Обчислювальна геометрія і алгебра

Олег Гутік

Лекція 31: Відбиття в площині

Ще один важливий вид руху — це відбиття. Такий рух можна визначити декількома способами. Сформулювавши наше означення, ми обговоримо деякі інші характеристики відбиття.

Означення 2.2.20

Нехай L — пряма на площині. Означимо відображення $S\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, яке називається *відбиттям стосовно прямої* L, наступним чином. Виберемо точку A на прямій L і одиничний нормальний вектор $\overrightarrow{N}$ прямої L. Якщо P — довільна точка в $\mathbb{R}^2$, то

$$S(P) = P' = P + 2(\overrightarrow{PA} \bullet \overrightarrow{N})\overrightarrow{N}. \qquad (1)$$

Пряма L називається *віссю* (для) відбиття S.

Ще один важливий вид руху — це відбиття. Такий рух можна визначити декількома способами. Сформулювавши наше означення, ми обговоримо деякі інші характеристики відбиття.

Означення 2.2.20

Нехай L — пряма на площині. Означимо відображення $S\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, яке називається *відбиттям стосовно прямої* L, наступним чином. Виберемо точку A на прямій L і одиничний нормальний вектор $\overrightarrow{N}$ прямої L. Якщо P — довільна точка в $\mathbb{R}^2$, то

$$S(P) = P' = P + 2(\overrightarrow{PA} \bullet \overrightarrow{N})\overrightarrow{N}. \tag{1}$$

Пряма L називається *віссю* (для) відбиття S.

Відбиття в площині

Ще один важливий вид руху — це відбиття. Такий рух можна визначити декількома способами. Сформулювавши наше означення, ми обговоримо деякі інші характеристики відбиття.

Означення 2.2.20

Нехай L — пряма на площині. Означимо відображення $S\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, яке називається *відбиттям стосовно прямої L*, наступним чином. Виберемо точку A на прямій L і одиничний нормальний вектор $\overrightarrow{N}$ прямої L. Якщо P — довільна точка в $\mathbb{R}^2$, то

$$S(P) = P' = P + 2(\overrightarrow{PA} \bullet \overrightarrow{N})\overrightarrow{N}. \qquad (1)$$

Пряма L називається *віссю* (для) відбиття S.

Ще один важливий вид руху — це відбиття. Такий рух можна визначити декількома способами. Сформулювавши наше означення, ми обговоримо деякі інші характеристики відбиття.

Означення 2.2.20

Нехай L — пряма на площині. Означимо відображення $S\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, яке називається *відбиттям стосовно прямої* L, наступним чином. Виберемо точку A на прямій L і одиничний нормальний вектор $\overrightarrow{N}$ прямої L. Якщо P — довільна точка в $\mathbb{R}^2$, то

$$S(P) = P' = P + 2(\overrightarrow{PA} \bullet \overrightarrow{N})\overrightarrow{N}. \tag{1}$$

Пряма L називається *віссю* (для) відбиття S.

Ще один важливий вид руху — це відбиття. Такий рух можна визначити декількома способами. Сформулювавши наше означення, ми обговоримо деякі інші характеристики відбиття.

Означення 2.2.20

Нехай $\boldsymbol{L}$ — пряма на площині. Означимо відображення $S\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, яке називається *відбиттям стосовно прямої* $\boldsymbol{L}$, наступним чином. Виберемо точку $\boldsymbol{A}$ на прямій $\boldsymbol{L}$ і одиничний нормальний вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ прямої $\boldsymbol{L}$. Якщо $\boldsymbol{P}$ — довільна точка в $\mathbb{R}^2$, то

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P}' = \boldsymbol{P} + 2(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{N}})\overrightarrow{\boldsymbol{N}}. \qquad (1)$$

Пряма $\boldsymbol{L}$ називається *віссю* (для) відбиття S.

Ще один важливий вид руху — це відбиття. Такий рух можна визначити декількома способами. Сформулювавши наше означення, ми обговоримо деякі інші характеристики відбиття.

Означення 2.2.20

Нехай $\boldsymbol{L}$ — пряма на площині. Означимо відображення $S\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, яке називається *відбиттям стосовно прямої* $\boldsymbol{L}$, наступним чином. Виберемо точку $\boldsymbol{A}$ на прямій $\boldsymbol{L}$ і одиничний нормальний вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ прямої $\boldsymbol{L}$. Якщо $\boldsymbol{P}$ — довільна точка в $\mathbb{R}^2$, то

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P}' = \boldsymbol{P} + 2(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{N}})\overrightarrow{\boldsymbol{N}}. \qquad (1)$$

Пряма $\boldsymbol{L}$ називається *віссю* (для) відбиття S.

Ще один важливий вид руху — це відбиття. Такий рух можна визначити декількома способами. Сформулювавши наше означення, ми обговоримо деякі інші характеристики відбиття.

Означення 2.2.20

Нехай $\boldsymbol{L}$ — пряма на площині. Означимо відображення $S\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, яке називається *відбиттям стосовно прямої* $\boldsymbol{L}$, наступним чином. Виберемо точку $\boldsymbol{A}$ на прямій $\boldsymbol{L}$ і одиничний нормальний вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ прямої $\boldsymbol{L}$. Якщо $\boldsymbol{P}$ — довільна точка в $\mathbb{R}^2$, то

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P}' = \boldsymbol{P} + 2(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{N}})\overrightarrow{\boldsymbol{N}}. \qquad (1)$$

Пряма $\boldsymbol{L}$ називається *віссю* (для) відбиття S.

Ще один важливий вид руху — це відбиття. Такий рух можна визначити декількома способами. Сформулювавши наше означення, ми обговоримо деякі інші характеристики відбиття.

Означення 2.2.20

Нехай $\boldsymbol{L}$ — пряма на площині. Означимо відображення $S\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, яке називається *відбиттям стосовно прямої* $\boldsymbol{L}$, наступним чином. Виберемо точку $\boldsymbol{A}$ на прямій $\boldsymbol{L}$ і одиничний нормальний вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ прямої $\boldsymbol{L}$. Якщо $\boldsymbol{P}$ — довільна точка в $\mathbb{R}^2$, то

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P}' = \boldsymbol{P} + 2(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{N}})\overrightarrow{\boldsymbol{N}}. \tag{1}$$

Пряма $\boldsymbol{L}$ називається *віссю* (для) відбиття S.

Ще один важливий вид руху — це відбиття. Такий рух можна визначити декількома способами. Сформулювавши наше означення, ми обговоримо деякі інші характеристики відбиття.

Означення 2.2.20

Нехай $\boldsymbol{L}$ — пряма на площині. Означимо відображення $S\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, яке називається *відбиттям стосовно прямої* $\boldsymbol{L}$, наступним чином. Виберемо точку $\boldsymbol{A}$ на прямій $\boldsymbol{L}$ і одиничний нормальний вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ прямої $\boldsymbol{L}$. Якщо $\boldsymbol{P}$ — довільна точка в $\mathbb{R}^2$, то

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P}' = \boldsymbol{P} + 2(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{N}})\overrightarrow{\boldsymbol{N}}. \tag{1}$$

Пряма $\boldsymbol{L}$ називається *віссю* (для) відбиття S.

Ще один важливий вид руху — це відбиття. Такий рух можна визначити декількома способами. Сформулювавши наше означення, ми обговоримо деякі інші характеристики відбиття.

Означення 2.2.20

Нехай $\boldsymbol{L}$ — пряма на площині. Означимо відображення $S\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, яке називається *відбиттям стосовно прямої* $\boldsymbol{L}$, наступним чином. Виберемо точку $\boldsymbol{A}$ на прямій $\boldsymbol{L}$ і одиничний нормальний вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ прямої $\boldsymbol{L}$. Якщо $\boldsymbol{P}$ — довільна точка в $\mathbb{R}^2$, то

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P}' = \boldsymbol{P} + 2(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{N}})\overrightarrow{\boldsymbol{N}}. \tag{1}$$

Пряма $\boldsymbol{L}$ називається *віссю* (для) відбиття S.

Ще один важливий вид руху — це відбиття. Такий рух можна визначити декількома способами. Сформулювавши наше означення, ми обговоримо деякі інші характеристики відбиття.

Означення 2.2.20

Нехай $\boldsymbol{L}$ — пряма на площині. Означимо відображення $S\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, яке називається *відбиттям стосовно прямої* $\boldsymbol{L}$, наступним чином. Виберемо точку $\boldsymbol{A}$ на прямій $\boldsymbol{L}$ і одиничний нормальний вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ прямої $\boldsymbol{L}$. Якщо $\boldsymbol{P}$ — довільна точка в $\mathbb{R}^2$, то

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P}' = \boldsymbol{P} + 2(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{N}})\overrightarrow{\boldsymbol{N}}. \qquad (1)$$

Пряма $\boldsymbol{L}$ називається *віссю* (для) відбиття S.

Ще один важливий вид руху — це відбиття. Такий рух можна визначити декількома способами. Сформулювавши наше означення, ми обговоримо деякі інші характеристики відбиття.

Означення 2.2.20

Нехай $\boldsymbol{L}$ — пряма на площині. Означимо відображення $S\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, яке називається *відбиттям стосовно прямої* $\boldsymbol{L}$, наступним чином. Виберемо точку $\boldsymbol{A}$ на прямій $\boldsymbol{L}$ і одиничний нормальний вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ прямої $\boldsymbol{L}$. Якщо $\boldsymbol{P}$ — довільна точка в $\mathbb{R}^2$, то

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P}' = \boldsymbol{P} + 2(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{N}})\overrightarrow{\boldsymbol{N}}. \tag{1}$$

Пряма $\boldsymbol{L}$ називається *віссю* (для) відбиття S.

Відбиття в площині

Читачеві буде корисним (див. рис.),

коли ми обговорюємо геометрію за відбиттями. Спочатку, зауважимо, що вектор $\overrightarrow{W} = (\overrightarrow{PA} \bullet \overrightarrow{N})\overrightarrow{N}$ є саме ортогональною проекцією вектора $\overrightarrow{PA}$ на вектор $\overrightarrow{N}$.

Читачеві буде корисним (див. рис.),

коли ми обговорюємо геометрію за відбиттями. Спочатку, зауважимо, що вектор $\overrightarrow{W} = (\overrightarrow{PA} \bullet \overrightarrow{N})\overrightarrow{N}$ є саме ортогональною проекцією вектора $\overrightarrow{PA}$ на вектор $\overrightarrow{N}$.

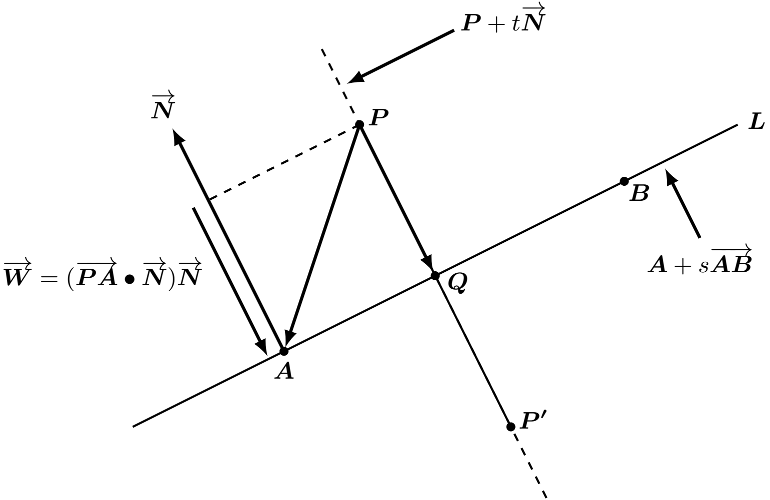
Відбиття в площині

Читачеві буде корисним (див. рис.),

коли ми обговорюємо геометрію за відбиттями. Спочатку, зауважимо, що вектор $\overrightarrow{W} = (\overrightarrow{PA} \bullet \overrightarrow{N})\overrightarrow{N}$ є саме ортогональною проекцією вектора $\overrightarrow{PA}$ на вектор $\overrightarrow{N}$.

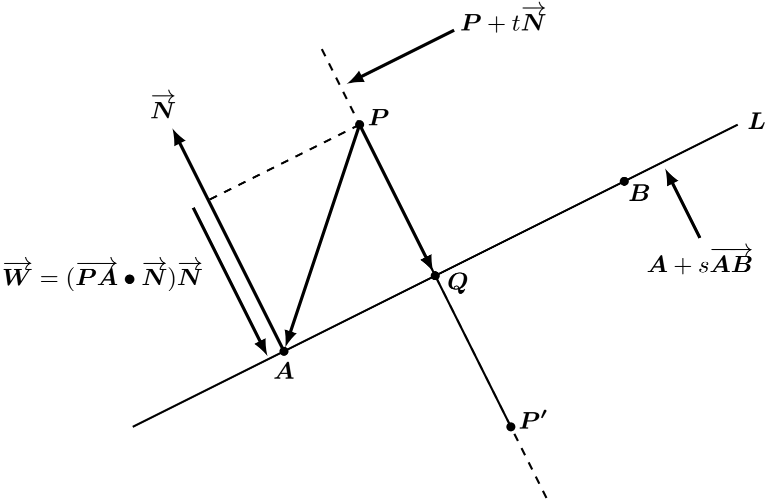
Відбиття в площині

Читачеві буде корисним (див. рис.),



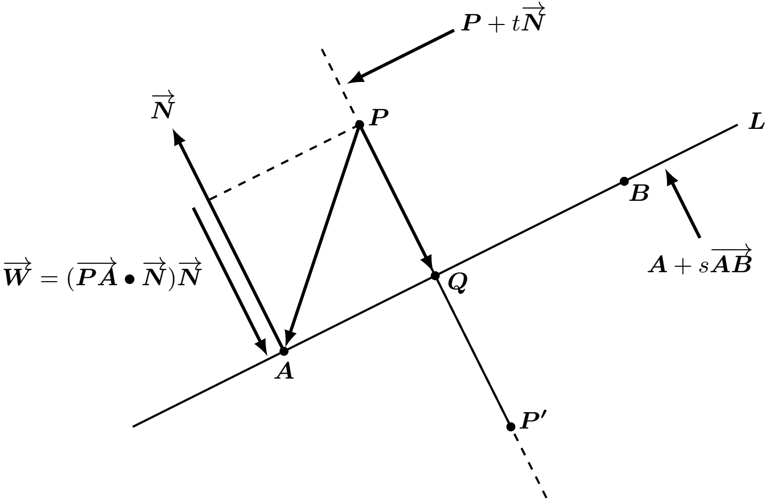
коли ми обговорюємо геометрію за відбиттями. Спочатку, зауважимо, що вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{W}} = (\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{N}})\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ є саме ортогональною проекцією вектора $\overrightarrow{\boldsymbol{PA}}$ на вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$.

Читачеві буде корисним (див. рис.),



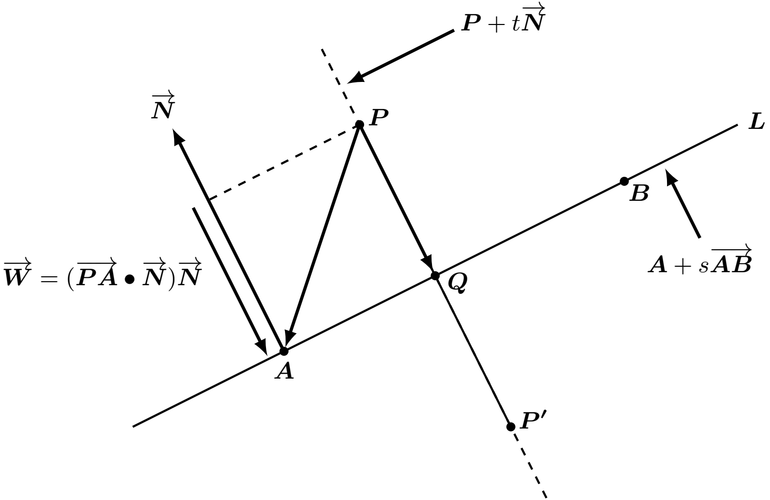
коли ми обговорюємо геометрію за відбиттями. Спочатку, зауважимо, що вектор $\overrightarrow{W} = (\overrightarrow{PA} \bullet \overrightarrow{N})\overrightarrow{N}$ є саме ортогональною проекцією вектора $\overrightarrow{PA}$ на вектор $\overrightarrow{N}$.

Читачеві буде корисним (див. рис.),



коли ми обговорюємо геометрію за відбиттями. Спочатку, зауважимо, що вектор $\overrightarrow{W} = (\overrightarrow{PA} \bullet \overrightarrow{N})\overrightarrow{N}$ є саме ортогональною проекцією вектора $\overrightarrow{PA}$ на вектор $\overrightarrow{N}$.

Читачеві буде корисним (див. рис.),



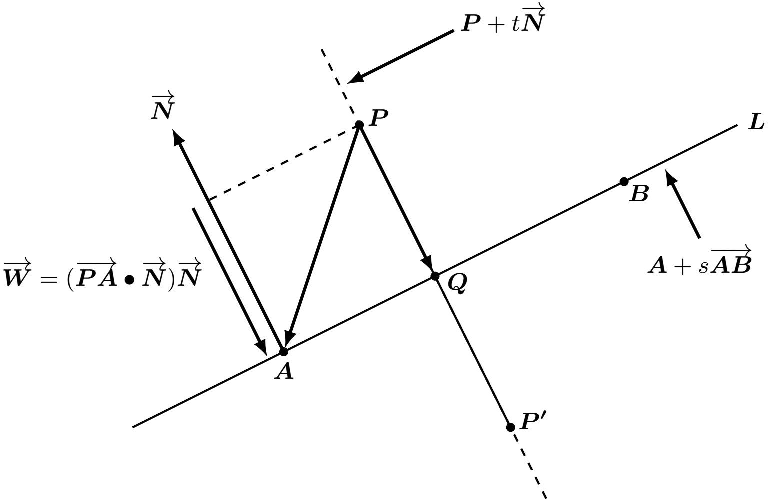
коли ми обговорюємо геометрію за відбиттями. Спочатку, зауважимо, що вектор $\overrightarrow{W} = (\overrightarrow{PA} \bullet \overrightarrow{N})\overrightarrow{N}$ є саме ортогональною проекцією вектора $\overrightarrow{PA}$ на вектор $\overrightarrow{N}$.

Відбиття в площині

Визначимо точку Q так, щоб вона задовольняла рівність

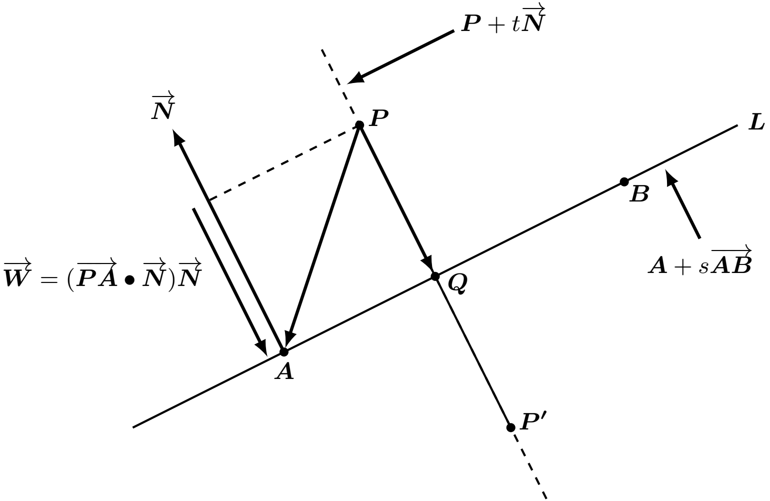
$$\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{W} = (\overrightarrow{PA} \bullet \overrightarrow{N})\overrightarrow{N}.$$

Відбиття в площині



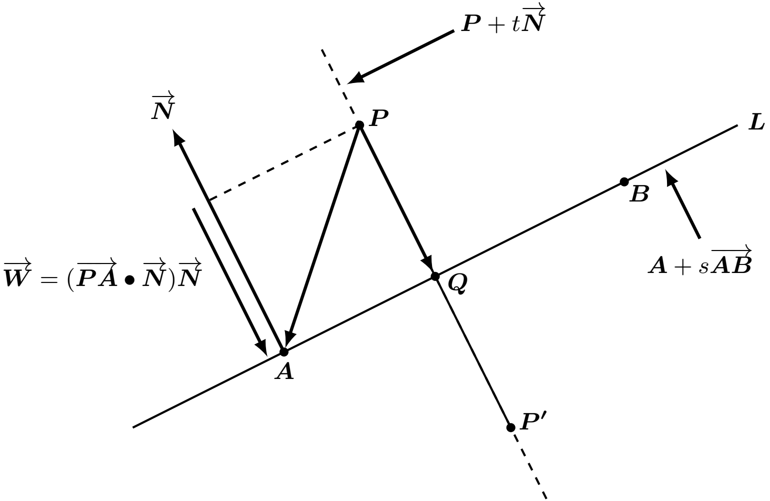
Визначимо точку Q так, щоб вона задовольняла рівність

$$\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{W} = (\overrightarrow{PA} \bullet \overrightarrow{N})\overrightarrow{N}.$$



Визначимо точку Q так, щоб вона задовольняла рівність

$$\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{W} = (\overrightarrow{PA} \bullet \overrightarrow{N})\overrightarrow{N}.$$



Визначимо точку Q так, щоб вона задовольняла рівність

$$\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{W} = (\overrightarrow{PA} \bullet \overrightarrow{N})\overrightarrow{N}.$$

Відбиття в площині

Інтуїтивно повинно бути зрозуміло, що Q є точкою на прямій L, як показано на рис.

Однак це не випливає з означення та має бути доведено.

Інтуїтивно повинно бути зрозуміло, що Q є точкою на прямій L, як показано на рис.

Однак це не випливає з означення та має бути доведено.

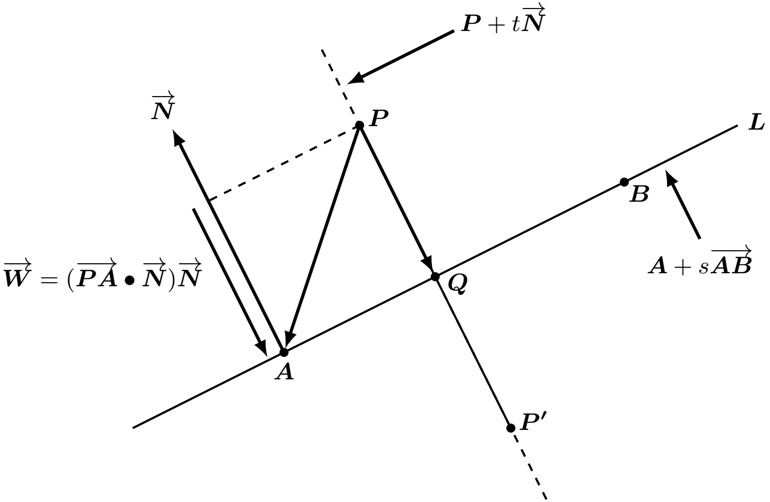
Відбиття в площині

Інтуїтивно повинно бути зрозуміло, що $\boldsymbol{Q}$ є точкою на прямій $\boldsymbol{L}$, як показано на рис.

Однак це не випливає з означення та має бути доведено.

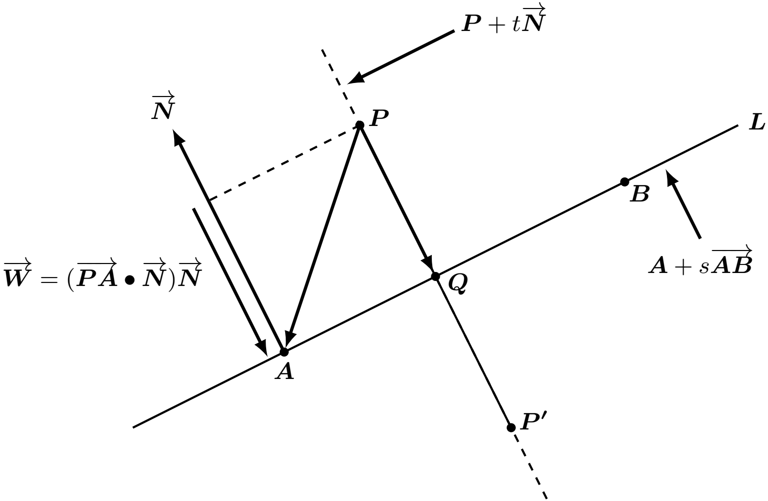
Відбиття в площині

Інтуїтивно повинно бути зрозуміло, що $\boldsymbol{Q}$ є точкою на прямій $\boldsymbol{L}$, як показано на рис.



Однак це не випливає з означення та має бути доведено.

Інтуїтивно повинно бути зрозуміло, що $\boldsymbol{Q}$ є точкою на прямій $\boldsymbol{L}$, як показано на рис.



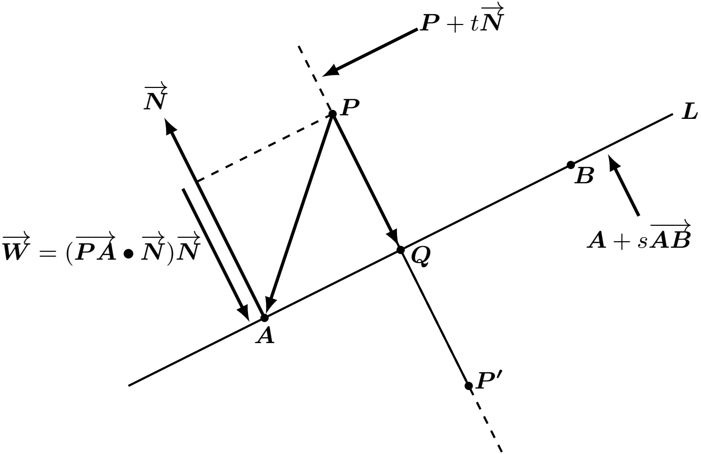
Однак це не випливає з означення та має бути доведено.

З наступного рядка рівностей

$$\overrightarrow{AQ} \bullet \overrightarrow{N} = (\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{AP}) \bullet \overrightarrow{N} = \left((\overrightarrow{PA} \bullet \overrightarrow{N})\overrightarrow{N} + \overrightarrow{AP}\right) \bullet \overrightarrow{N} = \overrightarrow{PA} \bullet \overrightarrow{N} + \overrightarrow{AP} \bullet \overrightarrow{N} = 0$$

випливає, що точка Q задовольняє точково-нормальну форму рівняння $\overrightarrow{AX} \bullet \overrightarrow{N} = 0$ для точок X на прямій (або гіперплощині) L, а отже, точка Q насправді лежить на прямій (або гіперплощині) L.

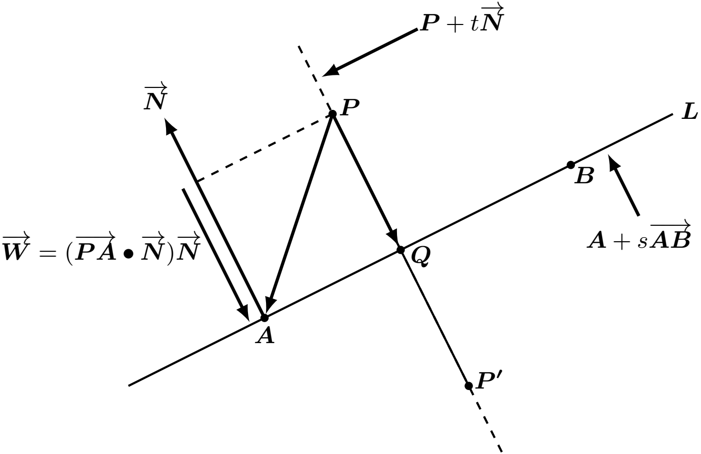
Відбиття в площині



З наступного рядка рівностей

$$\overrightarrow{AQ}\bullet\overrightarrow{N}=(\overrightarrow{PQ}+\overrightarrow{AP})\bullet\overrightarrow{N}=\Big((\overrightarrow{PA}\bullet\overrightarrow{N})\overrightarrow{N}+\overrightarrow{AP}\Big)\bullet\overrightarrow{N}=\overrightarrow{PA}\bullet\overrightarrow{N}+\overrightarrow{AP}\bullet\overrightarrow{N}=0$$

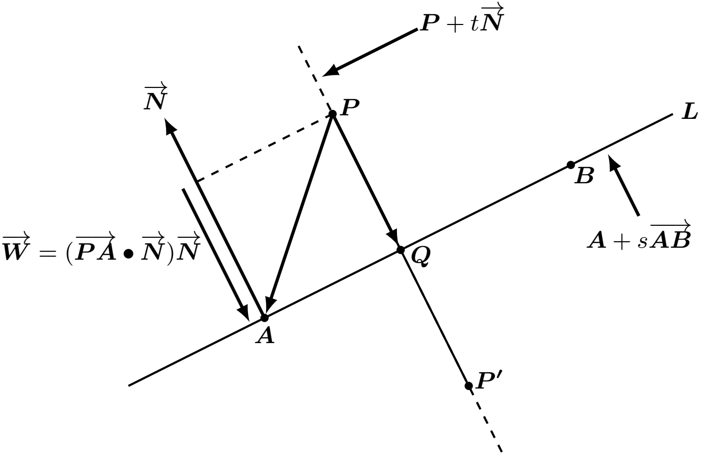
випливає, що точка Q задовольняє точково-нормальну форму рівняння $\overrightarrow{AX} \bullet \overrightarrow{N} = 0$ для точок X на прямій (або гіперплощині) L, а отже, точка Q насправді лежить на прямій (або гіперплощині) L.



З наступного рядка рівностей

$$\overrightarrow{AQ}\bullet\overrightarrow{N}=(\overrightarrow{PQ}+\overrightarrow{AP})\bullet\overrightarrow{N}=\left((\overrightarrow{PA}\bullet\overrightarrow{N})\overrightarrow{N}+\overrightarrow{AP}\right)\bullet\overrightarrow{N}=\overrightarrow{PA}\bullet\overrightarrow{N}+\overrightarrow{AP}\bullet\overrightarrow{N}=0$$

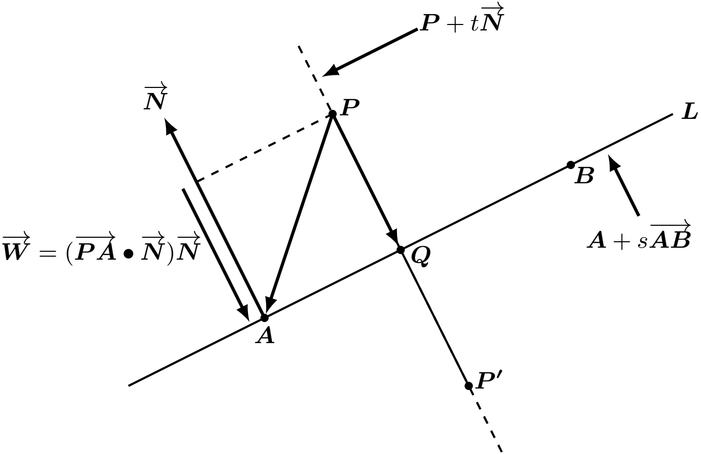
випливає, що точка Q задовольняє точково-нормальну форму рівняння $\overrightarrow{AX} \bullet \overrightarrow{N} = 0$ для точок X на прямій (або гіперплощині) L, а отже, точка Q насправді лежить на прямій (або гіперплощині) L.



З наступного рядка рівностей

$$\overrightarrow{AQ}\bullet\overrightarrow{N}=(\overrightarrow{PQ}+\overrightarrow{AP})\bullet\overrightarrow{N}=\Big((\overrightarrow{PA}\bullet\overrightarrow{N})\overrightarrow{N}+\overrightarrow{AP}\Big)\bullet\overrightarrow{N}=\overrightarrow{PA}\bullet\overrightarrow{N}+\overrightarrow{AP}\bullet\overrightarrow{N}=0$$

випливає, що точка Q задовольняє точково-нормальну форму рівняння $\overrightarrow{AX} \bullet \overrightarrow{N} = 0$ для точок X на прямій (або гіперплощині) L, а отже, точка Q насправді лежить на прямій (або гіперплощині) L.



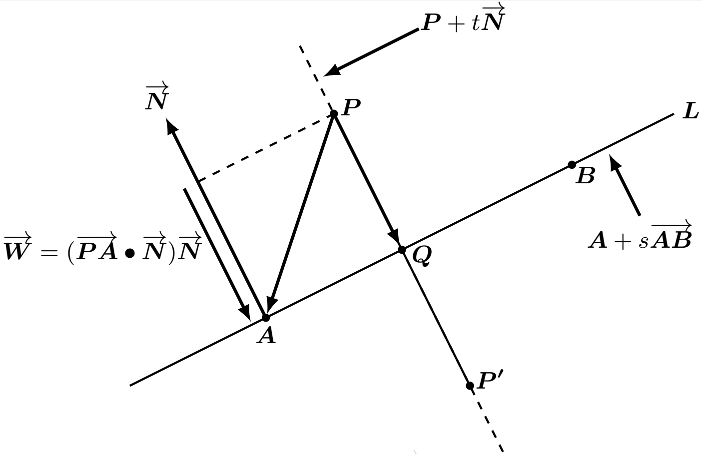
З наступного рядка рівностей

$$\overrightarrow{AQ}\bullet\overrightarrow{N}=(\overrightarrow{PQ}+\overrightarrow{AP})\bullet\overrightarrow{N}=\Big((\overrightarrow{PA}\bullet\overrightarrow{N})\overrightarrow{N}+\overrightarrow{AP}\Big)\bullet\overrightarrow{N}=\overrightarrow{PA}\bullet\overrightarrow{N}+\overrightarrow{AP}\bullet\overrightarrow{N}=0$$

випливає, що точка Q задовольняє точково-нормальну форму рівняння $\overrightarrow{AX} \bullet \overrightarrow{N} = 0$ для точок X на прямій (або гіперплощині) L, а отже, точка Q насправді лежить на прямій (або гіперплощині) L.

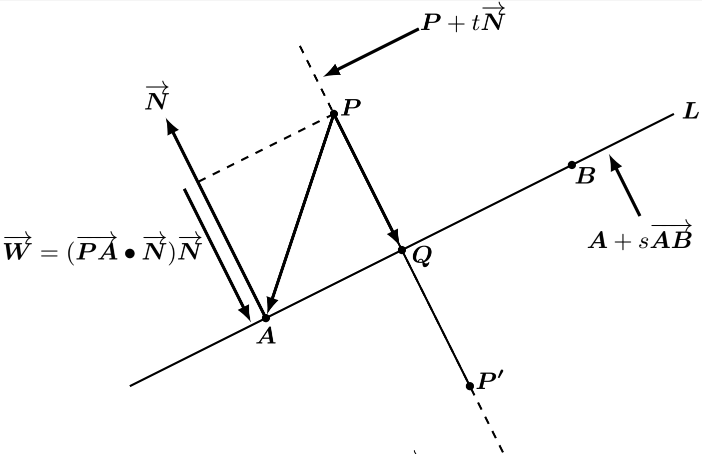
Крім того, легко перевірити, що вектор $\overrightarrow{AQ}$ є ортогональною проекцією вектора $\overrightarrow{AP}$ на пряму L. Це означає, якщо $\overrightarrow{V}$ — одиничний напрямний вектор прямої L, то $\overrightarrow{AQ} = \left(\overrightarrow{AP} \bullet \overrightarrow{V}\right)\overrightarrow{V}$, і ми могли б визначити відбиття S за формулою

$$S(P) = P + 2\left(\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AQ}\right). \qquad (2)$$



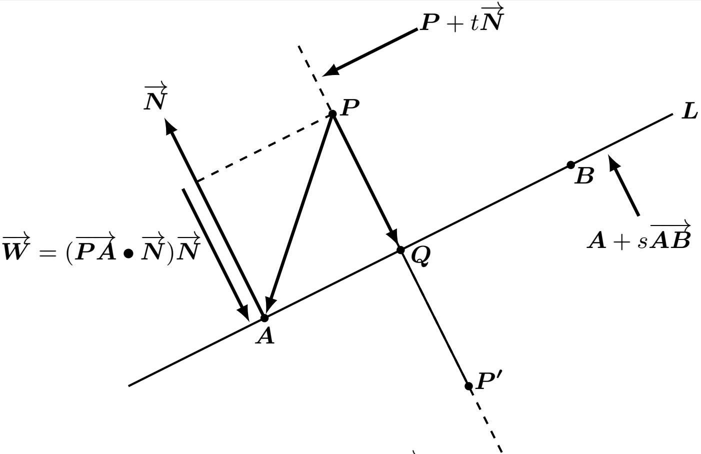
Крім того, легко перевірити, що вектор $\overrightarrow{AQ}$ є ортогональною проекцією вектора $\overrightarrow{AP}$ на пряму L. Це означає, якщо $\overrightarrow{V}$ — одиничний напрямний вектор прямої L, то $\overrightarrow{AQ} = \left(\overrightarrow{AP} \bullet \overrightarrow{V}\right)\overrightarrow{V}$, і ми могли б визначити відбиття S за формулою

$$S(P) = P + 2\left(\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AQ}\right). \qquad (2)$$



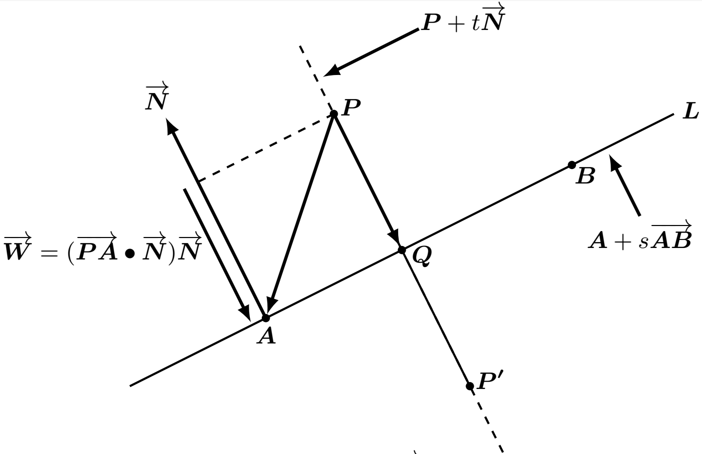
Крім того, легко перевірити, що вектор $\overrightarrow{AQ}$ є ортогональною проекцією вектора $\overrightarrow{AP}$ на пряму L. Це означає, якщо $\overrightarrow{V}$ — одиничний напрямний вектор прямої L, то $\overrightarrow{AQ} = \left(\overrightarrow{AP} \bullet \overrightarrow{V}\right)\overrightarrow{V}$, і ми могли б визначити відбиття S за формулою

$$S(P) = P + 2\left(\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AQ}\right). \qquad (2)$$



Крім того, легко перевірити, що вектор $\overrightarrow{AQ}$ є ортогональною проекцією вектора $\overrightarrow{AP}$ на пряму L. Це означає, якщо $\overrightarrow{V}$ — одиничний напрямний вектор прямої L, то $\overrightarrow{AQ} = (\overrightarrow{AP} \bullet \overrightarrow{V})\overrightarrow{V}$, і ми могли б визначити відбиття S за формулою

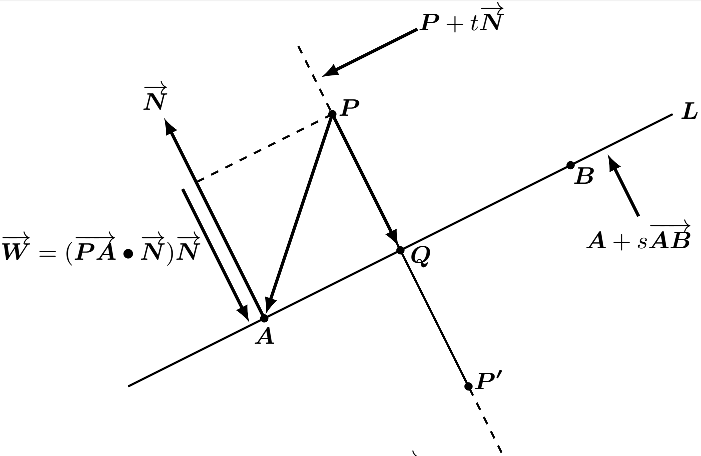
$$S(P) = P + 2(\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AQ}). \tag{2}$$



Крім того, легко перевірити, що вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{AQ}}$ є ортогональною проекцією вектора $\overrightarrow{\boldsymbol{AP}}$ на пряму $\boldsymbol{L}$. Це означає, якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{V}}$ — одиничний напрямний вектор прямої $\boldsymbol{L}$, то $\overrightarrow{\boldsymbol{AQ}} = \left(\overrightarrow{\boldsymbol{AP}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{V}}\right)\overrightarrow{\boldsymbol{V}}$, і ми могли б визначити відбиття S за формулою

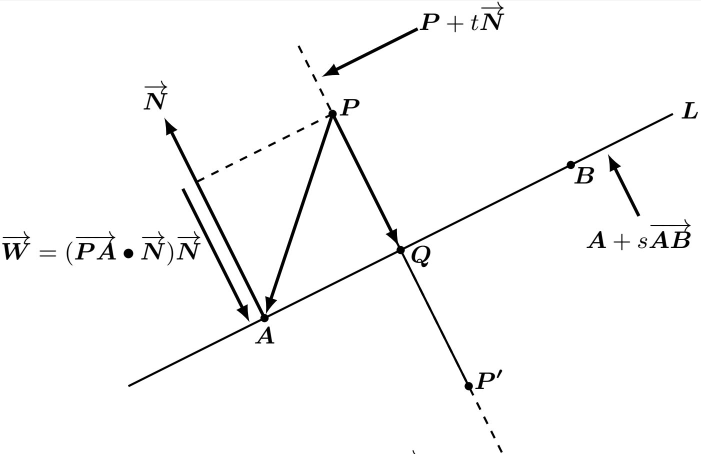
$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\left(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} + \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}}\right). \qquad (2)$$

Відбиття в площині



Крім того, легко перевірити, що вектор $\overrightarrow{AQ}$ є ортогональною проекцією вектора $\overrightarrow{AP}$ на пряму L. Це означає, якщо $\overrightarrow{V}$ — одиничний напрямний вектор прямої L, то $\overrightarrow{AQ} = \left(\overrightarrow{AP} \bullet \overrightarrow{V}\right)\overrightarrow{V}$, і ми могли б визначити відбиття S за формулою

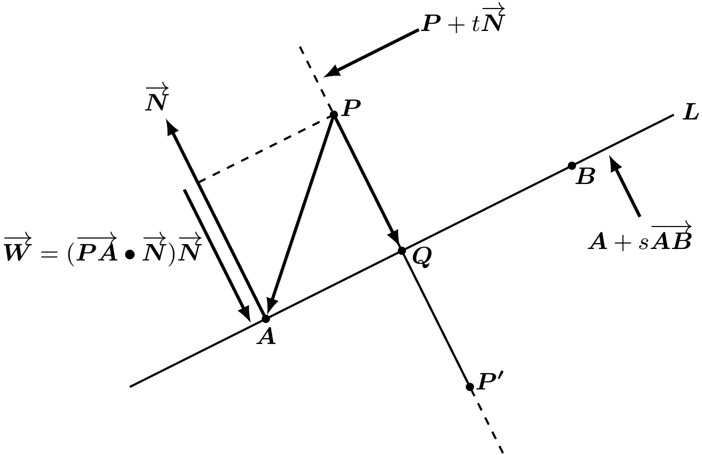
$$S(P) = P + 2\left(\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AQ}\right). \qquad (2)$$



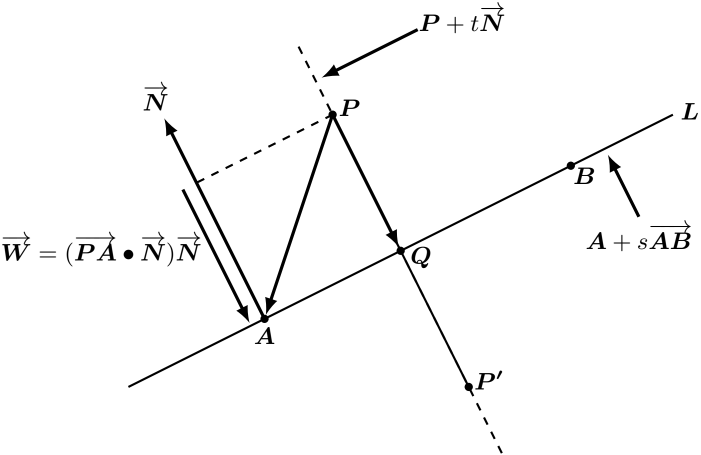
Крім того, легко перевірити, що вектор $\overrightarrow{AQ}$ є ортогональною проекцією вектора $\overrightarrow{AP}$ на пряму L. Це означає, якщо $\overrightarrow{V}$ — одиничний напрямний вектор прямої L, то $\overrightarrow{AQ} = \left(\overrightarrow{AP} \bullet \overrightarrow{V}\right)\overrightarrow{V}$, і ми могли б визначити відбиття S за формулою

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\left(\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AQ}\right). \tag{2}$$

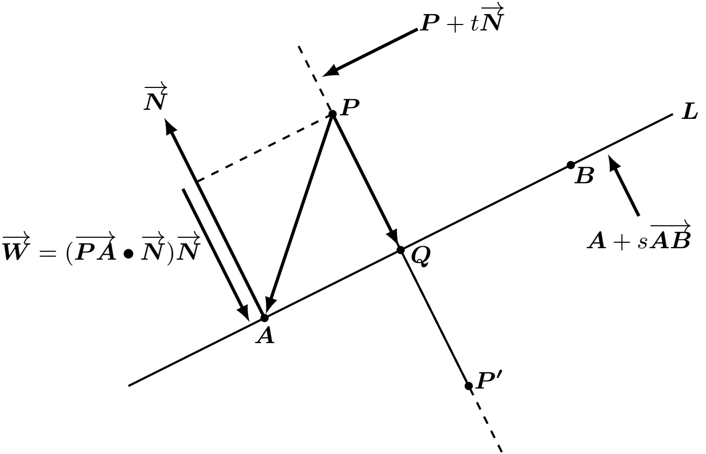
Це означення має перевагу в тому, що не потрібно знати вектор нормалі для прямої (тільки вектор напрямку або другу точку B на прямій). Звичайно, знайти вектор нормалі до прямої на площині тривіально. З іншого боку, наше звичайне векторне означення відбиття буде узагальнено на вищі виміри пізніше.



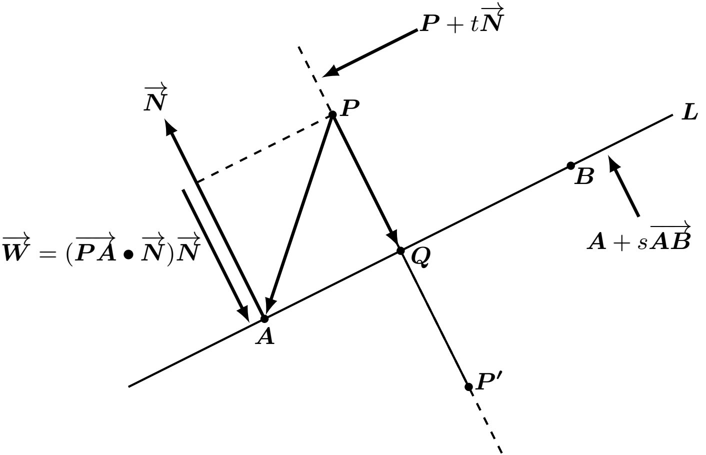
Це означення має перевагу в тому, що не потрібно знати вектор нормалі для прямої (тільки вектор напрямку або другу точку B на прямій). Звичайно, знайти вектор нормалі до прямої на площині тривіально. З іншого боку, наше звичайне векторне означення відбиття буде узагальнено на вищі виміри пізніше.



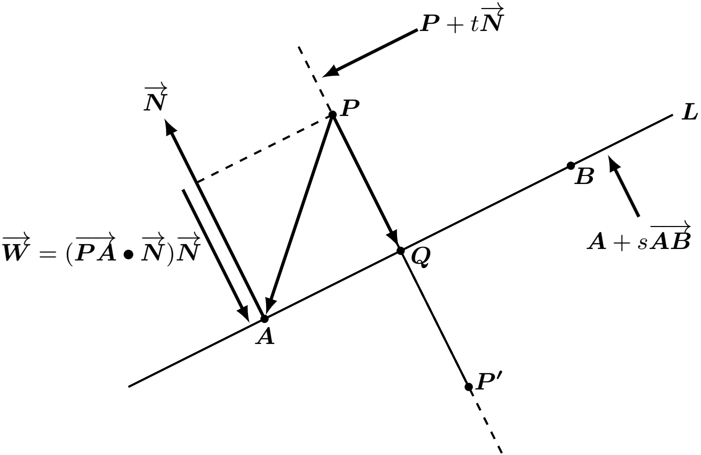
Це означення має перевагу в тому, що не потрібно знати вектор нормалі для прямої (тільки вектор напрямку або другу точку B на прямій). Звичайно, знайти вектор нормалі до прямої на площині тривіально. З іншого боку, наше звичайне векторне означення відбиття буде узагальнено на вищі виміри пізніше.



Це означення має перевагу в тому, що не потрібно знати вектор нормалі для прямої (тільки вектор напрямку або другу точку $\boldsymbol{B}$ на прямій). Звичайно, знайти вектор нормалі до прямої на площині тривіально. З іншого боку, наше звичайне векторне означення відбиття буде узагальнено на вищі виміри пізніше.



Це означення має перевагу в тому, що не потрібно знати вектор нормалі для прямої (тільки вектор напрямку або другу точку B на прямій). Звичайно, знайти вектор нормалі до прямої на площині тривіально. З іншого боку, наше звичайне векторне означення відбиття буде узагальнено на вищі виміри пізніше.



Це означення має перевагу в тому, що не потрібно знати вектор нормалі для прямої (тільки вектор напрямку або другу точку B на прямій). Звичайно, знайти вектор нормалі до прямої на площині тривіально. З іншого боку, наше звичайне векторне означення відбиття буде узагальнено на вищі виміри пізніше.

Нарешті, оскільки

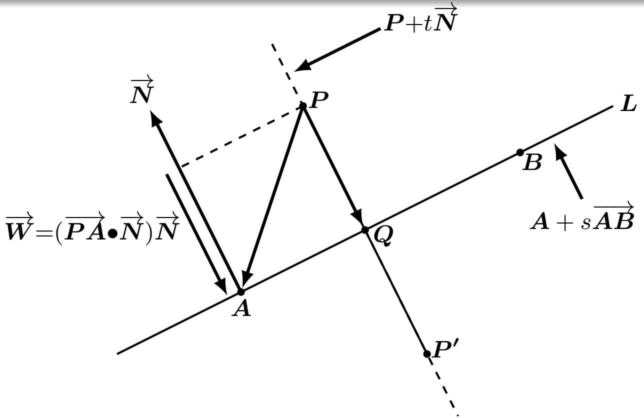
$$Q = P + (\overrightarrow{PA} \bullet \overrightarrow{N})\overrightarrow{N},$$

то ми бачимо, що Q — це точка, де пряма, яка ортогональна до прямої L і проходить через точку P, перетинається з прямою L. Отже, інше визначення образу відбиття $S(P)$ полягає в тому, що ми визначаємо цю точку Q, а потім визначаємо

$$S(P) = P + 2\overrightarrow{PQ}. \tag{3}$$

Іншими словами, відрізок PP' перпендикулярний до прямої L і перетинає пряму в його середині Q.

Відбиття в площині



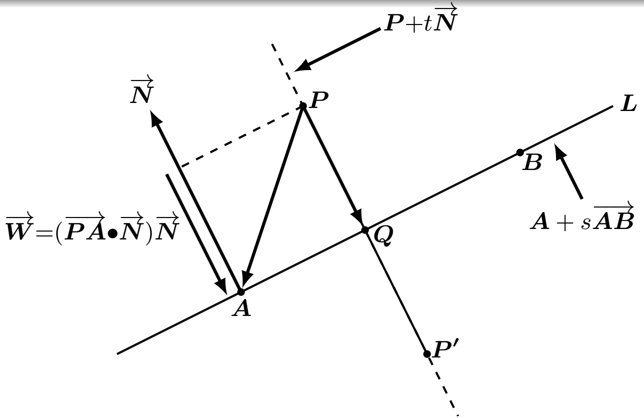
Нарешті, оскільки

$$Q = P + (\overrightarrow{PA} \bullet \overrightarrow{N})\overrightarrow{N},$$

то ми бачимо, що Q — це точка, де пряма, яка ортогональна до прямої L і проходить через точку P, перетинається з прямою L. Отже, інше визначення образу відбиття $S(P)$ полягає в тому, що ми визначаємо цю точку Q, а потім визначаємо

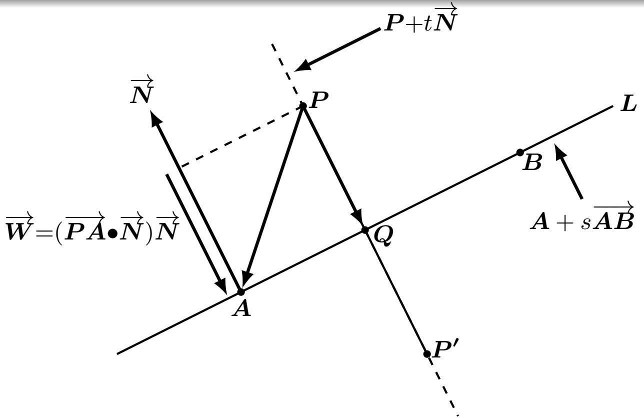
$$S(P) = P + 2\overrightarrow{PQ}. \tag{3}$$

Іншими словами, відрізок PP' перпендикулярний до прямої L і перетинає пряму в його середині Q.



Нарешті, оскільки
$$Q = P + (\overrightarrow{PA} \bullet \overrightarrow{N})\overrightarrow{N},$$
то ми бачимо, що Q — це точка, де пряма, яка ортогональна до прямої L і проходить через точку P, перетинається з прямою L. Отже, інше визначення образу відбиття $S(P)$ полягає в тому, що ми визначаємо цю точку Q, а потім визначаємо
$$S(P) = P + 2\overrightarrow{PQ}. \qquad (3)$$
Іншими словами, відрізок PP' перпендикулярний до прямої L і перетинає пряму в його середині Q.

Відбиття в площині



Нарешті, оскільки

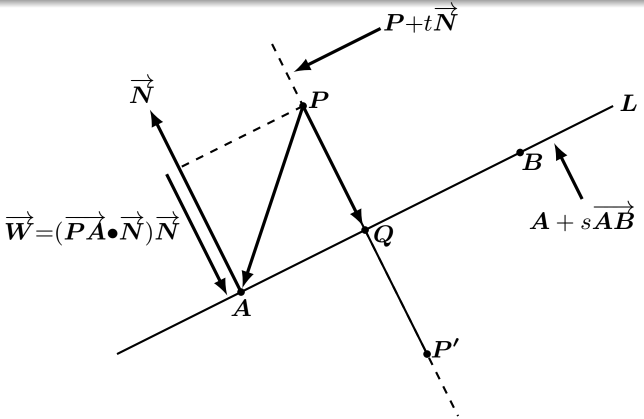
$$\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{P}+(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}}\bullet\overrightarrow{\boldsymbol{N}})\overrightarrow{\boldsymbol{N}},$$

то ми бачимо, що $\boldsymbol{Q}$ — це точка, де пряма, яка ортогональна до прямої $\boldsymbol{L}$ і проходить через точку $\boldsymbol{P}$, перетинається з прямою $\boldsymbol{L}$. Отже, інше визначення образу відбиття $S(\boldsymbol{P})$ полягає в тому, що ми визначаємо цю точку $\boldsymbol{Q}$, а потім визначаємо

$$S(\boldsymbol{P})=\boldsymbol{P}+2\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}. \tag{3}$$

Іншими словами, відрізок $\boldsymbol{PP'}$ перпендикулярний до прямої $\boldsymbol{L}$ і перетинає пряму в його середині $\boldsymbol{Q}$.

Відбиття в площині



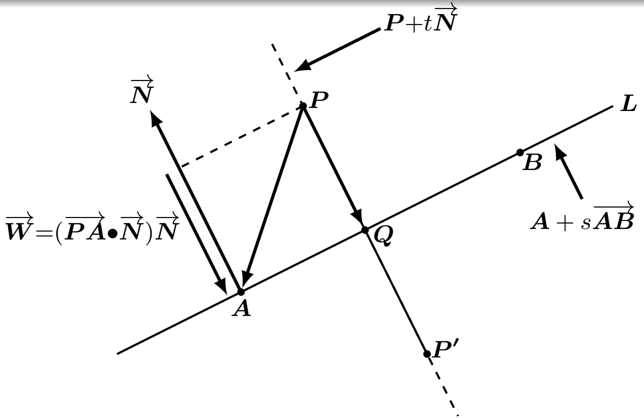
Нарешті, оскільки

$$Q = P + (\overrightarrow{PA} \bullet \overrightarrow{N})\overrightarrow{N},$$

то ми бачимо, що Q — це точка, де пряма, яка ортогональна до прямої L і проходить через точку P, перетинається з прямою L. Отже, інше визначення образу відбиття $S(P)$ полягає в тому, що ми визначаємо цю точку Q, а потім визначаємо

$$S(P) = P + 2\overrightarrow{PQ}. \tag{3}$$

Іншими словами, відрізок PP' перпендикулярний до прямої L і перетинає пряму в його середині Q.



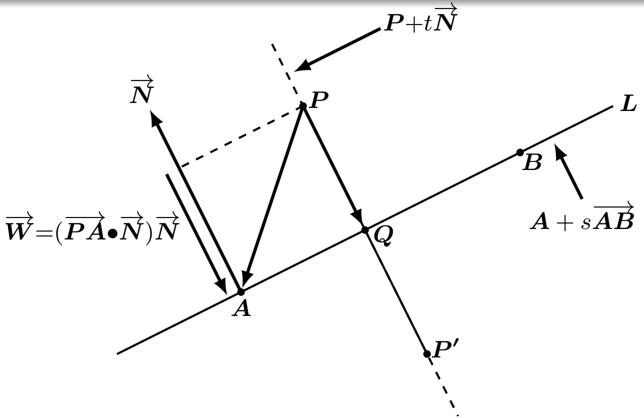
Нарешті, оскільки

$$Q = P + (\overrightarrow{PA} \bullet \overrightarrow{N})\overrightarrow{N},$$

то ми бачимо, що Q — це точка, де пряма, яка ортогональна до прямої L і проходить через точку P, перетинається з прямою L. Отже, інше визначення образу відбиття $S(P)$ полягає в тому, що ми визначаємо цю точку Q, а потім визначаємо

$$S(P) = P + 2\overrightarrow{PQ}. \tag{3}$$

Іншими словами, відрізок PP' перпендикулярний до прямої L і перетинає пряму в його середині Q.



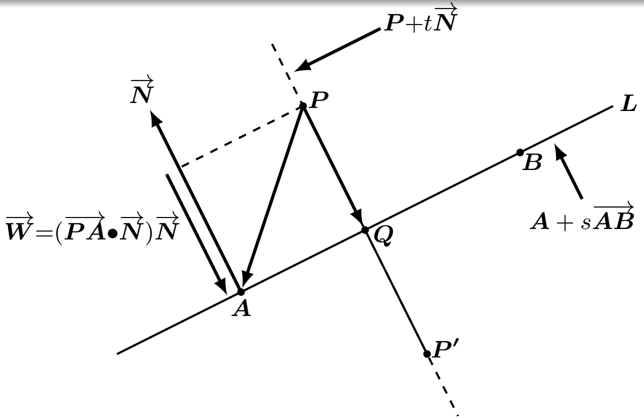
Нарешті, оскільки

$$\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{P} + (\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{N}})\overrightarrow{\boldsymbol{N}},$$

то ми бачимо, що $\boldsymbol{Q}$ — це точка, де пряма, яка ортогональна до прямої $\boldsymbol{L}$ і проходить через точку $\boldsymbol{P}$, перетинається з прямою $\boldsymbol{L}$. Отже, інше визначення образу відбиття $S(\boldsymbol{P})$ полягає в тому, що ми визначаємо цю точку $\boldsymbol{Q}$, а потім визначаємо

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}. \tag{3}$$

Іншими словами, відрізок $\boldsymbol{PP'}$ перпендикулярний до прямої $\boldsymbol{L}$ і перетинає пряму в його середині $\boldsymbol{Q}$.



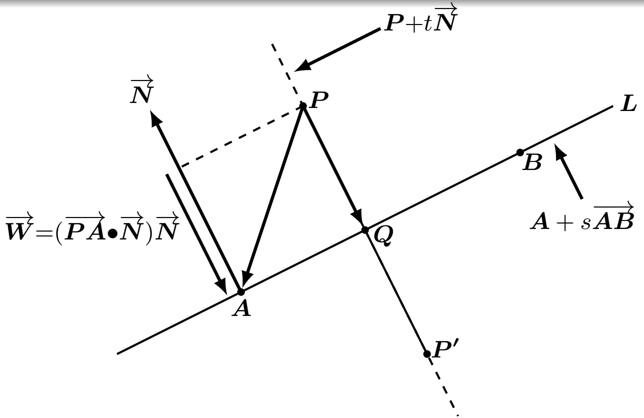
Нарешті, оскільки

$$Q = P + (\overrightarrow{PA} \bullet \overrightarrow{N})\overrightarrow{N},$$

то ми бачимо, що Q — це точка, де пряма, яка ортогональна до прямої L і проходить через точку P, перетинається з прямою L. Отже, інше визначення образу відбиття $S(P)$ полягає в тому, що ми визначаємо цю точку Q, а потім визначаємо

$$S(P) = P + 2\overrightarrow{PQ}. \tag{3}$$

Іншими словами, відрізок PP' перпендикулярний до прямої L і перетинає пряму в його середині Q.



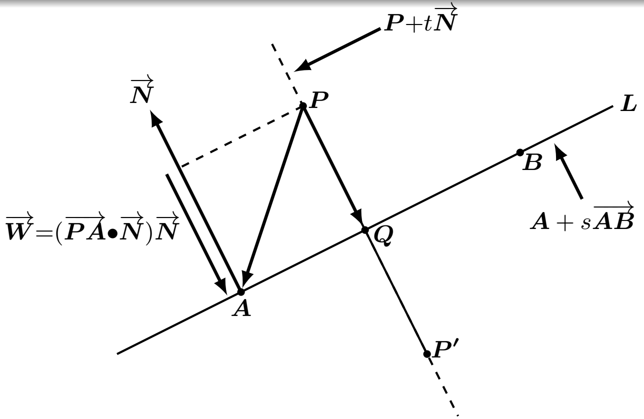
Нарешті, оскільки

$$Q = P + (\overrightarrow{PA} \bullet \overrightarrow{N})\overrightarrow{N},$$

то ми бачимо, що Q — це точка, де пряма, яка ортогональна до прямої L і проходить через точку P, перетинається з прямою L. Отже, інше визначення образу відбиття $S(P)$ полягає в тому, що ми визначаємо цю точку Q, а потім визначаємо

$$S(P) = P + 2\overrightarrow{PQ}. \qquad (3)$$

Іншими словами, відрізок PP' перпендикулярний до прямої L і перетинає пряму в його середині Q.



Нарешті, оскільки

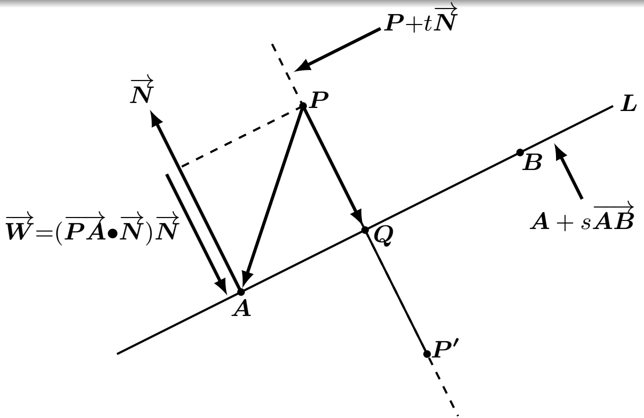
$$Q = P + (\vec{PA} \bullet \vec{N})\vec{N},$$

то ми бачимо, що Q — це точка, де пряма, яка ортогональна до прямої L і проходить через точку P, перетинається з прямою L. Отже, інше визначення образу відбиття $S(P)$ полягає в тому, що ми визначаємо цю точку Q, а потім визначаємо

$$S(P) = P + 2\vec{PQ}. \tag{3}$$

Іншими словами, відрізок PP' перпендикулярний до прямої L і перетинає пряму в його середині Q.

Відбиття в площині



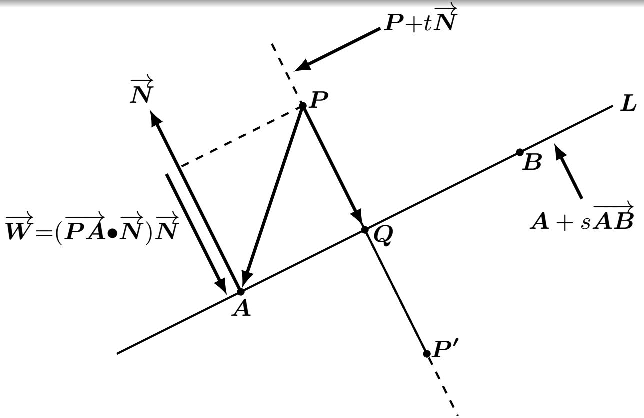
Нарешті, оскільки

$$Q = P + (\overrightarrow{PA} \bullet \overrightarrow{N})\overrightarrow{N},$$

то ми бачимо, що Q — це точка, де пряма, яка ортогональна до прямої L і проходить через точку P, перетинається з прямою L. Отже, інше визначення образу відбиття $S(P)$ полягає в тому, що ми визначаємо цю точку Q, а потім визначаємо

$$S(P) = P + 2\overrightarrow{PQ}. \tag{3}$$

Іншими словами, відрізок PP' перпендикулярний до прямої L і перетинає пряму в його середині Q.



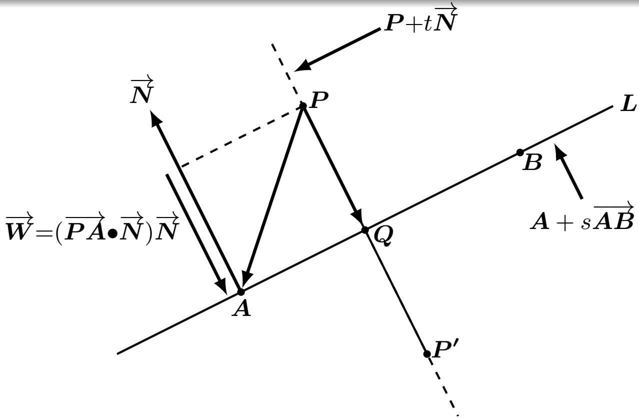
Нарешті, оскільки

$$\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{P}+(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}}\bullet\overrightarrow{\boldsymbol{N}})\overrightarrow{\boldsymbol{N}},$$

то ми бачимо, що $\boldsymbol{Q}$ — це точка, де пряма, яка ортогональна до прямої $\boldsymbol{L}$ і проходить через точку $\boldsymbol{P}$, перетинається з прямою $\boldsymbol{L}$. Отже, інше визначення образу відбиття $S(\boldsymbol{P})$ полягає в тому, що ми визначаємо цю точку $\boldsymbol{Q}$, а потім визначаємо

$$S(\boldsymbol{P})=\boldsymbol{P}+2\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}. \tag{3}$$

Іншими словами, відрізок $\boldsymbol{PP}'$ перпендикулярний до прямої $\boldsymbol{L}$ і перетинає пряму в його середині $\boldsymbol{Q}$.



Нарешті, оскільки
$$Q = P + (\overrightarrow{PA} \bullet \overrightarrow{N})\overrightarrow{N},$$
то ми бачимо, що Q — це точка, де пряма, яка ортогональна до прямої L і проходить через точку P, перетинається з прямою L. Отже, інше визначення образу відбиття $S(P)$ полягає в тому, що ми визначаємо цю точку Q, а потім визначаємо
$$S(P) = P + 2\overrightarrow{PQ}. \tag{3}$$
Іншими словами, відрізок PP' перпендикулярний до прямої L і перетинає пряму в його середині Q.

Відбиття в площині

Теорему 2.2.21 ми пропонуємо довести слухачам як вправу.

Теорема 2.2.21

Нехай S — відбиття стосовно прямої L.

(1) Визначення відбиття S залежить тільки від прямої L, а не від точки A та вектора нормалі $\overrightarrow{N}$ цієї прямої, які вибрано в означенні.

(2) Якщо параметр t вибрано так, що $P + t\overrightarrow{N}$ є точкою,

(3) Нерухомими точками відбиття S є саме точки на прямій L.

(4) Якщо L — вісь відбиття S і L' — ортогональна пряма до прямої L,

(5) Відбиття є рухом.

Відбиття в площині

Теорему 2.2.21 ми пропонуємо довести слухачам як вправу.

Теорема 2.2.21

Нехай S — відбиття стосовно прямої L.

Відбиття в площині

Теорему 2.2.21 ми пропонуємо довести слухачам як вправу.

Теорема 2.2.21

Нехай S — відбиття стосовно прямої L.

(1) Визначення відбиття S залежить тільки від прямої L, а не від точки A та вектора нормалі $\overrightarrow{N}$ цієї прямої, які вибрано в означенні.

(2) Якщо параметр t вибрано так, що $P + t\overrightarrow{N}$ є точкою,

(3) Нерухомими точками відбиття S є саме точки на її осі L.

(4) Якщо L — вісь відбиття S і L' — ортогональна пряма до прямої L,

(5) Відбиття є рухом.

Теорему 2.2.21 ми пропонуємо довести слухачам як вправу.

Теорема 2.2.21

Нехай S — відбиття стосовно прямої $\boldsymbol{L}$.

(1) Визначення відбиття S залежить тільки від прямої $\boldsymbol{L}$, а не від точки $\boldsymbol{A}$ та вектора нормалі $\overrightarrow{N}$ цієї прямої, які вибрано в означенні.

(2) Якщо параметр t вибрано так, що $\boldsymbol{P} + t\overrightarrow{N}$ є точкою,

(3) Нерухомими точками відбиття S є саме точки на її осі $\boldsymbol{L}$.

(4) Якщо $\boldsymbol{L}$ — вісь відбиття S і $\boldsymbol{L}'$ — ортогональна пряма до прямої $\boldsymbol{L}$,

(5) Відбиття є рухом.

Теорему 2.2.21 ми пропонуємо довести слухачам як вправу.

Теорема 2.2.21

Нехай S — відбиття стосовно прямої $\boldsymbol{L}$.

(1) Визначення відбиття S залежить тільки від прямої $\boldsymbol{L}$, а не від точки $\boldsymbol{A}$ та вектора нормалі $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ цієї прямої, які вибрано в означенні. Три означення відбиття, визначені рівностями

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P}' = \boldsymbol{P} + 2(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{N}})\overrightarrow{\boldsymbol{N}}, \tag{1}$$

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} + \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}}), \tag{2}$$

і

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}, \tag{3}$$

еквівалентні.

(2) Якщо параметр t вибрано так, що $\boldsymbol{P} + t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ є точкою, де пряма проходить через точку $\boldsymbol{P}$ з напрямним вектором $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ перетинається з прямою $\boldsymbol{L}$, то $S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$.

(3) Нерухомими точками відбиття S є саме точки на її осі $\boldsymbol{L}$.

(4) Якщо $\boldsymbol{L}$ — вісь відбиття S і $\boldsymbol{L}'$ — ортогональна пряма до прямої $\boldsymbol{L}$, то $S(\boldsymbol{L}') = \boldsymbol{L}'$.

(5) Відбиття є рухом.

Відбиття в площині

Теорему 2.2.21 ми пропонуємо довести слухачам як вправу.

Теорема 2.2.21

Нехай S — відбиття стосовно прямої $\boldsymbol{L}$.

(1) Визначення відбиття S залежить тільки від прямої $\boldsymbol{L}$, а не від точки $\boldsymbol{A}$ та вектора нормалі $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ цієї прямої, які вибрано в означенні. Три означення відбиття, визначені рівностями

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P}' = \boldsymbol{P} + 2(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{N}})\overrightarrow{\boldsymbol{N}}, \qquad (1)$$

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\left(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} + \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}}\right), \qquad (2)$$

і

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}, \qquad (3)$$

еквівалентні.

(2) Якщо параметр t вибрано так, що $\boldsymbol{P} + t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ є точкою, де пряма проходить через точку $\boldsymbol{P}$ з напрямним вектором $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ перетинається з прямою $\boldsymbol{L}$, то $S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$.

(3) Нерухомими точками відбиття S є саме точки на її осі $\boldsymbol{L}$.

(4) Якщо $\boldsymbol{L}$ — вісь відбиття S і $\boldsymbol{L}'$ — ортогональна пряма до прямої $\boldsymbol{L}$, то $S(\boldsymbol{L}') = \boldsymbol{L}'$.

(5) Відбиття є рухом.

Теорему 2.2.21 ми пропонуємо довести слухачам як вправу.

Теорема 2.2.21

Нехай S — відбиття стосовно прямої $\boldsymbol{L}$.

(1) Визначення відбиття S залежить тільки від прямої $\boldsymbol{L}$, а не від точки $\boldsymbol{A}$ та вектора нормалі $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ цієї прямої, які вибрано в означенні. Три означення відбиття, визначені рівностями

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P}' = \boldsymbol{P} + 2(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{N}})\overrightarrow{\boldsymbol{N}}, \tag{1}$$

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\left(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} + \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}}\right), \tag{2}$$

і

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}, \tag{3}$$

еквівалентні.

(2) Якщо параметр t вибрано так, що $\boldsymbol{P} + t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ є точкою, де пряма проходить через точку $\boldsymbol{P}$ з напрямним вектором $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ перетинається з прямою $\boldsymbol{L}$, то $S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$.

(3) Нерухомими точками відбиття S є саме точки на її осі $\boldsymbol{L}$.

(4) Якщо $\boldsymbol{L}$ — вісь відбиття S і $\boldsymbol{L}'$ — ортогональна пряма до прямої $\boldsymbol{L}$, то $S(\boldsymbol{L}') = \boldsymbol{L}'$.

(5) Відбиття є рухом.

Відбиття в площині

Теорему 2.2.21 ми пропонуємо довести слухачам як вправу.

Теорема 2.2.21

Нехай S — відбиття стосовно прямої $\boldsymbol{L}$.

(1) Визначення відбиття S залежить тільки від прямої $\boldsymbol{L}$, а не від точки $\boldsymbol{A}$ та вектора нормалі $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ цієї прямої, які вибрано в означенні. Три означення відбиття, визначені рівностями

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P'} = \boldsymbol{P} + 2(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{N}})\overrightarrow{\boldsymbol{N}}, \tag{1}$$

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\left(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} + \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}}\right), \tag{2}$$

і

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}, \tag{3}$$

еквівалентні.

(2) Якщо параметр t вибрано так, що $\boldsymbol{P} + t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ є точкою, де пряма проходить через точку $\boldsymbol{P}$ з напрямним вектором $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ перетинається з прямою $\boldsymbol{L}$, то $S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$.

(3) Нерухомими точками відбиття S є саме точки на її осі $\boldsymbol{L}$.

(4) Якщо $\boldsymbol{L}$ — вісь відбиття S і $\boldsymbol{L}'$ — ортогональна пряма до прямої $\boldsymbol{L}$, то $S(\boldsymbol{L}') = \boldsymbol{L}'$.

(5) Відбиття є рухом.

Теорему 2.2.21 ми пропонуємо довести слухачам як вправу.

Теорема 2.2.21

Нехай S — відбиття стосовно прямої $\boldsymbol{L}$.

(1) Визначення відбиття S залежить тільки від прямої $\boldsymbol{L}$, а не від точки $\boldsymbol{A}$ та вектора нормалі $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ цієї прямої, які вибрано в означенні. Три означення відбиття, визначені рівностями

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P'} = \boldsymbol{P} + 2(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{N}})\overrightarrow{\boldsymbol{N}}, \tag{1}$$

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\left(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} + \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}}\right), \tag{2}$$

і

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}, \tag{3}$$

еквівалентні.

(2) Якщо параметр t вибрано так, що $\boldsymbol{P} + t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ є точкою, де пряма проходить через точку $\boldsymbol{P}$ з напрямним вектором $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ перетинається з прямою $\boldsymbol{L}$, то $S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$.

(3) Нерухомими точками відбиття S є саме точки на її осі $\boldsymbol{L}$.

(4) Якщо $\boldsymbol{L}$ — вісь відбиття S і $\boldsymbol{L'}$ — ортогональна пряма до прямої $\boldsymbol{L}$, то $S(\boldsymbol{L'}) = \boldsymbol{L'}$.

(5) Відбиття є рухом.

Теорему 2.2.21 ми пропонуємо довести слухачам як вправу.

Теорема 2.2.21

Нехай S — відбиття стосовно прямої $\boldsymbol{L}$.

(1) Визначення відбиття S залежить тільки від прямої $\boldsymbol{L}$, а не від точки $\boldsymbol{A}$ та вектора нормалі $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ цієї прямої, які вибрано в означенні. Три означення відбиття, визначені рівностями

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P}' = \boldsymbol{P} + 2(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{N}})\overrightarrow{\boldsymbol{N}}, \tag{1}$$

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\big(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} + \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}}\big), \tag{2}$$

і

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}, \tag{3}$$

еквівалентні.

(2) Якщо параметр t вибрано так, що $\boldsymbol{P} + t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ є точкою, де пряма проходить через точку $\boldsymbol{P}$ з напрямним вектором $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ перетинається з прямою $\boldsymbol{L}$, то $S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$.

(3) Нерухомими точками відбиття S є саме точки на її осі $\boldsymbol{L}$.

(4) Якщо $\boldsymbol{L}$ — вісь відбиття S і $\boldsymbol{L}'$ — ортогональна пряма до прямої $\boldsymbol{L}$, то $S(\boldsymbol{L}') = \boldsymbol{L}'$.

(5) Відбиття є рухом.

Відбиття в площині

Теорему 2.2.21 ми пропонуємо довести слухачам як вправу.

Теорема 2.2.21

Нехай S — відбиття стосовно прямої $\boldsymbol{L}$.

(1) Визначення відбиття S залежить тільки від прямої $\boldsymbol{L}$, а не від точки $\boldsymbol{A}$ та вектора нормалі $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ цієї прямої, які вибрано в означенні. Три означення відбиття, визначені рівностями

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P}' = \boldsymbol{P} + 2(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{N}})\overrightarrow{\boldsymbol{N}}, \tag{1}$$

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\left(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} + \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}}\right), \tag{2}$$

і

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}, \tag{3}$$

еквівалентні.

(2) Якщо параметр t вибрано так, що $\boldsymbol{P} + t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ є точкою, де пряма проходить через точку $\boldsymbol{P}$ з напрямним вектором $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ перетинається з прямою $\boldsymbol{L}$, то $S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$.

(3) Нерухомими точками відбиття S є саме точки на її осі $\boldsymbol{L}$.

(4) Якщо $\boldsymbol{L}$ — вісь відбиття S і $\boldsymbol{L}'$ — ортогональна пряма до прямої $\boldsymbol{L}$, то $S(\boldsymbol{L}') = \boldsymbol{L}'$.

(5) Відбиття є рухом.

Теорему 2.2.21 ми пропонуємо довести слухачам як вправу.

Теорема 2.2.21

Нехай S — відбиття стосовно прямої $\boldsymbol{L}$.

(1) Визначення відбиття S залежить тільки від прямої $\boldsymbol{L}$, а не від точки $\boldsymbol{A}$ та вектора нормалі $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ цієї прямої, які вибрано в означенні. Три означення відбиття, визначені рівностями

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P}' = \boldsymbol{P} + 2(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{N}})\overrightarrow{\boldsymbol{N}}, \tag{1}$$

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\big(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} + \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}}\big), \tag{2}$$

і

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}, \tag{3}$$

еквівалентні.

(2) Якщо параметр t вибрано так, що $\boldsymbol{P} + t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ є точкою, де пряма проходить через точку $\boldsymbol{P}$ з напрямним вектором $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ перетинається з прямою $\boldsymbol{L}$, то $S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$.

(3) Нерухомими точками відбиття S є саме точки на її осі $\boldsymbol{L}$.

(4) Якщо $\boldsymbol{L}$ — вісь відбиття S і $\boldsymbol{L}'$ — ортогональна пряма до прямої $\boldsymbol{L}$, то $S(\boldsymbol{L}') = \boldsymbol{L}'$.

(5) Відбиття є рухом.

Теорему 2.2.21 ми пропонуємо довести слухачам як вправу.

Теорема 2.2.21

Нехай S — відбиття стосовно прямої $\boldsymbol{L}$.

(1) Визначення відбиття S залежить тільки від прямої $\boldsymbol{L}$, а не від точки $\boldsymbol{A}$ та вектора нормалі $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ цієї прямої, які вибрано в означенні. Три означення відбиття, визначені рівностями

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P}' = \boldsymbol{P} + 2(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{N}})\overrightarrow{\boldsymbol{N}}, \tag{1}$$

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\left(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} + \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}}\right), \tag{2}$$

і

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}, \tag{3}$$

еквівалентні.

(2) Якщо параметр t вибрано так, що $\boldsymbol{P} + t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ є точкою, де пряма проходить через точку $\boldsymbol{P}$ з напрямним вектором $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ перетинається з прямою $\boldsymbol{L}$, то $S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$.

(3) Нерухомими точками відбиття S є саме точки на її осі $\boldsymbol{L}$.

(4) Якщо $\boldsymbol{L}$ — вісь відбиття S і $\boldsymbol{L}'$ — ортогональна пряма до прямої $\boldsymbol{L}$, то $S(\boldsymbol{L}') = \boldsymbol{L}'$.

(5) Відбиття є рухом.

Теорему 2.2.21 ми пропонуємо довести слухачам як вправу.

Теорема 2.2.21

Нехай S — відбиття стосовно прямої $\boldsymbol{L}$.

(1) Визначення відбиття S залежить тільки від прямої $\boldsymbol{L}$, а не від точки $\boldsymbol{A}$ та вектора нормалі $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ цієї прямої, які вибрано в означенні. Три означення відбиття, визначені рівностями

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P'} = \boldsymbol{P} + 2(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{N}})\overrightarrow{\boldsymbol{N}}, \tag{1}$$

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\left(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} + \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}}\right), \tag{2}$$

і

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}, \tag{3}$$

еквівалентні.

(2) Якщо параметр t вибрано так, що $\boldsymbol{P} + t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ є точкою, де пряма проходить через точку $\boldsymbol{P}$ з напрямним вектором $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ перетинається з прямою $\boldsymbol{L}$, то $S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$.

(3) Нерухомими точками відбиття S є саме точки на її осі $\boldsymbol{L}$.

(4) Якщо $\boldsymbol{L}$ — вісь відбиття S і $\boldsymbol{L}'$ — ортогональна пряма до прямої $\boldsymbol{L}$, то $S(\boldsymbol{L}') = \boldsymbol{L}'$.

(5) Відбиття є рухом.

Теорему 2.2.21 ми пропонуємо довести слухачам як вправу.

Теорема 2.2.21

Нехай S — відбиття стосовно прямої $\boldsymbol{L}$.

(1) Визначення відбиття S залежить тільки від прямої $\boldsymbol{L}$, а не від точки $\boldsymbol{A}$ та вектора нормалі $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ цієї прямої, які вибрано в означенні. Три означення відбиття, визначені рівностями

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P}' = \boldsymbol{P} + 2(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{N}})\overrightarrow{\boldsymbol{N}}, \tag{1}$$

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\left(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} + \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}}\right), \tag{2}$$

і

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}, \tag{3}$$

еквівалентні.

(2) Якщо параметр t вибрано так, що $\boldsymbol{P} + t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ є точкою, де пряма проходить через точку $\boldsymbol{P}$ з напрямним вектором $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ перетинається з прямою $\boldsymbol{L}$, то $S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$.

(3) Нерухомими точками відбиття S є саме точки на її осі $\boldsymbol{L}$.

(4) Якщо $\boldsymbol{L}$ — вісь відбиття S і $\boldsymbol{L}'$ — ортогональна пряма до прямої $\boldsymbol{L}$, то $S(\boldsymbol{L}') = \boldsymbol{L}'$.

(5) Відбиття є рухом.

Теорему 2.2.21 ми пропонуємо довести слухачам як вправу.

Теорема 2.2.21

Нехай S — відбиття стосовно прямої $\boldsymbol{L}$.

(1) Визначення відбиття S залежить тільки від прямої $\boldsymbol{L}$, а не від точки $\boldsymbol{A}$ та вектора нормалі $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ цієї прямої, які вибрано в означенні. Три означення відбиття, визначені рівностями

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P'} = \boldsymbol{P} + 2(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{N}})\overrightarrow{\boldsymbol{N}}, \tag{1}$$

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\left(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} + \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}}\right), \tag{2}$$

і

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}, \tag{3}$$

еквівалентні.

(2) Якщо параметр t вибрано так, що $\boldsymbol{P} + t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ є точкою, де пряма проходить через точку $\boldsymbol{P}$ з напрямним вектором $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ перетинається з прямою $\boldsymbol{L}$, то $S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$.

(3) Нерухомими точками відбиття S є саме точки на її осі $\boldsymbol{L}$.

(4) Якщо $\boldsymbol{L}$ — вісь відбиття S і $\boldsymbol{L'}$ — ортогональна пряма до прямої $\boldsymbol{L}$, то $S(\boldsymbol{L'}) = \boldsymbol{L'}$.

(5) Відбиття є рухом.

Теорему 2.2.21 ми пропонуємо довести слухачам як вправу.

Теорема 2.2.21

Нехай S — відбиття стосовно прямої $\boldsymbol{L}$.

(1) Визначення відбиття S залежить тільки від прямої $\boldsymbol{L}$, а не від точки $\boldsymbol{A}$ та вектора нормалі $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ цієї прямої, які вибрано в означенні. Три означення відбиття, визначені рівностями

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P'} = \boldsymbol{P} + 2(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{N}})\overrightarrow{\boldsymbol{N}}, \tag{1}$$

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\big(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} + \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}}\big), \tag{2}$$

і

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}, \tag{3}$$

еквівалентні.

(2) Якщо параметр t вибрано так, що $\boldsymbol{P} + t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ є точкою, де пряма проходить через точку $\boldsymbol{P}$ з напрямним вектором $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ перетинається з прямою $\boldsymbol{L}$, то $S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$.

(3) Нерухомими точками відбиття S є саме точки на її осі $\boldsymbol{L}$.

(4) Якщо $\boldsymbol{L}$ — вісь відбиття S і $\boldsymbol{L}'$ — ортогональна пряма до прямої $\boldsymbol{L}$, то $S(\boldsymbol{L}') = \boldsymbol{L}'$.

(5) Відбиття є рухом.

Теорему 2.2.21 ми пропонуємо довести слухачам як вправу.

Теорема 2.2.21

Нехай S — відбиття стосовно прямої $\boldsymbol{L}$.

(1) Визначення відбиття S залежить тільки від прямої $\boldsymbol{L}$, а не від точки $\boldsymbol{A}$ та вектора нормалі $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ цієї прямої, які вибрано в означенні. Три означення відбиття, визначені рівностями

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P'} = \boldsymbol{P} + 2(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{N}})\overrightarrow{\boldsymbol{N}}, \tag{1}$$

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\left(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} + \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}}\right), \tag{2}$$

і

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}, \tag{3}$$

еквівалентні.

(2) Якщо параметр t вибрано так, що $\boldsymbol{P} + t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ є точкою, де пряма проходить через точку $\boldsymbol{P}$ з напрямним вектором $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ перетинається з прямою $\boldsymbol{L}$, то $S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$.

(3) Нерухомими точками відбиття S є саме точки на її осі $\boldsymbol{L}$.

(4) Якщо $\boldsymbol{L}$ — вісь відбиття S і $\boldsymbol{L}'$ — ортогональна пряма до прямої $\boldsymbol{L}$, то $S(\boldsymbol{L}') = \boldsymbol{L}'$.

(5) Відбиття є рухом.

Теорему 2.2.21 ми пропонуємо довести слухачам як вправу.

Теорема 2.2.21

Нехай S — відбиття стосовно прямої $\boldsymbol{L}$.

(1) Визначення відбиття S залежить тільки від прямої $\boldsymbol{L}$, а не від точки $\boldsymbol{A}$ та вектора нормалі $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ цієї прямої, які вибрано в означенні. Три означення відбиття, визначені рівностями

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P'} = \boldsymbol{P} + 2(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{N}})\overrightarrow{\boldsymbol{N}}, \tag{1}$$

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\left(\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} + \overrightarrow{\boldsymbol{AQ}}\right), \tag{2}$$

і

$$S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}, \tag{3}$$

еквівалентні.

(2) Якщо параметр t вибрано так, що $\boldsymbol{P} + t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ є точкою, де пряма проходить через точку $\boldsymbol{P}$ з напрямним вектором $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ перетинається з прямою $\boldsymbol{L}$, то $S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$.

(3) Нерухомими точками відбиття S є саме точки на її осі $\boldsymbol{L}$.

(4) Якщо $\boldsymbol{L}$ — вісь відбиття S і $\boldsymbol{L}'$ — ортогональна пряма до прямої $\boldsymbol{L}$, то $S(\boldsymbol{L}') = \boldsymbol{L}'$.

(5) Відбиття є рухом.

Приклад 2.2.22

Знайдіть відбиття S_x стосовно x-осі.

Розв'язок. Якщо виберемо $\boldsymbol{A} = (0,0)$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{L}} = (0,1)$, то $\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} = -\overrightarrow{\boldsymbol{P}}$ і

$$S_x(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\Big[\big(-\overrightarrow{\boldsymbol{P}}\big) \bullet (0,1)\Big](0,1),$$

або

$$S_x(x,y) = (x,-y).$$

Іншими словами, відбиття S_x має рівняння

$$\begin{aligned} x' &= x; \\ y' &= -y. \end{aligned} \tag{4}$$

Приклад 2.2.22

Знайдіть відбиття S_x стосовно x-осі.

Розв'язок. Якщо виберемо $\boldsymbol{A} = (0,0)$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{L}} = (0,1)$, то $\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} = -\overrightarrow{\boldsymbol{P}}$ і

$$S_x(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\Big[\big(-\overrightarrow{\boldsymbol{P}}\big) \bullet (0,1)\Big](0,1),$$

або

$$S_x(x,y) = (x,-y).$$

Іншими словами, відбиття S_x має рівняння

$$\begin{aligned} x' &= x; \\ y' &= -y. \end{aligned} \tag{4}$$

■

Приклад 2.2.22

Знайдіть відбиття S_x стосовно x-осі.

Розв'язок. Якщо виберемо $\boldsymbol{A} = (0,0)$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{L}} = (0,1)$, то $\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} = -\overrightarrow{\boldsymbol{P}}$ і

$$S_x(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\Big[\big(-\overrightarrow{\boldsymbol{P}}\big) \bullet (0,1)\Big](0,1),$$

або

$$S_x(x,y) = (x,-y).$$

Іншими словами, відбиття S_x має рівняння

$$\begin{aligned} x' &= x; \\ y' &= -y. \end{aligned} \tag{4}$$

■

Приклад 2.2.22

Знайдіть відбиття S_x стосовно x-осі.

Розв'язок. Якщо виберемо $\boldsymbol{A} = (0,0)$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{L}} = (0,1)$, то $\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} = -\overrightarrow{\boldsymbol{P}}$ і

$$S_x(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\Big[\big(-\overrightarrow{\boldsymbol{P}}\big) \bullet (0,1)\Big](0,1),$$

або

$$S_x(x,y) = (x,-y).$$

Іншими словами, відбиття S_x має рівняння

$$\begin{aligned} x' &= x; \\ y' &= -y. \end{aligned} \tag{4}$$

Приклад 2.2.22

Знайдіть відбиття S_x стосовно x-осі.

Розв'язок. Якщо виберемо $\boldsymbol{A} = (0,0)$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{L}} = (0,1)$, то $\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} = -\overrightarrow{\boldsymbol{P}}$ і

$$S_x(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\Big[\big(-\overrightarrow{\boldsymbol{P}}\big) \bullet (0,1)\Big](0,1),$$

або

$$S_x(x,y) = (x,-y).$$

Іншими словами, відбиття S_x має рівняння

$$\begin{aligned} x' &= x; \\ y' &= -y. \end{aligned} \tag{4}$$

Приклад 2.2.22

Знайдіть відбиття S_x стосовно x-осі.

Розв'язок. Якщо виберемо $\boldsymbol{A} = (0, 0)$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{L}} = (0, 1)$, то $\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} = -\overrightarrow{\boldsymbol{P}}$ і

$$S_x(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\left[\left(-\overrightarrow{\boldsymbol{P}}\right) \bullet (0, 1)\right](0, 1),$$

або

$$S_x(x, y) = (x, -y).$$

Іншими словами, відбиття S_x має рівняння

$$\begin{aligned} x' &= x; \\ y' &= -y. \end{aligned} \tag{4}$$

Приклад 2.2.22

Знайдіть відбиття S_x стосовно x-осі.

Розв'язок. Якщо виберемо $\boldsymbol{A} = (0,0)$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{L}} = (0,1)$, то $\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} = -\overrightarrow{\boldsymbol{P}}$ і

$$S_x(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\Big[\big(-\overrightarrow{\boldsymbol{P}}\big) \bullet (0,1)\Big](0,1),$$

або

$$S_x(x,y) = (x,-y).$$

Іншими словами, відбиття S_x має рівняння

$$\begin{aligned} x' &= x; \\ y' &= -y. \end{aligned} \tag{4}$$

Приклад 2.2.22

Знайдіть відбиття S_x стосовно x-осі.

Розв'язок. Якщо виберемо $\boldsymbol{A} = (0,0)$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{L}} = (0,1)$, то $\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} = -\overrightarrow{\boldsymbol{P}}$ і

$$S_x(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\Big[\big(-\overrightarrow{\boldsymbol{P}}\big) \bullet (0,1)\Big](0,1),$$

або

$$S_x(x,y) = (x,-y).$$

Іншими словами, відбиття S_x має рівняння

$$\begin{aligned} x' &= x; \\ y' &= -y. \end{aligned} \tag{4}$$

Приклад 2.2.22

Знайдіть відбиття S_x стосовно x-осі.

Розв'язок. Якщо виберемо $\boldsymbol{A} = (0,0)$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{L}} = (0,1)$, то $\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} = -\overrightarrow{\boldsymbol{P}}$ і

$$S_x(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\Big[\big(-\overrightarrow{\boldsymbol{P}}\big) \bullet (0,1)\Big](0,1),$$

або

$$S_x(x,y) = (x,-y).$$

Іншими словами, відбиття S_x має рівняння

$$\begin{aligned} x' &= x; \\ y' &= -y. \end{aligned} \tag{4}$$

Приклад 2.2.22

Знайдіть відбиття S_x стосовно x-осі.

Розв'язок. Якщо виберемо $\boldsymbol{A} = (0,0)$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{L}} = (0,1)$, то $\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} = -\overrightarrow{\boldsymbol{P}}$ і

$$S_x(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\Big[\big(-\overrightarrow{\boldsymbol{P}}\big) \bullet (0,1)\Big](0,1),$$

або

$$S_x(x,y) = (x,-y).$$

Іншими словами, відбиття S_x має рівняння

$$\begin{aligned} x' &= x; \\ y' &= -y. \end{aligned} \tag{4}$$

Приклад 2.2.22

Знайдіть відбиття S_x стосовно x-осі.

Розв'язок. Якщо виберемо $\boldsymbol{A} = (0,0)$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{L}} = (0,1)$, то $\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} = -\overrightarrow{\boldsymbol{P}}$ і

$$S_x(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\Big[\big(-\overrightarrow{\boldsymbol{P}}\big) \bullet (0,1)\Big](0,1),$$

або

$$S_x(x,y) = (x,-y).$$

Іншими словами, відбиття S_x має рівняння

$$\begin{aligned} x' &= x; \\ y' &= -y. \end{aligned} \tag{4}$$

Приклад 2.2.22

Знайдіть відбиття S_x стосовно x-осі.

Розв'язок. Якщо виберемо $\boldsymbol{A} = (0,0)$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{L}} = (0,1)$, то $\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} = -\overrightarrow{\boldsymbol{P}}$ і

$$S_x(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\Big[\big(-\overrightarrow{\boldsymbol{P}}\big) \bullet (0,1)\Big](0,1),$$

або

$$S_x(x,y) = (x,-y).$$

Іншими словами, відбиття S_x має рівняння

$$\begin{aligned} x' &= x; \\ y' &= -y. \end{aligned} \tag{4}$$

■

Приклад 2.2.23

Знайдіть відбиття S стосовно прямої L, яка визначається рівнянням $2x - y + 2 = 0$.

Розв'язок. Нехай $A = (-1, 0)$, $\overrightarrow{N} = \frac{1}{\sqrt{5}}(2, -1)$ і нехай P, Q і P' — точки, як це зображено на рис.

Приклад 2.2.23

Знайдіть відбиття S стосовно прямої L, яка визначається рівнянням $2x - y + 2 = 0$.

Розв'язок. Нехай $A = (-1, 0)$, $\overrightarrow{N} = \dfrac{1}{\sqrt{5}}(2, -1)$ і нехай P, Q і P' — точки, як це зображено на рис.

Приклад 2.2.23

Знайдіть відбиття S стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається рівнянням $2x - y + 2 = 0$.

Розв'язок. Нехай $\boldsymbol{A} = (-1, 0)$, $\overrightarrow{\boldsymbol{N}} = \dfrac{1}{\sqrt{5}}(2, -1)$ і нехай $\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{Q}$ і $\boldsymbol{P'}$ — точки, як це зображено на рис.

Приклад 2.2.23

Знайдіть відбиття S стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається рівнянням $2x - y + 2 = 0$.

Розв'язок. Нехай $\boldsymbol{A} = (-1, 0)$, $\overrightarrow{\boldsymbol{N}} = \dfrac{1}{\sqrt{5}}(2, -1)$ і нехай $\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{Q}$ і $\boldsymbol{P'}$ — точки, як це зображено на рис.

Приклад 2.2.23

Знайдіть відбиття S стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається рівнянням $2x - y + 2 = 0$.

Розв'язок. Нехай $\boldsymbol{A} = (-1, 0)$, $\overrightarrow{\boldsymbol{N}} = \dfrac{1}{\sqrt{5}}(2, -1)$ і нехай $\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{Q}$ і $\boldsymbol{P}'$ — точки, як це зображено на рис.

Приклад 2.2.23

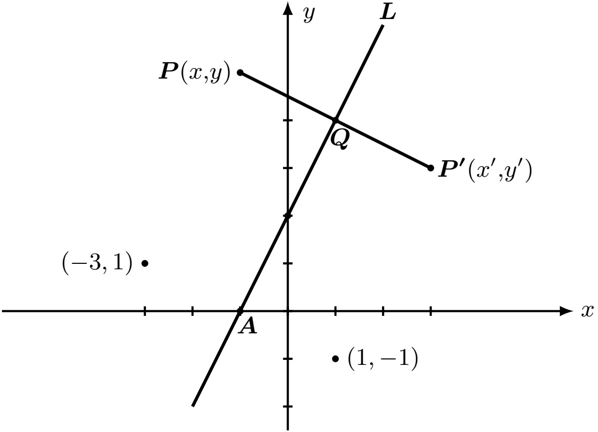
Знайдіть відбиття S стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається рівнянням $2x - y + 2 = 0$.

Розв'язок. Нехай $\boldsymbol{A} = (-1, 0)$, $\overrightarrow{\boldsymbol{N}} = \dfrac{1}{\sqrt{5}}(2, -1)$ і нехай $\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{Q}$ і $\boldsymbol{P'}$ — точки, як це зображено на рис.

Приклад 2.2.23

Знайдіть відбиття S стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається рівнянням $2x - y + 2 = 0$.

Розв'язок. Нехай $\boldsymbol{A} = (-1, 0)$, $\overrightarrow{\boldsymbol{N}} = \dfrac{1}{\sqrt{5}}(2, -1)$ і нехай $\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{Q}$ і $\boldsymbol{P'}$ — точки, як це зображено на рис.

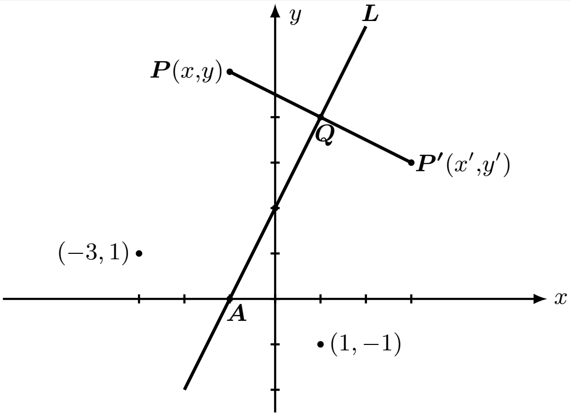


Відбиття в площині

Тоді $\overrightarrow{PA} = (-x-1, -y)$. Використавши формули в означенні відбиття, отримуємо, що

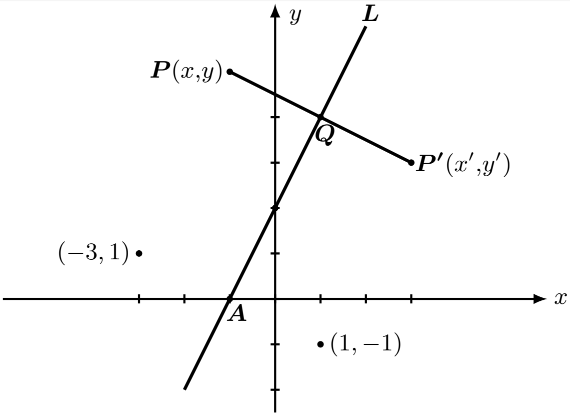
$$\overrightarrow{PQ} = \left[(-x-1,-y) \bullet \frac{1}{\sqrt{5}}(2,-1)\right] \frac{1}{\sqrt{5}}(2,-1) =$$
$$= \left(-\frac{4}{5}x + \frac{2}{5}y - \frac{4}{5}, \frac{2}{5}x - \frac{1}{5}y + \frac{2}{5}\right).$$

Відбиття в площині



Тоді $\overrightarrow{PA} = (-x-1, -y)$. Використавши формули в означенні відбиття, отримуємо, що

$$\overrightarrow{PQ} = \left[(-x-1,-y) \bullet \frac{1}{\sqrt{5}}(2,-1)\right]\frac{1}{\sqrt{5}}(2,-1) =$$
$$= \left(-\frac{4}{5}x + \frac{2}{5}y - \frac{4}{5}, \frac{2}{5}x - \frac{1}{5}y + \frac{2}{5}\right).$$

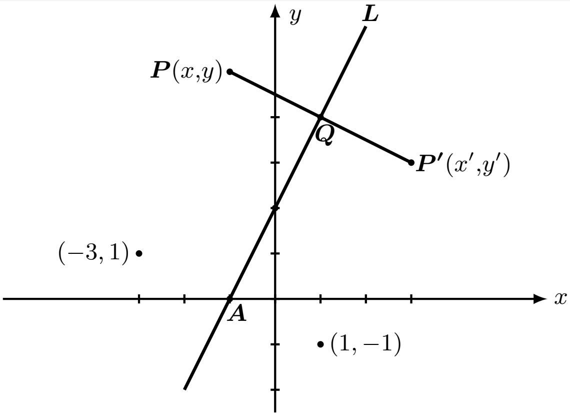


Тоді $\overrightarrow{PA} = (-x-1, -y)$. Використавши формули в означенні відбиття, отримуємо, що

$$\overrightarrow{PQ} = \left[(-x-1,-y) \bullet \frac{1}{\sqrt{5}}(2,-1)\right] \frac{1}{\sqrt{5}}(2,-1) =$$

$$= \left(-\frac{4}{5}x + \frac{2}{5}y - \frac{4}{5}, \frac{2}{5}x - \frac{1}{5}y + \frac{2}{5}\right).$$

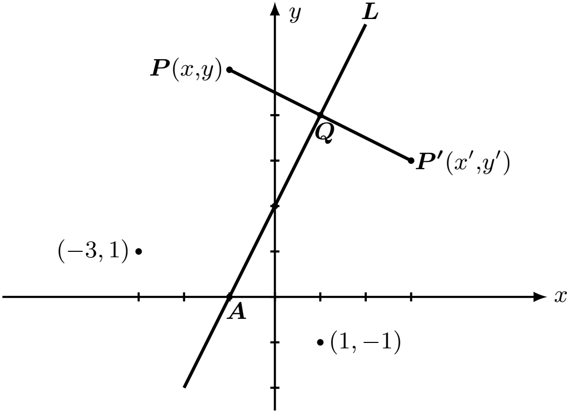
Відбиття в площині



Тоді $\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} = (-x-1, -y)$. Використавши формули в означенні відбиття, отримуємо, що

$$\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}} = \left[(-x-1, -y) \bullet \frac{1}{\sqrt{5}}(2, -1)\right] \frac{1}{\sqrt{5}}(2, -1) =$$

$$= \left(-\frac{4}{5}x + \frac{2}{5}y - \frac{4}{5}, \frac{2}{5}x - \frac{1}{5}y + \frac{2}{5}\right).$$



Тоді $\overrightarrow{\boldsymbol{PA}} = (-x-1, -y)$. Використавши формули в означенні відбиття, отримуємо, що

$$\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}} = \left[(-x-1,-y) \bullet \frac{1}{\sqrt{5}}(2,-1)\right] \frac{1}{\sqrt{5}}(2,-1) =$$

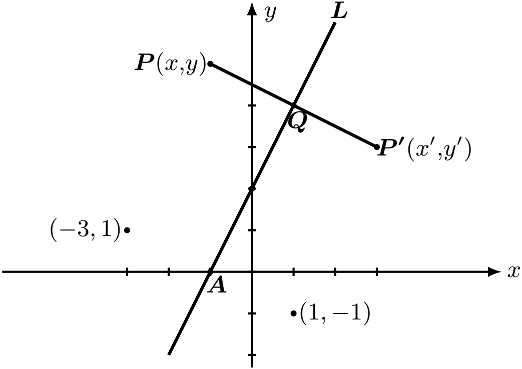
$$= \left(-\frac{4}{5}x + \frac{2}{5}y - \frac{4}{5}, \frac{2}{5}x - \frac{1}{5}y + \frac{2}{5}\right).$$

Відбиття в площині

Оскільки $S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}$, то отримуємо, що відбиття S визначається рівняннями

$$\begin{aligned} x' &= -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{8}{5}; \\ y' &= \quad \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{4}{5}. \end{aligned} \tag{5}$$

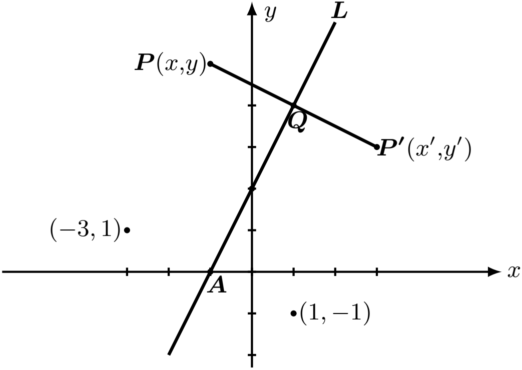
Щоб перевірити нашу відповідь, звернемо увагу на те, що образ відбиття $S(-3,1)$ обчислюється як $(1,-1)$, що і має бути (знову див. рис.). Наші рівності також стверджують, що $S(\boldsymbol{A}) = \boldsymbol{A}$ і $S(\boldsymbol{B}) = \boldsymbol{B}$.



Оскільки $S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}$, то отримуємо, що відбиття S визначається рівняннями

$$\begin{aligned} x' &= -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{8}{5}; \\ y' &= \quad \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{4}{5}. \end{aligned} \tag{5}$$

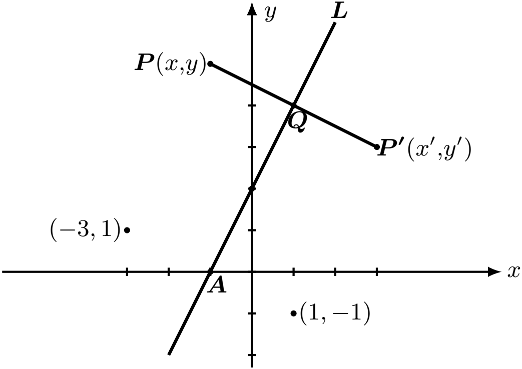
Щоб перевірити нашу відповідь, звернемо увагу на те, що образ відбиття $S(-3, 1)$ обчислюється як $(1, -1)$, що і має бути (знову див. рис.). Наші рівності також стверджують, що $S(\boldsymbol{A}) = \boldsymbol{A}$ і $S(\boldsymbol{B}) = \boldsymbol{B}$.



Оскільки $S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}$, то отримуємо, що відбиття S визначається рівняннями

$$\begin{aligned} x' &= -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{8}{5}; \\ y' &= \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{4}{5}. \end{aligned} \tag{5}$$

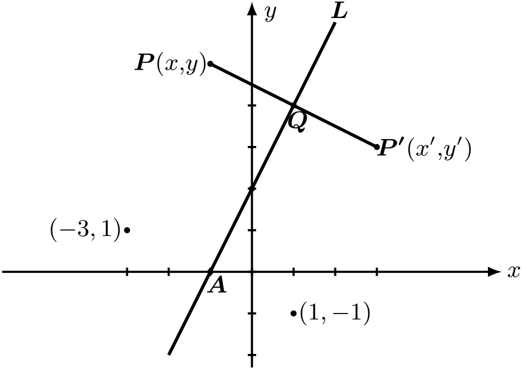
Щоб перевірити нашу відповідь, звернемо увагу на те, що образ відбиття $S(-3,1)$ обчислюється як $(1,-1)$, що і має бути (знову див. рис.). Наші рівності також стверджують, що $S(\boldsymbol{A}) = \boldsymbol{A}$ і $S(\boldsymbol{B}) = \boldsymbol{B}$.



Оскільки $S(P) = P + 2\overrightarrow{PQ}$, то отримуємо, що відбиття S визначається рівняннями

$$x' = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{8}{5}; \qquad y' = \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{4}{5}. \tag{5}$$

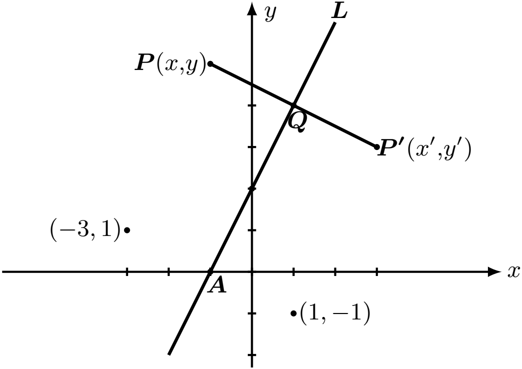
Щоб перевірити нашу відповідь, звернемо увагу на те, що образ відбиття $S(-3,1)$ обчислюється як $(1,-1)$, що і має бути (знову див. рис.). Наші рівності також стверджують, що $S(A) = A$ і $S(B) = B$.



Оскільки $S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}$, то отримуємо, що відбиття S визначається рівняннями

$$\begin{aligned} x' &= -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{8}{5}; \\ y' &= \quad \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{4}{5}. \end{aligned} \tag{5}$$

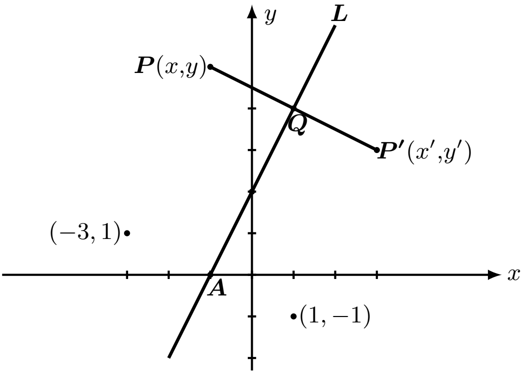
Щоб перевірити нашу відповідь, звернемо увагу на те, що образ відбиття $S(-3,1)$ обчислюється як $(1,-1)$, що і має бути (знову див. рис.). Наші рівності також стверджують, що $S(\boldsymbol{A}) = \boldsymbol{A}$ і $S(\boldsymbol{B}) = \boldsymbol{B}$.



Оскільки $S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}$, то отримуємо, що відбиття S визначається рівняннями

$$\begin{aligned} x' &= -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{8}{5}; \\ y' &= \ \ \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{4}{5}. \end{aligned} \tag{5}$$

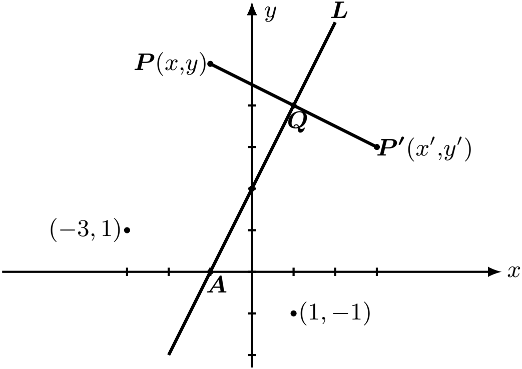
Щоб перевірити нашу відповідь, звернемо увагу на те, що образ відбиття $S(-3,1)$ обчислюється як $(1,-1)$, що і має бути (знову див. рис.). Наші рівності також стверджують, що $S(\boldsymbol{A}) = \boldsymbol{A}$ і $S(\boldsymbol{B}) = \boldsymbol{B}$.



Оскільки $S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}$, то отримуємо, що відбиття S визначається рівняннями

$$\begin{aligned} x' &= -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{8}{5}; \\ y' &= \quad \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{4}{5}. \end{aligned} \tag{5}$$

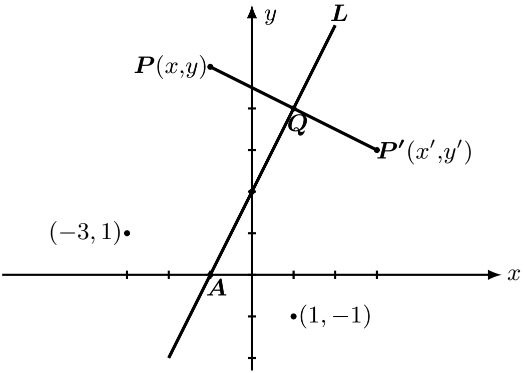
Щоб перевірити нашу відповідь, звернемо увагу на те, що образ відбиття $S(-3,1)$ обчислюється як $(1,-1)$, що і має бути (знову див. рис.). Наші рівності також стверджують, що $S(\boldsymbol{A}) = \boldsymbol{A}$ і $S(\boldsymbol{B}) = \boldsymbol{B}$.



Оскільки $S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}$, то отримуємо, що відбиття S визначається рівняннями

$$\begin{aligned} x' &= -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{8}{5}; \\ y' &= \quad \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{4}{5}. \end{aligned} \tag{5}$$

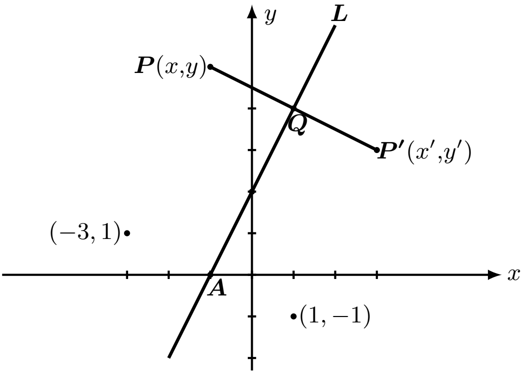
Щоб перевірити нашу відповідь, звернемо увагу на те, що образ відбиття $S(-3,1)$ обчислюється як $(1,-1)$, що і має бути (знову див. рис.). Наші рівності також стверджують, що $S(\boldsymbol{A}) = \boldsymbol{A}$ і $S(\boldsymbol{B}) = \boldsymbol{B}$.



Оскільки $S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}$, то отримуємо, що відбиття S визначається рівняннями

$$\begin{aligned} x' &= -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{8}{5}; \\ y' &= \quad \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{4}{5}. \end{aligned} \tag{5}$$

Щоб перевірити нашу відповідь, звернемо увагу на те, що образ відбиття $S(-3,1)$ обчислюється як $(1,-1)$, що і має бути (знову див. рис.). Наші рівності також стверджують, що $S(\boldsymbol{A}) = \boldsymbol{A}$ і $S(\boldsymbol{B}) = \boldsymbol{B}$.



Оскільки $S(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{P} + 2\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}$, то отримуємо, що відбиття S визначається рівняннями

$$\begin{aligned} x' &= -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{8}{5}; \\ y' &= \quad \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{4}{5}. \end{aligned} \tag{5}$$

Щоб перевірити нашу відповідь, звернемо увагу на те, що образ відбиття $S(-3,1)$ обчислюється як $(1,-1)$, що і має бути (знову див. рис.). Наші рівності також стверджують, що $S(\boldsymbol{A}) = \boldsymbol{A}$ і $S(\boldsymbol{B}) = \boldsymbol{B}$. ■

Твердження 2.2.24

Якщо S — відбиття стосовно прямої L, яка визначається рівнянням $ax + by + c = 0$, то
$$S(x, y) = (x, y) + 2\frac{-ax - by - c}{a^2 + b^2}(a, b). \tag{6}$$

Доведення. Ми скористаємося теоремою 2.2.21(2). Відомо, що $\overrightarrow{N}=(a, b)$ — нормальний вектор прямої L, хоча він може не бути одиничним вектором. Отже, якщо $P=(x,y)$, то щоб знайти точку Q, показану на рис.,

Твердження 2.2.24

Якщо S — відбиття стосовно прямої L, яка визначається рівнянням $ax + by + c = 0$, то

$$S(x,y) = (x,y) + 2\frac{-ax - by - c}{a^2 + b^2}(a,b). \tag{6}$$

Доведення. Ми скористаємося теоремою 2.2.21(2). Відомо, що $\overrightarrow{N}=(a,b)$ — нормальний вектор прямої L, хоча він може не бути одиничним вектором. Отже, якщо $P=(x,y)$, то щоб знайти точку Q, показану на рис.,

Твердження 2.2.24

Якщо S — відбиття стосовно прямої L, яка визначається рівнянням $ax+by+c=0$, то

$$S(x,y)=(x,y)+2\frac{-ax-by-c}{a^2+b^2}(a,b). \tag{6}$$

Доведення. Ми скористаємося теоремою 2.2.21(2). Відомо, що $\overrightarrow{N}=(a,b)$ — нормальний вектор прямої L, хоча він може не бути одиничним вектором. Отже, якщо $P=(x,y)$, то щоб знайти точку Q, показану на рис.,

Твердження 2.2.24

Якщо S — відбиття стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається рівнянням $ax + by + c = 0$, то

$$S(x, y) = (x, y) + 2\frac{-ax - by - c}{a^2 + b^2}(a, b). \tag{6}$$

Доведення. Ми скористаємося теоремою 2.2.21(2). Відомо, що $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}=(a,b)$ — нормальний вектор прямої $\boldsymbol{L}$, хоча він може не бути одиничним вектором. Отже, якщо $\boldsymbol{P}=(x,y)$, то щоб знайти точку $\boldsymbol{Q}$, показану на рис.,

Твердження 2.2.24

Якщо S — відбиття стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається рівнянням $ax+by+c=0$, то
$$S(x,y)=(x,y)+2\frac{-ax-by-c}{a^2+b^2}(a,b). \tag{6}$$

Доведення. Ми скористаємося теоремою 2.2.21(2). Відомо, що $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}=(a,b)$ — нормальний вектор прямої $\boldsymbol{L}$, хоча він може не бути одиничним вектором. Отже, якщо $\boldsymbol{P}=(x,y)$, то щоб знайти точку $\boldsymbol{Q}$, показану на рис.,

Твердження 2.2.24

Якщо S — відбиття стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається рівнянням $ax+by+c=0$, то

$$S(x,y)=(x,y)+2\frac{-ax-by-c}{a^2+b^2}(a,b). \tag{6}$$

Доведення. Ми скористаємося теоремою 2.2.21(2). Відомо, що $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}=(a,b)$ — нормальний вектор прямої $\boldsymbol{L}$, хоча він може не бути одиничним вектором. Отже, якщо $\boldsymbol{P}=(x,y)$, то щоб знайти точку $\boldsymbol{Q}$, показану на рис.,

Твердження 2.2.24

Якщо S — відбиття стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається рівнянням $ax+by+c=0$, то
$$S(x,y)=(x,y)+2\frac{-ax-by-c}{a^2+b^2}(a,b). \qquad (6)$$

Доведення. Ми скористаємося теоремою 2.2.21(2). Відомо, що $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}=(a,b)$ — нормальний вектор прямої $\boldsymbol{L}$, хоча він може не бути одиничним вектором. Отже, якщо $\boldsymbol{P}=(x,y)$, то щоб знайти точку $\boldsymbol{Q}$, показану на рис.,

Твердження 2.2.24

Якщо S — відбиття стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається рівнянням $ax+by+c=0$, то

$$S(x,y)=(x,y)+2\frac{-ax-by-c}{a^2+b^2}(a,b). \tag{6}$$

Доведення. Ми скористаємося теоремою 2.2.21(2). Відомо, що $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}=(a,b)$ — нормальний вектор прямої $\boldsymbol{L}$, хоча він може не бути одиничним вектором. Отже, якщо $\boldsymbol{P}=(x,y)$, то щоб знайти точку $\boldsymbol{Q}$, показану на рис.,

Твердження 2.2.24

Якщо S — відбиття стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається рівнянням $ax+by+c=0$, то
$$S(x,y)=(x,y)+2\frac{-ax-by-c}{a^2+b^2}(a,b). \tag{6}$$

Доведення. Ми скористаємося теоремою 2.2.21(2). Відомо, що $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}=(a,b)$ — нормальний вектор прямої $\boldsymbol{L}$, хоча він може не бути одиничним вектором. Отже, якщо $\boldsymbol{P}=(x,y)$, то щоб знайти точку $\boldsymbol{Q}$, показану на рис.,

Твердження 2.2.24

Якщо S — відбиття стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається рівнянням $ax+by+c=0$, то

$$S(x,y)=(x,y)+2\frac{-ax-by-c}{a^2+b^2}(a,b). \tag{6}$$

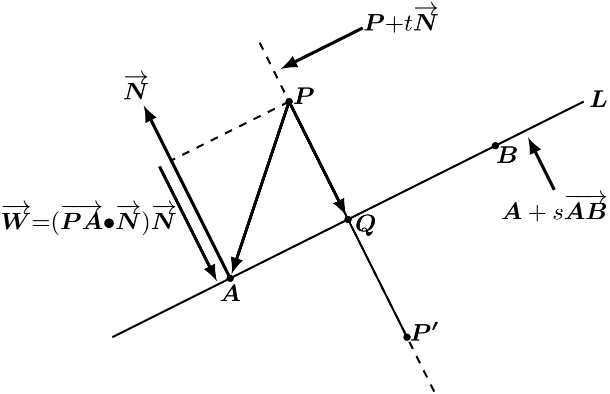
Доведення. Ми скористаємося теоремою 2.2.21(2). Відомо, що $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}=(a,b)$ — нормальний вектор прямої $\boldsymbol{L}$, хоча він може не бути одиничним вектором. Отже, якщо $\boldsymbol{P}=(x,y)$, то щоб знайти точку $\boldsymbol{Q}$, показану на рис.,

Твердження 2.2.24

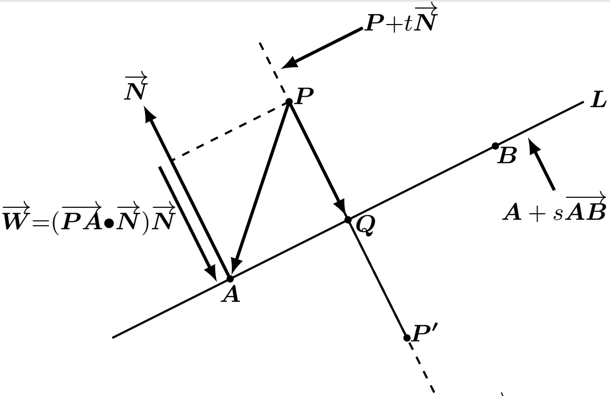
Якщо S — відбиття стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається рівнянням $ax+by+c=0$, то

$$S(x,y)=(x,y)+2\frac{-ax-by-c}{a^2+b^2}(a,b). \tag{6}$$

Доведення. Ми скористаємося теоремою 2.2.21(2). Відомо, що $\overrightarrow{\boldsymbol{N}}=(a,b)$ — нормальний вектор прямої $\boldsymbol{L}$, хоча він може не бути одиничним вектором. Отже, якщо $\boldsymbol{P}=(x,y)$, то щоб знайти точку $\boldsymbol{Q}$, показану на рис.,



Відбиття в площині



нам потрібно знайти параметр t так, щоб точка $\boldsymbol{P}+t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ лежала на прямій $\boldsymbol{L}$. Однак з рівності

$$a(x+ta)+b(y+tb)+c=0$$

випливає, що

$$t=\frac{-ax-by-c}{a^2+b^2}.$$

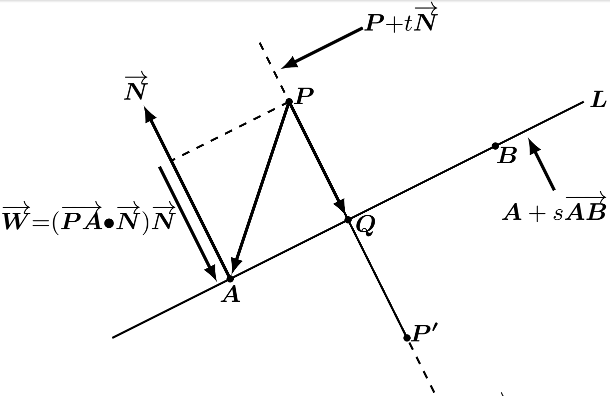
Підставивши значення t у формулу

$$S(\boldsymbol{P})=\boldsymbol{P}+2\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}=\boldsymbol{P}+2t\overrightarrow{\boldsymbol{N}},$$

отримуємо рівність (6)

$$S(x,y)=(x,y)+2\frac{-ax-by-c}{a^2+b^2}(a,b). \qquad (6)$$

Відбиття в площині



нам потрібно знайти параметр t так, щоб точка $\boldsymbol{P}+t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ лежала на прямій $\boldsymbol{L}$. Однак з рівності

$$a(x+ta)+b(y+tb)+c=0$$

випливає, що

$$t=\frac{-ax-by-c}{a^2+b^2}.$$

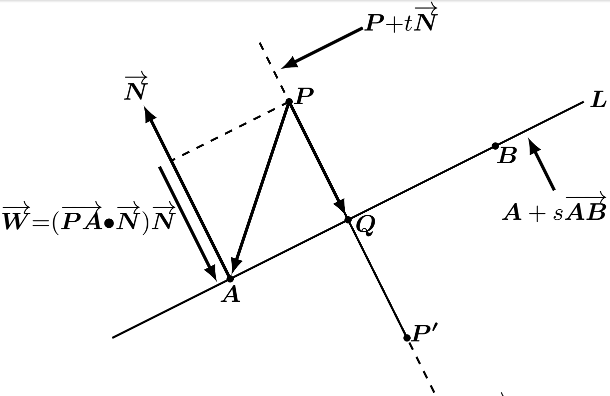
Підставивши значення t у формулу

$$S(\boldsymbol{P})=\boldsymbol{P}+2\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}=\boldsymbol{P}+2t\overrightarrow{\boldsymbol{N}},$$

отримуємо рівність (6)

$$S(x,y)=(x,y)+2\frac{-ax-by-c}{a^2+b^2}(a,b). \tag{6}$$

Відбиття в площині



нам потрібно знайти параметр t так, щоб точка $\boldsymbol{P}+t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ лежала на прямій $\boldsymbol{L}$. Однак з рівності

$$a(x+ta)+b(y+tb)+c=0$$

випливає, що

$$t=\frac{-ax-by-c}{a^2+b^2}.$$

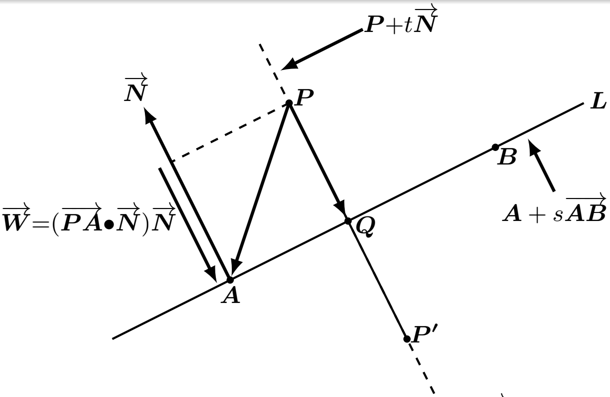
Підставивши значення t у формулу

$$S(\boldsymbol{P})=\boldsymbol{P}+2\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}=\boldsymbol{P}+2t\overrightarrow{\boldsymbol{N}},$$

отримуємо рівність (6)

$$S(x,y)=(x,y)+2\frac{-ax-by-c}{a^2+b^2}(a,b). \qquad (6)$$

Відбиття в площині



нам потрібно знайти параметр t так, щоб точка $\boldsymbol{P}+t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ лежала на прямій $\boldsymbol{L}$. Однак з рівності

$$a(x+ta)+b(y+tb)+c=0$$

випливає, що

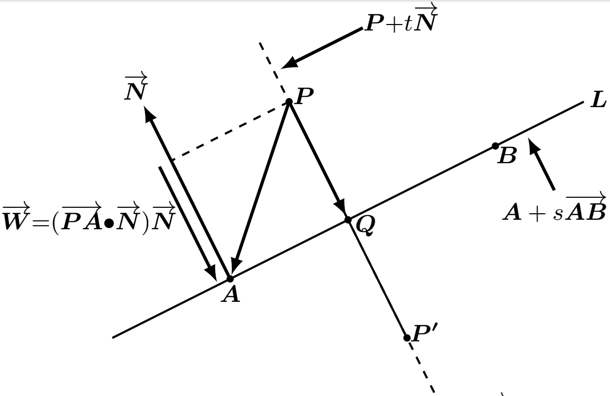
$$t=\frac{-ax-by-c}{a^2+b^2}.$$

Підставивши значення t у формулу

$$S(\boldsymbol{P})=\boldsymbol{P}+2\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}=\boldsymbol{P}+2t\overrightarrow{\boldsymbol{N}},$$

отримуємо рівність (6)

$$S(x,y)=(x,y)+2\frac{-ax-by-c}{a^2+b^2}(a,b). \tag{6}$$



нам потрібно знайти параметр t так, щоб точка $\boldsymbol{P}+t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ лежала на прямій $\boldsymbol{L}$. Однак з рівності

$$a(x+ta)+b(y+tb)+c=0$$

випливає, що

$$t=\frac{-ax-by-c}{a^2+b^2}.$$

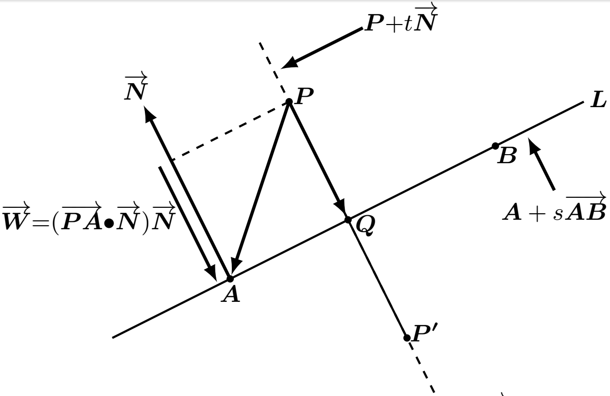
Підставивши значення t у формулу

$$S(\boldsymbol{P})=\boldsymbol{P}+2\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}=\boldsymbol{P}+2t\overrightarrow{\boldsymbol{N}},$$

отримуємо рівність (6)

$$S(x,y)=(x,y)+2\frac{-ax-by-c}{a^2+b^2}(a,b). \tag{6}$$

Відбиття в площині



нам потрібно знайти параметр t так, щоб точка $\boldsymbol{P}+t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ лежала на прямій $\boldsymbol{L}$. Однак з рівності

$$a(x+ta)+b(y+tb)+c=0$$

випливає, що

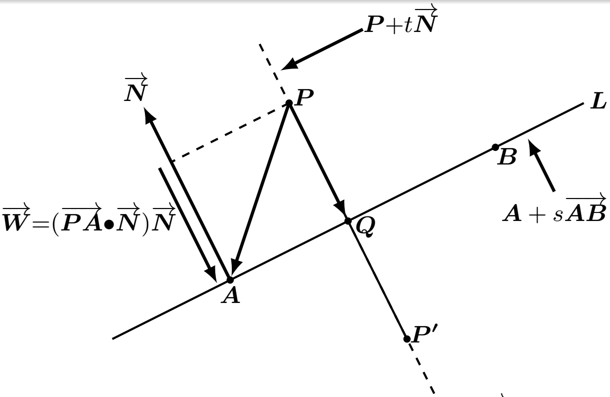
$$t=\frac{-ax-by-c}{a^2+b^2}.$$

Підставивши значення t у формулу

$$S(\boldsymbol{P})=\boldsymbol{P}+2\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}=\boldsymbol{P}+2t\overrightarrow{\boldsymbol{N}},$$

отримуємо рівність (6)

$$S(x,y)=(x,y)+2\frac{-ax-by-c}{a^2+b^2}(a,b). \tag{6}$$



нам потрібно знайти параметр t так, щоб точка $\boldsymbol{P}+t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ лежала на прямій $\boldsymbol{L}$. Однак з рівності

$$a(x+ta)+b(y+tb)+c=0$$

випливає, що

$$t=\frac{-ax-by-c}{a^2+b^2}.$$

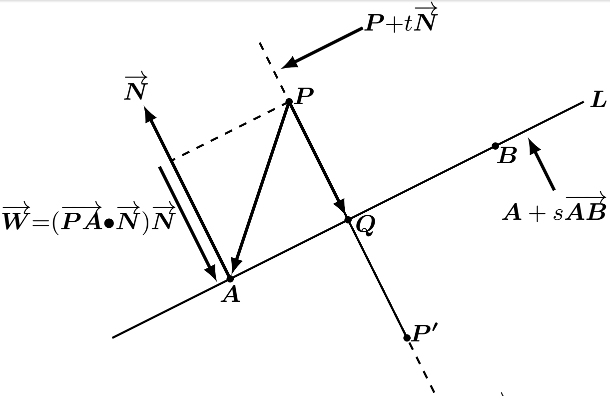
Підставивши значення t у формулу

$$S(\boldsymbol{P})=\boldsymbol{P}+2\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}=\boldsymbol{P}+2t\overrightarrow{\boldsymbol{N}},$$

отримуємо рівність (6)

$$S(x,y)=(x,y)+2\frac{-ax-by-c}{a^2+b^2}(a,b). \tag{6}$$

Відбиття в площині



нам потрібно знайти параметр t так, щоб точка $\boldsymbol{P}+t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ лежала на прямій $\boldsymbol{L}$. Однак з рівності

$$a(x+ta)+b(y+tb)+c=0$$

випливає, що

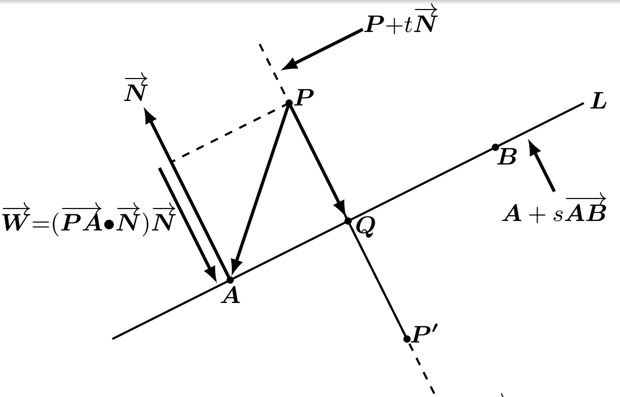
$$t=\frac{-ax-by-c}{a^2+b^2}.$$

Підставивши значення t у формулу

$$S(\boldsymbol{P})=\boldsymbol{P}+2\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}=\boldsymbol{P}+2t\overrightarrow{\boldsymbol{N}},$$

отримуємо рівність (6)

$$S(x,y)=(x,y)+2\frac{-ax-by-c}{a^2+b^2}(a,b). \tag{6}$$



нам потрібно знайти параметр t так, щоб точка $\boldsymbol{P}+t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ лежала на прямій $\boldsymbol{L}$. Однак з рівності

$$a(x+ta)+b(y+tb)+c=0$$

випливає, що

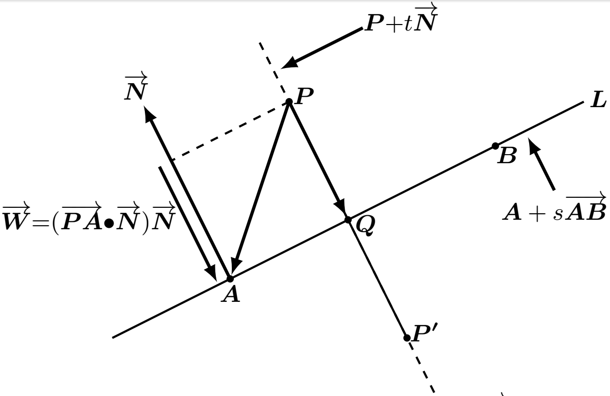
$$t=\frac{-ax-by-c}{a^2+b^2}.$$

Підставивши значення t у формулу

$$S(\boldsymbol{P})=\boldsymbol{P}+2\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}=\boldsymbol{P}+2t\overrightarrow{\boldsymbol{N}},$$

отримуємо рівність (6)

$$S(x,y)=(x,y)+2\frac{-ax-by-c}{a^2+b^2}(a,b). \tag{6}$$



нам потрібно знайти параметр t так, щоб точка $\boldsymbol{P}+t\overrightarrow{\boldsymbol{N}}$ лежала на прямій $\boldsymbol{L}$. Однак з рівності

$$a(x+ta)+b(y+tb)+c=0$$

випливає, що

$$t=\frac{-ax-by-c}{a^2+b^2}.$$

Підставивши значення t у формулу

$$S(\boldsymbol{P})=\boldsymbol{P}+2\overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}=\boldsymbol{P}+2t\overrightarrow{\boldsymbol{N}},$$

отримуємо рівність (6)

$$S(x,y)=(x,y)+2\frac{-ax-by-c}{a^2+b^2}(a,b). \tag{6}$$

■

Приклад 2.2.25

Повторимо приклад 2.2.23, використовуючи рівність (6).

$$S(x,y) = (x,y) + 2\frac{-ax - by - c}{a^2 + b^2}(a,b). \qquad (6)$$

Приклад 2.2.23

Знайдіть відбиття S стосовно прямої L, яка визначається рівнянням $2x - y + 2 = 0$.

Розв'язок. У цьому випадку маємо, що

$$t = \frac{-2x + y - 2}{5},$$

а отже,

$$S(x,y) = (x,y) + 2\frac{-2x + y - 2}{5}(2,1).$$

Ця рівність спрощується до того самого рівняння для відбиття S, що й раніше:

$$\begin{aligned} x' &= -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{8}{5}; \\ y' &= \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{4}{5}. \end{aligned} \qquad (5)$$

Приклад 2.2.25

Повторимо приклад 2.2.23, використовуючи рівність (6).

$$S(x,y) = (x,y) + 2\frac{-ax-by-c}{a^2+b^2}(a,b). \tag{6}$$

Приклад 2.2.23

Знайдіть відбиття S стосовно прямої L, яка визначається рівнянням $2x - y + 2 = 0$.

Розв'язок. У цьому випадку маємо, що

$$t = \frac{-2x+y-2}{5},$$

а отже,

$$S(x,y) = (x,y) + 2\frac{-2x+y-2}{5}(2,1).$$

Ця рівність спрощується до того самого рівняння для відбиття S, що й раніше:

$$\begin{aligned} x' &= -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{8}{5}; \\ y' &= \quad \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{4}{5}. \end{aligned} \tag{5}$$

Приклад 2.2.25

Повторимо приклад 2.2.23, використовуючи рівність (6).

$$S(x,y) = (x,y) + 2\frac{-ax-by-c}{a^2+b^2}(a,b). \tag{6}$$

Приклад 2.2.23

Знайдіть відбиття S стосовно прямої L, яка визначається рівнянням $2x - y + 2 = 0$.

Розв'язок. У цьому випадку маємо, що

$$t = \frac{-2x+y-2}{5},$$

а отже,

$$S(x,y) = (x,y) + 2\frac{-2x+y-2}{5}(2,1).$$

Ця рівність спрощується до того самого рівняння для відбиття S, що й раніше:

$$\begin{aligned} x' &= -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{8}{5}; \\ y' &= \quad \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{4}{5}. \end{aligned} \tag{5}$$

Відбиття в площині

Приклад 2.2.25

Повторимо приклад 2.2.23, використовуючи рівність (6).

$$S(x,y) = (x,y) + 2\frac{-ax-by-c}{a^2+b^2}(a,b). \tag{6}$$

Приклад 2.2.23

Знайдіть відбиття S стосовно прямої L, яка визначається рівнянням $2x - y + 2 = 0$.

Розв'язок. У цьому випадку маємо, що

$$t = \frac{-2x+y-2}{5},$$

а отже,

$$S(x,y) = (x,y) + 2\frac{-2x+y-2}{5}(2,1).$$

Ця рівність спрощується до того самого рівняння для відбиття S, що й раніше:

$$\begin{aligned} x' &= -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{8}{5}; \\ y' &= \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{4}{5}. \end{aligned} \tag{5}$$

Приклад 2.2.25

Повторимо приклад 2.2.23, використовуючи рівність (6).

$$S(x,y) = (x,y) + 2\frac{-ax - by - c}{a^2 + b^2}(a,b). \tag{6}$$

Приклад 2.2.23

Знайдіть відбиття S стосовно прямої L, яка визначається рівнянням $2x - y + 2 = 0$.

Розв'язок. У цьому випадку маємо, що

$$t = \frac{-2x + y - 2}{5},$$

а отже,

$$S(x,y) = (x,y) + 2\frac{-2x + y - 2}{5}(2,1).$$

Ця рівність спрощується до того самого рівняння для відбиття S, що й раніше:

$$\begin{aligned} x' &= -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{8}{5}; \\ y' &= \quad \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{4}{5}. \end{aligned} \tag{5}$$

Приклад 2.2.25

Повторимо приклад 2.2.23, використовуючи рівність (6).

$$S(x,y) = (x,y) + 2\frac{-ax-by-c}{a^2+b^2}(a,b). \tag{6}$$

Приклад 2.2.23

Знайдіть відбиття S стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається рівнянням $2x - y + 2 = 0$.

Розв'язок. У цьому випадку маємо, що

$$t = \frac{-2x+y-2}{5},$$

а отже,

$$S(x,y) = (x,y) + 2\frac{-2x+y-2}{5}(2,1).$$

Ця рівність спрощується до того самого рівняння для відбиття S, що й раніше:

$$\begin{aligned} x' &= -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{8}{5}; \\ y' &= \quad \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{4}{5}. \end{aligned} \tag{5}$$

Приклад 2.2.25

Повторимо приклад 2.2.23, використовуючи рівність (6).

$$S(x,y) = (x,y) + 2\frac{-ax - by - c}{a^2 + b^2}(a,b). \tag{6}$$

Приклад 2.2.23

Знайдіть відбиття S стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається рівнянням $2x - y + 2 = 0$.

Розв'язок. У цьому випадку маємо, що

$$t = \frac{-2x + y - 2}{5},$$

а отже,

$$S(x,y) = (x,y) + 2\frac{-2x + y - 2}{5}(2,1).$$

Ця рівність спрощується до того самого рівняння для відбиття S, що й раніше:

$$\begin{aligned} x' &= -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{8}{5}; \\ y' &= \quad \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{4}{5}. \end{aligned} \tag{5}$$

Приклад 2.2.25

Повторимо приклад 2.2.23, використовуючи рівність (6).

$$S(x,y) = (x,y) + 2\frac{-ax-by-c}{a^2+b^2}(a,b). \tag{6}$$

Приклад 2.2.23

Знайдіть відбиття S стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається рівнянням $2x - y + 2 = 0$.

Розв'язок. У цьому випадку маємо, що

$$t = \frac{-2x+y-2}{5},$$

а отже,

$$S(x,y) = (x,y) + 2\frac{-2x+y-2}{5}(2,1).$$

Ця рівність спрощується до того самого рівняння для відбиття S, що й раніше:

$$\begin{aligned} x' &= -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{8}{5}; \\ y' &= \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{4}{5}. \end{aligned} \tag{5}$$

Приклад 2.2.25

Повторимо приклад 2.2.23, використовуючи рівність (6).

$$S(x,y) = (x,y) + 2\frac{-ax - by - c}{a^2 + b^2}(a,b). \tag{6}$$

Приклад 2.2.23

Знайдіть відбиття S стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається рівнянням $2x - y + 2 = 0$.

Розв'язок. У цьому випадку маємо, що

$$t = \frac{-2x + y - 2}{5},$$

а отже,

$$S(x,y) = (x,y) + 2\frac{-2x + y - 2}{5}(2,1).$$

Ця рівність спрощується до того самого рівняння для відбиття S, що й раніше:

$$\begin{aligned} x' &= -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{8}{5}; \\ y' &= \quad \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{4}{5}. \end{aligned} \tag{5}$$

Приклад 2.2.25

Повторимо приклад 2.2.23, використовуючи рівність (6).

$$S(x,y) = (x,y) + 2\frac{-ax - by - c}{a^2 + b^2}(a,b). \tag{6}$$

Приклад 2.2.23

Знайдіть відбиття S стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається рівнянням $2x - y + 2 = 0$.

Розв'язок. У цьому випадку маємо, що

$$t = \frac{-2x + y - 2}{5},$$

а отже,

$$S(x,y) = (x,y) + 2\frac{-2x + y - 2}{5}(2,1).$$

Ця рівність спрощується до того самого рівняння для відбиття S, що й раніше:

$$\begin{aligned} x' &= -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{8}{5}; \\ y' &= \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{4}{5}. \end{aligned} \tag{5}$$

Приклад 2.2.25

Повторимо приклад 2.2.23, використовуючи рівність (6).

$$S(x,y) = (x,y) + 2\frac{-ax-by-c}{a^2+b^2}(a,b). \tag{6}$$

Приклад 2.2.23

Знайдіть відбиття S стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається рівнянням $2x - y + 2 = 0$.

Розв'язок. У цьому випадку маємо, що

$$t = \frac{-2x+y-2}{5},$$

а отже,

$$S(x,y) = (x,y) + 2\frac{-2x+y-2}{5}(2,1).$$

Ця рівність спрощується до того самого рівняння для відбиття S, що й раніше:

$$\begin{aligned} x' &= -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{8}{5}; \\ y' &= \quad \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{4}{5}. \end{aligned} \tag{5}$$

Приклад 2.2.25

Повторимо приклад 2.2.23, використовуючи рівність (6).

$$S(x,y) = (x,y) + 2\frac{-ax - by - c}{a^2 + b^2}(a,b). \tag{6}$$

Приклад 2.2.23

Знайдіть відбиття S стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається рівнянням $2x - y + 2 = 0$.

Розв'язок. У цьому випадку маємо, що

$$t = \frac{-2x + y - 2}{5},$$

а отже,

$$S(x,y) = (x,y) + 2\frac{-2x + y - 2}{5}(2,1).$$

Ця рівність спрощується до того самого рівняння для відбиття S, що й раніше:

$$\begin{aligned} x' &= -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{8}{5}; \\ y' &= \quad \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{4}{5}. \end{aligned} \tag{5}$$

Приклад 2.2.25

Повторимо приклад 2.2.23, використовуючи рівність (6).

$$S(x,y) = (x,y) + 2\frac{-ax - by - c}{a^2 + b^2}(a,b). \tag{6}$$

Приклад 2.2.23

Знайдіть відбиття S стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається рівнянням $2x - y + 2 = 0$.

Розв'язок. У цьому випадку маємо, що

$$t = \frac{-2x + y - 2}{5},$$

а отже,

$$S(x,y) = (x,y) + 2\frac{-2x + y - 2}{5}(2,1).$$

Ця рівність спрощується до того самого рівняння для відбиття S, що й раніше:

$$\begin{aligned} x' &= -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{8}{5}; \\ y' &= \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{4}{5}. \end{aligned} \tag{5}$$

Приклад 2.2.25

Повторимо приклад 2.2.23, використовуючи рівність (6).

$$S(x,y) = (x,y) + 2\frac{-ax-by-c}{a^2+b^2}(a,b). \tag{6}$$

Приклад 2.2.23

Знайдіть відбиття S стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається рівнянням $2x - y + 2 = 0$.

Розв'язок. У цьому випадку маємо, що

$$t = \frac{-2x+y-2}{5},$$

а отже,

$$S(x,y) = (x,y) + 2\frac{-2x+y-2}{5}(2,1).$$

Ця рівність спрощується до того самого рівняння для відбиття S, що й раніше:

$$\begin{aligned} x' &= -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{8}{5}; \\ y' &= \quad \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{4}{5}. \end{aligned} \tag{5}$$

■

Відбиття в площині

Остаточний і більш систематичний спосіб обчислення відбить, який легше запам'ятати концептуально (з огляду на те, що людина розуміє паралельне перенесення, обертання навколо початку координат і відбиття стосовно осі x), заснований на часто корисному загальному принципі, що складні проблеми слід розв'язувати шляхом послідовного зведення їх до простіших, поки не дійдеш до примітивної задачі, розв'язок якої відомий.

Випадок 1 (Примітивна задача). Рівняння для відбиття S_x стосовно осі x.

Ця задача була розв'язана в прикладі 2.2.22 раніше і ми отримали рівняння (4):

$$\begin{aligned} x' &= x; \\ y' &= -y. \end{aligned} \tag{4}$$

Випадок 2. Рівняння для відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Цей випадок можна звести до **випадку 1**, спочатку паралельно перенести пряму до осі x, а потім використати рівняння з **випадку 1** і, нарешті, паралельно перенести пряму назад.

Остаточний і більш систематичний спосіб обчислення відбить, який легше запам'ятати концептуально (з огляду на те, що людина розуміє паралельне перенесення, обертання навколо початку координат і відбиття стосовно осі x), заснований на часто корисному загальному принципі, що складні проблеми слід розв'язувати шляхом послідовного зведення їх до простіших, поки не дійдеш до примітивної задачі, розв'язок якої відомий.

Випадок 1 (Примітивна задача). Рівняння для відбиття S_x стосовно осі x.

Ця задача була розв'язана в прикладі 2.2.22 раніше і ми отримали рівняння (4):

$$\begin{aligned} x' &= x; \\ y' &= -y. \end{aligned} \tag{4}$$

Випадок 2. Рівняння для відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Цей випадок можна звести до **випадку 1**, спочатку паралельно перенести пряму до осі x, а потім використати рівняння з **випадку 1** і, нарешті, паралельно перенести пряму назад.

Відбиття в площині

Остаточний і більш систематичний спосіб обчислення відбить, який легше запам'ятати концептуально (з огляду на те, що людина розуміє паралельне перенесення, обертання навколо початку координат і відбиття стосовно осі x), заснований на часто корисному загальному принципі, що складні проблеми слід розв'язувати шляхом послідовного зведення їх до простіших, поки не дійдеш до примітивної задачі, розв'язок якої відомий.

Випадок 1 (Примітивна задача). Рівняння для відбиття S_x стосовно осі x.

Ця задача була розв'язана в прикладі 2.2.22 раніше і ми отримали рівняння (4):

$$\begin{aligned} x' &= x; \\ y' &= -y. \end{aligned} \tag{4}$$

Випадок 2. Рівняння для відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Цей випадок можна звести до **випадку 1**, спочатку паралельно перенести пряму до осі x, а потім використати рівняння з **випадку 1** і, нарешті, паралельно перенести пряму назад.

Остаточний і більш систематичний спосіб обчислення відбить, який легше запам'ятати концептуально (з огляду на те, що людина розуміє паралельне перенесення, обертання навколо початку координат і відбиття стосовно осі x), заснований на часто корисному загальному принципі, що складні проблеми слід розв'язувати шляхом послідовного зведення їх до простіших, поки не дійдеш до примітивної задачі, розв'язок якої відомий.

Випадок 1 (Примітивна задача). Рівняння для відбиття S_ℓ стосовно осі x.

Ця задача була розв'язана в прикладі 2.2.22 раніше і ми отримали рівняння (4):

$$\begin{aligned} x' &= x; \\ y' &= -y. \end{aligned} \tag{4}$$

Випадок 2. Рівняння для відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Цей випадок можна звести до **випадку 1**, спочатку паралельно перенести пряму до осі x, а потім використати рівняння з **випадку 1** і, нарешті, паралельно перенести пряму назад.

Відбиття в площині

Остаточний і більш систематичний спосіб обчислення відбить, який легше запам'ятати концептуально (з огляду на те, що людина розуміє паралельне перенесення, обертання навколо початку координат і відбиття стосовно осі x), заснований на часто корисному загальному принципі, що складні проблеми слід розв'язувати шляхом послідовного зведення їх до простіших, поки не дійдеш до примітивної задачі, розв'язок якої відомий.

Випадок 1 (Примітивна задача). Рівняння для відбиття $\mathcal{R}_x$ стосовно осі x.

Ця задача була розв'язана в прикладі 2.2.22 раніше і ми отримали рівняння (4):

$$\begin{aligned} x' &= x; \\ y' &= -y. \end{aligned} \tag{4}$$

Випадок 2. Рівняння для відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Цей випадок можна звести до **випадку 1**, спочатку паралельно перенести пряму до осі x, а потім використати рівняння з **випадку 1** і, нарешті, паралельно перенести пряму назад.

Остаточний і більш систематичний спосіб обчислення відбить, який легше запам'ятати концептуально (з огляду на те, що людина розуміє паралельне перенесення, обертання навколо початку координат і відбиття стосовно осі x), заснований на часто корисному загальному принципі, що складні проблеми слід розв'язувати шляхом послідовного зведення їх до простіших, поки не дійдеш до примітивної задачі, розв'язок якої відомий.

Випадок 1 (Примітивна задача). Рівняння для відбиття S_x стосовно осі x.

Ця задача була розв'язана в прикладі 2.2.22 раніше і ми отримали рівняння (4):

$$\begin{aligned} x' &= x; \\ y' &= -y. \end{aligned} \tag{4}$$

Випадок 2. Рівняння для відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Цей випадок можна звести до **випадку 1**, спочатку паралельно перенести пряму до осі x, а потім використати рівняння з **випадку 1** і, нарешті, паралельно перенести пряму назад.

Відбиття в площині

Остаточний і більш систематичний спосіб обчислення відбить, який легше запам'ятати концептуально (з огляду на те, що людина розуміє паралельне перенесення, обертання навколо початку координат і відбиття стосовно осі x), заснований на часто корисному загальному принципі, що складні проблеми слід розв'язувати шляхом послідовного зведення їх до простіших, поки не дійдеш до примітивної задачі, розв'язок якої відомий.

Випадок 1. (Примітивна задача). Рівняння для відбиття $\mathcal{R}_x$ стосовно осі x.

Ця задача була розв'язана в прикладі 2.2.22 раніше і ми отримали рівняння (4):

$$\begin{aligned} x' &= x; \\ y' &= -y. \end{aligned} \tag{4}$$

Випадок 2. Рівняння для відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Цей випадок можна звести до **випадку 1**, спочатку паралельно перенести пряму до осі x, а потім використати рівняння з **випадку 1** і, нарешті, паралельно перенести пряму назад.

Остаточний і більш систематичний спосіб обчислення відбить, який легше запам'ятати концептуально (з огляду на те, що людина розуміє паралельне перенесення, обертання навколо початку координат і відбиття стосовно осі x), заснований на часто корисному загальному принципі, що складні проблеми слід розв'язувати шляхом послідовного зведення їх до простіших, поки не дійдеш до примітивної задачі, розв'язок якої відомий.

Випадок 1 (Примітивна задача). Рівняння для відбиття S_x стосовно осі x.

Ця задача була розв'язана в прикладі 2.2.22 раніше і ми отримали рівняння (4):

$$\begin{aligned} x' &= x; \\ y' &= -y. \end{aligned} \tag{4}$$

Випадок 2. Рівняння для відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Цей випадок можна звести до **випадку 1**, спочатку паралельно перенести пряму до осі x, а потім використати рівняння з **випадку 1** і, нарешті, паралельно перенести пряму назад.

Остаточний і більш систематичний спосіб обчислення відбить, який легше запам'ятати концептуально (з огляду на те, що людина розуміє паралельне перенесення, обертання навколо початку координат і відбиття стосовно осі x), заснований на часто корисному загальному принципі, що складні проблеми слід розв'язувати шляхом послідовного зведення їх до простіших, поки не дійдеш до примітивної задачі, розв'язок якої відомий.

Випадок 1 (Примітивна задача). Рівняння для відбиття S_x стосовно осі x.

Ця задача була розв'язана в прикладі 2.2.22 раніше і ми отримали рівняння (4):

$$\begin{aligned} x' &= x; \\ y' &= -y. \end{aligned} \tag{4}$$

Випадок 2. Рівняння для відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Цей випадок можна звести до **випадку 1**, спочатку паралельно перенести пряму до осі x, а потім використати рівняння з **випадку 1** і, нарешті, паралельно перенести пряму назад.

Остаточний і більш систематичний спосіб обчислення відбить, який легше запам'ятати концептуально (з огляду на те, що людина розуміє паралельне перенесення, обертання навколо початку координат і відбиття стосовно осі x), заснований на часто корисному загальному принципі, що складні проблеми слід розв'язувати шляхом послідовного зведення їх до простіших, поки не дійдеш до примітивної задачі, розв'язок якої відомий.

Випадок 1 (Примітивна задача). Рівняння для відбиття S_x стосовно осі x.

Ця задача була розв'язана в прикладі 2.2.22 раніше і ми отримали рівняння (4):

$$\begin{aligned} x' &= x; \\ y' &= -y. \end{aligned} \tag{4}$$

Випадок 2. Рівняння для відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Цей випадок можна звести до **випадку 1**, спочатку паралельно перенести пряму до осі x, а потім використати рівняння з **випадку 1** і, нарешті, паралельно перенести пряму назад.

Остаточний і більш систематичний спосіб обчислення відбить, який легше запам'ятати концептуально (з огляду на те, що людина розуміє паралельне перенесення, обертання навколо початку координат і відбиття стосовно осі x), заснований на часто корисному загальному принципі, що складні проблеми слід розв'язувати шляхом послідовного зведення їх до простіших, поки не дійдеш до примітивної задачі, розв'язок якої відомий.

Випадок 1 (Примітивна задача). Рівняння для відбиття S_x стосовно осі x.

Ця задача була розв'язана в прикладі 2.2.22 раніше і ми отримали рівняння (4):

$$\begin{aligned} x' &= x; \\ y' &= -y. \end{aligned} \tag{4}$$

Випадок 2. Рівняння для відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Цей випадок можна звести до **випадку 1**, спочатку паралельно перенести пряму до осі x, а потім використати рівняння з **випадку 1** і, нарешті, паралельно перенести пряму назад.

Відбиття в площині

Остаточний і більш систематичний спосіб обчислення відбить, який легше запам'ятати концептуально (з огляду на те, що людина розуміє паралельне перенесення, обертання навколо початку координат і відбиття стосовно осі x), заснований на часто корисному загальному принципі, що складні проблеми слід розв'язувати шляхом послідовного зведення їх до простіших, поки не дійдеш до примітивної задачі, розв'язок якої відомий.

Випадок 1 (Примітивна задача). Рівняння для відбиття S_x стосовно осі x.

Ця задача була розв'язана в прикладі 2.2.22 раніше і ми отримали рівняння (4):

$$\begin{aligned} x' &= x; \\ y' &= -y. \end{aligned} \tag{4}$$

Випадок 2. Рівняння для відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Цей випадок можна звести до **випадку 1**, спочатку паралельно перенести пряму до осі x, а потім використати рівняння з **випадку 1** і, нарешті, паралельно перенести пряму назад.

Остаточний і більш систематичний спосіб обчислення відбить, який легше запам'ятати концептуально (з огляду на те, що людина розуміє паралельне перенесення, обертання навколо початку координат і відбиття стосовно осі x), заснований на часто корисному загальному принципі, що складні проблеми слід розв'язувати шляхом послідовного зведення їх до простіших, поки не дійдеш до примітивної задачі, розв'язок якої відомий.

Випадок 1 (Примітивна задача). Рівняння для відбиття S_x стосовно осі x.

Ця задача була розв'язана в прикладі 2.2.22 раніше і ми отримали рівняння (4):

$$\begin{aligned} x' &= x; \\ y' &= -y. \end{aligned} \tag{4}$$

Випадок 2. Рівняння для відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Цей випадок можна звести до **випадку 1**, спочатку паралельно перенести пряму до осі x, а потім використати рівняння з **випадку 1** і, нарешті, паралельно перенести пряму назад.

Остаточний і більш систематичний спосіб обчислення відбить, який легше запам'ятати концептуально (з огляду на те, що людина розуміє паралельне перенесення, обертання навколо початку координат і відбиття стосовно осі x), заснований на часто корисному загальному принципі, що складні проблеми слід розв'язувати шляхом послідовного зведення їх до простіших, поки не дійдеш до примітивної задачі, розв'язок якої відомий.

Випадок 1 (Примітивна задача). Рівняння для відбиття S_x стосовно осі x.

Ця задача була розв'язана в прикладі 2.2.22 раніше і ми отримали рівняння (4):

$$\begin{aligned} x' &= x; \\ y' &= -y. \end{aligned} \tag{4}$$

Випадок 2. Рівняння для відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Цей випадок можна звести до **випадку 1**, спочатку паралельно перенести пряму до осі x, а потім використати рівняння з **випадку 1** і, нарешті, паралельно перенести пряму назад.

Остаточний і більш систематичний спосіб обчислення відбить, який легше запам'ятати концептуально (з огляду на те, що людина розуміє паралельне перенесення, обертання навколо початку координат і відбиття стосовно осі x), заснований на часто корисному загальному принципі, що складні проблеми слід розв'язувати шляхом послідовного зведення їх до простіших, поки не дійдеш до примітивної задачі, розв'язок якої відомий.

Випадок 1 (Примітивна задача). Рівняння для відбиття S_x стосовно осі x.

Ця задача була розв'язана в прикладі 2.2.22 раніше і ми отримали рівняння (4):

$$\begin{aligned} x' &= x; \\ y' &= -y. \end{aligned} \tag{4}$$

Випадок 2. Рівняння для відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Цей випадок можна звести до **випадку 1**, спочатку паралельно перенести пряму до осі x, а потім використати рівняння з **випадку 1** і, нарешті, паралельно перенести пряму назад.

Остаточний і більш систематичний спосіб обчислення відбить, який легше запам'ятати концептуально (з огляду на те, що людина розуміє паралельне перенесення, обертання навколо початку координат і відбиття стосовно осі x), заснований на часто корисному загальному принципі, що складні проблеми слід розв'язувати шляхом послідовного зведення їх до простіших, поки не дійдеш до примітивної задачі, розв'язок якої відомий.

Випадок 1 (Примітивна задача). Рівняння для відбиття S_x стосовно осі x.

Ця задача була розв'язана в прикладі 2.2.22 раніше і ми отримали рівняння (4):

$$\begin{aligned} x' &= x; \\ y' &= -y. \end{aligned} \tag{4}$$

Випадок 2. Рівняння для відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Цей випадок можна звести до **випадку 1**, спочатку паралельно перенести пряму до осі x, а потім використати рівняння з **випадку 1** і, нарешті, паралельно перенести пряму назад.

Остаточний і більш систематичний спосіб обчислення відбить, який легше запам'ятати концептуально (з огляду на те, що людина розуміє паралельне перенесення, обертання навколо початку координат і відбиття стосовно осі x), заснований на часто корисному загальному принципі, що складні проблеми слід розв'язувати шляхом послідовного зведення їх до простіших, поки не дійдеш до примітивної задачі, розв'язок якої відомий.

Випадок 1 (Примітивна задача). Рівняння для відбиття S_x стосовно осі x.

Ця задача була розв'язана в прикладі 2.2.22 раніше і ми отримали рівняння (4):

$$\begin{aligned} x' &= x; \\ y' &= -y. \end{aligned} \tag{4}$$

Випадок 2. Рівняння для відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Цей випадок можна звести до **випадку 1**, спочатку паралельно перенести пряму до осі x, а потім використати рівняння з **випадку 1** і, нарешті, паралельно перенести пряму назад.

Остаточний і більш систематичний спосіб обчислення відбить, який легше запам'ятати концептуально (з огляду на те, що людина розуміє паралельне перенесення, обертання навколо початку координат і відбиття стосовно осі x), заснований на часто корисному загальному принципі, що складні проблеми слід розв'язувати шляхом послідовного зведення їх до простіших, поки не дійдеш до примітивної задачі, розв'язок якої відомий.

Випадок 1 (Примітивна задача). Рівняння для відбиття S_x стосовно осі x.

Ця задача була розв'язана в прикладі 2.2.22 раніше і ми отримали рівняння (4):

$$\begin{aligned} x' &= x; \\ y' &= -y. \end{aligned} \tag{4}$$

Випадок 2. Рівняння для відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Цей випадок можна звести до **випадку 1**, спочатку паралельно перенести пряму до осі x, а потім використати рівняння з **випадку 1** і, нарешті, паралельно перенести пряму назад.

Остаточний і більш систематичний спосіб обчислення відбить, який легше запам'ятати концептуально (з огляду на те, що людина розуміє паралельне перенесення, обертання навколо початку координат і відбиття стосовно осі x), заснований на часто корисному загальному принципі, що складні проблеми слід розв'язувати шляхом послідовного зведення їх до простіших, поки не дійдеш до примітивної задачі, розв'язок якої відомий.

Випадок 1 (Примітивна задача). Рівняння для відбиття S_x стосовно осі x.

Ця задача була розв'язана в прикладі 2.2.22 раніше і ми отримали рівняння (4):

$$\begin{aligned} x' &= x; \\ y' &= -y. \end{aligned} \tag{4}$$

Випадок 2. Рівняння для відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Цей випадок можна звести до **випадку 1**, спочатку паралельно перенести пряму до осі x, а потім використати рівняння з **випадку 1** і, нарешті, паралельно перенести пряму назад.

Остаточний і більш систематичний спосіб обчислення відбить, який легше запам'ятати концептуально (з огляду на те, що людина розуміє паралельне перенесення, обертання навколо початку координат і відбиття стосовно осі x), заснований на часто корисному загальному принципі, що складні проблеми слід розв'язувати шляхом послідовного зведення їх до простіших, поки не дійдеш до примітивної задачі, розв'язок якої відомий.

Випадок 1 (Примітивна задача). Рівняння для відбиття S_x стосовно осі x.

Ця задача була розв'язана в прикладі 2.2.22 раніше і ми отримали рівняння (4):

$$\begin{aligned} x' &= x; \\ y' &= -y. \end{aligned} \tag{4}$$

Випадок 2. Рівняння для відбиття стосовно прямої, що проходить через початок координат.

Цей випадок можна звести до **випадку 1**, спочатку паралельно перенести пряму до осі x, а потім використати рівняння з **випадку 1** і, нарешті, паралельно перенести пряму назад.

Відбиття в площині

Випадок 3 (Загальний випадок) Рівняння для відбиття стосовно довільної прямої.

Паралельно перенісши пряму в пряму, яка проходить через початок координат, ми можемо звести цей випадок до **випадку 2**, знайти рівняння для цього випадку, а потім паралельно перенести назад.

Кроки, описані у **випадках 1–3**, призводять до наступної характеристики відбиття, яку ми пропонуємо довести слухачам самостійно:

Теорема 2.2.26

Кожне відбиття S на площині можна виразити у вигляді

$$S = T^{-1}R^{-1}S_x RT,$$

де T — паралельне перенесення, R — обертання навколо початку координат і S_x — відбиття стосовно осі x.

Відбиття в площині

Випадок 3 (Загальний випадок). Рівняння для відбиття стосовно довільної прямої.

Паралельно перенісши пряму в пряму, яка проходить через початок координат, ми можемо звести цей випадок до **випадку 2**, знайти рівняння для цього випадку, а потім паралельно перенести назад.

Кроки, описані у **випадках 1–3**, призводять до наступної характеристики відбиття, яку ми пропонуємо довести слухачам самостійно:

Теорема 2.2.26

Кожне відбиття S на площині можна виразити у вигляді

$$S = T^{-1}R^{-1}S_xRT,$$

де T — паралельне перенесення, R — обертання навколо початку координат і S_x — відбиття стосовно осі x.

Випадок 3 (Загальний випадок). Рівняння для відбиття стосовно довільної прямої.

Паралельно перенісши пряму в пряму, яка проходить через початок координат, ми можемо звести цей випадок до **випадку 2**, знайти рівняння для цього випадку, а потім паралельно перенести назад.

Кроки, описані у **випадках 1–3**, призводять до наступної характеристики відбиття, яку ми пропонуємо довести слухачам самостійно:

Теорема 2.2.26

Кожне відбиття S на площині можна виразити у вигляді

$$S = T^{-1}R^{-1}S_xRT,$$

де T — паралельне перенесення, R — обертання навколо початку координат і S_x — відбиття стосовно осі x.

Випадок 3 (Загальний випадок). Рівняння для відбиття стосовно довільної прямої.

Паралельно перенісши пряму в пряму, яка проходить через початок координат, ми можемо звести цей випадок до **випадку 2**, знайти рівняння для цього випадку, а потім паралельно перенести назад.

Кроки, описані у **випадках 1–3**, призводять до наступної характеристики відбиття, яку ми пропонуємо довести слухачам самостійно:

Теорема 2.2.26

Кожне відбиття S на площині можна виразити у вигляді

$$S = T^{-1} R^{-1} S_x R T,$$

де T — паралельне перенесення, R — обертання навколо початку координат і S_x — відбиття стосовно осі x.

Випадок 3 (Загальний випадок). Рівняння для відбиття стосовно довільної прямої.

Паралельно перенісши пряму в пряму, яка проходить через початок координат, ми можемо звести цей випадок до **випадку 2**, знайти рівняння для цього випадку, а потім паралельно перенести назад.

Кроки, описані у **випадках 1–3**, призводять до наступної характеристики відбиття, яку ми пропонуємо довести слухачам самостійно:

Теорема 2.2.26

Кожне відбиття S на площині можна виразити у вигляді

$$S = T^{-1}R^{-1}S_xRT,$$

де T — паралельне перенесення, R — обертання навколо початку координат і S_x — відбиття стосовно осі x.

Випадок 3 (Загальний випадок). Рівняння для відбиття стосовно довільної прямої.

Паралельно перенісши пряму в пряму, яка проходить через початок координат, ми можемо звести цей випадок до **випадку 2**, знайти рівняння для цього випадку, а потім паралельно перенести назад.

Кроки, описані у **випадках 1–3**, призводять до наступної характеристики відбиття, яку ми пропонуємо довести слухачам самостійно:

Теорема 2.2.26

Кожне відбиття S на площині можна виразити у вигляді

$$S = T^{-1}R^{-1}S_xRT,$$

де T — паралельне перенесення, R — обертання навколо початку координат і S_x — відбиття стосовно осі x.

Випадок 3 (Загальний випадок). Рівняння для відбиття стосовно довільної прямої.

Паралельно перенісши пряму в пряму, яка проходить через початок координат, ми можемо звести цей випадок до **випадку 2**, знайти рівняння для цього випадку, а потім паралельно перенести назад.

Кроки, описані у **випадках 1–3**, призводять до наступної характеристики відбиття, яку ми пропонуємо довести слухачам самостійно:

Теорема 2.2.26

Кожне відбиття S на площині можна виразити у вигляді

$$S = T^{-1}R^{-1}S_xRT,$$

де T — паралельне перенесення, R — обертання навколо початку координат і S_x — відбиття стосовно осі x.

Випадок 3 (Загальний випадок). Рівняння для відбиття стосовно довільної прямої.

Паралельно перенісши пряму в пряму, яка проходить через початок координат, ми можемо звести цей випадок до **випадку 2**, знайти рівняння для цього випадку, а потім паралельно перенести назад.

Кроки, описані у **випадках 1–3**, призводять до наступної характеристики відбиття, яку ми пропонуємо довести слухачам самостійно:

Теорема 2.2.26

Кожне відбиття S на площині можна виразити у вигляді

$$S = T^{-1} R^{-1} S_x R T,$$

де T — паралельне перенесення, R — обертання навколо початку координат і S_x — відбиття стосовно осі x.

Випадок 3 (Загальний випадок). Рівняння для відбиття стосовно довільної прямої.

Паралельно перенісши пряму в пряму, яка проходить через початок координат, ми можемо звести цей випадок до **випадку 2**, знайти рівняння для цього випадку, а потім паралельно перенести назад.

Кроки, описані у **випадках 1–3**, призводять до наступної характеристики відбиття, яку ми пропонуємо довести слухачам самостійно:

Теорема 2.2.26

Кожне відбиття S на площині можна виразити у вигляді

$$S = T^{-1}R^{-1}S_xRT,$$

де T — паралельне перенесення, R — обертання навколо початку координат і S_x — відбиття стосовно осі x.

Випадок 3 (Загальний випадок). Рівняння для відбиття стосовно довільної прямої.

Паралельно перенісши пряму в пряму, яка проходить через початок координат, ми можемо звести цей випадок до **випадку 2**, знайти рівняння для цього випадку, а потім паралельно перенести назад.

Кроки, описані у **випадках 1–3**, призводять до наступної характеристики відбиття, яку ми пропонуємо довести слухачам самостійно:

Теорема 2.2.26

Кожне відбиття S на площині можна виразити у вигляді

$$S = T^{-1}R^{-1}S_x RT,$$

де T — паралельне перенесення, R — обертання навколо початку координат і S_x — відбиття стосовно осі x.

Випадок 3 (Загальний випадок). Рівняння для відбиття стосовно довільної прямої.

Паралельно перенісши пряму в пряму, яка проходить через початок координат, ми можемо звести цей випадок до **випадку 2**, знайти рівняння для цього випадку, а потім паралельно перенести назад.

Кроки, описані у **випадках 1–3**, призводять до наступної характеристики відбиття, яку ми пропонуємо довести слухачам самостійно:

Теорема 2.2.26

Кожне відбиття S на площині можна виразити у вигляді

$$S = T^{-1}R^{-1}S_xRT,$$

де T — паралельне перенесення, R — обертання навколо початку координат і S_x — відбиття стосовно осі x.

Випадок 3 (Загальний випадок). Рівняння для відбиття стосовно довільної прямої.

Паралельно перенісши пряму в пряму, яка проходить через початок координат, ми можемо звести цей випадок до **випадку 2**, знайти рівняння для цього випадку, а потім паралельно перенести назад.

Кроки, описані у **випадках 1–3**, призводять до наступної характеристики відбиття, яку ми пропонуємо довести слухачам самостійно:

Теорема 2.2.26

Кожне відбиття S на площині можна виразити у вигляді

$$S = T^{-1}R^{-1}S_xRT,$$

де T — паралельне перенесення, R — обертання навколо початку координат і S_x — відбиття стосовно осі x.

Випадок 3 (Загальний випадок). Рівняння для відбиття стосовно довільної прямої.

Паралельно перенісши пряму в пряму, яка проходить через початок координат, ми можемо звести цей випадок до **випадку 2**, знайти рівняння для цього випадку, а потім паралельно перенести назад.

Кроки, описані у **випадках 1–3**, призводять до наступної характеристики відбиття, яку ми пропонуємо довести слухачам самостійно:

Теорема 2.2.26

Кожне відбиття S на площині можна виразити у вигляді

$$S = T^{-1}R^{-1}S_xRT,$$

де T — паралельне перенесення, R — обертання навколо початку координат і S_x — відбиття стосовно осі x.

Випадок 3 (Загальний випадок). Рівняння для відбиття стосовно довільної прямої.

Паралельно перенісши пряму в пряму, яка проходить через початок координат, ми можемо звести цей випадок до **випадку 2**, знайти рівняння для цього випадку, а потім паралельно перенести назад.

Кроки, описані у **випадках 1–3**, призводять до наступної характеристики відбиття, яку ми пропонуємо довести слухачам самостійно:

Теорема 2.2.26

Кожне відбиття S на площині можна виразити у вигляді

$$S = T^{-1}R^{-1}S_xRT,$$

де T — паралельне перенесення, R — обертання навколо початку координат і S_x — відбиття стосовно осі x.

Випадок 3 (Загальний випадок). Рівняння для відбиття стосовно довільної прямої.

Паралельно перенісши пряму в пряму, яка проходить через початок координат, ми можемо звести цей випадок до **випадку 2**, знайти рівняння для цього випадку, а потім паралельно перенести назад.

Кроки, описані у **випадках 1–3**, призводять до наступної характеристики відбиття, яку ми пропонуємо довести слухачам самостійно:

Теорема 2.2.26

Кожне відбиття S на площині можна виразити у вигляді

$$S = T^{-1}R^{-1}S_xRT,$$

де T — паралельне перенесення, R — обертання навколо початку координат і S_x — відбиття стосовно осі x.

Випадок 3 (Загальний випадок). Рівняння для відбиття стосовно довільної прямої.

Паралельно перенісши пряму в пряму, яка проходить через початок координат, ми можемо звести цей випадок до **випадку 2**, знайти рівняння для цього випадку, а потім паралельно перенести назад.

Кроки, описані у **випадках 1–3**, призводять до наступної характеристики відбиття, яку ми пропонуємо довести слухачам самостійно:

Теорема 2.2.26

Кожне відбиття S на площині можна виразити у вигляді

$$S = T^{-1}R^{-1}S_xRT,$$

де T — паралельне перенесення, R — обертання навколо початку координат і S_x — відбиття стосовно осі x.

Випадок 3 (Загальний випадок). Рівняння для відбиття стосовно довільної прямої.

Паралельно перенісши пряму в пряму, яка проходить через початок координат, ми можемо звести цей випадок до **випадку 2**, знайти рівняння для цього випадку, а потім паралельно перенести назад.

Кроки, описані у **випадках 1–3**, призводять до наступної характеристики відбиття, яку ми пропонуємо довести слухачам самостійно:

Теорема 2.2.26

Кожне відбиття S на площині можна виразити у вигляді

$$S = T^{-1}R^{-1}S_x RT,$$

де T — паралельне перенесення, R — обертання навколо початку координат і S_x — відбиття стосовно осі x.

Випадок 3 (Загальний випадок). Рівняння для відбиття стосовно довільної прямої.

Паралельно перенісши пряму в пряму, яка проходить через початок координат, ми можемо звести цей випадок до **випадку 2**, знайти рівняння для цього випадку, а потім паралельно перенести назад.

Кроки, описані у **випадках 1–3**, призводять до наступної характеристики відбиття, яку ми пропонуємо довести слухачам самостійно:

Теорема 2.2.26

Кожне відбиття S на площині можна виразити у вигляді

$$S = T^{-1}R^{-1}S_x RT,$$

де T — паралельне перенесення, R — обертання навколо початку координат і S_x — відбиття стосовно осі x.

Випадок 3 (Загальний випадок). Рівняння для відбиття стосовно довільної прямої.

Паралельно перенісши пряму в пряму, яка проходить через початок координат, ми можемо звести цей випадок до **випадку 2**, знайти рівняння для цього випадку, а потім паралельно перенести назад.

Кроки, описані у **випадках 1–3**, призводять до наступної характеристики відбиття, яку ми пропонуємо довести слухачам самостійно:

Теорема 2.2.26

Кожне відбиття S на площині можна виразити у вигляді

$$S = T^{-1}R^{-1}S_xRT,$$

де T — паралельне перенесення, R — обертання навколо початку координат і S_x — відбиття стосовно осі x.

Приклад 2.2.27

Знайдіть рівняння для відбиття S стосовно прямої в прикладі 2.2.23 з використанням вище викладеного підходу.

Приклад 2.2.23

Знайдіть відбиття S стосовно прямої L, яка визначається рівнянням $2x - y + 2 = 0$.

Розв'язок. Спочатку паралельно перенесемо пряму $\boldsymbol{L}$ у пряму $\boldsymbol{L'}$, яка проходить через початок координат за формулами:

$$T: \quad x' = x + 1; \quad y' = y.$$

Далі, нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\theta$, яке визначається так:

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}, \qquad 0 \leqslant \theta \leqslant \frac{\pi}{2}.$$

Обертання R поверне пряму $\boldsymbol{L'}$ на вісь x, оскільки θ – це кут, який пряма $\boldsymbol{L}$ складає з віссю x. Рівняння для обертань R і R^{-1} мають вигляд:

$$R: \quad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}x + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad R^{-1}: \quad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}x - \frac{2}{\sqrt{5}}y;$$

$$y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}x + \frac{1}{\sqrt{5}}y, \qquad y' = \frac{2}{\sqrt{5}}x + \frac{1}{\sqrt{5}}y.$$

Приклад 2.2.27

Знайдіть рівняння для відбиття S стосовно прямої в прикладі 2.2.23 з використанням вище викладеного підходу.

Приклад 2.2.23

Знайдіть відбиття S стосовно прямої L, яка визначається рівнянням $2x - y + 2 = 0$.

Розв'язок. Спочатку паралельно перенесемо пряму $\boldsymbol{L}$ у пряму $\boldsymbol{L'}$, яка проходить через початок координат за формулами:

$$T: \quad x' = x + 1; \qquad y' = y.$$

Далі, нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\theta$, яке визначається так:

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}, \qquad 0 \leqslant \theta \leqslant \frac{\pi}{2}.$$

Обертання R поверне пряму $\boldsymbol{L'}$ на вісь x, оскільки θ – це кут, який пряма $\boldsymbol{L}$ складає з віссю x. Рівняння для обертань R і R^{-1} мають вигляд:

$$R: \quad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}x + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}x + \frac{1}{\sqrt{5}}y,$$

$$R^{-1}: \quad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}x - \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = \frac{2}{\sqrt{5}}x + \frac{1}{\sqrt{5}}y.$$

Приклад 2.2.27

Знайдіть рівняння для відбиття S стосовно прямої в прикладі 2.2.23 з використанням вище викладеного підходу.

Приклад 2.2.23

Знайдіть відбиття S стосовно прямої L, яка визначається рівнянням $2x - y + 2 = 0$.

Розв'язок. Спочатку паралельно перенесемо пряму $\boldsymbol{L}$ у пряму $\boldsymbol{L}'$, яка проходить через початок координат за формулами:

$$T: \quad x' = x + 1; \qquad y' = y.$$

Далі, нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\theta$, яке визначається так:

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}, \qquad 0 \leqslant \theta \leqslant \frac{\pi}{2}.$$

Обертання R поверне пряму $\boldsymbol{L}'$ на вісь x, оскільки θ – це кут, який пряма $\boldsymbol{L}$ складає з віссю x. Рівняння для обертань R і R^{-1} мають вигляд:

$$R: \quad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}x + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}x + \frac{1}{\sqrt{5}}y,$$

$$R^{-1}: \quad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}x - \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = \frac{2}{\sqrt{5}}x + \frac{1}{\sqrt{5}}y.$$

Приклад 2.2.27

Знайдіть рівняння для відбиття S стосовно прямої в прикладі 2.2.23 з використанням вище викладеного підходу.

Приклад 2.2.23

Знайдіть відбиття S стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається рівнянням $2x - y + 2 = 0$.

Розв'язок. Спочатку паралельно перенесемо пряму $\boldsymbol{L}$ у пряму $\boldsymbol{L}'$, яка проходить через початок координат за формулами:

$$T: \quad x' = x + 1; \qquad y' = y.$$

Далі, нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\theta$, яке визначається так:

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}, \qquad 0 \leqslant \theta \leqslant \frac{\pi}{2}.$$

Обертання R поверне пряму $\boldsymbol{L}'$ на вісь x, оскільки θ – це кут, який пряма $\boldsymbol{L}$ складає з віссю x. Рівняння для обертань R і R^{-1} мають вигляд:

$$R: \quad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}x + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}x + \frac{1}{\sqrt{5}}y,$$

$$R^{-1}: \quad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}x - \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = \frac{2}{\sqrt{5}}x + \frac{1}{\sqrt{5}}y.$$

Приклад 2.2.27

Знайдіть рівняння для відбиття S стосовно прямої в прикладі 2.2.23 з використанням вище викладеного підходу.

Приклад 2.2.23

Знайдіть відбиття S стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається рівнянням $2x - y + 2 = 0$.

Розв'язок. Спочатку паралельно перенесемо пряму $\boldsymbol{L}$ у пряму $\boldsymbol{L}'$, яка проходить через початок координат за формулами:

$$T: \quad x' = x + 1; \qquad y' = y.$$

Далі, нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\theta$, яке визначається так:

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}, \qquad 0 \leqslant \theta \leqslant \frac{\pi}{2}.$$

Обертання R поверне пряму $\boldsymbol{L}'$ на вісь x, оскільки θ – це кут, який пряма $\boldsymbol{L}$ складає з віссю x. Рівняння для обертань R і R^{-1} мають вигляд:

$$R: \quad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}x + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad R^{-1}: \quad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}x - \frac{2}{\sqrt{5}}y;$$

$$y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}x + \frac{1}{\sqrt{5}}y, \qquad y' = \frac{2}{\sqrt{5}}x + \frac{1}{\sqrt{5}}y.$$

Приклад 2.2.27

Знайдіть рівняння для відбиття S стосовно прямої в прикладі 2.2.23 з використанням вище викладеного підходу.

Приклад 2.2.23

Знайдіть відбиття S стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається рівнянням $2x - y + 2 = 0$.

Розв'язок. Спочатку паралельно перенесемо пряму $\boldsymbol{L}$ у пряму $\boldsymbol{L}'$, яка проходить через початок координат за формулами:

$$T: \quad x' = x + 1; \quad y' = y.$$

Далі, нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\theta$, яке визначається так:

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}, \qquad 0 \leqslant \theta \leqslant \frac{\pi}{2}.$$

Обертання R поверне пряму $\boldsymbol{L}'$ на вісь x, оскільки θ – це кут, який пряма $\boldsymbol{L}$ складає з віссю x. Рівняння для обертань R і R^{-1} мають вигляд:

$$R: \quad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}x + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \quad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}x + \frac{1}{\sqrt{5}}y, \qquad R^{-1}: \quad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}x - \frac{2}{\sqrt{5}}y; \quad y' = \frac{2}{\sqrt{5}}x + \frac{1}{\sqrt{5}}y.$$

Приклад 2.2.27

Знайдіть рівняння для відбиття S стосовно прямої в прикладі 2.2.23 з використанням вище викладеного підходу.

Приклад 2.2.23

Знайдіть відбиття S стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається рівнянням $2x - y + 2 = 0$.

Розв'язок. Спочатку паралельно перенесемо пряму $\boldsymbol{L}$ у пряму $\boldsymbol{L}'$, яка проходить через початок координат за формулами:

$$T: \quad x' = x + 1; \\ y' = y.$$

Далі, нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\theta$, яке визначається так:

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}, \qquad 0 \leqslant \theta \leqslant \frac{\pi}{2}.$$

Обертання R поверне пряму $\boldsymbol{L}'$ на вісь x, оскільки θ – це кут, який пряма $\boldsymbol{L}$ складає з віссю x. Рівняння для обертань R і R^{-1} мають вигляд:

$$R: \quad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}x + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad R^{-1}: \quad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}x - \frac{2}{\sqrt{5}}y;$$

$$y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}x + \frac{1}{\sqrt{5}}y, \qquad y' = \frac{2}{\sqrt{5}}x + \frac{1}{\sqrt{5}}y.$$

Приклад 2.2.27

Знайдіть рівняння для відбиття S стосовно прямої в прикладі 2.2.23 з використанням вище викладеного підходу.

Приклад 2.2.23

Знайдіть відбиття S стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається рівнянням $2x - y + 2 = 0$.

Розв'язок. Спочатку паралельно перенесемо пряму $\boldsymbol{L}$ у пряму $\boldsymbol{L}'$, яка проходить через початок координат за формулами:

$$T: \quad x' = x + 1; \quad y' = y.$$

Далі, нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\theta$, яке визначається так:

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}, \qquad 0 \leqslant \theta \leqslant \frac{\pi}{2}.$$

Обертання R поверне пряму $\boldsymbol{L}'$ на вісь x, оскільки θ – це кут, який пряма $\boldsymbol{L}$ складає з віссю x. Рівняння для обертань R і R^{-1} мають вигляд:

$$R: \quad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}x + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \quad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}x + \frac{1}{\sqrt{5}}y, \qquad R^{-1}: \quad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}x - \frac{2}{\sqrt{5}}y; \quad y' = \frac{2}{\sqrt{5}}x + \frac{1}{\sqrt{5}}y.$$

Приклад 2.2.27

Знайдіть рівняння для відбиття S стосовно прямої в прикладі 2.2.23 з використанням вище викладеного підходу.

Приклад 2.2.23

Знайдіть відбиття S стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається рівнянням $2x - y + 2 = 0$.

Розв'язок. Спочатку паралельно перенесемо пряму $\boldsymbol{L}$ у пряму $\boldsymbol{L}'$, яка проходить через початок координат за формулами:

$$T: \quad x' = x + 1; \quad y' = y.$$

Далі, нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\theta$, яке визначається так:

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}, \qquad 0 \leqslant \theta \leqslant \frac{\pi}{2}.$$

Обертання R поверне пряму $\boldsymbol{L}'$ на вісь x, оскільки θ – це кут, який пряма $\boldsymbol{L}$ складає з віссю x. Рівняння для обертань R і R^{-1} мають вигляд:

$$R: \quad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}x + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad R^{-1}: \quad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}x - \frac{2}{\sqrt{5}}y;$$

$$y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}x + \frac{1}{\sqrt{5}}y, \qquad y' = \frac{2}{\sqrt{5}}x + \frac{1}{\sqrt{5}}y.$$

Приклад 2.2.27

Знайдіть рівняння для відбиття S стосовно прямої в прикладі 2.2.23 з використанням вище викладеного підходу.

Приклад 2.2.23

Знайдіть відбиття S стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається рівнянням $2x - y + 2 = 0$.

Розв'язок. Спочатку паралельно перенесемо пряму $\boldsymbol{L}$ у пряму $\boldsymbol{L}'$, яка проходить через початок координат за формулами:

$$T: \quad x' = x + 1; \qquad y' = y.$$

Далі, нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\theta$, яке визначається так:

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}, \qquad 0 \leqslant \theta \leqslant \frac{\pi}{2}.$$

Обертання R поверне пряму $\boldsymbol{L}'$ на вісь x, оскільки θ – це кут, який пряма $\boldsymbol{L}$ складає з віссю x. Рівняння для обертань R і R^{-1} мають вигляд:

$$R: \quad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}x + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad R^{-1}: \quad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}x - \frac{2}{\sqrt{5}}y;$$

$$y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}x + \frac{1}{\sqrt{5}}y, \qquad y' = \frac{2}{\sqrt{5}}x + \frac{1}{\sqrt{5}}y.$$

Приклад 2.2.27

Знайдіть рівняння для відбиття S стосовно прямої в прикладі 2.2.23 з використанням вище викладеного підходу.

Приклад 2.2.23

Знайдіть відбиття S стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається рівнянням $2x - y + 2 = 0$.

Розв'язок. Спочатку паралельно перенесемо пряму $\boldsymbol{L}$ у пряму $\boldsymbol{L}'$, яка проходить через початок координат за формулами:

$$T: \quad x' = x + 1; \quad y' = y.$$

Далі, нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\theta$, яке визначається так:

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}, \qquad 0 \leqslant \theta \leqslant \frac{\pi}{2}.$$

Обертання R поверне пряму $\boldsymbol{L}'$ на вісь x, оскільки θ – це кут, який пряма $\boldsymbol{L}$ складає з віссю x. Рівняння для обертань R і R^{-1} мають вигляд:

$$R: \quad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}x + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \quad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}x + \frac{1}{\sqrt{5}}y, \qquad R^{-1}: \quad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}x - \frac{2}{\sqrt{5}}y; \quad y' = \frac{2}{\sqrt{5}}x + \frac{1}{\sqrt{5}}y.$$

Приклад 2.2.27

Знайдіть рівняння для відбиття S стосовно прямої в прикладі 2.2.23 з використанням вище викладеного підходу.

Приклад 2.2.23

Знайдіть відбиття S стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається рівнянням $2x - y + 2 = 0$.

Розв'язок. Спочатку паралельно перенесемо пряму $\boldsymbol{L}$ у пряму $\boldsymbol{L}'$, яка проходить через початок координат за формулами:

$$T: \quad x' = x + 1; \qquad y' = y.$$

Далі, нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\theta$, яке визначається так:

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}, \qquad 0 \leqslant \theta \leqslant \frac{\pi}{2}.$$

Обертання R поверне пряму $\boldsymbol{L}'$ на вісь x, оскільки θ – це кут, який пряма $\boldsymbol{L}$ складає з віссю x. Рівняння для обертань R і R^{-1} мають вигляд:

$$R: \quad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}x + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}x + \frac{1}{\sqrt{5}}y,$$

$$R^{-1}: \quad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}x - \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad y' = \frac{2}{\sqrt{5}}x + \frac{1}{\sqrt{5}}y.$$

Приклад 2.2.27

Знайдіть рівняння для відбиття S стосовно прямої в прикладі 2.2.23 з використанням вище викладеного підходу.

Приклад 2.2.23

Знайдіть відбиття S стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається рівнянням $2x - y + 2 = 0$.

Розв'язок. Спочатку паралельно перенесемо пряму $\boldsymbol{L}$ у пряму $\boldsymbol{L'}$, яка проходить через початок координат за формулами:

$$T: \quad x' = x + 1; \quad y' = y.$$

Далі, нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\theta$, яке визначається так:

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}, \qquad 0 \leqslant \theta \leqslant \frac{\pi}{2}.$$

Обертання R поверне пряму $\boldsymbol{L'}$ на вісь x, оскільки θ – це кут, який пряма $\boldsymbol{L}$ складає з віссю x. Рівняння для обертань R і R^{-1} мають вигляд:

$$R: \quad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}x + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \quad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}x + \frac{1}{\sqrt{5}}y, \qquad R^{-1}: \quad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}x - \frac{2}{\sqrt{5}}y; \quad y' = \frac{2}{\sqrt{5}}x + \frac{1}{\sqrt{5}}y.$$

Приклад 2.2.27

Знайдіть рівняння для відбиття S стосовно прямої в прикладі 2.2.23 з використанням вище викладеного підходу.

Приклад 2.2.23

Знайдіть відбиття S стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається рівнянням $2x - y + 2 = 0$.

Розв'язок. Спочатку паралельно перенесемо пряму $\boldsymbol{L}$ у пряму $\boldsymbol{L'}$, яка проходить через початок координат за формулами:

$$T: \quad x' = x + 1; \quad y' = y.$$

Далі, нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\theta$, яке визначається так:

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}, \qquad 0 \leqslant \theta \leqslant \frac{\pi}{2}.$$

Обертання R поверне пряму $\boldsymbol{L'}$ на вісь x, оскільки θ – це кут, який пряма $\boldsymbol{L}$ складає з віссю x. Рівняння для обертань R і R^{-1} мають вигляд:

$$R: \quad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}x + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \quad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}x + \frac{1}{\sqrt{5}}y,$$

$$R^{-1}: \quad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}x - \frac{2}{\sqrt{5}}y; \quad y' = \frac{2}{\sqrt{5}}x + \frac{1}{\sqrt{5}}y.$$

Приклад 2.2.27

Знайдіть рівняння для відбиття S стосовно прямої в прикладі 2.2.23 з використанням вище викладеного підходу.

Приклад 2.2.23

Знайдіть відбиття S стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається рівнянням $2x - y + 2 = 0$.

Розв'язок. Спочатку паралельно перенесемо пряму $\boldsymbol{L}$ у пряму $\boldsymbol{L}'$, яка проходить через початок координат за формулами:

$$T: \quad x' = x + 1; \quad y' = y.$$

Далі, нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\theta$, яке визначається так:

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}, \qquad 0 \leqslant \theta \leqslant \frac{\pi}{2}.$$

Обертання R поверне пряму $\boldsymbol{L}'$ на вісь x, оскільки θ – це кут, який пряма $\boldsymbol{L}$ складає з віссю x. Рівняння для обертань R і R^{-1} мають вигляд:

$$R: \quad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}x + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \qquad R^{-1}: \quad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}x - \frac{2}{\sqrt{5}}y;$$

$$y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}x + \frac{1}{\sqrt{5}}y, \qquad y' = \frac{2}{\sqrt{5}}x + \frac{1}{\sqrt{5}}y.$$

Приклад 2.2.27

Знайдіть рівняння для відбиття S стосовно прямої в прикладі 2.2.23 з використанням вище викладеного підходу.

Приклад 2.2.23

Знайдіть відбиття S стосовно прямої $\boldsymbol{L}$, яка визначається рівнянням $2x - y + 2 = 0$.

Розв'язок. Спочатку паралельно перенесемо пряму $\boldsymbol{L}$ у пряму $\boldsymbol{L}'$, яка проходить через початок координат за формулами:

$$T: \quad x' = x + 1; \quad y' = y.$$

Далі, нехай R — обертання навколо початку координат на кут $-\theta$, яке визначається так:

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}, \qquad 0 \leqslant \theta \leqslant \frac{\pi}{2}.$$

Обертання R поверне пряму $\boldsymbol{L}'$ на вісь x, оскільки θ – це кут, який пряма $\boldsymbol{L}$ складає з віссю x. Рівняння для обертань R і R^{-1} мають вигляд:

$$R: \quad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}x + \frac{2}{\sqrt{5}}y; \quad y' = -\frac{2}{\sqrt{5}}x + \frac{1}{\sqrt{5}}y,$$

$$R^{-1}: \quad x' = \frac{1}{\sqrt{5}}x - \frac{2}{\sqrt{5}}y; \quad y' = \frac{2}{\sqrt{5}}x + \frac{1}{\sqrt{5}}y.$$

Відбиття в площині

Нарешті, якщо S_x є відбиттям навколо осі x, то відбиття S є лише композицією $T^{-1}R^{-1}S_xRT$. Оскільки рівняння для всіх відображень відомі, то тепер легко визначити рівняння для відбиття S, і вони знову виявляться такими ж, як рівняння (5)

$$\begin{aligned} x' &= -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{8}{5}; \\ y' &= \ \ \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{4}{5}. \end{aligned} \tag{5}$$

Відбиття в площині

Нарешті, якщо S_x є відбиттям навколо осі x, то відбиття S є лише композицією $T^{-1}R^{-1}S_xRT$. Оскільки рівняння для всіх відображень відомі, то тепер легко визначити рівняння для відбиття S, і вони знову виявляться такими ж, як рівняння (5)

$$\begin{aligned} x' &= -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{8}{5}; \\ y' &= \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{4}{5}. \end{aligned} \tag{5}$$

Нарешті, якщо S_x є відбиттям навколо осі x, то відбиття S є лише композицією $T^{-1}R^{-1}S_xRT$. Оскільки рівняння для всіх відображень відомі, то тепер легко визначити рівняння для відбиття S, і вони знову виявляться такими ж, як рівняння (5)

$$\begin{aligned} x' &= -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{8}{5}; \\ y' &= \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{4}{5}. \end{aligned} \tag{5}$$

Відбиття в площині

Нарешті, якщо S_x є відбиттям навколо осі x, то відбиття S є лише композицією $T^{-1}R^{-1}S_xRT$. Оскільки рівняння для всіх відображень відомі, то тепер легко визначити рівняння для відбиття S, і вони знову виявляться такими ж, як рівняння (5)

$$\begin{aligned} x' &= -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{8}{5}; \\ y' &= \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{4}{5}. \end{aligned} \tag{5}$$

Нарешті, якщо S_x є відбиттям навколо осі x, то відбиття S є лише композицією $T^{-1}R^{-1}S_xRT$. Оскільки рівняння для всіх відображень відомі, то тепер легко визначити рівняння для відбиття S, і вони знову виявляться такими ж, як рівняння (5)

$$\begin{aligned} x' &= -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{8}{5}; \\ y' &= \quad \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{4}{5}. \end{aligned} \tag{5}$$

Відбиття в площині

Нарешті, якщо S_x є відбиттям навколо осі x, то відбиття S є лише композицією $T^{-1}R^{-1}S_xRT$. Оскільки рівняння для всіх відображень відомі, то тепер легко визначити рівняння для відбиття S, і вони знову виявляться такими ж, як рівняння (5)

$$\begin{aligned} x' &= -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{8}{5}; \\ y' &= \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{4}{5}. \end{aligned} \tag{5}$$

Нарешті, якщо S_x є відбиттям навколо осі x, то відбиття S є лише композицією $T^{-1}R^{-1}S_xRT$. Оскільки рівняння для всіх відображень відомі, то тепер легко визначити рівняння для відбиття S, і вони знову виявляться такими ж, як рівняння (5)

$$\begin{aligned} x' &= -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{8}{5}; \\ y' &= \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{4}{5}. \end{aligned} \tag{5}$$

■

Читач може задатися питанням, чому ми потрудилися описати розв'язок у прикладі 2.2.27, оскільки він складніший, ніж у прикладі 2.2.23. У цьому випадку метод прикладу 2.2.27 слід просто розглядати як спробу дати читачеві більше уявлення про те, як розв'язувати геометричну задачу. Цей підхід може бути неефективним тут, але буде ефективним в інших ситуаціях. Важливо усвідомлювати, що є два типи складності: перший, коли ми маємо справу з чимось, що є інтелектуально складним, і інший, який може зайняти багато часу, але включає лише прості інтелектуальні кроки. Це стосується розв'язку прикладу 2.2.27. Насправді, питання такого типу, ймовірно, знову з'являться пізніше в цьому курсі, оскільки зазвичай існує багато способів розв'язку задачі. Будь-яка конкретна задача цілком може мати надзвичайно елегантний розв'язок, який може знайти людина. З іншого боку, комп'ютер не в змозі розв'язувати задачі від випадку до випадку і потребує системного підходу.

Читач може задатися питанням, чому ми потрудилися описати розв'язок у прикладі 2.2.27, оскільки він складніший, ніж у прикладі 2.2.23. У цьому випадку метод прикладу 2.2.27 слід просто розглядати як спробу дати читачеві більше уявлення про те, як розв'язувати геометричну задачу. Цей підхід може бути неефективним тут, але буде ефективним в інших ситуаціях. Важливо усвідомлювати, що є два типи складності: перший, коли ми маємо справу з чимось, що є інтелектуально складним, і інший, який може зайняти багато часу, але включає лише прості інтелектуальні кроки. Це стосується розв'язку прикладу 2.2.27. Насправді, питання такого типу, ймовірно, знову з'являться пізніше в цьому курсі, оскільки зазвичай існує багато способів розв'язку задачі. Будь-яка конкретна задача цілком може мати надзвичайно елегантний розв'язок, який може знайти людина. З іншого боку, комп'ютер не в змозі розв'язувати задачі від випадку до випадку і потребує системного підходу.

Читач може задатися питанням, чому ми потрудилися описати розв'язок у прикладі 2.2.27, оскільки він складніший, ніж у прикладі 2.2.23. У цьому випадку метод прикладу 2.2.27 слід просто розглядати як спробу дати читачеві більше уявлення про те, як розв'язувати геометричну задачу. Цей підхід може бути неефективним тут, але буде ефективним в інших ситуаціях. Важливо усвідомлювати, що є два типи складності: перший, коли ми маємо справу з чимось, що є інтелектуально складним, і інший, який може зайняти багато часу, але включає лише прості інтелектуальні кроки. Це стосується розв'язку прикладу 2.2.27. Насправді, питання такого типу, ймовірно, знову з'являться пізніше в цьому курсі, оскільки зазвичай існує багато способів розв'язку задачі. Будь-яка конкретна задача цілком може мати надзвичайно елегантний розв'язок, який може знайти людина. З іншого боку, комп'ютер не в змозі розв'язувати задачі від випадку до випадку і потребує системного підходу.

Читач може задатися питанням, чому ми потрудилися описати розв'язок у прикладі 2.2.27, оскільки він складніший, ніж у прикладі 2.2.23. У цьому випадку метод прикладу 2.2.27 слід просто розглядати як спробу дати читачеві більше уявлення про те, як розв'язувати геометричну задачу. Цей підхід може бути неефективним тут, але буде ефективним в інших ситуаціях. Важливо усвідомлювати, що є два типи складності: перший, коли ми маємо справу з чимось, що є інтелектуально складним, і інший, який може зайняти багато часу, але включає лише прості інтелектуальні кроки. Це стосується розв'язку прикладу 2.2.27. Насправді, питання такого типу, ймовірно, знову з'являться пізніше в цьому курсі, оскільки зазвичай існує багато способів розв'язку задачі. Будь-яка конкретна задача цілком може мати надзвичайно елегантний розв'язок, який може знайти людина. З іншого боку, комп'ютер не в змозі розв'язувати задачі від випадку до випадку і потребує системного підходу.

Читач може задатися питанням, чому ми потрудилися описати розв'язок у прикладі 2.2.27, оскільки він складніший, ніж у прикладі 2.2.23. У цьому випадку метод прикладу 2.2.27 слід просто розглядати як спробу дати читачеві більше уявлення про те, як розв'язувати геометричну задачу. Цей підхід може бути неефективним тут, але буде ефективним в інших ситуаціях. Важливо усвідомлювати, що є два типи складності: перший, коли ми маємо справу з чимось, що є інтелектуально складним, і інший, який може зайняти багато часу, але включає лише прості інтелектуальні кроки. Це стосується розв'язку прикладу 2.2.27. Насправді, питання такого типу, ймовірно, знову з'являться пізніше в цьому курсі, оскільки зазвичай існує багато способів розв'язку задачі. Будь-яка конкретна задача цілком може мати надзвичайно елегантний розв'язок, який може знайти людина. З іншого боку, комп'ютер не в змозі розв'язувати задачі від випадку до випадку і потребує системного підходу.

Читач може задатися питанням, чому ми потрудилися описати розв'язок у прикладі 2.2.27, оскільки він складніший, ніж у прикладі 2.2.23. У цьому випадку метод прикладу 2.2.27 слід просто розглядати як спробу дати читачеві більше уявлення про те, як розв'язувати геометричну задачу. Цей підхід може бути неефективним тут, але буде ефективним в інших ситуаціях. Важливо усвідомлювати, що є два типи складності: перший, коли ми маємо справу з чимось, що є інтелектуально складним, і інший, який може зайняти багато часу, але включає лише прості інтелектуальні кроки. Це стосується розв'язку прикладу 2.2.27. Насправді, питання такого типу, ймовірно, знову з'являться пізніше в цьому курсі, оскільки зазвичай існує багато способів розв'язку задачі. Будь-яка конкретна задача цілком може мати надзвичайно елегантний розв'язок, який може знайти людина. З іншого боку, комп'ютер не в змозі розв'язувати задачі від випадку до випадку і потребує системного підходу.

Читач може задатися питанням, чому ми потрудилися описати розв'язок у прикладі 2.2.27, оскільки він складніший, ніж у прикладі 2.2.23. У цьому випадку метод прикладу 2.2.27 слід просто розглядати як спробу дати читачеві більше уявлення про те, як розв'язувати геометричну задачу. Цей підхід може бути неефективним тут, але буде ефективним в інших ситуаціях. Важливо усвідомлювати, що є два типи складності: перший, коли ми маємо справу з чимось, що є інтелектуально складним, і інший, який може зайняти багато часу, але включає лише прості інтелектуальні кроки. Це стосується розв'язку прикладу 2.2.27. Насправді, питання такого типу, ймовірно, знову з'являться пізніше в цьому курсі, оскільки зазвичай існує багато способів розв'язку задачі. Будь-яка конкретна задача цілком може мати надзвичайно елегантний розв'язок, який може знайти людина. З іншого боку, комп'ютер не в змозі розв'язувати задачі від випадку до випадку і потребує системного підходу.

Читач може задатися питанням, чому ми потрудилися описати розв'язок у прикладі 2.2.27, оскільки він складніший, ніж у прикладі 2.2.23. У цьому випадку метод прикладу 2.2.27 слід просто розглядати як спробу дати читачеві більше уявлення про те, як розв'язувати геометричну задачу. Цей підхід може бути неефективним тут, але буде ефективним в інших ситуаціях. Важливо усвідомлювати, що є два типи складності: перший, коли ми маємо справу з чимось, що є інтелектуально складним, і інший, який може зайняти багато часу, але включає лише прості інтелектуальні кроки. Це стосується розв'язку прикладу 2.2.27. Насправді, питання такого типу, ймовірно, знову з'являться пізніше в цьому курсі, оскільки зазвичай існує багато способів розв'язку задачі. Будь-яка конкретна задача цілком може мати надзвичайно елегантний розв'язок, який може знайти людина. З іншого боку, комп'ютер не в змозі розв'язувати задачі від випадку до випадку і потребує системного підходу.

Читач може задатися питанням, чому ми потрудилися описати розв'язок у прикладі 2.2.27, оскільки він складніший, ніж у прикладі 2.2.23. У цьому випадку метод прикладу 2.2.27 слід просто розглядати як спробу дати читачеві більше уявлення про те, як розв'язувати геометричну задачу. Цей підхід може бути неефективним тут, але буде ефективним в інших ситуаціях. Важливо усвідомлювати, що є два типи складності: перший, коли ми маємо справу з чимось, що є інтелектуально складним, і інший, який може зайняти багато часу, але включає лише прості інтелектуальні кроки. Це стосується розв'язку прикладу 2.2.27. Насправді, питання такого типу, ймовірно, знову з'являться пізніше в цьому курсі, оскільки зазвичай існує багато способів розв'язку задачі. Будь-яка конкретна задача цілком може мати надзвичайно елегантний розв'язок, який може знайти людина. З іншого боку, комп'ютер не в змозі розв'язувати задачі від випадку до випадку і потребує системного підходу.

Читач може задатися питанням, чому ми потрудилися описати розв'язок у прикладі 2.2.27, оскільки він складніший, ніж у прикладі 2.2.23. У цьому випадку метод прикладу 2.2.27 слід просто розглядати як спробу дати читачеві більше уявлення про те, як розв'язувати геометричну задачу. Цей підхід може бути неефективним тут, але буде ефективним в інших ситуаціях. Важливо усвідомлювати, що є два типи складності: перший, коли ми маємо справу з чимось, що є інтелектуально складним, і інший, який може зайняти багато часу, але включає лише прості інтелектуальні кроки. Це стосується розв'язку прикладу 2.2.27. Насправді, питання такого типу, ймовірно, знову з'являться пізніше в цьому курсі, оскільки зазвичай існує багато способів розв'язку задачі. Будь-яка конкретна задача цілком може мати надзвичайно елегантний розв'язок, який може знайти людина. З іншого боку, комп'ютер не в змозі розв'язувати задачі від випадку до випадку і потребує системного підходу.

Відбиття в площині

Читач може задатися питанням, чому ми потрудилися описати розв'язок у прикладі 2.2.27, оскільки він складніший, ніж у прикладі 2.2.23. У цьому випадку метод прикладу 2.2.27 слід просто розглядати як спробу дати читачеві більше уявлення про те, як розв'язувати геометричну задачу. Цей підхід може бути неефективним тут, але буде ефективним в інших ситуаціях. Важливо усвідомлювати, що є два типи складності: перший, коли ми маємо справу з чимось, що є інтелектуально складним, і інший, який може зайняти багато часу, але включає лише прості інтелектуальні кроки. Це стосується розв'язку прикладу 2.2.27. Насправді, питання такого типу, ймовірно, знову з'являться пізніше в цьому курсі, оскільки зазвичай існує багато способів розв'язку задачі. Будь-яка конкретна задача цілком може мати надзвичайно елегантний розв'язок, який може знайти людина. З іншого боку, комп'ютер не в змозі розв'язувати задачі від випадку до випадку і потребує системного підходу.

Читач може задатися питанням, чому ми потрудилися описати розв'язок у прикладі 2.2.27, оскільки він складніший, ніж у прикладі 2.2.23. У цьому випадку метод прикладу 2.2.27 слід просто розглядати як спробу дати читачеві більше уявлення про те, як розв'язувати геометричну задачу. Цей підхід може бути неефективним тут, але буде ефективним в інших ситуаціях. Важливо усвідомлювати, що є два типи складності: перший, коли ми маємо справу з чимось, що є інтелектуально складним, і інший, який може зайняти багато часу, але включає лише прості інтелектуальні кроки. Це стосується розв'язку прикладу 2.2.27. Насправді, питання такого типу, ймовірно, знову з'являться пізніше в цьому курсі, оскільки зазвичай існує багато способів розв'язку задачі. Будь-яка конкретна задача цілком може мати надзвичайно елегантний розв'язок, який може знайти людина. З іншого боку, комп'ютер не в змозі розв'язувати задачі від випадку до випадку і потребує системного підходу.

Читач може задатися питанням, чому ми потрудилися описати розв'язок у прикладі 2.2.27, оскільки він складніший, ніж у прикладі 2.2.23. У цьому випадку метод прикладу 2.2.27 слід просто розглядати як спробу дати читачеві більше уявлення про те, як розв'язувати геометричну задачу. Цей підхід може бути неефективним тут, але буде ефективним в інших ситуаціях. Важливо усвідомлювати, що є два типи складності: перший, коли ми маємо справу з чимось, що є інтелектуально складним, і інший, який може зайняти багато часу, але включає лише прості інтелектуальні кроки. Це стосується розв'язку прикладу 2.2.27. Насправді, питання такого типу, ймовірно, знову з'являться пізніше в цьому курсі, оскільки зазвичай існує багато способів розв'язку задачі. Будь-яка конкретна задача цілком може мати надзвичайно елегантний розв'язок, який може знайти людина. З іншого боку, комп'ютер не в змозі розв'язувати задачі від випадку до випадку і потребує системного підходу.

Читач може задатися питанням, чому ми потрудилися описати розв'язок у прикладі 2.2.27, оскільки він складніший, ніж у прикладі 2.2.23. У цьому випадку метод прикладу 2.2.27 слід просто розглядати як спробу дати читачеві більше уявлення про те, як розв'язувати геометричну задачу. Цей підхід може бути неефективним тут, але буде ефективним в інших ситуаціях. Важливо усвідомлювати, що є два типи складності: перший, коли ми маємо справу з чимось, що є інтелектуально складним, і інший, який може зайняти багато часу, але включає лише прості інтелектуальні кроки. Це стосується розв'язку прикладу 2.2.27. Насправді, питання такого типу, ймовірно, знову з'являться пізніше в цьому курсі, оскільки зазвичай існує багато способів розв'язку задачі. Будь-яка конкретна задача цілком може мати надзвичайно елегантний розв'язок, який може знайти людина. З іншого боку, комп'ютер не в змозі розв'язувати задачі від випадку до випадку і потребує системного підходу.

Читач може задатися питанням, чому ми потрудилися описати розв'язок у прикладі 2.2.27, оскільки він складніший, ніж у прикладі 2.2.23. У цьому випадку метод прикладу 2.2.27 слід просто розглядати як спробу дати читачеві більше уявлення про те, як розв'язувати геометричну задачу. Цей підхід може бути неефективним тут, але буде ефективним в інших ситуаціях. Важливо усвідомлювати, що є два типи складності: перший, коли ми маємо справу з чимось, що є інтелектуально складним, і інший, який може зайняти багато часу, але включає лише прості інтелектуальні кроки. Це стосується розв'язку прикладу 2.2.27. Насправді, питання такого типу, ймовірно, знову з'являться пізніше в цьому курсі, оскільки зазвичай існує багато способів розв'язку задачі. Будь-яка конкретна задача цілком може мати надзвичайно елегантний розв'язок, який може знайти людина. З іншого боку, комп'ютер не в змозі розв'язувати задачі від випадку до випадку і потребує системного підходу.

Читач може задатися питанням, чому ми потрудилися описати розв'язок у прикладі 2.2.27, оскільки він складніший, ніж у прикладі 2.2.23. У цьому випадку метод прикладу 2.2.27 слід просто розглядати як спробу дати читачеві більше уявлення про те, як розв'язувати геометричну задачу. Цей підхід може бути неефективним тут, але буде ефективним в інших ситуаціях. Важливо усвідомлювати, що є два типи складності: перший, коли ми маємо справу з чимось, що є інтелектуально складним, і інший, який може зайняти багато часу, але включає лише прості інтелектуальні кроки. Це стосується розв'язку прикладу 2.2.27. Насправді, питання такого типу, ймовірно, знову з'являться пізніше в цьому курсі, оскільки зазвичай існує багато способів розв'язку задачі. Будь-яка конкретна задача цілком може мати надзвичайно елегантний розв'язок, який може знайти людина. З іншого боку, комп'ютер не в змозі розв'язувати задачі від випадку до випадку і потребує системного підходу.

Відбиття в площині

Читач може задатися питанням, чому ми потрудилися описати розв'язок у прикладі 2.2.27, оскільки він складніший, ніж у прикладі 2.2.23. У цьому випадку метод прикладу 2.2.27 слід просто розглядати як спробу дати читачеві більше уявлення про те, як розв'язувати геометричну задачу. Цей підхід може бути неефективним тут, але буде ефективним в інших ситуаціях. Важливо усвідомлювати, що є два типи складності: перший, коли ми маємо справу з чимось, що є інтелектуально складним, і інший, який може зайняти багато часу, але включає лише прості інтелектуальні кроки. Це стосується розв'язку прикладу 2.2.27. Насправді, питання такого типу, ймовірно, знову з'являться пізніше в цьому курсі, оскільки зазвичай існує багато способів розв'язку задачі. Будь-яка конкретна задача цілком може мати надзвичайно елегантний розв'язок, який може знайти людина. З іншого боку, комп'ютер не в змозі розв'язувати задачі від випадку до випадку і потребує системного підходу.

Читач може задатися питанням, чому ми потрудилися описати розв'язок у прикладі 2.2.27, оскільки він складніший, ніж у прикладі 2.2.23. У цьому випадку метод прикладу 2.2.27 слід просто розглядати як спробу дати читачеві більше уявлення про те, як розв'язувати геометричну задачу. Цей підхід може бути неефективним тут, але буде ефективним в інших ситуаціях. Важливо усвідомлювати, що є два типи складності: перший, коли ми маємо справу з чимось, що є інтелектуально складним, і інший, який може зайняти багато часу, але включає лише прості інтелектуальні кроки. Це стосується розв'язку прикладу 2.2.27. Насправді, питання такого типу, ймовірно, знову з'являться пізніше в цьому курсі, оскільки зазвичай існує багато способів розв'язку задачі. Будь-яка конкретна задача цілком може мати надзвичайно елегантний розв'язок, який може знайти людина. З іншого боку, комп'ютер не в змозі розв'язувати задачі від випадку до випадку і потребує системного підходу.

Читач може задатися питанням, чому ми потрудилися описати розв'язок у прикладі 2.2.27, оскільки він складніший, ніж у прикладі 2.2.23. У цьому випадку метод прикладу 2.2.27 слід просто розглядати як спробу дати читачеві більше уявлення про те, як розв'язувати геометричну задачу. Цей підхід може бути неефективним тут, але буде ефективним в інших ситуаціях. Важливо усвідомлювати, що є два типи складності: перший, коли ми маємо справу з чимось, що є інтелектуально складним, і інший, який може зайняти багато часу, але включає лише прості інтелектуальні кроки. Це стосується розв'язку прикладу 2.2.27. Насправді, питання такого типу, ймовірно, знову з'являться пізніше в цьому курсі, оскільки зазвичай існує багато способів розв'язку задачі. Будь-яка конкретна задача цілком може мати надзвичайно елегантний розв'язок, який може знайти людина. З іншого боку, комп'ютер не в змозі розв'язувати задачі від випадку до випадку і потребує системного підходу.

Читач може задатися питанням, чому ми потрудилися описати розв'язок у прикладі 2.2.27, оскільки він складніший, ніж у прикладі 2.2.23. У цьому випадку метод прикладу 2.2.27 слід просто розглядати як спробу дати читачеві більше уявлення про те, як розв'язувати геометричну задачу. Цей підхід може бути неефективним тут, але буде ефективним в інших ситуаціях. Важливо усвідомлювати, що є два типи складності: перший, коли ми маємо справу з чимось, що є інтелектуально складним, і інший, який може зайняти багато часу, але включає лише прості інтелектуальні кроки. Це стосується розв'язку прикладу 2.2.27. Насправді, питання такого типу, ймовірно, знову з'являться пізніше в цьому курсі, оскільки зазвичай існує багато способів розв'язку задачі. Будь-яка конкретна задача цілком може мати надзвичайно елегантний розв'язок, який може знайти людина. З іншого боку, комп'ютер не в змозі розв'язувати задачі від випадку до випадку і потребує системного підходу.

Дякую за увагу!