

Обчислювальна геометрія і алгебра

Олег Гутік



Лекція 29: Паралельні перенесення

Найпростішим випадком рухів є паралельні перенесення.

Означення 2.2.8

Довільне відображення $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ вигляду

$$T(\vec{p}) = \vec{p} + \vec{v}, \quad (1)$$

де \vec{v} — фіксований вектор, називається *паралельним перенесенням* простору \mathbb{R}^n . Вектор \vec{v} називається *вектором паралельного перенесення* відображення T .

Виписуючи в термінах координат, легко побачити, що це відображення

$$T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n, (x_1, x_2, \dots, x_n) \mapsto (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$$

є паралельним перенесенням тоді і лише тоді, коли це відображення визначається рівностями вигляду

$$\begin{aligned} x'_1 &= x_1 + c_1; \\ x'_2 &= x_2 + c_2; \\ &\dots \dots \\ x'_n &= x_n + c_n, \end{aligned} \quad (2)$$

де c_1, c_2, \dots, c_n — фіксовані дійсні числа. Очевидно, що (c_1, c_2, \dots, c_n) є вектором паралельного перенесення відображення T у цьому випадку.

Найпростішим випадком рухів є паралельні перенесення.

Означення 2.2.8

Довільне відображення $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ вигляду

$$T(\vec{p}) = \vec{p} + \vec{c}, \quad (1)$$

де \vec{c} — фіксований вектор, називається *паралельним перенесенням* простору \mathbb{R}^n . Вектор \vec{c} називається *вектором паралельного перенесення* відображення T .

Виписуючи в термінах координат, легко побачити, що це відображення

$$T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n, (x_1, x_2, \dots, x_n) \mapsto (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$$

є паралельним перенесенням тоді і лише тоді, коли це відображення визначається рівностями вигляду

$$\begin{aligned} x'_1 &= x_1 + c_1; \\ x'_2 &= x_2 + c_2; \\ &\dots \dots \\ x'_n &= x_n + c_n, \end{aligned} \quad (2)$$

де c_1, c_2, \dots, c_n — фіксовані дійсні числа. Очевидно, що (c_1, c_2, \dots, c_n) є вектором паралельного перенесення відображення T у цьому випадку.

Найпростішим випадком рухів є паралельні перенесення.

Означення 2.2.8

Довільне відображення $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ вигляду

$$T(\vec{p}) = \vec{p} + \vec{v}, \quad (1)$$

де \vec{v} — фіксований вектор, називається *паралельним перенесенням* простору \mathbb{R}^n . Вектор \vec{v} називається *вектором паралельного перенесення* відображення T .

Виписуючи в термінах координат, легко побачити, що це відображення

$$T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n, (x_1, x_2, \dots, x_n) \mapsto (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$$

є паралельним перенесенням тоді і лише тоді, коли це відображення визначається рівностями вигляду

$$\begin{aligned} x'_1 &= x_1 + c_1; \\ x'_2 &= x_2 + c_2; \\ &\dots \dots \\ x'_n &= x_n + c_n, \end{aligned} \quad (2)$$

де c_1, c_2, \dots, c_n — фіксовані дійсні числа. Очевидно, що (c_1, c_2, \dots, c_n) є вектором паралельного перенесення відображення T у цьому випадку.

Найпростішим випадком рухів є паралельні перенесення.

Означення 2.2.8

Довільне відображення $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ вигляду

$$T(\vec{p}) = \vec{p} + \vec{v}, \quad (1)$$

де \vec{v} — фіксований вектор, називається *паралельним перенесенням* простору \mathbb{R}^n . Вектор \vec{v} називається *вектором паралельного перенесення* відображення T .

Виписуючи в термінах координат, легко побачити, що це відображення

$$T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n, (x_1, x_2, \dots, x_n) \mapsto (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$$

є паралельним перенесенням тоді і лише тоді, коли це відображення визначається рівностями вигляду

$$\begin{aligned} x'_1 &= x_1 + c_1; \\ x'_2 &= x_2 + c_2; \\ &\dots \dots \\ x'_n &= x_n + c_n, \end{aligned} \quad (2)$$

де c_1, c_2, \dots, c_n — фіксовані дійсні числа. Очевидно, що (c_1, c_2, \dots, c_n) є вектором паралельного перенесення відображення T у цьому випадку.

Найпростішим випадком рухів є паралельні перенесення.

Означення 2.2.8

Довільне відображення $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ вигляду

$$T(\vec{p}) = \vec{p} + \vec{v}, \quad (1)$$

де \vec{v} — фіксований вектор, називається *паралельним перенесенням* простору \mathbb{R}^n . Вектор \vec{v} називається *вектором паралельного перенесення* відображення T .

Виписуючи в термінах координат, легко побачити, що це відображення

$$T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n, (x_1, x_2, \dots, x_n) \mapsto (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$$

є паралельним перенесенням тоді і лише тоді, коли це відображення визначається рівностями вигляду

$$\begin{aligned} x'_1 &= x_1 + c_1; \\ x'_2 &= x_2 + c_2; \\ &\dots \dots \\ x'_n &= x_n + c_n, \end{aligned} \quad (2)$$

де c_1, c_2, \dots, c_n — фіксовані дійсні числа. Очевидно, що (c_1, c_2, \dots, c_n) є вектором паралельного перенесення відображення T у цьому випадку.

Найпростішим випадком рухів є паралельні перенесення.

Означення 2.2.8

Довільне відображення $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ вигляду

$$T(\vec{p}) = \vec{p} + \vec{v}, \quad (1)$$

де \vec{v} — фіксований вектор, називається *паралельним перенесенням* простору \mathbb{R}^n . Вектор \vec{v} називається *вектором паралельного перенесення* відображення T .

Виписуючи в термінах координат, легко побачити, що це відображення

$$T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n, (x_1, x_2, \dots, x_n) \mapsto (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$$

є паралельним перенесенням тоді і лише тоді, коли це відображення визначається рівностями вигляду

$$\begin{aligned} x'_1 &= x_1 + c_1; \\ x'_2 &= x_2 + c_2; \\ &\dots \dots \\ x'_n &= x_n + c_n, \end{aligned} \quad (2)$$

де c_1, c_2, \dots, c_n — фіксовані дійсні числа. Очевидно, що (c_1, c_2, \dots, c_n) є вектором паралельного перенесення відображення T у цьому випадку.

Найпростішим випадком рухів є паралельні перенесення.

Означення 2.2.8

Довільне відображення $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ вигляду

$$T(\vec{p}) = \vec{p} + \vec{v}, \quad (1)$$

де \vec{v} — фіксований вектор, називається **паралельним перенесенням** простору \mathbb{R}^n . Вектор \vec{v} називається **вектором паралельного перенесення** відображення T .

Виписуючи в термінах координат, легко побачити, що це відображення

$$T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n, (x_1, x_2, \dots, x_n) \mapsto (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$$

є паралельним перенесенням тоді і лише тоді, коли це відображення визначається рівностями вигляду

$$\begin{aligned} x'_1 &= x_1 + c_1; \\ x'_2 &= x_2 + c_2; \\ &\dots \dots \\ x'_n &= x_n + c_n, \end{aligned} \quad (2)$$

де c_1, c_2, \dots, c_n — фіксовані дійсні числа. Очевидно, що (c_1, c_2, \dots, c_n) є вектором паралельного перенесення відображення T у цьому випадку.

Найпростішим випадком рухів є паралельні перенесення.

Означення 2.2.8

Довільне відображення $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ вигляду

$$T(\vec{p}) = \vec{p} + \vec{v}, \quad (1)$$

де \vec{v} — фіксований вектор, називається *паралельним перенесенням* простору \mathbb{R}^n . Вектор \vec{v} називається *вектором паралельного перенесення* відображення T .

Виписуючи в термінах координат, легко побачити, що це відображення

$$T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n, (x_1, x_2, \dots, x_n) \mapsto (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$$

є паралельним перенесенням тоді і лише тоді, коли це відображення визначається рівностями вигляду

$$\begin{aligned} x'_1 &= x_1 + c_1; \\ x'_2 &= x_2 + c_2; \\ &\dots \dots \\ x'_n &= x_n + c_n, \end{aligned} \quad (2)$$

де c_1, c_2, \dots, c_n — фіксовані дійсні числа. Очевидно, що (c_1, c_2, \dots, c_n) є вектором паралельного перенесення відображення T у цьому випадку.

Найпростішим випадком рухів є паралельні перенесення.

Означення 2.2.8

Довільне відображення $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ вигляду

$$T(\vec{p}) = \vec{p} + \vec{v}, \quad (1)$$

де \vec{v} — фіксований вектор, називається *паралельним перенесенням* простору \mathbb{R}^n . Вектор \vec{v} називається *вектором паралельного перенесення* відображення T .

Виписуючи в термінах координат, легко побачити, що це відображення

$$T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n, (x_1, x_2, \dots, x_n) \mapsto (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$$

є паралельним перенесенням тоді і лише тоді, коли це відображення визначається рівностями вигляду

$$\begin{aligned} x'_1 &= x_1 + c_1; \\ x'_2 &= x_2 + c_2; \\ &\dots \dots \\ x'_n &= x_n + c_n, \end{aligned} \quad (2)$$

де c_1, c_2, \dots, c_n — фіксовані дійсні числа. Очевидно, що (c_1, c_2, \dots, c_n) є вектором паралельного перенесення відображення T у цьому випадку.

Найпростішим випадком рухів є паралельні перенесення.

Означення 2.2.8

Довільне відображення $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ вигляду

$$T(\vec{p}) = \vec{p} + \vec{v}, \quad (1)$$

де \vec{v} — фіксований вектор, називається *паралельним перенесенням* простору \mathbb{R}^n . Вектор \vec{v} називається *вектором паралельного перенесення* відображення T .

Виписуючи в термінах координат, легко побачити, що це відображення

$$T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n, (x_1, x_2, \dots, x_n) \mapsto (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$$

є паралельним перенесенням тоді і лише тоді, коли це відображення визначається рівностями вигляду

$$\begin{aligned} x'_1 &= x_1 + c_1; \\ x'_2 &= x_2 + c_2; \\ &\dots \dots \\ x'_n &= x_n + c_n, \end{aligned} \quad (2)$$

де c_1, c_2, \dots, c_n — фіксовані дійсні числа. Очевидно, що (c_1, c_2, \dots, c_n) є вектором паралельного перенесення відображення T у цьому випадку.

Найпростішим випадком рухів є паралельні перенесення.

Означення 2.2.8

Довільне відображення $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ вигляду

$$T(\vec{p}) = \vec{p} + \vec{v}, \quad (1)$$

де \vec{v} — фіксований вектор, називається *паралельним перенесенням* простору \mathbb{R}^n . Вектор \vec{v} називається *вектором паралельного перенесення* відображення T .

Виписуючи в термінах координат, легко побачити, що це відображення

$$T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n, (x_1, x_2, \dots, x_n) \mapsto (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$$

є паралельним перенесенням тоді і лише тоді, коли це відображення визначається рівностями вигляду

$$\begin{aligned} x'_1 &= x_1 + c_1; \\ x'_2 &= x_2 + c_2; \\ &\dots \dots \\ x'_n &= x_n + c_n, \end{aligned} \quad (2)$$

де c_1, c_2, \dots, c_n — фіксовані дійсні числа. Очевидно, що (c_1, c_2, \dots, c_n) є вектором паралельного перенесення відображення T у цьому випадку.

Найпростішим випадком рухів є паралельні перенесення.

Означення 2.2.8

Довільне відображення $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ вигляду

$$T(\vec{p}) = \vec{p} + \vec{v}, \quad (1)$$

де \vec{v} — фіксований вектор, називається *паралельним перенесенням* простору \mathbb{R}^n . Вектор \vec{v} називається *вектором паралельного перенесення* відображення T .

Виписуючи в термінах координат, легко побачити, що це відображення

$$T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n, (x_1, x_2, \dots, x_n) \mapsto (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$$

є паралельним перенесенням тоді і лише тоді, коли це відображення визначається рівностями вигляду

$$\begin{aligned} x'_1 &= x_1 + c_1; \\ x'_2 &= x_2 + c_2; \\ &\dots \dots \\ x'_n &= x_n + c_n, \end{aligned} \quad (2)$$

де c_1, c_2, \dots, c_n — фіксовані дійсні числа. Очевидно, що (c_1, c_2, \dots, c_n) є вектором паралельного перенесення відображення T у цьому випадку.

Найпростішим випадком рухів є паралельні перенесення.

Означення 2.2.8

Довільне відображення $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ вигляду

$$T(\vec{p}) = \vec{p} + \vec{v}, \quad (1)$$

де \vec{v} — фіксований вектор, називається *паралельним перенесенням* простору \mathbb{R}^n . Вектор \vec{v} називається *вектором паралельного перенесення* відображення T .

Виписуючи в термінах координат, легко побачити, що це відображення

$$T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n, (x_1, x_2, \dots, x_n) \mapsto (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$$

є паралельним перенесенням тоді і лише тоді, коли це відображення визначається рівностями вигляду

$$\begin{aligned} x'_1 &= x_1 + c_1; \\ x'_2 &= x_2 + c_2; \\ &\dots \dots \\ x'_n &= x_n + c_n, \end{aligned} \quad (2)$$

де c_1, c_2, \dots, c_n — фіксовані дійсні числа. Очевидно, що (c_1, c_2, \dots, c_n) є вектором паралельного перенесення відображення T у цьому випадку.

Найпростішим випадком рухів є паралельні перенесення.

Означення 2.2.8

Довільне відображення $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ вигляду

$$T(\vec{p}) = \vec{p} + \vec{v}, \quad (1)$$

де \vec{v} — фіксований вектор, називається *паралельним перенесенням* простору \mathbb{R}^n . Вектор \vec{v} називається *вектором паралельного перенесення* відображення T .

Виписуючи в термінах координат, легко побачити, що це відображення

$$T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n, (x_1, x_2, \dots, x_n) \mapsto (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$$

є паралельним перенесенням тоді і лише тоді, коли це відображення визначається рівностями вигляду

$$\begin{aligned} x'_1 &= x_1 + c_1; \\ x'_2 &= x_2 + c_2; \\ &\dots \dots \\ x'_n &= x_n + c_n, \end{aligned} \quad (2)$$

де c_1, c_2, \dots, c_n — фіксовані дійсні числа. Очевидно, що (c_1, c_2, \dots, c_n) є вектором паралельного перенесення відображення T у цьому випадку.

Найпростішим випадком рухів є паралельні перенесення.

Означення 2.2.8

Довільне відображення $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ вигляду

$$T(\vec{p}) = \vec{p} + \vec{v}, \quad (1)$$

де \vec{v} — фіксований вектор, називається *паралельним перенесенням* простору \mathbb{R}^n . Вектор \vec{v} називається *вектором паралельного перенесення* відображення T .

Виписуючи в термінах координат, легко побачити, що це відображення

$$T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n, (x_1, x_2, \dots, x_n) \mapsto (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$$

є паралельним перенесенням тоді і лише тоді, коли це відображення визначається рівностями вигляду

$$\begin{aligned} x'_1 &= x_1 + c_1; \\ x'_2 &= x_2 + c_2; \\ &\dots \dots \\ x'_n &= x_n + c_n, \end{aligned} \quad (2)$$

де c_1, c_2, \dots, c_n — фіксовані дійсні числа. Очевидно, що (c_1, c_2, \dots, c_n) є вектором паралельного перенесення відображення T у цьому випадку.

Наступна теорема є очевидною, і ми пропонуємо слухачам довести її самостійно.

Теорема 2.2.9

Паралельні перенесення є рухами.

Ось декілька простих цікавих властивостей паралельних перенесень.

Теорема 2.2.10

Паралельне перенесення $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ з ненульовим вектором паралельного перенесення \vec{v} задовольняє такі властивості:

- (1) Відображення T не має неподвижних точок.
- (2) T відображає прямих в прямих з однакою орієнтацією векторів напрямку (але не обов'язково в однаковій площині).
- (3) Єдиний лінійний функціонал, відображений T , є довжина паралельних векторів \vec{v} .

Доведення. Доведення тверджень (1) і (2) залишаємо слухачам як вправи.

Наступна теорема є очевидною, і ми пропонуємо слухачам довести її самостійно.

Теорема 2.2.9

Паралельні перенесення є рухами.

Ось декілька простих цікавих властивостей паралельних перенесень.

Теорема 2.2.10

Паралельне перенесення $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ з ненульовим вектором паралельного перенесення \vec{v} задовольняє такі властивості:

- (1) Відображення T є рухом неперетинних тіл.
- (2) T відображає площі в площі з однаковою векторною мірою (якщо площини α та β паралельні).
- (3) Єдиний лінійний відображення $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ з властивостями (1) та (2) є паралельним перенесенням T .

Доведення. Доведення тверджень (1) і (2) залишаємо слухачам як вправи.

Наступна теорема є очевидною, і ми пропонуємо слухачам довести її самостійно.

Теорема 2.2.9

Паралельні перенесення є рухами.

Ось декілька простих цікавих властивостей паралельних перенесень.

Теорема 2.2.10

Паралельне перенесення $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ з ненульовим вектором паралельного перенесення \vec{v} задовольняє такі властивості:

- (1) Відображення T відображає кожну точку P в точку $T(P)$.
- (2) T відображає пряму ℓ прямо в пряму ℓ' з однаковою напрямком \vec{v} (наприклад, у випадку площини).
- (3) Будь-яку фігуру F відображеною T в фігуру $T(F)$ з тією самою формою.

Доведення. Доведення тверджень (1) і (2) залишаємо слухачам як вправи.

Наступна теорема є очевидною, і ми пропонуємо слухачам довести її самостійно.

Теорема 2.2.9

Паралельні перенесення є рухами.

Ось декілька простих цікавих властивостей паралельних перенесень.

Теорема 2.2.10

Паралельне перенесення $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ з ненульовим вектором паралельного перенесення \vec{v} задовольняє такі властивості:

- (1) Відображення T відображає кожну точку P в точку $T(P)$.
- (2) T відображає пряму ℓ прямої ℓ' довільним вектором \vec{v} (наприклад, у задану площину).
- (3) Будь-які дві фігури F і F' відображені в $T(F)$ і $T(F')$ відповідно.

Доведення. Доведення тверджень (1) і (2) залишаємо слухачам як вправи.

Наступна теорема є очевидною, і ми пропонуємо слухачам довести її самостійно.

Теорема 2.2.9

Паралельні перенесення є рухами.

Ось декілька простих цікавих властивостей паралельних перенесень.

Теорема 2.2.10

Паралельне перенесення $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ з ненульовим вектором паралельного перенесення \vec{v} задовольняє такі властивості:

- (1) Відображення T є рухом поступового перенесення.
- (2) Для будь-якого множини S і будь-якого вектора \vec{v} відображення T переносить S на паралельну площину.
- (3) Будь-які дві фігури S і $T(S)$ збігаються за площею.

Доведення. Доведення тверджень (1) і (2) залишаємо слухачам як вправи.

Наступна теорема є очевидною, і ми пропонуємо слухачам довести її самостійно.

Теорема 2.2.9

Паралельні перенесення є рухами.

Ось декілька простих цікавих властивостей паралельних перенесень.

Теорема 2.2.10

Паралельне перенесення $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ з ненульовим вектором паралельного перенесення \vec{v} задовольняє такі властивості:

- (1) Відображення T не має нерухомих точок.
- (2) T відображає прямі в прямі з однаковим вектором напрямку (або нахилом, у випадку площини).
- (3) Єдині лінії, які фіксуються відображенням T , — це ті з напрямним вектором \vec{v} .

Доведення. Доведення тверджень (1) і (2) залишаємо слухачам як вправи.

Наступна теорема є очевидною, і ми пропонуємо слухачам довести її самостійно.

Теорема 2.2.9

Паралельні перенесення є рухами.

Ось декілька простих цікавих властивостей паралельних перенесень.

Теорема 2.2.10

Паралельне перенесення $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ з ненульовим вектором паралельного перенесення \vec{v} задовольняє такі властивості:

- (1) Відображення T не має нерухомих точок.
- (2) T відображає прямі в прямі з однаковим вектором напрямку (або нахилом, у випадку площини).
- (3) Єдині лінії, які фіксуються відображенням T , — це ті з напрямним вектором \vec{v} .

Доведення. Доведення тверджень (1) і (2) залишаємо слухачам як вправи.

Наступна теорема є очевидною, і ми пропонуємо слухачам довести її самостійно.

Теорема 2.2.9

Паралельні перенесення є рухами.

Ось декілька простих цікавих властивостей паралельних перенесень.

Теорема 2.2.10

Паралельне перенесення $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ з ненульовим вектором паралельного перенесення \vec{v} задовольняє такі властивості:

- (1) Відображення T не має нерухомих точок.
- (2) T відображає прямі в прямі з однаковим вектором напрямку (або нахилом, у випадку площини).
- (3) Єдині лінії, які фіксуються відображенням T , — це ті з напрямним вектором \vec{v} . У випадку площини єдиними лініями, фіксованими відображенням T , є ті, нахил яких такий самий, як нахил одного з їхніх векторів напрямку.

Доведення. Доведення тверджень (1) і (2) залишаємо слухачам як вправи.

Наступна теорема є очевидною, і ми пропонуємо слухачам довести її самостійно.

Теорема 2.2.9

Паралельні перенесення є рухами.

Ось декілька простих цікавих властивостей паралельних перенесень.

Теорема 2.2.10

Паралельне перенесення $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ з ненульовим вектором паралельного перенесення \vec{v} задовольняє такі властивості:

- (1) Відображення T не має нерухомих точок.
- (2) T відображає прямі в прямі з однаковим вектором напрямку (або нахилом, у випадку площини).
- (3) Єдині лінії, які фіксуються відображенням T , — це ті з напрямним вектором \vec{v} . У випадку площини єдиними лініями, фіксованими відображенням T , є ті, нахил яких такий самий, як нахил одного з їхніх векторів напрямку.

Доведення. Доведення тверджень (1) і (2) залишаємо слухачам як вправи.

Наступна теорема є очевидною, і ми пропонуємо слухачам довести її самостійно.

Теорема 2.2.9

Паралельні перенесення є рухами.

Ось декілька простих цікавих властивостей паралельних перенесень.

Теорема 2.2.10

Паралельне перенесення $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ з ненульовим вектором паралельного перенесення \vec{v} задовольняє такі властивості:

- (1) Відображення T не має нерухомих точок.
- (2) T відображає прямі в прямі з однаковим вектором напрямку (або нахилом, у випадку площини).
- (3) Єдині лінії, які фіксуються відображенням T , — це ті з напрямним вектором \vec{v} . У випадку площини єдиними лініями, фіксованими відображенням T , є ті, нахил яких такий самий, як нахил одного з їхніх векторів напрямку.

Доведення. Доведення тверджень (1) і (2) залишаємо слухачам як вправи.

Наступна теорема є очевидною, і ми пропонуємо слухачам довести її самостійно.

Теорема 2.2.9

Паралельні перенесення є рухами.

Ось декілька простих цікавих властивостей паралельних перенесень.

Теорема 2.2.10

Паралельне перенесення $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ з ненульовим вектором паралельного перенесення \vec{v} задовольняє такі властивості:

- (1) Відображення T не має нерухомих точок.
- (2) T відображає прямі в прямі з однаковим вектором напрямку (або нахилом, у випадку площини).
- (3) Єдині лінії, які фіксуються відображенням T , — це ті з напрямним вектором \vec{v} . У випадку площини єдиними лініями, фіксованими відображенням T , є ті, нахил яких такий самий, як нахил одного з їхніх векторів напрямку.

Доведення. Доведення тверджень (1) і (2) залишаємо слухачам як вправи.

Наступна теорема є очевидною, і ми пропонуємо слухачам довести її самостійно.

Теорема 2.2.9

Паралельні перенесення є рухами.

Ось декілька простих цікавих властивостей паралельних перенесень.

Теорема 2.2.10

Паралельне перенесення $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ з ненульовим вектором паралельного перенесення \vec{v} задовольняє такі властивості:

- (1) Відображення T не має нерухомих точок.
- (2) T відображає прямі в прямі з однаковим вектором напрямку (або нахилом, у випадку площини).
- (3) Єдині лінії, які фіксуються відображенням T , — це ті з напрямним вектором \vec{v} . У випадку площини єдиними лініями, фіксованими відображенням T , є ті, нахил яких такий самий, як нахил одного з їхніх векторів напрямку.

Доведення. Доведення тверджень (1) і (2) залишаємо слухачам як вправи.

Наступна теорема є очевидною, і ми пропонуємо слухачам довести її самостійно.

Теорема 2.2.9

Паралельні перенесення є рухами.

Ось декілька простих цікавих властивостей паралельних перенесень.

Теорема 2.2.10

Паралельне перенесення $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ з ненульовим вектором паралельного перенесення \vec{v} задовольняє такі властивості:

- (1) Відображення T не має нерухомих точок.
- (2) T відображає прямі в прямі з однаковим вектором напрямку (або нахилом, у випадку площини).
- (3) Єдині лінії, які фіксуються відображенням T , — це ті з напрямним вектором \vec{v} . У випадку площини єдиними лініями, фіксованими відображенням T , є ті, нахил яких такий самий, як нахил одного з їхніх векторів напрямку.

Доведення. Доведення тверджень (1) і (2) залишаємо слухачам як вправи.

Наступна теорема є очевидною, і ми пропонуємо слухачам довести її самостійно.

Теорема 2.2.9

Паралельні перенесення є рухами.

Ось декілька простих цікавих властивостей паралельних перенесень.

Теорема 2.2.10

Паралельне перенесення $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ з ненульовим вектором паралельного перенесення \vec{v} задовольняє такі властивості:

- (1) Відображення T не має нерухомих точок.
- (2) T відображає прямі в прямі з однаковим вектором напрямку (або нахилом, у випадку площини).
- (3) Єдині лінії, які фіксуються відображенням T , — це ті з напрямним вектором \vec{v} . У випадку площини єдиними лініями, фіксованими відображенням T , є ті, нахил яких такий самий, як нахил одного з їхніх векторів напрямку.

Доведення. Доведення тверджень (1) і (2) залишаємо слухачам як вправи.

Паралельні перенесення

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму L , яка проходить через точку p_0 з напрямним вектором \vec{w} . Якщо пряма L є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T , то T відображає точку $p_0 + t\vec{w}$ на прямій L в іншу точку на прямій L , яка буде мати вигляд $p_0 + s\vec{w}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned} p_0 + s\vec{w} &= T(p_0 + t\vec{w}) = \\ &= p_0 + t\vec{w} + \vec{v}, \end{aligned}$$

а тому вектор \vec{w} колінеарний вектору \vec{v} . Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма L , яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \quad (3)$$

Пряма L має кутовий коефіцієнт $-\frac{a}{b}$.¹ Якщо $\vec{v} = (h, k)$, то тангенс кута вектора \vec{v} дорівнює $\frac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій L . Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій L , тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

¹ Випадок, коли пряма L вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Паралельні перенесення

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму L , яка проходить через точку p_0 з напрямним вектором \vec{w} . Якщо пряма L є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T , то T відображає точку $p_0 + t\vec{w}$ на прямій L в іншу точку на прямій L , яка буде мати вигляд $p_0 + s\vec{w}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned} p_0 + s\vec{w} &= T(p_0 + t\vec{w}) = \\ &= p_0 + t\vec{w} + \vec{v}, \end{aligned}$$

а тому вектор \vec{w} колінеарний вектору \vec{v} . Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма L , яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \quad (3)$$

Пряма L має кутовий коефіцієнт $-\frac{a}{b}$.¹ Якщо $\vec{v} = (h, k)$, то тангенс кута вектора \vec{v} дорівнює $\frac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій L . Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій L , тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

¹ Випадок, коли пряма L вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Паралельні перенесення

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму L , яка проходить через точку p_0 з напрямним вектором \vec{w} . Якщо пряма L є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T , то T відображає точку $p_0 + t\vec{w}$ на прямій L в іншу точку на прямій L , яка буде мати вигляд $p_0 + s\vec{w}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned} p_0 + s\vec{w} &= T(p_0 + t\vec{w}) = \\ &= p_0 + t\vec{w} + \vec{v}, \end{aligned}$$

а тому вектор \vec{w} колінеарний вектору \vec{v} . Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма L , яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \quad (3)$$

Пряма L має кутовий коефіцієнт $-\frac{a}{b}$.¹ Якщо $\vec{v} = (h, k)$, то тангенс кута вектора \vec{v} дорівнює $\frac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій L . Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій L , тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

¹ Випадок, коли пряма L вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Паралельні перенесення

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму L , яка проходить через точку p_0 з напрямним вектором \vec{w} . Якщо пряма L є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T , то T відображає точку $p_0 + t\vec{w}$ на прямій L в іншу точку на прямій L , яка буде мати вигляд $p_0 + s\vec{w}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned} p_0 + s\vec{w} &= T(p_0 + t\vec{w}) = \\ &= p_0 + t\vec{w} + \vec{v}, \end{aligned}$$

а тому вектор \vec{w} колінеарний вектору \vec{v} . Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма L , яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \quad (3)$$

Пряма L має кутовий коефіцієнт $-\frac{a}{b}$.¹ Якщо $\vec{v} = (h, k)$, то тангенс кута вектора \vec{v} дорівнює $\frac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій L . Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій L , тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

¹ Випадок, коли пряма L вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Паралельні перенесення

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму L , яка проходить через точку p_0 з напрямним вектором \vec{w} . Якщо пряма L є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T , то T відображає точку $p_0 + t\vec{w}$ на прямій L в іншу точку на прямій L , яка буде мати вигляд $p_0 + s\vec{w}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned} p_0 + s\vec{w} &= T(p_0 + t\vec{w}) = \\ &= p_0 + t\vec{w} + \vec{v}, \end{aligned}$$

а тому вектор \vec{w} колінеарний вектору \vec{v} . Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма L , яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \quad (3)$$

Пряма L має кутовий коефіцієнт $-\frac{a}{b}$.¹ Якщо $\vec{v} = (h, k)$, то тангенс кута вектора \vec{v} дорівнює $\frac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій L . Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій L , тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

¹ Випадок, коли пряма L вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Паралельні перенесення

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму L , яка проходить через точку p_0 з напрямним вектором \vec{w} . Якщо пряма L є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T , то T відображає точку $p_0 + t\vec{w}$ на прямій L в іншу точку на прямій L , яка буде мати вигляд $p_0 + s\vec{w}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned} p_0 + s\vec{w} &= T(p_0 + t\vec{w}) = \\ &= p_0 + t\vec{w} + \vec{v}, \end{aligned}$$

а тому вектор \vec{w} колінеарний вектору \vec{v} . Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма L , яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \quad (3)$$

Пряма L має кутовий коефіцієнт $-\frac{a}{b}$.¹ Якщо $\vec{v} = (h, k)$, то тангенс кута вектора \vec{v} дорівнює $\frac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій L . Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій L , тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

¹ Випадок, коли пряма L вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Паралельні перенесення

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму L , яка проходить через точку p_0 з напрямним вектором \vec{w} . Якщо пряма L є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T , то T відображає точку $p_0 + t\vec{w}$ на прямій L в іншу точку на прямій L , яка буде мати вигляд $p_0 + s\vec{w}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned} p_0 + s\vec{w} &= T(p_0 + t\vec{w}) = \\ &= p_0 + t\vec{w} + \vec{v}, \end{aligned}$$

а тому вектор \vec{w} колінеарний вектору \vec{v} . Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма L , яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \quad (3)$$

Пряма L має кутовий коефіцієнт $-\frac{a}{b}$.¹ Якщо $\vec{v} = (h, k)$, то тангенс кута вектора \vec{v} дорівнює $\frac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій L . Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій L , тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

¹ Випадок, коли пряма L вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Паралельні перенесення

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму L , яка проходить через точку p_0 з напрямним вектором \vec{w} . Якщо пряма L є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T , то T відображає точку $p_0 + t\vec{w}$ на прямій L в іншу точку на прямій L , яка буде мати вигляд $p_0 + s\vec{w}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned} p_0 + s\vec{w} &= T(p_0 + t\vec{w}) = \\ &= p_0 + t\vec{w} + \vec{v}, \end{aligned}$$

а тому вектор \vec{w} колінеарний вектору \vec{v} . Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма L , яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \quad (3)$$

Пряма L має кутовий коефіцієнт $-\frac{a}{b}$.¹ Якщо $\vec{v} = (h, k)$, то тангенс кута вектора \vec{v} дорівнює $\frac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій L . Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій L , тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

¹ Випадок, коли пряма L вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Паралельні перенесення

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму L , яка проходить через точку p_0 з напрямним вектором \vec{w} . Якщо пряма L є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T , то T відображає точку $p_0 + t\vec{w}$ на прямій L в іншу точку на прямій L , яка буде мати вигляд $p_0 + s\vec{w}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned} p_0 + s\vec{w} &= T(p_0 + t\vec{w}) = \\ &= p_0 + t\vec{w} + \vec{v}, \end{aligned}$$

а тому вектор \vec{w} колінеарний вектору \vec{v} . Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма L , яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \quad (3)$$

Пряма L має кутовий коефіцієнт $-\frac{a}{b}$.¹ Якщо $\vec{v} = (h, k)$, то тангенс кута вектора \vec{v} дорівнює $\frac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій L . Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій L , тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

¹ Випадок, коли пряма L вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Паралельні перенесення

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму L , яка проходить через точку p_0 з напрямним вектором \vec{w} . Якщо пряма L є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T , то T відображає точку $p_0 + t\vec{w}$ на прямій L в іншу точку на прямій L , яка буде мати вигляд $p_0 + s\vec{w}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned} p_0 + s\vec{w} &= T(p_0 + t\vec{w}) = \\ &= p_0 + t\vec{w} + \vec{v}, \end{aligned}$$

а тому вектор \vec{w} колінеарний вектору \vec{v} . Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма L , яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \quad (3)$$

Пряма L має кутовий коефіцієнт $-\frac{a}{b}$.¹ Якщо $\vec{v} = (h, k)$, то тангенс кута вектора \vec{v} дорівнює $\frac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій L . Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій L , тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

¹ Випадок, коли пряма L вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Паралельні перенесення

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму L , яка проходить через точку p_0 з напрямним вектором \vec{w} . Якщо пряма L є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T , то T відображає точку $p_0 + t\vec{w}$ на прямій L в іншу точку на прямій L , яка буде мати вигляд $p_0 + s\vec{w}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned} p_0 + s\vec{w} &= T(p_0 + t\vec{w}) = \\ &= p_0 + t\vec{w} + \vec{v}, \end{aligned}$$

а тому вектор \vec{w} колінеарний вектору \vec{v} . Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма L , яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \quad (3)$$

Пряма L має кутовий коефіцієнт $-\frac{a}{b}$.¹ Якщо $\vec{v} = (h, k)$, то тангенс кута вектора \vec{v} дорівнює $\frac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій L . Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій L , тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

¹ Випадок, коли пряма L вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Паралельні перенесення

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму L , яка проходить через точку p_0 з напрямним вектором \vec{w} . Якщо пряма L є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T , то T відображає точку $p_0 + t\vec{w}$ на прямій L в іншу точку на прямій L , яка буде мати вигляд $p_0 + s\vec{w}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned} p_0 + s\vec{w} &= T(p_0 + t\vec{w}) = \\ &= p_0 + t\vec{w} + \vec{v}, \end{aligned}$$

а тому вектор \vec{w} колінеарний вектору \vec{v} . Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма L , яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \quad (3)$$

Пряма L має кутовий коефіцієнт $-\frac{a}{b}$.¹ Якщо $\vec{v} = (h, k)$, то тангенс кута вектора \vec{v} дорівнює $\frac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій L . Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій L , тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

¹ Випадок, коли пряма L вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Паралельні перенесення

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму L , яка проходить через точку p_0 з напрямним вектором \vec{w} . Якщо пряма L є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T , то T відображає точку $p_0 + t\vec{w}$ на прямій L в іншу точку на прямій L , яка буде мати вигляд $p_0 + s\vec{w}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned} p_0 + s\vec{w} &= T(p_0 + t\vec{w}) = \\ &= p_0 + t\vec{w} + \vec{v}, \end{aligned}$$

а тому вектор \vec{w} колінеарний вектору \vec{v} . Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма L , яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \quad (3)$$

Пряма L має кутовий коефіцієнт $-\frac{a}{b}$.¹ Якщо $\vec{v} = (h, k)$, то тангенс кута вектора \vec{v} дорівнює $\frac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій L . Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій L , тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

¹ Випадок, коли пряма L вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Паралельні перенесення

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму L , яка проходить через точку p_0 з напрямним вектором \vec{w} . Якщо пряма L є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T , то T відображає точку $p_0 + t\vec{w}$ на прямій L в іншу точку на прямій L , яка буде мати вигляд $p_0 + s\vec{w}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned} p_0 + s\vec{w} &= T(p_0 + t\vec{w}) = \\ &= p_0 + t\vec{w} + \vec{v}, \end{aligned}$$

а тому вектор \vec{w} колінеарний вектору \vec{v} . Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма L , яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \quad (3)$$

Пряма L має кутовий коефіцієнт $-\frac{a}{b}$.¹ Якщо $\vec{v} = (h, k)$, то тангенс кута вектора \vec{v} дорівнює $\frac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій L . Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій L , тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

¹ Випадок, коли пряма L вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Паралельні перенесення

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму L , яка проходить через точку p_0 з напрямним вектором \vec{w} . Якщо пряма L є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T , то T відображає точку $p_0 + t\vec{w}$ на прямій L в іншу точку на прямій L , яка буде мати вигляд $p_0 + s\vec{w}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned} p_0 + s\vec{w} &= T(p_0 + t\vec{w}) = \\ &= p_0 + t\vec{w} + \vec{v}, \end{aligned}$$

а тому вектор \vec{w} колінеарний вектору \vec{v} . Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма L , яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \quad (3)$$

Пряма L має кутовий коефіцієнт $-\frac{a}{b}$.¹ Якщо $\vec{v} = (h, k)$, то тангенс кута вектора \vec{v} дорівнює $\frac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій L . Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій L , тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

¹ Випадок, коли пряма L вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Паралельні перенесення

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму L , яка проходить через точку p_0 з напрямним вектором \vec{w} . Якщо пряма L є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T , то T відображає точку $p_0 + t\vec{w}$ на прямій L в іншу точку на прямій L , яка буде мати вигляд $p_0 + s\vec{w}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned} p_0 + s\vec{w} &= T(p_0 + t\vec{w}) = \\ &= p_0 + t\vec{w} + \vec{v}, \end{aligned}$$

а тому вектор \vec{w} колінеарний вектору \vec{v} . Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма L , яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \quad (3)$$

Пряма L має кутовий коефіцієнт $-\frac{a}{b}$.¹ Якщо $\vec{v} = (h, k)$, то тангенс кута вектора \vec{v} дорівнює $\frac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій L . Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій L , тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

¹ Випадок, коли пряма L вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Паралельні перенесення

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму L , яка проходить через точку p_0 з напрямним вектором \vec{w} . Якщо пряма L є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T , то T відображає точку $p_0 + t\vec{w}$ на прямій L в іншу точку на прямій L , яка буде мати вигляд $p_0 + s\vec{w}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned} p_0 + s\vec{w} &= T(p_0 + t\vec{w}) = \\ &= p_0 + t\vec{w} + \vec{v}, \end{aligned}$$

а тому вектор \vec{w} колінеарний вектору \vec{v} . Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма L , яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \quad (3)$$

Пряма L має кутовий коефіцієнт $-\frac{a}{b}$.¹ Якщо $\vec{v} = (h, k)$, то тангенс кута вектора \vec{v} дорівнює $\frac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій L . Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій L , тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

¹ Випадок, коли пряма L вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Паралельні перенесення

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму L , яка проходить через точку p_0 з напрямним вектором \vec{w} . Якщо пряма L є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T , то T відображає точку $p_0 + t\vec{w}$ на прямій L в іншу точку на прямій L , яка буде мати вигляд $p_0 + s\vec{w}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned} p_0 + s\vec{w} &= T(p_0 + t\vec{w}) = \\ &= p_0 + t\vec{w} + \vec{v}, \end{aligned}$$

а тому вектор \vec{w} колінеарний вектору \vec{v} . Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма L , яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \quad (3)$$

Пряма L має кутовий коефіцієнт $-\frac{a}{b}$.¹ Якщо $\vec{v} = (h, k)$, то тангенс кута вектора \vec{v} дорівнює $\frac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій L . Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій L , тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

¹ Випадок, коли пряма L вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Паралельні перенесення

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму L , яка проходить через точку p_0 з напрямним вектором \vec{w} . Якщо пряма L є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T , то T відображає точку $p_0 + t\vec{w}$ на прямій L в іншу точку на прямій L , яка буде мати вигляд $p_0 + s\vec{w}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned} p_0 + s\vec{w} &= T(p_0 + t\vec{w}) = \\ &= p_0 + t\vec{w} + \vec{v}, \end{aligned}$$

а тому вектор \vec{w} колінеарний вектору \vec{v} . Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма L , яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \quad (3)$$

Пряма L має кутовий коефіцієнт $-\frac{a}{b}$.¹ Якщо $\vec{v} = (h, k)$, то тангенс кута вектора \vec{v} дорівнює $\frac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій L . Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій L , тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

¹ Випадок, коли пряма L вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Паралельні перенесення

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму L , яка проходить через точку p_0 з напрямним вектором \vec{w} . Якщо пряма L є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T , то T відображає точку $p_0 + t\vec{w}$ на прямій L в іншу точку на прямій L , яка буде мати вигляд $p_0 + s\vec{w}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned} p_0 + s\vec{w} &= T(p_0 + t\vec{w}) = \\ &= p_0 + t\vec{w} + \vec{v}, \end{aligned}$$

а тому вектор \vec{w} колінеарний вектору \vec{v} . Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма L , яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \quad (3)$$

Пряма L має кутовий коефіцієнт $-\frac{a}{b}$.¹ Якщо $\vec{v} = (h, k)$, то тангенс кута вектора \vec{v} дорівнює $\frac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій L . Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій L , тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

¹ Випадок, коли пряма L вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Скориставшись рівністю (3)

$$ax + by = c \quad (3)$$

в останньому рівнянні

$$a(x + h) + b(y + k) = c,$$

отримуємо, що

$$ah + bk = 0.$$

Звідси випливає рівність $\frac{k}{h} = -\frac{a}{b}$, що і завершує доведення. ■

Скориставшись рівністю (3)

$$ax + by = c \quad (3)$$

в останньому рівнянні

$$a(x + h) + b(y + k) = c,$$

отримуємо, що

$$ah + bk = 0.$$

Звідси випливає рівність $\frac{k}{h} = -\frac{a}{b}$, що і завершує доведення. ■

Скориставшись рівністю (3)

$$ax + by = c \quad (3)$$

в останньому рівнянні

$$a(x + h) + b(y + k) = c,$$

отримуємо, що

$$ah + bk = 0.$$

Звідси випливає рівність $\frac{k}{h} = -\frac{a}{b}$, що і завершує доведення. ■

Скориставшись рівністю (3)

$$ax + by = c \quad (3)$$

в останньому рівнянні

$$a(x + h) + b(y + k) = c,$$

отримуємо, що

$$ah + bk = 0.$$

Звідси випливає рівність $\frac{k}{h} = -\frac{a}{b}$, що і завершує доведення. ■

Скориставшись рівністю (3)

$$ax + by = c \quad (3)$$

в останньому рівнянні

$$a(x + h) + b(y + k) = c,$$

отримуємо, що

$$ah + bk = 0.$$

Звідси випливає рівність $\frac{k}{h} = -\frac{a}{b}$, що і завершує доведення. ■

Скориставшись рівністю (3)

$$ax + by = c \quad (3)$$

в останньому рівнянні

$$a(x + h) + b(y + k) = c,$$

отримуємо, що

$$ah + bk = 0.$$

Звідси випливає рівність $\frac{k}{h} = -\frac{a}{b}$, що і завершує доведення. ■

Скориставшись рівністю (3)

$$ax + by = c \quad (3)$$

в останньому рівнянні

$$a(x + h) + b(y + k) = c,$$

отримуємо, що

$$ah + bk = 0.$$

Звідси випливає рівність $\frac{k}{h} = -\frac{a}{b}$, що і завершує доведення. ■

Скориставшись рівністю (3)

$$ax + by = c \quad (3)$$

в останньому рівнянні

$$a(x + h) + b(y + k) = c,$$

отримуємо, що

$$ah + bk = 0.$$

Звідси випливає рівність $\frac{k}{h} = -\frac{a}{b}$, що і завершує доведення. ■

Скориставшись рівністю (3)

$$ax + by = c \quad (3)$$

в останньому рівнянні

$$a(x + h) + b(y + k) = c,$$

отримуємо, що

$$ah + bk = 0.$$

Звідси випливає рівність $\frac{k}{h} = -\frac{a}{b}$, що і завершує доведення. ■

Дякую за увагу!