Обчислювальна геометрія і алгебра

Олег Гутік

Лекція 21: Матриці лінійних перетворень

У цій лекції ми нагадаємо деякі важливі поняття з лінійної алгебри. Матеріал цієї лекції можна знайти в кожному підручнику з лінійної алгебри.

Означення 1.10.1

$n \times n$-матриця (a_{ij}) над дійсними числами називається *симетричною*, якщо $a_{ij} = a_{ji}$ для всіх i та j. $n \times n$-матриця (a_{ij}) над комплексними числами називається *ермітовою*, якщо $a_{ij} = \overline{a_{ji}}$ для всіх i та j. Довільна $n \times n$-матриця (a_{ij}) називається *діагональною*, якщо $a_{ij} = 0$ для всіх $i \neq j$.

Сформулюємо більше абстрактне означення визначника квадратної матриці.

Означення 1.10.2

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Визначник матриці* A визначається за формулою $\det(A) = \sum\limits_{\sigma \in \mathscr{S}_n} (\operatorname{sign}(\sigma)) \cdot a_{1\sigma(1)} \cdot a_{2\sigma(2)} \cdot \dots \cdot a_{n\sigma(n)}$,

де через $\mathscr{S}_n$ позначено всі всеможливі підстановки множини яка складається з n елементів. Через M_{ij} позначимо $(n-1)\times(n-1)$-матрицю, отриману з матриці A вилученням i-го рядку та j-го стовпця. Детермінант матриці M_{ij} називається *мінором* матриці A. ij-те *алгебраїчне доповнення* A_{ij} визначається так:

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} \det(M_{ij}).$$

$n \times n$-матриця (A_{ij}), елементами якої є алгебраїчні доповнення, називається *приєднаною матрицею* до матриці A та позначається $\operatorname{adj}(A)$.

Матриці лінійних перетворень

У цій лекції ми нагадаємо деякі важливі поняття з лінійної алгебри.

Матеріал цієї лекції можна знайти в кожному підручнику з лінійної алгебри.

Означення 1.10.1

$n \times n$-матриця (a_{ij}) над дійсними числами називається *симетричною*, якщо $a_{ij} = a_{ji}$ для всіх i та j. $n \times n$-матриця (a_{ij}) над комплексними числами називається *ермітовою*, якщо $a_{ij} = \overline{a_{ji}}$ для всіх i та j. Довільна $n \times n$-матриця (a_{ij}) називається *діагональною*, якщо $a_{ij} = 0$ для всіх $i \neq j$.

Сформулюємо більше абстрактне означення визначника квадратної матриці.

Означення 1.10.2

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Визначник матриці* A визначається за формулою
$$\det(A) = \sum_{\sigma \in \mathscr{S}_n} (\operatorname{sign}(\sigma)) \cdot a_{1\sigma(1)} \cdot a_{2\sigma(2)} \cdot \dots \cdot a_{n\sigma(n)},$$
де через $\mathscr{S}_n$ позначено всі всеможливі підстановки множини яка складається з n елементів. Через M_{ij} позначимо $(n-1)\times(n-1)$-матрицю, отриману з матриці A вилученням i-го рядку та j-го стовпця. Детермінант матриці M_{ij} називається *мінором* матриці A. ij-те *алгебраїчне доповнення* A_{ij} визначається так:
$$A_{ij} = (-1)^{i+j} \det(M_{ij}).$$
$n \times n$-матриця (A_{ij}), елементами якої є алгебраїчні доповнення, називається *приєднаною матрицею* до матриці A та позначається $\operatorname{adj}(A)$.

Матриці лінійних перетворень

У цій лекції ми нагадаємо деякі важливі поняття з лінійної алгебри. Матеріал цієї лекції можна знайти в кожному підручнику з лінійної алгебри.

Означення 1.10.1

$n \times n$-матриця (a_{ij}) над дійсними числами називається *симетричною*, якщо $a_{ij} = a_{ji}$ для всіх i та j. $n \times n$-матриця (a_{ij}) над комплексними числами називається *ермітовою*, якщо $a_{ij} = \overline{a_{ji}}$ для всіх i та j. Довільна $n \times n$-матриця (a_{ij}) називається *діагональною*, якщо $a_{ij} = 0$ для всіх $i \neq j$.

Сформулюємо більше абстрактне означення визначника квадратної матриці.

Означення 1.10.2

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Визначник матриці* A визначається за формулою $\det(A) = \sum_{\sigma \in \mathscr{S}_n} (\operatorname{sign}(\sigma)) \cdot a_{1\sigma(1)} \cdot a_{2\sigma(2)} \cdot \dots \cdot a_{n\sigma(n)}$,

де через $\mathscr{S}_n$ позначено всі всеможливі підстановки множини яка складається з n елементів. Через M_{ij} позначимо $(n-1)\times(n-1)$-матрицю, отриману з матриці A вилученням i-го рядку та j-го стовпця. Детермінант матриці M_{ij} називається *мінором* матриці A. ij-те *алгебраїчне доповнення* A_{ij} визначається так:

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} \det(M_{ij}).$$

$n \times n$-матриця (A_{ij}), елементами якої є алгебраїчні доповнення, називається *приєднаною матрицею* до матриці A та позначається $\operatorname{adj}(A)$.

Матриці лінійних перетворень

У цій лекції ми нагадаємо деякі важливі поняття з лінійної алгебри. Матеріал цієї лекції можна знайти в кожному підручнику з лінійної алгебри.

Означення 1.10.1

$n \times n$-матриця (a_{ij}) над дійсними числами називається *симетричною*, якщо $a_{ij} = a_{ji}$ для всіх i та j. $n \times n$-матриця (a_{ij}) над комплексними числами називається *ермітовою*, якщо $a_{ij} = \overline{a_{ji}}$ для всіх i та j. Довільна $n \times n$-матриця (a_{ij}) називається *діагональною*, якщо $a_{ij} = 0$ для всіх $i \neq j$.

Сформулюємо більше абстрактне означення визначника квадратної матриці.

Означення 1.10.2

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Визначник матриці* A визначається за формулою
$$\det(A) = \sum_{\sigma \in \mathscr{S}_n} (\operatorname{sign}(\sigma)) \cdot a_{1\sigma(1)} \cdot a_{2\sigma(2)} \cdot \dots \cdot a_{n\sigma(n)},$$
де через $\mathscr{S}_n$ позначено всі всеможливі підстановки множини яка складається з n елементів. Через M_{ij} позначимо $(n-1)\times(n-1)$-матрицю, отриману з матриці A вилученням i-го рядку та j-го стовпця. Детермінант матриці M_{ij} називається *мінором* матриці A. ij-те *алгебраїчне доповнення* A_{ij} визначається так:
$$A_{ij} = (-1)^{i+j} \det(M_{ij}).$$
$n \times n$-матриця (A_{ij}), елементами якої є алгебраїчні доповнення, називається *приєднаною матрицею* до матриці A та позначається $\operatorname{adj}(A)$.

У цій лекції ми нагадаємо деякі важливі поняття з лінійної алгебри. Матеріал цієї лекції можна знайти в кожному підручнику з лінійної алгебри.

Означення 1.10.1

$n \times n$-матриця (a_{ij}) над дійсними числами називається *симетричною*, якщо $a_{ij} = a_{ji}$ для всіх i та j. $n \times n$-матриця (a_{ij}) над комплексними числами називається *ермітовою*, якщо $a_{ij} = \overline{a_{ji}}$ для всіх i та j. Довільна $n \times n$-матриця (a_{ij}) називається *діагональною*, якщо $a_{ij} = 0$ для всіх $i \neq j$.

Сформулюємо більше абстрактне означення визначника квадратної матриці.

Означення 1.10.2

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Визначник матриці* A визначається за формулою $\det(A) = \sum\limits_{\sigma \in \mathscr{S}_n} (\operatorname{sign}(\sigma)) \cdot a_{1\sigma(1)} \cdot a_{2\sigma(2)} \cdot \dots \cdot a_{n\sigma(n)}$,

де через $\mathscr{S}_n$ позначено всі всеможливі підстановки множини яка складається з n елементів. Через M_{ij} позначимо $(n-1)\times(n-1)$-матрицю, отриману з матриці A вилученням i-го рядку та j-го стовпця. Детермінант матриці M_{ij} називається *мінором* матриці A. ij-те *алгебраїчне доповнення* A_{ij} визначається так:

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} \det(M_{ij}).$$

$n \times n$-матриця (A_{ij}), елементами якої є алгебраїчні доповнення, називається *приєднаною матрицею* до матриці A та позначається $\operatorname{adj}(A)$.

Матриці лінійних перетворень

У цій лекції ми нагадаємо деякі важливі поняття з лінійної алгебри. Матеріал цієї лекції можна знайти в кожному підручнику з лінійної алгебри.

Означення 1.10.1

$n \times n$-матриця (a_{ij}) над дійсними числами називається *симетричною*, якщо $a_{ij} = a_{ji}$ для всіх i та j. $n \times n$-матриця (a_{ij}) над комплексними числами називається *ермітовою*, якщо $a_{ij} = \overline{a_{ji}}$ для всіх i та j. Довільна $n \times n$-матриця (a_{ij}) називається *діагональною*, якщо $a_{ij} = 0$ для всіх $i \neq j$.

Сформулюємо більше абстрактне означення визначника квадратної матриці.

Означення 1.10.2

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Визначник матриці* A визначається за формулою $\det(A) = \sum_{\sigma \in \mathscr{S}_n} (\operatorname{sign}(\sigma)) \cdot a_{1\sigma(1)} \cdot a_{2\sigma(2)} \cdot \dots \cdot a_{n\sigma(n)}$,

де через $\mathscr{S}_n$ позначено всі всеможливі підстановки множини яка складається з n елементів. Через M_{ij} позначимо $(n-1)\times(n-1)$-матрицю, отриману з матриці A вилученням i-го рядку та j-го стовпця. Детермінант матриці M_{ij} називається *мінором* матриці A. ij-те *алгебраїчне доповнення* A_{ij} визначається так:

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} \det(M_{ij}).$$

$n \times n$-матриця (A_{ij}), елементами якої є алгебраїчні доповнення, називається *приєднаною матрицею* до матриці A та позначається $\operatorname{adj}(A)$.

Матриці лінійних перетворень

У цій лекції ми нагадаємо деякі важливі поняття з лінійної алгебри. Матеріал цієї лекції можна знайти в кожному підручнику з лінійної алгебри.

Означення 1.10.1

$n\times n$-матриця (a_{ij}) над дійсними числами називається *симетричною*, якщо $a_{ij}=a_{ji}$ для всіх i та j. $n\times n$-матриця (a_{ij}) над комплексними числами називається *ермітовою*, якщо $a_{ij}=\overline{a_{ji}}$ для всіх i та j. Довільна $n\times n$-матриця (a_{ij}) називається *діагональною*, якщо $a_{ij}=0$ для всіх $i\neq j$.

Сформулюємо більше абстрактне означення визначника квадратної матриці.

Означення 1.10.2

Нехай $A=(a_{ij})$ — $n\times n$-матриця. *Визначник матриці* A визначається за формулою
$$\det(A)=\sum_{\sigma\in\mathscr{S}_n}(\operatorname{sign}(\sigma))\cdot a_{1\sigma(1)}\cdot a_{2\sigma(2)}\cdot\dots\cdot a_{n\sigma(n)},$$
де через $\mathscr{S}_n$ позначено всі всеможливі підстановки множини яка складається з n елементів. Через M_{ij} позначимо $(n-1)\times(n-1)$-матрицю, отриману з матриці A вилученням i-го рядку та j-го стовпця. Детермінант матриці M_{ij} називається *мінором* матриці A. ij-те *алгебраїчне доповнення* A_{ij} визначається так:
$$A_{ij}=(-1)^{i+j}\det(M_{ij}).$$
$n\times n$-матриця (A_{ij}), елементами якої є алгебраїчні доповнення, називається *приєднаною матрицею* до матриці A та позначається $\operatorname{adj}(A)$.

Матриці лінійних перетворень

У цій лекції ми нагадаємо деякі важливі поняття з лінійної алгебри. Матеріал цієї лекції можна знайти в кожному підручнику з лінійної алгебри.

Означення 1.10.1

$n \times n$-матриця (a_{ij}) над дійсними числами називається *симетричною*, якщо $a_{ij} = a_{ji}$ для всіх i та j. $n \times n$-матриця (a_{ij}) над комплексними числами називається *ермітовою*, якщо $a_{ij} = \overline{a_{ji}}$ для всіх i та j. Довільна $n \times n$-матриця (a_{ij}) називається *діагональною*, якщо $a_{ij} = 0$ для всіх $i \neq j$.

Сформулюємо більше абстрактне означення визначника квадратної матриці.

Означення 1.10.2

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Визначник матриці* A визначається за формулою
$$\det(A) = \sum_{\sigma \in \mathscr{S}_n} (\operatorname{sign}(\sigma)) \cdot a_{1\sigma(1)} \cdot a_{2\sigma(2)} \cdot \cdots \cdot a_{n\sigma(n)},$$
де через $\mathscr{S}_n$ позначено всі всеможливі підстановки множини яка складається з n елементів. Через M_{ij} позначимо $(n-1)\times(n-1)$-матрицю, отриману з матриці A вилученням i-го рядку та j-го стовпця. Детермінант матриці M_{ij} називається *мінором* матриці A. ij-те *алгебраїчне доповнення* A_{ij} визначається так:
$$A_{ij} = (-1)^{i+j} \det(M_{ij}).$$
$n \times n$-матриця (A_{ij}), елементами якої є алгебраїчні доповнення, називається *приєднаною матрицею* до матриці A та позначається $\operatorname{adj}(A)$.

Матриці лінійних перетворень

У цій лекції ми нагадаємо деякі важливі поняття з лінійної алгебри. Матеріал цієї лекції можна знайти в кожному підручнику з лінійної алгебри.

Означення 1.10.1

$n \times n$-матриця (a_{ij}) над дійсними числами називається *симетричною*, якщо $a_{ij} = a_{ji}$ для всіх i та j. $n \times n$-матриця (a_{ij}) над комплексними числами називається *ермітовою*, якщо $a_{ij} = \overline{a_{ji}}$ для всіх i та j. Довільна $n \times n$-матриця (a_{ij}) називається *діагональною*, якщо $a_{ij} = 0$ для всіх $i \neq j$.

Сформулюємо більше абстрактне означення визначника квадратної матриці.

Означення 1.10.2

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Визначник матриці* A визначається за формулою $\det(A) = \sum\limits_{\sigma \in \mathscr{S}_n} (\operatorname{sign}(\sigma)) \cdot a_{1\sigma(1)} \cdot a_{2\sigma(2)} \cdot \dots \cdot a_{n\sigma(n)}$,

де через $\mathscr{S}_n$ позначено всі всеможливі підстановки множини яка складається з n елементів. Через M_{ij} позначимо $(n-1)\times(n-1)$-матрицю, отриману з матриці A вилученням i-го рядку та j-го стовпця. Детермінант матриці M_{ij} називається *мінором* матриці A. ij-те *алгебраїчне доповнення* A_{ij} визначається так:

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} \det(M_{ij}).$$

$n \times n$-матриця (A_{ij}), елементами якої є алгебраїчні доповнення, називається *приєднаною матрицею* до матриці A та позначається $\operatorname{adj}(A)$.

Матриці лінійних перетворень

У цій лекції ми нагадаємо деякі важливі поняття з лінійної алгебри. Матеріал цієї лекції можна знайти в кожному підручнику з лінійної алгебри.

Означення 1.10.1

$n\times n$-матриця (a_{ij}) над дійсними числами називається *симетричною*, якщо $a_{ij}=a_{ji}$ для всіх i та j. $n\times n$-матриця (a_{ij}) над комплексними числами називається *ермітовою*, якщо $a_{ij}=\overline{a_{ji}}$ для всіх i та j. Довільна $n\times n$-матриця (a_{ij}) називається *діагональною*, якщо $a_{ij}=0$ для всіх $i\neq j$.

Сформулюємо більше абстрактне означення визначника квадратної матриці.

Означення 1.10.2

Нехай $A=(a_{ij})$ — $n\times n$-матриця. *Визначник матриці* A визначається за формулою $\det(A)=\sum\limits_{\sigma\in\mathscr{S}_n}(\operatorname{sign}(\sigma))\cdot a_{1\sigma(1)}\cdot a_{2\sigma(2)}\cdot\cdots\cdot a_{n\sigma(n)}$,

де через $\mathscr{S}_n$ позначено всі всеможливі підстановки множини яка складається з n елементів. Через M_{ij} позначимо $(n-1)\times(n-1)$-матрицю, отриману з матриці A вилученням i-го рядку та j-го стовпця. Детермінант матриці M_{ij} називається *мінором* матриці A. ij-те *алгебраїчне доповнення* A_{ij} визначається так:

$$A_{ij}=(-1)^{i+j}\det(M_{ij}).$$

$n\times n$-матриця (A_{ij}), елементами якої є алгебраїчні доповнення, називається *приєднаною матрицею* до матриці A та позначається $\operatorname{adj}(A)$.

У цій лекції ми нагадаємо деякі важливі поняття з лінійної алгебри. Матеріал цієї лекції можна знайти в кожному підручнику з лінійної алгебри.

Означення 1.10.1

$n \times n$-матриця (a_{ij}) над дійсними числами називається *симетричною*, якщо $a_{ij} = a_{ji}$ для всіх i та j. $n \times n$-матриця (a_{ij}) над комплексними числами називається *ермітовою*, якщо $a_{ij} = \overline{a_{ji}}$ для всіх i та j. Довільна $n \times n$-матриця (a_{ij}) називається *діагональною*, якщо $a_{ij} = 0$ для всіх $i \neq j$.

Сформулюємо більше абстрактне означення визначника квадратної матриці.

Означення 1.10.2

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Визначник матриці* A визначається за формулою $\det(A) = \sum_{\sigma \in \mathscr{S}_n} (\mathrm{sign}(\sigma)) \cdot a_{1\sigma(1)} \cdot a_{2\sigma(2)} \cdot \dots \cdot a_{n\sigma(n)}$, де через $\mathscr{S}_n$ позначено всі всеможливі підстановки множини яка складається з n елементів. Через M_{ij} позначимо $(n-1)\times(n-1)$-матрицю, отриману з матриці A вилученням i-го рядку та j-го стовпця. Детермінант матриці M_{ij} називається *мінором* матриці A. ij-те *алгебраїчне доповнення* A_{ij} визначається так:

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} \det(M_{ij}).$$

$n \times n$-матриця (A_{ij}), елементами якої є алгебраїчні доповнення, називається *приєднаною матрицею* до матриці A та позначається $\mathrm{adj}(A)$.

У цій лекції ми нагадаємо деякі важливі поняття з лінійної алгебри. Матеріал цієї лекції можна знайти в кожному підручнику з лінійної алгебри.

Означення 1.10.1

$n \times n$-матриця (a_{ij}) над дійсними числами називається *симетричною*, якщо $a_{ij} = a_{ji}$ для всіх i та j. $n \times n$-матриця (a_{ij}) над комплексними числами називається *ермітовою*, якщо $a_{ij} = \overline{a_{ji}}$ для всіх i та j. Довільна $n \times n$-матриця (a_{ij}) називається *діагональною*, якщо $a_{ij} = 0$ для всіх $i \neq j$.

Сформулюємо більше абстрактне означення визначника квадратної матриці.

Означення 1.10.2

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Визначник матриці* A визначається за формулою $\det(A) = \sum_{\sigma \in \mathscr{S}_n} (\operatorname{sign}(\sigma)) \cdot a_{1\sigma(1)} \cdot a_{2\sigma(2)} \cdot \ldots \cdot a_{n\sigma(n)}$,

де через $\mathscr{S}_n$ позначено всі всеможливі підстановки множини яка складається з n елементів. Через M_{ij} позначимо $(n-1)\times(n-1)$-матрицю, отриману з матриці A вилученням i-го рядку та j-го стовпця. Детермінант матриці M_{ij} називається *мінором* матриці A. ij-те *алгебраїчне доповнення* A_{ij} визначається так:

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} \det(M_{ij}).$$

$n \times n$-матриця (A_{ij}), елементами якої є алгебраїчні доповнення, називається *приєднаною матрицею* до матриці A та позначається $\operatorname{adj}(A)$.

Матриці лінійних перетворень

У цій лекції ми нагадаємо деякі важливі поняття з лінійної алгебри. Матеріал цієї лекції можна знайти в кожному підручнику з лінійної алгебри.

Означення 1.10.1

$n \times n$-матриця (a_{ij}) над дійсними числами називається *симетричною*, якщо $a_{ij} = a_{ji}$ для всіх i та j. $n \times n$-матриця (a_{ij}) над комплексними числами називається *ермітовою*, якщо $a_{ij} = \overline{a_{ji}}$ для всіх i та j. Довільна $n \times n$-матриця (a_{ij}) називається *діагональною*, якщо $a_{ij} = 0$ для всіх $i \neq j$.

Сформулюємо більше абстрактне означення визначника квадратної матриці.

Означення 1.10.2

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Визначник матриці* A визначається за формулою $\det(A) = \sum\limits_{\sigma \in \mathscr{S}_n} (\operatorname{sign}(\sigma)) \cdot a_{1\sigma(1)} \cdot a_{2\sigma(2)} \cdot \ldots \cdot a_{n\sigma(n)}$,

де через $\mathscr{S}_n$ позначено всі всеможливі підстановки множини яка складається з n елементів. Через M_{ij} позначимо $(n-1)\times(n-1)$-матрицю, отриману з матриці A вилученням i-го рядку та j-го стовпця. Детермінант матриці M_{ij} називається *мінором* матриці A. ij-те *алгебраїчне доповнення* A_{ij} визначається так:

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} \det(M_{ij}).$$

$n \times n$-матриця (A_{ij}), елементами якої є алгебраїчні доповнення, називається *приєднаною матрицею* до матриці A та позначається $\operatorname{adj}(A)$.

Матриці лінійних перетворень

У цій лекції ми нагадаємо деякі важливі поняття з лінійної алгебри. Матеріал цієї лекції можна знайти в кожному підручнику з лінійної алгебри.

Означення 1.10.1

$n \times n$-матриця (a_{ij}) над дійсними числами називається *симетричною*, якщо $a_{ij} = a_{ji}$ для всіх i та j. $n \times n$-матриця (a_{ij}) над комплексними числами називається *ермітовою*, якщо $a_{ij} = \overline{a_{ji}}$ для всіх i та j. Довільна $n \times n$-матриця (a_{ij}) називається *діагональною*, якщо $a_{ij} = 0$ для всіх $i \neq j$.

Сформулюємо більше абстрактне означення визначника квадратної матриці.

Означення 1.10.2

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Визначник матриці* A визначається за формулою
$$\det(A) = \sum_{\sigma \in \mathscr{S}_n} (\operatorname{sign}(\sigma)) \cdot a_{1\sigma(1)} \cdot a_{2\sigma(2)} \cdot \ldots \cdot a_{n\sigma(n)},$$
де через $\mathscr{S}_n$ позначено всі всеможливі підстановки множини яка складається з n елементів. Через M_{ij} позначимо $(n-1)\times(n-1)$-матрицю, отриману з матриці A вилученням i-го рядку та j-го стовпця. Детермінант матриці M_{ij} називається *мінором* матриці A. ij-те *алгебраїчне доповнення* A_{ij} визначається так:
$$A_{ij} = (-1)^{i+j} \det(M_{ij}).$$
$n \times n$-матриця (A_{ij}), елементами якої є алгебраїчні доповнення, називається *приєднаною матрицею* до матриці A та позначається $\operatorname{adj}(A)$.

Матриці лінійних перетворень

У цій лекції ми нагадаємо деякі важливі поняття з лінійної алгебри. Матеріал цієї лекції можна знайти в кожному підручнику з лінійної алгебри.

Означення 1.10.1

$n \times n$-матриця (a_{ij}) над дійсними числами називається *симетричною*, якщо $a_{ij} = a_{ji}$ для всіх i та j. $n \times n$-матриця (a_{ij}) над комплексними числами називається *ермітовою*, якщо $a_{ij} = \overline{a_{ji}}$ для всіх i та j. Довільна $n \times n$-матриця (a_{ij}) називається *діагональною*, якщо $a_{ij} = 0$ для всіх $i \neq j$.

Сформулюємо більше абстрактне означення визначника квадратної матриці.

Означення 1.10.2

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Визначник матриці* A визначається за формулою $\det(A) = \sum\limits_{\sigma \in \mathscr{S}_n} (\operatorname{sign}(\sigma)) \cdot a_{1\sigma(1)} \cdot a_{2\sigma(2)} \cdot \ldots \cdot a_{n\sigma(n)}$,

де через $\mathscr{S}_n$ позначено всі всеможливі підстановки множини яка складається з n елементів. Через M_{ij} позначимо $(n-1)\times(n-1)$-матрицю, отриману з матриці A вилученням i-го рядку та j-го стовпця. Детермінант матриці M_{ij} називається *мінором* матриці A. ij-те *алгебраїчне доповнення* A_{ij} визначається так:

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} \det(M_{ij}).$$

$n \times n$-матриця (A_{ij}), елементами якої є алгебраїчні доповнення, називається *приєднаною матрицею* до матриці A та позначається $\operatorname{adj}(A)$.

У цій лекції ми нагадаємо деякі важливі поняття з лінійної алгебри. Матеріал цієї лекції можна знайти в кожному підручнику з лінійної алгебри.

Означення 1.10.1

$n \times n$-матриця (a_{ij}) над дійсними числами називається *симетричною*, якщо $a_{ij} = a_{ji}$ для всіх i та j. $n \times n$-матриця (a_{ij}) над комплексними числами називається *ермітовою*, якщо $a_{ij} = \overline{a_{ji}}$ для всіх i та j. Довільна $n \times n$-матриця (a_{ij}) називається *діагональною*, якщо $a_{ij} = 0$ для всіх $i \neq j$.

Сформулюємо більше абстрактне означення визначника квадратної матриці.

Означення 1.10.2

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Визначник матриці* A визначається за формулою $\det(A) = \sum\limits_{\sigma \in \mathscr{S}_n} (\operatorname{sign}(\sigma)) \cdot a_{1\sigma(1)} \cdot a_{2\sigma(2)} \cdot \ldots \cdot a_{n\sigma(n)}$,

де через $\mathscr{S}_n$ позначено всі всеможливі підстановки множини яка складається з n елементів. Через M_{ij} позначимо $(n-1)\times(n-1)$-матрицю, отриману з матриці A вилученням i-го рядку та j-го стовпця. Детермінант матриці M_{ij} називається *мінором* матриці A. ij-те *алгебраїчне доповнення* A_{ij} визначається так:

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} \det(M_{ij}).$$

$n \times n$-матриця (A_{ij}), елементами якої є алгебраїчні доповнення, називається *приєднаною матрицею* до матриці A та позначається $\operatorname{adj}(A)$.

У цій лекції ми нагадаємо деякі важливі поняття з лінійної алгебри. Матеріал цієї лекції можна знайти в кожному підручнику з лінійної алгебри.

Означення 1.10.1

$n \times n$-матриця (a_{ij}) над дійсними числами називається *симетричною*, якщо $a_{ij} = a_{ji}$ для всіх i та j. $n \times n$-матриця (a_{ij}) над комплексними числами називається *ермітовою*, якщо $a_{ij} = \overline{a_{ji}}$ для всіх i та j. Довільна $n \times n$-матриця (a_{ij}) називається *діагональною*, якщо $a_{ij} = 0$ для всіх $i \neq j$.

Сформулюємо більше абстрактне означення визначника квадратної матриці.

Означення 1.10.2

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Визначник матриці* A визначається за формулою $\det(A) = \sum\limits_{\sigma \in \mathscr{S}_n} (\operatorname{sign}(\sigma)) \cdot a_{1\sigma(1)} \cdot a_{2\sigma(2)} \cdot \ldots \cdot a_{n\sigma(n)}$,

де через $\mathscr{S}_n$ позначено всі всеможливі підстановки множини яка складається з n елементів. Через M_{ij} позначимо $(n-1)\times(n-1)$-матрицю, отриману з матриці A вилученням i-го рядку та j-го стовпця. Детермінант матриці M_{ij} називається *мінором* матриці A. ij-те *алгебраїчне доповнення* A_{ij} визначається так:

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} \det(M_{ij}).$$

$n \times n$-матриця (A_{ij}), елементами якої є алгебраїчні доповнення, називається *приєднаною матрицею* до матриці A та позначається $\operatorname{adj}(A)$.

У цій лекції ми нагадаємо деякі важливі поняття з лінійної алгебри. Матеріал цієї лекції можна знайти в кожному підручнику з лінійної алгебри.

Означення 1.10.1

$n \times n$-матриця (a_{ij}) над дійсними числами називається *симетричною*, якщо $a_{ij} = a_{ji}$ для всіх i та j. $n \times n$-матриця (a_{ij}) над комплексними числами називається *ермітовою*, якщо $a_{ij} = \overline{a_{ji}}$ для всіх i та j. Довільна $n \times n$-матриця (a_{ij}) називається *діагональною*, якщо $a_{ij} = 0$ для всіх $i \neq j$.

Сформулюємо більше абстрактне означення визначника квадратної матриці.

Означення 1.10.2

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Визначник матриці* A визначається за формулою $\det(A) = \sum\limits_{\sigma \in \mathscr{S}_n} (\mathrm{sign}(\sigma)) \cdot a_{1\sigma(1)} \cdot a_{2\sigma(2)} \cdot \ldots \cdot a_{n\sigma(n)}$,

де через $\mathscr{S}_n$ позначено всі всеможливі підстановки множини яка складається з n елементів. Через M_{ij} позначимо $(n-1)\times(n-1)$-матрицю, отриману з матриці A вилученням i-го рядку та j-го стовпця. Детермінант матриці M_{ij} називається *мінором* матриці A. ij-те *алгебраїчне доповнення* A_{ij} визначається так:

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} \det(M_{ij}).$$

$n \times n$-матриця (A_{ij}), елементами якої є алгебраїчні доповнення, називається *приєднаною матрицею* до матриці A та позначається $\mathrm{adj}(A)$.

Матриці лінійних перетворень

У цій лекції ми нагадаємо деякі важливі поняття з лінійної алгебри. Матеріал цієї лекції можна знайти в кожному підручнику з лінійної алгебри.

Означення 1.10.1

$n \times n$-матриця (a_{ij}) над дійсними числами називається *симетричною*, якщо $a_{ij} = a_{ji}$ для всіх i та j. $n \times n$-матриця (a_{ij}) над комплексними числами називається *ермітовою*, якщо $a_{ij} = \overline{a_{ji}}$ для всіх i та j. Довільна $n \times n$-матриця (a_{ij}) називається *діагональною*, якщо $a_{ij} = 0$ для всіх $i \neq j$.

Сформулюємо більше абстрактне означення визначника квадратної матриці.

Означення 1.10.2

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Визначник матриці* A визначається за формулою $\det(A) = \sum\limits_{\sigma \in \mathscr{S}_n} (\operatorname{sign}(\sigma)) \cdot a_{1\sigma(1)} \cdot a_{2\sigma(2)} \cdot \ldots \cdot a_{n\sigma(n)}$,

де через $\mathscr{S}_n$ позначено всі всеможливі підстановки множини яка складається з n елементів. Через M_{ij} позначимо $(n-1)\times(n-1)$-матрицю, отриману з матриці A вилученням i-го рядку та j-го стовпця. Детермінант матриці M_{ij} називається *мінором* матриці A. ij-те *алгебраїчне доповнення* A_{ij} визначається так:

$$A_{ij} = (-1)^{i+j}\det(M_{ij}).$$

$n \times n$-матриця (A_{ij}), елементами якої є алгебраїчні доповнення, називається *приєднаною матрицею* до матриці A та позначається $\operatorname{adj}(A)$.

У цій лекції ми нагадаємо деякі важливі поняття з лінійної алгебри. Матеріал цієї лекції можна знайти в кожному підручнику з лінійної алгебри.

Означення 1.10.1

$n \times n$-матриця (a_{ij}) над дійсними числами називається *симетричною*, якщо $a_{ij} = a_{ji}$ для всіх i та j. $n \times n$-матриця (a_{ij}) над комплексними числами називається *ермітовою*, якщо $a_{ij} = \overline{a_{ji}}$ для всіх i та j. Довільна $n \times n$-матриця (a_{ij}) називається *діагональною*, якщо $a_{ij} = 0$ для всіх $i \neq j$.

Сформулюємо більше абстрактне означення визначника квадратної матриці.

Означення 1.10.2

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Визначник матриці* A визначається за формулою $\det(A) = \sum\limits_{\sigma \in \mathscr{S}_n} (\operatorname{sign}(\sigma)) \cdot a_{1\sigma(1)} \cdot a_{2\sigma(2)} \cdot \ldots \cdot a_{n\sigma(n)}$,

де через $\mathscr{S}_n$ позначено всі всеможливі підстановки множини яка складається з n елементів. Через M_{ij} позначимо $(n-1)\times(n-1)$-матрицю, отриману з матриці A вилученням i-го рядку та j-го стовпця. Детермінант матриці M_{ij} називається *мінором* матриці A. ij-те *алгебраїчне доповнення* A_{ij} визначається так:

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} \det(M_{ij}).$$

$n \times n$-матриця (A_{ij}), елементами якої є алгебраїчні доповнення, називається *приєднаною матрицею* до матриці A та позначається $\operatorname{adj}(A)$.

Матриці лінійних перетворень

У цій лекції ми нагадаємо деякі важливі поняття з лінійної алгебри. Матеріал цієї лекції можна знайти в кожному підручнику з лінійної алгебри.

Означення 1.10.1

$n \times n$-матриця (a_{ij}) над дійсними числами називається *симетричною*, якщо $a_{ij} = a_{ji}$ для всіх i та j. $n \times n$-матриця (a_{ij}) над комплексними числами називається *ермітовою*, якщо $a_{ij} = \overline{a_{ji}}$ для всіх i та j. Довільна $n \times n$-матриця (a_{ij}) називається *діагональною*, якщо $a_{ij} = 0$ для всіх $i \neq j$.

Сформулюємо більше абстрактне означення визначника квадратної матриці.

Означення 1.10.2

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Визначник матриці* A визначається за формулою
$$\det(A) = \sum_{\sigma \in \mathscr{S}_n} (\mathrm{sign}(\sigma)) \cdot a_{1\sigma(1)} \cdot a_{2\sigma(2)} \cdot \ldots \cdot a_{n\sigma(n)},$$
де через $\mathscr{S}_n$ позначено всі всеможливі підстановки множини яка складається з n елементів. Через M_{ij} позначимо $(n-1)\times(n-1)$-матрицю, отриману з матриці A вилученням i-го рядку та j-го стовпця. Детермінант матриці M_{ij} називається *мінором* матриці A. ij-те *алгебраїчне доповнення* A_{ij} визначається так:
$$A_{ij} = (-1)^{i+j} \det(M_{ij}).$$
$n \times n$-матриця (A_{ij}), елементами якої є алгебраїчні доповнення, називається *приєднаною матрицею* до матриці A та позначається $\mathrm{adj}(A)$.

Сформулюємо властивості визначника матриці у вигляді теореми без доведення.

Теорема 1.10.3

Визначник квадратної матриці має такі властивості:

(1) $\det(A) = \det(A^T)$;

(2) якщо матриця B отримана з матриці A перестановкою двох рядків (стовпців), то $\det(B) = -\det(A)$;

(3) якщо матриця A має два однакові рядки (стовпці), то $\det(A) = 0$;

(4) якщо матриця A має нульовий рядок (стовпчик), то $\det(A) = 0$;

(5) якщо матриці A, A' та A'' однакові за винятком i-го рядка (стовпця) A_i, A'_i та A''_i відповідно, і якщо $A_i = \alpha A'_i + \beta A''_i$, то

(6) $\det(AB) = \det(A) \cdot \det(B)$;

(7) $\det(A^{-1}) = \dfrac{1}{\det(A)}$.

Матриці лінійних перетворень

Сформулюємо властивості визначника матриці у вигляді теореми без доведення.

Теорема 1.10.3

Визначник квадратної матриці має такі властивості:

(1) $\det(A) = \det(A^T)$;

(2) якщо матриця B отримана з матриці A перестановкою двох рядків (стовпців), то $\det(B) = -\det(A)$;

(3) якщо матриця A має два однакові рядки (стовпці), то $\det(A) = 0$;

(4) якщо матриця A має нульовий рядок (стовпчик), то $\det(A) = 0$;

(5) якщо матриці A, A' та A'' однакові за винятком i-х рядків (стовпців) A_i, A_i' та A_i'' відповідно, і якщо $A_i = \alpha A_i' + \beta A_i''$, то

(6) $\det(AB) = \det(A) \cdot \det(B)$;

(7) $\det(A^{-1}) = \dfrac{1}{\det(A)}$.

Матриці лінійних перетворень

Сформулюємо властивості визначника матриці у вигляді теореми без доведення.

Теорема 1.10.3

Визначник квадратної матриці має такі властивості:

(1) $\det(A) = \det(A^T)$;

(2) якщо матриця B отримана з матриці A перестановкою двох рядків (стовпців), то $\det(B) = -\det(A)$;

(3) якщо матриця A має два однакові рядки (стовпці), то $\det(A) = 0$;

(4) якщо матриця A має нульовий рядок (стовпчик), то $\det(A) = 0$;

(5) якщо матриці A, A' та A'' однакові, за винятком i-х рядків (стовпців) A_i, A'_i та A''_i, відповідно, і якщо $A_i = aA'_i + bA''_i$, то

(6) $\det(AB) = \det(A) \cdot \det(B)$;

(7) $\det(A^{-1}) = \dfrac{1}{\det(A)}$;

Сформулюємо властивості визначника матриці у вигляді теореми без доведення.

Теорема 1.10.3

Визначник квадратної матриці має такі властивості:

(1) $\det(A) = \det(A^T)$;

(2) якщо матриця B отримана з матриці A перестановкою двох рядків (стовпців), то $\det(B) = -\det(A)$;

(3) якщо матриця A має два однакові рядки (стовпці), то $\det(A) = 0$;

(4) якщо матриця A має нульовий рядок (стовпчик), то $\det(A) = 0$;

(5) якщо матриці A, A' та A'' однакові, за винятком i-х рядків (стовпців) A_i, A'_i та A''_i, відповідно, і якщо $A_i = aA'_i + bA''_i$, то

(6) $\det(AB) = \det(A) \cdot \det(B)$;

(7) $\det(A^{-1}) = \dfrac{1}{\det(A)}$;

Сформулюємо властивості визначника матриці у вигляді теореми без доведення.

Теорема 1.10.3

Визначник квадратної матриці має такі властивості:

(1) $\det(A) = \det(A^T)$;

(2) якщо матриця B отримана з матриці A перестановкою двох рядків (стовпців), то $\det(B) = -\det(A)$;

(3) якщо матриця A має два однакові рядки (стовпці), то $\det(A) = 0$;

(4) якщо матриця A має нульовий рядок (стовпчик), то $\det(A) = 0$;

(5) якщо матриці A, A' та A'' однакові, за винятком i-х рядків (стовпців) A_i, A'_i та A''_i, відповідно, і якщо $A_i = aA'_i + bA''_i$, то

$$\det(A) = a \cdot \det(A') + b \cdot \det(A'');$$

(6) $\det(AB) = \det(A) \cdot \det(B)$;

(7) $\det(A^{-1}) = \dfrac{1}{\det(A)}$;

Сформулюємо властивості визначника матриці у вигляді теореми без доведення.

Теорема 1.10.3

Визначник квадратної матриці має такі властивості:

(1) $\det(A) = \det(A^T)$;

(2) якщо матриця B отримана з матриці A перестановкою двох рядків (стовпців), то $\det(B) = -\det(A)$;

(3) якщо матриця A має два однакові рядки (стовпці), то $\det(A) = 0$;

(4) якщо матриця A має нульовий рядок (стовпчик), то $\det(A) = 0$;

(5) якщо матриці A, A' та A'' однакові, за винятком i-х рядків (стовпців) A_i, A'_i та A''_i, відповідно, і якщо $A_i = aA'_i + bA''_i$, то

$$\det(A) = a \cdot \det(A') + b \cdot \det(A'');$$

(6) $\det(AB) = \det(A) \cdot \det(B)$;

(7) $\det(A^{-1}) = \dfrac{1}{\det(A)}$;

Сформулюємо властивості визначника матриці у вигляді теореми без доведення.

Теорема 1.10.3

Визначник квадратної матриці має такі властивості:

(1) $\det(A) = \det(A^T)$;

(2) якщо матриця B отримана з матриці A перестановкою двох рядків (стовпців), то $\det(B) = -\det(A)$;

(3) якщо матриця A має два однакові рядки (стовпці), то $\det(A) = 0$;

(4) якщо матриця A має нульовий рядок (стовпчик), то $\det(A) = 0$;

(5) якщо матриці A, A' та A'' однакові, за винятком i-х рядків (стовпців) A_i, A'_i та A''_i, відповідно, і якщо $A_i = aA'_i + bA''_i$, то

$$\det(A) = a \cdot \det(A') + b \cdot \det(A'');$$

(6) $\det(AB) = \det(A) \cdot \det(B)$;

(7) $\det(A^{-1}) = \dfrac{1}{\det(A)}$;

Сформулюємо властивості визначника матриці у вигляді теореми без доведення.

Теорема 1.10.3

Визначник квадратної матриці має такі властивості:

(1) $\det(A) = \det(A^T)$;

(2) якщо матриця B отримана з матриці A перестановкою двох рядків (стовпців), то $\det(B) = -\det(A)$;

(3) якщо матриця A має два однакові рядки (стовпці), то $\det(A) = 0$;

(4) якщо матриця A має нульовий рядок (стовпчик), то $\det(A) = 0$;

(5) якщо матриці A, A' та A'' однакові, за винятком i-х рядків (стовпців) A_i, A_i' та A_i'', відповідно, і якщо $A_i = aA_i' + bA_i''$, то

$$\det(A) = a \cdot \det(A') + b \cdot \det(A'');$$

(6) $\det(AB) = \det(A) \cdot \det(B)$;

(7) $\det(A^{-1}) = \dfrac{1}{\det(A)}$;

Сформулюємо властивості визначника матриці у вигляді теореми без доведення.

Теорема 1.10.3

Визначник квадратної матриці має такі властивості:

(1) $\det(A) = \det(A^T)$;

(2) якщо матриця B отримана з матриці A перестановкою двох рядків (стовпців), то $\det(B) = -\det(A)$;

(3) якщо матриця A має два однакові рядки (стовпці), то $\det(A) = 0$;

(4) якщо матриця A має нульовий рядок (стовпчик), то $\det(A) = 0$;

(5) якщо матриці A, A' та A'' однакові, за винятком i-х рядків (стовпців) A_i, A_i' та A_i'', відповідно, і якщо $A_i = aA_i' + bA_i''$, то

$$\det(A) = a \cdot \det(A') + b \cdot \det(A'');$$

(6) $\det(AB) = \det(A) \cdot \det(B)$;

(7) $\det(A^{-1}) = \dfrac{1}{\det(A)}$;

Матриці лінійних перетворень

Сформулюємо властивості визначника матриці у вигляді теореми без доведення.

Теорема 1.10.3

Визначник квадратної матриці має такі властивості:

(1) $\det(A) = \det(A^T)$;

(2) якщо матриця B отримана з матриці A перестановкою двох рядків (стовпців), то $\det(B) = -\det(A)$;

(3) якщо матриця A має два однакові рядки (стовпці), то $\det(A) = 0$;

(4) якщо матриця A має нульовий рядок (стовпчик), то $\det(A) = 0$;

(5) якщо матриці A, A' та A'' однакові, за винятком i-х рядків (стовпців) A_i, A_i' та A_i'', відповідно, і якщо $A_i = aA_i' + bA_i''$, то

$$\det(A) = a \cdot \det(A') + b \cdot \det(A'');$$

(6) $\det(AB) = \det(A) \cdot \det(B)$;

(7) $\det(A^{-1}) = \dfrac{1}{\det(A)}$;

Сформулюємо властивості визначника матриці у вигляді теореми без доведення.

Теорема 1.10.3

Визначник квадратної матриці має такі властивості:

(1) $\det(A) = \det(A^T)$;

(2) якщо матриця B отримана з матриці A перестановкою двох рядків (стовпців), то $\det(B) = -\det(A)$;

(3) якщо матриця A має два однакові рядки (стовпці), то $\det(A) = 0$;

(4) якщо матриця A має нульовий рядок (стовпчик), то $\det(A) = 0$;

(5) якщо матриці A, A' та A'' однакові, за винятком i-х рядків (стовпців) A_i, A_i' та A_i'', відповідно, і якщо $A_i = aA_i' + bA_i''$, то

$$\det(A) = a \cdot \det(A') + b \cdot \det(A'');$$

(6) $\det(AB) = \det(A) \cdot \det(B)$;

(7) $\det(A^{-1}) = \dfrac{1}{\det(A)}$;

Сформулюємо властивості визначника матриці у вигляді теореми без доведення.

Теорема 1.10.3

Визначник квадратної матриці має такі властивості:

(1) $\det(A) = \det(A^T)$;

(2) якщо матриця B отримана з матриці A перестановкою двох рядків (стовпців), то $\det(B) = -\det(A)$;

(3) якщо матриця A має два однакові рядки (стовпці), то $\det(A) = 0$;

(4) якщо матриця A має нульовий рядок (стовпчик), то $\det(A) = 0$;

(5) якщо матриці A, A' та A'' однакові, за винятком i-х рядків (стовпців) A_i, A'_i та A''_i, відповідно, і якщо $A_i = aA'_i + bA''_i$, то

$$\det(A) = a \cdot \det(A') + b \cdot \det(A'');$$

(6) $\det(AB) = \det(A) \cdot \det(B)$;

(7) $\det(A^{-1}) = \dfrac{1}{\det(A)}$;

Сформулюємо властивості визначника матриці у вигляді теореми без доведення.

Теорема 1.10.3

Визначник квадратної матриці має такі властивості:

(1) $\det(A) = \det(A^T)$;

(2) якщо матриця B отримана з матриці A перестановкою двох рядків (стовпців), то $\det(B) = -\det(A)$;

(3) якщо матриця A має два однакові рядки (стовпці), то $\det(A) = 0$;

(4) якщо матриця A має нульовий рядок (стовпчик), то $\det(A) = 0$;

(5) якщо матриці A, A' та A'' однакові, за винятком i-х рядків (стовпців) A_i, A'_i та A''_i, відповідно, і якщо $A_i = aA'_i + bA''_i$, то
$$\det(A) = a \cdot \det(A') + b \cdot \det(A'');$$

(6) $\det(AB) = \det(A) \cdot \det(B)$;

(7) $\det(A^{-1}) = \dfrac{1}{\det(A)}$;

Матриці лінійних перетворень

Теорема 1.10.3 (продовження)

Визначник квадратної матриці має такі властивості:

(8) визначник матриці можна розкласти через елементи матриці та її мінори так:

(9) обернена матриця A^{-1} до матриці A визначається з рівняння

(10) Матриця яка має обернену, і в цьому випадку називається невиродженою, тоді і тільки тоді, коли вона має ненульовий визначник.

Теорема 1.10.3 (продовження)

Визначник квадратної матриці має такі властивості:

(8) визначник матриці можна розкласти через елементи матриці та її мінори так:

(9) *обернена матриця* A^{-1} до матриці A визначається з рівняння

(10) Матриця яка має обернену, і в цьому випадку називається *неособливою*, тоді і тільки тоді, коли вона має ненульовий визначник.

Теорема 1.10.3 (продовження)

Визначник квадратної матриці має такі властивості:

(8) визначник матриці можна розкласти через елементи матриці та її мінори так:

(9) *обернена матриця* A^{-1} до матриці A визначається з рівняння

(10) Матриця яка має обернену, і в цьому випадку називається *неособливою*, тоді і тільки тоді, коли вона має ненульовий визначник.

Теорема 1.10.3 (продовження)

Визначник квадратної матриці має такі властивості:

(8) визначник матриці можна розкласти через елементи матриці та її мінори так:

$$\det(A) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}A_{ij} = \sum_{i=1}^{n} a_{ij}A_{ij};$$

(9) *обернена матриця* A^{-1} до матриці A визначається з рівняння

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I,$$

і вона обчислюється за формулою:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot \operatorname{adj}(A);$$

(10) Матриця яка має обернену, і в цьому випадку називається ***неособливою***, тоді і тільки тоді, коли вона має ненульовий визначник. Матриця, для якої не існує оберненої називається ***особливою***.

Теорема 1.10.3 (продовження)

Визначник квадратної матриці має такі властивості:

(8) визначник матриці можна розкласти через елементи матриці та її мінори так:

$$\det(A) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} A_{ij} = \sum_{i=1}^{n} a_{ij} A_{ij};$$

(9) *обернена матриця* A^{-1} до матриці A визначається з рівняння

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I,$$

і вона обчислюється за формулою:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot \operatorname{adj}(A);$$

(10) Матриця яка має обернену, і в цьому випадку називається ***неособливою***, тоді і тільки тоді, коли вона має ненульовий визначник. Матриця, для якої не існує оберненої називається ***особливою***.

Матриці лінійних перетворень

Теорема 1.10.3 (продовження)

Визначник квадратної матриці має такі властивості:

(8) визначник матриці можна розкласти через елементи матриці та її мінори так:

$$\det(A)=\sum_{j=1}^{n}a_{ij}A_{ij}=\sum_{i=1}^{n}a_{ij}A_{ij};$$

(9) *обернена матриця* A^{-1} до матриці A визначається з рівняння

$$AA^{-1}=A^{-1}A=I,$$

і вона обчислюється за формулою:

$$A^{-1}=\frac{1}{\det(A)}\cdot\operatorname{adj}(A);$$

(10) Матриця яка має обернену, і в цьому випадку називається ***неособливою***, тоді і тільки тоді, коли вона має ненульовий визначник. Матриця, для якої не існує оберненої називається ***особливою***.

Теорема 1.10.3 (продовження)

Визначник квадратної матриці має такі властивості:

(8) визначник матриці можна розкласти через елементи матриці та її мінори так:

$$\det(A) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} A_{ij} = \sum_{i=1}^{n} a_{ij} A_{ij};$$

(9) *обернена матриця* A^{-1} до матриці A визначається з рівняння

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I,$$

і вона обчислюється за формулою:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot \mathrm{adj}(A);$$

(10) Матриця яка має обернену, і в цьому випадку називається ***неособливою***, тоді і тільки тоді, коли вона має ненульовий визначник. Матриця, для якої не існує оберненої називається ***особливою***.

Теорема 1.10.3 (продовження)

Визначник квадратної матриці має такі властивості:

(8) визначник матриці можна розкласти через елементи матриці та її мінори так:

$$\det(A) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} A_{ij} = \sum_{i=1}^{n} a_{ij} A_{ij};$$

(9) *обернена матриця* A^{-1} до матриці A визначається з рівняння

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I,$$

і вона обчислюється за формулою:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot \mathrm{adj}(A);$$

(10) Матриця яка має обернену, і в цьому випадку називається ***неособливою***, тоді і тільки тоді, коли вона має ненульовий визначник. Матриця, для якої не існує оберненої називається ***особливою***.

Теорема 1.10.3 (продовження)

Визначник квадратної матриці має такі властивості:

(8) визначник матриці можна розкласти через елементи матриці та її мінори так:

$$\det(A) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}A_{ij} = \sum_{i=1}^{n} a_{ij}A_{ij};$$

(9) *обернена матриця* A^{-1} до матриці A визначається з рівняння

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I,$$

і вона обчислюється за формулою:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot \operatorname{adj}(A);$$

(10) Матриця яка має обернену, і в цьому випадку називається ***неособливою***, тоді і тільки тоді, коли вона має ненульовий визначник. Матриця, для якої не існує оберненої називається ***особливою***.

Теорема 1.10.3 (продовження)

Визначник квадратної матриці має такі властивості:

(8) визначник матриці можна розкласти через елементи матриці та її мінори так:

$$\det(A) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}A_{ij} = \sum_{i=1}^{n} a_{ij}A_{ij};$$

(9) *обернена матриця* A^{-1} до матриці A визначається з рівняння

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I,$$

і вона обчислюється за формулою:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot \operatorname{adj}(A);$$

(10) Матриця яка має обернену, і в цьому випадку називається ***неособливою***, тоді і тільки тоді, коли вона має ненульовий визначник. Матриця, для якої не існує оберненої називається ***особливою***.

Теорема 1.10.3 (продовження)

Визначник квадратної матриці має такі властивості:

(8) визначник матриці можна розкласти через елементи матриці та її мінори так:

$$\det(A) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} A_{ij} = \sum_{i=1}^{n} a_{ij} A_{ij};$$

(9) *обернена матриця* A^{-1} до матриці A визначається з рівняння

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I,$$

і вона обчислюється за формулою:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot \operatorname{adj}(A);$$

(10) Матриця яка має обернену, і в цьому випадку називається ***неособливою***, тоді і тільки тоді, коли вона має ненульовий визначник. Матриця, для якої не існує оберненої називається ***особливою***.

Теорема 1.10.3 (продовження)

Визначник квадратної матриці має такі властивості:

(8) визначник матриці можна розкласти через елементи матриці та її мінори так:

$$\det(A) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} A_{ij} = \sum_{i=1}^{n} a_{ij} A_{ij};$$

(9) *обернена матриця* A^{-1} до матриці A визначається з рівняння

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I,$$

і вона обчислюється за формулою:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot \operatorname{adj}(A);$$

(10) Матриця яка має обернену, і в цьому випадку називається ***неособливою***, тоді і тільки тоді, коли вона має ненульовий визначник. Матриця, для якої не існує оберненої називається ***особливою***.

Означення 1.10.4

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Слід матриці* A позначається через $\operatorname{tr}(A)$ і визначається за формулою

$$\operatorname{tr}(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}.$$

Теорема 1.10.5

Слід матриці має такі властивості:

(1) $\operatorname{tr}(a \cdot A + b \cdot B) = a \cdot \operatorname{tr}(A) + b \cdot \operatorname{tr}(B)$;

(2) $\operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA)$;

(3) $\operatorname{tr}(A) = \operatorname{tr}(P^{-1} \cdot A \cdot P)$ для довільної невиродженої матриці P.

Означення 1.10.6

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times m$-матриця. Рядки матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^m$. *Рядковий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^m$, який породжують ці вектори. Подібним чином стовпці матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^n$. *Стовпцевий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^n$, який породжують ці вектори.

Означення 1.10.4

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Слід матриці* A позначається через $\mathrm{tr}(A)$ і визначається за формулою

$$\mathrm{tr}(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}.$$

Теорема 1.10.5

Слід матриці має такі властивості:

(1) $\mathrm{tr}(\alpha A + b B) = a\,\mathrm{tr}(A) + b\,\mathrm{tr}(B)$;

(2) $\mathrm{tr}(AB) = \mathrm{tr}(BA)$;

(3) $\mathrm{tr}(A) = \mathrm{tr}(B^{-1} A B)$ для довільної невиродженої матриці B.

Означення 1.10.6

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times m$-матриця. Рядки матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^m$. *Рядковий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^m$, який породжують ці вектори. Подібним чином стовпці матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^n$. *Стовпцевий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^n$, який породжують ці вектори.

Означення 1.10.4

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Слід матриці* A позначається через $\mathrm{tr}(A)$ і визначається за формулою
$$\mathrm{tr}(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}.$$

Теорема 1.10.5

Слід матриці має такі властивості:

(1) $\mathrm{tr}(a \cdot A + b \cdot B) = a \cdot \mathrm{tr}(A) + b \cdot \mathrm{tr}(B)$;

(2) $\mathrm{tr}(AB) = \mathrm{tr}(BA)$;

(3) $\mathrm{tr}(A) = \mathrm{tr}(B^{-1} \cdot A \cdot B)$ для довільної невиродженої матриці B.

Означення 1.10.6

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times m$-матриця. Рядки матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^m$. *Рядковий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^m$, який породжують ці вектори. Подібним чином стовпці матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^n$. *Стовпцевий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^n$, який породжують ці вектори.

Означення 1.10.4

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Слід матриці* A позначається через $\mathrm{tr}(A)$ і визначається за формулою
$$\mathrm{tr}(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}.$$

Теорема 1.10.5

Слід матриці має такі властивості:

(1) $\mathrm{tr}(a\,A + b\,B) = a\,\mathrm{tr}(A) + b\,\mathrm{tr}(B)$;

(2) $\mathrm{tr}(AB) = \mathrm{tr}(BA)$;

(3) $\mathrm{tr}(A) = \mathrm{tr}(P^{-1}AP)$ для довільної невиродженої матриці P.

Означення 1.10.6

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times m$-матриця. Рядки матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^m$. *Рядковий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^m$, який породжують ці вектори. Подібним чином стовпці матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^n$. *Стовпцевий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^n$, який породжують ці вектори.

Матриці лінійних перетворень

Означення 1.10.4

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Слід матриці* A позначається через $\operatorname{tr}(A)$ і визначається за формулою

$$\operatorname{tr}(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}.$$

Теорема 1.10.5

Слід матриці має такі властивості:

(1) $\operatorname{tr}(\alpha A + \beta B) = \alpha \operatorname{tr}(A) + \beta \operatorname{tr}(B)$;

(2) $\operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA)$;

(3) $\operatorname{tr}(A) = \operatorname{tr}(P^{-1} \cdot A \cdot P)$ для довільної невиродженої матриці P.

Означення 1.10.6

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times m$-матриця. Рядки матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^m$. *Рядковий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^m$, який породжують ці вектори. Подібним чином стовпці матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^n$. *Стовпцевий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^n$, який породжують ці вектори.

Означення 1.10.4

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Слід матриці* A позначається через $\mathrm{tr}(A)$ і визначається за формулою

$$\mathrm{tr}(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}.$$

Теорема 1.10.5

Слід матриці має такі властивості:

(1) $\mathrm{tr}(a\,A + b\,B) = a\,\mathrm{tr}(A) + b\,\mathrm{tr}(B)$;

(2) $\mathrm{tr}(AB) = \mathrm{tr}(BA)$;

(3) $\mathrm{tr}(A) = \mathrm{tr}(P^{-1} \cdot A \cdot P)$ для довільної невиродженої матриці P.

Означення 1.10.6

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times m$-матриця. Рядки матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^m$. *Рядковий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^m$, який породжують ці вектори. Подібним чином стовпці матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^n$. *Стовпцевий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^n$, який породжують ці вектори.

Матриці лінійних перетворень

Означення 1.10.4

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Слід матриці* A позначається через $\operatorname{tr}(A)$ і визначається за формулою

$$\operatorname{tr}(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}.$$

Теорема 1.10.5

Слід матриці має такі властивості:

(1) $\operatorname{tr}(aA + bB) = a\operatorname{tr}(A) + b\operatorname{tr}(B)$;

(2) $\operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA)$;

(3) $\operatorname{tr}(A) = \operatorname{tr}(P^{-1}AP)$ для довільної невиродженої матриці P.

Означення 1.10.6

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times m$-матриця. Рядки матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^m$. *Рядковий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^m$, який породжують ці вектори. Подібним чином стовпці матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^n$. *Стовпцевий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^n$, який породжують ці вектори.

Матриці лінійних перетворень

Означення 1.10.4

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Слід матриці* A позначається через $\mathrm{tr}(A)$ і визначається за формулою

$$\mathrm{tr}(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}.$$

Теорема 1.10.5

Слід матриці має такі властивості:

(1) $\mathrm{tr}(a\,A + b\,B) = a\,\mathrm{tr}(A) + b\,\mathrm{tr}(B)$;

(2) $\mathrm{tr}(AB) = \mathrm{tr}(BA)$;

(3) $\mathrm{tr}(A) = \mathrm{tr}(P^{-1} \cdot A \cdot P)$ для довільної невиродженої матриці P.

Означення 1.10.6

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times m$-матриця. Рядки матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^m$. *Рядковий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^m$, який породжують ці вектори. Подібним чином стовпці матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^n$. *Стовпцевий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^n$, який породжують ці вектори.

Означення 1.10.4

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Слід матриці* A позначається через $\mathrm{tr}(A)$ і визначається за формулою
$$\mathrm{tr}(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}.$$

Теорема 1.10.5

Слід матриці має такі властивості:

(1) $\mathrm{tr}(a\,A + b\,B) = a\,\mathrm{tr}(A) + b\,\mathrm{tr}(B)$;

(2) $\mathrm{tr}(AB) = \mathrm{tr}(BA)$;

(3) $\mathrm{tr}(A) = \mathrm{tr}(P^{-1}{\cdot}A{\cdot}P)$ для довільної невиродженої матриці P.

Означення 1.10.6

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times m$-матриця. Рядки матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^m$. *Рядковий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^m$, який породжують ці вектори. Подібним чином стовпці матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^n$. *Стовпцевий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^n$, який породжують ці вектори.

Означення 1.10.4

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Слід матриці* A позначається через $\mathrm{tr}(A)$ і визначається за формулою

$$\mathrm{tr}(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}.$$

Теорема 1.10.5

Слід матриці має такі властивості:

(1) $\mathrm{tr}(a\,A + b\,B) = a\ \mathrm{tr}(A) + b\ \mathrm{tr}(B)$;

(2) $\mathrm{tr}(AB) = \mathrm{tr}(BA)$;

(3) $\mathrm{tr}(A) = \mathrm{tr}(P^{-1}{\cdot}A{\cdot}P)$ для довільної невиродженої матриці P.

Означення 1.10.6

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times m$-матриця. Рядки матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^m$. *Рядковий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^m$, який породжують ці вектори. Подібним чином стовпці матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^n$. *Стовпцевий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^n$, який породжують ці вектори.

Означення 1.10.4

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Слід матриці* A позначається через $\mathrm{tr}(A)$ і визначається за формулою
$$\mathrm{tr}(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}.$$

Теорема 1.10.5

Слід матриці має такі властивості:

(1) $\mathrm{tr}(a\,A + b\,B) = a\ \mathrm{tr}(A) + b\ \mathrm{tr}(B)$;

(2) $\mathrm{tr}(AB) = \mathrm{tr}(BA)$;

(3) $\mathrm{tr}(A) = \mathrm{tr}(P^{-1}{\cdot}A{\cdot}P)$ для довільної невиродженої матриці P.

Означення 1.10.6

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times m$-матриця. Рядки матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^m$. *Рядковий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^m$, який породжують ці вектори. Подібним чином стовпці матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^n$. *Стовпцевий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^n$, який породжують ці вектори.

Матриці лінійних перетворень

Означення 1.10.4

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Слід матриці* A позначається через $\mathrm{tr}(A)$ і визначається за формулою
$$\mathrm{tr}(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}.$$

Теорема 1.10.5

Слід матриці має такі властивості:

(1) $\mathrm{tr}(a\,A + b\,B) = a\ \mathrm{tr}(A) + b\ \mathrm{tr}(B)$;

(2) $\mathrm{tr}(AB) = \mathrm{tr}(BA)$;

(3) $\mathrm{tr}(A) = \mathrm{tr}(P^{-1}{\cdot}A{\cdot}P)$ для довільної невиродженої матриці P.

Означення 1.10.6

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times m$-матриця. Рядки матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^m$. *Рядковий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^m$, який породжують ці вектори. Подібним чином стовпці матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^n$. *Стовпцевий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^n$, який породжують ці вектори.

Матриці лінійних перетворень

Означення 1.10.4

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Слід матриці* A позначається через $\operatorname{tr}(A)$ і визначається за формулою
$$\operatorname{tr}(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}.$$

Теорема 1.10.5

Слід матриці має такі властивості:

(1) $\operatorname{tr}(a\,A + b\,B) = a\,\operatorname{tr}(A) + b\,\operatorname{tr}(B)$;

(2) $\operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA)$;

(3) $\operatorname{tr}(A) = \operatorname{tr}(P^{-1}\cdot A\cdot P)$ для довільної невиродженої матриці P.

Означення 1.10.6

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times m$-матриця. Рядки матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^m$. *Рядковий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^m$, який породжують ці вектори. Подібним чином стовпці матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^n$. *Стовпцевий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^n$, який породжують ці вектори.

Матриці лінійних перетворень

Означення 1.10.4

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Слід матриці* A позначається через $\mathrm{tr}(A)$ і визначається за формулою

$$\mathrm{tr}(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}.$$

Теорема 1.10.5

Слід матриці має такі властивості:

(1) $\mathrm{tr}(a\,A + b\,B) = a\ \mathrm{tr}(A) + b\ \mathrm{tr}(B)$;

(2) $\mathrm{tr}(AB) = \mathrm{tr}(BA)$;

(3) $\mathrm{tr}(A) = \mathrm{tr}(P^{-1}{\cdot}A{\cdot}P)$ для довільної невиродженої матриці P.

Означення 1.10.6

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times m$-матриця. Рядки матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^m$. *Рядковий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^m$, який породжують ці вектори. Подібним чином стовпці матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^n$. *Стовпцевий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^n$, який породжують ці вектори.

Означення 1.10.4

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Слід матриці* A позначається через $\mathrm{tr}(A)$ і визначається за формулою

$$\mathrm{tr}(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}.$$

Теорема 1.10.5

Слід матриці має такі властивості:

(1) $\mathrm{tr}(a\,A + b\,B) = a\ \mathrm{tr}(A) + b\ \mathrm{tr}(B)$;

(2) $\mathrm{tr}(AB) = \mathrm{tr}(BA)$;

(3) $\mathrm{tr}(A) = \mathrm{tr}(P^{-1}{\cdot}A{\cdot}P)$ для довільної невиродженої матриці P.

Означення 1.10.6

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times m$-матриця. Рядки матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^m$. *Рядковий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^m$, який породжують ці вектори. Подібним чином стовпці матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^n$. *Стовпцевий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^n$, який породжують ці вектори.

Означення 1.10.4

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Слід матриці* A позначається через $\mathrm{tr}(A)$ і визначається за формулою

$$\mathrm{tr}(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}.$$

Теорема 1.10.5

Слід матриці має такі властивості:

(1) $\mathrm{tr}(a\,A + b\,B) = a\ \mathrm{tr}(A) + b\ \mathrm{tr}(B)$;

(2) $\mathrm{tr}(AB) = \mathrm{tr}(BA)$;

(3) $\mathrm{tr}(A) = \mathrm{tr}(P^{-1}{\cdot}A{\cdot}P)$ для довільної невиродженої матриці P.

Означення 1.10.6

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times m$-матриця. Рядки матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^m$. *Рядковий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^m$, який породжують ці вектори. Подібним чином стовпці матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^n$. *Стовпцевий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^n$, який породжують ці вектори.

Означення 1.10.4

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Слід матриці* A позначається через $\mathrm{tr}(A)$ і визначається за формулою

$$\mathrm{tr}(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}.$$

Теорема 1.10.5

Слід матриці має такі властивості:

(1) $\mathrm{tr}(a\,A + b\,B) = a\;\mathrm{tr}(A) + b\;\mathrm{tr}(B)$;

(2) $\mathrm{tr}(AB) = \mathrm{tr}(BA)$;

(3) $\mathrm{tr}(A) = \mathrm{tr}(P^{-1}{\cdot}A{\cdot}P)$ для довільної невиродженої матриці P.

Означення 1.10.6

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times m$-матриця. Рядки матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^m$. *Рядковий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^m$, який породжують ці вектори. Подібним чином стовпці матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^n$. *Стовпцевий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^n$, який породжують ці вектори.

Означення 1.10.4

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Слід матриці* A позначається через $\mathrm{tr}(A)$ і визначається за формулою

$$\mathrm{tr}(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}.$$

Теорема 1.10.5

Слід матриці має такі властивості:

(1) $\mathrm{tr}(a\,A + b\,B) = a\ \mathrm{tr}(A) + b\ \mathrm{tr}(B)$;

(2) $\mathrm{tr}(AB) = \mathrm{tr}(BA)$;

(3) $\mathrm{tr}(A) = \mathrm{tr}(P^{-1} \cdot A \cdot P)$ для довільної невиродженої матриці P.

Означення 1.10.6

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times m$-матриця. Рядки матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^m$. *Рядковий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^m$, який породжують ці вектори. Подібним чином стовпці матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^n$. *Стовпцевий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^n$, який породжують ці вектори.

Означення 1.10.4

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times n$-матриця. *Слід матриці* A позначається через $\operatorname{tr}(A)$ і визначається за формулою

$$\operatorname{tr}(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}.$$

Теорема 1.10.5

Слід матриці має такі властивості:

(1) $\operatorname{tr}(a\,A + b\,B) = a\ \operatorname{tr}(A) + b\ \operatorname{tr}(B)$;

(2) $\operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA)$;

(3) $\operatorname{tr}(A) = \operatorname{tr}(P^{-1} \cdot A \cdot P)$ для довільної невиродженої матриці P.

Означення 1.10.6

Нехай $A = (a_{ij})$ — $n \times m$-матриця. Рядки матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^m$. *Рядковий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^m$, який породжують ці вектори. Подібним чином стовпці матриці A можна розглядати як вектори в просторі $\mathbb{R}^n$. *Стовпцевий ранг матриці* A — це вимір підпростору в $\mathbb{R}^n$, який породжують ці вектори.

Матриці лінійних перетворень

Можна довести, що рядковий ранг і стовпцевий ранг матриці збігаються.

Означення 1.10.7

Ранг матриці — це спільне значення рядкового рангу або стовпцевого рангу матриці. Матриця $n \times m$ має *максимальний ранг*, якщо її ранг менший за n або m.

Також справджується така теорема.

Теорема 1.10.8

Ранг матриці — це вимір її найбільшої неособливої квадратної підматриці. Матриця виміру $n \times n$ є неособливою тоді і лише тоді, коли вона має ранг n.

Можна довести, що рядковий ранг і стовпцевий ранг матриці збігаються.

Означення 1.10.7

Ранг матриці — це спільне значення рядкового рангу або стовпцевого рангу матриці. Матриця $n \times m$ має *максимальний ранг*, якщо її ранг менший за n або m.

Також справджується така теорема.

Теорема 1.10.8

Ранг матриці — це вимір її найбільшої неособливої квадратної підматриці. Матриця виміру $n \times n$ є неособливою тоді і лише тоді, коли вона має ранг n.

Можна довести, що рядковий ранг і стовпцевий ранг матриці збігаються.

Означення 1.10.7

Ранг матриці — це спільне значення рядкового рангу або стовпцевого рангу матриці. Матриця $n \times m$ має *максимальний ранг*, якщо її ранг менший за n або m.

Також справджується така теорема.

Теорема 1.10.8

Ранг матриці — це вимір її найбільшої неособливої квадратної підматриці. Матриця виміру $n \times n$ є неособливою тоді і лише тоді, коли вона має ранг n.

Можна довести, що рядковий ранг і стовпцевий ранг матриці збігаються.

Означення 1.10.7

Ранг матриці — це спільне значення рядкового рангу або стовпцевого рангу матриці. Матриця $n \times m$ має *максимальний ранг*, якщо її ранг менший за n або m.

Також справджується така теорема.

Теорема 1.10.8

Ранг матриці — це вимір її найбільшої неособливої квадратної підматриці. Матриця виміру $n \times n$ є неособливою тоді і лише тоді, коли вона має ранг n.

Можна довести, що рядковий ранг і стовпцевий ранг матриці збігаються.

Означення 1.10.7

Ранг матриці — це спільне значення рядкового рангу або стовпцевого рангу матриці. Матриця $n \times m$ має *максимальний ранг*, якщо її ранг менший за n або m.

Також справджується така теорема.

Теорема 1.10.8

Ранг матриці — це вимір її найбільшої неособливої квадратної підматриці. Матриця виміру $n \times n$ є неособливою тоді і лише тоді, коли вона має ранг n.

Матриці лінійних перетворень

Можна довести, що рядковий ранг і стовпцевий ранг матриці збігаються.

Означення 1.10.7

Ранг матриці — це спільне значення рядкового рангу або стовпцевого рангу матриці. Матриця $n \times m$ має *максимальний ранг*, якщо її ранг менший за n або m.

Також справджується така теорема.

Теорема 1.10.8

Ранг матриці — це вимір її найбільшої неособливої квадратної підматриці. Матриця виміру $n \times n$ є неособливою тоді і лише тоді, коли вона має ранг n.

Можна довести, що рядковий ранг і стовпцевий ранг матриці збігаються.

Означення 1.10.7

Ранг матриці — це спільне значення рядкового рангу або стовпцевого рангу матриці. Матриця $n \times m$ має *максимальний ранг*, якщо її ранг менший за n або m.

Також справджується така теорема.

Теорема 1.10.8

Ранг матриці — це вимір її найбільшої неособливої квадратної підматриці. Матриця виміру $n \times n$ є неособливою тоді і лише тоді, коли вона має ранг n.

Можна довести, що рядковий ранг і стовпцевий ранг матриці збігаються.

Означення 1.10.7

Ранг матриці — це спільне значення рядкового рангу або стовпцевого рангу матриці. Матриця $n \times m$ має *максимальний ранг*, якщо її ранг менший за n або m.

Також справджується така теорема.

Теорема 1.10.8

Ранг матриці — це вимір її найбільшої неособливої квадратної підматриці. Матриця виміру $n \times n$ є неособливою тоді і лише тоді, коли вона має ранг n.

Можна довести, що рядковий ранг і стовпцевий ранг матриці збігаються.

Означення 1.10.7

Ранг матриці — це спільне значення рядкового рангу або стовпцевого рангу матриці. Матриця $n \times m$ має *максимальний ранг*, якщо її ранг менший за n або m.

Також справджується така теорема.

Теорема 1.10.8

Ранг матриці — це вимір її найбільшої неособливої квадратної підматриці. Матриця виміру $n \times n$ є неособливою тоді і лише тоді, коли вона має ранг n.

Матриці лінійних перетворень

Передбачається, що слухачам відомо, як матриці використовуються для розв'язування систем лінійних рівнянь вигляду

$$A\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{b}^T,$$

зокрема методом Гусса[1]. Ми не будемо описувати метод Гусса тут, але є певна термінологія, з якою ми стикаємось, коли обговорюється метод, яку ми хочемо записати заради повноти. Нагадаємо, якщо метод Гаусса, застосований до матриці A для отримання верхньотрикутної матриці U, не передбачає перестановки рядків, то матрицю A можна записати у вигляді

$$A = LU,$$

де L — нижньотрикутна матриця, а U — верхньотрикутна матриця. Це зводить нашу систему рівнянь до двох систем

$$L\boldsymbol{y}^T = \boldsymbol{b}^T$$

і

$$U\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{y}^T,$$

які легко розв'язуються. Якщо задіяні перестановки рядків, то вступає в дію ще один множник, і матрицю A можна записати у вигляді

$$A = PLU,$$

де P — матриця перестановок, тобто матриця, отримана з одиничної матриці послідовністю перестановки стовпців та/або рядків.

[1]Нам потрібно транспонувати вектори, оскільки в цьому курсі лекцій вектори в $\mathbb{R}^n$ трактуються як $1 \times n$-матриці.

Матриці лінійних перетворень

Передбачається, що слухачам відомо, як матриці використовуються для розв'язування систем лінійних рівнянь вигляду

$$A\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{b}^T,$$

зокрема методом Гусса[1]. Ми не будемо описувати метод Гусса тут, але є певна термінологія, з якою ми стикаємось, коли обговорюється метод, яку ми хочемо записати заради повноти. Нагадаємо, якщо метод Гаусса, застосований до матриці A для отримання верхньотрикутної матриці U, не передбачає перестановки рядків, то матрицю A можна записати у вигляді

$$A = LU,$$

де L — нижньотрикутна матриця, а U — верхньотрикутна матриця. Це зводить нашу систему рівнянь до двох систем

$$L\boldsymbol{y}^T = \boldsymbol{b}^T$$

і

$$U\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{y}^T,$$

які легко розв'язуються. Якщо задіяні перестановки рядків, то вступає в дію ще один множник, і матрицю A можна записати у вигляді

$$A = PLU,$$

де P — матриця перестановок, тобто матриця, отримана з одиничної матриці послідовністю перестановки стовпців та/або рядків.

[1] Нам потрібно транспонувати вектори, оскільки в цьому курсі лекцій вектори в $\mathbb{R}^n$ трактуються як $1 \times n$-матриці.

Передбачається, що слухачам відомо, як матриці використовуються для розв'язування систем лінійних рівнянь вигляду

$$A\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{b}^T,$$

зокрема методом Гусса[1]. Ми не будемо описувати метод Гусса тут, але є певна термінологія, з якою ми стикаємось, коли обговорюється метод, яку ми хочемо записати заради повноти. Нагадаємо, якщо метод Гаусса, застосований до матриці A для отримання верхньотрикутної матриці U, не передбачає перестановки рядків, то матрицю A можна записати у вигляді

$$A = LU,$$

де L — нижньотрикутна матриця, а U — верхньотрикутна матриця. Це зводить нашу систему рівнянь до двох систем

$$L\boldsymbol{y}^T = \boldsymbol{b}^T$$

і

$$U\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{y}^T,$$

які легко розв'язуються. Якщо задіяні перестановки рядків, то вступає в дію ще один множник, і матрицю A можна записати у вигляді

$$A = PLU,$$

де P — матриця перестановок, тобто матриця, отримана з одиничної матриці послідовністю перестановки стовпців та/або рядків.

[1] Нам потрібно транспонувати вектори, оскільки в цьому курсі лекцій вектори в $\mathbb{R}^n$ трактуються як $1 \times n$-матриці.

Передбачається, що слухачам відомо, як матриці використовуються для розв'язування систем лінійних рівнянь вигляду

$$A\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{b}^T,$$

зокрема методом Гусса[1]. Ми не будемо описувати метод Гусса тут, але є певна термінологія, з якою ми стикаємось, коли обговорюється метод, яку ми хочемо записати заради повноти. Нагадаємо, якщо метод Гаусса, застосований до матриці A для отримання верхньотрикутної матриці U, не передбачає перестановки рядків, то матрицю A можна записати у вигляді

$$A = LU,$$

де L — нижньотрикутна матриця, а U — верхньотрикутна матриця. Це зводить нашу систему рівнянь до двох систем

$$L\boldsymbol{y}^T = \boldsymbol{b}^T$$

і

$$U\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{y}^T,$$

які легко розв'язуються. Якщо задіяні перестановки рядків, то вступає в дію ще один множник, і матрицю A можна записати у вигляді

$$A = PLU,$$

де P — матриця перестановок, тобто матриця, отримана з одиничної матриці послідовністю перестановки стовпців та/або рядків.

[1] Нам потрібно транспонувати вектори, оскільки в цьому курсі лекцій вектори в $\mathbb{R}^n$ трактуються як $1 \times n$-матриці.

Матриці лінійних перетворень

Передбачається, що слухачам відомо, як матриці використовуються для розв'язування систем лінійних рівнянь вигляду

$$A\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{b}^T,$$

зокрема методом Гусса[1]. Ми не будемо описувати метод Гусса тут, але є певна термінологія, з якою ми стикаємось, коли обговорюється метод, яку ми хочемо записати заради повноти. Нагадаємо, якщо метод Гаусса, застосований до матриці A для отримання верхньотрикутної матриці U, не передбачає перестановки рядків, то матрицю A можна записати у вигляді

$$A = LU,$$

де L — нижньотрикутна матриця, а U — верхньотрикутна матриця. Це зводить нашу систему рівнянь до двох систем

$$L\boldsymbol{y}^T = \boldsymbol{b}^T$$

і

$$U\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{y}^T,$$

які легко розв'язуються. Якщо задіяні перестановки рядків, то вступає в дію ще один множник, і матрицю A можна записати у вигляді

$$A = PLU,$$

де P — матриця перестановок, тобто матриця, отримана з одиничної матриці послідовністю перестановки стовпців та/або рядків.

[1]Нам потрібно транспонувати вектори, оскільки в цьому курсі лекцій вектори в $\mathbb{R}^n$ трактуються як $1 \times n$-матриці.

Передбачається, що слухачам відомо, як матриці використовуються для розв'язування систем лінійних рівнянь вигляду

$$A\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{b}^T,$$

зокрема методом Гусса[1]. Ми не будемо описувати метод Гусса тут, але є певна термінологія, з якою ми стикаємось, коли обговорюється метод, яку ми хочемо записати заради повноти. Нагадаємо, якщо метод Гаусса, застосований до матриці A для отримання верхньотрикутної матриці U, не передбачає перестановки рядків, то матрицю A можна записати у вигляді

$$A = LU,$$

де L — нижньотрикутна матриця, а U — верхньотрикутна матриця. Це зводить нашу систему рівнянь до двох систем

$$L\boldsymbol{y}^T = \boldsymbol{b}^T$$

і

$$U\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{y}^T,$$

які легко розв'язуються. Якщо задіяні перестановки рядків, то вступає в дію ще один множник, і матрицю A можна записати у вигляді

$$A = PLU,$$

де P — матриця перестановок, тобто матриця, отримана з одиничної матриці послідовністю перестановки стовпців та/або рядків.

[1] Нам потрібно транспонувати вектори, оскільки в цьому курсі лекцій вектори в $\mathbb{R}^n$ трактуються як $1 \times n$-матриці.

Передбачається, що слухачам відомо, як матриці використовуються для розв'язування систем лінійних рівнянь вигляду

$$A\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{b}^T,$$

зокрема методом Гусса[1]. Ми не будемо описувати метод Гусса тут, але є певна термінологія, з якою ми стикаємось, коли обговорюється метод, яку ми хочемо записати заради повноти. Нагадаємо, якщо метод Гаусса, застосований до матриці A для отримання верхньотрикутної матриці U, не передбачає перестановки рядків, то матрицю A можна записати у вигляді

$$A = LU,$$

де L — нижньотрикутна матриця, а U — верхньотрикутна матриця. Це зводить нашу систему рівнянь до двох систем

$$L\boldsymbol{y}^T = \boldsymbol{b}^T$$

і

$$U\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{y}^T,$$

які легко розв'язуються. Якщо задіяні перестановки рядків, то вступає в дію ще один множник, і матрицю A можна записати у вигляді

$$A = PLU,$$

де P — матриця перестановок, тобто матриця, отримана з одиничної матриці послідовністю перестановки стовпців та/або рядків.

[1] Нам потрібно транспонувати вектори, оскільки в цьому курсі лекцій вектори в $\mathbb{R}^n$ трактуються як $1 \times n$-матриці.

Передбачається, що слухачам відомо, як матриці використовуються для розв'язування систем лінійних рівнянь вигляду

$$A\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{b}^T,$$

зокрема методом Гусса[1]. Ми не будемо описувати метод Гусса тут, але є певна термінологія, з якою ми стикаємось, коли обговорюється метод, яку ми хочемо записати заради повноти. Нагадаємо, якщо метод Гаусса, застосований до матриці A для отримання верхньотрикутної матриці U, не передбачає перестановки рядків, то матрицю A можна записати у вигляді

$$A = LU,$$

де L — нижньотрикутна матриця, а U — верхньотрикутна матриця. Це зводить нашу систему рівнянь до двох систем

$$L\boldsymbol{y}^T = \boldsymbol{b}^T$$

і

$$U\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{y}^T,$$

які легко розв'язуються. Якщо задіяні перестановки рядків, то вступає в дію ще один множник, і матрицю A можна записати у вигляді

$$A = PLU,$$

де P — матриця перестановок, тобто матриця, отримана з одиничної матриці послідовністю перестановки стовпців та/або рядків.

[1] Нам потрібно транспонувати вектори, оскільки в цьому курсі лекцій вектори в $\mathbb{R}^n$ трактуються як $1 \times n$-матриці.

Передбачається, що слухачам відомо, як матриці використовуються для розв'язування систем лінійних рівнянь вигляду

$$A\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{b}^T,$$

зокрема методом Гусса[1]. Ми не будемо описувати метод Гусса тут, але є певна термінологія, з якою ми стикаємось, коли обговорюється метод, яку ми хочемо записати заради повноти. Нагадаємо, якщо метод Гаусса, застосований до матриці A для отримання верхньотрикутної матриці U, не передбачає перестановки рядків, то матрицю A можна записати у вигляді

$$A = LU,$$

де L — нижньотрикутна матриця, а U — верхньотрикутна матриця. Це зводить нашу систему рівнянь до двох систем

$$L\boldsymbol{y}^T = \boldsymbol{b}^T$$

і

$$U\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{y}^T,$$

які легко розв'язуються. Якщо задіяні перестановки рядків, то вступає в дію ще один множник, і матрицю A можна записати у вигляді

$$A = PLU,$$

де P — матриця перестановок, тобто матриця, отримана з одиничної матриці послідовністю перестановки стовпців та/або рядків.

[1] Нам потрібно транспонувати вектори, оскільки в цьому курсі лекцій вектори в $\mathbb{R}^n$ трактуються як $1 \times n$-матриці.

Передбачається, що слухачам відомо, як матриці використовуються для розв'язування систем лінійних рівнянь вигляду

$$A\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{b}^T,$$

зокрема методом Гусса[1]. Ми не будемо описувати метод Гусса тут, але є певна термінологія, з якою ми стикаємось, коли обговорюється метод, яку ми хочемо записати заради повноти. Нагадаємо, якщо метод Гаусса, застосований до матриці A для отримання верхньотрикутної матриці U, не передбачає перестановки рядків, то матрицю A можна записати у вигляді

$$A = LU,$$

де L — нижньотрикутна матриця, а U — верхньотрикутна матриця. Це зводить нашу систему рівнянь до двох систем

$$L\boldsymbol{y}^T = \boldsymbol{b}^T$$

і

$$U\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{y}^T,$$

які легко розв'язуються. Якщо задіяні перестановки рядків, то вступає в дію ще один множник, і матрицю A можна записати у вигляді

$$A = PLU,$$

де P — матриця перестановок, тобто матриця, отримана з одиничної матриці послідовністю перестановки стовпців та/або рядків.

[1] Нам потрібно транспонувати вектори, оскільки в цьому курсі лекцій вектори в $\mathbb{R}^n$ трактуються як $1 \times n$-матриці.

Передбачається, що слухачам відомо, як матриці використовуються для розв'язування систем лінійних рівнянь вигляду

$$Ax^T = b^T,$$

зокрема методом Гусса[1]. Ми не будемо описувати метод Гусса тут, але є певна термінологія, з якою ми стикаємось, коли обговорюється метод, яку ми хочемо записати заради повноти. Нагадаємо, якщо метод Гаусса, застосований до матриці A для отримання верхньотрикутної матриці U, не передбачає перестановки рядків, то матрицю A можна записати у вигляді

$$A = LU,$$

де L — нижньотрикутна матриця, а U — верхньотрикутна матриця. Це зводить нашу систему рівнянь до двох систем

$$Ly^T = b^T$$

і

$$Ux^T = y^T,$$

які легко розв'язуються. Якщо задіяні перестановки рядків, то вступає в дію ще один множник, і матрицю A можна записати у вигляді

$$A = PLU,$$

де P — матриця перестановок, тобто матриця, отримана з одиничної матриці послідовністю перестановки стовпців та/або рядків.

[1] Нам потрібно транспонувати вектори, оскільки в цьому курсі лекцій вектори в $\mathbb{R}^n$ трактуються як $1 \times n$-матриці.

Передбачається, що слухачам відомо, як матриці використовуються для розв'язування систем лінійних рівнянь вигляду

$$A\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{b}^T,$$

зокрема методом Гусса[1]. Ми не будемо описувати метод Гусса тут, але є певна термінологія, з якою ми стикаємось, коли обговорюється метод, яку ми хочемо записати заради повноти. Нагадаємо, якщо метод Гаусса, застосований до матриці A для отримання верхньотрикутної матриці U, не передбачає перестановки рядків, то матрицю A можна записати у вигляді

$$A = LU,$$

де L — нижньотрикутна матриця, а U — верхньотрикутна матриця. Це зводить нашу систему рівнянь до двох систем

$$L\boldsymbol{y}^T = \boldsymbol{b}^T$$

і

$$U\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{y}^T,$$

які легко розв'язуються. Якщо задіяні перестановки рядків, то вступає в дію ще один множник, і матрицю A можна записати у вигляді

$$A = PLU,$$

де P — матриця перестановок, тобто матриця, отримана з одиничної матриці послідовністю перестановки стовпців та/або рядків.

[1]Нам потрібно транспонувати вектори, оскільки в цьому курсі лекцій вектори в $\mathbb{R}^n$ трактуються як $1 \times n$-матриці.

Передбачається, що слухачам відомо, як матриці використовуються для розв'язування систем лінійних рівнянь вигляду

$$A\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{b}^T,$$

зокрема методом Гусса[1]. Ми не будемо описувати метод Гусса тут, але є певна термінологія, з якою ми стикаємось, коли обговорюється метод, яку ми хочемо записати заради повноти. Нагадаємо, якщо метод Гаусса, застосований до матриці A для отримання верхньотрикутної матриці U, не передбачає перестановки рядків, то матрицю A можна записати у вигляді

$$A = LU,$$

де L — нижньотрикутна матриця, а U — верхньотрикутна матриця. Це зводить нашу систему рівнянь до двох систем

$$L\boldsymbol{y}^T = \boldsymbol{b}^T$$

і

$$U\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{y}^T,$$

які легко розв'язуються. Якщо задіяні перестановки рядків, то вступає в дію ще один множник, і матрицю A можна записати у вигляді

$$A = PLU,$$

де P — матриця перестановок, тобто матриця, отримана з одиничної матриці послідовністю перестановки стовпців та/або рядків.

[1]Нам потрібно транспонувати вектори, оскільки в цьому курсі лекцій вектори в $\mathbb{R}^n$ трактуються як $1 \times n$-матриці.

Передбачається, що слухачам відомо, як матриці використовуються для розв'язування систем лінійних рівнянь вигляду

$$A\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{b}^T,$$

зокрема методом Гусса[1]. Ми не будемо описувати метод Гусса тут, але є певна термінологія, з якою ми стикаємось, коли обговорюється метод, яку ми хочемо записати заради повноти. Нагадаємо, якщо метод Гаусса, застосований до матриці A для отримання верхньотрикутної матриці U, не передбачає перестановки рядків, то матрицю A можна записати у вигляді

$$A = LU,$$

де L — нижньотрикутна матриця, а U — верхньотрикутна матриця. Це зводить нашу систему рівнянь до двох систем

$$L\boldsymbol{y}^T = \boldsymbol{b}^T$$

і

$$U\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{y}^T,$$

які легко розв'язуються. Якщо задіяні перестановки рядків, то вступає в дію ще один множник, і матрицю A можна записати у вигляді

$$A = PLU,$$

де P — матриця перестановок, тобто матриця, отримана з одиничної матриці послідовністю перестановки стовпців та/або рядків.

[1]Нам потрібно транспонувати вектори, оскільки в цьому курсі лекцій вектори в $\mathbb{R}^n$ трактуються як $1 \times n$-матриці.

Передбачається, що слухачам відомо, як матриці використовуються для розв'язування систем лінійних рівнянь вигляду

$$A\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{b}^T,$$

зокрема методом Гусса[1]. Ми не будемо описувати метод Гусса тут, але є певна термінологія, з якою ми стикаємось, коли обговорюється метод, яку ми хочемо записати заради повноти. Нагадаємо, якщо метод Гаусса, застосований до матриці A для отримання верхньотрикутної матриці U, не передбачає перестановки рядків, то матрицю A можна записати у вигляді

$$A = LU,$$

де L — нижньотрикутна матриця, а U — верхньотрикутна матриця. Це зводить нашу систему рівнянь до двох систем

$$L\boldsymbol{y}^T = \boldsymbol{b}^T$$

і

$$U\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{y}^T,$$

які легко розв'язуються. Якщо задіяні перестановки рядків, то вступає в дію ще один множник, і матрицю A можна записати у вигляді

$$A = PLU,$$

де P — матриця перестановок, тобто матриця, отримана з одиничної матриці послідовністю перестановки стовпців та/або рядків.

[1] Нам потрібно транспонувати вектори, оскільки в цьому курсі лекцій вектори в $\mathbb{R}^n$ трактуються як $1 \times n$-матриці.

Передбачається, що слухачам відомо, як матриці використовуються для розв'язування систем лінійних рівнянь вигляду

$$A\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{b}^T,$$

зокрема методом Гусса[1]. Ми не будемо описувати метод Гусса тут, але є певна термінологія, з якою ми стикаємось, коли обговорюється метод, яку ми хочемо записати заради повноти. Нагадаємо, якщо метод Гаусса, застосований до матриці A для отримання верхньотрикутної матриці U, не передбачає перестановки рядків, то матрицю A можна записати у вигляді

$$A = LU,$$

де L — нижньотрикутна матриця, а U — верхньотрикутна матриця. Це зводить нашу систему рівнянь до двох систем

$$L\boldsymbol{y}^T = \boldsymbol{b}^T$$

і

$$U\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{y}^T,$$

які легко розв'язуються. Якщо задіяні перестановки рядків, то вступає в дію ще один множник, і матрицю A можна записати у вигляді

$$A = PLU,$$

де P — матриця перестановок, тобто матриця, отримана з одиничної матриці послідовністю перестановки стовпців та/або рядків.

[1] Нам потрібно транспонувати вектори, оскільки в цьому курсі лекцій вектори в $\mathbb{R}^n$ трактуються як $1 \times n$-матриці.

Передбачається, що слухачам відомо, як матриці використовуються для розв'язування систем лінійних рівнянь вигляду

$$A\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{b}^T,$$

зокрема методом Гусса[1]. Ми не будемо описувати метод Гусса тут, але є певна термінологія, з якою ми стикаємось, коли обговорюється метод, яку ми хочемо записати заради повноти. Нагадаємо, якщо метод Гаусса, застосований до матриці A для отримання верхньотрикутної матриці U, не передбачає перестановки рядків, то матрицю A можна записати у вигляді

$$A = LU,$$

де L — нижньотрикутна матриця, а U — верхньотрикутна матриця. Це зводить нашу систему рівнянь до двох систем

$$L\boldsymbol{y}^T = \boldsymbol{b}^T$$

і

$$U\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{y}^T,$$

які легко розв'язуються. Якщо задіяні перестановки рядків, то вступає в дію ще один множник, і матрицю A можна записати у вигляді

$$A = PLU,$$

де P — матриця перестановок, тобто матриця, отримана з одиничної матриці послідовністю перестановки стовпців та/або рядків.

[1] Нам потрібно транспонувати вектори, оскільки в цьому курсі лекцій вектори в $\mathbb{R}^n$ трактуються як $1 \times n$-матриці.

Передбачається, що слухачам відомо, як матриці використовуються для розв'язування систем лінійних рівнянь вигляду

$$A\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{b}^T,$$

зокрема методом Гусса[1]. Ми не будемо описувати метод Гусса тут, але є певна термінологія, з якою ми стикаємось, коли обговорюється метод, яку ми хочемо записати заради повноти. Нагадаємо, якщо метод Гаусса, застосований до матриці A для отримання верхньотрикутної матриці U, не передбачає перестановки рядків, то матрицю A можна записати у вигляді

$$A = LU,$$

де L — нижньотрикутна матриця, а U — верхньотрикутна матриця. Це зводить нашу систему рівнянь до двох систем

$$L\boldsymbol{y}^T = \boldsymbol{b}^T$$

і

$$U\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{y}^T,$$

які легко розв'язуються. Якщо задіяні перестановки рядків, то вступає в дію ще один множник, і матрицю A можна записати у вигляді

$$A = PLU,$$

де P — матриця перестановок, тобто матриця, отримана з одиничної матриці послідовністю перестановки стовпців та/або рядків.

[1]Нам потрібно транспонувати вектори, оскільки в цьому курсі лекцій вектори в $\mathbb{R}^n$ трактуються як $1 \times n$-матриці.

Матриці лінійних перетворень

Передбачається, що слухачам відомо, як матриці використовуються для розв'язування систем лінійних рівнянь вигляду

$$A\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{b}^T,$$

зокрема методом Гусса[1]. Ми не будемо описувати метод Гусса тут, але є певна термінологія, з якою ми стикаємось, коли обговорюється метод, яку ми хочемо записати заради повноти. Нагадаємо, якщо метод Гаусса, застосований до матриці A для отримання верхньотрикутної матриці U, не передбачає перестановки рядків, то матрицю A можна записати у вигляді

$$A = LU,$$

де L — нижньотрикутна матриця, а U — верхньотрикутна матриця. Це зводить нашу систему рівнянь до двох систем

$$L\boldsymbol{y}^T = \boldsymbol{b}^T$$

і

$$U\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{y}^T,$$

які легко розв'язуються. Якщо задіяні перестановки рядків, то вступає в дію ще один множник, і матрицю A можна записати у вигляді

$$A = PLU,$$

де P — матриця перестановок, тобто матриця, отримана з одиничної матриці послідовністю перестановки стовпців та/або рядків.

[1] Нам потрібно транспонувати вектори, оскільки в цьому курсі лекцій вектори в $\mathbb{R}^n$ трактуються як $1 \times n$-матриці.

Передбачається, що слухачам відомо, як матриці використовуються для розв'язування систем лінійних рівнянь вигляду

$$A\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{b}^T,$$

зокрема методом Гусса[1]. Ми не будемо описувати метод Гусса тут, але є певна термінологія, з якою ми стикаємось, коли обговорюється метод, яку ми хочемо записати заради повноти. Нагадаємо, якщо метод Гаусса, застосований до матриці A для отримання верхньотрикутної матриці U, не передбачає перестановки рядків, то матрицю A можна записати у вигляді

$$A = LU,$$

де L — нижньотрикутна матриця, а U — верхньотрикутна матриця. Це зводить нашу систему рівнянь до двох систем

$$L\boldsymbol{y}^T = \boldsymbol{b}^T$$

і

$$U\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{y}^T,$$

які легко розв'язуються. Якщо задіяні перестановки рядків, то вступає в дію ще один множник, і матрицю A можна записати у вигляді

$$A = PLU,$$

де P — матриця перестановок, тобто матриця, отримана з одиничної матриці послідовністю перестановки стовпців та/або рядків.

[1]Нам потрібно транспонувати вектори, оскільки в цьому курсі лекцій вектори в $\mathbb{R}^n$ трактуються як $1 \times n$-матриці.

Передбачається, що слухачам відомо, як матриці використовуються для розв'язування систем лінійних рівнянь вигляду

$$A\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{b}^T,$$

зокрема методом Гусса[1]. Ми не будемо описувати метод Гусса тут, але є певна термінологія, з якою ми стикаємось, коли обговорюється метод, яку ми хочемо записати заради повноти. Нагадаємо, якщо метод Гаусса, застосований до матриці A для отримання верхньотрикутної матриці U, не передбачає перестановки рядків, то матрицю A можна записати у вигляді

$$A = LU,$$

де L — нижньотрикутна матриця, а U — верхньотрикутна матриця. Це зводить нашу систему рівнянь до двох систем

$$L\boldsymbol{y}^T = \boldsymbol{b}^T$$

і

$$U\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{y}^T,$$

які легко розв'язуються. Якщо задіяні перестановки рядків, то вступає в дію ще один множник, і матрицю A можна записати у вигляді

$$A = PLU,$$

де P — матриця перестановок, тобто матриця, отримана з одиничної матриці послідовністю перестановки стовпців та/або рядків.

[1] Нам потрібно транспонувати вектори, оскільки в цьому курсі лекцій вектори в $\mathbb{R}^n$ трактуються як $1 \times n$-матриці.

Передбачається, що слухачам відомо, як матриці використовуються для розв'язування систем лінійних рівнянь вигляду

$$A\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{b}^T,$$

зокрема методом Гусса[1]. Ми не будемо описувати метод Гусса тут, але є певна термінологія, з якою ми стикаємось, коли обговорюється метод, яку ми хочемо записати заради повноти. Нагадаємо, якщо метод Гаусса, застосований до матриці A для отримання верхньотрикутної матриці U, не передбачає перестановки рядків, то матрицю A можна записати у вигляді

$$A = LU,$$

де L — нижньотрикутна матриця, а U — верхньотрикутна матриця. Це зводить нашу систему рівнянь до двох систем

$$L\boldsymbol{y}^T = \boldsymbol{b}^T$$

і

$$U\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{y}^T,$$

які легко розв'язуються. Якщо задіяні перестановки рядків, то вступає в дію ще один множник, і матрицю A можна записати у вигляді

$$A = PLU,$$

де P — матриця перестановок, тобто матриця, отримана з одиничної матриці послідовністю перестановки стовпців та/або рядків.

[1] Нам потрібно транспонувати вектори, оскільки в цьому курсі лекцій вектори в $\mathbb{R}^n$ трактуються як $1 \times n$-матриці.

Передбачається, що слухачам відомо, як матриці використовуються для розв'язування систем лінійних рівнянь вигляду

$$A\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{b}^T,$$

зокрема методом Гусса[1]. Ми не будемо описувати метод Гусса тут, але є певна термінологія, з якою ми стикаємось, коли обговорюється метод, яку ми хочемо записати заради повноти. Нагадаємо, якщо метод Гаусса, застосований до матриці A для отримання верхньотрикутної матриці U, не передбачає перестановки рядків, то матрицю A можна записати у вигляді

$$A = LU,$$

де L — нижньотрикутна матриця, а U — верхньотрикутна матриця. Це зводить нашу систему рівнянь до двох систем

$$L\boldsymbol{y}^T = \boldsymbol{b}^T$$

і

$$U\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{y}^T,$$

які легко розв'язуються. Якщо задіяні перестановки рядків, то вступає в дію ще один множник, і матрицю A можна записати у вигляді

$$A = PLU,$$

де P — матриця перестановок, тобто матриця, отримана з одиничної матриці послідовністю перестановки стовпців та/або рядків.

[1] Нам потрібно транспонувати вектори, оскільки в цьому курсі лекцій вектори в $\mathbb{R}^n$ трактуються як $1 \times n$-матриці.

Передбачається, що слухачам відомо, як матриці використовуються для розв'язування систем лінійних рівнянь вигляду

$$A\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{b}^T,$$

зокрема методом Гусса[1]. Ми не будемо описувати метод Гусса тут, але є певна термінологія, з якою ми стикаємось, коли обговорюється метод, яку ми хочемо записати заради повноти. Нагадаємо, якщо метод Гаусса, застосований до матриці A для отримання верхньотрикутної матриці U, не передбачає перестановки рядків, то матрицю A можна записати у вигляді

$$A = LU,$$

де L — нижньотрикутна матриця, а U — верхньотрикутна матриця. Це зводить нашу систему рівнянь до двох систем

$$L\boldsymbol{y}^T = \boldsymbol{b}^T$$

і

$$U\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{y}^T,$$

які легко розв'язуються. Якщо задіяні перестановки рядків, то вступає в дію ще один множник, і матрицю A можна записати у вигляді

$$A = PLU,$$

де P — матриця перестановок, тобто матриця, отримана з одиничної матриці послідовністю перестановки стовпців та/або рядків.

[1] Нам потрібно транспонувати вектори, оскільки в цьому курсі лекцій вектори в $\mathbb{R}^n$ трактуються як $1 \times n$-матриці.

Передбачається, що слухачам відомо, як матриці використовуються для розв'язування систем лінійних рівнянь вигляду

$$A\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{b}^T,$$

зокрема методом Гусса[1]. Ми не будемо описувати метод Гусса тут, але є певна термінологія, з якою ми стикаємось, коли обговорюється метод, яку ми хочемо записати заради повноти. Нагадаємо, якщо метод Гаусса, застосований до матриці A для отримання верхньотрикутної матриці U, не передбачає перестановки рядків, то матрицю A можна записати у вигляді

$$A = LU,$$

де L — нижньотрикутна матриця, а U — верхньотрикутна матриця. Це зводить нашу систему рівнянь до двох систем

$$L\boldsymbol{y}^T = \boldsymbol{b}^T$$

і

$$U\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{y}^T,$$

які легко розв'язуються. Якщо задіяні перестановки рядків, то вступає в дію ще один множник, і матрицю A можна записати у вигляді

$$A = PLU,$$

де P — матриця перестановок, тобто матриця, отримана з одиничної матриці послідовністю перестановки стовпців та/або рядків.

[1] Нам потрібно транспонувати вектори, оскільки в цьому курсі лекцій вектори в $\mathbb{R}^n$ трактуються як $1 \times n$-матриці.

Передбачається, що слухачам відомо, як матриці використовуються для розв'язування систем лінійних рівнянь вигляду

$$A\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{b}^T,$$

зокрема методом Гусса[1]. Ми не будемо описувати метод Гусса тут, але є певна термінологія, з якою ми стикаємось, коли обговорюється метод, яку ми хочемо записати заради повноти. Нагадаємо, якщо метод Гаусса, застосований до матриці A для отримання верхньотрикутної матриці U, не передбачає перестановки рядків, то матрицю A можна записати у вигляді

$$A = LU,$$

де L — нижньотрикутна матриця, а U — верхньотрикутна матриця. Це зводить нашу систему рівнянь до двох систем

$$L\boldsymbol{y}^T = \boldsymbol{b}^T$$

і

$$U\boldsymbol{x}^T = \boldsymbol{y}^T,$$

які легко розв'язуються. Якщо задіяні перестановки рядків, то вступає в дію ще один множник, і матрицю A можна записати у вигляді

$$A = PLU,$$

де P — матриця перестановок, тобто матриця, отримана з одиничної матриці послідовністю перестановки стовпців та/або рядків.

[1] Нам потрібно транспонувати вектори, оскільки в цьому курсі лекцій вектори в $\mathbb{R}^n$ трактуються як $1 \times n$-матриці.

Матриці лінійних перетворень

Означення 1.10.9

Зображення $A = LU$ або $A = PLU$ називаються *LU-розкладами* матриці A.

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір, $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — лінійне перетворення та припустимо, що $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ — базис в $\boldsymbol{V}$. Якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{v}} \in \boldsymbol{V}$, то

$$T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_j.$$

З того, що вектори $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ утворюють базис у векторному просторі $\boldsymbol{V}$ випливає, що коефіцієнти a_{ij} визначаються однозначно.

Означення 1.10.10

Матриця $A = (a_{ij})$ називається *матрицею лінійного перетворення* $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ стосовно базису $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$.

Очевидно, що матриця лінійного перетворення залежить від базису векторного простору, який використовується в означенні матриці. Описати цю залежність достатньо легко.

Матриці лінійних перетворень

Означення 1.10.9

Зображення $A = LU$ або $A = PLU$ називаються *LU-розкладами* матриці A.

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір, $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — лінійне перетворення та припустимо, що $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ — базис в $\boldsymbol{V}$. Якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{v}} \in \boldsymbol{V}$, то

$$T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_j.$$

З того, що вектори $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ утворюють базис у векторному просторі $\boldsymbol{V}$ випливає, що коефіцієнти a_{ij} визначаються однозначно.

Означення 1.10.10

Матриця $A = (a_{ij})$ називається *матрицею лінійного перетворення* $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ стосовно базису $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$.

Очевидно, що матриця лінійного перетворення залежить від базису векторного простору, який використовується в означенні матриці. Описати цю залежність достатньо легко.

Означення 1.10.9

Зображення $A = LU$ або $A = PLU$ називаються *LU-розкладами* матриці A.

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір, $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — лінійне перетворення та припустимо, що $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ — базис в $\boldsymbol{V}$. Якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{v}} \in \boldsymbol{V}$, то

$$T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_j.$$

З того, що вектори $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ утворюють базис у векторному просторі $\boldsymbol{V}$ випливає, що коефіцієнти a_{ij} визначаються однозначно.

Означення 1.10.10

Матриця $A = (a_{ij})$ називається *матрицею лінійного перетворення* $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ стосовно базису $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$.

Очевидно, що матриця лінійного перетворення залежить від базису векторного простору, який використовується в означенні матриці. Описати цю залежність достатньо легко.

Означення 1.10.9

Зображення $A = LU$ або $A = PLU$ називаються *LU-розкладами* матриці A.

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір, $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — лінійне перетворення та припустимо, що $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ — базис в $\boldsymbol{V}$. Якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{v}} \in \boldsymbol{V}$, то

$$T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_j.$$

З того, що вектори $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ утворюють базис у векторному просторі $\boldsymbol{V}$ випливає, що коефіцієнти a_{ij} визначаються однозначно.

Означення 1.10.10

Матриця $A = (a_{ij})$ називається *матрицею лінійного перетворення* $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ стосовно базису $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$.

Очевидно, що матриця лінійного перетворення залежить від базису векторного простору, який використовується в означенні матриці. Описати цю залежність достатньо легко.

Означення 1.10.9

Зображення $A = LU$ або $A = PLU$ називаються *LU-розкладами* матриці A.

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір, $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — лінійне перетворення та припустимо, що $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ — базис в $\boldsymbol{V}$. Якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{v}} \in \boldsymbol{V}$, то

$$T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_j.$$

З того, що вектори $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ утворюють базис у векторному просторі $\boldsymbol{V}$ випливає, що коефіцієнти a_{ij} визначаються однозначно.

Означення 1.10.10

Матриця $A = (a_{ij})$ називається *матрицею лінійного перетворення* $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ стосовно базису $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$.

Очевидно, що матриця лінійного перетворення залежить від базису векторного простору, який використовується в означенні матриці. Описати цю залежність достатньо легко.

Означення 1.10.9

Зображення $A = LU$ або $A = PLU$ називаються *LU-розкладами* матриці A.

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір, $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — лінійне перетворення та припустимо, що $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ — базис в $\boldsymbol{V}$. Якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{v}} \in \boldsymbol{V}$, то

$$T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_j.$$

З того, що вектори $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ утворюють базис у векторному просторі $\boldsymbol{V}$ випливає, що коефіцієнти a_{ij} визначаються однозначно.

Означення 1.10.10

Матриця $A = (a_{ij})$ називається *матрицею лінійного перетворення* $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ стосовно базису $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$.

Очевидно, що матриця лінійного перетворення залежить від базису векторного простору, який використовується в означенні матриці. Описати цю залежність достатньо легко.

Означення 1.10.9

Зображення $A = LU$ або $A = PLU$ називаються *LU-розкладами* матриці A.

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір, $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — лінійне перетворення та припустимо, що $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ — базис в $\boldsymbol{V}$. Якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{v}} \in \boldsymbol{V}$, то

$$T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_j.$$

З того, що вектори $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ утворюють базис у векторному просторі $\boldsymbol{V}$ випливає, що коефіцієнти a_{ij} визначаються однозначно.

Означення 1.10.10

Матриця $A = (a_{ij})$ називається *матрицею лінійного перетворення* $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ стосовно базису $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$.

Очевидно, що матриця лінійного перетворення залежить від базису векторного простору, який використовується в означенні матриці. Описати цю залежність достатньо легко.

Означення 1.10.9

Зображення $A = LU$ або $A = PLU$ називаються *LU-розкладами* матриці A.

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір, $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — лінійне перетворення та припустимо, що $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ — базис в $\boldsymbol{V}$. Якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{v}} \in \boldsymbol{V}$, то

$$T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_j.$$

З того, що вектори $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ утворюють базис у векторному просторі $\boldsymbol{V}$ випливає, що коефіцієнти a_{ij} визначаються однозначно.

Означення 1.10.10

Матриця $A = (a_{ij})$ називається *матрицею лінійного перетворення* $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ стосовно базису $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$.

Очевидно, що матриця лінійного перетворення залежить від базису векторного простору, який використовується в означенні матриці. Описати цю залежність достатньо легко.

Означення 1.10.9

Зображення $A = LU$ або $A = PLU$ називаються *LU-розкладами* матриці A.

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір, $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — лінійне перетворення та припустимо, що $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ — базис в $\boldsymbol{V}$. Якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{v}} \in \boldsymbol{V}$, то

$$T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_j.$$

З того, що вектори $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ утворюють базис у векторному просторі $\boldsymbol{V}$ випливає, що коефіцієнти a_{ij} визначаються однозначно.

Означення 1.10.10

Матриця $A = (a_{ij})$ називається *матрицею лінійного перетворення* $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ стосовно базису $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$.

Очевидно, що матриця лінійного перетворення залежить від базису векторного простору, який використовується в означенні матриці. Описати цю залежність достатньо легко.

Означення 1.10.9

Зображення $A = LU$ або $A = PLU$ називаються *LU-розкладами* матриці A.

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір, $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — лінійне перетворення та припустимо, що $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ — базис в $\boldsymbol{V}$. Якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{v}} \in \boldsymbol{V}$, то

$$T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_j .$$

З того, що вектори $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ утворюють базис у векторному просторі $\boldsymbol{V}$ випливає, що коефіцієнти a_{ij} визначаються однозначно.

Означення 1.10.10

Матриця $A = (a_{ij})$ називається *матрицею лінійного перетворення* $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ стосовно базису $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$.

Очевидно, що матриця лінійного перетворення залежить від базису векторного простору, який використовується в означенні матриці. Описати цю залежність достатньо легко.

Матриці лінійних перетворень

Означення 1.10.9

Зображення $A = LU$ або $A = PLU$ називаються *LU-розкладами* матриці A.

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір, $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — лінійне перетворення та припустимо, що $\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n$ — базис в $\boldsymbol{V}$. Якщо $\vec{\boldsymbol{v}} \in \boldsymbol{V}$, то

$$T(\vec{\boldsymbol{v}}) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \vec{\boldsymbol{v}}_j.$$

З того, що вектори $\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n$ утворюють базис у векторному просторі $\boldsymbol{V}$ випливає, що коефіцієнти a_{ij} визначаються однозначно.

Означення 1.10.10

Матриця $A = (a_{ij})$ називається *матрицею лінійного перетворення* $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ стосовно базису $\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n$.

Очевидно, що матриця лінійного перетворення залежить від базису векторного простору, який використовується в означенні матриці. Описати цю залежність достатньо легко.

Означення 1.10.9

Зображення $A = LU$ або $A = PLU$ називаються *LU-розкладами* матриці A.

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір, $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — лінійне перетворення та припустимо, що $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ — базис в $\boldsymbol{V}$. Якщо $\overrightarrow{\boldsymbol{v}} \in \boldsymbol{V}$, то

$$T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_j.$$

З того, що вектори $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ утворюють базис у векторному просторі $\boldsymbol{V}$ випливає, що коефіцієнти a_{ij} визначаються однозначно.

Означення 1.10.10

Матриця $A = (a_{ij})$ називається *матрицею лінійного перетворення* $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ стосовно базису $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$.

Очевидно, що матриця лінійного перетворення залежить від базису векторного простору, який використовується в означенні матриці. Описати цю залежність достатньо легко.

Означення 1.10.9

Зображення $A = LU$ або $A = PLU$ називаються *LU-розкладами* матриці A.

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір, $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — лінійне перетворення та припустимо, що $\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n$ — базис в $\boldsymbol{V}$. Якщо $\vec{\boldsymbol{v}} \in \boldsymbol{V}$, то

$$T(\vec{\boldsymbol{v}}) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \vec{\boldsymbol{v}}_j.$$

З того, що вектори $\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n$ утворюють базис у векторному просторі $\boldsymbol{V}$ випливає, що коефіцієнти a_{ij} визначаються однозначно.

Означення 1.10.10

Матриця $A = (a_{ij})$ називається *матрицею лінійного перетворення* $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ стосовно базису $\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n$.

Очевидно, що матриця лінійного перетворення залежить від базису векторного простору, який використовується в означенні матриці. Описати цю залежність достатньо легко.

Означення 1.10.9

Зображення $A = LU$ або $A = PLU$ називаються *LU-розкладами* матриці A.

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір, $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — лінійне перетворення та припустимо, що $\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \dots, \vec{\boldsymbol{v}}_n$ — базис в $\boldsymbol{V}$. Якщо $\vec{\boldsymbol{v}} \in \boldsymbol{V}$, то

$$T(\vec{\boldsymbol{v}}) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \vec{\boldsymbol{v}}_j.$$

З того, що вектори $\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \dots, \vec{\boldsymbol{v}}_n$ утворюють базис у векторному просторі $\boldsymbol{V}$ випливає, що коефіцієнти a_{ij} визначаються однозначно.

Означення 1.10.10

Матриця $A = (a_{ij})$ називається *матрицею лінійного перетворення* $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ стосовно базису $\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \dots, \vec{\boldsymbol{v}}_n$.

Очевидно, що матриця лінійного перетворення залежить від базису векторного простору, який використовується в означенні матриці. Описати цю залежність достатньо легко.

Означення 1.10.9

Зображення $A = LU$ або $A = PLU$ називаються *LU-розкладами* матриці A.

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір, $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — лінійне перетворення та припустимо, що $\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n$ — базис в $\boldsymbol{V}$. Якщо $\vec{\boldsymbol{v}} \in \boldsymbol{V}$, то

$$T(\vec{\boldsymbol{v}}) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\vec{\boldsymbol{v}}_j.$$

З того, що вектори $\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n$ утворюють базис у векторному просторі $\boldsymbol{V}$ випливає, що коефіцієнти a_{ij} визначаються однозначно.

Означення 1.10.10

Матриця $A = (a_{ij})$ називається *матрицею лінійного перетворення* $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ стосовно базису $\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n$.

Очевидно, що матриця лінійного перетворення залежить від базису векторного простору, який використовується в означенні матриці. Описати цю залежність достатньо легко.

Матриці лінійних перетворень

Означення 1.10.11

Дві $n \times n$-матриці A і B називаються *подібними*, якщо існує невироджена матриця P така, що

$$B = P^{-1} \cdot A \cdot P.$$

Подібність матриць — це відношення еквівалентності.
Виконується така теорема:

Теорема 1.10.12

Нехай A — матриця для лінійного перетворення T стосовно фіксованого базису. Матриця B представляє лінійне перетворення T стосовно іншого базису тоді і тільки тоді матриці A і B подібні.

Означення 1.10.11

Дві $n \times n$-матриці A і B називаються *подібними*, якщо існує невироджена матриця P така, що
$$B = P^{-1} \cdot A \cdot P.$$

Подібність матриць — це відношення еквівалентності.

Виконується така теорема:

Теорема 1.10.12

Нехай A — матриця для лінійного перетворення T стосовно фіксованого базису. Матриця B представляє лінійне перетворення T стосовно іншого базису тоді і тільки тоді матриці A і B подібні.

Означення 1.10.11

Дві $n \times n$-матриці A і B називаються *подібними*, якщо існує невироджена матриця P така, що
$$B = P^{-1} \cdot A \cdot P.$$

Подібність матриць — це відношення еквівалентності.
Виконується така теорема:

Теорема 1.10.12

Нехай A — матриця для лінійного перетворення T стосовно фіксованого базису. Матриця B представляє лінійне перетворення T стосовно іншого базису тоді і тільки тоді матриці A і B подібні.

Означення 1.10.11

Дві $n \times n$-матриці A і B називаються *подібними*, якщо існує невироджена матриця P така, що
$$B = P^{-1} \cdot A \cdot P.$$

Подібність матриць — це відношення еквівалентності.
Виконується така теорема:

Теорема 1.10.12

Нехай A — матриця для лінійного перетворення T стосовно фіксованого базису. Матриця B представляє лінійне перетворення T стосовно іншого базису тоді і тільки тоді матриці A і B подібні.

Означення 1.10.11

Дві $n \times n$-матриці A і B називаються *подібними*, якщо існує невироджена матриця P така, що

$$B = P^{-1} \cdot A \cdot P.$$

Подібність матриць — це відношення еквівалентності.

Виконується така теорема:

Теорема 1.10.12

Нехай A — матриця для лінійного перетворення T стосовно фіксованого базису. Матриця B представляє лінійне перетворення T стосовно іншого базису тоді і тільки тоді матриці A і B подібні.

Означення 1.10.11

Дві $n \times n$-матриці A і B називаються *подібними*, якщо існує невироджена матриця P така, що
$$B = P^{-1} \cdot A \cdot P.$$

Подібність матриць — це відношення еквівалентності.

Виконується така теорема:

Теорема 1.10.12

Нехай A — матриця для лінійного перетворення T стосовно фіксованого базису. Матриця B представляє лінійне перетворення T стосовно іншого базису тоді і тільки тоді матриці A і B подібні.

Матриці лінійних перетворень

Означення 1.10.11

Дві $n \times n$-матриці A і B називаються *подібними*, якщо існує невироджена матриця P така, що

$$B = P^{-1} \cdot A \cdot P.$$

Подібність матриць — це відношення еквівалентності.
Виконується така теорема:

Теорема 1.10.12

Нехай A — матриця для лінійного перетворення T стосовно фіксованого базису. Матриця B представляє лінійне перетворення T стосовно іншого базису тоді і тільки тоді матриці A і B подібні.

Означення 1.10.11

Дві $n \times n$-матриці A і B називаються *подібними*, якщо існує невироджена матриця P така, що
$$B = P^{-1} \cdot A \cdot P.$$

Подібність матриць — це відношення еквівалентності.
Виконується така теорема:

Теорема 1.10.12

Нехай A — матриця для лінійного перетворення T стосовно фіксованого базису. Матриця B представляє лінійне перетворення T стосовно іншого базису тоді і тільки тоді матриці A і B подібні.

Означення 1.10.11

Дві $n \times n$-матриці A і B називаються *подібними*, якщо існує невироджена матриця P така, що

$$B = P^{-1} \cdot A \cdot P.$$

Подібність матриць — це відношення еквівалентності.
Виконується така теорема:

Теорема 1.10.12

Нехай A — матриця для лінійного перетворення T стосовно фіксованого базису. Матриця B представляє лінійне перетворення T стосовно іншого базису тоді і тільки тоді матриці A і B подібні.

Означення 1.10.11

Дві $n \times n$-матриці A і B називаються *подібними*, якщо існує невироджена матриця P така, що
$$B = P^{-1} \cdot A \cdot P.$$

Подібність матриць — це відношення еквівалентності.
Виконується така теорема:

Теорема 1.10.12

Нехай A — матриця для лінійного перетворення T стосовно фіксованого базису. Матриця B представляє лінійне перетворення T стосовно іншого базису тоді і тільки тоді матриці A і B подібні.

Матриці лінійних перетворень

Однією з причин визначення матриці для лінійного перетворення є те, що вона дозволяє обчислити це перетворення за допомогою множення матриць. Дуже важливо, щоб використовувавати правильну матрицю, а не її транспоновану. З нашим вибором і тим фактом, що наші вектори в $\mathbb{R}^n$ є векторами рядків ($1 \times n$-матрицями), отримавши лінійне перетворення

$$T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, \tag{1}$$

то

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A. \tag{2}$$

Якби ми вибрали транспоновану матрицю матриці A, то

$$T(\boldsymbol{p}) = (A\boldsymbol{p}^T)^T.$$

Тому різниця між вибором матриці A або її транспонованої полягає в тому, чи хочемо ми попередньо або потім помножити вектори на матриці. Немає значення, що з них вибирати, головне, щоб було все сумісним. Щоб добуток матриць узгоджувався з дією перетворення, ми повинні взяти до уваги таке:

> **Наш вибір матриць такий, що завжди потрібно попередньо перемножувати вектори!**

Таким чином ми уникаємо надмірних операцій транспонування при написанні формул. Вони були б потрібні, оскільки існує різниця між вектором-рядком і вектором-стовпцем. Наші вектори є векторами-рядками.

Однією з причин визначення матриці для лінійного перетворення є те, що вона дозволяє обчислити це перетворення за допомогою множення матриць. Дуже важливо, щоб використовувати правильну матрицю, а не її транспоновану. З нашим вибором і тим фактом, що наші вектори в $\mathbb{R}^n$ є векторами рядків ($1 \times n$-матрицями), отримавши лінійне перетворення

$$T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, \tag{1}$$

то

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A. \tag{2}$$

Якби ми вибрали транспоновану матрицю матриці A, то

$$T(\boldsymbol{p}) = (A\boldsymbol{p}^T)^T.$$

Тому різниця між вибором матриці A або її транспонованої полягає в тому, чи хочемо ми попередньо або потім помножити вектори на матриці. Немає значення, що з них вибирати, головне, щоб було все сумісним. Щоб добуток матриць узгоджувався з дією перетворення, ми повинні взяти до уваги таке:

> **Наш вибір матриць такий, що завжди потрібно попередньо перемножувати вектори!**

Таким чином ми уникаємо надмірних операцій транспонування при написанні формул. Вони були б потрібні, оскільки існує різниця між вектором-рядком і вектором-стовпцем. Наші вектори є векторами-рядками.

Матриці лінійних перетворень

Однією з причин визначення матриці для лінійного перетворення є те, що вона дозволяє обчислити це перетворення за допомогою множення матриць. Дуже важливо, щоб використовувавати правильну матрицю, а не її транспоновану. З нашим вибором і тим фактом, що наші вектори в $\mathbb{R}^n$ є векторами рядків ($1 \times n$-матрицями), отримавши лінійне перетворення

$$T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, \tag{1}$$

то

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A. \tag{2}$$

Якби ми вибрали транспоновану матрицю матриці A, то

$$T(\boldsymbol{p}) = (A\boldsymbol{p}^T)^T.$$

Тому різниця між вибором матриці A або її транспонованої полягає в тому, чи хочемо ми попередньо або потім помножити вектори на матриці. Немає значення, що з них вибирати, головне, щоб було все сумісним. Щоб добуток матриць узгоджувався з дією перетворення, ми повинні взяти до уваги таке:

> **Наш вибір матриць такий, що завжди потрібно попередньо перемножувати вектори!**

Таким чином ми уникаємо надмірних операцій транспонування при написанні формул. Вони були б потрібні, оскільки існує різниця між вектором-рядком і вектором-стовпцем. Наші вектори є векторами-рядками.

Однією з причин визначення матриці для лінійного перетворення є те, що вона дозволяє обчислити це перетворення за допомогою множення матриць. Дуже важливо, щоб використовувати правильну матрицю, а не її транспоновану. З нашим вибором і тим фактом, що наші вектори в $\mathbb{R}^n$ є векторами рядків ($1 \times n$-матрицями), отримавши лінійне перетворення

$$T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, \tag{1}$$

то

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A. \tag{2}$$

Якби ми вибрали транспоновану матрицю матриці A, то

$$T(\boldsymbol{p}) = (A\boldsymbol{p}^T)^T.$$

Тому різниця між вибором матриці A або її транспонованої полягає в тому, чи хочемо ми попередньо або потім помножити вектори на матриці. Немає значення, що з них вибирати, головне, щоб було все сумісним. Щоб добуток матриць узгоджувався з дією перетворення, ми повинні взяти до уваги таке:

> **Наш вибір матриць такий, що завжди потрібно попередньо перемножувати вектори!**

Таким чином ми уникаємо надмірних операцій транспонування при написанні формул. Вони були б потрібні, оскільки існує різниця між вектором-рядком і вектором-стовпцем. Наші вектори є векторами-рядками.

Однією з причин визначення матриці для лінійного перетворення є те, що вона дозволяє обчислити це перетворення за допомогою множення матриць. Дуже важливо, щоб використовувати правильну матрицю, а не її транспоновану. З нашим вибором і тим фактом, що наші вектори в $\mathbb{R}^n$ є векторами рядків ($1 \times n$-матрицями), отримавши лінійне перетворення

$$T \colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, \tag{1}$$

то

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A. \tag{2}$$

Якби ми вибрали транспоновану матрицю матриці A, то

$$T(\boldsymbol{p}) = (A\boldsymbol{p}^T)^T.$$

Тому різниця між вибором матриці A або її транспонованої полягає в тому, чи хочемо ми попередньо або потім помножити вектори на матриці. Немає значення, що з них вибирати, головне, щоб було все сумісним. Щоб добуток матриць узгоджувався з дією перетворення, ми повинні взяти до уваги таке:

> **Наш вибір матриць такий, що завжди потрібно попередньо перемножувати вектори!**

Таким чином ми уникаємо надмірних операцій транспонування при написанні формул. Вони були б потрібні, оскільки існує різниця між вектором-рядком і вектором-стовпцем. Наші вектори є векторами-рядками.

Однією з причин визначення матриці для лінійного перетворення є те, що вона дозволяє обчислити це перетворення за допомогою множення матриць. Дуже важливо, щоб використовувати правильну матрицю, а не її транспоновану. З нашим вибором і тим фактом, що наші вектори в $\mathbb{R}^n$ є векторами рядків ($1 \times n$-матрицями), отримавши лінійне перетворення

$$T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, \tag{1}$$

то

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A. \tag{2}$$

Якби ми вибрали транспоновану матрицю матриці A, то

$$T(\boldsymbol{p}) = (A\boldsymbol{p}^T)^T.$$

Тому різниця між вибором матриці A або її транспонованої полягає в тому, чи хочемо ми попередньо або потім помножити вектори на матриці. Немає значення, що з них вибирати, головне, щоб було все сумісним. Щоб добуток матриць узгоджувався з дією перетворення, ми повинні взяти до уваги таке:

> **Наш вибір матриць такий, що завжди потрібно попередньо перемножувати вектори!**

Таким чином ми уникаємо надмірних операцій транспонування при написанні формул. Вони були б потрібні, оскільки існує різниця між вектором-рядком і вектором-стовпцем. Наші вектори є векторами-рядками.

Однією з причин визначення матриці для лінійного перетворення є те, що вона дозволяє обчислити це перетворення за допомогою множення матриць. Дуже важливо, щоб використовувати правильну матрицю, а не її транспоновану. З нашим вибором і тим фактом, що наші вектори в $\mathbb{R}^n$ є векторами рядків ($1 \times n$-матрицями), отримавши лінійне перетворення

$$T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, \tag{1}$$

то

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A. \tag{2}$$

Якби ми вибрали транспоновану матрицю матриці A, то

$$T(\boldsymbol{p}) = (A\boldsymbol{p}^T)^T.$$

Тому різниця між вибором матриці A або її транспонованої полягає в тому, чи хочемо ми попередньо або потім помножити вектори на матриці. Немає значення, що з них вибирати, головне, щоб було все сумісним. Щоб добуток матриць узгоджувався з дією перетворення, ми повинні взяти до уваги таке:

Наш вибір матриць такий, що завжди потрібно попередньо перемножувати вектори!

Таким чином ми уникаємо надмірних операцій транспонування при написанні формул. Вони були б потрібні, оскільки існує різниця між вектором-рядком і вектором-стовпцем. Наші вектори є векторами-рядками.

Однією з причин визначення матриці для лінійного перетворення є те, що вона дозволяє обчислити це перетворення за допомогою множення матриць. Дуже важливо, щоб використовувати правильну матрицю, а не її транспоновану. З нашим вибором і тим фактом, що наші вектори в $\mathbb{R}^n$ є векторами рядків ($1 \times n$-матрицями), отримавши лінійне перетворення

$$T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, \tag{1}$$

то

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A. \tag{2}$$

Якби ми вибрали транспоновану матрицю матриці A, то

$$T(\boldsymbol{p}) = (A\boldsymbol{p}^T)^T.$$

Тому різниця між вибором матриці A або її транспонованої полягає в тому, чи хочемо ми попередньо або потім помножити вектори на матриці. Немає значення, що з них вибирати, головне, щоб було все сумісним. Щоб добуток матриць узгоджувався з дією перетворення, ми повинні взяти до уваги таке:

> **Наш вибір матриць такий, що завжди потрібно попередньо перемножувати вектори!**

Таким чином ми уникаємо надмірних операцій транспонування при написанні формул. Вони були б потрібні, оскільки існує різниця між вектором-рядком і вектором-стовпцем. Наші вектори є векторами-рядками.

Однією з причин визначення матриці для лінійного перетворення є те, що вона дозволяє обчислити це перетворення за допомогою множення матриць. Дуже важливо, щоб використовувати правильну матрицю, а не її транспоновану. З нашим вибором і тим фактом, що наші вектори в $\mathbb{R}^n$ є векторами рядків ($1 \times n$-матрицями), отримавши лінійне перетворення

$$T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, \tag{1}$$

то

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A. \tag{2}$$

Якби ми вибрали транспоновану матрицю матриці A, то

$$T(\boldsymbol{p}) = (A\boldsymbol{p}^T)^T.$$

Тому різниця між вибором матриці A або її транспонованої полягає в тому, чи хочемо ми попередньо або потім помножити вектори на матриці. Немає значення, що з них вибирати, головне, щоб було все сумісним. Щоб добуток матриць узгоджувався з дією перетворення, ми повинні взяти до уваги таке:

> **Наш вибір матриць такий, що завжди потрібно попередньо перемножувати вектори!**

Таким чином ми уникаємо надмірних операцій транспонування при написанні формул. Вони були б потрібні, оскільки існує різниця між вектором-рядком і вектором-стовпцем. Наші вектори є векторами-рядками.

Однією з причин визначення матриці для лінійного перетворення є те, що вона дозволяє обчислити це перетворення за допомогою множення матриць. Дуже важливо, щоб використовувати правильну матрицю, а не її транспоновану. З нашим вибором і тим фактом, що наші вектори в $\mathbb{R}^n$ є векторами рядків ($1 \times n$-матрицями), отримавши лінійне перетворення

$$T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, \tag{1}$$

то

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A. \tag{2}$$

Якби ми вибрали транспоновану матрицю матриці A, то

$$T(\boldsymbol{p}) = (A\boldsymbol{p}^T)^T.$$

Тому різниця між вибором матриці A або її транспонованої полягає в тому, чи хочемо ми попередньо або потім помножити вектори на матриці. Немає значення, що з них вибирати, головне, щоб було все сумісним. Щоб добуток матриць узгоджувався з дією перетворення, ми повинні взяти до уваги таке:

> **Наш вибір матриць такий, що завжди потрібно попередньо перемножувати вектори!**

Таким чином ми уникаємо надмірних операцій транспонування при написанні формул. Вони були б потрібні, оскільки існує різниця між вектором-рядком і вектором-стовпцем. Наші вектори є векторами-рядками.

Однією з причин визначення матриці для лінійного перетворення є те, що вона дозволяє обчислити це перетворення за допомогою множення матриць. Дуже важливо, щоб використовувати правильну матрицю, а не її транспоновану. З нашим вибором і тим фактом, що наші вектори в $\mathbb{R}^n$ є векторами рядків ($1 \times n$-матрицями), отримавши лінійне перетворення

$$T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, \tag{1}$$

то

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A. \tag{2}$$

Якби ми вибрали транспоновану матрицю матриці A, то

$$T(\boldsymbol{p}) = (A\boldsymbol{p}^T)^T.$$

Тому різниця між вибором матриці A або її транспонованої полягає в тому, чи хочемо ми попередньо або потім помножити вектори на матриці. Немає значення, що з них вибирати, головне, щоб було все сумісним. Щоб добуток матриць узгоджувався з дією перетворення, ми повинні взяти до уваги таке:

> **Наш вибір матриць такий, що завжди потрібно попередньо перемножувати вектори!**

Таким чином ми уникаємо надмірних операцій транспонування при написанні формул. Вони були б потрібні, оскільки існує різниця між вектором-рядком і вектором-стовпцем. Наші вектори є векторами-рядками.

Однією з причин визначення матриці для лінійного перетворення є те, що вона дозволяє обчислити це перетворення за допомогою множення матриць. Дуже важливо, щоб використовувати правильну матрицю, а не її транспоновану. З нашим вибором і тим фактом, що наші вектори в $\mathbb{R}^n$ є векторами рядків ($1 \times n$-матрицями), отримавши лінійне перетворення

$$T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, \tag{1}$$

то

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A. \tag{2}$$

Якби ми вибрали транспоновану матрицю матриці A, то

$$T(\boldsymbol{p}) = (A\boldsymbol{p}^T)^T.$$

Тому різниця між вибором матриці A або її транспонованої полягає в тому, чи хочемо ми попередньо або потім помножити вектори на матриці. Немає значення, що з них вибирати, головне, щоб було все сумісним. Щоб добуток матриць узгоджувався з дією перетворення, ми повинні взяти до уваги таке:

> **Наш вибір матриць такий, що завжди потрібно попередньо перемножувати вектори!**

Таким чином ми уникаємо надмірних операцій транспонування при написанні формул. Вони були б потрібні, оскільки існує різниця між вектором-рядком і вектором-стовпцем. Наші вектори є векторами-рядками.

Однією з причин визначення матриці для лінійного перетворення є те, що вона дозволяє обчислити це перетворення за допомогою множення матриць. Дуже важливо, щоб використовувати правильну матрицю, а не її транспоновану. З нашим вибором і тим фактом, що наші вектори в $\mathbb{R}^n$ є векторами рядків ($1 \times n$-матрицями), отримавши лінійне перетворення

$$T \colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, \tag{1}$$

то

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A. \tag{2}$$

Якби ми вибрали транспоновану матрицю матриці A, то

$$T(\boldsymbol{p}) = (A\boldsymbol{p}^T)^T.$$

Тому різниця між вибором матриці A або її транспонованої полягає в тому, чи хочемо ми попередньо або потім помножити вектори на матриці. Немає значення, що з них вибирати, головне, щоб було все сумісним. Щоб добуток матриць узгоджувався з дією перетворення, ми повинні взяти до уваги таке:

> **Наш вибір матриць такий, що завжди потрібно попередньо перемножувати вектори!**

Таким чином ми уникаємо надмірних операцій транспонування при написанні формул. Вони були б потрібні, оскільки існує різниця між вектором-рядком і вектором-стовпцем. Наші вектори є векторами-рядками.

Матриці лінійних перетворень

Однією з причин визначення матриці для лінійного перетворення є те, що вона дозволяє обчислити це перетворення за допомогою множення матриць. Дуже важливо, щоб використовувавати правильну матрицю, а не її транспоновану. З нашим вибором і тим фактом, що наші вектори в $\mathbb{R}^n$ є векторами рядків ($1 \times n$-матрицями), отримавши лінійне перетворення

$$T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, \tag{1}$$

то

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A. \tag{2}$$

Якби ми вибрали транспоновану матрицю матриці A, то

$$T(\boldsymbol{p}) = (A\boldsymbol{p}^T)^T.$$

Тому різниця між вибором матриці A або її транспонованої полягає в тому, чи хочемо ми попередньо або потім помножити вектори на матриці. Немає значення, що з них вибирати, головне, щоб було все сумісним. Щоб добуток матриць узгоджувався з дією перетворення, ми повинні взяти до уваги таке:

> **Наш вибір матриць такий, що завжди потрібно попередньо перемножувати вектори!**

Таким чином ми уникаємо надмірних операцій транспонування при написанні формул. Вони були б потрібні, оскільки існує різниця між вектором-рядком і вектором-стовпцем. Наші вектори є векторами-рядками.

Однією з причин визначення матриці для лінійного перетворення є те, що вона дозволяє обчислити це перетворення за допомогою множення матриць. Дуже важливо, щоб використовувати правильну матрицю, а не її транспоновану. З нашим вибором і тим фактом, що наші вектори в $\mathbb{R}^n$ є векторами рядків ($1 \times n$-матрицями), отримавши лінійне перетворення

$$T \colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, \tag{1}$$

то

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A. \tag{2}$$

Якби ми вибрали транспоновану матрицю матриці A, то

$$T(\boldsymbol{p}) = (A\boldsymbol{p}^T)^T.$$

Тому різниця між вибором матриці A або її транспонованої полягає в тому, чи хочемо ми попередньо або потім помножити вектори на матриці. Немає значення, що з них вибирати, головне, щоб було все сумісним. Щоб добуток матриць узгоджувався з дією перетворення, ми повинні взяти до уваги таке:

> **Наш вибір матриць такий, що завжди потрібно попередньо перемножувати вектори!**

Таким чином ми уникаємо надмірних операцій транспонування при написанні формул. Вони були б потрібні, оскільки існує різниця між вектором-рядком і вектором-стовпцем. Наші вектори є векторами-рядками.

Однією з причин визначення матриці для лінійного перетворення є те, що вона дозволяє обчислити це перетворення за допомогою множення матриць. Дуже важливо, щоб використовувати правильну матрицю, а не її транспоновану. З нашим вибором і тим фактом, що наші вектори в $\mathbb{R}^n$ є векторами рядків ($1 \times n$-матрицями), отримавши лінійне перетворення

$$T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, \tag{1}$$

то

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A. \tag{2}$$

Якби ми вибрали транспоновану матрицю матриці A, то

$$T(\boldsymbol{p}) = (A\boldsymbol{p}^T)^T.$$

Тому різниця між вибором матриці A або її транспонованої полягає в тому, чи хочемо ми попередньо або потім помножити вектори на матриці. Немає значення, що з них вибирати, головне, щоб було все сумісним. Щоб добуток матриць узгоджувався з дією перетворення, ми повинні взяти до уваги таке:

> **Наш вибір матриць такий, що завжди потрібно попередньо перемножувати вектори!**

Таким чином ми уникаємо надмірних операцій транспонування при написанні формул. Вони були б потрібні, оскільки існує різниця між вектором-рядком і вектором-стовпцем. Наші вектори є векторами-рядками.

Однією з причин визначення матриці для лінійного перетворення є те, що вона дозволяє обчислити це перетворення за допомогою множення матриць. Дуже важливо, щоб використовувати правильну матрицю, а не її транспоновану. З нашим вибором і тим фактом, що наші вектори в $\mathbb{R}^n$ є векторами рядків ($1 \times n$-матрицями), отримавши лінійне перетворення

$$T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, \tag{1}$$

то

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A. \tag{2}$$

Якби ми вибрали транспоновану матрицю матриці A, то

$$T(\boldsymbol{p}) = (A\boldsymbol{p}^T)^T.$$

Тому різниця між вибором матриці A або її транспонованої полягає в тому, чи хочемо ми попередньо або потім помножити вектори на матриці. Немає значення, що з них вибирати, головне, щоб було все сумісним. Щоб добуток матриць узгоджувався з дією перетворення, ми повинні взяти до уваги таке:

Наш вибір матриць такий, що завжди потрібно попередньо перемножувати вектори!

Таким чином ми уникаємо надмірних операцій транспонування при написанні формул. Вони були б потрібні, оскільки існує різниця між вектором-рядком і вектором-стовпцем. Наші вектори є векторами-рядками.

Однією з причин визначення матриці для лінійного перетворення є те, що вона дозволяє обчислити це перетворення за допомогою множення матриць. Дуже важливо, щоб використовувати правильну матрицю, а не її транспоновану. З нашим вибором і тим фактом, що наші вектори в $\mathbb{R}^n$ є векторами рядків ($1 \times n$-матрицями), отримавши лінійне перетворення

$$T \colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, \tag{1}$$

то

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A. \tag{2}$$

Якби ми вибрали транспоновану матрицю матриці A, то

$$T(\boldsymbol{p}) = (A\boldsymbol{p}^T)^T.$$

Тому різниця між вибором матриці A або її транспонованої полягає в тому, чи хочемо ми попередньо або потім помножити вектори на матриці. Немає значення, що з них вибирати, головне, щоб було все сумісним. Щоб добуток матриць узгоджувався з дією перетворення, ми повинні взяти до уваги таке:

Наш вибір матриць такий, що завжди потрібно попередньо перемножувати вектори!

Таким чином ми уникаємо надмірних операцій транспонування при написанні формул. Вони були б потрібні, оскільки існує різниця між вектором-рядком і вектором-стовпцем. Наші вектори є векторами-рядками.

Однією з причин визначення матриці для лінійного перетворення є те, що вона дозволяє обчислити це перетворення за допомогою множення матриць. Дуже важливо, щоб використовувати правильну матрицю, а не її транспоновану. З нашим вибором і тим фактом, що наші вектори в $\mathbb{R}^n$ є векторами рядків ($1 \times n$-матрицями), отримавши лінійне перетворення

$$T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, \tag{1}$$

то

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A. \tag{2}$$

Якби ми вибрали транспоновану матрицю матриці A, то

$$T(\boldsymbol{p}) = (A\boldsymbol{p}^T)^T.$$

Тому різниця між вибором матриці A або її транспонованої полягає в тому, чи хочемо ми попередньо або потім помножити вектори на матриці. Немає значення, що з них вибирати, головне, щоб було все сумісним. Щоб добуток матриць узгоджувався з дією перетворення, ми повинні взяти до уваги таке:

Наш вибір матриць такий, що завжди потрібно попередньо перемножувати вектори!

Таким чином ми уникаємо надмірних операцій транспонування при написанні формул. Вони були б потрібні, оскільки існує різниця між вектором-рядком і вектором-стовпцем. Наші вектори є векторами-рядками.

Матриці лінійних перетворень

Однією з причин визначення матриці для лінійного перетворення є те, що вона дозволяє обчислити це перетворення за допомогою множення матриць. Дуже важливо, щоб використовувавати правильну матрицю, а не її транспоновану. З нашим вибором і тим фактом, що наші вектори в $\mathbb{R}^n$ є векторами рядків ($1 \times n$-матрицями), отримавши лінійне перетворення

$$T \colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, \tag{1}$$

то

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A. \tag{2}$$

Якби ми вибрали транспоновану матрицю матриці A, то

$$T(\boldsymbol{p}) = (A\boldsymbol{p}^T)^T.$$

Тому різниця між вибором матриці A або її транспонованої полягає в тому, чи хочемо ми попередньо або потім помножити вектори на матриці. Немає значення, що з них вибирати, головне, щоб було все сумісним. Щоб добуток матриць узгоджувався з дією перетворення, ми повинні взяти до уваги таке:

Наш вибір матриць такий, що завжди потрібно попередньо перемножувати вектори!

Таким чином ми уникаємо надмірних операцій транспонування при написанні формул. Вони були б потрібні, оскільки існує різниця між вектором-рядком і вектором-стовпцем. Наші вектори є векторами-рядками.

Однією з причин визначення матриці для лінійного перетворення є те, що вона дозволяє обчислити це перетворення за допомогою множення матриць. Дуже важливо, щоб використовувати правильну матрицю, а не її транспоновану. З нашим вибором і тим фактом, що наші вектори в $\mathbb{R}^n$ є векторами рядків ($1 \times n$-матрицями), отримавши лінійне перетворення

$$T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, \tag{1}$$

то

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A. \tag{2}$$

Якби ми вибрали транспоновану матрицю матриці A, то

$$T(\boldsymbol{p}) = (A\boldsymbol{p}^T)^T.$$

Тому різниця між вибором матриці A або її транспонованої полягає в тому, чи хочемо ми попередньо або потім помножити вектори на матриці. Немає значення, що з них вибирати, головне, щоб було все сумісним. Щоб добуток матриць узгоджувався з дією перетворення, ми повинні взяти до уваги таке:

Наш вибір матриць такий, що завжди потрібно попередньо перемножувати вектори!

Таким чином ми уникаємо надмірних операцій транспонування при написанні формул. Вони були б потрібні, оскільки існує різниця між вектором-рядком і вектором-стовпцем. Наші вектори є векторами-рядками.

Матриці лінійних перетворень

Однією з причин визначення матриці для лінійного перетворення є те, що вона дозволяє обчислити це перетворення за допомогою множення матриць. Дуже важливо, щоб використовувати правильну матрицю, а не її транспоновану. З нашим вибором і тим фактом, що наші вектори в $\mathbb{R}^n$ є векторами рядків ($1 \times n$-матрицями), отримавши лінійне перетворення

$$T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, \tag{1}$$

то

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A. \tag{2}$$

Якби ми вибрали транспоновану матрицю матриці A, то

$$T(\boldsymbol{p}) = (A\boldsymbol{p}^T)^T.$$

Тому різниця між вибором матриці A або її транспонованої полягає в тому, чи хочемо ми попередньо або потім помножити вектори на матриці. Немає значення, що з них вибирати, головне, щоб було все сумісним. Щоб добуток матриць узгоджувався з дією перетворення, ми повинні взяти до уваги таке:

Наш вибір матриць такий, що завжди потрібно попередньо перемножувати вектори!

Таким чином ми уникаємо надмірних операцій транспонування при написанні формул. Вони були б потрібні, оскільки існує різниця між вектором-рядком і вектором-стовпцем. Наші вектори є векторами-рядками.

Однією з причин визначення матриці для лінійного перетворення є те, що вона дозволяє обчислити це перетворення за допомогою множення матриць. Дуже важливо, щоб використовувавати правильну матрицю, а не її транспоновану. З нашим вибором і тим фактом, що наші вектори в $\mathbb{R}^n$ є векторами рядків ($1 \times n$-матрицями), отримавши лінійне перетворення

$$T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, \tag{1}$$

то

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A. \tag{2}$$

Якби ми вибрали транспоновану матрицю матриці A, то

$$T(\boldsymbol{p}) = (A\boldsymbol{p}^T)^T.$$

Тому різниця між вибором матриці A або її транспонованої полягає в тому, чи хочемо ми попередньо або потім помножити вектори на матриці. Немає значення, що з них вибирати, головне, щоб було все сумісним. Щоб добуток матриць узгоджувався з дією перетворення, ми повинні взяти до уваги таке:

> **Наш вибір матриць такий, що завжди потрібно попередньо перемножувати вектори!**

Таким чином ми уникаємо надмірних операцій транспонування при написанні формул. Вони були б потрібні, оскільки існує різниця між вектором-рядком і вектором-стовпцем. Наші вектори є векторами-рядками.

Матриці лінійних перетворень

Важливе зауваження! Якщо не вказано інше, матриця для лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ завжди буде визначатися щодо стандартної бази. Крім того, з цим припущенням можна потім використовувати рівняння (2)

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A, \tag{2}$$

щоб визначити бієктивну відповідність між матрицями та такими лінійними перетвореннями. Ця відповідність, яку ми матимемо на увазі, нам буде потрібна для переходу від матриць до перетворень і навпаки.

Безпосередньо з означення матриці лінійного перетворення випливає така теорема:

Теорема 1.10.13

Нехай $T, T_1, T_2\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ лінійні перетворення та припустимо, що A, A_1, A_2 — матриці для лінійних перетворень T, T_1, T_2, відповідно, стосовно деякого фіксованого базису лінійного простору $\boldsymbol{V}$. Тоді:

(1) A^{-1} — матриця для перетворення T^{-1};

(2) A_2A_1 — матриця для перетворення T_1T_2.

Матриці лінійних перетворень

Важливе зауваження! Якщо не вказано інше, матриця для лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ завжди буде визначатися щодо стандартної бази. Крім того, з цим припущенням можна потім використовувати рівняння (2)

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A, \tag{2}$$

щоб визначити бієктивну відповідність між матрицями та такими лінійними перетвореннями. Ця відповідність, яку ми матимемо на увазі, нам буде потрібна для переходу від матриць до перетворень і навпаки.

Безпосередньо з означення матриці лінійного перетворення випливає така теорема:

Теорема 1.10.13

Нехай $T, T_1, T_2\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ лінійні перетворення та припустимо, що A, A_1, A_2 — матриці для лінійних перетворень T, T_1, T_2, відповідно, стосовно деякого фіксованого базису лінійного простору $\boldsymbol{V}$. Тоді:

(1) A^{-1} — матриця для перетворення T^{-1};

(2) A_2A_1 — матриця для перетворення T_1T_2.

Матриці лінійних перетворень

Важливе зауваження! Якщо не вказано інше, матриця для лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ завжди буде визначатися щодо стандартної бази. Крім того, з цим припущенням можна потім використовувати рівняння (2)

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A, \tag{2}$$

щоб визначити бієктивну відповідність між матрицями та такими лінійними перетвореннями. Ця відповідність, яку ми матимемо на увазі, нам буде потрібна для переходу від матриць до перетворень і навпаки.

Безпосередньо з означення матриці лінійного перетворення випливає така теорема:

Теорема 1.10.13

Нехай $T, T_1, T_2\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ лінійні перетворення та припустимо, що A, A_1, A_2 — матриці для лінійних перетворень T, T_1, T_2, відповідно, стосовно деякого фіксованого базису лінійного простору $\boldsymbol{V}$. Тоді:

(1) A^{-1} — матриця для перетворення T^{-1};

(2) $A_2 A_1$ — матриця для перетворення $T_1 T_2$.

Важливе зауваження! Якщо не вказано інше, матриця для лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ завжди буде визначатися щодо стандартної бази. Крім того, з цим припущенням можна потім використовувати рівняння (2)

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A, \tag{2}$$

щоб визначити бієктивну відповідність між матрицями та такими лінійними перетвореннями. Ця відповідність, яку ми матимемо на увазі, нам буде потрібна для переходу від матриць до перетворень і навпаки.

Безпосередньо з означення матриці лінійного перетворення випливає така теорема:

Теорема 1.10.13

Нехай $T, T_1, T_2\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ лінійні перетворення та припустимо, що A, A_1, A_2 — матриці для лінійних перетворень T, T_1, T_2, відповідно, стосовно деякого фіксованого базису лінійного простору $\boldsymbol{V}$. Тоді:

(1) A^{-1} — матриця для перетворення T^{-1}.

(2) A_2A_1 — матриця для перетворення T_1T_2.

Важливе зауваження! Якщо не вказано інше, матриця для лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ завжди буде визначатися щодо стандартної бази. Крім того, з цим припущенням можна потім використовувати рівняння (2)

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A, \tag{2}$$

щоб визначити бієктивну відповідність між матрицями та такими лінійними перетвореннями. Ця відповідність, яку ми матимемо на увазі, нам буде потрібна для переходу від матриць до перетворень і навпаки.

Безпосередньо з означення матриці лінійного перетворення випливає така теорема:

Теорема 1.10.13

Нехай $T, T_1, T_2\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ лінійні перетворення та припустимо, що A, A_1, A_2 — матриці для лінійних перетворень T, T_1, T_2, відповідно, стосовно деякого фіксованого базису лінійного простору $\boldsymbol{V}$. Тоді:

(1) A^{-1} — матриця для перетворення T^{-1};

(2) A_2A_1 — матриця для перетворення T_1T_2.

Матриці лінійних перетворень

Важливе зауваження! Якщо не вказано інше, матриця для лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ завжди буде визначатися щодо стандартної бази. Крім того, з цим припущенням можна потім використовувати рівняння (2)

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A, \tag{2}$$

щоб визначити бієктивну відповідність між матрицями та такими лінійними перетвореннями. Ця відповідність, яку ми матимемо на увазі, нам буде потрібна для переходу від матриць до перетворень і навпаки.

Безпосередньо з означення матриці лінійного перетворення випливає така теорема:

Теорема 1.10.13

Нехай $T, T_1, T_2\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ лінійні перетворення та припустимо, що A, A_1, A_2 — матриці для лінійних перетворень T, T_1, T_2, відповідно, стосовно деякого фіксованого базису лінійного простору $\boldsymbol{V}$. Тоді:

(1) A^{-1} — матриця для перетворення T^{-1};

(2) $A_2 A_1$ — матриця для перетворення $T_1 T_2$.

Важливе зауваження! Якщо не вказано інше, матриця для лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ завжди буде визначатися щодо стандартної бази. Крім того, з цим припущенням можна потім використовувати рівняння (2)

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A, \tag{2}$$

щоб визначити бієктивну відповідність між матрицями та такими лінійними перетвореннями. Ця відповідність, яку ми матимемо на увазі, нам буде потрібна для переходу від матриць до перетворень і навпаки.

Безпосередньо з означення матриці лінійного перетворення випливає така теорема:

Теорема 1.10.13

Нехай $T, T_1, T_2\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ лінійні перетворення та припустимо, що A, A_1, A_2 — матриці для лінійних перетворень T, T_1, T_2, відповідно, стосовно деякого фіксованого базису лінійного простору $\boldsymbol{V}$. Тоді:

(1) A^{-1} — матриця для перетворення T^{-1};

(2) A_2A_1 — матриця для перетворення T_1T_2.

Важливе зауваження! Якщо не вказано інше, матриця для лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ завжди буде визначатися щодо стандартної бази. Крім того, з цим припущенням можна потім використовувати рівняння (2)

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A, \tag{2}$$

щоб визначити бієктивну відповідність між матрицями та такими лінійними перетвореннями. Ця відповідність, яку ми матимемо на увазі, нам буде потрібна для переходу від матриць до перетворень і навпаки.

Безпосередньо з означення матриці лінійного перетворення випливає така теорема:

Теорема 1.10.13

Нехай $T, T_1, T_2\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ лінійні перетворення та припустимо, що A, A_1, A_2 — матриці для лінійних перетворень T, T_1, T_2, відповідно, стосовно деякого фіксованого базису лінійного простору $\boldsymbol{V}$. Тоді:

(1) A^{-1} — матриця для перетворення T^{-1};

(2) A_2A_1 — матриця для перетворення T_1T_2.

Важливе зауваження! Якщо не вказано інше, матриця для лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ завжди буде визначатися щодо стандартної бази. Крім того, з цим припущенням можна потім використовувати рівняння (2)

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A, \tag{2}$$

щоб визначити бієктивну відповідність між матрицями та такими лінійними перетвореннями. Ця відповідність, яку ми матимемо на увазі, нам буде потрібна для переходу від матриць до перетворень і навпаки.

Безпосередньо з означення матриці лінійного перетворення випливає така теорема:

Теорема 1.10.13

Нехай $T, T_1, T_2\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ лінійні перетворення та припустимо, що A, A_1, A_2 — матриці для лінійних перетворень T, T_1, T_2, відповідно, стосовно деякого фіксованого базису лінійного простору $\boldsymbol{V}$. Тоді:

(1) A^{-1} — матриця для перетворення T^{-1};

(2) A_2A_1 — матриця для перетворення T_1T_2.

Важливе зауваження! Якщо не вказано інше, матриця для лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ завжди буде визначатися щодо стандартної бази. Крім того, з цим припущенням можна потім використовувати рівняння (2)

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A, \tag{2}$$

щоб визначити бієктивну відповідність між матрицями та такими лінійними перетвореннями. Ця відповідність, яку ми матимемо на увазі, нам буде потрібна для переходу від матриць до перетворень і навпаки.

Безпосередньо з означення матриці лінійного перетворення випливає така теорема:

Теорема 1.10.13

Нехай $T, T_1, T_2\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ лінійні перетворення та припустимо, що A, A_1, A_2 — матриці для лінійних перетворень T, T_1, T_2, відповідно, стосовно деякого фіксованого базису лінійного простору $\boldsymbol{V}$. Тоді:

(1) A^{-1} — матриця для перетворення T^{-1};

(2) A_2A_1 — матриця для перетворення T_1T_2.

Важливе зауваження! Якщо не вказано інше, матриця для лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ завжди буде визначатися щодо стандартної бази. Крім того, з цим припущенням можна потім використовувати рівняння (2)

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A, \tag{2}$$

щоб визначити бієктивну відповідність між матрицями та такими лінійними перетвореннями. Ця відповідність, яку ми матимемо на увазі, нам буде потрібна для переходу від матриць до перетворень і навпаки.

Безпосередньо з означення матриці лінійного перетворення випливає така теорема:

Теорема 1.10.13

Нехай $T, T_1, T_2\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ лінійні перетворення та припустимо, що A, A_1, A_2 — матриці для лінійних перетворень T, T_1, T_2, відповідно, стосовно деякого фіксованого базису лінійного простору $\boldsymbol{V}$. Тоді:

(1) A^{-1} — матриця для перетворення T^{-1};

(2) A_2A_1 — матриця для перетворення T_1T_2.

Важливе зауваження! Якщо не вказано інше, матриця для лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ завжди буде визначатися щодо стандартної бази. Крім того, з цим припущенням можна потім використовувати рівняння (2)

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A, \tag{2}$$

щоб визначити бієктивну відповідність між матрицями та такими лінійними перетвореннями. Ця відповідність, яку ми матимемо на увазі, нам буде потрібна для переходу від матриць до перетворень і навпаки.

Безпосередньо з означення матриці лінійного перетворення випливає така теорема:

Теорема 1.10.13

Нехай $T, T_1, T_2\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ лінійні перетворення та припустимо, що A, A_1, A_2 — матриці для лінійних перетворень T, T_1, T_2, відповідно, стосовно деякого фіксованого базису лінійного простору $\boldsymbol{V}$. Тоді:

(1) A^{-1} — матриця для перетворення T^{-1};

(2) A_2A_1 — матриця для перетворення T_1T_2.

Важливе зауваження! Якщо не вказано інше, матриця для лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ завжди буде визначатися щодо стандартної бази. Крім того, з цим припущенням можна потім використовувати рівняння (2)

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A, \tag{2}$$

щоб визначити бієктивну відповідність між матрицями та такими лінійними перетвореннями. Ця відповідність, яку ми матимемо на увазі, нам буде потрібна для переходу від матриць до перетворень і навпаки.

Безпосередньо з означення матриці лінійного перетворення випливає така теорема:

Теорема 1.10.13

Нехай $T, T_1, T_2\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ лінійні перетворення та припустимо, що A, A_1, A_2 — матриці для лінійних перетворень T, T_1, T_2, відповідно, стосовно деякого фіксованого базису лінійного простору $\boldsymbol{V}$. Тоді:

(1) A^{-1} — матриця для перетворення T^{-1};

(2) A_2A_1 — матриця для перетворення T_1T_2.

Матриці лінійних перетворень

Важливе зауваження! Якщо не вказано інше, матриця для лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ завжди буде визначатися щодо стандартної бази. Крім того, з цим припущенням можна потім використовувати рівняння (2)

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A, \tag{2}$$

щоб визначити бієктивну відповідність між матрицями та такими лінійними перетвореннями. Ця відповідність, яку ми матимемо на увазі, нам буде потрібна для переходу від матриць до перетворень і навпаки.

Безпосередньо з означення матриці лінійного перетворення випливає така теорема:

Теорема 1.10.13

Нехай $T, T_1, T_2\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ лінійні перетворення та припустимо, що A, A_1, A_2 — матриці для лінійних перетворень T, T_1, T_2, відповідно, стосовно деякого фіксованого базису лінійного простору $\boldsymbol{V}$. Тоді:

(1) A^{-1} — матриця для перетворення T^{-1};

(2) A_2A_1 — матриця для перетворення T_1T_2.

Матриці лінійних перетворень

Важливе зауваження! Якщо не вказано інше, матриця для лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ завжди буде визначатися щодо стандартної бази. Крім того, з цим припущенням можна потім використовувати рівняння (2)

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A, \tag{2}$$

щоб визначити бієктивну відповідність між матрицями та такими лінійними перетвореннями. Ця відповідність, яку ми матимемо на увазі, нам буде потрібна для переходу від матриць до перетворень і навпаки.

Безпосередньо з означення матриці лінійного перетворення випливає така теорема:

Теорема 1.10.13

Нехай $T, T_1, T_2\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ лінійні перетворення та припустимо, що A, A_1, A_2 — матриці для лінійних перетворень T, T_1, T_2, відповідно, стосовно деякого фіксованого базису лінійного простору $\boldsymbol{V}$. Тоді:

(1) A^{-1} — матриця для перетворення T^{-1};

(2) A_2A_1 — матриця для перетворення T_1T_2.

Важливе зауваження! Якщо не вказано інше, матриця для лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ завжди буде визначатися щодо стандартної бази. Крім того, з цим припущенням можна потім використовувати рівняння (2)

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A, \tag{2}$$

щоб визначити бієктивну відповідність між матрицями та такими лінійними перетвореннями. Ця відповідність, яку ми матимемо на увазі, нам буде потрібна для переходу від матриць до перетворень і навпаки.

Безпосередньо з означення матриці лінійного перетворення випливає така теорема:

Теорема 1.10.13

Нехай $T, T_1, T_2\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ лінійні перетворення та припустимо, що A, A_1, A_2 — матриці для лінійних перетворень T, T_1, T_2, відповідно, стосовно деякого фіксованого базису лінійного простору $\boldsymbol{V}$. Тоді:

(1) A^{-1} — матриця для перетворення T^{-1};

(2) A_2A_1 — матриця для перетворення T_1T_2.

Важливе зауваження! Якщо не вказано інше, матриця для лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ завжди буде визначатися щодо стандартної бази. Крім того, з цим припущенням можна потім використовувати рівняння (2)

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A, \tag{2}$$

щоб визначити бієктивну відповідність між матрицями та такими лінійними перетвореннями. Ця відповідність, яку ми матимемо на увазі, нам буде потрібна для переходу від матриць до перетворень і навпаки.

Безпосередньо з означення матриці лінійного перетворення випливає така теорема:

Теорема 1.10.13

Нехай $T, T_1, T_2\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ лінійні перетворення та припустимо, що A, A_1, A_2 — матриці для лінійних перетворень T, T_1, T_2, відповідно, стосовно деякого фіксованого базису лінійного простору $\boldsymbol{V}$. Тоді:

(1) A^{-1} — матриця для перетворення T^{-1};

(2) A_2A_1 — матриця для перетворення T_1T_2.

Важливе зауваження! Якщо не вказано інше, матриця для лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ завжди буде визначатися щодо стандартної бази. Крім того, з цим припущенням можна потім використовувати рівняння (2)

$$T(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p}A, \tag{2}$$

щоб визначити бієктивну відповідність між матрицями та такими лінійними перетвореннями. Ця відповідність, яку ми матимемо на увазі, нам буде потрібна для переходу від матриць до перетворень і навпаки.

Безпосередньо з означення матриці лінійного перетворення випливає така теорема:

Теорема 1.10.13

Нехай $T, T_1, T_2\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ лінійні перетворення та припустимо, що A, A_1, A_2 — матриці для лінійних перетворень T, T_1, T_2, відповідно, стосовно деякого фіксованого базису лінійного простору $\boldsymbol{V}$. Тоді:

(1) A^{-1} — матриця для перетворення T^{-1};

(2) A_2A_1 — матриця для перетворення T_1T_2.

Матриці лінійних перетворень

Означення 1.10.14

Нехай A — матриця лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$. Тоді:

- детермінант матриці A називається *детермінантом перетворення* T;
- слід матриці A називається *слідом перетворення* T;
- ранг матриці A називається *рангом перетворення* T.

Доведення наступних двох теорем нескладне, однак ми їх опускаємо.

Теорема 1.10.15

Детермінант, слід і ранг лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ залежить лише від відображення T і не залежить від вибору базису лінійного простору $\boldsymbol{V}$.

Теорема 1.10.16

Лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ є невиродженим тоді і лише тоді, коли $\det(T) \neq 0$.[a]

[a] Лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ називається *невиродженим* (*виродженим*), якщо матриця, яка йому відповідає невироджена (вироджена).

Матриці лінійних перетворень

Означення 1.10.14

Нехай A — матриця лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$. Тоді:

- детермінант матриці A називається *детермінантом перетворення* T

- слід матриці A називається *слідом перетворення* T

- ранг матриці A називається *рангом перетворення* T

Доведення наступних двох теорем нескладне, однак ми їх опускаємо.

Теорема 1.10.15

Детермінант, слід і ранг лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ залежить лише від відображення T і не залежить від вибору базису лінійного простору $\boldsymbol{V}$.

Теорема 1.10.16

Лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ є невиродженим тоді і лише тоді, коли $\det(T) \neq 0$.[a]

[a] Лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ називається *невиродженим* (*виродженим*), якщо матриця, яка йому відповідає невироджена (вироджена).

Означення 1.10.14

Нехай A — матриця лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$. Тоді:

- детермінант матриці A називається *детермінантом перетворення* T
- слід матриці A називається *слідом перетворення* T
- ранг матриці A називається *рангом перетворення* T

Доведення наступних двох теорем нескладне, однак ми їх опускаємо.

Теорема 1.10.15

Детермінант, слід і ранг лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ залежить лише від відображення T і не залежить від вибору базису лінійного простору $\boldsymbol{V}$.

Теорема 1.10.16

Лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ є невиродженим тоді і лише тоді, коли $\det(T) \neq 0$.[a]

[a] Лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ називається *невиродженим* (*виродженим*), якщо матриця, яка йому відповідає невироджена (вироджена).

Означення 1.10.14

Нехай A — матриця лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$. Тоді:

- детермінант матриці A називається *детермінантом перетворення* T
- слід матриці A називається *слідом перетворення* T
- ранг матриці A називається *рангом перетворення* T

Доведення наступних двох теорем нескладне, однак ми їх опускаємо.

Теорема 1.10.15

Детермінант, слід і ранг лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ залежить лише від відображення T і не залежить від вибору базису лінійного простору $\boldsymbol{V}$.

Теорема 1.10.16

Лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ є невиродженим тоді і лише тоді, коли $\det(T) \neq 0$.[a]

[a]Лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ називається *невиродженим* (*виродженим*), якщо матриця, яка йому відповідає невироджена (вироджена).

Матриці лінійних перетворень

Означення 1.10.14

Нехай A — матриця лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$. Тоді:

- детермінант матриці A називається *детермінантом перетворення* T і позначається $\det(T)$;
- слід матриці A називається *слідом перетворення* T і позначається $\operatorname{tr}(T)$;
- ранг матриці A називається *рангом перетворення* T і позначається $\operatorname{rank}(T)$.

Доведення наступних двох теорем нескладне, однак ми їх опускаємо.

Теорема 1.10.15

Детермінант, слід і ранг лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ залежить лише від відображення T і не залежить від вибору базису лінійного простору $\boldsymbol{V}$.

Теорема 1.10.16

Лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ є невиродженим тоді і лише тоді, коли $\det(T) \neq 0$.[a]

[a] Лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ називається *невиродженим* (*виродженим*), якщо матриця, яка йому відповідає невироджена (вироджена).

Матриці лінійних перетворень

Означення 1.10.14

Нехай A — матриця лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$. Тоді:

- детермінант матриці A називається *детермінантом перетворення* T і позначається $\det(T)$;
- слід матриці A називається *слідом перетворення* T і позначається $\operatorname{tr}(T)$;
- ранг матриці A називається *рангом перетворення* T і позначається $\operatorname{rank}(T)$.

Доведення наступних двох теорем нескладне, однак ми їх опускаємо.

Теорема 1.10.15

Детермінант, слід і ранг лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ залежить лише від відображення T і не залежить від вибору базису лінійного простору $\boldsymbol{V}$.

Теорема 1.10.16

Лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ є невиродженим тоді і лише тоді, коли $\det(T) \neq 0$.[a]

[a] Лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ називається *невиродженим* (*виродженим*), якщо матриця, яка йому відповідає невироджена (вироджена).

Матриці лінійних перетворень

Означення 1.10.14

Нехай A — матриця лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$. Тоді:

- детермінант матриці A називається *детермінантом перетворення* T і позначається $\det(T)$;
- слід матриці A називається *слідом перетворення* T і позначається $\operatorname{tr}(T)$;
- ранг матриці A називається *рангом перетворення* T і позначається $\operatorname{rank}(T)$.

Доведення наступних двох теорем нескладне, однак ми їх опускаємо.

Теорема 1.10.15

Детермінант, слід і ранг лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ залежить лише від відображення T і не залежить від вибору базису лінійного простору $\boldsymbol{V}$.

Теорема 1.10.16

Лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ є невиродженим тоді і лише тоді, коли $\det(T) \neq 0$.[a]

[a] Лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ називається *невиродженим* (*виродженим*), якщо матриця, яка йому відповідає невироджена (вироджена).

Означення 1.10.14

Нехай A — матриця лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$. Тоді:

- детермінант матриці A називається *детермінантом перетворення* T і позначається $\det(T)$;
- слід матриці A називається *слідом перетворення* T і позначається $\operatorname{tr}(T)$;
- ранг матриці A називається *рангом перетворення* T і позначається $\operatorname{rank}(T)$.

Доведення наступних двох теорем нескладне, однак ми їх опускаємо.

Теорема 1.10.15

Детермінант, слід і ранг лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ залежить лише від відображення T і не залежить від вибору базису лінійного простору $\boldsymbol{V}$.

Теорема 1.10.16

Лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ є невиродженим тоді і лише тоді, коли $\det(T) \neq 0$.[a]

[a] Лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ називається *невиродженим* (*виродженим*), якщо матриця, яка йому відповідає невироджена (вироджена).

Матриці лінійних перетворень

Означення 1.10.14

Нехай A — матриця лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$. Тоді:

- детермінант матриці A називається *детермінантом перетворення* T і позначається $\det(T)$;
- слід матриці A називається *слідом перетворення* T і позначається $\operatorname{tr}(T)$;
- ранг матриці A називається *рангом перетворення* T і позначається $\operatorname{rank}(T)$.

Доведення наступних двох теорем нескладне, однак ми їх опускаємо.

Теорема 1.10.15

Детермінант, слід і ранг лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ залежить лише від відображення T і не залежить від вибору базису лінійного простору $\boldsymbol{V}$.

Теорема 1.10.16

Лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ є невиродженим тоді і лише тоді, коли $\det(T) \neq 0$.[a]

[a] Лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ називається *невиродженим* (*виродженим*), якщо матриця, яка йому відповідає невироджена (вироджена).

Означення 1.10.14

Нехай A — матриця лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$. Тоді:

- детермінант матриці A називається *детермінантом перетворення* T і позначається $\det(T)$;
- слід матриці A називається *слідом перетворення* T і позначається $\mathrm{tr}(T)$;
- ранг матриці A називається *рангом перетворення* T і позначається $\mathrm{rank}(T)$.

Доведення наступних двох теорем нескладне, однак ми їх опускаємо.

Теорема 1.10.15

Детермінант, слід і ранг лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ залежить лише від відображення T і не залежить від вибору базису лінійного простору $\boldsymbol{V}$.

Теорема 1.10.16

Лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ є невиродженим тоді і лише тоді, коли $\det(T) \neq 0$.[a]

[a] Лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ називається *невиродженим* (*виродженим*), якщо матриця, яка йому відповідає невироджена (вироджена).

Означення 1.10.14

Нехай A — матриця лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$. Тоді:

- детермінант матриці A називається *детермінантом перетворення* T і позначається $\det(T)$;
- слід матриці A називається *слідом перетворення* T і позначається $\mathrm{tr}(T)$;
- ранг матриці A називається *рангом перетворення* T і позначається $\mathrm{rank}(T)$.

Доведення наступних двох теорем нескладне, однак ми їх опускаємо.

Теорема 1.10.15

Детермінант, слід і ранг лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ залежить лише від відображення T і не залежить від вибору базису лінійного простору $\boldsymbol{V}$.

Теорема 1.10.16

Лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ є невиродженим тоді і лише тоді, коли $\det(T) \neq 0$.[a]

[a] Лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ називається *невиродженим* (*виродженим*), якщо матриця, яка йому відповідає невироджена (вироджена).

Означення 1.10.14

Нехай A — матриця лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$. Тоді:

- детермінант матриці A називається *детермінантом перетворення* T і позначається $\det(T)$;
- слід матриці A називається *слідом перетворення* T і позначається $\operatorname{tr}(T)$;
- ранг матриці A називається *рангом перетворення* T і позначається $\operatorname{rank}(T)$.

Доведення наступних двох теорем нескладне, однак ми їх опускаємо.

Теорема 1.10.15

Детермінант, слід і ранг лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ залежить лише від відображення T і не залежить від вибору базису лінійного простору $\boldsymbol{V}$.

Теорема 1.10.16

Лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ є невиродженим тоді і лише тоді, коли $\det(T) \neq 0$.[a]

[a] Лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ називається *невиродженим* (*виродженим*), якщо матриця, яка йому відповідає невироджена (вироджена).

Матриці лінійних перетворень

Означення 1.10.14

Нехай A — матриця лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$. Тоді:

- детермінант матриці A називається *детермінантом перетворення* T і позначається $\det(T)$;
- слід матриці A називається *слідом перетворення* T і позначається $\operatorname{tr}(T)$;
- ранг матриці A називається *рангом перетворення* T і позначається $\operatorname{rank}(T)$.

Доведення наступних двох теорем нескладне, однак ми їх опускаємо.

Теорема 1.10.15

Детермінант, слід і ранг лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ залежить лише від відображення T і не залежить від вибору базису лінійного простору $\boldsymbol{V}$.

Теорема 1.10.16

Лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ є невиродженим тоді і лише тоді, коли $\det(T) \neq 0$.[a]

[a] Лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ називається *невиродженим* (*виродженим*), якщо матриця, яка йому відповідає невироджена (вироджена).

Означення 1.10.14

Нехай A — матриця лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$. Тоді:

- детермінант матриці A називається *детермінантом перетворення* T і позначається $\det(T)$;
- слід матриці A називається *слідом перетворення* T і позначається $\operatorname{tr}(T)$;
- ранг матриці A називається *рангом перетворення* T і позначається $\operatorname{rank}(T)$.

Доведення наступних двох теорем нескладне, однак ми їх опускаємо.

Теорема 1.10.15

Детермінант, слід і ранг лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ залежить лише від відображення T і не залежить від вибору базису лінійного простору $\boldsymbol{V}$.

Теорема 1.10.16

Лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ є невиродженим тоді і лише тоді, коли $\det(T) \neq 0$.[a]

[a] Лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ називається *невиродженим* (*виродженим*), якщо матриця, яка йому відповідає невироджена (вироджена).

Матриці лінійних перетворень

Означення 1.10.14

Нехай A — матриця лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$. Тоді:

- детермінант матриці A називається *детермінантом перетворення* T і позначається $\det(T)$;
- слід матриці A називається *слідом перетворення* T і позначається $\operatorname{tr}(T)$;
- ранг матриці A називається *рангом перетворення* T і позначається $\operatorname{rank}(T)$.

Доведення наступних двох теорем нескладне, однак ми їх опускаємо.

Теорема 1.10.15

Детермінант, слід і ранг лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ залежить лише від відображення T і не залежить від вибору базису лінійного простору $\boldsymbol{V}$.

Теорема 1.10.16

Лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ є невиродженим тоді і лише тоді, коли $\det(T) \neq 0$.[a]

[a] Лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ називається *невиродженим* (*виродженим*), якщо матриця, яка йому відповідає невироджена (вироджена).

Означення 1.10.14

Нехай A — матриця лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$. Тоді:

- детермінант матриці A називається *детермінантом перетворення* T і позначається $\det(T)$;
- слід матриці A називається *слідом перетворення* T і позначається $\operatorname{tr}(T)$;
- ранг матриці A називається *рангом перетворення* T і позначається $\operatorname{rank}(T)$.

Доведення наступних двох теорем нескладне, однак ми їх опускаємо.

Теорема 1.10.15

Детермінант, слід і ранг лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ залежить лише від відображення T і не залежить від вибору базису лінійного простору $\boldsymbol{V}$.

Теорема 1.10.16

Лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ є невиродженим тоді і лише тоді, коли $\det(T) \neq 0$.[a]

[a] Лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ називається *невиродженим* (*виродженим*), якщо матриця, яка йому відповідає невироджена (вироджена).

Матриці лінійних перетворень

Означення 1.10.14

Нехай A — матриця лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$. Тоді:

- детермінант матриці A називається *детермінантом перетворення* T і позначається $\det(T)$;
- слід матриці A називається *слідом перетворення* T і позначається $\operatorname{tr}(T)$;
- ранг матриці A називається *рангом перетворення* T і позначається $\operatorname{rank}(T)$.

Доведення наступних двох теорем нескладне, однак ми їх опускаємо.

Теорема 1.10.15

Детермінант, слід і ранг лінійного перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ залежить лише від відображення T і не залежить від вибору базису лінійного простору $\boldsymbol{V}$.

Теорема 1.10.16

Лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ є невиродженим тоді і лише тоді, коли $\det(T) \neq 0$.[a]

[a] Лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ називається *невиродженим* (*виродженим*), якщо матриця, яка йому відповідає невироджена (вироджена).

Дякую за увагу!