -1, а отже, змінює орієнтацію. Далі, теорема 2.2.26 стверджує, що довільне відбиття можна записати у вигляді $T^{-1}R^{-1}S_xRT$, де T — паралельне перенесення, а R — обертання навколо початку координат. Тепер властивість (2) випливає з твердження (1) та теореми 2.2.45. ∎

Теорема 2.2.26

Кожне відбиття S на площині можна виразити у вигляді

$$S = T^{-1}R^{-1}S_xRT,$$

де T — паралельне перенесення, R — обертання навколо початку координат і S_x — відбиття стосовно осі x.

(2) Для доведення твердження (2) зауважимо, що відбиття S_x стосовно осі x — це лінійне перетворення з рівнянням

$$x' = x;$$
$$y' = -y,$$

що, очевидно, має детермінант -1, а отже, змінює орієнтацію. Далі, теорема 2.2.26 стверджує, що довільне відбиття можна записати у вигляді $T^{-1}R^{-1}S_xRT$, де T — паралельне перенесення, а R — обертання навколо початку координат. Тепер властивість (2) випливає з твердження (1) та теореми 2.2.45. ■

Теорема 2.2.26

Кожне відбиття S на площині можна виразити у вигляді

$$S = T^{-1}R^{-1}S_xRT,$$

де T — паралельне перенесення, R — обертання навколо початку координат і S_x — відбиття стосовно осі x.

Жорсткі рухи на площині

Ми також можемо геометрично обґрунтувати теорему 2.2.46(2) на основі інтуїтивної ідеї, згаданої раніше, що рух площини, який змінює орієнтацією, якщо для деяких трьох неколінеарних точок A, B і C впорядковані пари базисних векторів $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ і $(\overrightarrow{M(A)M(B)}, \overrightarrow{M(A)M(C)})$ визначають протилежні орієнтації лінійного простору $\mathbb{R}^2$. Щоб побачити це, ми скористаємося тими самими позначеннями, що й у означенні відбиття раніше. Якщо P — точка, що не лежить на прямій L, то, очевидно, що вектори $\overrightarrow{AQ}$ і $\overrightarrow{QP}$ утворюють базис в лінійному просторі $\mathbb{R}^2$ і

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{T(A)T(Q)} &= \overrightarrow{AQ} = 1 \cdot \overrightarrow{AQ} + \quad\quad 0 \cdot \overrightarrow{QP};\\
\overrightarrow{T(Q)T(P)} &= \overrightarrow{QP'} = 0 \cdot \overrightarrow{AQ} + (-1) \cdot \overrightarrow{QP}.
\end{aligned}$$

Визначник матриці коефіцієнтів, що пов'язує вихідний базис із перетвореним, дорівнює -1. Це означає, що дві бази знаходяться в протилежних класах орієнтації.

Доведення теореми 2.2.47 залишаємо слухачам в якості вправи.

Теорема 2.2.47

Рух площини зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли він жорсткий рух.

Хоча для визначення загального руху площини потрібні три точки, однак у окремому випадку жорстких рухів достатньо дві точки.

Жорсткі рухи на площині

Ми також можемо геометрично обґрунтувати теорему 2.2.46(2) на основі інтуїтивної ідеї, згаданої раніше, що рух площини, який змінює орієнтацією, якщо для деяких трьох неколінеарних точок A, B і C впорядковані пари базисних векторів $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ і $(\overrightarrow{M(A)M(B)}, \overrightarrow{M(A)M(C)})$ визначають протилежні орієнтації лінійного простору $\mathbb{R}^2$. Щоб побачити це, ми скористаємося тими самими позначеннями, що й у означенні відбиття раніше. Якщо P — точка, що не лежить на прямій L, то, очевидно, що вектори $\overrightarrow{AQ}$ і $\overrightarrow{QP}$ утворюють базис в лінійному просторі $\mathbb{R}^2$ і

$$\overrightarrow{T(A)T(Q)} = \overrightarrow{AQ} = 1 \cdot \overrightarrow{AQ} + \qquad 0 \cdot \overrightarrow{QP};$$

$$\overrightarrow{T(Q)T(P)} = \overrightarrow{QP'} = 0 \cdot \overrightarrow{AQ} + (-1) \cdot \overrightarrow{QP}.$$

Визначник матриці коефіцієнтів, що пов'язує вихідний базис із перетвореним, дорівнює -1. Це означає, що дві бази знаходяться в протилежних класах орієнтації.

Доведення теореми 2.2.47 залишаємо слухачам в якості вправи.

Теорема 2.2.47

Рух площини зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли він жорсткий рух.

Хоча для визначення загального руху площини потрібні три точки, однак у окремому випадку жорстких рухів достатньо дві точки.

Жорсткі рухи на площині

Ми також можемо геометрично обґрунтувати теорему 2.2.46(2) на основі інтуїтивної ідеї, згаданої раніше, що рух площини, який змінює орієнтацією, якщо для деяких трьох неколінеарних точок A, B і C впорядковані пари базисних векторів $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ і $(\overrightarrow{M(A)M(B)}, \overrightarrow{M(A)M(C)})$ визначають протилежні орієнтації лінійного простору $\mathbb{R}^2$. Щоб побачити це, ми скористаємося тими самими позначеннями, що й у означенні відбиття раніше. Якщо P — точка, що не лежить на прямій L, то, очевидно, що вектори $\overrightarrow{AQ}$ і $\overrightarrow{QP}$ утворюють базис в лінійному просторі $\mathbb{R}^2$ і

$$\overrightarrow{T(A)T(Q)} = \overrightarrow{AQ} = 1 \cdot \overrightarrow{AQ} + \quad 0 \cdot \overrightarrow{QP};$$

$$\overrightarrow{T(Q)T(P)} = \overrightarrow{QP'} = 0 \cdot \overrightarrow{AQ} + (-1) \cdot \overrightarrow{QP}.$$

Визначник матриці коефіцієнтів, що пов'язує вихідний базис із перетвореним, дорівнює -1. Це означає, що дві бази знаходяться в протилежних класах орієнтації.

Доведення теореми 2.2.47 залишаємо слухачам в якості вправи.

Теорема 2.2.47

Рух площини зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли він жорсткий рух.

Хоча для визначення загального руху площини потрібні три точки, однак у окремому випадку жорстких рухів достатньо дві точки.

Ми також можемо геометрично обґрунтувати теорему 2.2.46(2) на основі інтуїтивної ідеї, згаданої раніше, що рух площини, який змінює орієнтацією, якщо для деяких трьох неколінеарних точок $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ і $\boldsymbol{C}$ впорядковані пари базисних векторів $(\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AC}})$ і $(\overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{B})}, \overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{C})})$ визначають протилежні орієнтації лінійного простору $\mathbb{R}^2$. Щоб побачити це, ми скористаємося тими самими позначеннями, що й у означенні відбиття раніше. Якщо $\boldsymbol{P}$ — точка, що не лежить на прямій $\boldsymbol{L}$, то, очевидно, що вектори $\overrightarrow{\boldsymbol{AQ}}$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{QP}}$ утворюють базис в лінійному просторі $\mathbb{R}^2$ і

$$\overrightarrow{T(\boldsymbol{A})T(\boldsymbol{Q})} = \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} = 1 \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} + 0 \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{QP}};$$

$$\overrightarrow{T(\boldsymbol{Q})T(\boldsymbol{P})} = \overrightarrow{\boldsymbol{QP}'} = 0 \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} + (-1) \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{QP}}.$$

Визначник матриці коефіцієнтів, що пов'язує вихідний базис із перетвореним, дорівнює -1. Це означає, що дві бази знаходяться в протилежних класах орієнтації.

Доведення теореми 2.2.47 залишаємо слухачам в якості вправи.

Теорема 2.2.47

Рух площини зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли він жорсткий рух.

Хоча для визначення загального руху площини потрібні три точки, однак у окремому випадку жорстких рухів достатньо дві точки.

Ми також можемо геометрично обґрунтувати теорему 2.2.46(2) на основі інтуїтивної ідеї, згаданої раніше, що рух площини, який змінює орієнтацією, якщо для деяких трьох неколінеарних точок $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ і $\boldsymbol{C}$ впорядковані пари базисних векторів $(\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AC}})$ і $(\overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{B})}, \overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{C})})$ визначають протилежні орієнтації лінійного простору $\mathbb{R}^2$. Щоб побачити це, ми скористаємося тими самими позначеннями, що й у означенні відбиття раніше. Якщо $\boldsymbol{P}$ — точка, що не лежить на прямій $\boldsymbol{L}$, то, очевидно, що вектори $\overrightarrow{\boldsymbol{AQ}}$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{QP}}$ утворюють базис в лінійному просторі $\mathbb{R}^2$ і

$$\overrightarrow{T(\boldsymbol{A})T(\boldsymbol{Q})} = \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} = 1 \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} + 0 \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{QP}};$$

$$\overrightarrow{T(\boldsymbol{Q})T(\boldsymbol{P})} = \overrightarrow{\boldsymbol{QP}'} = 0 \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} + (-1) \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{QP}}.$$

Визначник матриці коефіцієнтів, що пов'язує вихідний базис із перетвореним, дорівнює -1. Це означає, що дві бази знаходяться в протилежних класах орієнтації.

Доведення теореми 2.2.47 залишаємо слухачам в якості вправи.

Теорема 2.2.47

Рух площини зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли він жорсткий рух.

Хоча для визначення загального руху площини потрібні три точки, однак у окремому випадку жорстких рухів достатньо дві точки.

Ми також можемо геометрично обґрунтувати теорему 2.2.46(2) на основі інтуїтивної ідеї, згаданої раніше, що рух площини, який змінює орієнтацією, якщо для деяких трьох неколінеарних точок $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ і $\boldsymbol{C}$ впорядковані пари базисних векторів $(\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AC}})$ і $(\overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{B})}, \overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{C})})$ визначають протилежні орієнтації лінійного простору $\mathbb{R}^2$. Щоб побачити це, ми скористаємося тими самими позначеннями, що й у означенні відбиття раніше. Якщо $\boldsymbol{P}$ — точка, що не лежить на прямій $\boldsymbol{L}$, то, очевидно, що вектори $\overrightarrow{\boldsymbol{AQ}}$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{QP}}$ утворюють базис в лінійному просторі $\mathbb{R}^2$ і

$$\overrightarrow{T(\boldsymbol{A})T(\boldsymbol{Q})} = \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} = 1 \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} + 0 \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{QP}};$$

$$\overrightarrow{T(\boldsymbol{Q})T(\boldsymbol{P})} = \overrightarrow{\boldsymbol{QP}'} = 0 \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} + (-1) \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{QP}}.$$

Визначник матриці коефіцієнтів, що пов'язує вихідний базис із перетвореним, дорівнює -1. Це означає, що дві бази знаходяться в протилежних класах орієнтації.

Доведення теореми 2.2.47 залишаємо слухачам в якості вправи.

Теорема 2.2.47

Рух площини зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли він жорсткий рух.

Хоча для визначення загального руху площини потрібні три точки, однак у окремому випадку жорстких рухів достатньо дві точки.

Жорсткі рухи на площині

Ми також можемо геометрично обґрунтувати теорему 2.2.46(2) на основі інтуїтивної ідеї, згаданої раніше, що рух площини, який змінює орієнтацією, якщо для деяких трьох неколінеарних точок $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ і $\boldsymbol{C}$ впорядковані пари базисних векторів $(\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AC}})$ і $(\overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{B})}, \overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{C})})$ визначають протилежні орієнтації лінійного простору $\mathbb{R}^2$. Щоб побачити це, ми скористаємося тими самими позначеннями, що й у означенні відбиття раніше. Якщо $\boldsymbol{P}$ — точка, що не лежить на прямій $\boldsymbol{L}$, то, очевидно, що вектори $\overrightarrow{\boldsymbol{AQ}}$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{QP}}$ утворюють базис в лінійному просторі $\mathbb{R}^2$ і

$$\overrightarrow{T(\boldsymbol{A})T(\boldsymbol{Q})} = \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} = 1 \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} + \quad 0 \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{QP}};$$
$$\overrightarrow{T(\boldsymbol{Q})T(\boldsymbol{P})} = \overrightarrow{\boldsymbol{QP}'} = 0 \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} + (-1) \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{QP}}.$$

Визначник матриці коефіцієнтів, що пов'язує вихідний базис із перетвореним, дорівнює -1. Це означає, що дві бази знаходяться в протилежних класах орієнтації.

Доведення теореми 2.2.47 залишаємо слухачам в якості вправи.

Теорема 2.2.47

Рух площини зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли він жорсткий рух.

Хоча для визначення загального руху площини потрібні три точки, однак у окремому випадку жорстких рухів достатньо дві точки.

Ми також можемо геометрично обґрунтувати теорему 2.2.46(2) на основі інтуїтивної ідеї, згаданої раніше, що рух площини, який змінює орієнтацією, якщо для деяких трьох неколінеарних точок $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ і $\boldsymbol{C}$ впорядковані пари базисних векторів $(\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AC}})$ і $(\overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{B})}, \overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{C})})$ визначають протилежні орієнтації лінійного простору $\mathbb{R}^2$. Щоб побачити це, ми скористаємося тими самими позначеннями, що й у означенні відбиття раніше. Якщо $\boldsymbol{P}$ — точка, що не лежить на прямій $\boldsymbol{L}$, то, очевидно, що вектори $\overrightarrow{\boldsymbol{AQ}}$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{QP}}$ утворюють базис в лінійному просторі $\mathbb{R}^2$ і

$$\overrightarrow{T(\boldsymbol{A})T(\boldsymbol{Q})} = \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} = 1 \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} + 0 \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{QP}};$$

$$\overrightarrow{T(\boldsymbol{Q})T(\boldsymbol{P})} = \overrightarrow{\boldsymbol{QP}'} = 0 \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} + (-1) \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{QP}}.$$

Визначник матриці коефіцієнтів, що пов'язує вихідний базис із перетвореним, дорівнює -1. Це означає, що дві бази знаходяться в протилежних класах орієнтації.

Доведення теореми 2.2.47 залишаємо слухачам в якості вправи.

Теорема 2.2.47

Рух площини зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли він жорсткий рух.

Хоча для визначення загального руху площини потрібні три точки, однак у окремому випадку жорстких рухів достатньо дві точки.

Ми також можемо геометрично обґрунтувати теорему 2.2.46(2) на основі інтуїтивної ідеї, згаданої раніше, що рух площини, який змінює орієнтацією, якщо для деяких трьох неколінеарних точок $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ і $\boldsymbol{C}$ впорядковані пари базисних векторів $(\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AC}})$ і $(\overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{B})}, \overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{C})})$ визначають протилежні орієнтації лінійного простору $\mathbb{R}^2$. Щоб побачити це, ми скористаємося тими самими позначеннями, що й у означенні відбиття раніше. Якщо $\boldsymbol{P}$ — точка, що не лежить на прямій $\boldsymbol{L}$, то, очевидно, що вектори $\overrightarrow{\boldsymbol{AQ}}$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{QP}}$ утворюють базис в лінійному просторі $\mathbb{R}^2$ і

$$\overrightarrow{T(\boldsymbol{A})T(\boldsymbol{Q})} = \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} = 1 \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} + \quad 0 \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{QP}};$$

$$\overrightarrow{T(\boldsymbol{Q})T(\boldsymbol{P})} = \overrightarrow{\boldsymbol{QP}'} = 0 \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} + (-1) \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{QP}}.$$

Визначник матриці коефіцієнтів, що пов'язує вихідний базис із перетвореним, дорівнює -1. Це означає, що дві бази знаходяться в протилежних класах орієнтації.

Доведення теореми 2.2.47 залишаємо слухачам в якості вправи.

Теорема 2.2.47

Рух площини зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли він жорсткий рух.

Хоча для визначення загального руху площини потрібні три точки, однак у окремому випадку жорстких рухів достатньо дві точки.

Ми також можемо геометрично обґрунтувати теорему 2.2.46(2) на основі інтуїтивної ідеї, згаданої раніше, що рух площини, який змінює орієнтацією, якщо для деяких трьох неколінеарних точок $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ і $\boldsymbol{C}$ впорядковані пари базисних векторів $(\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AC}})$ і $(\overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{B})}, \overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{C})})$ визначають протилежні орієнтації лінійного простору $\mathbb{R}^2$. Щоб побачити це, ми скористаємося тими самими позначеннями, що й у означенні відбиття раніше. Якщо $\boldsymbol{P}$ — точка, що не лежить на прямій $\boldsymbol{L}$, то, очевидно, що вектори $\overrightarrow{\boldsymbol{AQ}}$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{QP}}$ утворюють базис в лінійному просторі $\mathbb{R}^2$ і

$$\overrightarrow{T(\boldsymbol{A})T(\boldsymbol{Q})} = \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} = 1 \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} + \quad 0 \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{QP}};$$

$$\overrightarrow{T(\boldsymbol{Q})T(\boldsymbol{P})} = \overrightarrow{\boldsymbol{QP}'} = 0 \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} + (-1) \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{QP}}.$$

Визначник матриці коефіцієнтів, що пов'язує вихідний базис із перетвореним, дорівнює -1. Це означає, що дві бази знаходяться в протилежних класах орієнтації.

Доведення теореми 2.2.47 залишаємо слухачам в якості вправи.

Теорема 2.2.47

Рух площини зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли він жорсткий рух.

Хоча для визначення загального руху площини потрібні три точки, однак у окремому випадку жорстких рухів достатньо дві точки.

Жорсткі рухи на площині

Ми також можемо геометрично обґрунтувати теорему 2.2.46(2) на основі інтуїтивної ідеї, згаданої раніше, що рух площини, який змінює орієнтацією, якщо для деяких трьох неколінеарних точок A, B і C впорядковані пари базисних векторів $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ і $(\overrightarrow{M(A)M(B)}, \overrightarrow{M(A)M(C)})$ визначають протилежні орієнтації лінійного простору $\mathbb{R}^2$. Щоб побачити це, ми скористаємося тими самими позначеннями, що й у означенні відбиття раніше. Якщо P — точка, що не лежить на прямій L, то, очевидно, що вектори $\overrightarrow{AQ}$ і $\overrightarrow{QP}$ утворюють базис в лінійному просторі $\mathbb{R}^2$ і

$$\begin{aligned} \overrightarrow{T(A)T(Q)} &= \overrightarrow{AQ} = 1 \cdot \overrightarrow{AQ} + \quad\; 0 \cdot \overrightarrow{QP}; \\ \overrightarrow{T(Q)T(P)} &= \overrightarrow{QP'} = 0 \cdot \overrightarrow{AQ} + (-1) \cdot \overrightarrow{QP}. \end{aligned}$$

Визначник матриці коефіцієнтів, що пов'язує вихідний базис із перетвореним, дорівнює -1. Це означає, що дві бази знаходяться в протилежних класах орієнтації.

Доведення теореми 2.2.47 залишаємо слухачам в якості вправи.

Теорема 2.2.47

Рух площини зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли він жорсткий рух.

Хоча для визначення загального руху площини потрібні три точки, однак у окремому випадку жорстких рухів достатньо дві точки.

Ми також можемо геометрично обґрунтувати теорему 2.2.46(2) на основі інтуїтивної ідеї, згаданої раніше, що рух площини, який змінює орієнтацією, якщо для деяких трьох неколінеарних точок $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ і $\boldsymbol{C}$ впорядковані пари базисних векторів $(\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AC}})$ і $(\overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{B})}, \overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{C})})$ визначають протилежні орієнтації лінійного простору $\mathbb{R}^2$. Щоб побачити це, ми скористаємося тими самими позначеннями, що й у означенні відбиття раніше. Якщо $\boldsymbol{P}$ — точка, що не лежить на прямій $\boldsymbol{L}$, то, очевидно, що вектори $\overrightarrow{\boldsymbol{AQ}}$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{QP}}$ утворюють базис в лінійному просторі $\mathbb{R}^2$ і

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{T(\boldsymbol{A})T(\boldsymbol{Q})} &= \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} = 1\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} + \qquad 0\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{QP}};\\
\overrightarrow{T(\boldsymbol{Q})T(\boldsymbol{P})} &= \overrightarrow{\boldsymbol{QP}'} = 0\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} + (-1)\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{QP}}.
\end{aligned}$$

Визначник матриці коефіцієнтів, що пов'язує вихідний базис із перетвореним, дорівнює -1. Це означає, що дві бази знаходяться в протилежних класах орієнтації.

Доведення теореми 2.2.47 залишаємо слухачам в якості вправи.

Теорема 2.2.47

Рух площини зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли він жорсткий рух.

Хоча для визначення загального руху площини потрібні три точки, однак у окремому випадку жорстких рухів достатньо дві точки.

Ми також можемо геометрично обґрунтувати теорему 2.2.46(2) на основі інтуїтивної ідеї, згаданої раніше, що рух площини, який змінює орієнтацією, якщо для деяких трьох неколінеарних точок A, B і C впорядковані пари базисних векторів $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ і $(\overrightarrow{M(A)M(B)}, \overrightarrow{M(A)M(C)})$ визначають протилежні орієнтації лінійного простору $\mathbb{R}^2$. Щоб побачити це, ми скористаємося тими самими позначеннями, що й у означенні відбиття раніше. Якщо P — точка, що не лежить на прямій L, то, очевидно, що вектори $\overrightarrow{AQ}$ і $\overrightarrow{QP}$ утворюють базис в лінійному просторі $\mathbb{R}^2$ і

$$\begin{aligned}\overrightarrow{T(A)T(Q)} &= \overrightarrow{AQ} = 1 \cdot \overrightarrow{AQ} + \quad\quad 0 \cdot \overrightarrow{QP};\\ \overrightarrow{T(Q)T(P)} &= \overrightarrow{QP'} = 0 \cdot \overrightarrow{AQ} + (-1) \cdot \overrightarrow{QP}.\end{aligned}$$

Визначник матриці коефіцієнтів, що пов'язує вихідний базис із перетвореним, дорівнює -1. Це означає, що дві бази знаходяться в протилежних класах орієнтації.

Доведення теореми 2.2.47 залишаємо слухачам в якості вправи.

Теорема 2.2.47

Рух площини зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли він жорсткий рух.

Хоча для визначення загального руху площини потрібні три точки, однак у окремому випадку жорстких рухів достатньо дві точки.

Ми також можемо геометрично обґрунтувати теорему 2.2.46(2) на основі інтуїтивної ідеї, згаданої раніше, що рух площини, який змінює орієнтацією, якщо для деяких трьох неколінеарних точок $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ і $\boldsymbol{C}$ впорядковані пари базисних векторів $(\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AC}})$ і $(\overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{B})}, \overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{C})})$ визначають протилежні орієнтації лінійного простору $\mathbb{R}^2$. Щоб побачити це, ми скористаємося тими самими позначеннями, що й у означенні відбиття раніше. Якщо $\boldsymbol{P}$ — точка, що не лежить на прямій $\boldsymbol{L}$, то, очевидно, що вектори $\overrightarrow{\boldsymbol{AQ}}$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{QP}}$ утворюють базис в лінійному просторі $\mathbb{R}^2$ і

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{T(\boldsymbol{A})T(\boldsymbol{Q})} &= \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} = 1 \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} + \qquad 0 \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{QP}};\\
\overrightarrow{T(\boldsymbol{Q})T(\boldsymbol{P})} &= \overrightarrow{\boldsymbol{QP}'} = 0 \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} + (-1) \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{QP}}.
\end{aligned}$$

Визначник матриці коефіцієнтів, що пов'язує вихідний базис із перетвореним, дорівнює -1. Це означає, що дві бази знаходяться в протилежних класах орієнтації.
Доведення теореми 2.2.47 залишаємо слухачам в якості вправи.

Теорема 2.2.47

Рух площини зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли він жорсткий рух.

Хоча для визначення загального руху площини потрібні три точки, однак у окремому випадку жорстких рухів достатньо дві точки.

Ми також можемо геометрично обґрунтувати теорему 2.2.46(2) на основі інтуїтивної ідеї, згаданої раніше, що рух площини, який змінює орієнтацією, якщо для деяких трьох неколінеарних точок $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ і $\boldsymbol{C}$ впорядковані пари базисних векторів $(\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AC}})$ і $(\overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{B})}, \overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{C})})$ визначають протилежні орієнтації лінійного простору $\mathbb{R}^2$. Щоб побачити це, ми скористаємося тими самими позначеннями, що й у означенні відбиття раніше. Якщо $\boldsymbol{P}$ — точка, що не лежить на прямій $\boldsymbol{L}$, то, очевидно, що вектори $\overrightarrow{\boldsymbol{AQ}}$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{QP}}$ утворюють базис в лінійному просторі $\mathbb{R}^2$ і

$$\begin{aligned}\overrightarrow{T(\boldsymbol{A})T(\boldsymbol{Q})} &= \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} = 1\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} + \qquad 0\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{QP}};\\ \overrightarrow{T(\boldsymbol{Q})T(\boldsymbol{P})} &= \overrightarrow{\boldsymbol{QP'}} = 0\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} + (-1)\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{QP}}.\end{aligned}$$

Визначник матриці коефіцієнтів, що пов'язує вихідний базис із перетвореним, дорівнює -1. Це означає, що дві бази знаходяться в протилежних класах орієнтації.
Доведення теореми 2.2.47 залишаємо слухачам в якості вправи.

Теорема 2.2.47

Рух площини зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли він жорсткий рух.

Хоча для визначення загального руху площини потрібні три точки, однак у окремому випадку жорстких рухів достатньо дві точки.

Ми також можемо геометрично обґрунтувати теорему 2.2.46(2) на основі інтуїтивної ідеї, згаданої раніше, що рух площини, який змінює орієнтацією, якщо для деяких трьох неколінеарних точок $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ і $\boldsymbol{C}$ впорядковані пари базисних векторів $(\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AC}})$ і $(\overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{B})}, \overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{C})})$ визначають протилежні орієнтації лінійного простору $\mathbb{R}^2$. Щоб побачити це, ми скористаємося тими самими позначеннями, що й у означенні відбиття раніше. Якщо $\boldsymbol{P}$ — точка, що не лежить на прямій $\boldsymbol{L}$, то, очевидно, що вектори $\overrightarrow{\boldsymbol{AQ}}$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{QP}}$ утворюють базис в лінійному просторі $\mathbb{R}^2$ і

$$\begin{aligned} \overrightarrow{T(\boldsymbol{A})T(\boldsymbol{Q})} &= \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} = 1 \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} + \qquad 0 \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{QP}}; \\ \overrightarrow{T(\boldsymbol{Q})T(\boldsymbol{P})} &= \overrightarrow{\boldsymbol{QP}'} = 0 \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} + (-1) \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{QP}}. \end{aligned}$$

Визначник матриці коефіцієнтів, що пов'язує вихідний базис із перетвореним, дорівнює -1. Це означає, що дві бази знаходяться в протилежних класах орієнтації.

Доведення теореми 2.2.47 залишаємо слухачам в якості вправи.

Теорема 2.2.47

Рух площини зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли він жорсткий рух.

Хоча для визначення загального руху площини потрібні три точки, однак у окремому випадку жорстких рухів достатньо дві точки.

Ми також можемо геометрично обґрунтувати теорему 2.2.46(2) на основі інтуїтивної ідеї, згаданої раніше, що рух площини, який змінює орієнтацією, якщо для деяких трьох неколінеарних точок $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ і $\boldsymbol{C}$ впорядковані пари базисних векторів $(\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AC}})$ і $(\overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{B})}, \overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{C})})$ визначають протилежні орієнтації лінійного простору $\mathbb{R}^2$. Щоб побачити це, ми скористаємося тими самими позначеннями, що й у означенні відбиття раніше. Якщо $\boldsymbol{P}$ — точка, що не лежить на прямій $\boldsymbol{L}$, то, очевидно, що вектори $\overrightarrow{\boldsymbol{AQ}}$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{QP}}$ утворюють базис в лінійному просторі $\mathbb{R}^2$ і

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{T(\boldsymbol{A})T(\boldsymbol{Q})} &= \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} = 1\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} + \quad 0\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{QP}};\\
\overrightarrow{T(\boldsymbol{Q})T(\boldsymbol{P})} &= \overrightarrow{\boldsymbol{QP}'} = 0\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} + (-1)\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{QP}}.
\end{aligned}$$

Визначник матриці коефіцієнтів, що пов'язує вихідний базис із перетвореним, дорівнює -1. Це означає, що дві бази знаходяться в протилежних класах орієнтації.

Доведення теореми 2.2.47 залишаємо слухачам в якості вправи.

Теорема 2.2.47

Рух площини зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли він жорсткий рух.

Хоча для визначення загального руху площини потрібні три точки, однак у окремому випадку жорстких рухів достатньо дві точки.

Ми також можемо геометрично обґрунтувати теорему 2.2.46(2) на основі інтуїтивної ідеї, згаданої раніше, що рух площини, який змінює орієнтацією, якщо для деяких трьох неколінеарних точок $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ і $\boldsymbol{C}$ впорядковані пари базисних векторів $\left(\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AC}}\right)$ і $\left(\overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{B})}, \overrightarrow{M(\boldsymbol{A})M(\boldsymbol{C})}\right)$ визначають протилежні орієнтації лінійного простору $\mathbb{R}^2$. Щоб побачити це, ми скористаємося тими самими позначеннями, що й у означенні відбиття раніше. Якщо $\boldsymbol{P}$ — точка, що не лежить на прямій $\boldsymbol{L}$, то, очевидно, що вектори $\overrightarrow{\boldsymbol{AQ}}$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{QP}}$ утворюють базис в лінійному просторі $\mathbb{R}^2$ і

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{T(\boldsymbol{A})T(\boldsymbol{Q})} &= \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} = 1 \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} + \qquad 0 \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{QP}};\\
\overrightarrow{T(\boldsymbol{Q})T(\boldsymbol{P})} &= \overrightarrow{\boldsymbol{QP}'} = 0 \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} + (-1) \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{QP}}.
\end{aligned}$$

Визначник матриці коефіцієнтів, що пов'язує вихідний базис із перетвореним, дорівнює -1. Це означає, що дві бази знаходяться в протилежних класах орієнтації.
Доведення теореми 2.2.47 залишаємо слухачам в якості вправи.

Теорема 2.2.47

Рух площини зберігає орієнтацію тоді і тільки тоді, коли він жорсткий рух.

Хоча для визначення загального руху площини потрібні три точки, однак у окремому випадку жорстких рухів достатньо дві точки.

Теорема 2.2.48 є безпосереднім наслідком теорем 2.2.40 і 2.2.46.

Теорема 2.2.48

Нехай M — жорсткий рух площини. Якщо M має дві різні нерухомі точки, то M — тотожне відображення.

Теорема 2.2.40

Рух M площини, який має дві різні точки A та B площини нерухомими, є або тотожним відображенням, або відбиттям стосовно прямої L, яка визначається точками A та B.

Доведення наслідку 2.2.49 подібне до доведення наслідку 2.2.38.

Наслідок 2.2.49

Два жорстких рухи площини, що узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Наслідок 2.2.38

Два рухи площини образи яких збігаються в трьох неколінеарних точках, рівні.

Жорсткі рухи на площині

Теорема 2.2.48 є безпосереднім наслідком теорем 2.2.40 і 2.2.46.

Теорема 2.2.48

Нехай M — жорсткий рух площини. Якщо M має дві різні нерухомі точки, то M — тотожне відображення.

Теорема 2.2.40

Рух M площини, який має дві різні точки A та B площини нерухомими, є або тотожним відображенням, або відбиттям стосовно прямої L, яка визначається точками A та B.

Доведення наслідку 2.2.49 подібне до доведення наслідку 2.2.38.

Наслідок 2.2.49

Два жорстких рухи площини, що узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Наслідок 2.2.38

Два рухи площини образи яких збігаються в трьох неколінеарних точках, рівні.

Теорема 2.2.48 є безпосереднім наслідком теорем 2.2.40 і 2.2.46.

Теорема 2.2.48

Нехай M — жорсткий рух площини. Якщо M має дві різні нерухомі точки, то M — тотожне відображення.

Теорема 2.2.40

Рух M площини, який має дві різні точки $\boldsymbol{A}$ та $\boldsymbol{B}$ площини нерухомими, є або тотожним відображенням, або відбиттям стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається точками $\boldsymbol{A}$ та $\boldsymbol{B}$.

Доведення наслідку 2.2.49 подібне до доведення наслідку 2.2.38.

Наслідок 2.2.49

Два жорстких рухи площини, що узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Наслідок 2.2.38

Два рухи площини образи яких збігаються в трьох неколінеарних точках, рівні.

Теорема 2.2.48 є безпосереднім наслідком теорем 2.2.40 і 2.2.46.

Теорема 2.2.48

Нехай M — жорсткий рух площини. Якщо M має дві різні нерухомі точки, то M — тотожне відображення.

Теорема 2.2.40

Рух M площини, який має дві різні точки $\boldsymbol{A}$ та $\boldsymbol{B}$ площини нерухомими, є або тотожним відображенням, або відбиттям стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається точками $\boldsymbol{A}$ та $\boldsymbol{B}$.

Доведення наслідку 2.2.49 подібне до доведення наслідку 2.2.38.

Наслідок 2.2.49

Два жорстких рухи площини, що узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Наслідок 2.2.38

Два рухи площини образи яких збігаються в трьох неколінеарних точках, рівні.

Жорсткі рухи на площині

Теорема 2.2.48 є безпосереднім наслідком теорем 2.2.40 і 2.2.46.

Теорема 2.2.48

Нехай M — жорсткий рух площини. Якщо M має дві різні нерухомі точки, то M — тотожне відображення.

Теорема 2.2.40

Рух M площини, який має дві різні точки A та B площини нерухомими, є або тотожним відображенням, або відбиттям стосовно прямої L, яка визначається точками A та B.

Доведення наслідку 2.2.49 подібне до доведення наслідку 2.2.38.

Наслідок 2.2.49

Два жорстких рухи площини, що узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Наслідок 2.2.38

Два рухи площини образи яких збігаються в трьох неколінеарних точках, рівні.

Теорема 2.2.48 є безпосереднім наслідком теорем 2.2.40 і 2.2.46.

Теорема 2.2.48

Нехай M — жорсткий рух площини. Якщо M має дві різні нерухомі точки, то M — тотожне відображення.

Теорема 2.2.40

Рух M площини, який має дві різні точки $\boldsymbol{A}$ та $\boldsymbol{B}$ площини нерухомими, є або тотожним відображенням, або відбиттям стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається точками $\boldsymbol{A}$ та $\boldsymbol{B}$.

Доведення наслідку 2.2.49 подібне до доведення наслідку 2.2.38.

Наслідок 2.2.49

Два жорстких рухи площини, що узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Наслідок 2.2.38

Два рухи площини образи яких збігаються в трьох неколінеарних точках, рівні.

Жорсткі рухи на площині

Теорема 2.2.48 є безпосереднім наслідком теорем 2.2.40 і 2.2.46.

Теорема 2.2.48

Нехай M — жорсткий рух площини. Якщо M має дві різні нерухомі точки, то M — тотожне відображення.

Теорема 2.2.40

Рух M площини, який має дві різні точки $\boldsymbol{A}$ та $\boldsymbol{B}$ площини нерухомими, є або тотожним відображенням, або відбиттям стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається точками $\boldsymbol{A}$ та $\boldsymbol{B}$.

Доведення наслідку 2.2.49 подібне до доведення наслідку 2.2.38.

Наслідок 2.2.49

Два жорстких рухи площини, що узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Наслідок 2.2.38

Два рухи площини образи яких збігаються в трьох неколінеарних точках, рівні.

Жорсткі рухи на площині

Теорема 2.2.48 є безпосереднім наслідком теорем 2.2.40 і 2.2.46.

Теорема 2.2.48

Нехай M — жорсткий рух площини. Якщо M має дві різні нерухомі точки, то M — тотожне відображення.

Теорема 2.2.40

Рух M площини, який має дві різні точки $\boldsymbol{A}$ та $\boldsymbol{B}$ площини нерухомими, є або тотожним відображенням, або відбиттям стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається точками $\boldsymbol{A}$ та $\boldsymbol{B}$.

Доведення наслідку 2.2.49 подібне до доведення наслідку 2.2.38.

Наслідок 2.2.49

Два жорстких рухи площини, що узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Наслідок 2.2.38

Два рухи площини образи яких збігаються в трьох неколінеарних точках, рівні.

Жорсткі рухи на площині

Теорема 2.2.48 є безпосереднім наслідком теорем 2.2.40 і 2.2.46.

Теорема 2.2.48

Нехай M — жорсткий рух площини. Якщо M має дві різні нерухомі точки, то M — тотожне відображення.

Теорема 2.2.40

Рух M площини, який має дві різні точки $\boldsymbol{A}$ та $\boldsymbol{B}$ площини нерухомими, є або тотожним відображенням, або відбиттям стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається точками $\boldsymbol{A}$ та $\boldsymbol{B}$.

Доведення наслідку 2.2.49 подібне до доведення наслідку 2.2.38.

Наслідок 2.2.49

Два жорстких рухи площини, що узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Наслідок 2.2.38

Два рухи площини образи яких збігаються в трьох неколінеарних точках, рівні.

Жорсткі рухи на площині

Теорема 2.2.48 є безпосереднім наслідком теорем 2.2.40 і 2.2.46.

Теорема 2.2.48

Нехай M — жорсткий рух площини. Якщо M має дві різні нерухомі точки, то M — тотожне відображення.

Теорема 2.2.40

Рух M площини, який має дві різні точки $\boldsymbol{A}$ та $\boldsymbol{B}$ площини нерухомими, є або тотожним відображенням, або відбиттям стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається точками $\boldsymbol{A}$ та $\boldsymbol{B}$.

Доведення наслідку 2.2.49 подібне до доведення наслідку 2.2.38.

Наслідок 2.2.49

Два жорстких рухи площини, що узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Наслідок 2.2.38

Два рухи площини образи яких збігаються в трьох неколінеарних точках, рівні.

Наслідок 2.2.50

Два рухи, які зберігають орієнтацію площини й узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Доведення. Якщо M і M' — два рухи, які зберігають орієнтацію, то композиція $M'M^{-1}$ — жорсткий рух, який має дві різні нерухомі точки, а отже, є тотожним відображенням. Звідси випливає, що $M = M'$. ∎

Доведення теореми 2.2.51 залишаємо читачеві в якості вправи.

Теорема 2.2.51

Жорсткий рух площини, що має одну нерухому точку p, є обертанням навколо точки p.

Наслідок 2.2.50

Два рухи, які зберігають орієнтацію площини й узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Доведення. Якщо M і M' — два рухи, які зберігають орієнтацію, то композиція $M'M^{-1}$ — жорсткий рух, який має дві різні нерухомі точки, а отже, є тотожним відображенням. Звідси випливає, що $M = M'$. ∎

Доведення теореми 2.2.51 залишаємо читачеві в якості вправи.

Теорема 2.2.51

Жорсткий рух площини, що має одну нерухому точку p, є обертанням навколо точки p.

Наслідок 2.2.50

Два рухи, які зберігають орієнтацію площини й узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Доведення. Якщо M і M' — два рухи, які зберігають орієнтацію, то композиція $M'M^{-1}$ — жорсткий рух, який має дві різні нерухомі точки, а отже, є тотожним відображенням. Звідси випливає, що $M = M'$. ∎

Доведення теореми 2.2.51 залишаємо читачеві в якості вправи.

Теорема 2.2.51

Жорсткий рух площини, що має одну нерухому точку p, є обертанням навколо точки p.

Наслідок 2.2.50

Два рухи, які зберігають орієнтацію площини й узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Доведення. Якщо M і M' — два рухи, які зберігають орієнтацію, то композиція $M'M^{-1}$ — жорсткий рух, який має дві різні нерухомі точки, а отже, є тотожним відображенням. Звідси випливає, що $M = M'$. ∎

Доведення теореми 2.2.51 залишаємо читачеві в якості вправи.

Теорема 2.2.51

Жорсткий рух площини, що має одну нерухому точку p, є обертанням навколо точки p.

Наслідок 2.2.50

Два рухи, які зберігають орієнтацію площини й узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Доведення. Якщо M і M' — два рухи, які зберігають орієнтацію, то композиція $M'M^{-1}$ — жорсткий рух, який має дві різні нерухомі точки, а отже, є тотожним відображенням. Звідси випливає, що $M = M'$. ■

Доведення теореми 2.2.51 залишаємо читачеві в якості вправи.

Теорема 2.2.51

Жорсткий рух площини, що має одну нерухому точку p, є обертанням навколо точки p.

Наслідок 2.2.50

Два рухи, які зберігають орієнтацію площини й узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Доведення. Якщо M і M' — два рухи, які зберігають орієнтацію, то композиція $M'M^{-1}$ — жорсткий рух, який має дві різні нерухомі точки, а отже, є тотожним відображенням. Звідси випливає, що $M = M'$. ∎

Доведення теореми 2.2.51 залишаємо читачеві в якості вправи.

Теорема 2.2.51

Жорсткий рух площини, що має одну нерухому точку p, є обертанням навколо точки p.

Наслідок 2.2.50

Два рухи, які зберігають орієнтацію площини й узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Доведення. Якщо M і M' — два рухи, які зберігають орієнтацію, то композиція $M'M^{-1}$ — жорсткий рух, який має дві різні нерухомі точки, а отже, є тотожним відображенням. Звідси випливає, що $M = M'$. ■

Доведення теореми 2.2.51 залишаємо читачеві в якості вправи.

Теорема 2.2.51

Жорсткий рух площини, що має одну нерухому точку p, є обертанням навколо точки p.

Наслідок 2.2.50

Два рухи, які зберігають орієнтацію площини й узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Доведення. Якщо M і M' — два рухи, які зберігають орієнтацію, то композиція $M'M^{-1}$ — жорсткий рух, який має дві різні нерухомі точки, а отже, є тотожним відображенням. Звідси випливає, що $M = M'$. ■

Доведення теореми 2.2.51 залишаємо читачеві в якості вправи.

Теорема 2.2.51

Жорсткий рух площини, що має одну нерухому точку p, є обертанням навколо точки p.

Наслідок 2.2.50

Два рухи, які зберігають орієнтацію площини й узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Доведення. Якщо M і M' — два рухи, які зберігають орієнтацію, то композиція $M'M^{-1}$ — жорсткий рух, який має дві різні нерухомі точки, а отже, є тотожним відображенням. Звідси випливає, що $M = M'$. ∎

Доведення теореми 2.2.51 залишаємо читачеві в якості вправи.

Теорема 2.2.51

Жорсткий рух площини, що має одну нерухому точку p, є обертанням навколо точки p.

Наслідок 2.2.50

Два рухи, які зберігають орієнтацію площини й узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Доведення. Якщо M і M' — два рухи, які зберігають орієнтацію, то композиція $M'M^{-1}$ — жорсткий рух, який має дві різні нерухомі точки, а отже, є тотожним відображенням. Звідси випливає, що $M = M'$. ∎

Доведення теореми 2.2.51 залишаємо читачеві в якості вправи.

Теорема 2.2.51

Жорсткий рух площини, що має одну нерухому точку p, є обертанням навколо точки p.

Жорсткі рухи на площині

Наслідок 2.2.50

Два рухи, які зберігають орієнтацію площини й узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Доведення. Якщо M і M' — два рухи, які зберігають орієнтацію, то композиція $M'M^{-1}$ — жорсткий рух, який має дві різні нерухомі точки, а отже, є тотожним відображенням. Звідси випливає, що $M = M'$. ■

Доведення теореми 2.2.51 залишаємо читачеві в якості вправи.

Теорема 2.2.51

Жорсткий рух площини, що має одну нерухому точку p, є обертанням навколо точки p.

Наслідок 2.2.50

Два рухи, які зберігають орієнтацію площини й узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Доведення. Якщо M і M' — два рухи, які зберігають орієнтацію, то композиція $M'M^{-1}$ — жорсткий рух, який має дві різні нерухомі точки, а отже, є тотожним відображенням. Звідси випливає, що $M = M'$. ■

Доведення теореми 2.2.51 залишаємо читачеві в якості вправи.

Теорема 2.2.51

Жорсткий рух площини, що має одну нерухому точку p, є обертанням навколо точки p.

Наслідок 2.2.50

Два рухи, які зберігають орієнтацію площини й узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Доведення. Якщо M і M' — два рухи, які зберігають орієнтацію, то композиція $M'M^{-1}$ — жорсткий рух, який має дві різні нерухомі точки, а отже, є тотожним відображенням. Звідси випливає, що $M = M'$. ■

Доведення теореми 2.2.51 залишаємо читачеві в якості вправи.

Теорема 2.2.51

Жорсткий рух площини, що має одну нерухому точку $\boldsymbol{p}$, є обертанням навколо точки $\boldsymbol{p}$.

Наслідок 2.2.50

Два рухи, які зберігають орієнтацію площини й узгоджуються в двох різних точках, збігаються.

Доведення. Якщо M і M' — два рухи, які зберігають орієнтацію, то композиція $M'M^{-1}$ — жорсткий рух, який має дві різні нерухомі точки, а отже, є тотожним відображенням. Звідси випливає, що $M = M'$. ■

Доведення теореми 2.2.51 залишаємо читачеві в якості вправи.

Теорема 2.2.51

Жорсткий рух площини, що має одну нерухому точку $\boldsymbol{p}$, є обертанням навколо точки $\boldsymbol{p}$.

Дякую за увагу!