Обчислювальна геометрія і алгебра

Олег Гутік

Лекція 29: Паралельні перенесення

Паралельні перенесення

Найпростішим випадком рухів є паралельні перенесення.

Означення 2.2.8

Довільне відображення $T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ вигляду
$$T(\overrightarrow{p}) = \overrightarrow{p} + \overrightarrow{v}, \tag{1}$$
де $\overrightarrow{v}$ — фіксований вектор, називається *паралельним перенесенням* простору $\mathbb{R}^n$. Вектор $\overrightarrow{v}$ називається *вектором паралельного перенесення* відображення T.

Виписуючи в термінах координат, легко побачити, що це відображення
$$T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, (x_1, x_2, \ldots, x_n) \mapsto (x_1', x_2', \ldots, x_n')$$
є паралельним перенесенням тоді і лише тоді, коли це відображення визначається рівностями вигляду

$$\begin{aligned} x_1' &= x_1 + c_1; \\ x_2' &= x_2 + c_2; \\ &\ldots\ \ldots \\ x_n' &= x_n + c_n, \end{aligned} \tag{2}$$

де $c_1, c_2, \ldots, c_n$ — фіксовані дійсні числа. Очевидно, що $(c_1, c_2, \ldots, c_n)$ є вектором паралельного перенесення відображення T у цьому випадку.

Паралельні перенесення

Найпростішим випадком рухів є паралельні перенесення.

Означення 2.2.8

Довільне відображення $T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ вигляду

$$T(\overrightarrow{p}) = \overrightarrow{p} + \overrightarrow{v}, \qquad (1)$$

де $\overrightarrow{v}$ — фіксований вектор, називається *паралельним перенесенням* простору $\mathbb{R}^n$. Вектор $\overrightarrow{v}$ називається *вектором паралельного перенесення* відображення T.

Виписуючи в термінах координат, легко побачити, що це відображення

$$T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, (x_1, x_2, \ldots, x_n) \mapsto (x'_1, x'_2, \ldots, x'_n)$$

є паралельним перенесенням тоді і лише тоді, коли це відображення визначається рівностями вигляду

$$\begin{aligned} x'_1 &= x_1 + c_1; \\ x'_2 &= x_2 + c_2; \\ &\ldots\ \ldots \\ x'_n &= x_n + c_n, \end{aligned} \qquad (2)$$

де $c_1, c_2, \ldots, c_n$ — фіксовані дійсні числа. Очевидно, що $(c_1, c_2, \ldots, c_n)$ є вектором паралельного перенесення відображення T у цьому випадку.

Паралельні перенесення

Найпростішим випадком рухів є паралельні перенесення.

Означення 2.2.8

Довільне відображення $T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ вигляду
$$T(\overrightarrow{\boldsymbol{p}}) = \overrightarrow{\boldsymbol{p}} + \overrightarrow{\boldsymbol{v}}, \tag{1}$$
де $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ — фіксований вектор, називається *паралельним перенесенням* простору $\mathbb{R}^n$. Вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ називається *вектором паралельного перенесення* відображення T.

Виписуючи в термінах координат, легко побачити, що це відображення
$$T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, (x_1, x_2, \ldots, x_n) \mapsto (x_1', x_2', \ldots, x_n')$$
є паралельним перенесенням тоді і лише тоді, коли це відображення визначається рівностями вигляду

$$\begin{aligned} x_1' &= x_1 + c_1; \\ x_2' &= x_2 + c_2; \\ &\ldots\ \ldots \\ x_n' &= x_n + c_n, \end{aligned} \tag{2}$$

де $c_1, c_2, \ldots, c_n$ — фіксовані дійсні числа. Очевидно, що $(c_1, c_2, \ldots, c_n)$ є вектором паралельного перенесення відображення T у цьому випадку.

Паралельні перенесення

Найпростішим випадком рухів є паралельні перенесення.

Означення 2.2.8

Довільне відображення $T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ вигляду

$$T(\overrightarrow{p}) = \overrightarrow{p} + \overrightarrow{v}, \tag{1}$$

де $\overrightarrow{v}$ — фіксований вектор, називається *паралельним перенесенням* простору $\mathbb{R}^n$. Вектор $\overrightarrow{v}$ називається *вектором паралельного перенесення* відображення T.

Виписуючи в термінах координат, легко побачити, що це відображення

$$T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, (x_1, x_2, \ldots, x_n) \mapsto (x'_1, x'_2, \ldots, x'_n)$$

є паралельним перенесенням тоді і лише тоді, коли це відображення визначається рівностями вигляду

$$\begin{aligned} x'_1 &= x_1 + c_1; \\ x'_2 &= x_2 + c_2; \\ &\ldots\ \ldots \\ x'_n &= x_n + c_n, \end{aligned} \tag{2}$$

де $c_1, c_2, \ldots, c_n$ — фіксовані дійсні числа. Очевидно, що $(c_1, c_2, \ldots, c_n)$ є вектором паралельного перенесення відображення T у цьому випадку.

Паралельні перенесення

Найпростішим випадком рухів є паралельні перенесення.

Означення 2.2.8

Довільне відображення $T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ вигляду

$$T(\overrightarrow{\boldsymbol{p}}) = \overrightarrow{\boldsymbol{p}} + \overrightarrow{\boldsymbol{v}}, \tag{1}$$

де $\overrightarrow{v}$ — фіксований вектор, називається *паралельним перенесенням* простору $\mathbb{R}^n$. Вектор $\overrightarrow{v}$ називається *вектором паралельного перенесення* відображення T.

Виписуючи в термінах координат, легко побачити, що це відображення

$$T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, (x_1, x_2, \ldots, x_n) \mapsto (x'_1, x'_2, \ldots, x'_n)$$

є паралельним перенесенням тоді і лише тоді, коли це відображення визначається рівностями вигляду

$$\begin{aligned} x'_1 &= x_1 + c_1; \\ x'_2 &= x_2 + c_2; \\ &\ldots\ \ldots \\ x'_n &= x_n + c_n, \end{aligned} \tag{2}$$

де $c_1, c_2, \ldots, c_n$ — фіксовані дійсні числа. Очевидно, що $(c_1, c_2, \ldots, c_n)$ є вектором паралельного перенесення відображення T у цьому випадку.

Паралельні перенесення

Найпростішим випадком рухів є паралельні перенесення.

Означення 2.2.8

Довільне відображення $T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ вигляду

$$T(\overrightarrow{\boldsymbol{p}}) = \overrightarrow{\boldsymbol{p}} + \overrightarrow{\boldsymbol{v}}, \qquad (1)$$

де $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ — фіксований вектор, називається *паралельним перенесенням* простору $\mathbb{R}^n$. Вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ називається *вектором паралельного перенесення* відображення T.

Виписуючи в термінах координат, легко побачити, що це відображення

$$T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, (x_1, x_2, \ldots, x_n) \mapsto (x_1', x_2', \ldots, x_n')$$

є паралельним перенесенням тоді і лише тоді, коли це відображення визначається рівностями вигляду

$$\begin{aligned} x_1' &= x_1 + c_1; \\ x_2' &= x_2 + c_2; \\ &\ldots \ldots \\ x_n' &= x_n + c_n, \end{aligned} \qquad (2)$$

де $c_1, c_2, \ldots, c_n$ — фіксовані дійсні числа. Очевидно, що $(c_1, c_2, \ldots, c_n)$ є вектором паралельного перенесення відображення T у цьому випадку.

Паралельні перенесення

Найпростішим випадком рухів є паралельні перенесення.

Означення 2.2.8

Довільне відображення $T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ вигляду

$$T(\overrightarrow{\boldsymbol{p}}) = \overrightarrow{\boldsymbol{p}} + \overrightarrow{\boldsymbol{v}}, \tag{1}$$

де $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ — фіксований вектор, називається *паралельним перенесенням* простору $\mathbb{R}^n$. Вектор $\overrightarrow{v}$ називається *вектором паралельного перенесення* відображення T.

Виписуючи в термінах координат, легко побачити, що це відображення

$$T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, (x_1, x_2, \ldots, x_n) \mapsto (x_1', x_2', \ldots, x_n')$$

є паралельним перенесенням тоді і лише тоді, коли це відображення визначається рівностями вигляду

$$\begin{aligned} x_1' &= x_1 + c_1; \\ x_2' &= x_2 + c_2; \\ &\ldots\ \ldots \\ x_n' &= x_n + c_n, \end{aligned} \tag{2}$$

де $c_1, c_2, \ldots, c_n$ — фіксовані дійсні числа. Очевидно, що $(c_1, c_2, \ldots, c_n)$ є вектором паралельного перенесення відображення T у цьому випадку.

Паралельні перенесення

Найпростішим випадком рухів є паралельні перенесення.

Означення 2.2.8

Довільне відображення $T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ вигляду
$$T(\overrightarrow{\boldsymbol{p}}) = \overrightarrow{\boldsymbol{p}} + \overrightarrow{\boldsymbol{v}}, \tag{1}$$
де $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ — фіксований вектор, називається *паралельним перенесенням* простору $\mathbb{R}^n$. Вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ називається *вектором паралельного перенесення* відображення T.

Виписуючи в термінах координат, легко побачити, що це відображення
$$T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, (x_1, x_2, \ldots, x_n) \mapsto (x'_1, x'_2, \ldots, x'_n)$$
є паралельним перенесенням тоді і лише тоді, коли це відображення визначається рівностями вигляду

$$\begin{aligned} x'_1 &= x_1 + c_1;\\ x'_2 &= x_2 + c_2;\\ &\ldots\ \ldots\\ x'_n &= x_n + c_n, \end{aligned} \tag{2}$$

де $c_1, c_2, \ldots, c_n$ — фіксовані дійсні числа. Очевидно, що $(c_1, c_2, \ldots, c_n)$ є вектором паралельного перенесення відображення T у цьому випадку.

Найпростішим випадком рухів є паралельні перенесення.

Означення 2.2.8

Довільне відображення $T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ вигляду

$$T(\vec{\boldsymbol{p}}) = \vec{\boldsymbol{p}} + \vec{\boldsymbol{v}}, \tag{1}$$

де $\vec{\boldsymbol{v}}$ — фіксований вектор, називається *паралельним перенесенням* простору $\mathbb{R}^n$. Вектор $\vec{\boldsymbol{v}}$ називається *вектором паралельного перенесення* відображення T.

Виписуючи в термінах координат, легко побачити, що це відображення

$$T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, (x_1, x_2, \dots, x_n) \mapsto (x_1', x_2', \dots, x_n')$$

є паралельним перенесенням тоді і лише тоді, коли це відображення визначається рівностями вигляду

$$\begin{aligned} x_1' &= x_1 + c_1; \\ x_2' &= x_2 + c_2; \\ &\dots\ \dots \\ x_n' &= x_n + c_n, \end{aligned} \tag{2}$$

де $c_1, c_2, \dots, c_n$ — фіксовані дійсні числа. Очевидно, що $(c_1, c_2, \dots, c_n)$ є вектором паралельного перенесення відображення T у цьому випадку.

Найпростішим випадком рухів є паралельні перенесення.

Означення 2.2.8

Довільне відображення $T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ вигляду

$$T(\overrightarrow{\boldsymbol{p}}) = \overrightarrow{\boldsymbol{p}} + \overrightarrow{\boldsymbol{v}}, \tag{1}$$

де $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ — фіксований вектор, називається *паралельним перенесенням* простору $\mathbb{R}^n$. Вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ називається *вектором паралельного перенесення* відображення T.

Виписуючи в термінах координат, легко побачити, що це відображення

$$T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, (x_1, x_2, \ldots, x_n) \mapsto (x_1', x_2', \ldots, x_n')$$

є паралельним перенесенням тоді і лише тоді, коли це відображення визначається рівностями вигляду

$$\begin{aligned} x_1' &= x_1 + c_1; \\ x_2' &= x_2 + c_2; \\ &\ldots\ \ldots \\ x_n' &= x_n + c_n, \end{aligned} \tag{2}$$

де $c_1, c_2, \ldots, c_n$ — фіксовані дійсні числа. Очевидно, що $(c_1, c_2, \ldots, c_n)$ є вектором паралельного перенесення відображення T у цьому випадку.

Паралельні перенесення

Найпростішим випадком рухів є паралельні перенесення.

Означення 2.2.8

Довільне відображення $T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ вигляду

$$T(\vec{\boldsymbol{p}}) = \vec{\boldsymbol{p}} + \vec{\boldsymbol{v}}, \tag{1}$$

де $\vec{\boldsymbol{v}}$ — фіксований вектор, називається *паралельним перенесенням* простору $\mathbb{R}^n$. Вектор $\vec{\boldsymbol{v}}$ називається *вектором паралельного перенесення* відображення T.

Виписуючи в термінах координат, легко побачити, що це відображення

$$T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, (x_1, x_2, \ldots, x_n) \mapsto (x_1', x_2', \ldots, x_n')$$

є паралельним перенесенням тоді і лише тоді, коли це відображення визначається рівностями вигляду

$$\begin{aligned} x_1' &= x_1 + c_1;\\ x_2' &= x_2 + c_2;\\ &\ldots\ \ldots\\ x_n' &= x_n + c_n, \end{aligned} \tag{2}$$

де $c_1, c_2, \ldots, c_n$ — фіксовані дійсні числа. Очевидно, що $(c_1, c_2, \ldots, c_n)$ є вектором паралельного перенесення відображення T у цьому випадку.

Паралельні перенесення

Найпростішим випадком рухів є паралельні перенесення.

Означення 2.2.8

Довільне відображення $T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ вигляду

$$T(\overrightarrow{\boldsymbol{p}}) = \overrightarrow{\boldsymbol{p}} + \overrightarrow{\boldsymbol{v}}, \tag{1}$$

де $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ — фіксований вектор, називається *паралельним перенесенням* простору $\mathbb{R}^n$. Вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ називається *вектором паралельного перенесення* відображення T.

Виписуючи в термінах координат, легко побачити, що це відображення

$$T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, (x_1, x_2, \ldots, x_n) \mapsto (x_1', x_2', \ldots, x_n')$$

є паралельним перенесенням тоді і лише тоді, коли це відображення визначається рівностями вигляду

$$\begin{aligned} x_1' &= x_1 + c_1; \\ x_2' &= x_2 + c_2; \\ &\ldots\ \ldots \\ x_n' &= x_n + c_n, \end{aligned} \tag{2}$$

де $c_1, c_2, \ldots, c_n$ — фіксовані дійсні числа. Очевидно, що $(c_1, c_2, \ldots, c_n)$ є вектором паралельного перенесення відображення T у цьому випадку.

Найпростішим випадком рухів є паралельні перенесення.

Означення 2.2.8

Довільне відображення $T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ вигляду

$$T(\overrightarrow{\boldsymbol{p}}) = \overrightarrow{\boldsymbol{p}} + \overrightarrow{\boldsymbol{v}}, \tag{1}$$

де $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ — фіксований вектор, називається *паралельним перенесенням* простору $\mathbb{R}^n$. Вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ називається *вектором паралельного перенесення* відображення T.

Виписуючи в термінах координат, легко побачити, що це відображення

$$T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, (x_1, x_2, \ldots, x_n) \mapsto (x_1', x_2', \ldots, x_n')$$

є паралельним перенесенням тоді і лише тоді, коли це відображення визначається рівностями вигляду

$$\begin{aligned} x_1' &= x_1 + c_1; \\ x_2' &= x_2 + c_2; \\ &\ldots\ \ldots \\ x_n' &= x_n + c_n, \end{aligned} \tag{2}$$

де $c_1, c_2, \ldots, c_n$ — фіксовані дійсні числа. Очевидно, що $(c_1, c_2, \ldots, c_n)$ є вектором паралельного перенесення відображення T у цьому випадку.

Паралельні перенесення

Найпростішим випадком рухів є паралельні перенесення.

Означення 2.2.8

Довільне відображення $T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ вигляду

$$T(\vec{\boldsymbol{p}}) = \vec{\boldsymbol{p}} + \vec{\boldsymbol{v}}, \tag{1}$$

де $\vec{\boldsymbol{v}}$ — фіксований вектор, називається *паралельним перенесенням* простору $\mathbb{R}^n$. Вектор $\vec{\boldsymbol{v}}$ називається *вектором паралельного перенесення* відображення T.

Виписуючи в термінах координат, легко побачити, що це відображення

$$T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, (x_1, x_2, \ldots, x_n) \mapsto (x'_1, x'_2, \ldots, x'_n)$$

є паралельним перенесенням тоді і лише тоді, коли це відображення визначається рівностями вигляду

$$\begin{aligned} x'_1 &= x_1 + c_1; \\ x'_2 &= x_2 + c_2; \\ &\ldots\ \ldots \\ x'_n &= x_n + c_n, \end{aligned} \tag{2}$$

де $c_1, c_2, \ldots, c_n$ — фіксовані дійсні числа. Очевидно, що $(c_1, c_2, \ldots, c_n)$ є вектором паралельного перенесення відображення T у цьому випадку.

Паралельні перенесення

Найпростішим випадком рухів є паралельні перенесення.

Означення 2.2.8

Довільне відображення $T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ вигляду

$$T(\overrightarrow{\boldsymbol{p}}) = \overrightarrow{\boldsymbol{p}} + \overrightarrow{\boldsymbol{v}}, \tag{1}$$

де $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ — фіксований вектор, називається *паралельним перенесенням* простору $\mathbb{R}^n$. Вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ називається *вектором паралельного перенесення* відображення T.

Виписуючи в термінах координат, легко побачити, що це відображення

$$T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, (x_1, x_2, \ldots, x_n) \mapsto (x'_1, x'_2, \ldots, x'_n)$$

є паралельним перенесенням тоді і лише тоді, коли це відображення визначається рівностями вигляду

$$\begin{aligned} x'_1 &= x_1 + c_1; \\ x'_2 &= x_2 + c_2; \\ &\ldots\ \ldots \\ x'_n &= x_n + c_n, \end{aligned} \tag{2}$$

де $c_1, c_2, \ldots, c_n$ — фіксовані дійсні числа. Очевидно, що $(c_1, c_2, \ldots, c_n)$ є вектором паралельного перенесення відображення T у цьому випадку.

Паралельні перенесення

Наступна теорема є очевидною, і ми пропонуємо слухачам довести її самостійно.

Теорема 2.2.9

Паралельні перенесення є рухами.

Ось декілька простих цікавих властивостей паралельних перенесень.

Теорема 2.2.10

Паралельне перенесення $T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ з ненульовим вектором паралельного перенесення $\overrightarrow{v}$ задовольняє такі властивості:

(1) Відображення T не має нерухомих точок.

(2) T відображає прямі в прямі з однаковим вектором напрямку (або нахилом, у випадку площини).

(3) Єдині лінії, які фіксуються відображенням T, — це ті з напрямним вектором $\overrightarrow{v}$.

Доведення. Доведення тверджень (1) і (2) залишаємо слухачам як вправи.

Паралельні перенесення

Наступна теорема є очевидною, і ми пропонуємо слухачам довести її самостійно.

Теорема 2.2.9

Паралельні перенесення є рухами.

Ось декілька простих цікавих властивостей паралельних перенесень.

Теорема 2.2.10

Паралельне перенесення $T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ з ненульовим вектором паралельного перенесення $\overrightarrow{v}$ задовольняє такі властивості:

(1) Відображення T не має нерухомих точок.

(2) T відображає прямі в прямі з однаковим вектором напрямку (або нахилом, у випадку площини).

(3) Єдині лінії, які фіксуються відображенням T, — це лінії з напрямним вектором $\overrightarrow{v}$.

Доведення. Доведення тверджень (1) і (2) залишаємо слухачам як вправи.

Паралельні перенесення

Наступна теорема є очевидною, і ми пропонуємо слухачам довести її самостійно.

Теорема 2.2.9

Паралельні перенесення є рухами.

Ось декілька простих цікавих властивостей паралельних перенесень.

Теорема 2.2.10

Паралельне перенесення $T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ з ненульовим вектором паралельного перенесення $\overrightarrow{v}$ задовольняє такі властивості:

(1) Відображення T не має нерухомих точок.

(2) T відображає прямі в прямі з однаковим вектором напрямку (або нахилом, у випадку площини).

(3) Єдині прямі, які фіксуються відображенням T — це прямі з напрямним вектором $\overrightarrow{v}$.

Доведення. Доведення тверджень (1) і (2) залишаємо слухачам як вправи.

Паралельні перенесення

Наступна теорема є очевидною, і ми пропонуємо слухачам довести її самостійно.

Теорема 2.2.9

Паралельні перенесення є рухами.

Ось декілька простих цікавих властивостей паралельних перенесень.

Теорема 2.2.10

Паралельне перенесення $T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ з ненульовим вектором паралельного перенесення $\overrightarrow{v}$ задовольняє такі властивості:

(1) Відображення T не має нерухомих точок.

(2) T відображає прямі в прямі з однаковим вектором напрямку (або нахилом, у випадку площини).

(3) Єдині прямі, які фіксуються відображенням T — це прямі з напрямним вектором $\overrightarrow{v}$.

Доведення. Доведення тверджень (1) і (2) залишаємо слухачам як вправи.

Паралельні перенесення

Наступна теорема є очевидною, і ми пропонуємо слухачам довести її самостійно.

Теорема 2.2.9

Паралельні перенесення є рухами.

Ось декілька простих цікавих властивостей паралельних перенесень.

Теорема 2.2.10

Паралельне перенесення $T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ з ненульовим вектором паралельного перенесення $\overrightarrow{v}$ задовольняє такі властивості:

(1) Відображення T не має нерухомих точок.

(2) T відображає прямі в прямі з однаковим вектором напрямку (або нахилом, у випадку площини).

(3) Єдині прямі, які фіксуються відображенням T — це прямі з напрямним вектором $\overrightarrow{v}$.

Доведення. Доведення тверджень (1) і (2) залишаємо слухачам як вправи.

Паралельні перенесення

Наступна теорема є очевидною, і ми пропонуємо слухачам довести її самостійно.

Теорема 2.2.9

Паралельні перенесення є рухами.

Ось декілька простих цікавих властивостей паралельних перенесень.

Теорема 2.2.10

Паралельне перенесення $T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ з ненульовим вектором паралельного перенесення $\overrightarrow{v}$ задовольняє такі властивості:

(1) Відображення T не має нерухомих точок.

(2) T відображає прямі в прямі з однаковим вектором напрямку (або нахилом, у випадку площини).

(3) Єдині лінії, які фіксуються відображенням T, — це ті з напрямним вектором $\overrightarrow{v}$.

Доведення. Доведення тверджень (1) і (2) залишаємо слухачам як вправи.

Паралельні перенесення

Наступна теорема є очевидною, і ми пропонуємо слухачам довести її самостійно.

Теорема 2.2.9

Паралельні перенесення є рухами.

Ось декілька простих цікавих властивостей паралельних перенесень.

Теорема 2.2.10

Паралельне перенесення $T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ з ненульовим вектором паралельного перенесення $\overrightarrow{v}$ задовольняє такі властивості:

(1) Відображення T не має нерухомих точок.

(2) T відображає прямі в прямі з однаковим вектором напрямку (або нахилом, у випадку площини).

(3) Єдині лінії, які фіксуються відображенням T, — це ті з напрямним вектором $\overrightarrow{v}$.

Доведення. Доведення тверджень (1) і (2) залишаємо слухачам як вправи.

Паралельні перенесення

Наступна теорема є очевидною, і ми пропонуємо слухачам довести її самостійно.

Теорема 2.2.9

Паралельні перенесення є рухами.

Ось декілька простих цікавих властивостей паралельних перенесень.

Теорема 2.2.10

Паралельне перенесення $T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ з ненульовим вектором паралельного перенесення $\overrightarrow{v}$ задовольняє такі властивості:

(1) Відображення T не має нерухомих точок.

(2) T відображає прямі в прямі з однаковим вектором напрямку (або нахилом, у випадку площини).

(3) Єдині лінії, які фіксуються відображенням T, — це ті з напрямним вектором $\overrightarrow{v}$. У випадку площини єдиними лініями, фіксованими відображенням T, є ті, нахил яких такий самий, як нахил одного з їхніх векторів напрямку.

Доведення. Доведення тверджень (1) і (2) залишаємо слухачам як вправи.

Наступна теорема є очевидною, і ми пропонуємо слухачам довести її самостійно.

Теорема 2.2.9

Паралельні перенесення є рухами.

Ось декілька простих цікавих властивостей паралельних перенесень.

Теорема 2.2.10

Паралельне перенесення $T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ з ненульовим вектором паралельного перенесення $\overrightarrow{v}$ задовольняє такі властивості:

(1) Відображення T не має нерухомих точок.

(2) T відображає прямі в прямі з однаковим вектором напрямку (або нахилом, у випадку площини).

(3) Єдині лінії, які фіксуються відображенням T, — це ті з напрямним вектором $\overrightarrow{v}$. У випадку площини єдиними лініями, фіксованими відображенням T, є ті, нахил яких такий самий, як нахил одного з їхніх векторів напрямку.

Доведення. Доведення тверджень (1) і (2) залишаємо слухачам як вправи.

Наступна теорема є очевидною, і ми пропонуємо слухачам довести її самостійно.

Теорема 2.2.9

Паралельні перенесення є рухами.

Ось декілька простих цікавих властивостей паралельних перенесень.

Теорема 2.2.10

Паралельне перенесення $T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ з ненульовим вектором паралельного перенесення $\overrightarrow{v}$ задовольняє такі властивості:

(1) Відображення T не має нерухомих точок.

(2) T відображає прямі в прямі з однаковим вектором напрямку (або нахилом, у випадку площини).

(3) Єдині лінії, які фіксуються відображенням T, — це ті з напрямним вектором $\overrightarrow{v}$. У випадку площини єдиними лініями, фіксованими відображенням T, є ті, нахил яких такий самий, як нахил одного з їхніх векторів напрямку.

Доведення. Доведення тверджень (1) і (2) залишаємо слухачам як вправи.

Паралельні перенесення

Наступна теорема є очевидною, і ми пропонуємо слухачам довести її самостійно.

Теорема 2.2.9

Паралельні перенесення є рухами.

Ось декілька простих цікавих властивостей паралельних перенесень.

Теорема 2.2.10

Паралельне перенесення $T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ з ненульовим вектором паралельного перенесення $\overrightarrow{v}$ задовольняє такі властивості:

(1) Відображення T не має нерухомих точок.

(2) T відображає прямі в прямі з однаковим вектором напрямку (або нахилом, у випадку площини).

(3) Єдині лінії, які фіксуються відображенням T, — це ті з напрямним вектором $\overrightarrow{v}$. У випадку площини єдиними лініями, фіксованими відображенням T, є ті, нахил яких такий самий, як нахил одного з їхніх векторів напрямку.

Доведення. Доведення тверджень (1) і (2) залишаємо слухачам як вправи.

Паралельні перенесення

Наступна теорема є очевидною, і ми пропонуємо слухачам довести її самостійно.

Теорема 2.2.9

Паралельні перенесення є рухами.

Ось декілька простих цікавих властивостей паралельних перенесень.

Теорема 2.2.10

Паралельне перенесення $T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ з ненульовим вектором паралельного перенесення $\overrightarrow{v}$ задовольняє такі властивості:

(1) Відображення T не має нерухомих точок.

(2) T відображає прямі в прямі з однаковим вектором напрямку (або нахилом, у випадку площини).

(3) Єдині лінії, які фіксуються відображенням T, — це ті з напрямним вектором $\overrightarrow{v}$. У випадку площини єдиними лініями, фіксованими відображенням T, є ті, нахил яких такий самий, як нахил одного з їхніх векторів напрямку.

Доведення. Доведення тверджень (1) і (2) залишаємо слухачам як вправи.

Наступна теорема є очевидною, і ми пропонуємо слухачам довести її самостійно.

Теорема 2.2.9

Паралельні перенесення є рухами.

Ось декілька простих цікавих властивостей паралельних перенесень.

Теорема 2.2.10

Паралельне перенесення $T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ з ненульовим вектором паралельного перенесення $\overrightarrow{v}$ задовольняє такі властивості:

(1) Відображення T не має нерухомих точок.

(2) T відображає прямі в прямі з однаковим вектором напрямку (або нахилом, у випадку площини).

(3) Єдині лінії, які фіксуються відображенням T, — це ті з напрямним вектором $\overrightarrow{v}$. У випадку площини єдиними лініями, фіксованими відображенням T, є ті, нахил яких такий самий, як нахил одного з їхніх векторів напрямку.

Доведення. Доведення тверджень (1) і (2) залишаємо слухачам як вправи.

Паралельні перенесення

Наступна теорема є очевидною, і ми пропонуємо слухачам довести її самостійно.

Теорема 2.2.9

Паралельні перенесення є рухами.

Ось декілька простих цікавих властивостей паралельних перенесень.

Теорема 2.2.10

Паралельне перенесення $T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ з ненульовим вектором паралельного перенесення $\overrightarrow{v}$ задовольняє такі властивості:

(1) Відображення T не має нерухомих точок.

(2) T відображає прямі в прямі з однаковим вектором напрямку (або нахилом, у випадку площини).

(3) Єдині лінії, які фіксуються відображенням T, — це ті з напрямним вектором $\overrightarrow{v}$. У випадку площини єдиними лініями, фіксованими відображенням T, є ті, нахил яких такий самий, як нахил одного з їхніх векторів напрямку.

Доведення. Доведення тверджень (1) і (2) залишаємо слухачам як вправи.

Паралельні перенесення

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму $\boldsymbol{L}$, яка проходить через точку $\boldsymbol{p}_0$ з напрямним вектором $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Якщо пряма $\boldsymbol{L}$ є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T, то T відображає точку $\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ на прямій $\boldsymbol{L}$ в іншу точку на прямій $\boldsymbol{L}$, яка буде мати вигляд $\boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned} \boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}} &= T(\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}) = \\ &= \boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}} + \overrightarrow{\boldsymbol{v}}, \end{aligned}$$

а тому вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ колінеарний вектору $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$. Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма $\boldsymbol{L}$, яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \tag{3}$$

Пряма $\boldsymbol{L}$ має кутовий коефіцієнт $-\dfrac{a}{b}$.[1] Якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{v}} = (h, k)$, то тангенс кута вектора $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ дорівнює $\dfrac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій $\boldsymbol{L}$. Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій $\boldsymbol{L}$, тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

[1] Випадок, коли пряма $\boldsymbol{L}$ вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Паралельні перенесення

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму $\boldsymbol{L}$, яка проходить через точку $\boldsymbol{p}_0$ з напрямним вектором $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Якщо пряма $\boldsymbol{L}$ є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T, то T відображає точку $\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ на прямій $\boldsymbol{L}$ в іншу точку на прямій $\boldsymbol{L}$, яка буде мати вигляд $\boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned} \boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}} &= T(\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}) = \\ &= \boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}} + \overrightarrow{\boldsymbol{v}}, \end{aligned}$$

а тому вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ колінеарний вектору $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$. Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма $\boldsymbol{L}$, яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \tag{3}$$

Пряма $\boldsymbol{L}$ має кутовий коефіцієнт $-\frac{a}{b}$. [1] Якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{v}} = (h, k)$, то тангенс кута вектора $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ дорівнює $\frac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій $\boldsymbol{L}$. Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій $\boldsymbol{L}$, тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

[1] Випадок, коли пряма $\boldsymbol{L}$ вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму $\boldsymbol{L}$, яка проходить через точку $\boldsymbol{p}_0$ з напрямним вектором $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Якщо пряма $\boldsymbol{L}$ є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T, то T відображає точку $\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ на прямій $\boldsymbol{L}$ в іншу точку на прямій $\boldsymbol{L}$, яка буде мати вигляд $\boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned} \boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}} &= T(\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}) = \\ &= \boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}} + \overrightarrow{\boldsymbol{v}}, \end{aligned}$$

а тому вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ колінеарний вектору $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$. Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма $\boldsymbol{L}$, яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \tag{3}$$

Пряма $\boldsymbol{L}$ має кутовий коефіцієнт $-\dfrac{a}{b}$.[1] Якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{v}} = (h, k)$, то тангенс кута вектора $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ дорівнює $\dfrac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій $\boldsymbol{L}$. Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій $\boldsymbol{L}$, тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

[1] Випадок, коли пряма $\boldsymbol{L}$ вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Паралельні перенесення

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму L, яка проходить через точку p_0 з напрямним вектором $\overrightarrow{w}$. Якщо пряма L є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T, то T відображає точку $p_0 + t\overrightarrow{w}$ на прямій L в іншу точку на прямій L, яка буде мати вигляд $p_0 + s\overrightarrow{w}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned} p_0 + s\overrightarrow{w} &= T(p_0 + t\overrightarrow{w}) = \\ &= p_0 + t\overrightarrow{w} + \overrightarrow{v}, \end{aligned}$$

а тому вектор $\overrightarrow{w}$ колінеарний вектору $\overrightarrow{v}$. Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма L, яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \tag{3}$$

Пряма L має кутовий коефіцієнт $-\frac{a}{b}$.[1] Якщо $\overrightarrow{v} = (h, k)$, то тангенс кута вектора $\overrightarrow{v}$ дорівнює $\frac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій L. Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій L, тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

[1] Випадок, коли пряма L вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Паралельні перенесення

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму $\boldsymbol{L}$, яка проходить через точку $\boldsymbol{p}_0$ з напрямним вектором $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Якщо пряма $\boldsymbol{L}$ є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T, то T відображає точку $\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ на прямій $\boldsymbol{L}$ в іншу точку на прямій $\boldsymbol{L}$, яка буде мати вигляд $\boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned}\boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}} = T(\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}) &= \\ &= \boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}} + \overrightarrow{\boldsymbol{v}},\end{aligned}$$

а тому вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ колінеарний вектору $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$. Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма $\boldsymbol{L}$, яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \tag{3}$$

Пряма $\boldsymbol{L}$ має кутовий коефіцієнт $-\dfrac{a}{b}$. [1] Якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{v}} = (h, k)$, то тангенс кута вектора $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ дорівнює $\dfrac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій $\boldsymbol{L}$. Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій $\boldsymbol{L}$, тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

[1] Випадок, коли пряма $\boldsymbol{L}$ вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму $\boldsymbol{L}$, яка проходить через точку $\boldsymbol{p}_0$ з напрямним вектором $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Якщо пряма $\boldsymbol{L}$ є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T, то T відображає точку $\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ на прямій $\boldsymbol{L}$ в іншу точку на прямій $\boldsymbol{L}$, яка буде мати вигляд $\boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned}\boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}} = T(\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}) &= \\ &= \boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}} + \overrightarrow{\boldsymbol{v}},\end{aligned}$$

а тому вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ колінеарний вектору $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$. Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма $\boldsymbol{L}$, яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \tag{3}$$

Пряма $\boldsymbol{L}$ має кутовий коефіцієнт $-\frac{a}{b}$. [1] Якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{v}} = (h, k)$, то тангенс кута вектора $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ дорівнює $\frac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій $\boldsymbol{L}$. Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій $\boldsymbol{L}$, тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

[1] Випадок, коли пряма $\boldsymbol{L}$ вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму $\boldsymbol{L}$, яка проходить через точку $\boldsymbol{p}_0$ з напрямним вектором $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Якщо пряма $\boldsymbol{L}$ є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T, то T відображає точку $\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ на прямій $\boldsymbol{L}$ в іншу точку на прямій $\boldsymbol{L}$, яка буде мати вигляд $\boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned} \boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}} = T(\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}) &= \\ &= \boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}} + \overrightarrow{\boldsymbol{v}}, \end{aligned}$$

а тому вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ колінеарний вектору $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$. Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма $\boldsymbol{L}$, яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \tag{3}$$

Пряма $\boldsymbol{L}$ має кутовий коефіцієнт $-\dfrac{a}{b}$. [1] Якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{v}} = (h, k)$, то тангенс кута вектора $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ дорівнює $\dfrac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій $\boldsymbol{L}$. Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій $\boldsymbol{L}$, тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

[1] Випадок, коли пряма $\boldsymbol{L}$ вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму $\boldsymbol{L}$, яка проходить через точку $\boldsymbol{p}_0$ з напрямним вектором $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Якщо пряма $\boldsymbol{L}$ є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T, то T відображає точку $\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ на прямій $\boldsymbol{L}$ в іншу точку на прямій $\boldsymbol{L}$, яка буде мати вигляд $\boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned} \boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}} &= T(\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}) = \\ &= \boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}} + \overrightarrow{\boldsymbol{v}}, \end{aligned}$$

а тому вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ колінеарний вектору $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$. Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма $\boldsymbol{L}$, яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \tag{3}$$

Пряма $\boldsymbol{L}$ має кутовий коефіцієнт $-\frac{a}{b}$.[1] Якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{v}} = (h, k)$, то тангенс кута вектора $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ дорівнює $\frac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій $\boldsymbol{L}$. Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій $\boldsymbol{L}$, тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

[1] Випадок, коли пряма $\boldsymbol{L}$ вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму $\boldsymbol{L}$, яка проходить через точку $\boldsymbol{p}_0$ з напрямним вектором $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Якщо пряма $\boldsymbol{L}$ є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T, то T відображає точку $\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ на прямій $\boldsymbol{L}$ в іншу точку на прямій $\boldsymbol{L}$, яка буде мати вигляд $\boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned} \boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}} &= T(\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}) = \\ &= \boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}} + \overrightarrow{\boldsymbol{v}}, \end{aligned}$$

а тому вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ колінеарний вектору $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$. Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма $\boldsymbol{L}$, яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \tag{3}$$

Пряма $\boldsymbol{L}$ має кутовий коефіцієнт $-\dfrac{a}{b}$. [1] Якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{v}} = (h, k)$, то тангенс кута вектора $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ дорівнює $\dfrac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій $\boldsymbol{L}$. Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій $\boldsymbol{L}$, тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

[1] Випадок, коли пряма $\boldsymbol{L}$ вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму $\boldsymbol{L}$, яка проходить через точку $\boldsymbol{p}_0$ з напрямним вектором $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Якщо пряма $\boldsymbol{L}$ є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T, то T відображає точку $\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ на прямій $\boldsymbol{L}$ в іншу точку на прямій $\boldsymbol{L}$, яка буде мати вигляд $\boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned} \boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}} &= T(\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}) = \\ &= \boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}} + \overrightarrow{\boldsymbol{v}}, \end{aligned}$$

а тому вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ колінеарний вектору $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$. Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма $\boldsymbol{L}$, яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \tag{3}$$

Пряма $\boldsymbol{L}$ має кутовий коефіцієнт $-\frac{a}{b}$.[1] Якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{v}} = (h, k)$, то тангенс кута вектора $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ дорівнює $\frac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій $\boldsymbol{L}$. Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій $\boldsymbol{L}$, тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

[1] Випадок, коли пряма $\boldsymbol{L}$ вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму $\boldsymbol{L}$, яка проходить через точку $\boldsymbol{p}_0$ з напрямним вектором $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Якщо пряма $\boldsymbol{L}$ є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T, то T відображає точку $\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ на прямій $\boldsymbol{L}$ в іншу точку на прямій $\boldsymbol{L}$, яка буде мати вигляд $\boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned} \boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}} &= T(\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}) = \\ &= \boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}} + \overrightarrow{\boldsymbol{v}}, \end{aligned}$$

а тому вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ колінеарний вектору $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$. Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма $\boldsymbol{L}$, яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \tag{3}$$

Пряма $\boldsymbol{L}$ має кутовий коефіцієнт $-\dfrac{a}{b}$.[1] Якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{v}} = (h, k)$, то тангенс кута вектора $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ дорівнює $\dfrac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій $\boldsymbol{L}$. Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій $\boldsymbol{L}$, тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

[1] Випадок, коли пряма $\boldsymbol{L}$ вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Паралельні перенесення

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму $\boldsymbol{L}$, яка проходить через точку $\boldsymbol{p}_0$ з напрямним вектором $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Якщо пряма $\boldsymbol{L}$ є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T, то T відображає точку $\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ на прямій $\boldsymbol{L}$ в іншу точку на прямій $\boldsymbol{L}$, яка буде мати вигляд $\boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned} \boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}} &= T(\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}) = \\ &= \boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}} + \overrightarrow{\boldsymbol{v}}, \end{aligned}$$

а тому вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ колінеарний вектору $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$. Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма $\boldsymbol{L}$, яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \tag{3}$$

Пряма L має кутовий коефіцієнт $-\frac{a}{b}$. [1] Якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{v}} = (h, k)$, то тангенс кута вектора $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ дорівнює $\frac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій $\boldsymbol{L}$. Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій $\boldsymbol{L}$, тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

[1] Випадок, коли пряма L вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму $\boldsymbol{L}$, яка проходить через точку $\boldsymbol{p}_0$ з напрямним вектором $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Якщо пряма $\boldsymbol{L}$ є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T, то T відображає точку $\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ на прямій $\boldsymbol{L}$ в іншу точку на прямій $\boldsymbol{L}$, яка буде мати вигляд $\boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned} \boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}} &= T(\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}) = \\ &= \boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}} + \overrightarrow{\boldsymbol{v}}, \end{aligned}$$

а тому вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ колінеарний вектору $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$. Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма $\boldsymbol{L}$, яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \tag{3}$$

Пряма $\boldsymbol{L}$ має кутовий коефіцієнт $-\dfrac{a}{b}$.[1] Якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{v}} = (h, k)$, то тангенс кута вектора $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ дорівнює $\dfrac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій $\boldsymbol{L}$. Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій $\boldsymbol{L}$, тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

[1] Випадок, коли пряма $\boldsymbol{L}$ вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму $\boldsymbol{L}$, яка проходить через точку $\boldsymbol{p}_0$ з напрямним вектором $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Якщо пряма $\boldsymbol{L}$ є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T, то T відображає точку $\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ на прямій $\boldsymbol{L}$ в іншу точку на прямій $\boldsymbol{L}$, яка буде мати вигляд $\boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned} \boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}} &= T(\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}) = \\ &= \boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}} + \overrightarrow{\boldsymbol{v}}, \end{aligned}$$

а тому вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ колінеарний вектору $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$. Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма $\boldsymbol{L}$, яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \tag{3}$$

Пряма $\boldsymbol{L}$ має кутовий коефіцієнт $-\dfrac{a}{b}$.[1] Якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{v}} = (h, k)$, то тангенс кута вектора $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ дорівнює $\dfrac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій $\boldsymbol{L}$. Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій $\boldsymbol{L}$, тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

[1]Випадок, коли пряма $\boldsymbol{L}$ вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму $\boldsymbol{L}$, яка проходить через точку $\boldsymbol{p}_0$ з напрямним вектором $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Якщо пряма $\boldsymbol{L}$ є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T, то T відображає точку $\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ на прямій $\boldsymbol{L}$ в іншу точку на прямій $\boldsymbol{L}$, яка буде мати вигляд $\boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned} \boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}} &= T(\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}) = \\ &= \boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}} + \overrightarrow{\boldsymbol{v}}, \end{aligned}$$

а тому вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ колінеарний вектору $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$. Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма $\boldsymbol{L}$, яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \tag{3}$$

Пряма $\boldsymbol{L}$ має кутовий коефіцієнт $-\dfrac{a}{b}$. [1] Якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{v}} = (h, k)$, то тангенс кута вектора $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ дорівнює $\dfrac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій $\boldsymbol{L}$. Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій $\boldsymbol{L}$, тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

[1]Випадок, коли пряма $\boldsymbol{L}$ вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму $\boldsymbol{L}$, яка проходить через точку $\boldsymbol{p}_0$ з напрямним вектором $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Якщо пряма $\boldsymbol{L}$ є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T, то T відображає точку $\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ на прямій $\boldsymbol{L}$ в іншу точку на прямій $\boldsymbol{L}$, яка буде мати вигляд $\boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned}\boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}} &= T(\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}) = \\ &= \boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}} + \overrightarrow{\boldsymbol{v}},\end{aligned}$$

а тому вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ колінеарний вектору $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$. Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма $\boldsymbol{L}$, яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \tag{3}$$

Пряма $\boldsymbol{L}$ має кутовий коефіцієнт $-\dfrac{a}{b}$. [1] Якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{v}} = (h, k)$, то тангенс кута вектора $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ дорівнює $\dfrac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій $\boldsymbol{L}$. Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій $\boldsymbol{L}$, тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

[1] Випадок, коли пряма $\boldsymbol{L}$ вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Паралельні перенесення

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму $\boldsymbol{L}$, яка проходить через точку $\boldsymbol{p}_0$ з напрямним вектором $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Якщо пряма $\boldsymbol{L}$ є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T, то T відображає точку $\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ на прямій $\boldsymbol{L}$ в іншу точку на прямій $\boldsymbol{L}$, яка буде мати вигляд $\boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned} \boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}} &= T(\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}) = \\ &= \boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}} + \overrightarrow{\boldsymbol{v}}, \end{aligned}$$

а тому вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ колінеарний вектору $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$. Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма $\boldsymbol{L}$, яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \tag{3}$$

Пряма $\boldsymbol{L}$ має кутовий коефіцієнт $-\dfrac{a}{b}$. [1] Якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{v}} = (h, k)$, то тангенс кута вектора $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ дорівнює $\dfrac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій $\boldsymbol{L}$. Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій $\boldsymbol{L}$, тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

[1] Випадок, коли пряма $\boldsymbol{L}$ вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму $\boldsymbol{L}$, яка проходить через точку $\boldsymbol{p}_0$ з напрямним вектором $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Якщо пряма $\boldsymbol{L}$ є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T, то T відображає точку $\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ на прямій $\boldsymbol{L}$ в іншу точку на прямій $\boldsymbol{L}$, яка буде мати вигляд $\boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned} \boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}} &= T(\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}) = \\ &= \boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}} + \overrightarrow{\boldsymbol{v}}, \end{aligned}$$

а тому вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ колінеарний вектору $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$. Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма $\boldsymbol{L}$, яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \tag{3}$$

Пряма $\boldsymbol{L}$ має кутовий коефіцієнт $-\dfrac{a}{b}$.[1] Якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{v}} = (h, k)$, то тангенс кута вектора $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ дорівнює $\dfrac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій $\boldsymbol{L}$. Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій $\boldsymbol{L}$, тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

[1] Випадок, коли пряма $\boldsymbol{L}$ вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму $\boldsymbol{L}$, яка проходить через точку $\boldsymbol{p}_0$ з напрямним вектором $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Якщо пряма $\boldsymbol{L}$ є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T, то T відображає точку $\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ на прямій $\boldsymbol{L}$ в іншу точку на прямій $\boldsymbol{L}$, яка буде мати вигляд $\boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned}\boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}} &= T(\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}) = \\ &= \boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}} + \overrightarrow{\boldsymbol{v}},\end{aligned}$$

а тому вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ колінеарний вектору $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$. Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма $\boldsymbol{L}$, яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \tag{3}$$

Пряма $\boldsymbol{L}$ має кутовий коефіцієнт $-\dfrac{a}{b}$. [1] Якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{v}} = (h, k)$, то тангенс кута вектора $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ дорівнює $\dfrac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій $\boldsymbol{L}$. Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій $\boldsymbol{L}$, тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

[1] Випадок, коли пряма $\boldsymbol{L}$ вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Для доведення твердження (3) розглянемо пряму $\boldsymbol{L}$, яка проходить через точку $\boldsymbol{p}_0$ з напрямним вектором $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Якщо пряма $\boldsymbol{L}$ є інваріантною (нерухомою) стосовно відображення T, то T відображає точку $\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ на прямій $\boldsymbol{L}$ в іншу точку на прямій $\boldsymbol{L}$, яка буде мати вигляд $\boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$. Отже, маємо

$$\begin{aligned} \boldsymbol{p}_0 + s\overrightarrow{\boldsymbol{w}} &= T(\boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}}) = \\ &= \boldsymbol{p}_0 + t\overrightarrow{\boldsymbol{w}} + \overrightarrow{\boldsymbol{v}}, \end{aligned}$$

а тому вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$ колінеарний вектору $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$. Обернене твердження доводиться так само легко.

У випадку площини припустимо, що пряма $\boldsymbol{L}$, яка інваріантна (нерухома) стосовно відображення T визначається рівнянням

$$ax + by = c. \tag{3}$$

Пряма $\boldsymbol{L}$ має кутовий коефіцієнт $-\frac{a}{b}$. [1] Якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{v}} = (h, k)$, то тангенс кута вектора $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}$ дорівнює $\frac{k}{h}$. Виберемо точку (x, y) на прямій $\boldsymbol{L}$. Оскільки за припущенням точка $T(x, y) = (x + h, y + k)$ лежить на прямій $\boldsymbol{L}$, тобто ця точка також задовольняє рівняння (3), а отже виконується рівність

$$a(x + h) + b(y + k) = c.$$

[1] Випадок, коли пряма $\boldsymbol{L}$ вертикальна, тобто $b = 0$, ми опускаємо, і його доведення залишаємо слухачам як вправу.

Паралельні перенесення

Скориставшись рівністю (3)

$$ax + by = c \tag{3}$$

в останньому рівнянні

$$a(x + h) + b(y + k) = c,$$

отримуємо, що

$$ah + bk = 0.$$

Звідси випливає рівність $\frac{k}{h} = -\frac{a}{b}$, що і завершує доведення. ■

Скориставшись рівністю (3)

$$ax + by = c \tag{3}$$

в останньому рівнянні

$$a(x + h) + b(y + k) = c,$$

отримуємо, що

$$ah + bk = 0.$$

Звідси випливає рівність $\frac{k}{h} = -\frac{a}{b}$, що і завершує доведення. ■

Скориставшись рівністю (3)

$$ax + by = c \tag{3}$$

в останньому рівнянні

$$a(x + h) + b(y + k) = c,$$

отримуємо, що

$$ah + bk = 0.$$

Звідси випливає рівність $\frac{k}{h} = -\frac{a}{b}$, що і завершує доведення. ■

Скориставшись рівністю (3)

$$ax + by = c \tag{3}$$

в останньому рівнянні

$$a(x + h) + b(y + k) = c,$$

отримуємо, що

$$ah + bk = 0.$$

Звідси випливає рівність $\frac{k}{h} = -\frac{a}{b}$, що і завершує доведення. ■

Скориставшись рівністю (3)

$$ax + by = c \tag{3}$$

в останньому рівнянні

$$a(x + h) + b(y + k) = c,$$

отримуємо, що

$$ah + bk = 0.$$

Звідси випливає рівність $\frac{k}{h} = -\frac{a}{b}$, що і завершує доведення. ■

Скориставшись рівністю (3)

$$ax + by = c \tag{3}$$

в останньому рівнянні

$$a(x + h) + b(y + k) = c,$$

отримуємо, що

$$ah + bk = 0.$$

Звідси випливає рівність $\frac{k}{h} = -\frac{a}{b}$, що і завершує доведення. ∎

Паралельні перенесення

Скориставшись рівністю (3)

$$ax + by = c \tag{3}$$

в останньому рівнянні

$$a(x + h) + b(y + k) = c,$$

отримуємо, що

$$ah + bk = 0.$$

Звідси випливає рівність $\frac{k}{h} = -\frac{a}{b}$, що і завершує доведення. ∎

Паралельні перенесення

Скориставшись рівністю (3)

$$ax + by = c \tag{3}$$

в останньому рівнянні

$$a(x + h) + b(y + k) = c,$$

отримуємо, що

$$ah + bk = 0.$$

Звідси випливає рівність $\frac{k}{h} = -\frac{a}{b}$, що і завершує доведення. ∎

Скориставшись рівністю (3)

$$ax + by = c \tag{3}$$

в останньому рівнянні

$$a(x + h) + b(y + k) = c,$$

отримуємо, що

$$ah + bk = 0.$$

Звідси випливає рівність $\frac{k}{h} = -\frac{a}{b}$, що і завершує доведення. ∎

Дякую за увагу!