Обчислювальна геометрія і алгебра

Олег Гутік

Лекція 19: Орієнтація

Орієнтація

Ця лекція — це вступ до поняття орієнтації. Хоча ця інтуїтивна концепція знайома всім, напевно, мало хто замислювався над тим, що це означає та як можна дати точне означення поняття орієнтації.

Поняття орієнтації проявляє себе у багатьох різних розуміннях і значеннях. У щоденній розмові можна зустріти такі фрази, як "ліворуч від", "праворуч від", "за годинниковою стрілкою" або "проти годинникової стрілки". Фізики говорять про правило правого чи лівого свердлика, або про праві чи ліві системи координат. У комп'ютерній графіці, можливо, потрібно вибирати нормалі до плоскої кривої послідовно так, щоб усі вони, скажімо, вказували "всередину" (чи "ззовні") кривої (див. рис.).

Орієнтація

Ця лекція — це вступ до поняття орієнтації. Хоча ця інтуїтивна концепція знайома всім, напевно, мало хто замислювався над тим, що це означає та як можна дати точне означення поняття орієнтації.

Поняття орієнтації проявляє себе у багатьох різних розуміннях і значеннях. У щоденній розмові можна зустріти такі фрази, як "ліворуч від", "праворуч від", "за годинниковою стрілкою" або "проти годинникової стрілки". Фізики говорять про правило правого чи лівого свердлика, або про праві чи ліві системи координат. У комп'ютерній графіці, можливо, потрібно вибирати нормалі до плоскої кривої послідовно так, щоб усі вони, скажімо, вказували "всередину" (чи "ззовні") кривої (див. рис.).

Орієнтація

Ця лекція — це вступ до поняття орієнтації. Хоча ця інтуїтивна концепція знайома всім, напевно, мало хто замислювався над тим, що це означає та як можна дати точне означення поняття орієнтації.

Поняття орієнтації проявляє себе у багатьох різних розуміннях і значеннях. У щоденній розмові можна зустріти такі фрази, як "ліворуч від", "праворуч від", "за годинниковою стрілкою" або "проти годинникової стрілки". Фізики говорять про правило правого чи лівого свердлика, або про праві чи ліві системи координат. У комп'ютерній графіці, можливо, потрібно вибирати нормалі до плоскої кривої послідовно так, щоб усі вони, скажімо, вказували "всередину" (чи "ззовні") кривої (див. рис.).

Ця лекція — це вступ до поняття орієнтації. Хоча ця інтуїтивна концепція знайома всім, напевно, мало хто замислювався над тим, що це означає та як можна дати точне означення поняття орієнтації.

Поняття орієнтації проявляє себе у багатьох різних розуміннях і значеннях. У щоденній розмові можна зустріти такі фрази, як "ліворуч від", "праворуч від", "за годинниковою стрілкою" або "проти годинникової стрілки". Фізики говорять про правило правого чи лівого свердлика, або про праві чи ліві системи координат. У комп'ютерній графіці, можливо, потрібно вибирати нормалі до плоскої кривої послідовно так, щоб усі вони, скажімо, вказували "всередину" (чи "ззовні") кривої (див. рис.).

Ця лекція — це вступ до поняття орієнтації. Хоча ця інтуїтивна концепція знайома всім, напевно, мало хто замислювався над тим, що це означає та як можна дати точне означення поняття орієнтації.

Поняття орієнтації проявляє себе у багатьох різних розуміннях і значеннях. У щоденній розмові можна зустріти такі фрази, як "ліворуч від", "праворуч від", "за годинниковою стрілкою" або "проти годинникової стрілки". Фізики говорять про правило правого чи лівого свердлика, або про праві чи ліві системи координат. У комп'ютерній графіці, можливо, потрібно вибирати нормалі до плоскої кривої послідовно так, щоб усі вони, скажімо, вказували "всередину" (чи "ззовні") кривої (див. рис.).

Ця лекція — це вступ до поняття орієнтації. Хоча ця інтуїтивна концепція знайома всім, напевно, мало хто замислювався над тим, що це означає та як можна дати точне означення поняття орієнтації.

Поняття орієнтації проявляє себе у багатьох різних розуміннях і значеннях. У щоденній розмові можна зустріти такі фрази, як "ліворуч від", "праворуч від", "за годинниковою стрілкою" або "проти годинникової стрілки". Фізики говорять про правило правого чи лівого свердлика, або про праві чи ліві системи координат. У комп'ютерній графіці, можливо, потрібно вибирати нормалі до плоскої кривої послідовно так, щоб усі вони, скажімо, вказували "всередину" (чи "ззовні") кривої (див. рис.).

Ця лекція — це вступ до поняття орієнтації. Хоча ця інтуїтивна концепція знайома всім, напевно, мало хто замислювався над тим, що це означає та як можна дати точне означення поняття орієнтації.

Поняття орієнтації проявляє себе у багатьох різних розуміннях і значеннях. У щоденній розмові можна зустріти такі фрази, як “ліворуч від”, “праворуч від”, “за годинниковою стрілкою” або “проти годинникової стрілки”. Фізики говорять про правило правого чи лівого свердлика, або про праві чи ліві системи координат. У комп’ютерній графіці, можливо, потрібно вибирати нормалі до плоскої кривої послідовно так, щоб усі вони, скажімо, вказували “всередину” (чи “ззовні”) кривої (див. рис.).

Орієнтація

Ця лекція — це вступ до поняття орієнтації. Хоча ця інтуїтивна концепція знайома всім, напевно, мало хто замислювався над тим, що це означає та як можна дати точне означення поняття орієнтації.

Поняття орієнтації проявляє себе у багатьох різних розуміннях і значеннях. У щоденній розмові можна зустріти такі фрази, як "ліворуч від", "праворуч від", "за годинниковою стрілкою" або "проти годинникової стрілки". Фізики говорять про правило правого чи лівого свердлика, або про праві чи ліві системи координат. У комп'ютерній графіці, можливо, потрібно вибирати нормалі до плоскої кривої послідовно так, щоб усі вони, скажімо, вказували "всередину" (чи "ззовні") кривої (див. рис.).

Орієнтація

Ця лекція — це вступ до поняття орієнтації. Хоча ця інтуїтивна концепція знайома всім, напевно, мало хто замислювався над тим, що це означає та як можна дати точне означення поняття орієнтації.

Поняття орієнтації проявляє себе у багатьох різних розуміннях і значеннях. У щоденній розмові можна зустріти такі фрази, як “ліворуч від”, “праворуч від”, “за годинниковою стрілкою” або “проти годинникової стрілки”. Фізики говорять про правило правого чи лівого свердлика, або про праві чи ліві системи координат. У комп'ютерній графіці, можливо, потрібно вибирати нормалі до плоскої кривої послідовно так, щоб усі вони, скажімо, вказували “всередину” (чи “ззовні”) кривої (див. рис.).

Орієнтація

Ця лекція — це вступ до поняття орієнтації. Хоча ця інтуїтивна концепція знайома всім, напевно, мало хто замислювався над тим, що це означає та як можна дати точне означення поняття орієнтації.

Поняття орієнтації проявляє себе у багатьох різних розуміннях і значеннях. У щоденній розмові можна зустріти такі фрази, як "ліворуч від", "праворуч від", "за годинниковою стрілкою" або "проти годинникової стрілки". Фізики говорять про правило правого чи лівого свердлика, або про праві чи ліві системи координат. У комп'ютерній графіці, можливо, потрібно вибирати нормалі до плоскої кривої послідовно так, щоб усі вони, скажімо, вказували "всередину" (чи "ззовні") кривої (див. рис.).

Орієнтація

Ця лекція — це вступ до поняття орієнтації. Хоча ця інтуїтивна концепція знайома всім, напевно, мало хто замислювався над тим, що це означає та як можна дати точне означення поняття орієнтації.

Поняття орієнтації проявляє себе у багатьох різних розуміннях і значеннях. У щоденній розмові можна зустріти такі фрази, як "ліворуч від", "праворуч від", "за годинниковою стрілкою" або "проти годинникової стрілки". Фізики говорять про правило правого чи лівого свердлика, або про праві чи ліві системи координат. У комп'ютерній графіці, можливо, потрібно вибирати нормалі до плоскої кривої послідовно так, щоб усі вони, скажімо, вказували "всередину" (чи "ззовні") кривої (див. рис.).

Орієнтація

Ця лекція — це вступ до поняття орієнтації. Хоча ця інтуїтивна концепція знайома всім, напевно, мало хто замислювався над тим, що це означає та як можна дати точне означення поняття орієнтації.

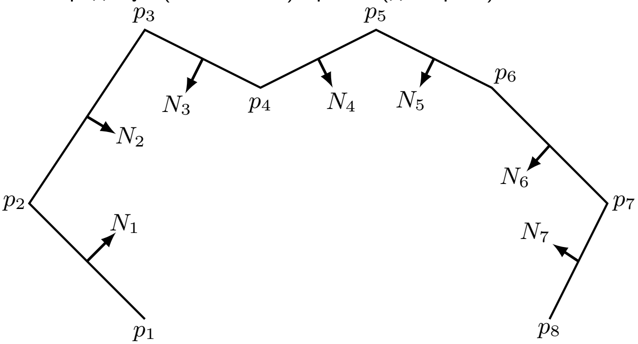
Поняття орієнтації проявляє себе у багатьох різних розуміннях і значеннях. У щоденній розмові можна зустріті такі фрази, як "ліворуч від", "праворуч від", "за годинниковою стрілкою" або "проти годинникової стрілки". Фізики говорять про правило правого чи лівого свердлика, або про праві чи ліві системи координат. У комп'ютерній графіці, можливо, потрібно вибирати нормалі до плоскої кривої послідовно так, щоб усі вони, скажімо, вказували "всередину" (чи "ззовні") кривої (див. рис.).

Ця лекція — це вступ до поняття орієнтації. Хоча ця інтуїтивна концепція знайома всім, напевно, мало хто замислювався над тим, що це означає та як можна дати точне означення поняття орієнтації.

Поняття орієнтації проявляє себе у багатьох різних розуміннях і значеннях. У щоденній розмові можна зустріти такі фрази, як “ліворуч від”, “праворуч від”, “за годинниковою стрілкою” або “проти годинникової стрілки”. Фізики говорять про правило правого чи лівого свердлика, або про праві чи ліві системи координат. У комп'ютерній графіці, можливо, потрібно вибирати нормалі до плоскої кривої послідовно так, щоб усі вони, скажімо, вказували “всередину” (чи “ззовні”) кривої (див. рис.).

Ця лекція — це вступ до поняття орієнтації. Хоча ця інтуїтивна концепція знайома всім, напевно, мало хто замислювався над тим, що це означає та як можна дати точне означення поняття орієнтації.

Поняття орієнтації проявляє себе у багатьох різних розуміннях і значеннях. У щоденній розмові можна зустріти такі фрази, як "ліворуч від", "праворуч від", "за годинниковою стрілкою" або "проти годинникової стрілки". Фізики говорять про правило правого чи лівого свердлика, або про праві чи ліві системи координат. У комп'ютерній графіці, можливо, потрібно вибирати нормалі до плоскої кривої послідовно так, щоб усі вони, скажімо, вказували "всередину" (чи "ззовні") кривої (див. рис.).



Аналогічне запитання може бути задано для нормалей у випадку поверхонь. Як можна систематично сказати, що наш вибір нормалей є "сумісним"? Що це насправді означає?

Напевно, найпростіший спосіб продемонструвати властивість орієнтування для поверхонь — це в термінах кількості "сторін", які вони мають. Розглянемо циліндр на рис. (a).

(a)

(b)

Ця поверхня має ту властивість, що якби хтось був жуком, то єдиним способом проникнути із "зовнішнього боку" у "внутрішній" треба було б повзати через край поверхні. Ми висловлюємо це кажучи, що циліндр є "двобічним" або орієнтованим. Очевидно, що циліндр можна отримати із смужки паперу, склеївши два кінці звичайним чином.

Аналогічне запитання може бути задано для нормалей у випадку поверхонь. Як можна систематично сказати, що наш вибір нормалей є “сумісним”? Що це насправді означає?

Напевно, найпростіший спосіб продемонструвати властивість орієнтування для поверхонь — це в термінах кількості “сторін”, які вони мають. Розглянемо циліндр на рис. (a).

(a)

(b)

Ця поверхня має ту властивість, що якби хтось був жуком, то єдиним способом проникнути із “зовнішнього боку” у “внутрішній” треба було б повзати через край поверхні. Ми висловлюємо це кажучи, що циліндр є “двобічним” або орієнтованим. Очевидно, що циліндр можна отримати із смужки паперу, склеївши два кінці звичайним чином.

Орієнтація

Аналогічне запитання може бути задано для нормалей у випадку поверхонь. Як можна систематично сказати, що наш вибір нормалей є “сумісним”? Що це насправді означає?

Напевно, найпростіший спосіб продемонструвати властивість орієнтування для поверхонь — це в термінах кількості “сторін”, які вони мають. Розглянемо циліндр на рис. (a).

(a)

(b)

Ця поверхня має ту властивість, що якби хтось був жуком, то єдиним способом проникнути із “зовнішнього боку” у “внутрішній” треба було б повзати через край поверхні. Ми висловлюємо це кажучи, що циліндр є “двобічним” або орієнтованим. Очевидно, що циліндр можна отримати із смужки паперу, склеївши два кінці звичайним чином.

Орієнтація

Аналогічне запитання може бути задано для нормалей у випадку поверхонь. Як можна систематично сказати, що наш вибір нормалей є "сумісним"? Що це насправді означає?

Напевно, найпростіший спосіб продемонструвати властивість орієнтування для поверхонь — це в термінах кількості "сторін", які вони мають. Розглянемо циліндр на рис. (a).

(a) (b)

Ця поверхня має ту властивість, що якби хтось був жуком, то єдиним способом проникнути із "зовнішнього боку" у "внутрішній" треба було б повзати через край поверхні. Ми висловлюємо це кажучи, що циліндр є "двобічним" або орієнтованим. Очевидно, що циліндр можна отримати із смужки паперу, склеївши два кінці звичайним чином.

Орієнтація

Аналогічне запитання може бути задано для нормалей у випадку поверхонь. Як можна систематично сказати, що наш вибір нормалей є "сумісним"? Що це насправді означає?

Напевно, найпростіший спосіб продемонструвати властивість орієнтування для поверхонь — це в термінах кількості "сторін", які вони мають.

Розглянемо циліндр на рис. (a).

(a)

(b)

Ця поверхня має ту властивість, що якби хтось був жуком, то єдиним способом проникнути із "зовнішнього боку" у "внутрішній" треба було б повзати через край поверхні. Ми висловлюємо це кажучи, що циліндр є "двобічним" або орієнтованим. Очевидно, що циліндр можна отримати із смужки паперу, склеївши два кінці звичайним чином.

Орієнтація

Аналогічне запитання може бути задано для нормалей у випадку поверхонь. Як можна систематично сказати, що наш вибір нормалей є “сумісним”? Що це насправді означає?

Напевно, найпростіший спосіб продемонструвати властивість орієнтування для поверхонь — це в термінах кількості “сторін”, які вони мають. Розглянемо циліндр на рис. (a).

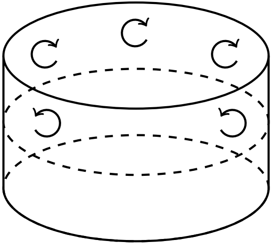
(a)

(b)

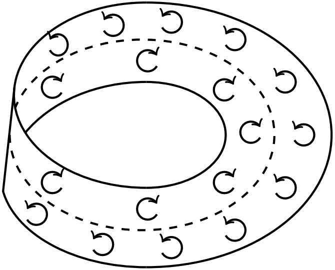
Ця поверхня має ту властивість, що якби хтось був жуком, то єдиним способом проникнути із “зовнішнього боку” у “внутрішній” треба було б повзати через край поверхні. Ми висловлюємо це кажучи, що циліндр є “двобічним” або орієнтованим. Очевидно, що циліндр можна отримати із смужки паперу, склеївши два кінці звичайним чином.

Аналогічне запитання може бути задано для нормалей у випадку поверхонь. Як можна систематично сказати, що наш вибір нормалей є "сумісним"? Що це насправді означає?

Напевно, найпростіший спосіб продемонструвати властивість орієнтування для поверхонь — це в термінах кількості "сторін", які вони мають. Розглянемо циліндр на рис. (a).



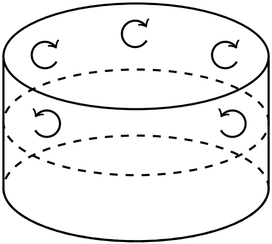
(a)



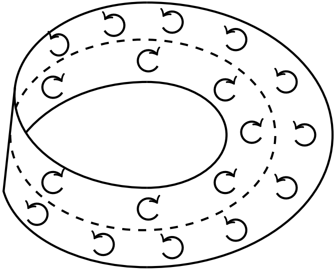
(b)

Ця поверхня має ту властивість, що якби хтось був жуком, то єдиним способом проникнути із "зовнішнього боку" у "внутрішній" треба було б повзати через край поверхні. Ми висловлюємо це кажучи, що циліндр є "двобічним" або орієнтованим. Очевидно, що циліндр можна отримати із смужки паперу, склеївши два кінці звичайним чином.

Аналогічне запитання може бути задано для нормалей у випадку поверхонь. Як можна систематично сказати, що наш вибір нормалей є "сумісним"? Що це насправді означає?
Напевно, найпростіший спосіб продемонструвати властивість орієнтування для поверхонь — це в термінах кількості "сторін", які вони мають. Розглянемо циліндр на рис. (a).



(a)

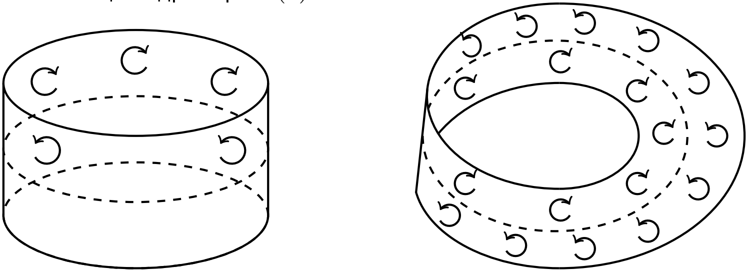


(b)

Ця поверхня має ту властивість, що якби хтось був жуком, то єдиним способом проникнути із "зовнішнього боку" у "внутрішній" треба було б повзати через край поверхні. Ми висловлюємо це кажучи, що циліндр є "двобічним" або орієнтованим. Очевидно, що циліндр можна отримати із смужки паперу, склеївши два кінці звичайним чином.

Орієнтація

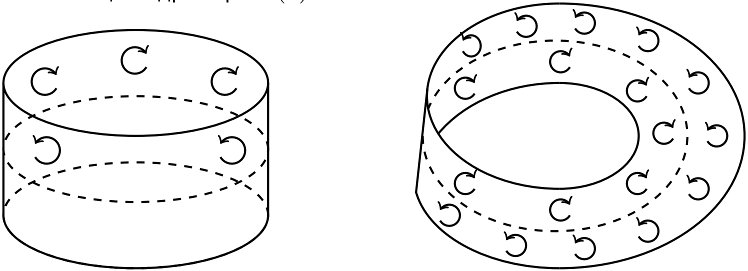
Аналогічне запитання може бути задано для нормалей у випадку поверхонь. Як можна систематично сказати, що наш вибір нормалей є "сумісним"? Що це насправді означає?
Напевно, найпростіший спосіб продемонструвати властивість орієнтування для поверхонь — це в термінах кількості "сторін", які вони мають.
Розглянемо циліндр на рис. (a).



(a) (b)

Ця поверхня має ту властивість, що якби хтось був жуком, то єдиним способом проникнути із "зовнішнього боку" у "внутрішній" треба було б повзати через край поверхні. Ми висловлюємо це кажучи, що циліндр є "двобічним" або орієнтованим. Очевидно, що циліндр можна отримати із смужки паперу, склеївши два кінці звичайним чином.

Аналогічне запитання може бути задано для нормалей у випадку поверхонь. Як можна систематично сказати, що наш вибір нормалей є "сумісним"? Що це насправді означає?
Напевно, найпростіший спосіб продемонструвати властивість орієнтування для поверхонь — це в термінах кількості "сторін", які вони мають. Розглянемо циліндр на рис. (a).

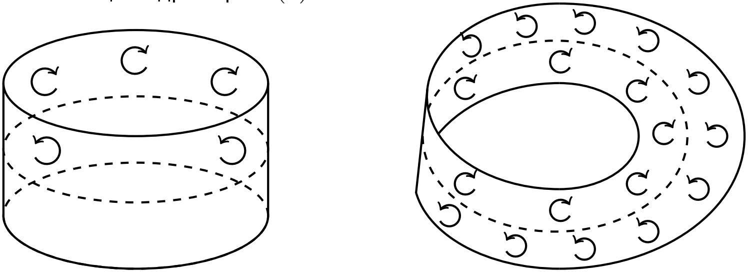


(a) (b)

Ця поверхня має ту властивість, що якби хтось був жуком, то єдиним способом проникнути із "зовнішнього боку" у "внутрішній" треба було б повзати через край поверхні. Ми висловлюємо це кажучи, що циліндр є "двобічним" або орієнтованим. Очевидно, що циліндр можна отримати із смужки паперу, склеївши два кінці звичайним чином.

Аналогічне запитання може бути задано для нормалей у випадку поверхонь. Як можна систематично сказати, що наш вибір нормалей є "сумісним"? Що це насправді означає?

Напевно, найпростіший спосіб продемонструвати властивість орієнтування для поверхонь — це в термінах кількості "сторін", які вони мають. Розглянемо циліндр на рис. (a).



(a) (b)

Ця поверхня має ту властивість, що якби хтось був жуком, то єдиним способом проникнути із "зовнішнього боку" у "внутрішній" треба було б повзати через край поверхні. Ми висловлюємо це кажучи, що циліндр є "двобічним" або орієнтованим. Очевидно, що циліндр можна отримати із смужки паперу, склеївши два кінці звичайним чином.

Орієнтація

Якщо, навпаки, ми візьмемо ту ж саму смужку паперу та спочатку повернемо її на 180°, перш ніж склеїти кінці, то отримаємо поверхню, яка називається *стрічкою Мьобіуса* (див. рис. (b)).

(a)

(b)

Незважаючи на те, що стрічка Мьобіуса має дві сторони в будь-якій точці, ми можемо дістатися з одного боку на інший, пройшовши всю стрічку, паралельно меридіану. Стрічка Мьобіуса — це “однобічна” або неорієнтована поверхня. Взагалі, просте означення полягає в тому, що кажуть, що поверхня S є *орієнтованою* (*неорієнтованою*), якщо неможливо (можливо) дістатися з одного боку поверхня S в точці на інший бік, проходячи вздовж поверхні.

Орієнтація

Якщо, навпаки, ми візьмемо ту ж саму смужку паперу та спочатку повернемо її на 180°, перш ніж склеїти кінці, то отримаємо поверхню, яка називається *стрічкою Мьобіуса* (див. рис. (b)).

(a)

(b)

Незважаючи на те, що стрічка Мьобіуса має дві сторони в будь-якій точці, ми можемо дістатися з одного боку на інший, пройшовши всю стрічку, паралельно меридіану. Стрічка Мьобіуса — це “однобічна” або неорієнтована поверхня. Взагалі, просте означення полягає в тому, що кажуть, що поверхня S є *орієнтованою* (*неорієнтованою*), якщо неможливо (можливо) дістатися з одного боку поверхня S в точці на інший бік, проходячи вздовж поверхні.

Якщо, навпаки, ми візьмемо ту ж саму смужку паперу та спочатку повернемо її на 180°, перш ніж склеїти кінці, то отримаємо поверхню, яка називається *стрічкою Мьобіуса* (див. рис. (b)).

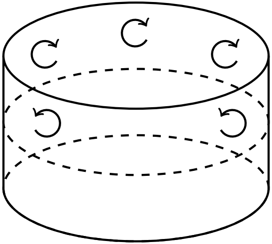
(a)

(b)

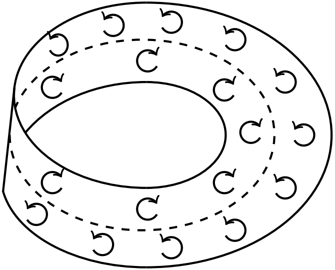
Незважаючи на те, що стрічка Мьобіуса має дві сторони в будь-якій точці, ми можемо дістатися з одного боку на інший, пройшовши всю стрічку, паралельно меридіану. Стрічка Мьобіуса — це "однобічна" або неорієнтована поверхня. Взагалі, просте означення полягає в тому, що кажуть, що поверхня S є *орієнтованою* (*неорієнтованою*), якщо неможливо (можливо) дістатися з одного боку поверхня S в точці на інший бік, проходячи вздовж поверхні.

Орієнтація

Якщо, навпаки, ми візьмемо ту ж саму смужку паперу та спочатку повернемо її на 180°, перш ніж склеїти кінці, то отримаємо поверхню, яка називається *стрічкою Мьобіуса* (див. рис. (b)).



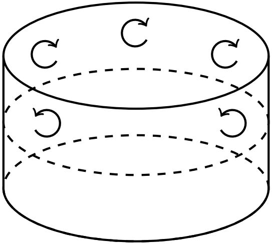
(a)



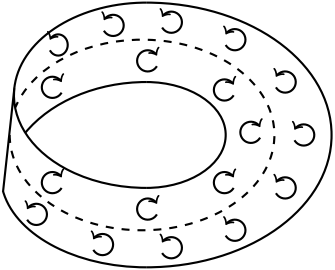
(b)

Незважаючи на те, що стрічка Мьобіуса має дві сторони в будь-якій точці, ми можемо дістатися з одного боку на інший, пройшовши всю стрічку, паралельно меридіану. Стрічка Мьобіуса — це “однобічна” або неорієнтована поверхня. Взагалі, просте означення полягає в тому, що кажуть, що поверхня S є *орієнтованою* (*неорієнтованою*), якщо неможливо (можливо) дістатися з одного боку поверхня S в точці на інший бік, проходячи вздовж поверхні.

Якщо, навпаки, ми візьмемо ту ж саму смужку паперу та спочатку повернемо її на 180°, перш ніж склеїти кінці, то отримаємо поверхню, яка називається *стрічкою Мьобіуса* (див. рис. (b)).



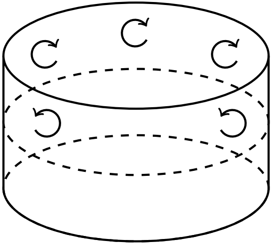
(a)



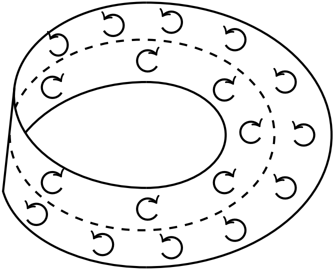
(b)

Незважаючи на те, що стрічка Мьобіуса має дві сторони в будь-якій точці, ми можемо дістатися з одного боку на інший, пройшовши всю стрічку, паралельно меридіану. Стрічка Мьобіуса — це “однобічна” або неорієнтована поверхня. Взагалі, просте означення полягає в тому, що кажуть, що поверхня S є *орієнтованою* (*неорієнтованою*), якщо неможливо (можливо) дістатися з одного боку поверхня S в точці на інший бік, проходячи вздовж поверхні.

Якщо, навпаки, ми візьмемо ту ж саму смужку паперу та спочатку повернемо її на 180°, перш ніж склеїти кінці, то отримаємо поверхню, яка називається *стрічкою Мьобіуса* (див. рис. (b)).



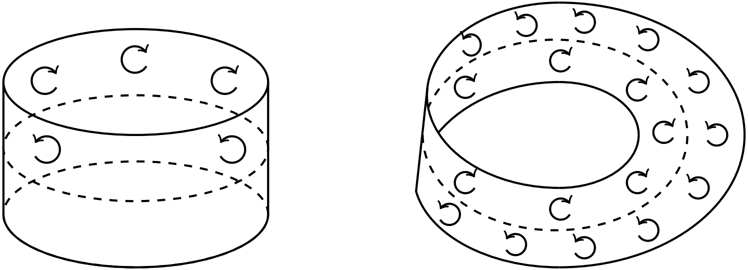
(a)



(b)

Незважаючи на те, що стрічка Мьобіуса має дві сторони в будь-якій точці, ми можемо дістатися з одного боку на інший, пройшовши всю стрічку, паралельно меридіану. Стрічка Мьобіуса — це "однобічна" або неорієнтована поверхня. Взагалі, просте означення полягає в тому, що кажуть, що поверхня S є *орієнтованою* (*неорієнтованою*), якщо неможливо (можливо) дістатися з одного боку поверхня S в точці на інший бік, проходячи вздовж поверхні.

Якщо, навпаки, ми візьмемо ту ж саму смужку паперу та спочатку повернемо її на 180°, перш ніж склеїти кінці, то отримаємо поверхню, яка називається *стрічкою Мьобіуса* (див. рис. (b)).

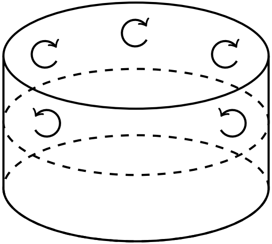


(a) (b)

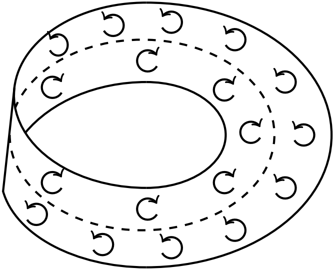
Незважаючи на те, що стрічка Мьобіуса має дві сторони в будь-якій точці, ми можемо дістатися з одного боку на інший, пройшовши всю стрічку, паралельно меридіану. Стрічка Мьобіуса — це "однобічна" або неорієнтована поверхня. Взагалі, просте означення полягає в тому, що кажуть, що поверхня S є *орієнтованою* (*неорієнтованою*), якщо неможливо (можливо) дістатися з одного боку поверхня S в точці на інший бік, проходячи вздовж поверхні.

Орієнтація

Якщо, навпаки, ми візьмемо ту ж саму смужку паперу та спочатку повернемо її на 180°, перш ніж склеїти кінці, то отримаємо поверхню, яка називається *стрічкою Мьобіуса* (див. рис. (b)).



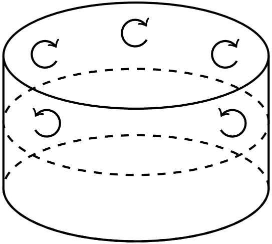
(a)



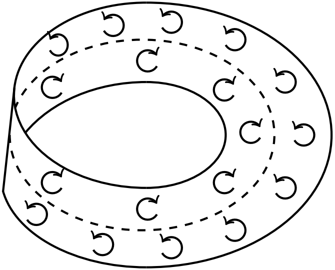
(b)

Незважаючи на те, що стрічка Мьобіуса має дві сторони в будь-якій точці, ми можемо дістатися з одного боку на інший, пройшовши всю стрічку, паралельно меридіану. Стрічка Мьобіуса — це "однобічна" або неорієнтована поверхня. Взагалі, просте означення полягає в тому, що кажуть, що поверхня S є *орієнтованою* (*неорієнтованою*), якщо неможливо (можливо) дістатися з одного боку поверхня S в точці на інший бік, проходячи вздовж поверхні.

Якщо, навпаки, ми візьмемо ту ж саму смужку паперу та спочатку повернемо її на 180°, перш ніж склеїти кінці, то отримаємо поверхню, яка називається *стрічкою Мьобіуса* (див. рис. (b)).



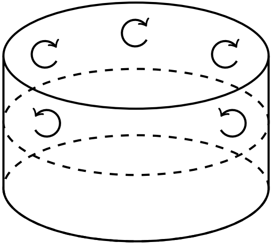
(a)



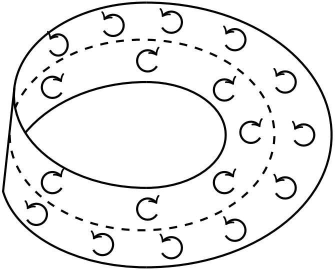
(b)

Незважаючи на те, що стрічка Мьобіуса має дві сторони в будь-якій точці, ми можемо дістатися з одного боку на інший, пройшовши всю стрічку, паралельно меридіану. Стрічка Мьобіуса — це "однобічна" або неорієнтована поверхня. Взагалі, просте означення полягає в тому, що кажуть, що поверхня S є *орієнтованою* (*неорієнтованою*), якщо неможливо (можливо) дістатися з одного боку поверхня S в точці на інший бік, проходячи вздовж поверхні.

Якщо, навпаки, ми візьмемо ту ж саму смужку паперу та спочатку повернемо її на 180°, перш ніж склеїти кінці, то отримаємо поверхню, яка називається *стрічкою Мьобіуса* (див. рис. (b)).



(a)



(b)

Незважаючи на те, що стрічка Мьобіуса має дві сторони в будь-якій точці, ми можемо дістатися з одного боку на інший, пройшовши всю стрічку, паралельно меридіану. Стрічка Мьобіуса — це “однобічна” або неорієнтована поверхня. Взагалі, просте означення полягає в тому, що кажуть, що поверхня S є *орієнтованою* (*неорієнтованою*), якщо неможливо (можливо) дістатися з одного боку поверхня S в точці на інший бік, проходячи вздовж поверхні.

Орієнтація

Можна визначити орієнтованість також з точки зору властивостей, які безпосередньо пов'язані з інтуїтивним розумінням поняття "орієнтація". Наприклад, орієнтована поверхня — це така, де можна визначити узгоджене поняття ліворуч та праворуч, або рух за годинниковою стрілкою та проти годинникової стрілки. Але що означає "узгоджений"? Якщо двоє людей стоять у різних точках поверхні, і кожен з них вирішив, що називати за годинниковою стрілкою, як вони можуть визначити, чи є їх вибір узгодженим (припускаючи, що вони не можуть бачити один одного)? Один із способів відповісти на це запитання — попросити одного з них підійти туди, де стоїть другий, а потім порівняти свої уявлення про годинникову стрілку. Це призводить до наступного підходу до визначення узгодженої орієнтації в кожній точці поверхні S. Починаючи з точки p на поверхні, вибирають орієнтацію в точці p, вирішуючи, яке з двох можливих обертань навколо цієї точки треба визначити як обертання за годинниковою стрілкою. Тепер, нехай q — довільна інша точка поверхні S, причому точка q може збігатися з точкою p. Рухаємося до точки q вздовж якогось шляху, весь час пам'ятаючи, яке обертання було визначено, як обертання за годинниковою стрілкою. Це призведе до уявлення про обертання за годинниковою стрілкою в точці q, а отже, й орієнтації в точці q. На жаль, існує багато шляхів від точки p до точки q (і взагалі не існує единого найкоротшого шляху), і, хоча це може здатися не одразу очевидним, різні шляхи можуть індукувати різні орієнтації.

Можна визначити орієнтованість також з точки зору властивостей, які безпосередньо пов'язані з інтуїтивним розумінням поняття "орієнтація". Наприклад, орієнтована поверхня — це така, де можна визначити узгоджене поняття ліворуч та праворуч, або рух за годинниковою стрілкою та проти годинникової стрілки. Але що означає "узгоджений"? Якщо двоє людей стоять у різних точках поверхні, і кожен з них вирішив, що називати за годинниковою стрілкою, як вони можуть визначити, чи є їх вибір узгодженим (припускаючи, що вони не можуть бачити один одного)? Один із способів відповісти на це запитання — попросити одного з них підійти туди, де стоїть другий, а потім порівняти свої уявлення про годинникову стрілку. Це призводить до наступного підходу до визначення узгодженої орієнтації в кожній точці поверхні S. Починаючи з точки p на поверхні, вибирають орієнтацію в точці p, вирішуючи, яке з двох можливих обертань навколо цієї точки треба визначити як обертання за годинниковою стрілкою. Тепер, нехай q — довільна інша точка поверхні S, причому точка q може збігатися з точкою p. Рухаємося до точки q вздовж якогось шляху, весь час пам'ятаючи, яке обертання було визначено, як обертання за годинниковою стрілкою. Це призведе до уявлення про обертання за годинниковою стрілкою в точці q, а отже, й орієнтації в точці q. На жаль, існує багато шляхів від точки p до точки q (і взагалі не існує єдиного найкоротшого шляху), і, хоча це може здатися не одразу очевидним, різні шляхи можуть індукувати різні орієнтації.

Можна визначити орієнтованість також з точки зору властивостей, які безпосередньо пов'язані з інтуїтивним розумінням поняття "орієнтація". Наприклад, орієнтована поверхня — це така, де можна визначити узгоджене поняття ліворуч та праворуч, або рух за годинниковою стрілкою та проти годинникової стрілки. Але що означає "узгоджений"? Якщо двоє людей стоять у різних точках поверхні, і кожен з них вирішив, що називати за годинниковою стрілкою, як вони можуть визначити, чи є їх вибір узгодженим (припускаючи, що вони не можуть бачити один одного)? Один із способів відповісти на це запитання — попросити одного з них підійти туди, де стоїть другий, а потім порівняти свої уявлення про годинникову стрілку. Це призводить до наступного підходу до визначення узгодженої орієнтації в кожній точці поверхні S. Починаючи з точки p на поверхні, вибирають орієнтацію в точці p, вирішуючи, яке з двох можливих обертань навколо цієї точки треба визначити як обертання за годинниковою стрілкою. Тепер, нехай q — довільна інша точка поверхні S, причому точка q може збігатися з точкою p. Рухаємося до точки q вздовж якогось шляху, весь час пам'ятаючи, яке обертання було визначено, як обертання за годинниковою стрілкою. Це призведе до уявлення про обертання за годинниковою стрілкою в точці q, а отже, й орієнтації в точці q. На жаль, існує багато шляхів від точки p до точки q (і взагалі не існує єдиного найкоротшого шляху), і, хоча це може здатися не одразу очевидним, різні шляхи можуть індукувати різні орієнтації.

Орієнтація

Можна визначити орієнтованість також з точки зору властивостей, які безпосередньо пов'язані з інтуїтивним розумінням поняття "орієнтація". Наприклад, орієнтована поверхня — це така, де можна визначити узгоджене поняття ліворуч та праворуч, або рух за годинниковою стрілкою та проти годинникової стрілки. Але що означає "узгоджений"? Якщо двоє людей стоять у різних точках поверхні, і кожен з них вирішив, що називати за годинниковою стрілкою, як вони можуть визначити, чи є їх вибір узгодженим (припускаючи, що вони не можуть бачити один одного)? Один із способів відповісти на це запитання — попросити одного з них підійти туди, де стоїть другий, а потім порівняти свої уявлення про годинникову стрілку. Це призводить до наступного підходу до визначення узгодженої орієнтації в кожній точці поверхні S. Починаючи з точки p на поверхні, вибирають орієнтацію в точці p, вирішуючи, яке з двох можливих обертань навколо цієї точки треба визначити як обертання за годинниковою стрілкою. Тепер, нехай q — довільна інша точка поверхні S, причому точка q може збігатися з точкою p. Рухаємося до точки q вздовж якогось шляху, весь час пам'ятаючи, яке обертання було визначено, як обертання за годинниковою стрілкою. Це призведе до уявлення про обертання за годинниковою стрілкою в точці q, а отже, й орієнтації в точці q. На жаль, існує багато шляхів від точки p до точки q (і взагалі не існує єдиного найкоротшого шляху), і, хоча це може здатися не одразу очевидним, різні шляхи можуть індукувати різні орієнтації.

Можна визначити орієнтованість також з точки зору властивостей, які безпосередньо пов'язані з інтуїтивним розумінням поняття "орієнтація". Наприклад, орієнтована поверхня — це така, де можна визначити узгоджене поняття ліворуч та праворуч, або рух за годинниковою стрілкою та проти годинникової стрілки. Але що означає "узгоджений"? Якщо двоє людей стоять у різних точках поверхні, і кожен з них вирішив, що називати за годинниковою стрілкою, як вони можуть визначити, чи є їх вибір узгодженим (припускаючи, що вони не можуть бачити один одного)? Один із способів відповісти на це запитання — попросити одного з них підійти туди, де стоїть другий, а потім порівняти свої уявлення про годинникову стрілку. Це призводить до наступного підходу до визначення узгодженої орієнтації в кожній точці поверхні S. Починаючи з точки p на поверхні, вибирають орієнтацію в точці p, вирішуючи, яке з двох можливих обертань навколо цієї точки треба визначити як обертання за годинниковою стрілкою. Тепер, нехай q — довільна інша точка поверхні S, причому точка q може збігатися з точкою p. Рухаємося до точки q вздовж якогось шляху, весь час пам'ятаючи, яке обертання було визначено, як обертання за годинниковою стрілкою. Це призведе до уявлення про обертання за годинниковою стрілкою в точці q, а отже, й орієнтації в точці q. На жаль, існує багато шляхів від точки p до точки q (і взагалі не існує єдиного найкоротшого шляху), і, хоча це може здатися не одразу очевидним, різні шляхи можуть індукувати різні орієнтації.

Орієнтація

Можна визначити орієнтованість також з точки зору властивостей, які безпосередньо пов'язані з інтуїтивним розумінням поняття "орієнтація". Наприклад, орієнтована поверхня — це така, де можна визначити узгоджене поняття ліворуч та праворуч, або рух за годинниковою стрілкою та проти годинникової стрілки. Але що означає "узгоджений"? Якщо двоє людей стоять у різних точках поверхні, і кожен з них вирішив, що називати за годинниковою стрілкою, як вони можуть визначити, чи є їх вибір узгодженим (припускаючи, що вони не можуть бачити один одного)? Один із способів відповісти на це запитання — попросити одного з них підійти туди, де стоїть другий, а потім порівняти свої уявлення про годинникову стрілку. Це призводить до наступного підходу до визначення узгодженої орієнтації в кожній точці поверхні S. Починаючи з точки p на поверхні, вибирають орієнтацію в точці p, вирішуючи, яке з двох можливих обертань навколо цієї точки треба визначити як обертання за годинниковою стрілкою. Тепер, нехай q — довільна інша точка поверхні S, причому точка q може збігатися з точкою p. Рухаємося до точки q вздовж якогось шляху, весь час пам'ятаючи, яке обертання було визначено, як обертання за годинниковою стрілкою. Це призведе до уявлення про обертання за годинниковою стрілкою в точці q, а отже, й орієнтації в точці q. На жаль, існує багато шляхів від точки p до точки q (і взагалі не існує єдиного найкоротшого шляху), і, хоча це може здатися не одразу очевидним, різні шляхи можуть індукувати різні орієнтації.

Орієнтація

Можна визначити орієнтованість також з точки зору властивостей, які безпосередньо пов'язані з інтуїтивним розумінням поняття "орієнтація". Наприклад, орієнтована поверхня — це така, де можна визначити узгоджене поняття ліворуч та праворуч, або рух за годинниковою стрілкою та проти годинникової стрілки. Але що означає "узгоджений"? Якщо двоє людей стоять у різних точках поверхні, і кожен з них вирішив, що називати за годинниковою стрілкою, як вони можуть визначити, чи є їх вибір узгодженим (припускаючи, що вони не можуть бачити один одного)? Один із способів відповісти на це запитання — попросити одного з них підійти туди, де стоїть другий, а потім порівняти свої уявлення про годинникову стрілку. Це призводить до наступного підходу до визначення узгодженої орієнтації в кожній точці поверхні S. Починаючи з точки p на поверхні, вибирають орієнтацію в точці p, вирішуючи, яке з двох можливих обертань навколо цієї точки треба визначити як обертання за годинниковою стрілкою. Тепер, нехай q — довільна інша точка поверхні S, причому точка q може збігатися з точкою p. Рухаємося до точки q вздовж якогось шляху, весь час пам'ятаючи, яке обертання було визначено, як обертання за годинниковою стрілкою. Це призведе до уявлення про обертання за годинниковою стрілкою в точці q, а отже, й орієнтації в точці q. На жаль, існує багато шляхів від точки p до точки q (і взагалі не існує єдиного найкоротшого шляху), і, хоча це може здатися не одразу очевидним, різні шляхи можуть індукувати різні орієнтації.

Орієнтація

Можна визначити орієнтованість також з точки зору властивостей, які безпосередньо пов'язані з інтуїтивним розумінням поняття “орієнтація”. Наприклад, орієнтована поверхня — це така, де можна визначити узгоджене поняття ліворуч та праворуч, або рух за годинниковою стрілкою та проти годинникової стрілки. Але що означає "узгоджений"? Якщо двоє людей стоять у різних точках поверхні, і кожен з них вирішив, що називати за годинниковою стрілкою, як вони можуть визначити, чи є їх вибір узгодженим (припускаючи, що вони не можуть бачити один одного)? Один із способів відповісти на це запитання — попросити одного з них підійти туди, де стоїть другий, а потім порівняти свої уявлення про годинникову стрілку. Це призводить до наступного підходу до визначення узгодженої орієнтації в кожній точці поверхні S. Починаючи з точки p на поверхні, вибирають орієнтацію в точці p, вирішуючи, яке з двох можливих обертань навколо цієї точки треба визначити як обертання за годинниковою стрілкою. Тепер, нехай q — довільна інша точка поверхні S, причому точка q може збігатися з точкою p. Рухаємося до точки q вздовж якогось шляху, весь час пам'ятаючи, яке обертання було визначено, як обертання за годинниковою стрілкою. Це призведе до уявлення про обертання за годинниковою стрілкою в точці q, а отже, й орієнтації в точці q. На жаль, існує багато шляхів від точки p до точки q (і взагалі не існує єдиного найкоротшого шляху), і, хоча це може здатися не одразу очевидним, різні шляхи можуть індукувати різні орієнтації.

Орієнтація

Можна визначити орієнтованість також з точки зору властивостей, які безпосередньо пов'язані з інтуїтивним розумінням поняття "орієнтація". Наприклад, орієнтована поверхня — це така, де можна визначити узгоджене поняття ліворуч та праворуч, або рух за годинниковою стрілкою та проти годинникової стрілки. Але що означає "узгоджений"? Якщо двоє людей стоять у різних точках поверхні, і кожен з них вирішив, що називати за годинниковою стрілкою, як вони можуть визначити, чи є їх вибір узгодженим (припускаючи, що вони не можуть бачити один одного)? Один із способів відповісти на це запитання — попросити одного з них підійти туди, де стоїть другий, а потім порівняти свої уявлення про годинникову стрілку. Це призводить до наступного підходу до визначення узгодженої орієнтації в кожній точці поверхні S. Починаючи з точки p на поверхні, вибирають орієнтацію в точці p, вирішуючи, яке з двох можливих обертань навколо цієї точки треба визначити як обертання за годинниковою стрілкою. Тепер, нехай q — довільна інша точка поверхні S, причому точка q може збігатися з точкою p. Рухаємося до точки q вздовж якогось шляху, весь час пам'ятаючи, яке обертання було визначено, як обертання за годинниковою стрілкою. Це призведе до уявлення про обертання за годинниковою стрілкою в точці q, а отже, й орієнтації в точці q. На жаль, існує багато шляхів від точки p до точки q (і взагалі не існує єдиного найкоротшого шляху), і, хоча це може здатися не одразу очевидним, різні шляхи можуть індукувати різні орієнтації.

Орієнтація

Можна визначити орієнтованість також з точки зору властивостей, які безпосередньо пов'язані з інтуїтивним розумінням поняття “орієнтація”. Наприклад, орієнтована поверхня — це така, де можна визначити узгоджене поняття ліворуч та праворуч, або рух за годинниковою стрілкою та проти годинникової стрілки. Але що означає ”узгоджений”? Якщо двоє людей стоять у різних точках поверхні, і кожен з них вирішив, що називати за годинниковою стрілкою, як вони можуть визначити, чи є їх вибір узгодженим (припускаючи, що вони не можуть бачити один одного)? Один із способів відповісти на це запитання — попросити одного з них підійти туди, де стоїть другий, а потім порівняти свої уявлення про годинникову стрілку. Це призводить до наступного підходу до визначення узгодженої орієнтації в кожній точці поверхні S. Починаючи з точки p на поверхні, вибирають орієнтацію в точці p, вирішуючи, яке з двох можливих обертань навколо цієї точки треба визначити як обертання за годинниковою стрілкою. Тепер, нехай q — довільна інша точка поверхні S, причому точка q може збігатися з точкою p. Рухаємося до точки q вздовж якогось шляху, весь час пам'ятаючи, яке обертання було визначено, як обертання за годинниковою стрілкою. Це призведе до уявлення про обертання за годинниковою стрілкою в точці q, а отже, й орієнтації в точці q. На жаль, існує багато шляхів від точки p до точки q (і взагалі не існує єдиного найкоротшого шляху), і, хоча це може здатися не одразу очевидним, різні шляхи можуть індукувати різні орієнтації.

Орієнтація

Можна визначити орієнтованість також з точки зору властивостей, які безпосередньо пов'язані з інтуїтивним розумінням поняття "орієнтація". Наприклад, орієнтована поверхня — це така, де можна визначити узгоджене поняття ліворуч та праворуч, або рух за годинниковою стрілкою та проти годинникової стрілки. Але що означає "узгоджений"? Якщо двоє людей стоять у різних точках поверхні, і кожен з них вирішив, що називати за годинниковою стрілкою, як вони можуть визначити, чи є їх вибір узгодженим (припускаючи, що вони не можуть бачити один одного)? Один із способів відповісти на це запитання — попросити одного з них підійти туди, де стоїть другий, а потім порівняти свої уявлення про годинникову стрілку. Це призводить до наступного підходу до визначення узгодженої орієнтації в кожній точці поверхні S. Починаючи з точки p на поверхні, вибирають орієнтацію в точці p, вирішуючи, яке з двох можливих обертань навколо цієї точки треба визначити як обертання за годинниковою стрілкою. Тепер, нехай q — довільна інша точка поверхні S, причому точка q може збігатися з точкою p. Рухаємося до точки q вздовж якогось шляху, весь час пам'ятаючи, яке обертання було визначено, як обертання за годинниковою стрілкою. Це призведе до уявлення про обертання за годинниковою стрілкою в точці q, а отже, й орієнтації в точці q. На жаль, існує багато шляхів від точки p до точки q (і взагалі не існує єдиного найкоротшого шляху), і, хоча це може здатися не одразу очевидним, різні шляхи можуть індукувати різні орієнтації.

Орієнтація

Можна визначити орієнтованість також з точки зору властивостей, які безпосередньо пов'язані з інтуїтивним розумінням поняття "орієнтація". Наприклад, орієнтована поверхня — це така, де можна визначити узгоджене поняття ліворуч та праворуч, або рух за годинниковою стрілкою та проти годинникової стрілки. Але що означає "узгоджений"? Якщо двоє людей стоять у різних точках поверхні, і кожен з них вирішив, що називати за годинниковою стрілкою, як вони можуть визначити, чи є їх вибір узгодженим (припускаючи, що вони не можуть бачити один одного)? Один із способів відповісти на це запитання — попросити одного з них підійти туди, де стоїть другий, а потім порівняти свої уявлення про годинникову стрілку. Це призводить до наступного підходу до визначення узгодженої орієнтації в кожній точці поверхні S. Починаючи з точки p на поверхні, вибирають орієнтацію в точці p, вирішуючи, яке з двох можливих обертань навколо цієї точки треба визначити як обертання за годинниковою стрілкою. Тепер, нехай q — довільна інша точка поверхні S, причому точка q може збігатися з точкою p. Рухаємося до точки q вздовж якогось шляху, весь час пам'ятаючи, яке обертання було визначено, як обертання за годинниковою стрілкою. Це призведе до уявлення про обертання за годинниковою стрілкою в точці q, а отже, й орієнтації в точці q. На жаль, існує багато шляхів від точки p до точки q (і взагалі не існує єдиного найкоротшого шляху), і, хоча це може здатися не одразу очевидним, різні шляхи можуть індукувати різні орієнтації.

Орієнтація

Можна визначити орієнтованість також з точки зору властивостей, які безпосередньо пов'язані з інтуїтивним розумінням поняття "орієнтація". Наприклад, орієнтована поверхня — це така, де можна визначити узгоджене поняття ліворуч та праворуч, або рух за годинниковою стрілкою та проти годинникової стрілки. Але що означає "узгоджений"? Якщо двоє людей стоять у різних точках поверхні, і кожен з них вирішив, що називати за годинниковою стрілкою, як вони можуть визначити, чи є їх вибір узгодженим (припускаючи, що вони не можуть бачити один одного)? Один із способів відповісти на це запитання — попросити одного з них підійти туди, де стоїть другий, а потім порівняти свої уявлення про годинникову стрілку. Це призводить до наступного підходу до визначення узгодженої орієнтації в кожній точці поверхні S. Починаючи з точки p на поверхні, вибирають орієнтацію в точці p, вирішуючи, яке з двох можливих обертань навколо цієї точки треба визначити як обертання за годинниковою стрілкою. Тепер, нехай q — довільна інша точка поверхні S, причому точка q може збігатися з точкою p. Рухаємося до точки q вздовж якогось шляху, весь час пам'ятаючи, яке обертання було визначено, як обертання за годинниковою стрілкою. Це призведе до уявлення про обертання за годинниковою стрілкою в точці q, а отже, й орієнтації в точці q. На жаль, існує багато шляхів від точки p до точки q (і взагалі не існує єдиного найкоротшого шляху), і, хоча це може здатися не одразу очевидним, різні шляхи можуть індукувати різні орієнтації.

Можна визначити орієнтованість також з точки зору властивостей, які безпосередньо пов'язані з інтуїтивним розумінням поняття “орієнтація”. Наприклад, орієнтована поверхня — це така, де можна визначити узгоджене поняття ліворуч та праворуч, або рух за годинниковою стрілкою та проти годинникової стрілки. Але що означає ”узгоджений”? Якщо двоє людей стоять у різних точках поверхні, і кожен з них вирішив, що називати за годинниковою стрілкою, як вони можуть визначити, чи є їх вибір узгодженим (припускаючи, що вони не можуть бачити один одного)? Один із способів відповісти на це запитання — попросити одного з них підійти туди, де стоїть другий, а потім порівняти свої уявлення про годинникову стрілку. Це призводить до наступного підходу до визначення узгодженої орієнтації в кожній точці поверхні S. Починаючи з точки p на поверхні, вибирають орієнтацію в точці p, вирішуючи, яке з двох можливих обертань навколо цієї точки треба визначити як обертання за годинниковою стрілкою. Тепер, нехай q — довільна інша точка поверхні S, причому точка q може збігатися з точкою p. Рухаємося до точки q вздовж якогось шляху, весь час пам'ятаючи, яке обертання було визначено, як обертання за годинниковою стрілкою. Це призведе до уявлення про обертання за годинниковою стрілкою в точці q, а отже, й орієнтації в точці q. На жаль, існує багато шляхів від точки p до точки q (і взагалі не існує єдиного найкоротшого шляху), і, хоча це може здатися не одразу очевидним, різні шляхи можуть індукувати різні орієнтації.

Орієнтація

Можна визначити орієнтованість також з точки зору властивостей, які безпосередньо пов'язані з інтуїтивним розумінням поняття "орієнтація". Наприклад, орієнтована поверхня — це така, де можна визначити узгоджене поняття ліворуч та праворуч, або рух за годинниковою стрілкою та проти годинникової стрілки. Але що означає "узгоджений"? Якщо двоє людей стоять у різних точках поверхні, і кожен з них вирішив, що називати за годинниковою стрілкою, як вони можуть визначити, чи є їх вибір узгодженим (припускаючи, що вони не можуть бачити один одного)? Один із способів відповісти на це запитання — попросити одного з них підійти туди, де стоїть другий, а потім порівняти свої уявлення про годинникову стрілку. Це призводить до наступного підходу до визначення узгодженої орієнтації в кожній точці поверхні S. Починаючи з точки p на поверхні, вибирають орієнтацію в точці p, вирішуючи, яке з двох можливих обертань навколо цієї точки треба визначити як обертання за годинниковою стрілкою. Тепер, нехай q — довільна інша точка поверхні S, причому точка q може збігатися з точкою p. Рухаємося до точки q вздовж якогось шляху, весь час пам'ятаючи, яке обертання було визначено, як обертання за годинниковою стрілкою. Це призведе до уявлення про обертання за годинниковою стрілкою в точці q, а отже, й орієнтації в точці q. На жаль, існує багато шляхів від точки p до точки q (і взагалі не існує єдиного найкоротшого шляху), і, хоча це може здатися не одразу очевидним, різні шляхи можуть індукувати різні орієнтації.

Орієнтація

Можна визначити орієнтованість також з точки зору властивостей, які безпосередньо пов'язані з інтуїтивним розумінням поняття “орієнтація”. Наприклад, орієнтована поверхня — це така, де можна визначити узгоджене поняття ліворуч та праворуч, або рух за годинниковою стрілкою та проти годинникової стрілки. Але що означає ”узгоджений”? Якщо двоє людей стоять у різних точках поверхні, і кожен з них вирішив, що називати за годинниковою стрілкою, як вони можуть визначити, чи є їх вибір узгодженим (припускаючи, що вони не можуть бачити один одного)? Один із способів відповісти на це запитання — попросити одного з них підійти туди, де стоїть другий, а потім порівняти свої уявлення про годинникову стрілку. Це призводить до наступного підходу до визначення узгодженої орієнтації в кожній точці поверхні S. Починаючи з точки p на поверхні, вибирають орієнтацію в точці p, вирішуючи, яке з двох можливих обертань навколо цієї точки треба визначити як обертання за годинниковою стрілкою. Тепер, нехай q — довільна інша точка поверхні S, причому точка q може збігатися з точкою p. Рухаємося до точки q вздовж якогось шляху, весь час пам'ятаючи, яке обертання було визначено, як обертання за годинниковою стрілкою. Це призведе до уявлення про обертання за годинниковою стрілкою в точці q, а отже, й орієнтації в точці q. На жаль, існує багато шляхів від точки p до точки q (і взагалі не існує єдиного найкоротшого шляху), і, хоча це може здатися не одразу очевидним, різні шляхи можуть індукувати різні орієнтації.

Можна визначити орієнтованість також з точки зору властивостей, які безпосередньо пов'язані з інтуїтивним розумінням поняття “орієнтація”. Наприклад, орієнтована поверхня — це така, де можна визначити узгоджене поняття ліворуч та праворуч, або рух за годинниковою стрілкою та проти годинникової стрілки. Але що означає "узгоджений"? Якщо двоє людей стоять у різних точках поверхні, і кожен з них вирішив, що називати за годинниковою стрілкою, як вони можуть визначити, чи є їх вибір узгодженим (припускаючи, що вони не можуть бачити один одного)? Один із способів відповісти на це запитання — попросити одного з них підійти туди, де стоїть другий, а потім порівняти свої уявлення про годинникову стрілку. Це призводить до наступного підходу до визначення узгодженої орієнтації в кожній точці поверхні S. Починаючи з точки p на поверхні, вибирають орієнтацію в точці p, вирішуючи, яке з двох можливих обертань навколо цієї точки треба визначити як обертання за годинниковою стрілкою. Тепер, нехай q — довільна інша точка поверхні S, причому точка q може збігатися з точкою p. Рухаємося до точки q вздовж якогось шляху, весь час пам'ятаючи, яке обертання було визначено, як обертання за годинниковою стрілкою. Це призведе до уявлення про обертання за годинниковою стрілкою в точці q, а отже, й орієнтації в точці q. На жаль, існує багато шляхів від точки p до точки q (і взагалі не існує єдиного найкоротшого шляху), і, хоча це може здатися не одразу очевидним, різні шляхи можуть індукувати різні орієнтації.

Орієнтація

Можна визначити орієнтованість також з точки зору властивостей, які безпосередньо пов'язані з інтуїтивним розумінням поняття "орієнтація". Наприклад, орієнтована поверхня — це така, де можна визначити узгоджене поняття ліворуч та праворуч, або рух за годинниковою стрілкою та проти годинникової стрілки. Але що означає "узгоджений"? Якщо двоє людей стоять у різних точках поверхні, і кожен з них вирішив, що називати за годинниковою стрілкою, як вони можуть визначити, чи є їх вибір узгодженим (припускаючи, що вони не можуть бачити один одного)? Один із способів відповісти на це запитання — попросити одного з них підійти туди, де стоїть другий, а потім порівняти свої уявлення про годинникову стрілку. Це призводить до наступного підходу до визначення узгодженої орієнтації в кожній точці поверхні S. Починаючи з точки p на поверхні, вибирають орієнтацію в точці p, вирішуючи, яке з двох можливих обертань навколо цієї точки треба визначити як обертання за годинниковою стрілкою. Тепер, нехай q — довільна інша точка поверхні S, причому точка q може збігатися з точкою p. Рухаємося до точки q вздовж якогось шляху, весь час пам'ятаючи, яке обертання було визначено, як обертання за годинниковою стрілкою. Це призведе до уявлення про обертання за годинниковою стрілкою в точці q, а отже, й орієнтації в точці q. На жаль, існує багато шляхів від точки p до точки q (і взагалі не існує єдиного найкоротшого шляху), і, хоча це може здатися не одразу очевидним, різні шляхи можуть індукувати різні орієнтації.

Орієнтація

Можна визначити орієнтованість також з точки зору властивостей, які безпосередньо пов'язані з інтуїтивним розумінням поняття "орієнтація". Наприклад, орієнтована поверхня — це така, де можна визначити узгоджене поняття ліворуч та праворуч, або рух за годинниковою стрілкою та проти годинникової стрілки. Але що означає "узгоджений"? Якщо двоє людей стоять у різних точках поверхні, і кожен з них вирішив, що називати за годинниковою стрілкою, як вони можуть визначити, чи є їх вибір узгодженим (припускаючи, що вони не можуть бачити один одного)? Один із способів відповісти на це запитання — попросити одного з них підійти туди, де стоїть другий, а потім порівняти свої уявлення про годинникову стрілку. Це призводить до наступного підходу до визначення узгодженої орієнтації в кожній точці поверхні S. Починаючи з точки p на поверхні, вибирають орієнтацію в точці p, вирішуючи, яке з двох можливих обертань навколо цієї точки треба визначити як обертання за годинниковою стрілкою. Тепер, нехай q — довільна інша точка поверхні S, причому точка q може збігатися з точкою p. Рухаємося до точки q вздовж якогось шляху, весь час пам'ятаючи, яке обертання було визначено, як обертання за годинниковою стрілкою. Це призведе до уявлення про обертання за годинниковою стрілкою в точці q, а отже, й орієнтації в точці q. На жаль, існує багато шляхів від точки p до точки q (і взагалі не існує єдиного найкоротшого шляху), і, хоча це може здатися не одразу очевидним, різні шляхи можуть індукувати різні орієнтації.

Орієнтація

Можна визначити орієнтованість також з точки зору властивостей, які безпосередньо пов'язані з інтуїтивним розумінням поняття "орієнтація". Наприклад, орієнтована поверхня — це така, де можна визначити узгоджене поняття ліворуч та праворуч, або рух за годинниковою стрілкою та проти годинникової стрілки. Але що означає "узгоджений"? Якщо двоє людей стоять у різних точках поверхні, і кожен з них вирішив, що називати за годинниковою стрілкою, як вони можуть визначити, чи є їх вибір узгодженим (припускаючи, що вони не можуть бачити один одного)? Один із способів відповісти на це запитання — попросити одного з них підійти туди, де стоїть другий, а потім порівняти свої уявлення про годинникову стрілку. Це призводить до наступного підходу до визначення узгодженої орієнтації в кожній точці поверхні S. Починаючи з точки p на поверхні, вибирають орієнтацію в точці p, вирішуючи, яке з двох можливих обертань навколо цієї точки треба визначити як обертання за годинниковою стрілкою. Тепер, нехай q — довільна інша точка поверхні S, причому точка q може збігатися з точкою p. Рухаємося до точки q вздовж якогось шляху, весь час пам'ятаючи, яке обертання було визначено, як обертання за годинниковою стрілкою. Це призведе до уявлення про обертання за годинниковою стрілкою в точці q, а отже, й орієнтації в точці q. На жаль, існує багато шляхів від точки p до точки q (і взагалі не існує єдиного найкоротшого шляху), і, хоча це може здатися не одразу очевидним, різні шляхи можуть індукувати різні орієнтації.

Орієнтація

Можна визначити орієнтованість також з точки зору властивостей, які безпосередньо пов'язані з інтуїтивним розумінням поняття "орієнтація". Наприклад, орієнтована поверхня — це така, де можна визначити узгоджене поняття ліворуч та праворуч, або рух за годинниковою стрілкою та проти годинникової стрілки. Але що означає "узгоджений"? Якщо двоє людей стоять у різних точках поверхні, і кожен з них вирішив, що називати за годинниковою стрілкою, як вони можуть визначити, чи є їх вибір узгодженим (припускаючи, що вони не можуть бачити один одного)? Один із способів відповісти на це запитання — попросити одного з них підійти туди, де стоїть другий, а потім порівняти свої уявлення про годинникову стрілку. Це призводить до наступного підходу до визначення узгодженої орієнтації в кожній точці поверхні S. Починаючи з точки p на поверхні, вибирають орієнтацію в точці p, вирішуючи, яке з двох можливих обертань навколо цієї точки треба визначити як обертання за годинниковою стрілкою. Тепер, нехай q — довільна інша точка поверхні S, причому точка q може збігатися з точкою p. Рухаємося до точки q вздовж якогось шляху, весь час пам'ятаючи, яке обертання було визначено, як обертання за годинниковою стрілкою. Це призведе до уявлення про обертання за годинниковою стрілкою в точці q, а отже, й орієнтації в точці q. На жаль, існує багато шляхів від точки p до точки q (і взагалі не існує єдиного найкоротшого шляху), і, хоча це може здатися не одразу очевидним, різні шляхи можуть індукувати різні орієнтації.

Можна визначити орієнтованість також з точки зору властивостей, які безпосередньо пов'язані з інтуїтивним розумінням поняття "орієнтація". Наприклад, орієнтована поверхня — це така, де можна визначити узгоджене поняття ліворуч та праворуч, або рух за годинниковою стрілкою та проти годинникової стрілки. Але що означає "узгоджений"? Якщо двоє людей стоять у різних точках поверхні, і кожен з них вирішив, що називати за годинниковою стрілкою, як вони можуть визначити, чи є їх вибір узгодженим (припускаючи, що вони не можуть бачити один одного)? Один із способів відповісти на це запитання — попросити одного з них підійти туди, де стоїть другий, а потім порівняти свої уявлення про годинникову стрілку. Це призводить до наступного підходу до визначення узгодженої орієнтації в кожній точці поверхні S. Починаючи з точки p на поверхні, вибирають орієнтацію в точці p, вирішуючи, яке з двох можливих обертань навколо цієї точки треба визначити як обертання за годинниковою стрілкою. Тепер, нехай q — довільна інша точка поверхні S, причому точка q може збігатися з точкою p. Рухаємося до точки q вздовж якогось шляху, весь час пам'ятаючи, яке обертання було визначено, як обертання за годинниковою стрілкою. Це призведе до уявлення про обертання за годинниковою стрілкою в точці q, а отже, й орієнтації в точці q. На жаль, існує багато шляхів від точки p до точки q (і взагалі не існує єдиного найкоротшого шляху), і, хоча це може здатися не одразу очевидним, різні шляхи можуть індукувати різні орієнтації.

Можна визначити орієнтованість також з точки зору властивостей, які безпосередньо пов'язані з інтуїтивним розумінням поняття “орієнтація”. Наприклад, орієнтована поверхня — це така, де можна визначити узгоджене поняття ліворуч та праворуч, або рух за годинниковою стрілкою та проти годинникової стрілки. Але що означає "узгоджений"? Якщо двоє людей стоять у різних точках поверхні, і кожен з них вирішив, що називати за годинниковою стрілкою, як вони можуть визначити, чи є їх вибір узгодженим (припускаючи, що вони не можуть бачити один одного)? Один із способів відповісти на це запитання — попросити одного з них підійти туди, де стоїть другий, а потім порівняти свої уявлення про годинникову стрілку. Це призводить до наступного підходу до визначення узгодженої орієнтації в кожній точці поверхні S. Починаючи з точки p на поверхні, вибирають орієнтацію в точці p, вирішуючи, яке з двох можливих обертань навколо цієї точки треба визначити як обертання за годинниковою стрілкою. Тепер, нехай q — довільна інша точка поверхні S, причому точка q може збігатися з точкою p. Рухаємося до точки q вздовж якогось шляху, весь час пам'ятаючи, яке обертання було визначено, як обертання за годинниковою стрілкою. Це призведе до уявлення про обертання за годинниковою стрілкою в точці q, а отже, й орієнтації в точці q. На жаль, існує багато шляхів від точки p до точки q (і взагалі не існує єдиного найкоротшого шляху), і, хоча це може здатися не одразу очевидним, різні шляхи можуть індукувати різні орієнтації.

Орієнтація

Можна визначити орієнтованість також з точки зору властивостей, які безпосередньо пов'язані з інтуїтивним розумінням поняття "орієнтація". Наприклад, орієнтована поверхня — це така, де можна визначити узгоджене поняття ліворуч та праворуч, або рух за годинниковою стрілкою та проти годинникової стрілки. Але що означає "узгоджений"? Якщо двоє людей стоять у різних точках поверхні, і кожен з них вирішив, що називати за годинниковою стрілкою, як вони можуть визначити, чи є їх вибір узгодженим (припускаючи, що вони не можуть бачити один одного)? Один із способів відповісти на це запитання — попросити одного з них підійти туди, де стоїть другий, а потім порівняти свої уявлення про годинникову стрілку. Це призводить до наступного підходу до визначення узгодженої орієнтації в кожній точці поверхні S. Починаючи з точки p на поверхні, вибирають орієнтацію в точці p, вирішуючи, яке з двох можливих обертань навколо цієї точки треба визначити як обертання за годинниковою стрілкою. Тепер, нехай q — довільна інша точка поверхні S, причому точка q може збігатися з точкою p. Рухаємося до точки q вздовж якогось шляху, весь час пам'ятаючи, яке обертання було визначено, як обертання за годинниковою стрілкою. Це призведе до уявлення про обертання за годинниковою стрілкою в точці q, а отже, й орієнтації в точці q. На жаль, існує багато шляхів від точки p до точки q (і взагалі не існує єдиного найкоротшого шляху), і, хоча це може здатися не одразу очевидним, різні шляхи можуть індукувати різні орієнтації.

Орієнтація

Можна визначити орієнтованість також з точки зору властивостей, які безпосередньо пов'язані з інтуїтивним розумінням поняття "орієнтація". Наприклад, орієнтована поверхня — це така, де можна визначити узгоджене поняття ліворуч та праворуч, або рух за годинниковою стрілкою та проти годинникової стрілки. Але що означає "узгоджений"? Якщо двоє людей стоять у різних точках поверхні, і кожен з них вирішив, що називати за годинниковою стрілкою, як вони можуть визначити, чи є їх вибір узгодженим (припускаючи, що вони не можуть бачити один одного)? Один із способів відповісти на це запитання — попросити одного з них підійти туди, де стоїть другий, а потім порівняти свої уявлення про годинникову стрілку. Це призводить до наступного підходу до визначення узгодженої орієнтації в кожній точці поверхні $\boldsymbol{S}$. Починаючи з точки $\boldsymbol{p}$ на поверхні, вибирають орієнтацію в точці $\boldsymbol{p}$, вирішуючи, яке з двох можливих обертань навколо цієї точки треба визначити як обертання за годинниковою стрілкою. Тепер, нехай $\boldsymbol{q}$ — довільна інша точка поверхні $\boldsymbol{S}$, причому точка $\boldsymbol{q}$ може збігатися з точкою $\boldsymbol{p}$. Рухаємося до точки $\boldsymbol{q}$ вздовж якогось шляху, весь час пам'ятаючи, яке обертання було визначено, як обертання за годинниковою стрілкою. Це призведе до уявлення про обертання за годинниковою стрілкою в точці $\boldsymbol{q}$, а отже, й орієнтації в точці $\boldsymbol{q}$. На жаль, існує багато шляхів від точки $\boldsymbol{p}$ до точки $\boldsymbol{q}$ (і взагалі не існує єдиного найкоротшого шляху), і, хоча це може здатися не одразу очевидним, різні шляхи можуть індукувати різні орієнтації.

Орієнтація

Можна визначити орієнтованість також з точки зору властивостей, які безпосередньо пов'язані з інтуїтивним розумінням поняття "орієнтація". Наприклад, орієнтована поверхня — це така, де можна визначити узгоджене поняття ліворуч та праворуч, або рух за годинниковою стрілкою та проти годинникової стрілки. Але що означає "узгоджений"? Якщо двоє людей стоять у різних точках поверхні, і кожен з них вирішив, що називати за годинниковою стрілкою, як вони можуть визначити, чи є їх вибір узгодженим (припускаючи, що вони не можуть бачити один одного)? Один із способів відповісти на це запитання — попросити одного з них підійти туди, де стоїть другий, а потім порівняти свої уявлення про годинникову стрілку. Це призводить до наступного підходу до визначення узгодженої орієнтації в кожній точці поверхні $\boldsymbol{S}$. Починаючи з точки $\boldsymbol{p}$ на поверхні, вибирають орієнтацію в точці $\boldsymbol{p}$, вирішуючи, яке з двох можливих обертань навколо цієї точки треба визначити як обертання за годинниковою стрілкою. Тепер, нехай $\boldsymbol{q}$ — довільна інша точка поверхні $\boldsymbol{S}$, причому точка $\boldsymbol{q}$ може збігатися з точкою $\boldsymbol{p}$. Рухаємося до точки $\boldsymbol{q}$ вздовж якогось шляху, весь час пам'ятаючи, яке обертання було визначено, як обертання за годинниковою стрілкою. Це призведе до уявлення про обертання за годинниковою стрілкою в точці $\boldsymbol{q}$, а отже, й орієнтації в точці $\boldsymbol{q}$. На жаль, існує багато шляхів від точки $\boldsymbol{p}$ до точки $\boldsymbol{q}$ (і взагалі не існує єдиного найкоротшого шляху), і, хоча це може здатися не одразу очевидним, різні шляхи можуть індукувати різні орієнтації.

Орієнтація

Якщо орієнтація в точці p завжди індукує однакову орієнтацію в кожній точці поверхні, незалежно від того, яким шляхом ми проходимо до цієї точки, то поверхня S називається *орієнтованою*. З рис. (b) видно, що обхід меридіана стрічки Мьобіуса призведе до зворотної (оберненої) орієнтації у вихідній точці, яка є протилежною вибраній на початку.

(a)

(b)

Тому ми назвали б стрічку Мьобіуса неорієнтовною, і наше нове означення поняття орієнтації сумісне з попереднім.

Орієнтація

Якщо орієнтація в точці p завжди індукує однакову орієнтацію в кожній точці поверхні, незалежно від того, яким шляхом ми проходимо до цієї точки, то поверхня S називається *орієнтованою*. З рис. (b) видно, що обхід меридіана стрічки Мьобіуса призведе до зворотної (оберненої) орієнтації у вихідній точці, яка є протилежною вибраній на початку.

(a)

(b)

Тому ми назвали б стрічку Мьобіуса неорієнтовною, і наше нове означення поняття орієнтації сумісне з попереднім.

Орієнтація

Якщо орієнтація в точці p завжди індукує однакову орієнтацію в кожній точці поверхні, незалежно від того, яким шляхом ми проходимо до цієї точки, то поверхня S називається *орієнтованою*. З рис. (b) видно, що обхід меридіана стрічки Мьобіуса призведе до зворотної (оберненої) орієнтації у вихідній точці, яка є протилежною вибраній на початку.

(a)

(b)

Тому ми назвали б стрічку Мьобіуса неорієнтовною, і наше нове означення поняття орієнтації сумісне з попереднім.

Якщо орієнтація в точці p завжди індукує однакову орієнтацію в кожній точці поверхні, незалежно від того, яким шляхом ми проходимо до цієї точки, то поверхня S називається *орієнтованою*. З рис. (b) видно, що обхід меридіана стрічки Мьобіуса призведе до зворотної (оберненої) орієнтації у вихідній точці, яка є протилежною вибраній на початку.

(a)

(b)

Тому ми назвали б стрічку Мьобіуса неорієнтовною, і наше нове означення поняття орієнтації сумісне з попереднім.

Орієнтація

Якщо орієнтація в точці p завжди індукує однакову орієнтацію в кожній точці поверхні, незалежно від того, яким шляхом ми проходимо до цієї точки, то поверхня S називається *орієнтованою*. З рис. (b) видно, що обхід меридіана стрічки Мьобіуса призведе до зворотної (оберненої) орієнтації у вихідній точці, яка є протилежною вибраній на початку.

(a)

(b)

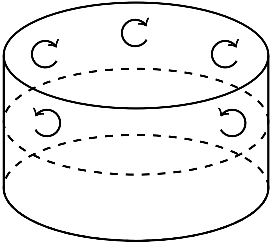
Тому ми назвали б стрічку Мьобіуса неорієнтовною, і наше нове означення поняття орієнтації сумісне з попереднім.

Якщо орієнтація в точці p завжди індукує однакову орієнтацію в кожній точці поверхні, незалежно від того, яким шляхом ми проходимо до цієї точки, то поверхня S називається *орієнтованою*. З рис. (b) видно, що обхід меридіана стрічки Мьобіуса призведе до зворотної (оберненої) орієнтації у вихідній точці, яка є протилежною вибраній на початку.

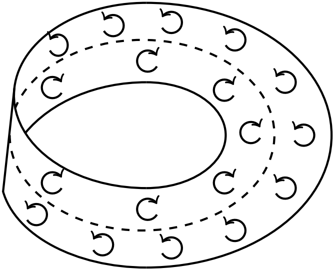
(a) (b)

Тому ми назвали б стрічку Мьобіуса неорієнтовною, і наше нове означення поняття орієнтації сумісне з попереднім.

Якщо орієнтація в точці p завжди індукує однакову орієнтацію в кожній точці поверхні, незалежно від того, яким шляхом ми проходимо до цієї точки, то поверхня S називається *орієнтованою*. З рис. (b) видно, що обхід меридіана стрічки Мьобіуса призведе до зворотної (оберненої) орієнтації у вихідній точці, яка є протилежною вибраній на початку.



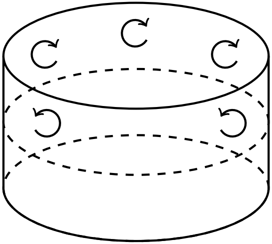
(a)



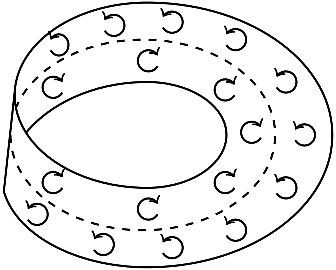
(b)

Тому ми назвали б стрічку Мьобіуса неорієнтовною, і наше нове означення поняття орієнтації сумісне з попереднім.

Якщо орієнтація в точці p завжди індукує однакову орієнтацію в кожній точці поверхні, незалежно від того, яким шляхом ми проходимо до цієї точки, то поверхня S називається *орієнтованою*. З рис. (b) видно, що обхід меридіана стрічки Мьобіуса призведе до зворотної (оберненої) орієнтації у вихідній точці, яка є протилежною вибраній на початку.



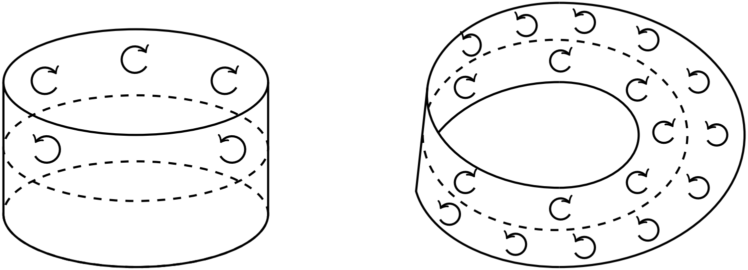
(a)



(b)

Тому ми назвали б стрічку Мьобіуса неорієнтовною, і наше нове означення поняття орієнтації сумісне з попереднім.

Якщо орієнтація в точці p завжди індукує однакову орієнтацію в кожній точці поверхні, незалежно від того, яким шляхом ми проходимо до цієї точки, то поверхня S називається *орієнтованою*. З рис. (b) видно, що обхід меридіана стрічки Мьобіуса призведе до зворотної (оберненої) орієнтації у вихідній точці, яка є протилежною вибраній на початку.



(a) (b)

Тому ми назвали б стрічку Мьобіуса неорієнтовною, і наше нове означення поняття орієнтації сумісне з попереднім.

Орієнтованість — це властивість поверхонь. Фелікс Кляйн (Felix Klein) був першим, хто чітко визначив цей факт у 1876 р. Сфера є орієнтована поверхня, як і тор (поверхня бублика), так і подвійний тор (поверхня твердої вісімки), які зображені на рис.

Насправді, оскільки тор буде частим прикладом, то настав час дати трохи точніше його означення. Це окремий випадок більш загального типу поверхні.

Орієнтованість — це властивість поверхонь. Фелікс Кляйн (Felix Klein) був першим, хто чітко визначив цей факт у 1876 р. Сфера є орієнтована поверхня, як і тор (поверхня бублика), так і подвійний тор (поверхня твердої вісімки), які зображені на рис.

Насправді, оскільки тор буде частим прикладом, то настав час дати трохи точніше його означення. Це окремий випадок більш загального типу поверхні.

Орієнтованість — це властивість поверхонь. Фелікс Кляйн (Felix Klein) був першим, хто чітко визначив цей факт у 1876 р. Сфера є орієнтована поверхня, як і тор (поверхня бублика), так і подвійний тор (поверхня твердої вісімки), які зображені на рис.

Насправді, оскільки тор буде частим прикладом, то настав час дати трохи точніше його означення. Це окремий випадок більш загального типу поверхні.

Орієнтованість — це властивість поверхонь. Фелікс Кляйн (Felix Klein) був першим, хто чітко визначив цей факт у 1876 р. Сфера є орієнтована поверхня, як і тор (поверхня бублика), так і подвійний тор (поверхня твердої вісімки), які зображені на рис.

Насправді, оскільки тор буде частим прикладом, то настав час дати трохи точніше його означення. Це окремий випадок більш загального типу поверхні.

Орієнтованість — це властивість поверхонь. Фелікс Кляйн (Felix Klein) був першим, хто чітко визначив цей факт у 1876 р. Сфера є орієнтована поверхня, як і тор (поверхня бублика), так і подвійний тор (поверхня твердої вісімки), які зображені на рис.

Насправді, оскільки тор буде частим прикладом, то настав час дати трохи точніше його означення. Це окремий випадок більш загального типу поверхні.

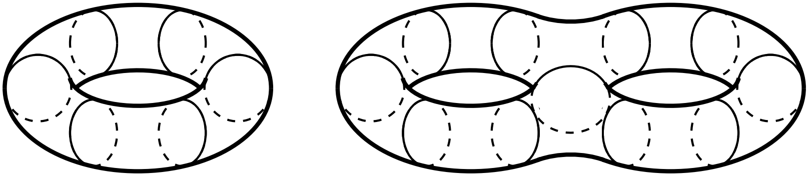
Орієнтованість — це властивість поверхонь. Фелікс Кляйн (Felix Klein) був першим, хто чітко визначив цей факт у 1876 р. Сфера є орієнтована поверхня, як і тор (поверхня бублика), так і подвійний тор (поверхня твердої вісімки), які зображені на рис.

Насправді, оскільки тор буде частим прикладом, то настав час дати трохи точніше його означення. Це окремий випадок більш загального типу поверхні.

Орієнтованість — це властивість поверхонь. Фелікс Кляйн (Felix Klein) був першим, хто чітко визначив цей факт у 1876 р. Сфера є орієнтована поверхня, як і тор (поверхня бублика), так і подвійний тор (поверхня твердої вісімки), які зображені на рис.

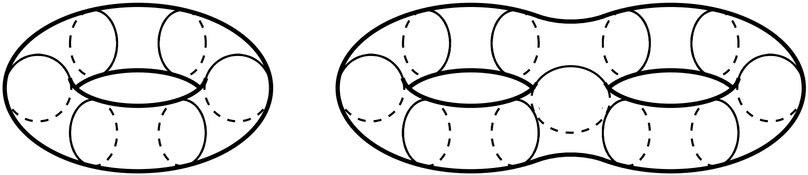
Насправді, оскільки тор буде частим прикладом, то настав час дати трохи точніше його означення. Це окремий випадок більш загального типу поверхні.

Орієнтованість — це властивість поверхонь. Фелікс Кляйн (Felix Klein) був першим, хто чітко визначив цей факт у 1876 р. Сфера є орієнтована поверхня, як і тор (поверхня бублика), так і подвійний тор (поверхня твердої вісімки), які зображені на рис.



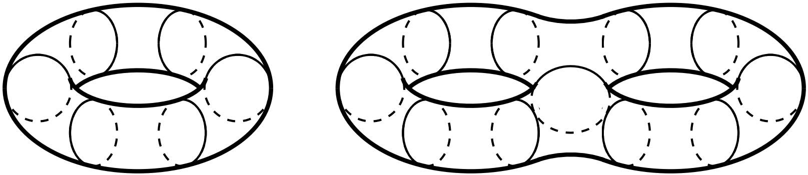
Насправді, оскільки тор буде частим прикладом, то настав час дати трохи точніше його означення. Це окремий випадок більш загального типу поверхні.

Орієнтованість — це властивість поверхонь. Фелікс Кляйн (Felix Klein) був першим, хто чітко визначив цей факт у 1876 р. Сфера є орієнтована поверхня, як і тор (поверхня бублика), так і подвійний тор (поверхня твердої вісімки), які зображені на рис.



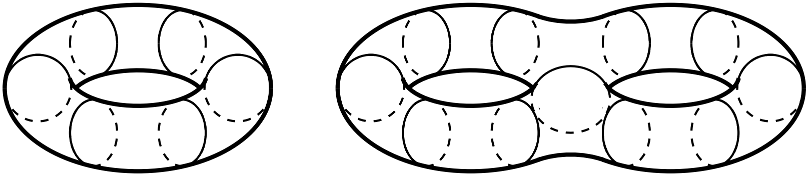
Насправді, оскільки тор буде частим прикладом, то настав час дати трохи точніше його означення. Це окремий випадок більш загального типу поверхні.

Орієнтованість — це властивість поверхонь. Фелікс Кляйн (Felix Klein) був першим, хто чітко визначив цей факт у 1876 р. Сфера є орієнтована поверхня, як і тор (поверхня бублика), так і подвійний тор (поверхня твердої вісімки), які зображені на рис.



Насправді, оскільки тор буде частим прикладом, то настав час дати трохи точніше його означення. Це окремий випадок більш загального типу поверхні.

Орієнтованість — це властивість поверхонь. Фелікс Кляйн (Felix Klein) був першим, хто чітко визначив цей факт у 1876 р. Сфера є орієнтована поверхня, як і тор (поверхня бублика), так і подвійний тор (поверхня твердої вісімки), які зображені на рис.



Насправді, оскільки тор буде частим прикладом, то настав час дати трохи точніше його означення. Це окремий випадок більш загального типу поверхні.

Орієнтація

Означення 1.8.1

Поверхнею обертання в $\mathbb{R}^3$ називається простір S, отриманий обертанням плоскої кривої навколо прямої в площині, яка називаються *віссю обертання*. *Меридіан поверхні* S — це зв'язна компонента перетину поверхні S і площини, яка проходить через вісь обертання. *Паралелі* або *кола широт* поверхні обертання S — це зв'язні компоненти перетину поверхні S і площини, ортогональної осі обертання (див. рис.).

Означення 1.8.1

Поверхнею обертання в $\mathbb{R}^3$ називається простір S, отриманий обертанням плоскої кривої навколо прямої в площині, яка називаються *віссю обертання*. *Меридіан поверхні* S — це зв'язна компонента перетину поверхні S і площини, яка проходить через вісь обертання. *Паралелі* або *кола широт* поверхні обертання S — це зв'язні компоненти перетину поверхні S і площини, ортогональної осі обертання (див. рис.).

Орієнтація

Означення 1.8.1

Поверхнею обертання в $\mathbb{R}^3$ називається простір $\boldsymbol{S}$, отриманий обертанням плоскої кривої навколо прямої в площині, яка називаються *віссю обертання*. *Меридіан поверхні* S — це зв'язна компонента перетину поверхні S і площини, яка проходить через вісь обертання. *Паралелі* або *кола широт* поверхні обертання S — це зв'язні компоненти перетину поверхні S і площини, ортогональної осі обертання (див. рис.).

Означення 1.8.1

Поверхнею обертання в $\mathbb{R}^3$ називається простір $\boldsymbol{S}$, отриманий обертанням плоскої кривої навколо прямої в площині, яка називаються *віссю обертання*. *Меридіан поверхні* S — це зв'язна компонента перетину поверхні S і площини, яка проходить через вісь обертання. *Паралелі* або *кола широт* поверхні обертання S — це зв'язні компоненти перетину поверхні S і площини, ортогональної осі обертання (див. рис.).

Означення 1.8.1

Поверхнею обертання в $\mathbb{R}^3$ називається простір $\boldsymbol{S}$, отриманий обертанням плоскої кривої навколо прямої в площині, яка називаються *віссю обертання*. *Меридіан поверхні* S — це зв'язна компонента перетину поверхні S і площини, яка проходить через вісь обертання. *Паралелі* або *кола широт* поверхні обертання S — це зв'язні компоненти перетину поверхні S і площини, ортогональної осі обертання (див. рис.).

Означення 1.8.1

Поверхнею обертання в $\mathbb{R}^3$ називається простір $\boldsymbol{S}$, отриманий обертанням плоскої кривої навколо прямої в площині, яка називаються *віссю обертання*. *Меридіан поверхні* $\boldsymbol{S}$ — це зв'язна компонента перетину поверхні S і площини, яка проходить через вісь обертання. *Паралелі* або *кола широт* поверхні обертання S — це зв'язні компоненти перетину поверхні S і площини, ортогональної осі обертання (див. рис.).

Означення 1.8.1

Поверхнею обертання в $\mathbb{R}^3$ називається простір $\boldsymbol{S}$, отриманий обертанням плоскої кривої навколо прямої в площині, яка називаються *віссю обертання*. *Меридіан поверхні* $\boldsymbol{S}$ — це зв'язна компонента перетину поверхні $\boldsymbol{S}$ і площини, яка проходить через вісь обертання. *Паралелі* або *кола широт* поверхні обертання $\boldsymbol{S}$ — це зв'язні компоненти перетину поверхні $\boldsymbol{S}$ і площини, ортогональної осі обертання (див. рис.).

Орієнтація

Означення 1.8.1

Поверхнею обертання в $\mathbb{R}^3$ називається простір $\boldsymbol{S}$, отриманий обертанням плоскої кривої навколо прямої в площині, яка називаються *віссю обертання*. *Меридіан поверхні* $\boldsymbol{S}$ — це зв'язна компонента перетину поверхні $\boldsymbol{S}$ і площини, яка проходить через вісь обертання. *Паралелі* або *кола широт* поверхні обертання S — це зв'язні компоненти перетину поверхні S і площини, ортогональної осі обертання (див. рис.).

Означення 1.8.1

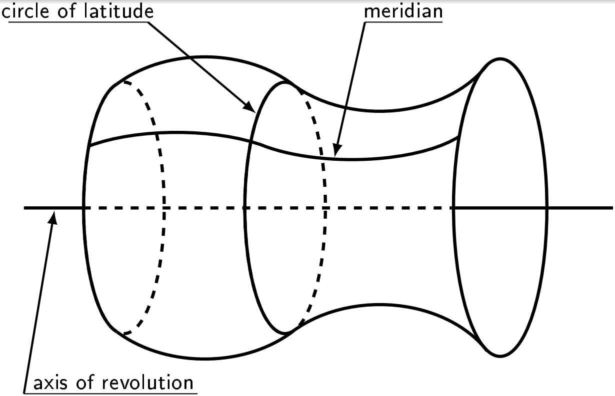
Поверхнею обертання в $\mathbb{R}^3$ називається простір $\boldsymbol{S}$, отриманий обертанням плоскої кривої навколо прямої в площині, яка називаються *віссю обертання*. *Меридіан поверхні* $\boldsymbol{S}$ — це зв'язна компонента перетину поверхні $\boldsymbol{S}$ і площини, яка проходить через вісь обертання. *Паралелі* або *кола широт* поверхні обертання $\boldsymbol{S}$ — це зв'язні компоненти перетину поверхні $\boldsymbol{S}$ і площини, ортогональної осі обертання (див. рис.).

Означення 1.8.1

Поверхнею обертання в $\mathbb{R}^3$ називається простір S, отриманий обертанням плоскої кривої навколо прямої в площині, яка називаються *віссю обертання*. *Меридіан поверхні* S — це зв'язна компонента перетину поверхні S і площини, яка проходить через вісь обертання. *Паралелі* або *кола широт* поверхні обертання S — це зв'язні компоненти перетину поверхні S і площини, ортогональної осі обертання (див. рис.).

Означення 1.8.1

Поверхнею обертання в $\mathbb{R}^3$ називається простір S, отриманий обертанням плоскої кривої навколо прямої в площині, яка називаються *віссю обертання*. *Меридіан поверхні* S — це зв'язна компонента перетину поверхні S і площини, яка проходить через вісь обертання. *Паралелі* або *кола широт* поверхні обертання S — це зв'язні компоненти перетину поверхні S і площини, ортогональної осі обертання (див. рис.).



Орієнтація

Тор — це поверхня обертання, де крива, що обертається, — це коло, яке не перетинає вісь обертання.
Зауважимо, що меридіани поверхонь обертання перетинаються з колами широти в одній точці, а також, що поверхня обертання насправді може не бути "поверхнею", якщо крива, що обертається, не вибирається ретельно, наприклад, якщо вона перетинає вісь. Поверхні обертання також є орієнтованими.
Існують поверхні без межі (без краю), які не можна орієнтувати, і читачеві пропонується знайти їх самостійно (або почекати, поки не з'явиться пізніше в цьому курсі лекцій). Необхідно звернути увагу на таке: неорієнтовані поверхні без межі (без краю) не існують у тривимірному евклідовому просторі $\mathbb{R}^3$. Потрібен четвертий вимір.
Завершимо це інтуїтивне обговорення орієнтованості. Перейдемо до математичних означень. У цій лекції ми визначаємо найголовніше поняття, а саме те, що мається на увазі під орієнтацією векторного простору. Воно відповідає означенню локального поняття, тобто поняттю орієнтації в точці.

Тор — це поверхня обертання, де крива, що обертається, — це коло, яке не перетинає вісь обертання.
Зауважимо, що меридіани поверхонь обертання перетинаються з колами широти в одній точці, а також, що поверхня обертання насправді може не бути "поверхнею", якщо крива, що обертається, не вибирається ретельно, наприклад, якщо вона перетинає вісь. Поверхні обертання також є орієнтованими.
Існують поверхні без межі (без краю), які не можна орієнтувати, і читачеві пропонується знайти їх самостійно (або почекати, поки не з'явиться пізніше в цьому курсі лекцій). Необхідно звернути увагу на таке: неорієнтовані поверхні без межі (без краю) не існують у тривимірному евклідовому просторі $\mathbb{R}^3$. Потрібен четвертий вимір.
Завершимо це інтуїтивне обговорення орієнтованості. Перейдемо до математичних означень. У цій лекції ми визначаємо найголовніше поняття, а саме те, що мається на увазі під орієнтацією векторного простору. Воно відповідає означенню локального поняття, тобто поняттю орієнтації в точці.

Тор — це поверхня обертання, де крива, що обертається, — це коло, яке не перетинає вісь обертання.

Зауважимо, що меридіани поверхонь обертання перетинаються з колами широти в одній точці, а також, що поверхня обертання насправді може не бути "поверхнею", якщо крива, що обертається, не вибирається ретельно, наприклад, якщо вона перетинає вісь. Поверхні обертання також є орієнтованими.

Існують поверхні без межі (без краю), які не можна орієнтувати, і читачеві пропонується знайти їх самостійно (або почекати, поки не з'явиться пізніше в цьому курсі лекцій). Необхідно звернути увагу на таке: неорієнтовані поверхні без межі (без краю) не існують у тривимірному евклідовому просторі $\mathbb{R}^3$. Потрібен четвертий вимір.

Завершимо це інтуїтивне обговорення орієнтованості. Перейдемо до математичних означень. У цій лекції ми визначаємо найголовніше поняття, а саме те, що мається на увазі під орієнтацією векторного простору. Воно відповідає означенню локального поняття, тобто поняттю орієнтації в точці.

Тор — це поверхня обертання, де крива, що обертається, — це коло, яке не перетинає вісь обертання.
Зауважимо, що меридіани поверхонь обертання перетинаються з колами широти в одній точці, а також, що поверхня обертання насправді може не бути "поверхнею", якщо крива, що обертається, не вибирається ретельно, наприклад, якщо вона перетинає вісь. Поверхні обертання також є орієнтованими.
Існують поверхні без межі (без краю), які не можна орієнтувати, і читачеві пропонується знайти їх самостійно (або почекати, поки не з'явиться пізніше в цьому курсі лекцій). Необхідно звернути увагу на таке: неорієнтовані поверхні без межі (без краю) не існують у тривимірному евклідовому просторі $\mathbb{R}^3$. Потрібен четвертий вимір.
Завершимо це інтуїтивне обговорення орієнтованості. Перейдемо до математичних означень. У цій лекції ми визначаємо найголовніше поняття, а саме те, що мається на увазі під орієнтацією векторного простору. Воно відповідає означенню локального поняття, тобто поняттю орієнтації в точці.

Тор — це поверхня обертання, де крива, що обертається, — це коло, яке не перетинає вісь обертання.
Зауважимо, що меридіани поверхонь обертання перетинаються з колами широти в одній точці, а також, що поверхня обертання насправді може не бути “поверхнею”, якщо крива, що обертається, не вибирається ретельно, наприклад, якщо вона перетинає вісь. Поверхні обертання також є орієнтованими.
Існують поверхні без межі (без краю), які не можна орієнтувати, і читачеві пропонується знайти їх самостійно (або почекати, поки не з’явиться пізніше в цьому курсі лекцій). Необхідно звернути увагу на таке: неорієнтовані поверхні без межі (без краю) не існують у тривимірному евклідовому просторі $\mathbb{R}^3$. Потрібен четвертий вимір.
Завершимо це інтуїтивне обговорення орієнтованості. Перейдемо до математичних означень. У цій лекції ми визначаємо найголовніше поняття, а саме те, що мається на увазі під орієнтацією векторного простору. Воно відповідає означенню локального поняття, тобто поняттю орієнтації в точці.

Тор — це поверхня обертання, де крива, що обертається, — це коло, яке не перетинає вісь обертання.
Зауважимо, що меридіани поверхонь обертання перетинаються з колами широти в одній точці, а також, що поверхня обертання насправді може не бути "поверхнею", якщо крива, що обертається, не вибирається ретельно, наприклад, якщо вона перетинає вісь. Поверхні обертання також є орієнтованими.
Існують поверхні без межі (без краю), які не можна орієнтувати, і читачеві пропонується знайти їх самостійно (або почекати, поки не з'явиться пізніше в цьому курсі лекцій). Необхідно звернути увагу на таке: неорієнтовані поверхні без межі (без краю) не існують у тривимірному евклідовому просторі $\mathbb{R}^3$. Потрібен четвертий вимір.
Завершимо це інтуїтивне обговорення орієнтованості. Перейдемо до математичних означень. У цій лекції ми визначаємо найголовніше поняття, а саме те, що мається на увазі під орієнтацією векторного простору. Воно відповідає означенню локального поняття, тобто поняттю орієнтації в точці.

Тор — це поверхня обертання, де крива, що обертається, — це коло, яке не перетинає вісь обертання.
Зауважимо, що меридіани поверхонь обертання перетинаються з колами широти в одній точці, а також, що поверхня обертання насправді може не бути “поверхнею”, якщо крива, що обертається, не вибирається ретельно, наприклад, якщо вона перетинає вісь. Поверхні обертання також є орієнтованими.
Існують поверхні без межі (без краю), які не можна орієнтувати, і читачеві пропонується знайти їх самостійно (або почекати, поки не з'явиться пізніше в цьому курсі лекцій). Необхідно звернути увагу на таке: неорієнтовані поверхні без межі (без краю) не існують у тривимірному евклідовому просторі $\mathbb{R}^3$. Потрібен четвертий вимір.
Завершимо це інтуїтивне обговорення орієнтованості. Перейдемо до математичних означень. У цій лекції ми визначаємо найголовніше поняття, а саме те, що мається на увазі під орієнтацією векторного простору. Воно відповідає означенню локального поняття, тобто поняттю орієнтації в точці.

Тор — це поверхня обертання, де крива, що обертається, — це коло, яке не перетинає вісь обертання.
Зауважимо, що меридіани поверхонь обертання перетинаються з колами широти в одній точці, а також, що поверхня обертання насправді може не бути "поверхнею", якщо крива, що обертається, не вибирається ретельно, наприклад, якщо вона перетинає вісь. Поверхні обертання також є орієнтованими.
Існують поверхні без межі (без краю), які не можна орієнтувати, і читачеві пропонується знайти їх самостійно (або почекати, поки не з'явиться пізніше в цьому курсі лекцій). Необхідно звернути увагу на таке: неорієнтовані поверхні без межі (без краю) не існують у тривимірному евклідовому просторі $\mathbb{R}^3$. Потрібен четвертий вимір.
Завершимо це інтуїтивне обговорення орієнтованості. Перейдемо до математичних означень. У цій лекції ми визначаємо найголовніше поняття, а саме те, що мається на увазі під орієнтацією векторного простору. Воно відповідає означенню локального поняття, тобто поняттю орієнтації в точці.

Тор — це поверхня обертання, де крива, що обертається, — це коло, яке не перетинає вісь обертання.

Зауважимо, що меридіани поверхонь обертання перетинаються з колами широти в одній точці, а також, що поверхня обертання насправді може не бути “поверхнею”, якщо крива, що обертається, не вибирається ретельно, наприклад, якщо вона перетинає вісь. Поверхні обертання також є орієнтованими.

Існують поверхні без межі (без краю), які не можна орієнтувати, і читачеві пропонується знайти їх самостійно (або почекати, поки не з’явиться пізніше в цьому курсі лекцій). Необхідно звернути увагу на таке: неорієнтовані поверхні без межі (без краю) не існують у тривимірному евклідовому просторі $\mathbb{R}^3$. Потрібен четвертий вимір.

Завершимо це інтуїтивне обговорення орієнтованості. Перейдемо до математичних означень. У цій лекції ми визначаємо найголовніше поняття, а саме те, що мається на увазі під орієнтацією векторного простору. Воно відповідає означенню локального поняття, тобто поняттю орієнтації в точці.

Орієнтація

Тор — це поверхня обертання, де крива, що обертається, — це коло, яке не перетинає вісь обертання.
Зауважимо, що меридіани поверхонь обертання перетинаються з колами широти в одній точці, а також, що поверхня обертання насправді може не бути "поверхнею", якщо крива, що обертається, не вибирається ретельно, наприклад, якщо вона перетинає вісь. Поверхні обертання також є орієнтованими.
Існують поверхні без межі (без краю), які не можна орієнтувати, і читачеві пропонується знайти їх самостійно (або почекати, поки не з'явиться пізніше в цьому курсі лекцій). Необхідно звернути увагу на таке: неорієнтовані поверхні без межі (без краю) не існують у тривимірному евклідовому просторі $\mathbb{R}^3$. Потрібен четвертий вимір.
Завершимо це інтуїтивне обговорення орієнтованості. Перейдемо до математичних означень. У цій лекції ми визначаємо найголовніше поняття, а саме те, що мається на увазі під орієнтацією векторного простору. Воно відповідає означенню локального поняття, тобто поняттю орієнтації в точці.

Орієнтація

Тор — це поверхня обертання, де крива, що обертається, — це коло, яке не перетинає вісь обертання.
Зауважимо, що меридіани поверхонь обертання перетинаються з колами широти в одній точці, а також, що поверхня обертання насправді може не бути "поверхнею", якщо крива, що обертається, не вибирається ретельно, наприклад, якщо вона перетинає вісь. Поверхні обертання також є орієнтованими.
Існують поверхні без межі (без краю), які не можна орієнтувати, і читачеві пропонується знайти їх самостійно (або почекати, поки не з'явиться пізніше в цьому курсі лекцій). Необхідно звернути увагу на таке: неорієнтовані поверхні без межі (без краю) не існують у тривимірному евклідовому просторі $\mathbb{R}^3$. Потрібен четвертий вимір.
Завершимо це інтуїтивне обговорення орієнтованості. Перейдемо до математичних означень. У цій лекції ми визначаємо найголовніше поняття, а саме те, що мається на увазі під орієнтацією векторного простору. Воно відповідає означенню локального поняття, тобто поняттю орієнтації в точці.

Орієнтація

Тор — це поверхня обертання, де крива, що обертається, — це коло, яке не перетинає вісь обертання.
Зауважимо, що меридіани поверхонь обертання перетинаються з колами широти в одній точці, а також, що поверхня обертання насправді може не бути "поверхнею", якщо крива, що обертається, не вибирається ретельно, наприклад, якщо вона перетинає вісь. Поверхні обертання також є орієнтованими.
Існують поверхні без межі (без краю), які не можна орієнтувати, і читачеві пропонується знайти їх самостійно (або почекати, поки не з'явиться пізніше в цьому курсі лекцій). Необхідно звернути увагу на таке: неорієнтовані поверхні без межі (без краю) не існують у тривимірному евклідовому просторі $\mathbb{R}^3$. Потрібен четвертий вимір.
Завершимо це інтуїтивне обговорення орієнтованості. Перейдемо до математичних означень. У цій лекції ми визначаємо найголовніше поняття, а саме те, що мається на увазі під орієнтацією векторного простору. Воно відповідає означенню локального поняття, тобто поняттю орієнтації в точці.

Тор — це поверхня обертання, де крива, що обертається, — це коло, яке не перетинає вісь обертання.
Зауважимо, що меридіани поверхонь обертання перетинаються з колами широти в одній точці, а також, що поверхня обертання насправді може не бути "поверхнею", якщо крива, що обертається, не вибирається ретельно, наприклад, якщо вона перетинає вісь. Поверхні обертання також є орієнтованими.
Існують поверхні без межі (без краю), які не можна орієнтувати, і читачеві пропонується знайти їх самостійно (або почекати, поки не з'явиться пізніше в цьому курсі лекцій). Необхідно звернути увагу на таке: неорієнтовані поверхні без межі (без краю) не існують у тривимірному евклідовому просторі $\mathbb{R}^3$. Потрібен четвертий вимір.
Завершимо це інтуїтивне обговорення орієнтованості. Перейдемо до математичних означень. У цій лекції ми визначаємо найголовніше поняття, а саме те, що мається на увазі під орієнтацією векторного простору. Воно відповідає означенню локального поняття, тобто поняттю орієнтації в точці.

Орієнтація

Тор — це поверхня обертання, де крива, що обертається, — це коло, яке не перетинає вісь обертання.
Зауважимо, що меридіани поверхонь обертання перетинаються з колами широти в одній точці, а також, що поверхня обертання насправді може не бути "поверхнею", якщо крива, що обертається, не вибирається ретельно, наприклад, якщо вона перетинає вісь. Поверхні обертання також є орієнтованими.
Існують поверхні без межі (без краю), які не можна орієнтувати, і читачеві пропонується знайти їх самостійно (або почекати, поки не з'явиться пізніше в цьому курсі лекцій). Необхідно звернути увагу на таке: неорієнтовані поверхні без межі (без краю) не існують у тривимірному евклідовому просторі $\mathbb{R}^3$. Потрібен четвертий вимір.
Завершимо це інтуїтивне обговорення орієнтованості. Перейдемо до математичних означень. У цій лекції ми визначаємо найголовніше поняття, а саме те, що мається на увазі під орієнтацією векторного простору. Воно відповідає означенню локального поняття, тобто поняттю орієнтації в точці.

Тор — це поверхня обертання, де крива, що обертається, — це коло, яке не перетинає вісь обертання.
Зауважимо, що меридіани поверхонь обертання перетинаються з колами широти в одній точці, а також, що поверхня обертання насправді може не бути "поверхнею", якщо крива, що обертається, не вибирається ретельно, наприклад, якщо вона перетинає вісь. Поверхні обертання також є орієнтованими.
Існують поверхні без межі (без краю), які не можна орієнтувати, і читачеві пропонується знайти їх самостійно (або почекати, поки не з'явиться пізніше в цьому курсі лекцій). Необхідно звернути увагу на таке: неорієнтовані поверхні без межі (без краю) не існують у тривимірному евклідовому просторі $\mathbb{R}^3$. Потрібен четвертий вимір.
Завершимо це інтуїтивне обговорення орієнтованості. Перейдемо до математичних означень. У цій лекції ми визначаємо найголовніше поняття, а саме те, що мається на увазі під орієнтацією векторного простору. Воно відповідає означенню локального поняття, тобто поняттю орієнтації в точці.

Тор — це поверхня обертання, де крива, що обертається, — це коло, яке не перетинає вісь обертання.
Зауважимо, що меридіани поверхонь обертання перетинаються з колами широти в одній точці, а також, що поверхня обертання насправді може не бути "поверхнею", якщо крива, що обертається, не вибирається ретельно, наприклад, якщо вона перетинає вісь. Поверхні обертання також є орієнтованими.
Існують поверхні без межі (без краю), які не можна орієнтувати, і читачеві пропонується знайти їх самостійно (або почекати, поки не з'явиться пізніше в цьому курсі лекцій). Необхідно звернути увагу на таке: неорієнтовані поверхні без межі (без краю) не існують у тривимірному евклідовому просторі $\mathbb{R}^3$. Потрібен четвертий вимір.
Завершимо це інтуїтивне обговорення орієнтованості. Перейдемо до математичних означень. У цій лекції ми визначаємо найголовніше поняття, а саме те, що мається на увазі під орієнтацією векторного простору. Воно відповідає означенню локального поняття, тобто поняттю орієнтації в точці.

Орієнтація

Тор — це поверхня обертання, де крива, що обертається, — це коло, яке не перетинає вісь обертання.
Зауважимо, що меридіани поверхонь обертання перетинаються з колами широти в одній точці, а також, що поверхня обертання насправді може не бути "поверхнею", якщо крива, що обертається, не вибирається ретельно, наприклад, якщо вона перетинає вісь. Поверхні обертання також є орієнтованими.
Існують поверхні без межі (без краю), які не можна орієнтувати, і читачеві пропонується знайти їх самостійно (або почекати, поки не з'явиться пізніше в цьому курсі лекцій). Необхідно звернути увагу на таке: неорієнтовані поверхні без межі (без краю) не існують у тривимірному евклідовому просторі $\mathbb{R}^3$. Потрібен четвертий вимір.
Завершимо це інтуїтивне обговорення орієнтованості. Перейдемо до математичних означень. У цій лекції ми визначаємо найголовніше поняття, а саме те, що мається на увазі під орієнтацією векторного простору. Воно відповідає означенню локального поняття, тобто поняттю орієнтації в точці.

Тор — це поверхня обертання, де крива, що обертається, — це коло, яке не перетинає вісь обертання.
Зауважимо, що меридіани поверхонь обертання перетинаються з колами широти в одній точці, а також, що поверхня обертання насправді може не бути "поверхнею", якщо крива, що обертається, не вибирається ретельно, наприклад, якщо вона перетинає вісь. Поверхні обертання також є орієнтованими.
Існують поверхні без межі (без краю), які не можна орієнтувати, і читачеві пропонується знайти їх самостійно (або почекати, поки не з'явиться пізніше в цьому курсі лекцій). Необхідно звернути увагу на таке: неорієнтовані поверхні без межі (без краю) не існують у тривимірному евклідовому просторі $\mathbb{R}^3$. Потрібен четвертий вимір.
Завершимо це інтуїтивне обговорення орієнтованості. Перейдемо до математичних означень. У цій лекції ми визначаємо найголовніше поняття, а саме те, що мається на увазі під орієнтацією векторного простору. Воно відповідає означенню локального поняття, тобто поняттю орієнтації в точці.

Тор — це поверхня обертання, де крива, що обертається, — це коло, яке не перетинає вісь обертання.
Зауважимо, що меридіани поверхонь обертання перетинаються з колами широти в одній точці, а також, що поверхня обертання насправді може не бути "поверхнею", якщо крива, що обертається, не вибирається ретельно, наприклад, якщо вона перетинає вісь. Поверхні обертання також є орієнтованими.
Існують поверхні без межі (без краю), які не можна орієнтувати, і читачеві пропонується знайти їх самостійно (або почекати, поки не з'явиться пізніше в цьому курсі лекцій). Необхідно звернути увагу на таке: неорієнтовані поверхні без межі (без краю) не існують у тривимірному евклідовому просторі $\mathbb{R}^3$. Потрібен четвертий вимір.
Завершимо це інтуїтивне обговорення орієнтованості. Перейдемо до математичних означень. У цій лекції ми визначаємо найголовніше поняття, а саме те, що мається на увазі під орієнтацією векторного простору. Воно відповідає означенню локального поняття, тобто поняттю орієнтації в точці.

Тор — це поверхня обертання, де крива, що обертається, — це коло, яке не перетинає вісь обертання.
Зауважимо, що меридіани поверхонь обертання перетинаються з колами широти в одній точці, а також, що поверхня обертання насправді може не бути “поверхнею”, якщо крива, що обертається, не вибирається ретельно, наприклад, якщо вона перетинає вісь. Поверхні обертання також є орієнтованими.
Існують поверхні без межі (без краю), які не можна орієнтувати, і читачеві пропонується знайти їх самостійно (або почекати, поки не з’явиться пізніше в цьому курсі лекцій). Необхідно звернути увагу на таке: неорієнтовані поверхні без межі (без краю) не існують у тривимірному евклідовому просторі $\mathbb{R}^3$. Потрібен четвертий вимір.
Завершимо це інтуїтивне обговорення орієнтованості. Перейдемо до математичних означень. У цій лекції ми визначаємо найголовніше поняття, а саме те, що мається на увазі під орієнтацією векторного простору. Воно відповідає означенню локального поняття, тобто поняттю орієнтації в точці.

Орієнтація

Розглянемо спробу визначити орієнтацію у початку координат у $\mathbb{R}^2$. Нехай $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2)$ — впорядкована база в $\mathbb{R}^2$ (див. рис.).

Ми могли б використати цю впорядковану пару, щоб запропонувати ідею руху проти годинникової стрілки. Проблема полягає лише в тому, що існує багато впорядкованих базисів для $\mathbb{R}^2$. Наприклад, пара $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2)$ на рис. також відповідає руху проти годинникової стрілки. Отже, нам потрібне відповідне відношення еквівалентності. Ключем до визначення цього відношення є матриця, що стосується двох впорядкованих базисів.

Розглянемо спробу визначити орієнтацію у початку координат у $\mathbb{R}^2$. Нехай $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2)$ — впорядкована база в $\mathbb{R}^2$ (див. рис.).

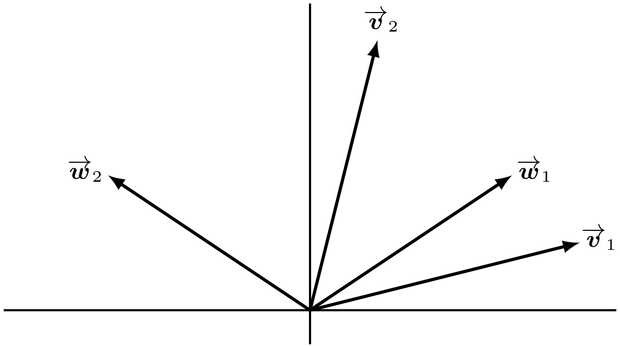
Ми могли б використати цю впорядковану пару, щоб запропонувати ідею руху проти годинникової стрілки. Проблема полягає лише в тому, що існує багато впорядкованих базисів для $\mathbb{R}^2$. Наприклад, пара $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2)$ на рис. також відповідає руху проти годинникової стрілки. Отже, нам потрібне відповідне відношення еквівалентності. Ключем до визначення цього відношення є матриця, що стосується двох впорядкованих базисів.

Орієнтація

Розглянемо спробу визначити орієнтацію у початку координат у $\mathbb{R}^2$. Нехай $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2)$ — впорядкована база в $\mathbb{R}^2$ (див. рис.).

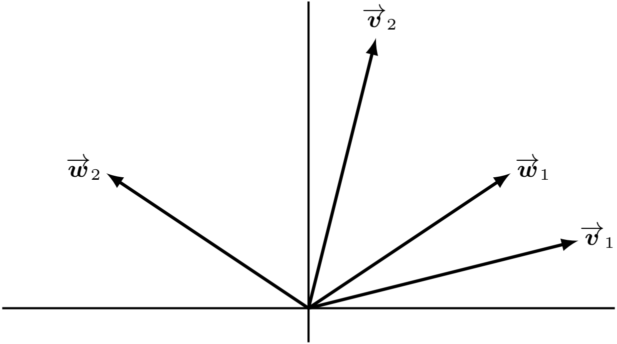
Ми могли б використати цю впорядковану пару, щоб запропонувати ідею руху проти годинникової стрілки. Проблема полягає лише в тому, що існує багато впорядкованих базисів для $\mathbb{R}^2$. Наприклад, пара $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2)$ на рис. також відповідає руху проти годинникової стрілки. Отже, нам потрібне відповідне відношення еквівалентності. Ключем до визначення цього відношення є матриця, що стосується двох впорядкованих базисів.

Розглянемо спробу визначити орієнтацію у початку координат у $\mathbb{R}^2$. Нехай $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2)$ — впорядкована база в $\mathbb{R}^2$ (див. рис.).



Ми могли б використати цю впорядковану пару, щоб запропонувати ідею руху проти годинникової стрілки. Проблема полягає лише в тому, що існує багато впорядкованих базисів для $\mathbb{R}^2$. Наприклад, пара $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2)$ на рис. також відповідає руху проти годинникової стрілки. Отже, нам потрібне відповідне відношення еквівалентності. Ключем до визначення цього відношення є матриця, що стосується двох впорядкованих базисів.

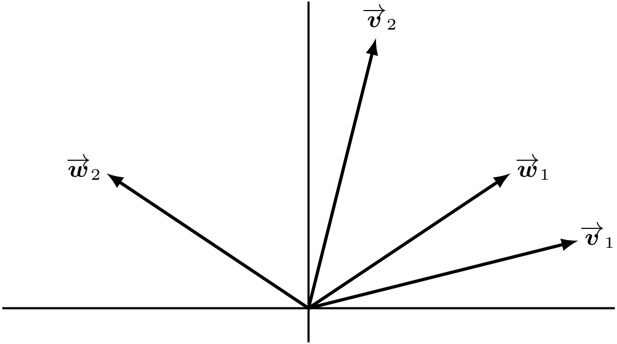
Розглянемо спробу визначити орієнтацію у початку координат у $\mathbb{R}^2$. Нехай $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ — впорядкована база в $\mathbb{R}^2$ (див. рис.).



Ми могли б використати цю впорядковану пару, щоб запропонувати ідею руху проти годинникової стрілки. Проблема полягає лише в тому, що існує багато впорядкованих базисів для $\mathbb{R}^2$. Наприклад, пара $(\vec{w}_1, \vec{w}_2)$ на рис. також відповідає руху проти годинникової стрілки. Отже, нам потрібне відповідне відношення еквівалентності. Ключем до визначення цього відношення є матриця, що стосується двох впорядкованих базисів.

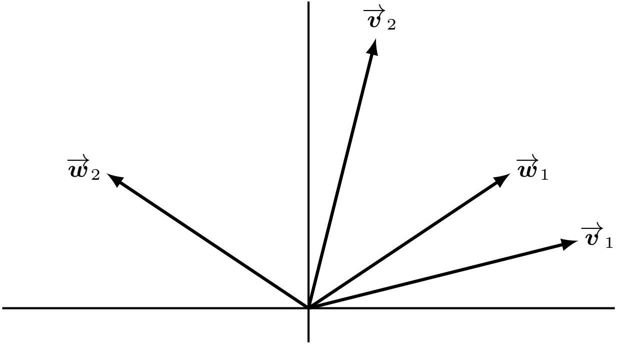
Орієнтація

Розглянемо спробу визначити орієнтацію у початку координат у $\mathbb{R}^2$. Нехай $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2)$ — впорядкована база в $\mathbb{R}^2$ (див. рис.).



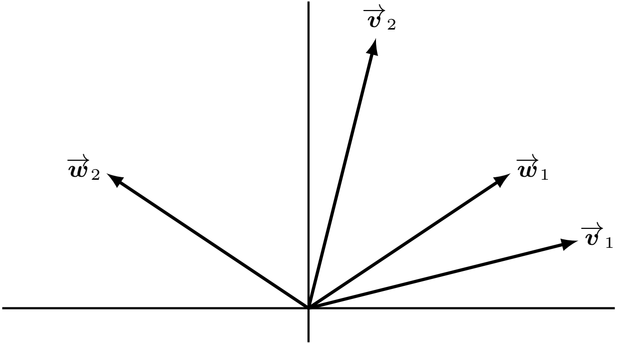
Ми могли б використати цю впорядковану пару, щоб запропонувати ідею руху проти годинникової стрілки. Проблема полягає лише в тому, що існує багато впорядкованих базисів для $\mathbb{R}^2$. Наприклад, пара $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2)$ на рис. також відповідає руху проти годинникової стрілки. Отже, нам потрібне відповідне відношення еквівалентності. Ключем до визначення цього відношення є матриця, що стосується двох впорядкованих базисів.

Розглянемо спробу визначити орієнтацію у початку координат у $\mathbb{R}^2$. Нехай $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2)$ — впорядкована база в $\mathbb{R}^2$ (див. рис.).



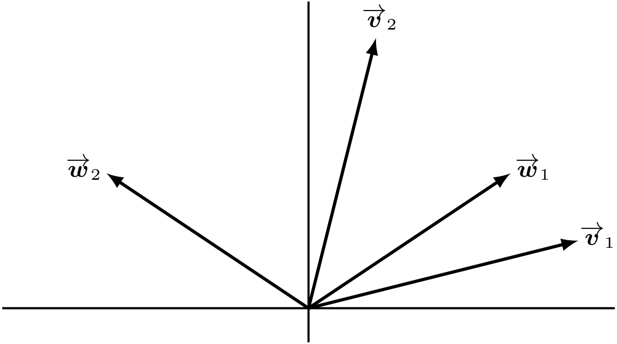
Ми могли б використати цю впорядковану пару, щоб запропонувати ідею руху проти годинникової стрілки. Проблема полягає лише в тому, що існує багато впорядкованих базисів для $\mathbb{R}^2$. Наприклад, пара $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2)$ на рис. також відповідає руху проти годинникової стрілки. Отже, нам потрібне відповідне відношення еквівалентності. Ключем до визначення цього відношення є матриця, що стосується двох впорядкованих базисів.

Розглянемо спробу визначити орієнтацію у початку координат у $\mathbb{R}^2$. Нехай $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2)$ — впорядкована база в $\mathbb{R}^2$ (див. рис.).



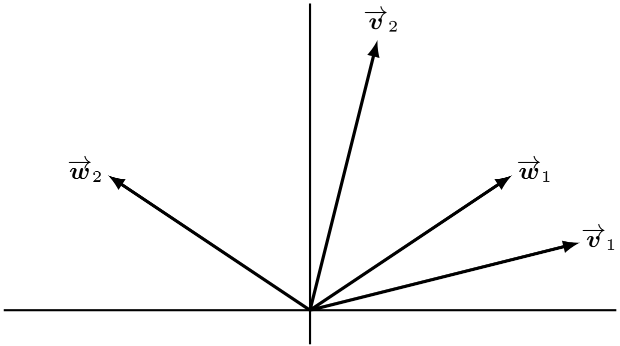
Ми могли б використати цю впорядковану пару, щоб запропонувати ідею руху проти годинникової стрілки. Проблема полягає лише в тому, що існує багато впорядкованих базисів для $\mathbb{R}^2$. Наприклад, пара $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2)$ на рис. також відповідає руху проти годинникової стрілки. Отже, нам потрібне відповідне відношення еквівалентності. Ключем до визначення цього відношення є матриця, що стосується двох впорядкованих базисів.

Розглянемо спробу визначити орієнтацію у початку координат у $\mathbb{R}^2$. Нехай $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ — впорядкована база в $\mathbb{R}^2$ (див. рис.).



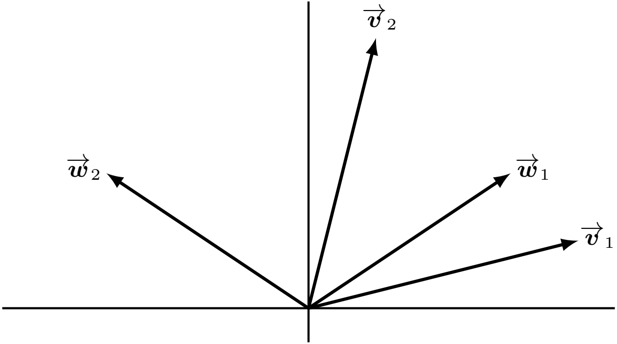
Ми могли б використати цю впорядковану пару, щоб запропонувати ідею руху проти годинникової стрілки. Проблема полягає лише в тому, що існує багато впорядкованих базисів для $\mathbb{R}^2$. Наприклад, пара $(\vec{w}_1, \vec{w}_2)$ на рис. також відповідає руху проти годинникової стрілки. Отже, нам потрібне відповідне відношення еквівалентності. Ключем до визначення цього відношення є матриця, що стосується двох впорядкованих базисів.

Розглянемо спробу визначити орієнтацію у початку координат у $\mathbb{R}^2$. Нехай $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2)$ — впорядкована база в $\mathbb{R}^2$ (див. рис.).



Ми могли б використати цю впорядковану пару, щоб запропонувати ідею руху проти годинникової стрілки. Проблема полягає лише в тому, що існує багато впорядкованих базисів для $\mathbb{R}^2$. Наприклад, пара $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2)$ на рис. також відповідає руху проти годинникової стрілки. Отже, нам потрібне відповідне відношення еквівалентності. Ключем до визначення цього відношення є матриця, що стосується двох впорядкованих базисів.

Розглянемо спробу визначити орієнтацію у початку координат у $\mathbb{R}^2$. Нехай $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ — впорядкована база в $\mathbb{R}^2$ (див. рис.).



Ми могли б використати цю впорядковану пару, щоб запропонувати ідею руху проти годинникової стрілки. Проблема полягає лише в тому, що існує багато впорядкованих базисів для $\mathbb{R}^2$. Наприклад, пара $(\vec{w}_1, \vec{w}_2)$ на рис. також відповідає руху проти годинникової стрілки. Отже, нам потрібне відповідне відношення еквівалентності. Ключем до визначення цього відношення є матриця, що стосується двох впорядкованих базисів.

Орієнтація

Нехай $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2)$ — два впорядковані базиси в $\mathbb{R}^2$. Припустимо, що

$$\begin{aligned}\overrightarrow{v}_1 &= a_{11}\overrightarrow{w}_1 + a_{12}\overrightarrow{w}_2,\\ \overrightarrow{v}_2 &= a_{21}\overrightarrow{w}_1 + a_{22}\overrightarrow{w}_2,\end{aligned}$$

для $a_{ij} \in \mathbb{R}$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2)$ *еквівалентні*, якщо визначник матриці

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

додатний. Оскільки ми маємо справу з базами, то знаємо, що коефіцієнти a_{ij} існують та єдині, а матриця $A = (a_{ij})$ — неособлива. Неважко помітити, що таке відношення є відношенням еквівалентності і, що ми маємо саме два класи еквівалентності, оскільки ненульовий детермінант є або додатним, або від'ємним. Ми могли б визначити орієнтацію простору $\mathbb{R}^2$ бути одним з таких класів еквівалентності. Як швидка перевірка того, що ми отримуємо те, чого хочемо, зверніть увагу, якщо $\overrightarrow{w}_1 = \overrightarrow{v}_2$ і $\overrightarrow{w}_2 = \overrightarrow{v}_1$, то

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, що детермінант матриці A дорівнює -1, а отже, впорядковані базиси $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2)$ і $(\overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_1)$ визначають різні класи еквівалентності.

Нехай $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2)$ — два впорядковані базиси в $\mathbb{R}^2$. Припустимо, що

$$\overrightarrow{v}_1 = a_{11}\overrightarrow{w}_1 + a_{12}\overrightarrow{w}_2,$$
$$\overrightarrow{v}_2 = a_{21}\overrightarrow{w}_1 + a_{22}\overrightarrow{w}_2,$$

для $a_{ij} \in \mathbb{R}$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2)$ *еквівалентні*, якщо визначник матриці

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

додатний. Оскільки ми маємо справу з базами, то знаємо, що коефіцієнти a_{ij} існують та єдині, а матриця $A = (a_{ij})$ — неособлива. Неважко помітити, що таке відношення є відношенням еквівалентності і, що ми маємо саме два класи еквівалентності, оскільки ненульовий детермінант є або додатним, або від'ємним. Ми могли б визначити орієнтацію простору $\mathbb{R}^2$ бути одним з таких класів еквівалентності. Як швидка перевірка того, що ми отримуємо те, чого хочемо, зверніть увагу, якщо $\overrightarrow{w}_1 = \overrightarrow{v}_2$ і $\overrightarrow{w}_2 = \overrightarrow{v}_1$, то

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, що детермінант матриці A дорівнює -1, а отже, впорядковані базиси $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2)$ і $(\overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_1)$ визначають різні класи еквівалентності.

Орієнтація

Нехай $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2)$ — два впорядковані базиси в $\mathbb{R}^2$. Припустимо, що

$$\overrightarrow{v}_1 = a_{11}\overrightarrow{w}_1 + a_{12}\overrightarrow{w}_2,$$
$$\overrightarrow{v}_2 = a_{21}\overrightarrow{w}_1 + a_{22}\overrightarrow{w}_2,$$

для $a_{ij} \in \mathbb{R}$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2)$ *еквівалентні*, якщо визначник матриці

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

додатний. Оскільки ми маємо справу з базами, то знаємо, що коефіцієнти a_{ij} існують та єдині, а матриця $A = (a_{ij})$ — неособлива. Неважко помітити, що таке відношення є відношенням еквівалентності і, що ми маємо саме два класи еквівалентності, оскільки ненульовий детермінант є або додатним, або від'ємним. Ми могли б визначити орієнтацію простору $\mathbb{R}^2$ бути одним з таких класів еквівалентності. Як швидка перевірка того, що ми отримуємо те, чого хочемо, зверніть увагу, якщо $\overrightarrow{w}_1 = \overrightarrow{v}_2$ і $\overrightarrow{w}_2 = \overrightarrow{v}_1$, то

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, що детермінант матриці A дорівнює -1, а отже, впорядковані базиси $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2)$ і $(\overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_1)$ визначають різні класи еквівалентності.

Нехай $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{w}_1, \vec{w}_2)$ — два впорядковані базиси в $\mathbb{R}^2$. Припустимо, що

$$\vec{v}_1 = a_{11}\vec{w}_1 + a_{12}\vec{w}_2,$$
$$\vec{v}_2 = a_{21}\vec{w}_1 + a_{22}\vec{w}_2,$$

для $a_{ij} \in \mathbb{R}$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{w}_1, \vec{w}_2)$ *еквівалентні*, якщо визначник матриці

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

додатний. Оскільки ми маємо справу з базами, то знаємо, що коефіцієнти a_{ij} існують та єдині, а матриця $A = (a_{ij})$ — неособлива. Неважко помітити, що таке відношення є відношенням еквівалентності і, що ми маємо саме два класи еквівалентності, оскільки ненульовий детермінант є або додатним, або від'ємним. Ми могли б визначити орієнтацію простору $\mathbb{R}^2$ бути одним з таких класів еквівалентності. Як швидка перевірка того, що ми отримуємо те, чого хочемо, зверніть увагу, якщо $\vec{w}_1 = \vec{v}_2$ і $\vec{w}_2 = \vec{v}_1$, то

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, що детермінант матриці A дорівнює -1, а отже, впорядковані базиси $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{v}_2, \vec{v}_1)$ визначають різні класи еквівалентності.

Нехай $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{w}_1, \vec{w}_2)$ — два впорядковані базиси в $\mathbb{R}^2$. Припустимо, що

$$\vec{v}_1 = a_{11}\vec{w}_1 + a_{12}\vec{w}_2,$$
$$\vec{v}_2 = a_{21}\vec{w}_1 + a_{22}\vec{w}_2,$$

для $a_{ij} \in \mathbb{R}$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{w}_1, \vec{w}_2)$ *еквівалентні*, якщо визначник матриці

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

додатний. Оскільки ми маємо справу з базами, то знаємо, що коефіцієнти a_{ij} існують та єдині, а матриця $A = (a_{ij})$ — неособлива. Неважко помітити, що таке відношення є відношенням еквівалентності і, що ми маємо саме два класи еквівалентності, оскільки ненульовий детермінант є або додатним, або від'ємним. Ми могли б визначити орієнтацію простору $\mathbb{R}^2$ бути одним з таких класів еквівалентності. Як швидка перевірка того, що ми отримуємо те, чого хочемо, зверніть увагу, якщо $\vec{w}_1 = \vec{v}_2$ і $\vec{w}_2 = \vec{v}_1$, то

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, що детермінант матриці A дорівнює -1, а отже, впорядковані базиси $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{v}_2, \vec{v}_1)$ визначають різні класи еквівалентності.

Орієнтація

Нехай $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{w}_1, \vec{w}_2)$ — два впорядковані базиси в $\mathbb{R}^2$. Припустимо, що

$$\vec{v}_1 = a_{11}\vec{w}_1 + a_{12}\vec{w}_2,$$
$$\vec{v}_2 = a_{21}\vec{w}_1 + a_{22}\vec{w}_2,$$

для $a_{ij} \in \mathbb{R}$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{w}_1, \vec{w}_2)$ *еквівалентні*, якщо визначник матриці

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

додатний. Оскільки ми маємо справу з базами, то знаємо, що коефіцієнти a_{ij} існують та єдині, а матриця $A = (a_{ij})$ — неособлива. Неважко помітити, що таке відношення є відношенням еквівалентності і, що ми маємо саме два класи еквівалентності, оскільки ненульовий детермінант є або додатним, або від'ємним. Ми могли б визначити орієнтацію простору $\mathbb{R}^2$ бути одним з таких класів еквівалентності. Як швидка перевірка того, що ми отримуємо те, чого хочемо, зверніть увагу, якщо $\vec{w}_1 = \vec{v}_2$ і $\vec{w}_2 = \vec{v}_1$, то

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, що детермінант матриці A дорівнює -1, а отже, впорядковані базиси $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{v}_2, \vec{v}_1)$ визначають різні класи еквівалентності.

Орієнтація

Нехай $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{w}_1, \vec{w}_2)$ — два впорядковані базиси в $\mathbb{R}^2$. Припустимо, що

$$\vec{v}_1 = a_{11}\vec{w}_1 + a_{12}\vec{w}_2,$$
$$\vec{v}_2 = a_{21}\vec{w}_1 + a_{22}\vec{w}_2,$$

для $a_{ij} \in \mathbb{R}$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{w}_1, \vec{w}_2)$ *еквівалентні*, якщо визначник матриці

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

додатний. Оскільки ми маємо справу з базами, то знаємо, що коефіцієнти a_{ij} існують та єдині, а матриця $A = (a_{ij})$ — неособлива. Неважко помітити, що таке відношення є відношенням еквівалентності і, що ми маємо саме два класи еквівалентності, оскільки ненульовий детермінант є або додатним, або від'ємним. Ми могли б визначити орієнтацію простору $\mathbb{R}^2$ бути одним з таких класів еквівалентності. Як швидка перевірка того, що ми отримуємо те, чого хочемо, зверніть увагу, якщо $\vec{w}_1 = \vec{v}_2$ і $\vec{w}_2 = \vec{v}_1$, то

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, що детермінант матриці A дорівнює -1, а отже, впорядковані базиси $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{v}_2, \vec{v}_1)$ визначають різні класи еквівалентності.

Орієнтація

Нехай $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{w}_1, \vec{w}_2)$ — два впорядковані базиси в $\mathbb{R}^2$. Припустимо, що

$$\vec{v}_1 = a_{11}\vec{w}_1 + a_{12}\vec{w}_2,$$
$$\vec{v}_2 = a_{21}\vec{w}_1 + a_{22}\vec{w}_2,$$

для $a_{ij} \in \mathbb{R}$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{w}_1, \vec{w}_2)$ *еквівалентні*, якщо визначник матриці

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

додатний. Оскільки ми маємо справу з базами, то знаємо, що коефіцієнти a_{ij} існують та єдині, а матриця $A = (a_{ij})$ — неособлива. Неважко помітити, що таке відношення є відношенням еквівалентності і, що ми маємо саме два класи еквівалентності, оскільки ненульовий детермінант є або додатним, або від'ємним. Ми могли б визначити орієнтацію простору $\mathbb{R}^2$ бути одним з таких класів еквівалентності. Як швидка перевірка того, що ми отримуємо те, чого хочемо, зверніть увагу, якщо $\vec{w}_1 = \vec{v}_2$ і $\vec{w}_2 = \vec{v}_1$, то

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, що детермінант матриці A дорівнює -1, а отже, впорядковані базиси $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{v}_2, \vec{v}_1)$ визначають різні класи еквівалентності.

Орієнтація

Нехай $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{w}_1, \vec{w}_2)$ — два впорядковані базиси в $\mathbb{R}^2$. Припустимо, що

$$\begin{aligned}\vec{v}_1 &= a_{11}\vec{w}_1 + a_{12}\vec{w}_2,\\ \vec{v}_2 &= a_{21}\vec{w}_1 + a_{22}\vec{w}_2,\end{aligned}$$

для $a_{ij} \in \mathbb{R}$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{w}_1, \vec{w}_2)$ *еквівалентні*, якщо визначник матриці

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

додатний. Оскільки ми маємо справу з базами, то знаємо, що коефіцієнти a_{ij} існують та єдині, а матриця $A = (a_{ij})$ — неособлива. Неважко помітити, що таке відношення є відношенням еквівалентності і, що ми маємо саме два класи еквівалентності, оскільки ненульовий детермінант є або додатним, або від'ємним. Ми могли б визначити орієнтацію простору $\mathbb{R}^2$ бути одним з таких класів еквівалентності. Як швидка перевірка того, що ми отримуємо те, чого хочемо, зверніть увагу, якщо $\vec{w}_1 = \vec{v}_2$ і $\vec{w}_2 = \vec{v}_1$, то

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, що детермінант матриці A дорівнює -1, а отже, впорядковані базиси $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{v}_2, \vec{v}_1)$ визначають різні класи еквівалентності.

Орієнтація

Нехай $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{w}_1, \vec{w}_2)$ — два впорядковані базиси в $\mathbb{R}^2$. Припустимо, що

$$\vec{v}_1 = a_{11}\vec{w}_1 + a_{12}\vec{w}_2,$$
$$\vec{v}_2 = a_{21}\vec{w}_1 + a_{22}\vec{w}_2,$$

для $a_{ij} \in \mathbb{R}$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{w}_1, \vec{w}_2)$ *еквівалентні*, якщо визначник матриці

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

додатний. Оскільки ми маємо справу з базами, то знаємо, що коефіцієнти a_{ij} існують та єдині, а матриця $A = (a_{ij})$ — неособлива. Неважко помітити, що таке відношення є відношенням еквівалентності і, що ми маємо саме два класи еквівалентності, оскільки ненульовий детермінант є або додатним, або від'ємним. Ми могли б визначити орієнтацію простору $\mathbb{R}^2$ бути одним з таких класів еквівалентності. Як швидка перевірка того, що ми отримуємо те, чого хочемо, зверніть увагу, якщо $\vec{w}_1 = \vec{v}_2$ і $\vec{w}_2 = \vec{v}_1$, то

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, що детермінант матриці A дорівнює -1, а отже, впорядковані базиси $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{v}_2, \vec{v}_1)$ визначають різні класи еквівалентності.

Нехай $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2)$ — два впорядковані базиси в $\mathbb{R}^2$. Припустимо, що

$$\overrightarrow{v}_1 = a_{11}\overrightarrow{w}_1 + a_{12}\overrightarrow{w}_2,$$
$$\overrightarrow{v}_2 = a_{21}\overrightarrow{w}_1 + a_{22}\overrightarrow{w}_2,$$

для $a_{ij} \in \mathbb{R}$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2)$ *еквівалентні*, якщо визначник матриці

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

додатний. Оскільки ми маємо справу з базами, то знаємо, що коефіцієнти a_{ij} існують та єдині, а матриця $A = (a_{ij})$ — неособлива. Неважко помітити, що таке відношення є відношенням еквівалентності і, що ми маємо саме два класи еквівалентності, оскільки ненульовий детермінант є або додатним, або від'ємним. Ми могли б визначити орієнтацію простору $\mathbb{R}^2$ бути одним з таких класів еквівалентності. Як швидка перевірка того, що ми отримуємо те, чого хочемо, зверніть увагу, якщо $\overrightarrow{w}_1 = \overrightarrow{v}_2$ і $\overrightarrow{w}_2 = \overrightarrow{v}_1$, то

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, що детермінант матриці A дорівнює -1, а отже, впорядковані базиси $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2)$ і $(\overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_1)$ визначають різні класи еквівалентності.

Орієнтація

Нехай $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{w}_1, \vec{w}_2)$ — два впорядковані базиси в $\mathbb{R}^2$. Припустимо, що

$$\vec{v}_1 = a_{11}\vec{w}_1 + a_{12}\vec{w}_2,$$
$$\vec{v}_2 = a_{21}\vec{w}_1 + a_{22}\vec{w}_2,$$

для $a_{ij} \in \mathbb{R}$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{w}_1, \vec{w}_2)$ *еквівалентні*, якщо визначник матриці

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

додатний. Оскільки ми маємо справу з базами, то знаємо, що коефіцієнти a_{ij} існують та єдині, а матриця $A = (a_{ij})$ — неособлива. Неважко помітити, що таке відношення є відношенням еквівалентності і, що ми маємо саме два класи еквівалентності, оскільки ненульовий детермінант є або додатним, або від'ємним. Ми могли б визначити орієнтацію простору $\mathbb{R}^2$ бути одним з таких класів еквівалентності. Як швидка перевірка того, що ми отримуємо те, чого хочемо, зверніть увагу, якщо $\vec{w}_1 = \vec{v}_2$ і $\vec{w}_2 = \vec{v}_1$, то

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, що детермінант матриці A дорівнює -1, а отже, впорядковані базиси $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{v}_2, \vec{v}_1)$ визначають різні класи еквівалентності.

Орієнтація

Нехай $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2)$ — два впорядковані базиси в $\mathbb{R}^2$. Припустимо, що

$$\overrightarrow{v}_1 = a_{11}\overrightarrow{w}_1 + a_{12}\overrightarrow{w}_2,$$
$$\overrightarrow{v}_2 = a_{21}\overrightarrow{w}_1 + a_{22}\overrightarrow{w}_2,$$

для $a_{ij} \in \mathbb{R}$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2)$ *еквівалентні*, якщо визначник матриці

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

додатний. Оскільки ми маємо справу з базами, то знаємо, що коефіцієнти a_{ij} існують та єдині, а матриця $A = (a_{ij})$ — неособлива. Неважко помітити, що таке відношення є відношенням еквівалентності і, що ми маємо саме два класи еквівалентності, оскільки ненульовий детермінант є або додатним, або від'ємним. Ми могли б визначити орієнтацію простору $\mathbb{R}^2$ бути одним з таких класів еквівалентності. Як швидка перевірка того, що ми отримуємо те, чого хочемо, зверніть увагу, якщо $\overrightarrow{w}_1 = \overrightarrow{v}_2$ і $\overrightarrow{w}_2 = \overrightarrow{v}_1$, то

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, що детермінант матриці A дорівнює -1, а отже, впорядковані базиси $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2)$ і $(\overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_1)$ визначають різні класи еквівалентності.

Орієнтація

Нехай $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2)$ — два впорядковані базиси в $\mathbb{R}^2$. Припустимо, що

$$\overrightarrow{v}_1 = a_{11}\overrightarrow{w}_1 + a_{12}\overrightarrow{w}_2,$$
$$\overrightarrow{v}_2 = a_{21}\overrightarrow{w}_1 + a_{22}\overrightarrow{w}_2,$$

для $a_{ij} \in \mathbb{R}$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2)$ *еквівалентні*, якщо визначник матриці

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

додатний. Оскільки ми маємо справу з базами, то знаємо, що коефіцієнти a_{ij} існують та єдині, а матриця $A = (a_{ij})$ — неособлива. Неважко помітити, що таке відношення є відношенням еквівалентності і, що ми маємо саме два класи еквівалентності, оскільки ненульовий детермінант є або додатним, або від'ємним. Ми могли б визначити орієнтацію простору $\mathbb{R}^2$ бути одним з таких класів еквівалентності. Як швидка перевірка того, що ми отримуємо те, чого хочемо, зверніть увагу, якщо $\overrightarrow{w}_1 = \overrightarrow{v}_2$ і $\overrightarrow{w}_2 = \overrightarrow{v}_1$, то

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, що детермінант матриці A дорівнює -1, а отже, впорядковані базиси $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2)$ і $(\overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_1)$ визначають різні класи еквівалентності.

Орієнтація

Нехай $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{w}_1, \vec{w}_2)$ — два впорядковані базиси в $\mathbb{R}^2$. Припустимо, що

$$\vec{v}_1 = a_{11}\vec{w}_1 + a_{12}\vec{w}_2,$$
$$\vec{v}_2 = a_{21}\vec{w}_1 + a_{22}\vec{w}_2,$$

для $a_{ij} \in \mathbb{R}$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{w}_1, \vec{w}_2)$ *еквівалентні*, якщо визначник матриці

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

додатний. Оскільки ми маємо справу з базами, то знаємо, що коефіцієнти a_{ij} існують та єдині, а матриця $A = (a_{ij})$ — неособлива. Неважко помітити, що таке відношення є відношенням еквівалентності і, що ми маємо саме два класи еквівалентності, оскільки ненульовий детермінант є або додатним, або від'ємним. Ми могли б визначити орієнтацію простору $\mathbb{R}^2$ бути одним з таких класів еквівалентності. Як швидка перевірка того, що ми отримуємо те, чого хочемо, зверніть увагу, якщо $\vec{w}_1 = \vec{v}_2$ і $\vec{w}_2 = \vec{v}_1$, то

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, що детермінант матриці A дорівнює -1, а отже, впорядковані базиси $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{v}_2, \vec{v}_1)$ визначають різні класи еквівалентності.

Нехай $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2)$ — два впорядковані базиси в $\mathbb{R}^2$. Припустимо, що

$$\begin{aligned}\overrightarrow{v}_1 &= a_{11}\overrightarrow{w}_1 + a_{12}\overrightarrow{w}_2,\\ \overrightarrow{v}_2 &= a_{21}\overrightarrow{w}_1 + a_{22}\overrightarrow{w}_2,\end{aligned}$$

для $a_{ij} \in \mathbb{R}$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2)$ *еквівалентні*, якщо визначник матриці

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

додатний. Оскільки ми маємо справу з базами, то знаємо, що коефіцієнти a_{ij} існують та єдині, а матриця $A = (a_{ij})$ — неособлива. Неважко помітити, що таке відношення є відношенням еквівалентності і, що ми маємо саме два класи еквівалентності, оскільки ненульовий детермінант є або додатним, або від'ємним. Ми могли б визначити орієнтацію простору $\mathbb{R}^2$ бути одним з таких класів еквівалентності. Як швидка перевірка того, що ми отримуємо те, чого хочемо, зверніть увагу, якщо $\overrightarrow{w}_1 = \overrightarrow{v}_2$ і $\overrightarrow{w}_2 = \overrightarrow{v}_1$, то

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, що детермінант матриці A дорівнює -1, а отже, впорядковані базиси $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2)$ і $(\overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_1)$ визначають різні класи еквівалентності.

Нехай $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{w}_1, \vec{w}_2)$ — два впорядковані базиси в $\mathbb{R}^2$. Припустимо, що

$$\vec{v}_1 = a_{11}\vec{w}_1 + a_{12}\vec{w}_2,$$
$$\vec{v}_2 = a_{21}\vec{w}_1 + a_{22}\vec{w}_2,$$

для $a_{ij} \in \mathbb{R}$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{w}_1, \vec{w}_2)$ *еквівалентні*, якщо визначник матриці

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

додатний. Оскільки ми маємо справу з базами, то знаємо, що коефіцієнти a_{ij} існують та єдині, а матриця $A = (a_{ij})$ — неособлива. Неважко помітити, що таке відношення є відношенням еквівалентності і, що ми маємо саме два класи еквівалентності, оскільки ненульовий детермінант є або додатним, або від'ємним. Ми могли б визначити орієнтацію простору $\mathbb{R}^2$ бути одним з таких класів еквівалентності. Як швидка перевірка того, що ми отримуємо те, чого хочемо, зверніть увагу, якщо $\vec{w}_1 = \vec{v}_2$ і $\vec{w}_2 = \vec{v}_1$, то

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, що детермінант матриці A дорівнює -1, а отже, впорядковані базиси $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{v}_2, \vec{v}_1)$ визначають різні класи еквівалентності.

Нехай $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{w}_1, \vec{w}_2)$ — два впорядковані базиси в $\mathbb{R}^2$. Припустимо, що

$$\begin{aligned}\vec{v}_1 &= a_{11}\vec{w}_1 + a_{12}\vec{w}_2,\\ \vec{v}_2 &= a_{21}\vec{w}_1 + a_{22}\vec{w}_2,\end{aligned}$$

для $a_{ij} \in \mathbb{R}$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{w}_1, \vec{w}_2)$ *еквівалентні*, якщо визначник матриці

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

додатний. Оскільки ми маємо справу з базами, то знаємо, що коефіцієнти a_{ij} існують та єдині, а матриця $A = (a_{ij})$ — неособлива. Неважко помітити, що таке відношення є відношенням еквівалентності і, що ми маємо саме два класи еквівалентності, оскільки ненульовий детермінант є або додатним, або від'ємним. Ми могли б визначити орієнтацію простору $\mathbb{R}^2$ бути одним з таких класів еквівалентності. Як швидка перевірка того, що ми отримуємо те, чого хочемо, зверніть увагу, якщо $\vec{w}_1 = \vec{v}_2$ і $\vec{w}_2 = \vec{v}_1$, то

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, що детермінант матриці A дорівнює -1, а отже, впорядковані базиси $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{v}_2, \vec{v}_1)$ визначають різні класи еквівалентності.

Нехай $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2)$ — два впорядковані базиси в $\mathbb{R}^2$. Припустимо, що

$$\overrightarrow{v}_1 = a_{11}\overrightarrow{w}_1 + a_{12}\overrightarrow{w}_2,$$
$$\overrightarrow{v}_2 = a_{21}\overrightarrow{w}_1 + a_{22}\overrightarrow{w}_2,$$

для $a_{ij} \in \mathbb{R}$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2)$ *еквівалентні*, якщо визначник матриці

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

додатний. Оскільки ми маємо справу з базами, то знаємо, що коефіцієнти a_{ij} існують та єдині, а матриця $A = (a_{ij})$ — неособлива. Неважко помітити, що таке відношення є відношенням еквівалентності і, що ми маємо саме два класи еквівалентності, оскільки ненульовий детермінант є або додатним, або від'ємним. Ми могли б визначити орієнтацію простору $\mathbb{R}^2$ бути одним з таких класів еквівалентності. Як швидка перевірка того, що ми отримуємо те, чого хочемо, зверніть увагу, якщо $\overrightarrow{w}_1 = \overrightarrow{v}_2$ і $\overrightarrow{w}_2 = \overrightarrow{v}_1$, то

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, що детермінант матриці A дорівнює -1, а отже, впорядковані базиси $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2)$ і $(\overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_1)$ визначають різні класи еквівалентності.

Нехай $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{w}_1, \vec{w}_2)$ — два впорядковані базиси в $\mathbb{R}^2$. Припустимо, що

$$\vec{v}_1 = a_{11}\vec{w}_1 + a_{12}\vec{w}_2,$$
$$\vec{v}_2 = a_{21}\vec{w}_1 + a_{22}\vec{w}_2,$$

для $a_{ij} \in \mathbb{R}$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{w}_1, \vec{w}_2)$ *еквівалентні*, якщо визначник матриці

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

додатний. Оскільки ми маємо справу з базами, то знаємо, що коефіцієнти a_{ij} існують та єдині, а матриця $A = (a_{ij})$ — неособлива. Неважко помітити, що таке відношення є відношенням еквівалентності і, що ми маємо саме два класи еквівалентності, оскільки ненульовий детермінант є або додатним, або від'ємним. Ми могли б визначити орієнтацію простору $\mathbb{R}^2$ бути одним з таких класів еквівалентності. Як швидка перевірка того, що ми отримуємо те, чого хочемо, зверніть увагу, якщо $\vec{w}_1 = \vec{v}_2$ і $\vec{w}_2 = \vec{v}_1$, то

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, що детермінант матриці A дорівнює -1, а отже, впорядковані базиси $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{v}_2, \vec{v}_1)$ визначають різні класи еквівалентності.

Орієнтація

Нехай $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{w}_1, \vec{w}_2)$ — два впорядковані базиси в $\mathbb{R}^2$. Припустимо, що

$$\vec{v}_1 = a_{11}\vec{w}_1 + a_{12}\vec{w}_2,$$
$$\vec{v}_2 = a_{21}\vec{w}_1 + a_{22}\vec{w}_2,$$

для $a_{ij} \in \mathbb{R}$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{w}_1, \vec{w}_2)$ *еквівалентні*, якщо визначник матриці

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

додатний. Оскільки ми маємо справу з базами, то знаємо, що коефіцієнти a_{ij} існують та єдині, а матриця $A = (a_{ij})$ — неособлива. Неважко помітити, що таке відношення є відношенням еквівалентності і, що ми маємо саме два класи еквівалентності, оскільки ненульовий детермінант є або додатним, або від'ємним. Ми могли б визначити орієнтацію простору $\mathbb{R}^2$ бути одним з таких класів еквівалентності. Як швидка перевірка того, що ми отримуємо те, чого хочемо, зверніть увагу, якщо $\vec{w}_1 = \vec{v}_2$ і $\vec{w}_2 = \vec{v}_1$, то

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, що детермінант матриці A дорівнює -1, а отже, впорядковані базиси $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ і $(\vec{v}_2, \vec{v}_1)$ визначають різні класи еквівалентності.

Оскільки ми використовували лише концепції векторного простору, то легко узагальнити те, що ми щойно зробили.

Означення 1.8.2

Нехай $\mathscr{B}_1 = (\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n)$ і $\mathscr{B}_2 = (\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2, \ldots, \overrightarrow{w}_n)$ — впорядковані базиси для векторного простору V і нехай

$$\overrightarrow{w}_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \overrightarrow{v}_j, \qquad \text{де } a_{ij} \in \mathbb{R},$$

для всіх $i = 1, \ldots, n$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $\mathscr{B}_1$ і $\mathscr{B}_2$ *еквівалентні*, і записуватимемо це $\mathscr{B}_1 \sim \mathscr{B}_2$, якщо детермінант матриці (a_{ij}) додатний.

Доведення наступної леми очевидне.

Лема 1.8.3

$\sim$ — відношення еквівалентності на множині впорядкованих базисів для векторного простору V з рівно двома класами еквівалентності.

Означення 1.8.4

Орієнтацією векторного простору V називається клас еквівалентності впорядкованого базису векторного простору V стосовно відношення $\sim$. Для однієї фіксованої орієнтації векторного простору V інша його орієнтація називається *протилежною орієнтацією*. Клас еквівалентності впорядкованого базису $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n)$ за відношенням $\sim$ будемо позначати $[\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n]$. У цьому випадку будемо говорити, що впорядкований базис $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n)$ *індукує* або *визначає* орієнтацію $[\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n]$ векторного простору V. *Орієнтований векторний простір* — це пара (V, σ), де V — векторний простір, а σ — його орієнтація.

Орієнтація

Оскільки ми використовували лише концепції векторного простору, то легко узагальнити те, що ми щойно зробили.

Означення 1.8.2

Нехай $\mathscr{B}_1 = (\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n)$ і $\mathscr{B}_2 = (\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2, \ldots, \overrightarrow{w}_n)$ — впорядковані базиси для векторного простору V і нехай

$$\overrightarrow{w}_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \overrightarrow{v}_j, \qquad \text{де } a_{ij} \in \mathbb{R},$$

для всіх $i = 1, \ldots, n$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $\mathscr{B}_1$ і $\mathscr{B}_2$ *еквівалентні*, і записуватимемо це $\mathscr{B}_1 \sim \mathscr{B}_2$, якщо детермінант матриці (a_{ij}) додатний.

Доведення наступної леми очевидне.

Лема 1.8.3

$\sim$ — відношення еквівалентності на множині впорядкованих базисів для векторного простору V з рівно двома класами еквівалентності.

Означення 1.8.4

Орієнтацією векторного простору V називається клас еквівалентності впорядкованого базису векторного простору V стосовно відношення $\sim$. Для однієї фіксованої орієнтації векторного простору V інша його орієнтація називається *протилежною орієнтацією*. Клас еквівалентності впорядкованого базису $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n)$ за відношенням $\sim$ будемо позначати $[\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n]$. У цьому випадку будемо говорити, що впорядкований базис $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n)$ *індукує* або *визначає* орієнтацію $[\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n]$ векторного простору V. *Орієнтований векторний простір* — це пара (V, σ), де V — векторний простір, а σ — його орієнтація.

Орієнтація

Оскільки ми використовували лише концепції векторного простору, то легко узагальнити те, що ми щойно зробили.

Означення 1.8.2

Нехай $\mathscr{B}_1 = (\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n)$ і $\mathscr{B}_2 = (\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2, \ldots, \overrightarrow{w}_n)$ — впорядковані базиси для векторного простору V і нехай

$$\overrightarrow{w}_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \overrightarrow{v}_j, \qquad \text{де } a_{ij} \in \mathbb{R},$$

для всіх $i = 1, \ldots, n$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $\mathscr{B}_1$ і $\mathscr{B}_2$ *еквівалентні*, і записуватимемо це $\mathscr{B}_1 \sim \mathscr{B}_2$, якщо детермінант матриці (a_{ij}) додатний.

Доведення наступної леми очевидне.

Лема 1.8.3

$\sim$ — відношення еквівалентності на множині впорядкованих базисів для векторного простору V з рівно двома класами еквівалентності.

Означення 1.8.4

Орієнтацією векторного простору V називається клас еквівалентності впорядкованого базису векторного простору V стосовно відношення $\sim$. Для однієї фіксованої орієнтації векторного простору V інша його орієнтація називається *протилежною орієнтацією*. Клас еквівалентності впорядкованого базису $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n)$ за відношенням $\sim$ будемо позначати $[\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n]$. У цьому випадку будемо говорити, що впорядкований базис $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n)$ *індукує* або *визначає* орієнтацію $[\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n]$ векторного простору V. *Орієнтований векторний простір* — це пара (V, σ), де V — векторний простір, а σ — його орієнтація.

Оскільки ми використовували лише концепції векторного простору, то легко узагальнити те, що ми щойно зробили.

Означення 1.8.2

Нехай $\mathscr{B}_1 = (\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n)$ і $\mathscr{B}_2 = (\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2, \ldots, \overrightarrow{w}_n)$ — впорядковані базиси для векторного простору V і нехай

$$\overrightarrow{w}_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\overrightarrow{v}_j, \qquad \text{де } a_{ij} \in \mathbb{R},$$

для всіх $i = 1, \ldots, n$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $\mathscr{B}_1$ і $\mathscr{B}_2$ *еквівалентні*, і записуватимемо це $\mathscr{B}_1 \sim \mathscr{B}_2$, якщо детермінант матриці (a_{ij}) додатний.

Доведення наступної леми очевидне.

Лема 1.8.3

$\sim$ — відношення еквівалентності на множині впорядкованих базисів для векторного простору V з рівно двома класами еквівалентності.

Означення 1.8.4

Орієнтацією векторного простору V називається клас еквівалентності впорядкованого базису векторного простору V стосовно відношення $\sim$. Для однієї фіксованої орієнтації векторного простору V інша його орієнтація називається *протилежною орієнтацією*. Клас еквівалентності впорядкованого базису $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n)$ за відношенням $\sim$ будемо позначати $[\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n]$. У цьому випадку будемо говорити, що впорядкований базис $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n)$ *індукує* або *визначає* орієнтацію $[\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n]$ векторного простору V. *Орієнтований векторний простір* — це пара (V, σ), де V — векторний простір, а σ — його орієнтація.

Орієнтація

Оскільки ми використовували лише концепції векторного простору, то легко узагальнити те, що ми щойно зробили.

Означення 1.8.2

Нехай $\mathscr{B}_1 = (\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $\mathscr{B}_2 = (\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n)$ — впорядковані базиси для векторного простору $\boldsymbol{V}$ і нехай

$$\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_j, \qquad \text{де } a_{ij} \in \mathbb{R},$$

для всіх $i = 1, \ldots, n$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $\mathscr{B}_1$ і $\mathscr{B}_2$ *еквівалентні*, і записуватимемо це $\mathscr{B}_1 \sim \mathscr{B}_2$, якщо детермінант матриці (a_{ij}) додатний.

Доведення наступної леми очевидне.

Лема 1.8.3

$\sim$ — відношення еквівалентності на множині впорядкованих базисів для векторного простору $\boldsymbol{V}$ з рівно двома класами еквівалентності.

Означення 1.8.4

Орієнтацією векторного простору $\boldsymbol{V}$ називається клас еквівалентності впорядкованого базису векторного простору $\boldsymbol{V}$ стосовно відношення $\sim$. Для однієї фіксованої орієнтації векторного простору $\boldsymbol{V}$ інша його орієнтація називається *протилежною орієнтацією*. Клас еквівалентності впорядкованого базису $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ за відношенням $\sim$ будемо позначати $[\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n]$. У цьому випадку будемо говорити, що впорядкований базис $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ *індукує* або *визначає* орієнтацію $[\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n]$ векторного простору $\boldsymbol{V}$. *Орієнтований векторний простір* — це пара $(\boldsymbol{V}, \sigma)$, де $\boldsymbol{V}$ — векторний простір, а σ — його орієнтація.

Орієнтація

Оскільки ми використовували лише концепції векторного простору, то легко узагальнити те, що ми щойно зробили.

Означення 1.8.2

Нехай $\mathscr{B}_1 = (\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $\mathscr{B}_2 = (\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n)$ — впорядковані базиси для векторного простору $\boldsymbol{V}$ і нехай

$$\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_j, \qquad \text{де } a_{ij} \in \mathbb{R},$$

для всіх $i = 1, \ldots, n$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $\mathscr{B}_1$ і $\mathscr{B}_2$ *еквівалентні*, і записуватимемо це $\mathscr{B}_1 \sim \mathscr{B}_2$, якщо детермінант матриці (a_{ij}) додатний.

Доведення наступної леми очевидне.

Лема 1.8.3

$\sim$ — відношення еквівалентності на множині впорядкованих базисів для векторного простору $\boldsymbol{V}$ з рівно двома класами еквівалентності.

Означення 1.8.4

Орієнтацією векторного простору $\boldsymbol{V}$ називається клас еквівалентності впорядкованого базису векторного простору $\boldsymbol{V}$ стосовно відношення $\sim$. Для однієї фіксованої орієнтації векторного простору $\boldsymbol{V}$ інша його орієнтація називається *протилежною орієнтацією*. Клас еквівалентності впорядкованого базису $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ за відношенням $\sim$ будемо позначати $[\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n]$. У цьому випадку будемо говорити, що впорядкований базис $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ *індукує* або *визначає* орієнтацію $[\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n]$ векторного простору $\boldsymbol{V}$. *Орієнтований векторний простір* — це пара $(\boldsymbol{V}, \sigma)$, де $\boldsymbol{V}$ — векторний простір, а σ — його орієнтація.

Оскільки ми використовували лише концепції векторного простору, то легко узагальнити те, що ми щойно зробили.

Означення 1.8.2

Нехай $\mathscr{B}_1 = (\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n)$ і $\mathscr{B}_2 = (\vec{\boldsymbol{w}}_1, \vec{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{w}}_n)$ — впорядковані базиси для векторного простору $\boldsymbol{V}$ і нехай

$$\vec{\boldsymbol{w}}_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \vec{\boldsymbol{v}}_j, \qquad \text{де } a_{ij} \in \mathbb{R},$$

для всіх $i = 1, \ldots, n$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $\mathscr{B}_1$ і $\mathscr{B}_2$ *еквівалентні*, і записуватимемо це $\mathscr{B}_1 \sim \mathscr{B}_2$, якщо детермінант матриці (a_{ij}) додатний.

Доведення наступної леми очевидне.

Лема 1.8.3

$\sim$ — відношення еквівалентності на множині впорядкованих базисів для векторного простору V з рівно двома класами еквівалентності.

Означення 1.8.4

Орієнтацією векторного простору V називається клас еквівалентності впорядкованого базису векторного простору V стосовно відношення $\sim$. Для однієї фіксованої орієнтації векторного простору V інша його орієнтація називається *протилежною орієнтацією*. Клас еквівалентності впорядкованого базису $(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_n)$ за відношенням $\sim$ будемо позначати $[\vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_n]$. У цьому випадку будемо говорити, що впорядкований базис $(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_n)$ *індукує* або *визначає* орієнтацію $[\vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_n]$ векторного простору V. *Орієнтований векторний простір* — це пара (V, σ), де V — векторний простір, а σ — його орієнтація.

Орієнтація

Оскільки ми використовували лише концепції векторного простору, то легко узагальнити те, що ми щойно зробили.

Означення 1.8.2

Нехай $\mathscr{B}_1 = (\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $\mathscr{B}_2 = (\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n)$ — впорядковані базиси для векторного простору $\boldsymbol{V}$ і нехай

$$\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_j, \qquad \text{де } a_{ij} \in \mathbb{R},$$

для всіх $i = 1, \ldots, n$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $\mathscr{B}_1$ і $\mathscr{B}_2$ *еквівалентні*, і записуватимемо це $\mathscr{B}_1 \sim \mathscr{B}_2$, якщо детермінант матриці (a_{ij}) додатний.

Доведення наступної леми очевидне.

Лема 1.8.3

$\sim$ — відношення еквівалентності на множині впорядкованих базисів для векторного простору V з рівно двома класами еквівалентності.

Означення 1.8.4

Орієнтацією векторного простору V називається клас еквівалентності впорядкованого базису векторного простору V стосовно відношення $\sim$. Для однієї фіксованої орієнтації векторного простору V інша його орієнтація називається *протилежною орієнтацією*. Клас еквівалентності впорядкованого базису $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n)$ за відношенням $\sim$ будемо позначати $[\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n]$. У цьому випадку будемо говорити, що впорядкований базис $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n)$ *індукує* або *визначає* орієнтацію $[\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n]$ векторного простору V. *Орієнтований векторний простір* — це пара (V, σ), де V — векторний простір, а σ — його орієнтація.

Орієнтація

Оскільки ми використовували лише концепції векторного простору, то легко узагальнити те, що ми щойно зробили.

Означення 1.8.2

Нехай $\mathscr{B}_1 = (\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $\mathscr{B}_2 = (\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n)$ — впорядковані базиси для векторного простору $\boldsymbol{V}$ і нехай

$$\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_j, \qquad \text{де } a_{ij} \in \mathbb{R},$$

для всіх $i = 1, \ldots, n$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $\mathscr{B}_1$ і $\mathscr{B}_2$ *еквівалентні*, і записуватимемо це $\mathscr{B}_1 \sim \mathscr{B}_2$, якщо детермінант матриці (a_{ij}) додатний.

Доведення наступної леми очевидне.

Лема 1.8.3

$\sim$ — відношення еквівалентності на множині впорядкованих базисів для векторного простору V з рівно двома класами еквівалентності.

Означення 1.8.4

Орієнтацією векторного простору V називається клас еквівалентності впорядкованого базису векторного простору V стосовно відношення $\sim$. Для однієї фіксованої орієнтації векторного простору V інша його орієнтація називається *протилежною орієнтацією*. Клас еквівалентності впорядкованого базису $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n)$ за відношенням $\sim$ будемо позначати $[\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n]$. У цьому випадку будемо говорити, що впорядкований базис $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n)$ *індукує* або *визначає* орієнтацію $[\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n]$ векторного простору V. *Орієнтований векторний простір* — це пара (V, σ), де V — векторний простір, а σ — його орієнтація.

Орієнтація

Оскільки ми використовували лише концепції векторного простору, то легко узагальнити те, що ми щойно зробили.

Означення 1.8.2

Нехай $\mathscr{B}_1 = (\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n)$ і $\mathscr{B}_2 = (\vec{\boldsymbol{w}}_1, \vec{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{w}}_n)$ — впорядковані базиси для векторного простору $\boldsymbol{V}$ і нехай

$$\vec{\boldsymbol{w}}_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \vec{\boldsymbol{v}}_j, \qquad \text{де } a_{ij} \in \mathbb{R},$$

для всіх $i = 1, \ldots, n$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $\mathscr{B}_1$ і $\mathscr{B}_2$ *еквівалентні*, і записуватимемо це $\mathscr{B}_1 \sim \mathscr{B}_2$, якщо детермінант матриці (a_{ij}) додатний.

Доведення наступної леми очевидне.

Лема 1.8.3

$\sim$ — відношення еквівалентності на множині впорядкованих базисів для векторного простору V з рівно двома класами еквівалентності.

Означення 1.8.4

Орієнтацією векторного простору V називається клас еквівалентності впорядкованого базису векторного простору V стосовно відношення $\sim$. Для однієї фіксованої орієнтації векторного простору V інша його орієнтація називається *протилежною орієнтацією*. Клас еквівалентності впорядкованого базису $(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_n)$ за відношенням $\sim$ будемо позначати $[\vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_n]$. У цьому випадку будемо говорити, що впорядкований базис $(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_n)$ *індукує* або *визначає* орієнтацію $[\vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_n]$ векторного простору V. *Орієнтований векторний простір* — це пара (V, σ), де V — векторний простір, а σ — його орієнтація.

Орієнтація

Оскільки ми використовували лише концепції векторного простору, то легко узагальнити те, що ми щойно зробили.

Означення 1.8.2

Нехай $\mathscr{B}_1 = (\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n)$ і $\mathscr{B}_2 = (\vec{\boldsymbol{w}}_1, \vec{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{w}}_n)$ — впорядковані базиси для векторного простору $\boldsymbol{V}$ і нехай

$$\vec{\boldsymbol{w}}_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \vec{\boldsymbol{v}}_j, \qquad \text{де } a_{ij} \in \mathbb{R},$$

для всіх $i = 1, \ldots, n$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $\mathscr{B}_1$ і $\mathscr{B}_2$ *еквівалентні*, і записуватимемо це $\mathscr{B}_1 \sim \mathscr{B}_2$, якщо детермінант матриці (a_{ij}) додатний.

Доведення наступної леми очевидне.

Лема 1.8.3

$\sim$ — відношення еквівалентності на множині впорядкованих базисів для векторного простору V з рівно двома класами еквівалентності.

Означення 1.8.4

Орієнтацією векторного простору V називається клас еквівалентності впорядкованого базису векторного простору V стосовно відношення $\sim$. Для однієї фіксованої орієнтації векторного простору V інша його орієнтація називається *протилежною орієнтацією*. Клас еквівалентності впорядкованого базису $(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_n)$ за відношенням $\sim$ будемо позначати $[\vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_n]$. У цьому випадку будемо говорити, що впорядкований базис $(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_n)$ *індукує* або *визначає* орієнтацію $[\vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_n]$ векторного простору V. *Орієнтований векторний простір* — це пара (V, σ), де V — векторний простір, а σ — його орієнтація.

Орієнтація

Оскільки ми використовували лише концепції векторного простору, то легко узагальнити те, що ми щойно зробили.

Означення 1.8.2

Нехай $\mathscr{B}_1 = (\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n)$ і $\mathscr{B}_2 = (\vec{\boldsymbol{w}}_1, \vec{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{w}}_n)$ — впорядковані базиси для векторного простору $\boldsymbol{V}$ і нехай

$$\vec{\boldsymbol{w}}_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \vec{\boldsymbol{v}}_j, \qquad \text{де } a_{ij} \in \mathbb{R},$$

для всіх $i = 1, \ldots, n$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $\mathscr{B}_1$ і $\mathscr{B}_2$ *еквівалентні*, і записуватимемо це $\mathscr{B}_1 \sim \mathscr{B}_2$, якщо детермінант матриці (a_{ij}) додатний.

Доведення наступної леми очевидне.

Лема 1.8.3

$\sim$ — відношення еквівалентності на множині впорядкованих базисів для векторного простору V з рівно двома класами еквівалентності.

Означення 1.8.4

Орієнтацією векторного простору V називається клас еквівалентності впорядкованого базису векторного простору V стосовно відношення $\sim$. Для однієї фіксованої орієнтації векторного простору V інша його орієнтація називається *протилежною орієнтацією*. Клас еквівалентності впорядкованого базису $(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_n)$ за відношенням $\sim$ будемо позначати $[\vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_n]$. У цьому випадку будемо говорити, що впорядкований базис $(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_n)$ *індукує* або *визначає* орієнтацію $[\vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_n]$ векторного простору V. *Орієнтований векторний простір* — це пара (V, σ), де V — векторний простір, а σ — його орієнтація.

Орієнтація

Оскільки ми використовували лише концепції векторного простору, то легко узагальнити те, що ми щойно зробили.

Означення 1.8.2

Нехай $\mathscr{B}_1 = (\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n)$ і $\mathscr{B}_2 = (\vec{\boldsymbol{w}}_1, \vec{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{w}}_n)$ — впорядковані базиси для векторного простору $\boldsymbol{V}$ і нехай

$$\vec{\boldsymbol{w}}_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \vec{\boldsymbol{v}}_j, \qquad \text{де } a_{ij} \in \mathbb{R},$$

для всіх $i = 1, \ldots, n$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $\mathscr{B}_1$ і $\mathscr{B}_2$ *еквівалентні*, і записуватимемо це $\mathscr{B}_1 \sim \mathscr{B}_2$, якщо детермінант матриці (a_{ij}) додатний.

Доведення наступної леми очевидне.

Лема 1.8.3

$\sim$ — відношення еквівалентності на множині впорядкованих базисів для векторного простору $\boldsymbol{V}$ з рівно двома класами еквівалентності.

Означення 1.8.4

Орієнтацією векторного простору $\boldsymbol{V}$ називається клас еквівалентності впорядкованого базису векторного простору $\boldsymbol{V}$ стосовно відношення $\sim$. Для однієї фіксованої орієнтації векторного простору $\boldsymbol{V}$ інша його орієнтація називається *протилежною орієнтацією*. Клас еквівалентності впорядкованого базису $(\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n)$ за відношенням $\sim$ будемо позначати $[\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n]$. У цьому випадку будемо говорити, що впорядкований базис $(\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n)$ *індукує* або *визначає* орієнтацію $[\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n]$ векторного простору $\boldsymbol{V}$. *Орієнтований векторний простір* — це пара $(\boldsymbol{V}, \sigma)$, де $\boldsymbol{V}$ — векторний простір, а σ — його орієнтація.

Орієнтація

Оскільки ми використовували лише концепції векторного простору, то легко узагальнити те, що ми щойно зробили.

Означення 1.8.2

Нехай $\mathscr{B}_1 = (\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n)$ і $\mathscr{B}_2 = (\vec{\boldsymbol{w}}_1, \vec{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{w}}_n)$ — впорядковані базиси для векторного простору $\boldsymbol{V}$ і нехай

$$\vec{\boldsymbol{w}}_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \vec{\boldsymbol{v}}_j, \qquad \text{де } a_{ij} \in \mathbb{R},$$

для всіх $i = 1, \ldots, n$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $\mathscr{B}_1$ і $\mathscr{B}_2$ *еквівалентні*, і записуватимемо це $\mathscr{B}_1 \sim \mathscr{B}_2$, якщо детермінант матриці (a_{ij}) додатний.

Доведення наступної леми очевидне.

Лема 1.8.3

$\sim$ — відношення еквівалентності на множині впорядкованих базисів для векторного простору $\boldsymbol{V}$ з рівно двома класами еквівалентності.

Означення 1.8.4

Орієнтацією векторного простору $\boldsymbol{V}$ називається клас еквівалентності впорядкованого базису векторного простору $\boldsymbol{V}$ стосовно відношення $\sim$. Для однієї фіксованої орієнтації векторного простору $\boldsymbol{V}$ інша його орієнтація називається *протилежною орієнтацією*. Клас еквівалентності впорядкованого базису $(\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n)$ за відношенням $\sim$ будемо позначати $[\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n]$. У цьому випадку будемо говорити, що впорядкований базис $(\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n)$ *індукує* або *визначає* орієнтацію $[\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n]$ векторного простору $\boldsymbol{V}$. *Орієнтований векторний простір* — це пара $(\boldsymbol{V}, \sigma)$, де $\boldsymbol{V}$ — векторний простір, а σ — його орієнтація.

Орієнтація

Оскільки ми використовували лише концепції векторного простору, то легко узагальнити те, що ми щойно зробили.

Означення 1.8.2

Нехай $\mathscr{B}_1 = (\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $\mathscr{B}_2 = (\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n)$ — впорядковані базиси для векторного простору $\boldsymbol{V}$ і нехай

$$\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_j, \qquad \text{де } a_{ij} \in \mathbb{R},$$

для всіх $i = 1, \ldots, n$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $\mathscr{B}_1$ і $\mathscr{B}_2$ *еквівалентні*, і записуватимемо це $\mathscr{B}_1 \sim \mathscr{B}_2$, якщо детермінант матриці (a_{ij}) додатний.

Доведення наступної леми очевидне.

Лема 1.8.3

$\sim$ — відношення еквівалентності на множині впорядкованих базисів для векторного простору $\boldsymbol{V}$ з рівно двома класами еквівалентності.

Означення 1.8.4

Орієнтацією векторного простору $\boldsymbol{V}$ називається клас еквівалентності впорядкованого базису векторного простору $\boldsymbol{V}$ стосовно відношення $\sim$. Для однієї фіксованої орієнтації векторного простору $\boldsymbol{V}$ інша його орієнтація називається *протилежною орієнтацією*. Клас еквівалентності впорядкованого базису $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ за відношенням $\sim$ будемо позначати $[\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n]$. У цьому випадку будемо говорити, що впорядкований базис $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ *індукує* або *визначає* орієнтацію $[\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n]$ векторного простору $\boldsymbol{V}$. *Орієнтований векторний простір* — це пара $(\boldsymbol{V}, \boldsymbol{\sigma})$, де $\boldsymbol{V}$ — векторний простір, а $\boldsymbol{\sigma}$ — його орієнтація.

Оскільки ми використовували лише концепції векторного простору, то легко узагальнити те, що ми щойно зробили.

Означення 1.8.2

Нехай $\mathscr{B}_1 = (\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n)$ і $\mathscr{B}_2 = (\vec{\boldsymbol{w}}_1, \vec{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{w}}_n)$ — впорядковані базиси для векторного простору $\boldsymbol{V}$ і нехай

$$\vec{\boldsymbol{w}}_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \vec{\boldsymbol{v}}_j, \qquad \text{де } a_{ij} \in \mathbb{R},$$

для всіх $i = 1, \ldots, n$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $\mathscr{B}_1$ і $\mathscr{B}_2$ *еквівалентні*, і записуватимемо це $\mathscr{B}_1 \sim \mathscr{B}_2$, якщо детермінант матриці (a_{ij}) додатний.

Доведення наступної леми очевидне.

Лема 1.8.3

$\sim$ — відношення еквівалентності на множині впорядкованих базисів для векторного простору $\boldsymbol{V}$ з рівно двома класами еквівалентності.

Означення 1.8.4

Орієнтацією векторного простору $\boldsymbol{V}$ називається клас еквівалентності впорядкованого базису векторного простору $\boldsymbol{V}$ стосовно відношення $\sim$. Для однієї фіксованої орієнтації векторного простору $\boldsymbol{V}$ інша його орієнтація називається *протилежною орієнтацією*. Клас еквівалентності впорядкованого базису $(\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n)$ за відношенням $\sim$ будемо позначати $[\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n]$. У цьому випадку будемо говорити, що впорядкований базис $(\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n)$ *індукує* або *визначає* орієнтацію $[\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n]$ векторного простору $\boldsymbol{V}$. *Орієнтований векторний простір* — це пара $(\boldsymbol{V}, \boldsymbol{\sigma})$, де $\boldsymbol{V}$ — векторний простір, а $\boldsymbol{\sigma}$ — його орієнтація.

Оскільки ми використовували лише концепції векторного простору, то легко узагальнити те, що ми щойно зробили.

Означення 1.8.2

Нехай $\mathscr{B}_1 = (\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n)$ і $\mathscr{B}_2 = (\vec{\boldsymbol{w}}_1, \vec{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{w}}_n)$ — впорядковані базиси для векторного простору $\boldsymbol{V}$ і нехай

$$\vec{\boldsymbol{w}}_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \vec{\boldsymbol{v}}_j, \qquad \text{де } a_{ij} \in \mathbb{R},$$

для всіх $i = 1, \ldots, n$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $\mathscr{B}_1$ і $\mathscr{B}_2$ *еквівалентні*, і записуватимемо це $\mathscr{B}_1 \sim \mathscr{B}_2$, якщо детермінант матриці (a_{ij}) додатний.

Доведення наступної леми очевидне.

Лема 1.8.3

$\sim$ — відношення еквівалентності на множині впорядкованих базисів для векторного простору $\boldsymbol{V}$ з рівно двома класами еквівалентності.

Означення 1.8.4

Орієнтацією векторного простору $\boldsymbol{V}$ називається клас еквівалентності впорядкованого базису векторного простору $\boldsymbol{V}$ стосовно відношення $\sim$. Для однієї фіксованої орієнтації векторного простору $\boldsymbol{V}$ інша його орієнтація називається *протилежною орієнтацією*. Клас еквівалентності впорядкованого базису $(\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n)$ за відношенням $\sim$ будемо позначати $[\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n]$. У цьому випадку будемо говорити, що впорядкований базис $(\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n)$ *індукує* або *визначає* орієнтацію $[\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n]$ векторного простору $\boldsymbol{V}$. *Орієнтований векторний простір* — це пара $(\boldsymbol{V}, \boldsymbol{\sigma})$, де $\boldsymbol{V}$ — векторний простір, а $\boldsymbol{\sigma}$ — його орієнтація.

Оскільки ми використовували лише концепції векторного простору, то легко узагальнити те, що ми щойно зробили.

Означення 1.8.2

Нехай $\mathscr{B}_1 = (\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n)$ і $\mathscr{B}_2 = (\vec{\boldsymbol{w}}_1, \vec{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{w}}_n)$ — впорядковані базиси для векторного простору $\boldsymbol{V}$ і нехай

$$\vec{\boldsymbol{w}}_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \vec{\boldsymbol{v}}_j, \qquad \text{де } a_{ij} \in \mathbb{R},$$

для всіх $i = 1, \ldots, n$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $\mathscr{B}_1$ і $\mathscr{B}_2$ *еквівалентні*, і записуватимемо це $\mathscr{B}_1 \sim \mathscr{B}_2$, якщо детермінант матриці (a_{ij}) додатний.

Доведення наступної леми очевидне.

Лема 1.8.3

$\sim$ — відношення еквівалентності на множині впорядкованих базисів для векторного простору $\boldsymbol{V}$ з рівно двома класами еквівалентності.

Означення 1.8.4

Орієнтацією векторного простору $\boldsymbol{V}$ називається клас еквівалентності впорядкованого базису векторного простору $\boldsymbol{V}$ стосовно відношення $\sim$. Для однієї фіксованої орієнтації векторного простору $\boldsymbol{V}$ інша його орієнтація називається *протилежною орієнтацією*. Клас еквівалентності впорядкованого базису $(\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n)$ за відношенням $\sim$ будемо позначати $[\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n]$. У цьому випадку будемо говорити, що впорядкований базис $(\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n)$ *індукує* або *визначає* орієнтацію $[\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n]$ векторного простору $\boldsymbol{V}$. *Орієнтований векторний простір* — це пара $(\boldsymbol{V}, \boldsymbol{\sigma})$, де $\boldsymbol{V}$ — векторний простір, а $\boldsymbol{\sigma}$ — його орієнтація.

Орієнтація

Оскільки ми використовували лише концепції векторного простору, то легко узагальнити те, що ми щойно зробили.

Означення 1.8.2

Нехай $\mathscr{B}_1 = (\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n)$ і $\mathscr{B}_2 = (\vec{\boldsymbol{w}}_1, \vec{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{w}}_n)$ — впорядковані базиси для векторного простору $\boldsymbol{V}$ і нехай

$$\vec{\boldsymbol{w}}_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \vec{\boldsymbol{v}}_j, \qquad \text{де } a_{ij} \in \mathbb{R},$$

для всіх $i = 1, \ldots, n$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $\mathscr{B}_1$ і $\mathscr{B}_2$ *еквівалентні*, і записуватимемо це $\mathscr{B}_1 \sim \mathscr{B}_2$, якщо детермінант матриці (a_{ij}) додатний.

Доведення наступної леми очевидне.

Лема 1.8.3

$\sim$ — відношення еквівалентності на множині впорядкованих базисів для векторного простору $\boldsymbol{V}$ з рівно двома класами еквівалентності.

Означення 1.8.4

Орієнтацією векторного простору $\boldsymbol{V}$ називається клас еквівалентності впорядкованого базису векторного простору $\boldsymbol{V}$ стосовно відношення $\sim$. Для однієї фіксованої орієнтації векторного простору $\boldsymbol{V}$ інша його орієнтація називається *протилежною орієнтацією*. Клас еквівалентності впорядкованого базису $(\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n)$ за відношенням $\sim$ будемо позначати $[\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n]$. У цьому випадку будемо говорити, що впорядкований базис $(\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n)$ *індукує* або *визначає* орієнтацію $[\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n]$ векторного простору $\boldsymbol{V}$.
Орієнтований векторний простір — це пара $(\boldsymbol{V}, \boldsymbol{\sigma})$, де $\boldsymbol{V}$ — векторний простір, а $\boldsymbol{\sigma}$ — його орієнтація.

Орієнтація

Оскільки ми використовували лише концепції векторного простору, то легко узагальнити те, що ми щойно зробили.

Означення 1.8.2

Нехай $\mathscr{B}_1 = (\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $\mathscr{B}_2 = (\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n)$ — впорядковані базиси для векторного простору $\boldsymbol{V}$ і нехай

$$\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_j, \qquad \text{де } a_{ij} \in \mathbb{R},$$

для всіх $i = 1, \ldots, n$. Будемо говорити, що впорядковані базиси $\mathscr{B}_1$ і $\mathscr{B}_2$ *еквівалентні*, і записуватимемо це $\mathscr{B}_1 \sim \mathscr{B}_2$, якщо детермінант матриці (a_{ij}) додатний.

Доведення наступної леми очевидне.

Лема 1.8.3

$\sim$ — відношення еквівалентності на множині впорядкованих базисів для векторного простору $\boldsymbol{V}$ з рівно двома класами еквівалентності.

Означення 1.8.4

Орієнтацією векторного простору $\boldsymbol{V}$ називається клас еквівалентності впорядкованого базису векторного простору $\boldsymbol{V}$ стосовно відношення $\sim$. Для однієї фіксованої орієнтації векторного простору $\boldsymbol{V}$ інша його орієнтація називається *протилежною орієнтацією*. Клас еквівалентності впорядкованого базису $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ за відношенням $\sim$ будемо позначати $[\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n]$. У цьому випадку будемо говорити, що впорядкований базис $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ *індукує* або *визначає* орієнтацію $[\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n]$ векторного простору $\boldsymbol{V}$. *Орієнтований векторний простір* — це пара $(\boldsymbol{V}, \boldsymbol{\sigma})$, де $\boldsymbol{V}$ — векторний простір, а $\boldsymbol{\sigma}$ — його орієнтація.

Приклад 1.8.5

Доведіть, що орієнтовані базиси $((1,3),(2,1))$ і $((1,1),(2,0))$ визначають одну орієнтацію площини.

Розв'язок. Зауважимо, що

$$(1,1) = \tfrac{1}{5}(1,3) + \tfrac{2}{5}(2,1),$$
$$(2,0) = -\tfrac{2}{5}(1,3) + \tfrac{6}{5}(2,1)$$

(див. рис.) і

$$\det\begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ -\frac{2}{5} & \frac{6}{5} \end{pmatrix} = \frac{6}{25} + \frac{4}{25} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5} > 0.$$

Приклад 1.8.5

Доведіть, що орієнтовані базиси $((1,3),(2,1))$ і $((1,1),(2,0))$ визначають одну орієнтацію площини.

Розв'язок. Зауважимо, що

$$(1,1) = \tfrac{1}{5}(1,3) + \tfrac{2}{5}(2,1),$$
$$(2,0) = -\tfrac{2}{5}(1,3) + \tfrac{6}{5}(2,1)$$

(див. рис.) і

$$\det\begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ -\frac{2}{5} & \frac{6}{5} \end{pmatrix} = \frac{6}{25} + \frac{4}{25} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5} > 0.$$

Приклад 1.8.5

Доведіть, що орієнтовані базиси $((1,3),(2,1))$ і $((1,1),(2,0))$ визначають одну орієнтацію площини.

Розв'язок. Зауважимо, що

$$(1,1) = \tfrac{1}{5}(1,3) + \tfrac{2}{5}(2,1),$$
$$(2,0) = -\tfrac{2}{5}(1,3) + \tfrac{6}{5}(2,1)$$

(див. рис.) і

$$\det\begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ -\frac{2}{5} & \frac{6}{5} \end{pmatrix} = \frac{6}{25} + \frac{4}{25} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5} > 0.$$

Приклад 1.8.5

Доведіть, що орієнтовані базиси $((1,3),(2,1))$ і $((1,1),(2,0))$ визначають одну орієнтацію площини.

Розв'язок. Зауважимо, що

$$\begin{aligned}(1,1) &= \tfrac{1}{5}(1,3) + \tfrac{2}{5}(2,1),\\ (2,0) &= -\tfrac{2}{5}(1,3) + \tfrac{6}{5}(2,1)\end{aligned}$$

(див. рис.) і

$$\det\begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ -\frac{2}{5} & \frac{6}{5}\end{pmatrix} = \frac{6}{25} + \frac{4}{25} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5} > 0.$$

Приклад 1.8.5

Доведіть, що орієнтовані базиси $((1,3),(2,1))$ і $((1,1),(2,0))$ визначають одну орієнтацію площини.

Розв'язок. Зауважимо, що

$$(1,1) = \tfrac{1}{5}(1,3) + \tfrac{2}{5}(2,1),$$
$$(2,0) = -\tfrac{2}{5}(1,3) + \tfrac{6}{5}(2,1)$$

(див. рис.) і

$$\det\begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ -\frac{2}{5} & \frac{6}{5} \end{pmatrix} = \frac{6}{25} + \frac{4}{25} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5} > 0.$$

Приклад 1.8.5

Доведіть, що орієнтовані базиси $((1,3),(2,1))$ і $((1,1),(2,0))$ визначають одну орієнтацію площини.

Розв'язок. Зауважимо, що

$$(1,1) = \tfrac{1}{5}(1,3) + \tfrac{2}{5}(2,1),$$
$$(2,0) = -\tfrac{2}{5}(1,3) + \tfrac{6}{5}(2,1)$$

(див. рис.) і

$$\det\begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ -\frac{2}{5} & \frac{6}{5} \end{pmatrix} = \frac{6}{25} + \frac{4}{25} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5} > 0.$$

Приклад 1.8.5

Доведіть, що орієнтовані базиси $((1,3),(2,1))$ і $((1,1),(2,0))$ визначають одну орієнтацію площини.

Розв'язок. Зауважимо, що

$$(1,1) = \tfrac{1}{5}(1,3) + \tfrac{2}{5}(2,1),$$
$$(2,0) = -\tfrac{2}{5}(1,3) + \tfrac{6}{5}(2,1)$$

(див. рис.) і

$$\det\begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ -\frac{2}{5} & \frac{6}{5} \end{pmatrix} = \frac{6}{25} + \frac{4}{25} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5} > 0.$$

Приклад 1.8.5

Доведіть, що орієнтовані базиси $((1,3),(2,1))$ і $((1,1),(2,0))$ визначають одну орієнтацію площини.

Розв'язок. Зауважимо, що

$$(1,1) = \tfrac{1}{5}(1,3) + \tfrac{2}{5}(2,1),$$
$$(2,0) = -\tfrac{2}{5}(1,3) + \tfrac{6}{5}(2,1)$$

(див. рис.) і

$$\det\begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ -\frac{2}{5} & \frac{6}{5} \end{pmatrix} = \frac{6}{25} + \frac{4}{25} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5} > 0.$$

Приклад 1.8.5

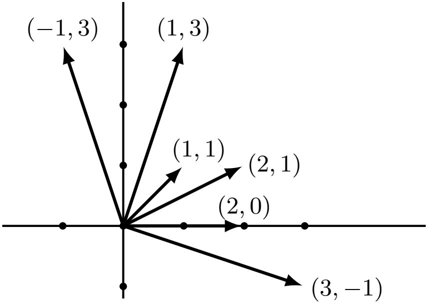
Доведіть, що орієнтовані базиси $((1,3),(2,1))$ і $((1,1),(2,0))$ визначають одну орієнтацію площини.

Розв'язок. Зауважимо, що

$$(1,1) = \tfrac{1}{5}(1,3) + \tfrac{2}{5}(2,1),$$
$$(2,0) = -\tfrac{2}{5}(1,3) + \tfrac{6}{5}(2,1)$$

(див. рис.) і

$$\det\begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ -\frac{2}{5} & \frac{6}{5} \end{pmatrix} = \frac{6}{25} + \frac{4}{25} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5} > 0.$$



Приклад 1.8.6

Доведіть, що орієнтовані базиси $((1,3),(2,1))$ і $((3,-1),(-1,3))$ визначають різні орієнтації площини.

Розв'язок. Зауважимо, що

$$(3,-1) = -(1,3) + 2(2,1),$$
$$(-1,3) = \tfrac{7}{5}(1,3) - \tfrac{6}{5}(2,1)$$

(див. рис.) і

$$\det\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ \frac{7}{5} & -\frac{6}{5} \end{pmatrix} = \frac{6}{5} - \frac{14}{5} = -\frac{8}{5} < 0.$$

Орієнтація

Приклад 1.8.6

Доведіть, що орієнтовані базиси $((1,3),(2,1))$ і $((3,-1),(-1,3))$ визначають різні орієнтації площини.

Розв'язок. Зауважимо, що

$$(3,-1) = -(1,3) + 2(2,1),$$
$$(-1,3) = \tfrac{7}{5}(1,3) - \tfrac{6}{5}(2,1)$$

(див. рис.) і

$$\det\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ \frac{7}{5} & -\frac{6}{5} \end{pmatrix} = \frac{6}{5} - \frac{14}{5} = -\frac{8}{5} < 0.$$

Приклад 1.8.6

Доведіть, що орієнтовані базиси $((1,3),(2,1))$ і $((3,-1),(-1,3))$ визначають різні орієнтації площини.

Розв'язок. Зауважимо, що

$$(3,-1) = -(1,3) + 2(2,1),$$
$$(-1,3) = \tfrac{7}{5}(1,3) - \tfrac{6}{5}(2,1)$$

(див. рис.) і

$$\det\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ \frac{7}{5} & -\frac{6}{5} \end{pmatrix} = \frac{6}{5} - \frac{14}{5} = -\frac{8}{5} < 0.$$

Приклад 1.8.6

Доведіть, що орієнтовані базиси $((1,3),(2,1))$ і $((3,-1),(-1,3))$ визначають різні орієнтації площини.

Розв'язок. Зауважимо, що

$$(3,-1) = -(1,3) + 2(2,1),$$
$$(-1,3) = \tfrac{7}{5}(1,3) - \tfrac{6}{5}(2,1)$$

(див. рис.) і

$$\det\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ \frac{7}{5} & -\frac{6}{5} \end{pmatrix} = \frac{6}{5} - \frac{14}{5} = -\frac{8}{5} < 0.$$

Приклад 1.8.6

Доведіть, що орієнтовані базиси $((1,3),(2,1))$ і $((3,-1),(-1,3))$ визначають різні орієнтації площини.

Розв'язок. Зауважимо, що

$$(3,-1) = -(1,3) + 2(2,1),$$
$$(-1,3) = \tfrac{7}{5}(1,3) - \tfrac{6}{5}(2,1)$$

(див. рис.) і

$$\det \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ \frac{7}{5} & -\frac{6}{5} \end{pmatrix} = \frac{6}{5} - \frac{14}{5} = -\frac{8}{5} < 0.$$

Приклад 1.8.6

Доведіть, що орієнтовані базиси $((1,3),(2,1))$ і $((3,-1),(-1,3))$ визначають різні орієнтації площини.

Розв'язок. Зауважимо, що

$$(3,-1) = -(1,3) + 2(2,1),$$
$$(-1,3) = \tfrac{7}{5}(1,3) - \tfrac{6}{5}(2,1)$$

(див. рис.) і

$$\det\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ \frac{7}{5} & -\frac{6}{5} \end{pmatrix} = \frac{6}{5} - \frac{14}{5} = -\frac{8}{5} < 0.$$

Орієнтація

Приклад 1.8.6

Доведіть, що орієнтовані базиси $((1,3),(2,1))$ і $((3,-1),(-1,3))$ визначають різні орієнтації площини.

Розв'язок. Зауважимо, що

$$(3,-1) = -(1,3) + 2(2,1),$$
$$(-1,3) = \tfrac{7}{5}(1,3) - \tfrac{6}{5}(2,1)$$

(див. рис.) і

$$\det\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ \frac{7}{5} & -\frac{6}{5} \end{pmatrix} = \frac{6}{5} - \frac{14}{5} = -\frac{8}{5} < 0.$$

Приклад 1.8.6

Доведіть, що орієнтовані базиси $((1,3),(2,1))$ і $((3,-1),(-1,3))$ визначають різні орієнтації площини.

Розв'язок. Зауважимо, що

$$\begin{aligned}(3,-1) &= -(1,3) + 2(2,1),\\ (-1,3) &= \tfrac{7}{5}(1,3) - \tfrac{6}{5}(2,1)\end{aligned}$$

(див. рис.) і

$$\det\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ \frac{7}{5} & -\frac{6}{5}\end{pmatrix} = \frac{6}{5} - \frac{14}{5} = -\frac{8}{5} < 0.$$

Приклад 1.8.6

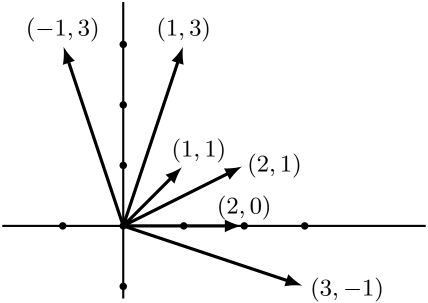
Доведіть, що орієнтовані базиси $((1,3),(2,1))$ і $((3,-1),(-1,3))$ визначають різні орієнтації площини.

Розв'язок. Зауважимо, що

$$(3,-1) = -(1,3) + 2(2,1),$$
$$(-1,3) = \tfrac{7}{5}(1,3) - \tfrac{6}{5}(2,1)$$

(див. рис.) і

$$\det\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ \frac{7}{5} & -\frac{6}{5} \end{pmatrix} = \frac{6}{5} - \frac{14}{5} = -\frac{8}{5} < 0.$$



Орієнтація

Оскільки довільні векторні простори не мають жодних спеціальних базисів, то зазвичай не можна говорити про “стандартну” орієнтацію векторного простору, а можна лише порівнювати упорядковані базиси, визначаючи, чи однакові їхні орієнтації, чи ні. У спеціальному випадку n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ ми маємо стандартний базис $(\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \dots, \overrightarrow{e}_n)$, де

$$\overrightarrow{e}_1 = (1, 0, \dots, 0), \quad \overrightarrow{e}_2 = (0, 1, \dots, 0), \quad \dots \quad \overrightarrow{e}_n = (0, 0, \dots, 1).$$

Означення 1.8.7

Орієнтація $[\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \dots, \overrightarrow{e}_n]$ називається *стандартною орієнтацією* n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$.

Стандартна орієнтація відповідає тому, що називається правило правого свердлика, а протилежна орієнтація — правило лівого свердлика. Необхідно зазначити, що насправді важливим поняттям є не формальне визначення орієнтації, а пов'язана з цим термінологія. Слухач повинен розуміти саме такі фрази, як “ці дві впорядковані бази визначають однакові або протилежні орієнтації” або “ця база індукує стандартну або нестандартну орієнтацію лінійного простору $\mathbb{R}^n$”.

Оскільки довільні векторні простори не мають жодних спеціальних базисів, то зазвичай не можна говорити про "стандартну" орієнтацію векторного простору, а можна лише порівнювати упорядковані базиси, визначаючи, чи однакові їхні орієнтації, чи ні. У спеціальному випадку n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ ми маємо стандартний базис $(\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \ldots, \overrightarrow{e}_n)$, де

$$\overrightarrow{e}_1 = (1, 0, \ldots, 0), \quad \overrightarrow{e}_2 = (0, 1, \ldots, 0), \quad \ldots \quad \overrightarrow{e}_n = (0, 0, \ldots, 1).$$

Означення 1.8.7

Орієнтація $[\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \ldots, \overrightarrow{e}_n]$ називається *стандартною орієнтацією* n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$.

Стандартна орієнтація відповідає тому, що називається правило правого свердлика, а протилежна орієнтація — правило лівого свердлика. Необхідно зазначити, що насправді важливим поняттям є не формальне визначення орієнтації, а пов'язана з цим термінологія. Слухач повинен розуміти саме такі фрази, як "ці дві впорядковані бази визначають однакові або протилежні орієнтації" або "ця база індукує стандартну або нестандартну орієнтацію лінійного простору $\mathbb{R}^n$".

Оскільки довільні векторні простори не мають жодних спеціальних базисів, то зазвичай не можна говорити про "стандартну" орієнтацію векторного простору, а можна лише порівнювати упорядковані базиси, визначаючи, чи однакові їхні орієнтації, чи ні. У спеціальному випадку n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ ми маємо стандартний базис $(\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \ldots, \overrightarrow{e}_n)$, де

$$\overrightarrow{e}_1 = (1, 0, \ldots, 0), \quad \overrightarrow{e}_2 = (0, 1, \ldots, 0), \quad \ldots \quad \overrightarrow{e}_n = (0, 0, \ldots, 1).$$

Означення 1.8.7

Орієнтація $[\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \ldots, \overrightarrow{e}_n]$ називається *стандартною орієнтацією* n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$.

Стандартна орієнтація відповідає тому, що називається правило правого свердлика, а протилежна орієнтація — правило лівого свердлика. Необхідно зазначити, що насправді важливим поняттям є не формальне визначення орієнтації, а пов'язана з цим термінологія. Слухач повинен розуміти саме такі фрази, як "ці дві впорядковані бази визначають однакові або протилежні орієнтації" або "ця база індукує стандартну або нестандартну орієнтацію лінійного простору $\mathbb{R}^n$".

Орієнтація

Оскільки довільні векторні простори не мають жодних спеціальних базисів, то зазвичай не можна говорити про “стандартну” орієнтацію векторного простору, а можна лише порівнювати упорядковані базиси, визначаючи, чи однакові їхні орієнтації, чи ні. У спеціальному випадку n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ ми маємо стандартний базис $(\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \ldots, \overrightarrow{e}_n)$, де

$$\overrightarrow{e}_1 = (1, 0, \ldots, 0), \quad \overrightarrow{e}_2 = (0, 1, \ldots, 0), \quad \ldots \quad \overrightarrow{e}_n = (0, 0, \ldots, 1).$$

Означення 1.8.7

Орієнтація $[\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \ldots, \overrightarrow{e}_n]$ називається *стандартною орієнтацією* n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$.

Стандартна орієнтація відповідає тому, що називається правило правого свердлика, а протилежна орієнтація — правило лівого свердлика. Необхідно зазначити, що насправді важливим поняттям є не формальне визначення орієнтації, а пов'язана з цим термінологія. Слухач повинен розуміти саме такі фрази, як “ці дві впорядковані бази визначають однакові або протилежні орієнтації” або “ця база індукує стандартну або нестандартну орієнтацію лінійного простору $\mathbb{R}^n$”.

Орієнтація

Оскільки довільні векторні простори не мають жодних спеціальних базисів, то зазвичай не можна говорити про “стандартну” орієнтацію векторного простору, а можна лише порівнювати упорядковані базиси, визначаючи, чи однакові їхні орієнтації, чи ні. У спеціальному випадку n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ ми маємо стандартний базис $(\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \ldots, \overrightarrow{e}_n)$, де

$$\overrightarrow{e}_1 = (1, 0, \ldots, 0), \quad \overrightarrow{e}_2 = (0, 1, \ldots, 0), \quad \ldots \quad \overrightarrow{e}_n = (0, 0, \ldots, 1).$$

Означення 1.8.7

Орієнтація $[\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \ldots, \overrightarrow{e}_n]$ називається *стандартною орієнтацією* n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$.

Стандартна орієнтація відповідає тому, що називається правило правого свердлика, а протилежна орієнтація — правило лівого свердлика. Необхідно зазначити, що насправді важливим поняттям є не формальне визначення орієнтації, а пов'язана з цим термінологія. Слухач повинен розуміти саме такі фрази, як “ці дві впорядковані бази визначають однакові або протилежні орієнтації” або “ця база індукує стандартну або нестандартну орієнтацію лінійного простору $\mathbb{R}^n$”.

Орієнтація

Оскільки довільні векторні простори не мають жодних спеціальних базисів, то зазвичай не можна говорити про “стандартну” орієнтацію векторного простору, а можна лише порівнювати упорядковані базиси, визначаючи, чи однакові їхні орієнтації, чи ні. У спеціальному випадку n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ ми маємо стандартний базис $(\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \ldots, \overrightarrow{e}_n)$, де

$$\overrightarrow{e}_1 = (1, 0, \ldots, 0), \quad \overrightarrow{e}_2 = (0, 1, \ldots, 0), \quad \ldots \quad \overrightarrow{e}_n = (0, 0, \ldots, 1).$$

Означення 1.8.7

Орієнтація $[\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \ldots, \overrightarrow{e}_n]$ називається *стандартною орієнтацією* n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$.

Стандартна орієнтація відповідає тому, що називається правило правого свердлика, а протилежна орієнтація — правило лівого свердлика. Необхідно зазначити, що насправді важливим поняттям є не формальне визначення орієнтації, а пов'язана з цим термінологія. Слухач повинен розуміти саме такі фрази, як “ці дві впорядковані бази визначають однакові або протилежні орієнтації” або “ця база індукує стандартну або нестандартну орієнтацію лінійного простору $\mathbb{R}^n$”.

Орієнтація

Оскільки довільні векторні простори не мають жодних спеціальних базисів, то зазвичай не можна говорити про “стандартну” орієнтацію векторного простору, а можна лише порівнювати упорядковані базиси, визначаючи, чи однакові їхні орієнтації, чи ні. У спеціальному випадку n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ ми маємо стандартний базис $(\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \ldots, \overrightarrow{e}_n)$, де

$$\overrightarrow{e}_1 = (1, 0, \ldots, 0), \quad \overrightarrow{e}_2 = (0, 1, \ldots, 0), \quad \ldots \quad \overrightarrow{e}_n = (0, 0, \ldots, 1).$$

Означення 1.8.7

Орієнтація $[\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \ldots, \overrightarrow{e}_n]$ називається *стандартною орієнтацією* n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$.

Стандартна орієнтація відповідає тому, що називається правило правого свердлика, а протилежна орієнтація — правило лівого свердлика. Необхідно зазначити, що насправді важливим поняттям є не формальне визначення орієнтації, а пов'язана з цим термінологія. Слухач повинен розуміти саме такі фрази, як “ці дві впорядковані бази визначають однакові або протилежні орієнтації” або “ця база індукує стандартну або нестандартну орієнтацію лінійного простору $\mathbb{R}^n$”.

Оскільки довільні векторні простори не мають жодних спеціальних базисів, то зазвичай не можна говорити про "стандартну" орієнтацію векторного простору, а можна лише порівнювати упорядковані базиси, визначаючи, чи однакові їхні орієнтації, чи ні. У спеціальному випадку n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ ми маємо стандартний базис $(\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \ldots, \overrightarrow{e}_n)$, де

$$\overrightarrow{e}_1 = (1, 0, \ldots, 0), \quad \overrightarrow{e}_2 = (0, 1, \ldots, 0), \quad \ldots \quad \overrightarrow{e}_n = (0, 0, \ldots, 1).$$

Означення 1.8.7

Орієнтація $[\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \ldots, \overrightarrow{e}_n]$ називається *стандартною орієнтацією* n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$.

Стандартна орієнтація відповідає тому, що називається правило правого свердлика, а протилежна орієнтація — правило лівого свердлика. Необхідно зазначити, що насправді важливим поняттям є не формальне визначення орієнтації, а пов'язана з цим термінологія. Слухач повинен розуміти саме такі фрази, як "ці дві впорядковані бази визначають однакові або протилежні орієнтації" або "ця база індукує стандартну або нестандартну орієнтацію лінійного простору $\mathbb{R}^n$".

Оскільки довільні векторні простори не мають жодних спеціальних базисів, то зазвичай не можна говорити про "стандартну" орієнтацію векторного простору, а можна лише порівнювати упорядковані базиси, визначаючи, чи однакові їхні орієнтації, чи ні. У спеціальному випадку n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ ми маємо стандартний базис $(\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \ldots, \overrightarrow{e}_n)$, де

$$\overrightarrow{e}_1 = (1, 0, \ldots, 0), \quad \overrightarrow{e}_2 = (0, 1, \ldots, 0), \quad \ldots \quad \overrightarrow{e}_n = (0, 0, \ldots, 1).$$

Означення 1.8.7

Орієнтація $[\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \ldots, \overrightarrow{e}_n]$ називається *стандартною орієнтацією* n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$.

Стандартна орієнтація відповідає тому, що називається правило правого свердлика, а протилежна орієнтація — правило лівого свердлика. Необхідно зазначити, що насправді важливим поняттям є не формальне визначення орієнтації, а пов'язана з цим термінологія. Слухач повинен розуміти саме такі фрази, як "ці дві впорядковані бази визначають однакові або протилежні орієнтації" або "ця база індукує стандартну або нестандартну орієнтацію лінійного простору $\mathbb{R}^n$".

Оскільки довільні векторні простори не мають жодних спеціальних базисів, то зазвичай не можна говорити про "стандартну" орієнтацію векторного простору, а можна лише порівнювати упорядковані базиси, визначаючи, чи однакові їхні орієнтації, чи ні. У спеціальному випадку n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ ми маємо стандартний базис $(\overrightarrow{\boldsymbol{e}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{e}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{e}}_n)$, де

$$\overrightarrow{\boldsymbol{e}}_1 = (1, 0, \ldots, 0), \quad \overrightarrow{\boldsymbol{e}}_2 = (0, 1, \ldots, 0), \quad \ldots \quad \overrightarrow{\boldsymbol{e}}_n = (0, 0, \ldots, 1).$$

Означення 1.8.7

Орієнтація $[\overrightarrow{\boldsymbol{e}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{e}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{e}}_n]$ називається *стандартною орієнтацією* n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$.

Стандартна орієнтація відповідає тому, що називається правило правого свердлика, а протилежна орієнтація — правило лівого свердлика. Необхідно зазначити, що насправді важливим поняттям є не формальне визначення орієнтації, а пов'язана з цим термінологія. Слухач повинен розуміти саме такі фрази, як "ці дві впорядковані бази визначають однакові або протилежні орієнтації" або "ця база індукує стандартну або нестандартну орієнтацію лінійного простору $\mathbb{R}^n$".

Оскільки довільні векторні простори не мають жодних спеціальних базисів, то зазвичай не можна говорити про “стандартну” орієнтацію векторного простору, а можна лише порівнювати упорядковані базиси, визначаючи, чи однакові їхні орієнтації, чи ні. У спеціальному випадку n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ ми маємо стандартний базис $(\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \ldots, \overrightarrow{e}_n)$, де

$$\overrightarrow{e}_1 = (1, 0, \ldots, 0), \quad \overrightarrow{e}_2 = (0, 1, \ldots, 0), \quad \ldots \quad \overrightarrow{e}_n = (0, 0, \ldots, 1).$$

Означення 1.8.7

Орієнтація $[\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \ldots, \overrightarrow{e}_n]$ називається *стандартною орієнтацією* n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$.

Стандартна орієнтація відповідає тому, що називається правило правого свердлика, а протилежна орієнтація — правило лівого свердлика. Необхідно зазначити, що насправді важливим поняттям є не формальне визначення орієнтації, а пов'язана з цим термінологія. Слухач повинен розуміти саме такі фрази, як “ці дві впорядковані бази визначають однакові або протилежні орієнтації” або “ця база індукує стандартну або нестандартну орієнтацію лінійного простору $\mathbb{R}^n$”.

Оскільки довільні векторні простори не мають жодних спеціальних базисів, то зазвичай не можна говорити про "стандартну" орієнтацію векторного простору, а можна лише порівнювати упорядковані базиси, визначаючи, чи однакові їхні орієнтації, чи ні. У спеціальному випадку n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ ми маємо стандартний базис $(\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \ldots, \overrightarrow{e}_n)$, де

$$\overrightarrow{e}_1 = (1, 0, \ldots, 0), \quad \overrightarrow{e}_2 = (0, 1, \ldots, 0), \quad \ldots \quad \overrightarrow{e}_n = (0, 0, \ldots, 1).$$

Означення 1.8.7

Орієнтація $[\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \ldots, \overrightarrow{e}_n]$ називається *стандартною орієнтацією* n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$.

Стандартна орієнтація відповідає тому, що називається правило правого свердлика, а протилежна орієнтація — правило лівого свердлика. Необхідно зазначити, що насправді важливим поняттям є не формальне визначення орієнтації, а пов'язана з цим термінологія. Слухач повинен розуміти саме такі фрази, як "ці дві впорядковані бази визначають однакові або протилежні орієнтації" або "ця база індукує стандартну або нестандартну орієнтацію лінійного простору $\mathbb{R}^n$".

Орієнтація

Оскільки довільні векторні простори не мають жодних спеціальних базисів, то зазвичай не можна говорити про "стандартну" орієнтацію векторного простору, а можна лише порівнювати упорядковані базиси, визначаючи, чи однакові їхні орієнтації, чи ні. У спеціальному випадку n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ ми маємо стандартний базис $(\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \ldots, \overrightarrow{e}_n)$, де

$$\overrightarrow{e}_1 = (1, 0, \ldots, 0), \quad \overrightarrow{e}_2 = (0, 1, \ldots, 0), \quad \ldots \quad \overrightarrow{e}_n = (0, 0, \ldots, 1).$$

Означення 1.8.7

Орієнтація $[\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \ldots, \overrightarrow{e}_n]$ називається *стандартною орієнтацією* n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$.

Стандартна орієнтація відповідає тому, що називається правило правого свердлика, а протилежна орієнтація — правило лівого свердлика. Необхідно зазначити, що насправді важливим поняттям є не формальне визначення орієнтації, а пов'язана з цим термінологія. Слухач повинен розуміти саме такі фрази, як "ці дві впорядковані бази визначають однакові або протилежні орієнтації" або "ця база індукує стандартну або нестандартну орієнтацію лінійного простору $\mathbb{R}^n$".

Орієнтація

Оскільки довільні векторні простори не мають жодних спеціальних базисів, то зазвичай не можна говорити про "стандартну" орієнтацію векторного простору, а можна лише порівнювати упорядковані базиси, визначаючи, чи однакові їхні орієнтації, чи ні. У спеціальному випадку n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ ми маємо стандартний базис $(\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \ldots, \overrightarrow{e}_n)$, де

$$\overrightarrow{e}_1 = (1, 0, \ldots, 0), \quad \overrightarrow{e}_2 = (0, 1, \ldots, 0), \quad \ldots \quad \overrightarrow{e}_n = (0, 0, \ldots, 1).$$

Означення 1.8.7

Орієнтація $[\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \ldots, \overrightarrow{e}_n]$ називається *стандартною орієнтацією* n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$.

Стандартна орієнтація відповідає тому, що називається правило правого свердлика, а протилежна орієнтація — правило лівого свердлика. Необхідно зазначити, що насправді важливим поняттям є не формальне визначення орієнтації, а пов'язана з цим термінологія. Слухач повинен розуміти саме такі фрази, як "ці дві впорядковані бази визначають однакові або протилежні орієнтації" або "ця база індукує стандартну або нестандартну орієнтацію лінійного простору $\mathbb{R}^n$".

Оскільки довільні векторні простори не мають жодних спеціальних базисів, то зазвичай не можна говорити про "стандартну" орієнтацію векторного простору, а можна лише порівнювати упорядковані базиси, визначаючи, чи однакові їхні орієнтації, чи ні. У спеціальному випадку n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ ми маємо стандартний базис $(\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \ldots, \overrightarrow{e}_n)$, де

$$\overrightarrow{e}_1 = (1, 0, \ldots, 0), \quad \overrightarrow{e}_2 = (0, 1, \ldots, 0), \quad \ldots \quad \overrightarrow{e}_n = (0, 0, \ldots, 1).$$

Означення 1.8.7

Орієнтація $[\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \ldots, \overrightarrow{e}_n]$ називається *стандартною орієнтацією* n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$.

Стандартна орієнтація відповідає тому, що називається правило правого свердлика, а протилежна орієнтація — правило лівого свердлика. Необхідно зазначити, що насправді важливим поняттям є не формальне визначення орієнтації, а пов'язана з цим термінологія. Слухач повинен розуміти саме такі фрази, як "ці дві впорядковані бази визначають однакові або протилежні орієнтації" або "ця база індукує стандартну або нестандартну орієнтацію лінійного простору $\mathbb{R}^n$".

Орієнтація

Оскільки довільні векторні простори не мають жодних спеціальних базисів, то зазвичай не можна говорити про "стандартну" орієнтацію векторного простору, а можна лише порівнювати упорядковані базиси, визначаючи, чи однакові їхні орієнтації, чи ні. У спеціальному випадку n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ ми маємо стандартний базис $(\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \ldots, \overrightarrow{e}_n)$, де

$$\overrightarrow{e}_1 = (1, 0, \ldots, 0), \quad \overrightarrow{e}_2 = (0, 1, \ldots, 0), \quad \ldots \quad \overrightarrow{e}_n = (0, 0, \ldots, 1).$$

Означення 1.8.7

Орієнтація $[\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \ldots, \overrightarrow{e}_n]$ називається *стандартною орієнтацією* n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$.

Стандартна орієнтація відповідає тому, що називається правило правого свердлика, а протилежна орієнтація — правило лівого свердлика. Необхідно зазначити, що насправді важливим поняттям є не формальне визначення орієнтації, а пов'язана з цим термінологія. Слухач повинен розуміти саме такі фрази, як "ці дві впорядковані бази визначають однакові або протилежні орієнтації" або "ця база індукує стандартну або нестандартну орієнтацію лінійного простору $\mathbb{R}^n$".

Орієнтація

Розв'язування лінійних рівнянь може бути нудним, а тому приємно знати, що існує набагато простіший метод для визначення, чи впорядковані базиси визначають однакову орієнтацію чи ні у випадку n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$.

Лема 1.8.8

Два впорядковані базиси $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2, \ldots, \overrightarrow{w}_n)$ n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ визначають однакові орієнтації тоді і лише тоді, коли визначники

$$\det\begin{pmatrix}\overrightarrow{v}_1\\ \overrightarrow{v}_2\\ \vdots\\ \overrightarrow{v}_n\end{pmatrix} \qquad \text{і} \qquad \det\begin{pmatrix}\overrightarrow{w}_1\\ \overrightarrow{w}_2\\ \vdots\\ \overrightarrow{w}_n\end{pmatrix}$$

мають однаковий знак.

Ідея доведення леми 1.8.8 полягає в тому, щоб виразити обидва базиси через стандартний впорядкований базис $(\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \ldots, \overrightarrow{e}_n)$, а далі скористатися властивостями визначників і лемою 1.8.3.

Орієнтація

Розв'язування лінійних рівнянь може бути нудним, а тому приємно знати, що існує набагато простіший метод для визначення, чи впорядковані базиси визначають однакову орієнтацію чи ні у випадку n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$.

Лема 1.8.8

Два впорядковані базиси $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2, \ldots, \overrightarrow{w}_n)$ n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ визначають однакові орієнтації тоді і лише тоді, коли визначники

$$\det\begin{pmatrix} \overrightarrow{v}_1 \\ \overrightarrow{v}_2 \\ \vdots \\ \overrightarrow{v}_n \end{pmatrix} \qquad \text{і} \qquad \det\begin{pmatrix} \overrightarrow{w}_1 \\ \overrightarrow{w}_2 \\ \vdots \\ \overrightarrow{w}_n \end{pmatrix}$$

мають однаковий знак.

Ідея доведення леми 1.8.8 полягає в тому, щоб виразити обидва базиси через стандартний впорядкований базис $(\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \ldots, \overrightarrow{e}_n)$, а далі скористатися властивостями визначників і лемою 1.8.3.

Розв'язування лінійних рівнянь може бути нудним, а тому приємно знати, що існує набагато простіший метод для визначення, чи впорядковані базиси визначають однакову орієнтацію чи ні у випадку n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$.

Лема 1.8.8

Два впорядковані базиси $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2, \ldots, \overrightarrow{w}_n)$ n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ визначають однакові орієнтації тоді і лише тоді, коли визначники

$$\det\begin{pmatrix} \overrightarrow{v}_1 \\ \overrightarrow{v}_2 \\ \vdots \\ \overrightarrow{v}_n \end{pmatrix} \qquad \text{i} \qquad \det\begin{pmatrix} \overrightarrow{w}_1 \\ \overrightarrow{w}_2 \\ \vdots \\ \overrightarrow{w}_n \end{pmatrix}$$

мають однаковий знак.

Ідея доведення леми 1.8.8 полягає в тому, щоб виразити обидва базиси через стандартний впорядкований базис $(\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \ldots, \overrightarrow{e}_n)$, а далі скористатися властивостями визначників і лемою 1.8.3.

Орієнтація

Розв'язування лінійних рівнянь може бути нудним, а тому приємно знати, що існує набагато простіший метод для визначення, чи впорядковані базиси визначають однакову орієнтацію чи ні у випадку n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$.

Лема 1.8.8

Два впорядковані базиси $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2, \ldots, \overrightarrow{w}_n)$ n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ визначають однакові орієнтації тоді і лише тоді, коли визначники

$$\det \begin{pmatrix} \overrightarrow{v}_1 \\ \overrightarrow{v}_2 \\ \vdots \\ \overrightarrow{v}_n \end{pmatrix} \qquad \text{і} \qquad \det \begin{pmatrix} \overrightarrow{w}_1 \\ \overrightarrow{w}_2 \\ \vdots \\ \overrightarrow{w}_n \end{pmatrix}$$

мають однаковий знак.

Ідея доведення леми 1.8.8 полягає в тому, щоб виразити обидва базиси через стандартний впорядкований базис $(\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \ldots, \overrightarrow{e}_n)$, а далі скористатися властивостями визначників і лемою 1.8.3.

Розв'язування лінійних рівнянь може бути нудним, а тому приємно знати, що існує набагато простіший метод для визначення, чи впорядковані базиси визначають однакову орієнтацію чи ні у випадку n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$.

Лема 1.8.8

Два впорядковані базиси $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2, \ldots, \overrightarrow{w}_n)$ n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ визначають однакові орієнтації тоді і лише тоді, коли визначники

$$\det\begin{pmatrix} \overrightarrow{v}_1 \\ \overrightarrow{v}_2 \\ \vdots \\ \overrightarrow{v}_n \end{pmatrix} \qquad \text{і} \qquad \det\begin{pmatrix} \overrightarrow{w}_1 \\ \overrightarrow{w}_2 \\ \vdots \\ \overrightarrow{w}_n \end{pmatrix}$$

мають однаковий знак.

Ідея доведення леми 1.8.8 полягає в тому, щоб виразити обидва базиси через стандартний впорядкований базис $(\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2, \ldots, \overrightarrow{e}_n)$, а далі скористатися властивостями визначників і лемою 1.8.3.

Орієнтація

Розв'язування лінійних рівнянь може бути нудним, а тому приємно знати, що існує набагато простіший метод для визначення, чи впорядковані базиси визначають однакову орієнтацію чи ні у випадку n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$.

Лема 1.8.8

Два впорядковані базиси $(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_n)$ і $(\vec{w}_1, \vec{w}_2, \ldots, \vec{w}_n)$ n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ визначають однакові орієнтації тоді і лише тоді, коли визначники

$$\det\begin{pmatrix} \vec{v}_1 \\ \vec{v}_2 \\ \vdots \\ \vec{v}_n \end{pmatrix} \qquad \text{і} \qquad \det\begin{pmatrix} \vec{w}_1 \\ \vec{w}_2 \\ \vdots \\ \vec{w}_n \end{pmatrix}$$

мають однаковий знак.

Ідея доведення леми 1.8.8 полягає в тому, щоб виразити обидва базиси через стандартний впорядкований базис $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \ldots, \vec{e}_n)$, а далі скористатися властивостями визначників і лемою 1.8.3.

Орієнтація

Розв'язування лінійних рівнянь може бути нудним, а тому приємно знати, що існує набагато простіший метод для визначення, чи впорядковані базиси визначають однакову орієнтацію чи ні у випадку n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$.

Лема 1.8.8

Два впорядковані базиси $(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_n)$ і $(\vec{w}_1, \vec{w}_2, \ldots, \vec{w}_n)$ n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ визначають однакові орієнтації тоді і лише тоді, коли визначники

$$\det\begin{pmatrix} \vec{v}_1 \\ \vec{v}_2 \\ \vdots \\ \vec{v}_n \end{pmatrix} \qquad \text{і} \qquad \det\begin{pmatrix} \vec{w}_1 \\ \vec{w}_2 \\ \vdots \\ \vec{w}_n \end{pmatrix}$$

мають однаковий знак.

Ідея доведення леми 1.8.8 полягає в тому, щоб виразити обидва базиси через стандартний впорядкований базис $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \ldots, \vec{e}_n)$, а далі скористатися властивостями визначників і лемою 1.8.3.

Орієнтація

Розв'язування лінійних рівнянь може бути нудним, а тому приємно знати, що існує набагато простіший метод для визначення, чи впорядковані базиси визначають однакову орієнтацію чи ні у випадку n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$.

Лема 1.8.8

Два впорядковані базиси $(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_n)$ і $(\vec{w}_1, \vec{w}_2, \ldots, \vec{w}_n)$ n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ визначають однакові орієнтації тоді і лише тоді, коли визначники

$$\det\begin{pmatrix} \vec{v}_1 \\ \vec{v}_2 \\ \vdots \\ \vec{v}_n \end{pmatrix} \quad \text{і} \quad \det\begin{pmatrix} \vec{w}_1 \\ \vec{w}_2 \\ \vdots \\ \vec{w}_n \end{pmatrix}$$

мають однаковий знак.

Ідея доведення леми 1.8.8 полягає в тому, щоб виразити обидва базиси через стандартний впорядкований базис $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \ldots, \vec{e}_n)$, а далі скористатися властивостями визначників і лемою 1.8.3.

Орієнтація

Розв'язування лінійних рівнянь може бути нудним, а тому приємно знати, що існує набагато простіший метод для визначення, чи впорядковані базиси визначають однакову орієнтацію чи ні у випадку n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$.

Лема 1.8.8

Два впорядковані базиси $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n)$ n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ визначають однакові орієнтації тоді і лише тоді, коли визначники

$$\det\begin{pmatrix} \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1 \\ \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2 \\ \vdots \\ \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n \end{pmatrix} \quad \text{і} \quad \det\begin{pmatrix} \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1 \\ \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2 \\ \vdots \\ \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n \end{pmatrix}$$

мають однаковий знак.

Ідея доведення леми 1.8.8 полягає в тому, щоб виразити обидва базиси через стандартний впорядкований базис $(\overrightarrow{\boldsymbol{e}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{e}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{e}}_n)$, а далі скористатися властивостями визначників і лемою 1.8.3.

Розв'язування лінійних рівнянь може бути нудним, а тому приємно знати, що існує набагато простіший метод для визначення, чи впорядковані базиси визначають однакову орієнтацію чи ні у випадку n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$.

Лема 1.8.8

Два впорядковані базиси $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n)$ n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ визначають однакові орієнтації тоді і лише тоді, коли визначники

$$\det\begin{pmatrix} \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1 \\ \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2 \\ \vdots \\ \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n \end{pmatrix} \qquad \text{і} \qquad \det\begin{pmatrix} \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1 \\ \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2 \\ \vdots \\ \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n \end{pmatrix}$$

мають однаковий знак.

Ідея доведення леми 1.8.8 полягає в тому, щоб виразити обидва базиси через стандартний впорядкований базис $(\overrightarrow{\boldsymbol{e}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{e}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{e}}_n)$, а далі скористатися властивостями визначників і лемою 1.8.3.

Розв'язування лінійних рівнянь може бути нудним, а тому приємно знати, що існує набагато простіший метод для визначення, чи впорядковані базиси визначають однакову орієнтацію чи ні у випадку n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$.

Лема 1.8.8

Два впорядковані базиси $(\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n)$ і $(\vec{\boldsymbol{w}}_1, \vec{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{w}}_n)$ n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ визначають однакові орієнтації тоді і лише тоді, коли визначники

$$\det\begin{pmatrix} \vec{\boldsymbol{v}}_1 \\ \vec{\boldsymbol{v}}_2 \\ \vdots \\ \vec{\boldsymbol{v}}_n \end{pmatrix} \quad \text{і} \quad \det\begin{pmatrix} \vec{\boldsymbol{w}}_1 \\ \vec{\boldsymbol{w}}_2 \\ \vdots \\ \vec{\boldsymbol{w}}_n \end{pmatrix}$$

мають однаковий знак.

Ідея доведення леми 1.8.8 полягає в тому, щоб виразити обидва базиси через стандартний впорядкований базис $(\vec{\boldsymbol{e}}_1, \vec{\boldsymbol{e}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{e}}_n)$, а далі скористатися властивостями визначників і лемою 1.8.3.

Розв'язування лінійних рівнянь може бути нудним, а тому приємно знати, що існує набагато простіший метод для визначення, чи впорядковані базиси визначають однакову орієнтацію чи ні у випадку n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$.

Лема 1.8.8

Два впорядковані базиси $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n)$ n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ визначають однакові орієнтації тоді і лише тоді, коли визначники

$$\det\begin{pmatrix} \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1 \\ \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2 \\ \vdots \\ \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n \end{pmatrix} \qquad \text{і} \qquad \det\begin{pmatrix} \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1 \\ \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2 \\ \vdots \\ \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n \end{pmatrix}$$

мають однаковий знак.

Ідея доведення леми 1.8.8 полягає в тому, щоб виразити обидва базиси через стандартний впорядкований базис $(\overrightarrow{\boldsymbol{e}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{e}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{e}}_n)$, а далі скористатися властивостями визначників і лемою 1.8.3.

Приклад 1.8.9

Розв'язки прикладів 1.8.5 і 1.8.6 є набагато простіші за допомогою леми 1.8.8. Не потрібно розв'язувати жодні лінійні рівняння, а просто обчислити такі детермінанти:

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = -5, \qquad \det\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = -5, \qquad \det\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 8.$$

Означення 1.8.10

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір. Будемо говорити, що невироджене лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ *зберігає орієнтацію*, якщо впорядковані базиси $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $(T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1), T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2), \ldots, T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n))$ визначають однакову орієнтацію векторного простору $\boldsymbol{V}$. Якщо є лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ не зберігає орієнтацію, то будемо говорити, що воно *розвертає орієнтацію*. Більш загально, якщо $(\boldsymbol{V}, \boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{W}, \boldsymbol{\tau})$ — два орієнтовані n-вимірні векторні простори і якщо $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{W}$ — невироджене лінійне відображення (очевидно, що воно є ізоморфізмом лінійних просторів), то будемо говорити, що $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{W}$ *зберігає орієнтацію*, якщо $\boldsymbol{\tau} = [T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1), T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2), \ldots, T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)]$ для всіх впорядкованих базисів $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ векторного простору $\boldsymbol{V}$ з властивістю $\boldsymbol{\sigma} = [\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n]$, і в протилежному випадку будемо говорити, що T *розвертає орієнтацію*.

Тотожне відображення векторного простору, очевидно, зберігає орієнтацію.

Приклад 1.8.9

Розв'язки прикладів 1.8.5 і 1.8.6 є набагато простіші за допомогою леми 1.8.8. Не потрібно розв'язувати жодні лінійні рівняння, а просто обчислити такі детермінанти:

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = -5, \qquad \det\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = -5, \qquad \det\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 8.$$

Означення 1.8.10

Нехай V — векторний простір. Будемо говорити, що невироджене лінійне перетворення $T\colon V \to V$ *зберігає орієнтацію*, якщо впорядковані базиси $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n)$ і $(T(\overrightarrow{v}_1), T(\overrightarrow{v}_2), \ldots, T(\overrightarrow{v}_n))$ визначають однакову орієнтацію векторного простору V. Якщо є лінійне перетворення $T\colon V \to V$ не зберігає орієнтацію, то будемо говорити, що воно *розвертає орієнтацію*. Більш загально, якщо (V, σ) і (W, τ) — два орієнтовані n-вимірні векторні простори і якщо $T\colon V \to W$ — невироджене лінійне відображення (очевидно, що воно є ізоморфізмом лінійних просторів), то будемо говорити, що $T\colon V \to W$ *зберігає орієнтацію*, якщо $\tau = [T(\overrightarrow{v}_1), T(\overrightarrow{v}_2), \ldots, T(\overrightarrow{v}_n)]$ для всіх впорядкованих базисів $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n)$ векторного простору V з властивістю $\sigma = [\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n]$, і в протилежному випадку будемо говорити, що T *розвертає орієнтацію*.

Тотожне відображення векторного простору, очевидно, зберігає орієнтацію.

Приклад 1.8.9

Розв'язки прикладів 1.8.5 і 1.8.6 є набагато простіші за допомогою леми 1.8.8. Не потрібно розв'язувати жодні лінійні рівняння, а просто обчислити такі детермінанти:

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = -5, \qquad \det\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = -5, \qquad \det\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 8.$$

Означення 1.8.10

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір. Будемо говорити, що невироджене лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ *зберігає орієнтацію*, якщо впорядковані базиси $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n)$ і $(T(\overrightarrow{v}_1), T(\overrightarrow{v}_2), \ldots, T(\overrightarrow{v}_n))$ визначають однакову орієнтацію векторного простору $\boldsymbol{V}$. Якщо є лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ не зберігає орієнтацію, то будемо говорити, що воно *розвертає орієнтацію*. Більш загально, якщо $(\boldsymbol{V}, \boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{W}, \boldsymbol{\tau})$ — два орієнтовані n-вимірні векторні простори і якщо $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{W}$ — невироджене лінійне відображення (очевидно, що воно є ізоморфізмом лінійних просторів), то будемо говорити, що $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{W}$ *зберігає орієнтацію*, якщо $\boldsymbol{\tau} = [T(\overrightarrow{v}_1), T(\overrightarrow{v}_2), \ldots, T(\overrightarrow{v}_n)]$ для всіх впорядкованих базисів $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n)$ векторного простору $\boldsymbol{V}$ з властивістю $\boldsymbol{\sigma} = [\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n]$, і в протилежному випадку будемо говорити, що T *розвертає орієнтацію*.

Тотожне відображення векторного простору, очевидно, зберігає орієнтацію.

Приклад 1.8.9

Розв'язки прикладів 1.8.5 і 1.8.6 є набагато простіші за допомогою леми 1.8.8. Не потрібно розв'язувати жодні лінійні рівняння, а просто обчислити такі детермінанти:

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = -5, \qquad \det\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = -5, \qquad \det\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 8.$$

Означення 1.8.10

Нехай V — векторний простір. Будемо говорити, що невироджене лінійне перетворення $T\colon V \to V$ *зберігає орієнтацію*, якщо впорядковані базиси $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n)$ і $(T(\overrightarrow{v}_1), T(\overrightarrow{v}_2), \ldots, T(\overrightarrow{v}_n))$ визначають однакову орієнтацію векторного простору V. Якщо є лінійне перетворення $T\colon V \to V$ не зберігає орієнтацію, то будемо говорити, що воно *розвертає орієнтацію*. Більш загально, якщо (V, σ) і (W, τ) — два орієнтовані n-вимірні векторні простори і якщо $T\colon V \to W$ — невироджене лінійне відображення (очевидно, що воно є ізоморфізмом лінійних просторів), то будемо говорити, що $T\colon V \to W$ *зберігає орієнтацію*, якщо $\tau = [T(\overrightarrow{v}_1), T(\overrightarrow{v}_2), \ldots, T(\overrightarrow{v}_n)]$ для всіх впорядкованих базисів $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n)$ векторного простору V з властивістю $\sigma = [\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n]$, і в протилежному випадку будемо говорити, що T *розвертає орієнтацію*.

Тотожне відображення векторного простору, очевидно, зберігає орієнтацію.

Приклад 1.8.9

Розв'язки прикладів 1.8.5 і 1.8.6 є набагато простіші за допомогою леми 1.8.8. Не потрібно розв'язувати жодні лінійні рівняння, а просто обчислити такі детермінанти:

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = -5, \qquad \det\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = -5, \qquad \det\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 8.$$

Означення 1.8.10

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір. Будемо говорити, що невироджене лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ *зберігає орієнтацію*, якщо впорядковані базиси $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $(T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1), T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2), \ldots, T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n))$ визначають однакову орієнтацію векторного простору $\boldsymbol{V}$. Якщо є лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ не зберігає орієнтацію, то будемо говорити, що воно *розвертає орієнтацію*. Більш загально, якщо $(\boldsymbol{V}, \boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{W}, \boldsymbol{\tau})$ — два орієнтовані n-вимірні векторні простори і якщо $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{W}$ — невироджене лінійне відображення (очевидно, що воно є ізоморфізмом лінійних просторів), то будемо говорити, що $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{W}$ *зберігає орієнтацію*, якщо $\boldsymbol{\tau} = [T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1), T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2), \ldots, T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)]$ для всіх впорядкованих базисів $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ векторного простору $\boldsymbol{V}$ з властивістю $\boldsymbol{\sigma} = [\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n]$, і в протилежному випадку будемо говорити, що T *розвертає орієнтацію*.

Тотожне відображення векторного простору, очевидно, зберігає орієнтацію.

Приклад 1.8.9

Розв'язки прикладів 1.8.5 і 1.8.6 є набагато простіші за допомогою леми 1.8.8. Не потрібно розв'язувати жодні лінійні рівняння, а просто обчислити такі детермінанти:

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = -5, \qquad \det\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = -5, \qquad \det\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 8.$$

Означення 1.8.10

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір. Будемо говорити, що невироджене лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ *зберігає орієнтацію*, якщо впорядковані базиси $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $(T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1), T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2), \ldots, T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n))$ визначають однакову орієнтацію векторного простору $\boldsymbol{V}$. Якщо є лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ не зберігає орієнтацію, то будемо говорити, що воно *розвертає орієнтацію*. Більш загально, якщо $(\boldsymbol{V}, \boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{W}, \boldsymbol{\tau})$ — два орієнтовані n-вимірні векторні простори і якщо $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{W}$ — невироджене лінійне відображення (очевидно, що воно є ізоморфізмом лінійних просторів), то будемо говорити, що $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{W}$ *зберігає орієнтацію*, якщо $\boldsymbol{\tau} = [T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1), T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2), \ldots, T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)]$ для всіх впорядкованих базисів $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ векторного простору $\boldsymbol{V}$ з властивістю $\boldsymbol{\sigma} = [\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n]$, і в протилежному випадку будемо говорити, що T *розвертає орієнтацію*.

Тотожне відображення векторного простору, очевидно, зберігає орієнтацію.

Приклад 1.8.9

Розв'язки прикладів 1.8.5 і 1.8.6 є набагато простіші за допомогою леми 1.8.8. Не потрібно розв'язувати жодні лінійні рівняння, а просто обчислити такі детермінанти:

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = -5, \qquad \det\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = -5, \qquad \det\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 8.$$

Означення 1.8.10

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір. Будемо говорити, що невироджене лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ *зберігає орієнтацію*, якщо впорядковані базиси $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $(T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1), T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2), \ldots, T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n))$ визначають однакову орієнтацію векторного простору $\boldsymbol{V}$. Якщо є лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ не зберігає орієнтацію, то будемо говорити, що воно *розвертає орієнтацію*. Більш загально, якщо $(\boldsymbol{V}, \boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{W}, \boldsymbol{\tau})$ — два орієнтовані n-вимірні векторні простори і якщо $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{W}$ — невироджене лінійне відображення (очевидно, що воно є ізоморфізмом лінійних просторів), то будемо говорити, що $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{W}$ *зберігає орієнтацію*, якщо $\boldsymbol{\tau} = [T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1), T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2), \ldots, T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)]$ для всіх впорядкованих базисів $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ векторного простору $\boldsymbol{V}$ з властивістю $\boldsymbol{\sigma} = [\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n]$, і в протилежному випадку будемо говорити, що T *розвертає орієнтацію*.

Тотожне відображення векторного простору, очевидно, зберігає орієнтацію.

Приклад 1.8.9

Розв'язки прикладів 1.8.5 і 1.8.6 є набагато простіші за допомогою леми 1.8.8. Не потрібно розв'язувати жодні лінійні рівняння, а просто обчислити такі детермінанти:

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = -5, \qquad \det\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = -5, \qquad \det\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 8.$$

Означення 1.8.10

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір. Будемо говорити, що невироджене лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ *зберігає орієнтацію*, якщо впорядковані базиси $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $(T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1), T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2), \ldots, T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n))$ визначають однакову орієнтацію векторного простору $\boldsymbol{V}$. Якщо є лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ не зберігає орієнтацію, то будемо говорити, що воно *розвертає орієнтацію*. Більш загально, якщо $(\boldsymbol{V}, \boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{W}, \boldsymbol{\tau})$ — два орієнтовані n-вимірні векторні простори і якщо $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{W}$ — невироджене лінійне відображення (очевидно, що воно є ізоморфізмом лінійних просторів), то будемо говорити, що $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{W}$ *зберігає орієнтацію*, якщо $\boldsymbol{\tau} = [T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1), T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2), \ldots, T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)]$ для всіх впорядкованих базисів $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ векторного простору $\boldsymbol{V}$ з властивістю $\boldsymbol{\sigma} = [\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n]$, і в протилежному випадку будемо говорити, що T *розвертає орієнтацію*.

Тотожне відображення векторного простору, очевидно, зберігає орієнтацію.

Приклад 1.8.9

Розв'язки прикладів 1.8.5 і 1.8.6 є набагато простіші за допомогою леми 1.8.8. Не потрібно розв'язувати жодні лінійні рівняння, а просто обчислити такі детермінанти:

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = -5, \qquad \det\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = -5, \qquad \det\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 8.$$

Означення 1.8.10

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір. Будемо говорити, що невироджене лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ *зберігає орієнтацію*, якщо впорядковані базиси $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $(T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1), T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2), \ldots, T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n))$ визначають однакову орієнтацію векторного простору $\boldsymbol{V}$. Якщо є лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ не зберігає орієнтацію, то будемо говорити, що воно *розвертає орієнтацію*. Більш загально, якщо $(\boldsymbol{V}, \boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{W}, \boldsymbol{\tau})$ — два орієнтовані n-вимірні векторні простори і якщо $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{W}$ — невироджене лінійне відображення (очевидно, що воно є ізоморфізмом лінійних просторів), то будемо говорити, що $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{W}$ *зберігає орієнтацію*, якщо $\boldsymbol{\tau} = [T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1), T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2), \ldots, T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)]$ для всіх впорядкованих базисів $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ векторного простору $\boldsymbol{V}$ з властивістю $\boldsymbol{\sigma} = [\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n]$, і в протилежному випадку будемо говорити, що T *розвертає орієнтацію*.

Тотожне відображення векторного простору, очевидно, зберігає орієнтацію.

Приклад 1.8.9

Розв'язки прикладів 1.8.5 і 1.8.6 є набагато простіші за допомогою леми 1.8.8. Не потрібно розв'язувати жодні лінійні рівняння, а просто обчислити такі детермінанти:

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = -5, \qquad \det\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = -5, \qquad \det\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 8.$$

Означення 1.8.10

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір. Будемо говорити, що невироджене лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ *зберігає орієнтацію*, якщо впорядковані базиси $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $(T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1), T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2), \ldots, T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n))$ визначають однакову орієнтацію векторного простору $\boldsymbol{V}$. Якщо є лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ не зберігає орієнтацію, то будемо говорити, що воно *розвертає орієнтацію*. Більш загально, якщо $(\boldsymbol{V}, \boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{W}, \boldsymbol{\tau})$ — два орієнтовані n-вимірні векторні простори і якщо $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{W}$ — невироджене лінійне відображення (очевидно, що воно є ізоморфізмом лінійних просторів), то будемо говорити, що $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{W}$ *зберігає орієнтацію*, якщо $\boldsymbol{\tau} = [T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1), T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2), \ldots, T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)]$ для всіх впорядкованих базисів $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ векторного простору $\boldsymbol{V}$ з властивістю $\boldsymbol{\sigma} = [\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n]$, і в протилежному випадку будемо говорити, що T *розвертає орієнтацію*.

Тотожне відображення векторного простору, очевидно, зберігає орієнтацію.

Приклад 1.8.9

Розв'язки прикладів 1.8.5 і 1.8.6 є набагато простіші за допомогою леми 1.8.8. Не потрібно розв'язувати жодні лінійні рівняння, а просто обчислити такі детермінанти:

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = -5, \qquad \det\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = -5, \qquad \det\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 8.$$

Означення 1.8.10

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір. Будемо говорити, що невироджене лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ *зберігає орієнтацію*, якщо впорядковані базиси $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $(T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1), T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2), \ldots, T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n))$ визначають однакову орієнтацію векторного простору $\boldsymbol{V}$. Якщо є лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ не зберігає орієнтацію, то будемо говорити, що воно *розвертає орієнтацію*. Більш загально, якщо $(\boldsymbol{V}, \boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{W}, \boldsymbol{\tau})$ — два орієнтовані n-вимірні векторні простори і якщо $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{W}$ — невироджене лінійне відображення (очевидно, що воно є ізоморфізмом лінійних просторів), то будемо говорити, що $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{W}$ *зберігає орієнтацію*, якщо $\boldsymbol{\tau} = [T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1), T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2), \ldots, T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)]$ для всіх впорядкованих базисів $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ векторного простору $\boldsymbol{V}$ з властивістю $\boldsymbol{\sigma} = [\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n]$, і в протилежному випадку будемо говорити, що T *розвертає орієнтацію*.

Тотожне відображення векторного простору, очевидно, зберігає орієнтацію.

Приклад 1.8.9

Розв'язки прикладів 1.8.5 і 1.8.6 є набагато простіші за допомогою леми 1.8.8. Не потрібно розв'язувати жодні лінійні рівняння, а просто обчислити такі детермінанти:

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = -5, \qquad \det\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = -5, \qquad \det\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 8.$$

Означення 1.8.10

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір. Будемо говорити, що невироджене лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ *зберігає орієнтацію*, якщо впорядковані базиси $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $(T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1), T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2), \ldots, T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n))$ визначають однакову орієнтацію векторного простору $\boldsymbol{V}$. Якщо є лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ не зберігає орієнтацію, то будемо говорити, що воно *розвертає орієнтацію*. Більш загально, якщо $(\boldsymbol{V}, \boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{W}, \boldsymbol{\tau})$ — два орієнтовані n-вимірні векторні простори і якщо $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{W}$ — невироджене лінійне відображення (очевидно, що воно є ізоморфізмом лінійних просторів), то будемо говорити, що $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{W}$ *зберігає орієнтацію*, якщо $\boldsymbol{\tau} = [T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1), T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2), \ldots, T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)]$ для всіх впорядкованих базисів $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ векторного простору $\boldsymbol{V}$ з властивістю $\boldsymbol{\sigma} = [\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n]$, і в протилежному випадку будемо говорити, що T *розвертає орієнтацію*.

Тотожне відображення векторного простору, очевидно, зберігає орієнтацію.

Приклад 1.8.9

Розв'язки прикладів 1.8.5 і 1.8.6 є набагато простіші за допомогою леми 1.8.8. Не потрібно розв'язувати жодні лінійні рівняння, а просто обчислити такі детермінанти:

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = -5, \qquad \det\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = -5, \qquad \det\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 8.$$

Означення 1.8.10

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір. Будемо говорити, що невироджене лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ *зберігає орієнтацію*, якщо впорядковані базиси $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $(T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1), T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2), \ldots, T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n))$ визначають однакову орієнтацію векторного простору $\boldsymbol{V}$. Якщо є лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ не зберігає орієнтацію, то будемо говорити, що воно *розвертає орієнтацію*. Більш загально, якщо $(\boldsymbol{V}, \boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{W}, \boldsymbol{\tau})$ — два орієнтовані n-вимірні векторні простори і якщо $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{W}$ — невироджене лінійне відображення (очевидно, що воно є ізоморфізмом лінійних просторів), то будемо говорити, що $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{W}$ *зберігає орієнтацію*, якщо $\boldsymbol{\tau} = [T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1), T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2), \ldots, T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)]$ для всіх впорядкованих базисів $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ векторного простору $\boldsymbol{V}$ з властивістю $\boldsymbol{\sigma} = [\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n]$, і в протилежному випадку будемо говорити, що T *розвертає орієнтацію*.

Тотожне відображення векторного простору, очевидно, зберігає орієнтацію.

Приклад 1.8.9

Розв'язки прикладів 1.8.5 і 1.8.6 є набагато простіші за допомогою леми 1.8.8. Не потрібно розв'язувати жодні лінійні рівняння, а просто обчислити такі детермінанти:

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = -5, \qquad \det\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = -5, \qquad \det\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 8.$$

Означення 1.8.10

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір. Будемо говорити, що невироджене лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ *зберігає орієнтацію*, якщо впорядковані базиси $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $(T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1), T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2), \ldots, T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n))$ визначають однакову орієнтацію векторного простору $\boldsymbol{V}$. Якщо є лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ не зберігає орієнтацію, то будемо говорити, що воно *розвертає орієнтацію*. Більш загально, якщо $(\boldsymbol{V}, \boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{W}, \boldsymbol{\tau})$ — два орієнтовані n-вимірні векторні простори і якщо $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{W}$ — невироджене лінійне відображення (очевидно, що воно є ізоморфізмом лінійних просторів), то будемо говорити, що $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{W}$ *зберігає орієнтацію*, якщо $\boldsymbol{\tau} = [T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1), T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2), \ldots, T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)]$ для всіх впорядкованих базисів $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ векторного простору $\boldsymbol{V}$ з властивістю $\boldsymbol{\sigma} = [\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n]$, і в протилежному випадку будемо говорити, що T *розвертає орієнтацію*.

Тотожне відображення векторного простору, очевидно, зберігає орієнтацію.

Приклад 1.8.9

Розв'язки прикладів 1.8.5 і 1.8.6 є набагато простіші за допомогою леми 1.8.8. Не потрібно розв'язувати жодні лінійні рівняння, а просто обчислити такі детермінанти:

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = -5, \qquad \det\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = -5, \qquad \det\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 8.$$

Означення 1.8.10

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір. Будемо говорити, що невироджене лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ *зберігає орієнтацію*, якщо впорядковані базиси $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $(T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1), T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2), \ldots, T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n))$ визначають однакову орієнтацію векторного простору $\boldsymbol{V}$. Якщо є лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ не зберігає орієнтацію, то будемо говорити, що воно *розвертає орієнтацію*. Більш загально, якщо $(\boldsymbol{V}, \boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{W}, \boldsymbol{\tau})$ — два орієнтовані n-вимірні векторні простори і якщо $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{W}$ — невироджене лінійне відображення (очевидно, що воно є ізоморфізмом лінійних просторів), то будемо говорити, що $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{W}$ *зберігає орієнтацію*, якщо $\boldsymbol{\tau} = [T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1), T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2), \ldots, T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)]$ для всіх впорядкованих базисів $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ векторного простору $\boldsymbol{V}$ з властивістю $\boldsymbol{\sigma} = [\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n]$, і в протилежному випадку будемо говорити, що T *розвертає орієнтацію*.

Тотожне відображення векторного простору, очевидно, зберігає орієнтацію.

Приклад 1.8.9

Розв'язки прикладів 1.8.5 і 1.8.6 є набагато простіші за допомогою леми 1.8.8. Не потрібно розв'язувати жодні лінійні рівняння, а просто обчислити такі детермінанти:

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = -5, \qquad \det\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = -5, \qquad \det\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 8.$$

Означення 1.8.10

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір. Будемо говорити, що невироджене лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ *зберігає орієнтацію*, якщо впорядковані базиси $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $(T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1), T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2), \ldots, T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n))$ визначають однакову орієнтацію векторного простору $\boldsymbol{V}$. Якщо є лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ не зберігає орієнтацію, то будемо говорити, що воно *розвертає орієнтацію*. Більш загально, якщо $(\boldsymbol{V}, \boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{W}, \boldsymbol{\tau})$ — два орієнтовані n-вимірні векторні простори і якщо $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{W}$ — невироджене лінійне відображення (очевидно, що воно є ізоморфізмом лінійних просторів), то будемо говорити, що $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{W}$ *зберігає орієнтацію*, якщо $\boldsymbol{\tau} = [T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1), T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2), \ldots, T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)]$ для всіх впорядкованих базисів $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ векторного простору $\boldsymbol{V}$ з властивістю $\boldsymbol{\sigma} = [\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n]$, і в протилежному випадку будемо говорити, що T *розвертає орієнтацію*.

Тотожне відображення векторного простору, очевидно, зберігає орієнтацію.

Приклад 1.8.9

Розв'язки прикладів 1.8.5 і 1.8.6 є набагато простіші за допомогою леми 1.8.8. Не потрібно розв'язувати жодні лінійні рівняння, а просто обчислити такі детермінанти:

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = -5, \qquad \det\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = -5, \qquad \det\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 8.$$

Означення 1.8.10

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір. Будемо говорити, що невироджене лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ *зберігає орієнтацію*, якщо впорядковані базиси $(\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n)$ і $(T(\vec{\boldsymbol{v}}_1), T(\vec{\boldsymbol{v}}_2), \ldots, T(\vec{\boldsymbol{v}}_n))$ визначають однакову орієнтацію векторного простору $\boldsymbol{V}$. Якщо є лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ не зберігає орієнтацію, то будемо говорити, що воно *розвертає орієнтацію*. Більш загально, якщо $(\boldsymbol{V}, \boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{W}, \boldsymbol{\tau})$ — два орієнтовані n-вимірні векторні простори і якщо $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{W}$ — невироджене лінійне відображення (очевидно, що воно є ізоморфізмом лінійних просторів), то будемо говорити, що $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{W}$ *зберігає орієнтацію*, якщо $\boldsymbol{\tau} = [T(\vec{\boldsymbol{v}}_1), T(\vec{\boldsymbol{v}}_2), \ldots, T(\vec{\boldsymbol{v}}_n)]$ для всіх впорядкованих базисів $(\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n)$ векторного простору $\boldsymbol{V}$ з властивістю $\boldsymbol{\sigma} = [\vec{\boldsymbol{v}}_1, \vec{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \vec{\boldsymbol{v}}_n]$, і в протилежному випадку будемо говорити, що T *розвертає орієнтацію*.

Тотожне відображення векторного простору, очевидно, зберігає орієнтацію.

Приклад 1.8.9

Розв'язки прикладів 1.8.5 і 1.8.6 є набагато простіші за допомогою леми 1.8.8. Не потрібно розв'язувати жодні лінійні рівняння, а просто обчислити такі детермінанти:

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = -5, \qquad \det\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = -5, \qquad \det\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 8.$$

Означення 1.8.10

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір. Будемо говорити, що невироджене лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ *зберігає орієнтацію*, якщо впорядковані базиси $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $(T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1), T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2), \ldots, T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n))$ визначають однакову орієнтацію векторного простору $\boldsymbol{V}$. Якщо є лінійне перетворення $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ не зберігає орієнтацію, то будемо говорити, що воно *розвертає орієнтацію*. Більш загально, якщо $(\boldsymbol{V}, \boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{W}, \boldsymbol{\tau})$ — два орієнтовані n-вимірні векторні простори і якщо $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{W}$ — невироджене лінійне відображення (очевидно, що воно є ізоморфізмом лінійних просторів), то будемо говорити, що $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{W}$ *зберігає орієнтацію*, якщо $\boldsymbol{\tau} = [T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1), T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2), \ldots, T(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)]$ для всіх впорядкованих базисів $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ векторного простору $\boldsymbol{V}$ з властивістю $\boldsymbol{\sigma} = [\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n]$, і в протилежному випадку будемо говорити, що T *розвертає орієнтацію*.

Тотожне відображення векторного простору, очевидно, зберігає орієнтацію.

Орієнтація

Наступна теорема безпосередньо випливає з означення.

Теорема 1.8.11

Нехай V — векторний простір і $T\colon V \to V$ — невироджене лінійне перетворення. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли $\det(T) > 0$.

Теорема 1.8.12

Нехай V — векторний простір і $T, T_1, T_2, \ldots, T_k\colon V \to V$ — невироджені лінійні перетворення.

1. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли T^{-1} зберігає орієнтацію.
2. Нехай $T = T_1 \circ T_2 \circ \ldots \circ T_k\colon V \to V$.

Теорема 1.8.12 є безпосереднім наслідком теореми 1.8.11 та таких рівностей:

$$\det(T^{-1}) = \frac{1}{\det(T)} \qquad \text{і} \qquad \det(T) = \det(T_1) \cdot \det(T_2) \cdot \ldots \cdot \det(T_k).$$

Орієнтація

Наступна теорема безпосередньо випливає з означення.

Теорема 1.8.11

Нехай V — векторний простір і $T\colon V \to V$ — невироджене лінійне перетворення. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли $\det(T) > 0$.

Теорема 1.8.12

Нехай V — векторний простір і $T, T_1, T_2, \ldots, T_k\colon V \to V$ — невироджені лінійні перетворення.

1. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли T^{-1} зберігає орієнтацію.
2. Нехай $T = T_1 \circ T_2 \circ \ldots \circ T_k\colon V \to V$.

Теорема 1.8.12 є безпосереднім наслідком теореми 1.8.11 та таких рівностей:

$$\det(T^{-1}) = \frac{1}{\det(T)} \qquad \text{і} \qquad \det(T) = \det(T_1) \cdot \det(T_2) \cdot \ldots \cdot \det(T_k).$$

Орієнтація

Наступна теорема безпосередньо випливає з означення.

Теорема 1.8.11

Нехай V — векторний простір і $T\colon V \to V$ — невироджене лінійне перетворення. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли $\det(T) > 0$.

Теорема 1.8.12

Нехай V — векторний простір і $T, T_1, T_2, \ldots, T_k\colon V \to V$ — невироджені лінійні перетворення.

1. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли T^{-1} зберігає орієнтацію.
2. Нехай $T = T_1 \circ T_2 \circ \ldots \circ T_k\colon V \to V$.

Теорема 1.8.12 є безпосереднім наслідком теореми 1.8.11 та таких рівностей:

$$\det(T^{-1}) = \frac{1}{\det(T)} \qquad \text{і} \qquad \det(T) = \det(T_1) \cdot \det(T_2) \cdot \ldots \cdot \det(T_k).$$

Орієнтація

Наступна теорема безпосередньо випливає з означення.

Теорема 1.8.11

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір і $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — невироджене лінійне перетворення. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли $\det(T) > 0$.

Теорема 1.8.12

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір і $T, T_1, T_2, \ldots, T_k\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — невироджені лінійні перетворення.

1. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли T^{-1} зберігає орієнтацію.
2. Нехай $T = T_1 \circ T_2 \circ \ldots \circ T_k\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$.

Теорема 1.8.12 є безпосереднім наслідком теореми 1.8.11 та таких рівностей:

$$\det(T^{-1}) = \frac{1}{\det(T)} \qquad \text{і} \qquad \det(T) = \det(T_1) \cdot \det(T_2) \cdot \ldots \cdot \det(T_k).$$

Орієнтація

Наступна теорема безпосередньо випливає з означення.

Теорема 1.8.11

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір і $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — невироджене лінійне перетворення. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли $\det(T) > 0$.

Теорема 1.8.12

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір і $T, T_1, T_2, \ldots, T_k\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — невироджені лінійні перетворення.

1. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли T^{-1} зберігає орієнтацію.
2. Нехай $T = T_1 \circ T_2 \circ \ldots \circ T_k\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$.

Теорема 1.8.12 є безпосереднім наслідком теореми 1.8.11 та таких рівностей:

$$\det(T^{-1}) = \frac{1}{\det(T)} \qquad \text{і} \qquad \det(T) = \det(T_1) \cdot \det(T_2) \cdot \ldots \cdot \det(T_k).$$

Орієнтація

Наступна теорема безпосередньо випливає з означення.

Теорема 1.8.11

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір і $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — невироджене лінійне перетворення. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли $\det(T) > 0$.

Теорема 1.8.12

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір і $T, T_1, T_2, \ldots, T_k\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — невироджені лінійні перетворення.

1. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли T^{-1} зберігає орієнтацію.
2. Нехай $T = T_1 \circ T_2 \circ \ldots \circ T_k\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$.

Теорема 1.8.12 є безпосереднім наслідком теореми 1.8.11 та таких рівностей:

$$\det(T^{-1}) = \frac{1}{\det(T)} \qquad \text{і} \qquad \det(T) = \det(T_1) \cdot \det(T_2) \cdot \ldots \cdot \det(T_k).$$

Орієнтація

Наступна теорема безпосередньо випливає з означення.

Теорема 1.8.11

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір і $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — невироджене лінійне перетворення. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли $\det(T) > 0$.

Теорема 1.8.12

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір і $T, T_1, T_2, \ldots, T_k\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — невироджені лінійні перетворення.

1. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли T^{-1} зберігає орієнтацію.
2. Нехай $T = T_1 \circ T_2 \circ \ldots \circ T_k\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$.

Теорема 1.8.12 є безпосереднім наслідком теореми 1.8.11 та таких рівностей:

$$\det(T^{-1}) = \frac{1}{\det(T)} \qquad \text{і} \qquad \det(T) = \det(T_1) \cdot \det(T_2) \cdot \ldots \cdot \det(T_k).$$

Наступна теорема безпосередньо випливає з означення.

Теорема 1.8.11

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір і $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — невироджене лінійне перетворення. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли $\det(T) > 0$.

Теорема 1.8.12

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір і $T, T_1, T_2, \ldots, T_k\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — невироджені лінійні перетворення.

1. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли T^{-1} зберігає орієнтацію.
2. Нехай $T = T_1 \circ T_2 \circ \ldots \circ T_k\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли кількість перетворень T_i які розвертають орієнтацію, є парна.

Теорема 1.8.12 є безпосереднім наслідком теореми 1.8.11 та таких рівностей:

$$\det(T^{-1}) = \frac{1}{\det(T)} \qquad \text{і} \qquad \det(T) = \det(T_1) \cdot \det(T_2) \cdot \ldots \cdot \det(T_k).$$

Наступна теорема безпосередньо випливає з означення.

Теорема 1.8.11

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір і $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — невироджене лінійне перетворення. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли $\det(T) > 0$.

Теорема 1.8.12

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір і $T, T_1, T_2, \ldots, T_k\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — невироджені лінійні перетворення.

1. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли T^{-1} зберігає орієнтацію.
2. Нехай $T = T_1 \circ T_2 \circ \ldots \circ T_k\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли кількість перетворень T_i які розвертають орієнтацію, є парна.

Теорема 1.8.12 є безпосереднім наслідком теореми 1.8.11 та таких рівностей:

$$\det(T^{-1}) = \frac{1}{\det(T)} \qquad \text{і} \qquad \det(T) = \det(T_1) \cdot \det(T_2) \cdot \ldots \cdot \det(T_k).$$

Орієнтація

Наступна теорема безпосередньо випливає з означення.

Теорема 1.8.11

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір і $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — невироджене лінійне перетворення. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли $\det(T) > 0$.

Теорема 1.8.12

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір і $T, T_1, T_2, \ldots, T_k\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — невироджені лінійні перетворення.

1. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли T^{-1} зберігає орієнтацію.
2. Нехай $T = T_1 \circ T_2 \circ \ldots \circ T_k\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли кількість перетворень T_i які розвертають орієнтацію, є парна.

Теорема 1.8.12 є безпосереднім наслідком теореми 1.8.11 та таких рівностей:

$$\det(T^{-1}) = \frac{1}{\det(T)} \qquad \text{і} \qquad \det(T) = \det(T_1) \cdot \det(T_2) \cdot \ldots \cdot \det(T_k).$$

Орієнтація

Наступна теорема безпосередньо випливає з означення.

Теорема 1.8.11

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір і $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — невироджене лінійне перетворення. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли $\det(T) > 0$.

Теорема 1.8.12

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір і $T, T_1, T_2, \dots, T_k\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — невироджені лінійні перетворення.

1. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли T^{-1} зберігає орієнтацію.
2. Нехай $T = T_1 \circ T_2 \circ \dots \circ T_k\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли кількість перетворень T_i які розвертають орієнтацію, є парна.

Теорема 1.8.12 є безпосереднім наслідком теореми 1.8.11 та таких рівностей:

$$\det(T^{-1}) = \frac{1}{\det(T)} \qquad \text{і} \qquad \det(T) = \det(T_1) \cdot \det(T_2) \cdot \ldots \cdot \det(T_k).$$

Орієнтація

Наступна теорема безпосередньо випливає з означення.

Теорема 1.8.11

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір і $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — невироджене лінійне перетворення. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли $\det(T) > 0$.

Теорема 1.8.12

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір і $T, T_1, T_2, \ldots, T_k\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — невироджені лінійні перетворення.

1. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли T^{-1} зберігає орієнтацію.
2. Нехай $T = T_1 \circ T_2 \circ \ldots \circ T_k\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли кількість перетворень T_i які розвертають орієнтацію, є парна.

Теорема 1.8.12 є безпосереднім наслідком теореми 1.8.11 та таких рівностей:

$$\det(T^{-1}) = \frac{1}{\det(T)} \qquad \text{і} \qquad \det(T) = \det(T_1) \cdot \det(T_2) \cdot \ldots \cdot \det(T_k).$$

Орієнтація

Наступна теорема безпосередньо випливає з означення.

Теорема 1.8.11

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір і $T\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — невироджене лінійне перетворення. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли $\det(T) > 0$.

Теорема 1.8.12

Нехай $\boldsymbol{V}$ — векторний простір і $T, T_1, T_2, \ldots, T_k\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ — невироджені лінійні перетворення.

1. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли T^{-1} зберігає орієнтацію.
2. Нехай $T = T_1 \circ T_2 \circ \ldots \circ T_k\colon \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$. Перетворення T зберігає орієнтацію тоді і лише тоді, коли кількість перетворень T_i які розвертають орієнтацію, є парна.

Теорема 1.8.12 є безпосереднім наслідком теореми 1.8.11 та таких рівностей:

$$\det(T^{-1}) = \frac{1}{\det(T)} \qquad \text{і} \qquad \det(T) = \det(T_1) \cdot \det(T_2) \cdot \ldots \cdot \det(T_k).$$

Означення 1.8.13

Нехай X — площина n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ з базисом $\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n$. *Орієнтацією площини* X називається орієнтація лінійного підпростору $\operatorname{aff}(\{\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n\})$ (який є перенесенням площини X до початку координат) простору $\mathbb{R}^n$. *Орієнтована площина* — це пара (X, σ), де X — площина, а σ — орієнтація площини X. Вираз "площина X орієнтована впорядкованим базисом $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2, \ldots, \overrightarrow{w}_k)$" буде означати, що маємо орієнтовану площину $(X, [\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2, \ldots, \overrightarrow{w}_k])$. Орієнтовану пряму часто називають *напрямленою прямою*.

Орієнтовану площину (X, σ) часто називають просто "орієнтованою площиною X". У цьому випадку орієнтація σ вважається заданою, але просто не вказується явно, поки це не буде потрібно. Орієнтація орієнтованої прямої визначається єдиним одиничним вектором напрямку. Зазвичай, хоча вони, здається, мають сенс, такі вирази, як "кут між двома прямими" або "кут між двома площинами в $\mathbb{R}^3$", є неоднозначними, оскільки це може означати один із двох кутів. У орієнтованому випадку такі кути визначаються однозначно.

Означення 1.8.13

Нехай X — площина n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ з базисом $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_n$. *Орієнтацією площини* X називається орієнтація лінійного підпростору $\operatorname{aff}(\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_n\})$ (який є перенесенням площини X до початку координат) простору $\mathbb{R}^n$. *Орієнтована площина* — це пара (X, σ), де X — площина, а σ — орієнтація площини X. Вираз "площина X орієнтована впорядкованим базисом $(\vec{w}_1, \vec{w}_2, \ldots, \vec{w}_k)$" буде означати, що маємо орієнтовану площину $(X, [\vec{w}_1, \vec{w}_2, \ldots, \vec{w}_k])$. Орієнтовану пряму часто називають *напрямленою прямою*.

Орієнтовану площину (X, σ) часто називають просто "орієнтованою площиною X". У цьому випадку орієнтація σ вважається заданою, але просто не вказується явно, поки це не буде потрібно. Орієнтація орієнтованої прямої визначається єдиним одиничним вектором напрямку. Зазвичай, хоча вони, здається, мають сенс, такі вирази, як "кут між двома прямими" або "кут між двома площинами в $\mathbb{R}^3$", є неоднозначними, оскільки це може означати один із двох кутів. У орієнтованому випадку такі кути визначаються однозначно.

Означення 1.8.13

Нехай $\boldsymbol{X}$ — площина n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ з базисом $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$. *Орієнтацією площини* $\boldsymbol{X}$ називається орієнтація лінійного підпростору $\operatorname{aff}(\{\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n\})$ (який є перенесенням площини $\boldsymbol{X}$ до початку координат) простору $\mathbb{R}^n$. *Орієнтована площина* — це пара $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$, де $\boldsymbol{X}$ — площина, а $\boldsymbol{\sigma}$ — орієнтація площини $\boldsymbol{X}$. Вираз "площина $\boldsymbol{X}$ орієнтована впорядкованим базисом $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_k)$" буде означати, що маємо орієнтовану площину $(\boldsymbol{X}, [\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_k])$. Орієнтовану пряму часто називають *напрямленою прямою*.

Орієнтовану площину $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$ часто називають просто "орієнтованою площиною $\boldsymbol{X}$". У цьому випадку орієнтація $\boldsymbol{\sigma}$ вважається заданою, але просто не вказується явно, поки це не буде потрібно. Орієнтація орієнтованої прямої визначається єдиним одиничним вектором напрямку. Зазвичай, хоча вони, здається, мають сенс, такі вирази, як "кут між двома прямими" або "кут між двома площинами в $\mathbb{R}^3$", є неоднозначними, оскільки це може означати один із двох кутів. У орієнтованому випадку такі кути визначаються однозначно.

Орієнтація

Означення 1.8.13

Нехай $\boldsymbol{X}$ — площина n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ з базисом $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$. *Орієнтацією площини* $\boldsymbol{X}$ називається орієнтація лінійного підпростору $\operatorname{aff}(\{\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n\})$ (який є перенесенням площини $\boldsymbol{X}$ до початку координат) простору $\mathbb{R}^n$. *Орієнтована площина* — це пара $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$, де $\boldsymbol{X}$ — площина, а $\boldsymbol{\sigma}$ — орієнтація площини $\boldsymbol{X}$. Вираз "площина $\boldsymbol{X}$ орієнтована впорядкованим базисом $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_k)$" буде означати, що маємо орієнтовану площину $(\boldsymbol{X}, [\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_k])$. Орієнтовану пряму часто називають *напрямленою прямою*.

Орієнтовану площину $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$ часто називають просто "орієнтованою площиною $\boldsymbol{X}$". У цьому випадку орієнтація $\boldsymbol{\sigma}$ вважається заданою, але просто не вказується явно, поки це не буде потрібно. Орієнтація орієнтованої прямої визначається єдиним одиничним вектором напрямку. Зазвичай, хоча вони, здається, мають сенс, такі вирази, як "кут між двома прямими" або "кут між двома площинами в $\mathbb{R}^3$", є неоднозначними, оскільки це може означати один із двох кутів. У орієнтованому випадку такі кути визначаються однозначно.

Означення 1.8.13

Нехай $\boldsymbol{X}$ — площина n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ з базисом $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$. *Орієнтацією площини* $\boldsymbol{X}$ називається орієнтація лінійного підпростору $\operatorname{aff}(\{\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n\})$ (який є перенесенням площини $\boldsymbol{X}$ до початку координат) простору $\mathbb{R}^n$. *Орієнтована площина* — це пара $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$, де $\boldsymbol{X}$ — площина, а $\boldsymbol{\sigma}$ — орієнтація площини $\boldsymbol{X}$. Вираз "площина $\boldsymbol{X}$ орієнтована впорядкованим базисом $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_k)$" буде означати, що маємо орієнтовану площину $(\boldsymbol{X}, [\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_k])$. Орієнтовану пряму часто називають *напрямленою прямою*.

Орієнтовану площину $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$ часто називають просто "орієнтованою площиною $\boldsymbol{X}$". У цьому випадку орієнтація $\boldsymbol{\sigma}$ вважається заданою, але просто не вказується явно, поки це не буде потрібно. Орієнтація орієнтованої прямої визначається єдиним одиничним вектором напрямку. Зазвичай, хоча вони, здається, мають сенс, такі вирази, як "кут між двома прямими" або "кут між двома площинами в $\mathbb{R}^3$", є неоднозначними, оскільки це може означати один із двох кутів. У орієнтованому випадку такі кути визначаються однозначно.

Означення 1.8.13

Нехай $\boldsymbol{X}$ — площина n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ з базисом $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$. *Орієнтацією площини* $\boldsymbol{X}$ називається орієнтація лінійного підпростору $\operatorname{aff}(\{\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n\})$ (який є перенесенням площини $\boldsymbol{X}$ до початку координат) простору $\mathbb{R}^n$. *Орієнтована площина* — це пара $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$, де $\boldsymbol{X}$ — площина, а $\boldsymbol{\sigma}$ — орієнтація площини $\boldsymbol{X}$. Вираз "площина $\boldsymbol{X}$ орієнтована впорядкованим базисом $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_k)$" буде означати, що маємо орієнтовану площину $(\boldsymbol{X}, [\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_k])$. Орієнтовану пряму часто називають *напрямленою прямою*.

Орієнтовану площину $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$ часто називають просто "орієнтованою площиною $\boldsymbol{X}$". У цьому випадку орієнтація $\boldsymbol{\sigma}$ вважається заданою, але просто не вказується явно, поки це не буде потрібно. Орієнтація орієнтованої прямої визначається єдиним одиничним вектором напрямку. Зазвичай, хоча вони, здається, мають сенс, такі вирази, як "кут між двома прямими" або "кут між двома площинами в $\mathbb{R}^3$", є неоднозначними, оскільки це може означати один із двох кутів. У орієнтованому випадку такі кути визначаються однозначно.

Означення 1.8.13

Нехай $\boldsymbol{X}$ — площина n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ з базисом $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$. *Орієнтацією площини* $\boldsymbol{X}$ називається орієнтація лінійного підпростору $\operatorname{aff}(\{\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n\})$ (який є перенесенням площини $\boldsymbol{X}$ до початку координат) простору $\mathbb{R}^n$. *Орієнтована площина* — це пара $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$, де $\boldsymbol{X}$ — площина, а $\boldsymbol{\sigma}$ — орієнтація площини $\boldsymbol{X}$. Вираз "площина $\boldsymbol{X}$ орієнтована впорядкованим базисом $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_k)$" буде означати, що маємо орієнтовану площину $(\boldsymbol{X}, [\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_k])$. Орієнтовану пряму часто називають *напрямленою прямою*.

Орієнтовану площину $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$ часто називають просто "орієнтованою площиною $\boldsymbol{X}$". У цьому випадку орієнтація $\boldsymbol{\sigma}$ вважається заданою, але просто не вказується явно, поки це не буде потрібно. Орієнтація орієнтованої прямої визначається єдиним одиничним вектором напрямку. Зазвичай, хоча вони, здається, мають сенс, такі вирази, як "кут між двома прямими" або "кут між двома площинами в $\mathbb{R}^3$", є неоднозначними, оскільки це може означати один із двох кутів. У орієнтованому випадку такі кути визначаються однозначно.

Означення 1.8.13

Нехай $\boldsymbol{X}$ — площина n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ з базисом $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$. *Орієнтацією площини* $\boldsymbol{X}$ називається орієнтація лінійного підпростору $\operatorname{aff}(\{\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n\})$ (який є перенесенням площини $\boldsymbol{X}$ до початку координат) простору $\mathbb{R}^n$. *Орієнтована площина* — це пара $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$, де $\boldsymbol{X}$ — площина, а $\boldsymbol{\sigma}$ — орієнтація площини $\boldsymbol{X}$. Вираз "площина $\boldsymbol{X}$ орієнтована впорядкованим базисом $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_k)$" буде означати, що маємо орієнтовану площину $(\boldsymbol{X}, [\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_k])$. Орієнтовану пряму часто називають *напрямленою прямою*.

Орієнтовану площину $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$ часто називають просто "орієнтованою площиною $\boldsymbol{X}$". У цьому випадку орієнтація $\boldsymbol{\sigma}$ вважається заданою, але просто не вказується явно, поки це не буде потрібно. Орієнтація орієнтованої прямої визначається єдиним одиничним вектором напрямку. Зазвичай, хоча вони, здається, мають сенс, такі вирази, як "кут між двома прямими" або "кут між двома площинами в $\mathbb{R}^3$", є неоднозначними, оскільки це може означати один із двох кутів. У орієнтованому випадку такі кути визначаються однозначно.

Означення 1.8.13

Нехай $\boldsymbol{X}$ — площина n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ з базисом $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$. *Орієнтацією площини* $\boldsymbol{X}$ називається орієнтація лінійного підпростору $\operatorname{aff}(\{\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n\})$ (який є перенесенням площини $\boldsymbol{X}$ до початку координат) простору $\mathbb{R}^n$. *Орієнтована площина* — це пара $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$, де $\boldsymbol{X}$ — площина, а $\boldsymbol{\sigma}$ — орієнтація площини $\boldsymbol{X}$. Вираз "площина $\boldsymbol{X}$ орієнтована впорядкованим базисом $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_k)$" буде означати, що маємо орієнтовану площину $(\boldsymbol{X}, [\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_k])$. Орієнтовану пряму часто називають *напрямленою прямою*.

Орієнтовану площину $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$ часто називають просто "орієнтованою площиною $\boldsymbol{X}$". У цьому випадку орієнтація $\boldsymbol{\sigma}$ вважається заданою, але просто не вказується явно, поки це не буде потрібно. Орієнтація орієнтованої прямої визначається єдиним одиничним вектором напрямку. Зазвичай, хоча вони, здається, мають сенс, такі вирази, як "кут між двома прямими" або "кут між двома площинами в $\mathbb{R}^3$", є неоднозначними, оскільки це може означати один із двох кутів. У орієнтованому випадку такі кути визначаються однозначно.

Означення 1.8.13

Нехай $\boldsymbol{X}$ — площина n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ з базисом $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$. *Орієнтацією площини* $\boldsymbol{X}$ називається орієнтація лінійного підпростору $\operatorname{aff}(\{\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n\})$ (який є перенесенням площини $\boldsymbol{X}$ до початку координат) простору $\mathbb{R}^n$. *Орієнтована площина* — це пара $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$, де $\boldsymbol{X}$ — площина, а $\boldsymbol{\sigma}$ — орієнтація площини $\boldsymbol{X}$. Вираз "площина $\boldsymbol{X}$ орієнтована впорядкованим базисом $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_k)$" буде означати, що маємо орієнтовану площину $(\boldsymbol{X}, [\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_k])$. Орієнтовану пряму часто називають *напрямленою прямою*.

Орієнтовану площину $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$ часто називають просто "орієнтованою площиною $\boldsymbol{X}$". У цьому випадку орієнтація $\boldsymbol{\sigma}$ вважається заданою, але просто не вказується явно, поки це не буде потрібно. Орієнтація орієнтованої прямої визначається єдиним одиничним вектором напрямку. Зазвичай, хоча вони, здається, мають сенс, такі вирази, як "кут між двома прямими" або "кут між двома площинами в $\mathbb{R}^3$", є неоднозначними, оскільки це може означати один із двох кутів. У орієнтованому випадку такі кути визначаються однозначно.

Означення 1.8.13

Нехай $\boldsymbol{X}$ — площина n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ з базисом $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$. *Орієнтацією площини* $\boldsymbol{X}$ називається орієнтація лінійного підпростору $\operatorname{aff}(\{\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n\})$ (який є перенесенням площини $\boldsymbol{X}$ до початку координат) простору $\mathbb{R}^n$. *Орієнтована площина* — це пара $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$, де $\boldsymbol{X}$ — площина, а $\boldsymbol{\sigma}$ — орієнтація площини $\boldsymbol{X}$. Вираз "площина $\boldsymbol{X}$ орієнтована впорядкованим базисом $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_k)$" буде означати, що маємо орієнтовану площину $(\boldsymbol{X}, [\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_k])$.
Орієнтовану пряму часто називають *напрямленою прямою*.

Орієнтовану площину $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$ часто називають просто "орієнтованою площиною $\boldsymbol{X}$". У цьому випадку орієнтація $\boldsymbol{\sigma}$ вважається заданою, але просто не вказується явно, поки це не буде потрібно. Орієнтація орієнтованої прямої визначається єдиним одиничним вектором напрямку. Зазвичай, хоча вони, здається, мають сенс, такі вирази, як "кут між двома прямими" або "кут між двома площинами в $\mathbb{R}^3$", є неоднозначними, оскільки це може означати один із двох кутів. У орієнтованому випадку такі кути визначаються однозначно.

Означення 1.8.13

Нехай $\boldsymbol{X}$ — площина n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ з базисом $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$. *Орієнтацією площини* $\boldsymbol{X}$ називається орієнтація лінійного підпростору $\operatorname{aff}(\{\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n\})$ (який є перенесенням площини $\boldsymbol{X}$ до початку координат) простору $\mathbb{R}^n$. *Орієнтована площина* — це пара $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$, де $\boldsymbol{X}$ — площина, а $\boldsymbol{\sigma}$ — орієнтація площини $\boldsymbol{X}$. Вираз "площина $\boldsymbol{X}$ орієнтована впорядкованим базисом $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_k)$" буде означати, що маємо орієнтовану площину $(\boldsymbol{X}, [\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_k])$. Орієнтовану пряму часто називають *напрямленою прямою*.

Орієнтовану площину $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$ часто називають просто "орієнтованою площиною $\boldsymbol{X}$". У цьому випадку орієнтація $\boldsymbol{\sigma}$ вважається заданою, але просто не вказується явно, поки це не буде потрібно. Орієнтація орієнтованої прямої визначається єдиним одиничним вектором напрямку. Зазвичай, хоча вони, здається, мають сенс, такі вирази, як "кут між двома прямими" або "кут між двома площинами в $\mathbb{R}^3$", є неоднозначними, оскільки це може означати один із двох кутів. У орієнтованому випадку такі кути визначаються однозначно.

Означення 1.8.13

Нехай $\boldsymbol{X}$ — площина n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ з базисом $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$. *Орієнтацією площини* $\boldsymbol{X}$ називається орієнтація лінійного підпростору $\operatorname{aff}(\{\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n\})$ (який є перенесенням площини $\boldsymbol{X}$ до початку координат) простору $\mathbb{R}^n$. *Орієнтована площина* — це пара $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$, де $\boldsymbol{X}$ — площина, а $\boldsymbol{\sigma}$ — орієнтація площини $\boldsymbol{X}$. Вираз "площина $\boldsymbol{X}$ орієнтована впорядкованим базисом $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_k)$" буде означати, що маємо орієнтовану площину $(\boldsymbol{X}, [\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_k])$. Орієнтовану пряму часто називають *напрямленою прямою*.

Орієнтовану площину $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$ часто називають просто "орієнтованою площиною $\boldsymbol{X}$". У цьому випадку орієнтація $\boldsymbol{\sigma}$ вважається заданою, але просто не вказується явно, поки це не буде потрібно. Орієнтація орієнтованої прямої визначається єдиним одиничним вектором напрямку. Зазвичай, хоча вони, здається, мають сенс, такі вирази, як "кут між двома прямими" або "кут між двома площинами в $\mathbb{R}^3$", є неоднозначними, оскільки це може означати один із двох кутів. У орієнтованому випадку такі кути визначаються однозначно.

Означення 1.8.13

Нехай $\boldsymbol{X}$ — площина n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ з базисом $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$. *Орієнтацією площини* $\boldsymbol{X}$ називається орієнтація лінійного підпростору $\operatorname{aff}(\{\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n\})$ (який є перенесенням площини $\boldsymbol{X}$ до початку координат) простору $\mathbb{R}^n$. *Орієнтована площина* — це пара $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$, де $\boldsymbol{X}$ — площина, а $\boldsymbol{\sigma}$ — орієнтація площини $\boldsymbol{X}$. Вираз "площина $\boldsymbol{X}$ орієнтована впорядкованим базисом $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_k)$" буде означати, що маємо орієнтовану площину $(\boldsymbol{X}, [\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_k])$. Орієнтовану пряму часто називають *напрямленою прямою*.

Орієнтовану площину $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$ часто називають просто "орієнтованою площиною $\boldsymbol{X}$". У цьому випадку орієнтація $\boldsymbol{\sigma}$ вважається заданою, але просто не вказується явно, поки це не буде потрібно. Орієнтація орієнтованої прямої визначається єдиним одиничним вектором напрямку. Зазвичай, хоча вони, здається, мають сенс, такі вирази, як "кут між двома прямими" або "кут між двома площинами в $\mathbb{R}^3$", є неоднозначними, оскільки це може означати один із двох кутів. У орієнтованому випадку такі кути визначаються однозначно.

Означення 1.8.13

Нехай $\boldsymbol{X}$ — площина n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ з базисом $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$. *Орієнтацією площини* $\boldsymbol{X}$ називається орієнтація лінійного підпростору $\operatorname{aff}(\{\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n\})$ (який є перенесенням площини $\boldsymbol{X}$ до початку координат) простору $\mathbb{R}^n$. *Орієнтована площина* — це пара $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$, де $\boldsymbol{X}$ — площина, а $\boldsymbol{\sigma}$ — орієнтація площини $\boldsymbol{X}$. Вираз "площина $\boldsymbol{X}$ орієнтована впорядкованим базисом $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_k)$" буде означати, що маємо орієнтовану площину $(\boldsymbol{X}, [\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_k])$. Орієнтовану пряму часто називають *напрямленою прямою*.

Орієнтовану площину $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$ часто називають просто "орієнтованою площиною $\boldsymbol{X}$". У цьому випадку орієнтація $\boldsymbol{\sigma}$ вважається заданою, але просто не вказується явно, поки це не буде потрібно. Орієнтація орієнтованої прямої визначається єдиним одиничним вектором напрямку. Зазвичай, хоча вони, здається, мають сенс, такі вирази, як "кут між двома прямими" або "кут між двома площинами в $\mathbb{R}^3$", є неоднозначними, оскільки це може означати один із двох кутів. У орієнтованому випадку такі кути визначаються однозначно.

Орієнтація

Означення 1.8.13

Нехай $\boldsymbol{X}$ — площина n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ з базисом $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$. *Орієнтацією площини* $\boldsymbol{X}$ називається орієнтація лінійного підпростору $\operatorname{aff}(\{\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n\})$ (який є перенесенням площини $\boldsymbol{X}$ до початку координат) простору $\mathbb{R}^n$. *Орієнтована площина* — це пара $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$, де $\boldsymbol{X}$ — площина, а $\boldsymbol{\sigma}$ — орієнтація площини $\boldsymbol{X}$. Вираз “площина $\boldsymbol{X}$ орієнтована впорядкованим базисом $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_k)$” буде означати, що маємо орієнтовану площину $(\boldsymbol{X}, [\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_k])$. Орієнтовану пряму часто називають *напрямленою прямою*.

Орієнтовану площину $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$ часто називають просто “орієнтованою площиною $\boldsymbol{X}$”. У цьому випадку орієнтація $\boldsymbol{\sigma}$ вважається заданою, але просто не вказується явно, поки це не буде потрібно. Орієнтація орієнтованої прямої визначається єдиним одиничним вектором напрямку.

Зазвичай, хоча вони, здається, мають сенс, такі вирази, як “кут між двома прямими” або “кут між двома площинами в $\mathbb{R}^3$”, є неоднозначними, оскільки це може означати один із двох кутів. У орієнтованому випадку такі кути визначаються однозначно.

Означення 1.8.13

Нехай $\boldsymbol{X}$ — площина n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ з базисом $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$. *Орієнтацією площини* $\boldsymbol{X}$ називається орієнтація лінійного підпростору $\operatorname{aff}(\{\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n\})$ (який є перенесенням площини $\boldsymbol{X}$ до початку координат) простору $\mathbb{R}^n$. *Орієнтована площина* — це пара $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$, де $\boldsymbol{X}$ — площина, а $\boldsymbol{\sigma}$ — орієнтація площини $\boldsymbol{X}$. Вираз "площина $\boldsymbol{X}$ орієнтована впорядкованим базисом $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_k)$" буде означати, що маємо орієнтовану площину $(\boldsymbol{X}, [\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_k])$. Орієнтовану пряму часто називають *напрямленою прямою*.

Орієнтовану площину $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$ часто називають просто "орієнтованою площиною $\boldsymbol{X}$". У цьому випадку орієнтація $\boldsymbol{\sigma}$ вважається заданою, але просто не вказується явно, поки це не буде потрібно. Орієнтація орієнтованої прямої визначається єдиним одиничним вектором напрямку. Зазвичай, хоча вони, здається, мають сенс, такі вирази, як "кут між двома прямими" або "кут між двома площинами в $\mathbb{R}^3$", є неоднозначними, оскільки це може означати один із двох кутів. У орієнтованому випадку такі кути визначаються однозначно.

Орієнтація

Означення 1.8.13

Нехай $\boldsymbol{X}$ — площина n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ з базисом $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$. *Орієнтацією площини* $\boldsymbol{X}$ називається орієнтація лінійного підпростору $\operatorname{aff}(\{\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n\})$ (який є перенесенням площини $\boldsymbol{X}$ до початку координат) простору $\mathbb{R}^n$. *Орієнтована площина* — це пара $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$, де $\boldsymbol{X}$ — площина, а $\boldsymbol{\sigma}$ — орієнтація площини $\boldsymbol{X}$. Вираз "площина $\boldsymbol{X}$ орієнтована впорядкованим базисом $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_k)$" буде означати, що маємо орієнтовану площину $(\boldsymbol{X}, [\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_k])$. Орієнтовану пряму часто називають *напрямленою прямою*.

Орієнтовану площину $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$ часто називають просто "орієнтованою площиною $\boldsymbol{X}$". У цьому випадку орієнтація $\boldsymbol{\sigma}$ вважається заданою, але просто не вказується явно, поки це не буде потрібно. Орієнтація орієнтованої прямої визначається єдиним одиничним вектором напрямку. Зазвичай, хоча вони, здається, мають сенс, такі вирази, як "кут між двома прямими" або "кут між двома площинами в $\mathbb{R}^3$", є неоднозначними, оскільки це може означати один із двох кутів. У орієнтованому випадку такі кути визначаються однозначно.

Означення 1.8.13

Нехай $\boldsymbol{X}$ — площина n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ з базисом $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$. *Орієнтацією площини* $\boldsymbol{X}$ називається орієнтація лінійного підпростору $\operatorname{aff}(\{\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n\})$ (який є перенесенням площини $\boldsymbol{X}$ до початку координат) простору $\mathbb{R}^n$. *Орієнтована площина* — це пара $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$, де $\boldsymbol{X}$ — площина, а $\boldsymbol{\sigma}$ — орієнтація площини $\boldsymbol{X}$. Вираз "площина $\boldsymbol{X}$ орієнтована впорядкованим базисом $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_k)$" буде означати, що маємо орієнтовану площину $(\boldsymbol{X}, [\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_k])$. Орієнтовану пряму часто називають *напрямленою прямою*.

Орієнтовану площину $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$ часто називають просто "орієнтованою площиною $\boldsymbol{X}$". У цьому випадку орієнтація $\boldsymbol{\sigma}$ вважається заданою, але просто не вказується явно, поки це не буде потрібно. Орієнтація орієнтованої прямої визначається єдиним одиничним вектором напрямку. Зазвичай, хоча вони, здається, мають сенс, такі вирази, як "кут між двома прямими" або "кут між двома площинами в $\mathbb{R}^3$", є неоднозначними, оскільки це може означати один із двох кутів. У орієнтованому випадку такі кути визначаються однозначно.

Означення 1.8.13

Нехай $\boldsymbol{X}$ — площина n-вимірного евклідового простору $\mathbb{R}^n$ з базисом $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$. *Орієнтацією площини* $\boldsymbol{X}$ називається орієнтація лінійного підпростору $\operatorname{aff}(\{\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n\})$ (який є перенесенням площини $\boldsymbol{X}$ до початку координат) простору $\mathbb{R}^n$. *Орієнтована площина* — це пара $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$, де $\boldsymbol{X}$ — площина, а $\boldsymbol{\sigma}$ — орієнтація площини $\boldsymbol{X}$. Вираз "площина $\boldsymbol{X}$ орієнтована впорядкованим базисом $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_k)$" буде означати, що маємо орієнтовану площину $(\boldsymbol{X}, [\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_k])$. Орієнтовану пряму часто називають *напрямленою прямою*.

Орієнтовану площину $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$ часто називають просто "орієнтованою площиною $\boldsymbol{X}$". У цьому випадку орієнтація $\boldsymbol{\sigma}$ вважається заданою, але просто не вказується явно, поки це не буде потрібно. Орієнтація орієнтованої прямої визначається єдиним одиничним вектором напрямку. Зазвичай, хоча вони, здається, мають сенс, такі вирази, як "кут між двома прямими" або "кут між двома площинами в $\mathbb{R}^3$", є неоднозначними, оскільки це може означати один із двох кутів. У орієнтованому випадку такі кути визначаються однозначно.

Означення 1.8.14

Нехай (X, σ) і (Y, τ) — орієнтовані гіперплощини в n-вимірному евклідовому просторі $\mathbb{R}^n$. Нехай $\sigma = [\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_{n-1}]$ і $\tau = [\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2, \ldots, \overrightarrow{w}_{n-1}]$ — нормальні вектори для X і Y, відповідно, з властивістю, що впорядковані базиси $(\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \ldots, \overrightarrow{v}_n)$ і $(\overrightarrow{w}_1, \overrightarrow{w}_2, \ldots, \overrightarrow{w}_n)$ індукують стандартну орієнтацію простору $\mathbb{R}^n$. Тоді кут між векторам $\overrightarrow{v}_n$ і $\overrightarrow{w}_n$ називається *кутом між орієнтованими гіперплощинами* (X, σ) і (Y, τ).

Зауважимо, що кут між орієнтованими гіперплощинами коректно визначений.

Означення 1.8.15

Нехай L — орієнтована пряма і нехай $\overrightarrow{u}$ — одиничний вектор, який визначає орієнтацію прямої L. Нехай p і q — дві точки на прямій L. *Орієнтована відстань* від точки p до точки q, позначається $\|\overrightarrow{pq}\|$, визначається за формулою

$$\|\overrightarrow{pq}\| = \overrightarrow{pq} \bullet \overrightarrow{u}.$$

Неважко перевірити, якщо $p \neq q$, то $\|\overrightarrow{pq}\|$ — це просто звичайна відстань (довжина вектора) $|\overrightarrow{pq}|$, якщо вектор $\overrightarrow{pq}$ індукує ту саму орієнтацію на прямій L, що і вектор $\overrightarrow{u}$, та $-|\overrightarrow{pq}|$ — в протилежному випадку.

Орієнтація

Означення 1.8.14

Нехай $(\boldsymbol{X},\boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{Y},\boldsymbol{\tau})$ — орієнтовані гіперплощини в n-вимірному евклідовому просторі $\mathbb{R}^n$. Нехай $\boldsymbol{\sigma} = [\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_{n-1}]$ і $\boldsymbol{\tau} = [\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_{n-1}]$ — нормальні вектори для $\boldsymbol{X}$ і $\boldsymbol{Y}$, відповідно, з властивістю, що впорядковані базиси $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n)$ індукують стандартну орієнтацію простору $\mathbb{R}^n$. Тоді кут між векторам $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n$ називається *кутом між орієнтованими гіперплощинами* $(\boldsymbol{X},\boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{Y},\boldsymbol{\tau})$.

Зауважимо, що кут між орієнтованими гіперплощинами коректно визначений.

Означення 1.8.15

Нехай $\boldsymbol{L}$ — орієнтована пряма і нехай $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$ — одиничний вектор, який визначає орієнтацію прямої $\boldsymbol{L}$. Нехай $\boldsymbol{p}$ і $\boldsymbol{q}$ — дві точки на прямій $\boldsymbol{L}$. *Орієнтована відстань* від точки $\boldsymbol{p}$ до точки $\boldsymbol{q}$, позначається $\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\|$, визначається за формулою

$$\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\| = \overrightarrow{\boldsymbol{pq}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{u}}.$$

Неважко перевірити, якщо $\boldsymbol{p} \neq \boldsymbol{q}$, то $\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\|$ — це просто звичайна відстань (довжина вектора) $|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}|$, якщо вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}$ індукує ту саму орієнтацію на прямій $\boldsymbol{L}$, що і вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$, та $-|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}|$ — в протилежному випадку.

Означення 1.8.14

Нехай $(\boldsymbol{X},\boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{Y},\boldsymbol{\tau})$ — орієнтовані гіперплощини в n-вимірному евклідовому просторі $\mathbb{R}^n$. Нехай $\boldsymbol{\sigma} = [\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_{n-1}]$ і $\boldsymbol{\tau} = [\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_{n-1}]$ — нормальні вектори для $\boldsymbol{X}$ і $\boldsymbol{Y}$, відповідно, з властивістю, що впорядковані базиси $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n)$ індукують стандартну орієнтацію простору $\mathbb{R}^n$. Тоді кут між векторам $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n$ називається *кутом між орієнтованими гіперплощинами* $(\boldsymbol{X},\boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{Y},\boldsymbol{\tau})$.

Зауважимо, що кут між орієнтованими гіперплощинами коректно визначений.

Означення 1.8.15

Нехай $\boldsymbol{L}$ — орієнтована пряма і нехай $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$ — одиничний вектор, який визначає орієнтацію прямої $\boldsymbol{L}$. Нехай $\boldsymbol{p}$ і $\boldsymbol{q}$ — дві точки на прямій $\boldsymbol{L}$. *Орієнтована відстань* від точки $\boldsymbol{p}$ до точки $\boldsymbol{q}$, позначається $\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\|$, визначається за формулою

$$\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\| = \overrightarrow{\boldsymbol{pq}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{u}}.$$

Неважко перевірити, якщо $\boldsymbol{p} \neq \boldsymbol{q}$, то $\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\|$ — це просто звичайна відстань (довжина вектора) $|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}|$, якщо вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}$ індукує ту саму орієнтацію на прямій $\boldsymbol{L}$, що і вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$, та $-|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}|$ — в протилежному випадку.

Означення 1.8.14

Нехай $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{\tau})$ — орієнтовані гіперплощини в n-вимірному евклідовому просторі $\mathbb{R}^n$. Нехай $\boldsymbol{\sigma} = [\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_{n-1}]$ і $\boldsymbol{\tau} = [\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_{n-1}]$ — нормальні вектори для $\boldsymbol{X}$ і $\boldsymbol{Y}$, відповідно, з властивістю, що впорядковані базиси $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n)$ індукують стандартну орієнтацію простору $\mathbb{R}^n$. Тоді кут між векторам $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n$ називається *кутом між орієнтованими гіперплощинами* $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{\tau})$.

Зауважимо, що кут між орієнтованими гіперплощинами коректно визначений.

Означення 1.8.15

Нехай $\boldsymbol{L}$ — орієнтована пряма і нехай $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$ — одиничний вектор, який визначає орієнтацію прямої $\boldsymbol{L}$. Нехай $\boldsymbol{p}$ і $\boldsymbol{q}$ — дві точки на прямій $\boldsymbol{L}$. *Орієнтована відстань* від точки $\boldsymbol{p}$ до точки $\boldsymbol{q}$, позначається $\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\|$, визначається за формулою

$$\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\| = \overrightarrow{\boldsymbol{pq}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{u}}.$$

Неважко перевірити, якщо $\boldsymbol{p} \neq \boldsymbol{q}$, то $\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\|$ — це просто звичайна відстань (довжина вектора) $|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}|$, якщо вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}$ індукує ту саму орієнтацію на прямій $\boldsymbol{L}$, що і вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$, та $-|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}|$ — в протилежному випадку.

Орієнтація

Означення 1.8.14

Нехай $(\boldsymbol{X},\boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{Y},\boldsymbol{\tau})$ — орієнтовані гіперплощини в n-вимірному евклідовому просторі $\mathbb{R}^n$. Нехай $\boldsymbol{\sigma} = [\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_{n-1}]$ і $\boldsymbol{\tau} = [\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_{n-1}]$ — нормальні вектори для $\boldsymbol{X}$ і $\boldsymbol{Y}$, відповідно, з властивістю, що впорядковані базиси $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n)$ індукують стандартну орієнтацію простору $\mathbb{R}^n$. Тоді кут між векторам $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n$ називається *кутом між орієнтованими гіперплощинами* $(\boldsymbol{X},\boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{Y},\boldsymbol{\tau})$.

Зауважимо, що кут між орієнтованими гіперплощинами коректно визначений.

Означення 1.8.15

Нехай $\boldsymbol{L}$ — орієнтована пряма і нехай $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$ — одиничний вектор, який визначає орієнтацію прямої $\boldsymbol{L}$. Нехай $\boldsymbol{p}$ і $\boldsymbol{q}$ — дві точки на прямій $\boldsymbol{L}$. *Орієнтована відстань* від точки $\boldsymbol{p}$ до точки $\boldsymbol{q}$, позначається $\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\|$, визначається за формулою

$$\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\| = \overrightarrow{\boldsymbol{pq}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{u}}.$$

Неважко перевірити, якщо $\boldsymbol{p} \neq \boldsymbol{q}$, то $\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\|$ — це просто звичайна відстань (довжина вектора) $|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}|$, якщо вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}$ індукує ту саму орієнтацію на прямій $\boldsymbol{L}$, що і вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$, та $-|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}|$ — в протилежному випадку.

Означення 1.8.14

Нехай $(\boldsymbol{X},\boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{Y},\boldsymbol{\tau})$ — орієнтовані гіперплощини в n-вимірному евклідовому просторі $\mathbb{R}^n$. Нехай $\boldsymbol{\sigma} = [\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_{n-1}]$ і $\boldsymbol{\tau} = [\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_{n-1}]$ — нормальні вектори для $\boldsymbol{X}$ і $\boldsymbol{Y}$, відповідно, з властивістю, що впорядковані базиси $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n)$ індукують стандартну орієнтацію простору $\mathbb{R}^n$. Тоді кут між векторам $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n$ називається *кутом між орієнтованими гіперплощинами* $(\boldsymbol{X},\boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{Y},\boldsymbol{\tau})$.

Зауважимо, що кут між орієнтованими гіперплощинами коректно визначений.

Означення 1.8.15

Нехай $\boldsymbol{L}$ — орієнтована пряма і нехай $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$ — одиничний вектор, який визначає орієнтацію прямої $\boldsymbol{L}$. Нехай $\boldsymbol{p}$ і $\boldsymbol{q}$ — дві точки на прямій $\boldsymbol{L}$. *Орієнтована відстань* від точки $\boldsymbol{p}$ до точки $\boldsymbol{q}$, позначається $\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\|$, визначається за формулою

$$\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\| = \overrightarrow{\boldsymbol{pq}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{u}}.$$

Неважко перевірити, якщо $\boldsymbol{p} \neq \boldsymbol{q}$, то $\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\|$ — це просто звичайна відстань (довжина вектора) $|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}|$, якщо вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}$ індукує ту саму орієнтацію на прямій $\boldsymbol{L}$, що і вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$, та $-|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}|$ — в протилежному випадку.

Означення 1.8.14

Нехай $(\boldsymbol{X},\boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{Y},\boldsymbol{\tau})$ — орієнтовані гіперплощини в n-вимірному евклідовому просторі $\mathbb{R}^n$. Нехай $\boldsymbol{\sigma} = [\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_{n-1}]$ і $\boldsymbol{\tau} = [\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_{n-1}]$ — нормальні вектори для $\boldsymbol{X}$ і $\boldsymbol{Y}$, відповідно, з властивістю, що впорядковані базиси $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n)$ індукують стандартну орієнтацію простору $\mathbb{R}^n$. Тоді кут між векторам $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n$ називається *кутом між орієнтованими гіперплощинами* $(\boldsymbol{X},\boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{Y},\boldsymbol{\tau})$.

Зауважимо, що кут між орієнтованими гіперплощинами коректно визначений.

Означення 1.8.15

Нехай $\boldsymbol{L}$ — орієнтована пряма і нехай $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$ — одиничний вектор, який визначає орієнтацію прямої $\boldsymbol{L}$. Нехай $\boldsymbol{p}$ і $\boldsymbol{q}$ — дві точки на прямій $\boldsymbol{L}$. *Орієнтована відстань* від точки $\boldsymbol{p}$ до точки $\boldsymbol{q}$, позначається $\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\|$, визначається за формулою

$$\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\| = \overrightarrow{\boldsymbol{pq}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{u}}.$$

Неважко перевірити, якщо $\boldsymbol{p} \neq \boldsymbol{q}$, то $\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\|$ — це просто звичайна відстань (довжина вектора) $|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}|$, якщо вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}$ індукує ту саму орієнтацію на прямій $\boldsymbol{L}$, що і вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$, та $-|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}|$ — в протилежному випадку.

Означення 1.8.14

Нехай $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{\tau})$ — орієнтовані гіперплощини в n-вимірному евклідовому просторі $\mathbb{R}^n$. Нехай $\boldsymbol{\sigma} = [\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_{n-1}]$ і $\boldsymbol{\tau} = [\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_{n-1}]$ — нормальні вектори для $\boldsymbol{X}$ і $\boldsymbol{Y}$, відповідно, з властивістю, що впорядковані базиси $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n)$ індукують стандартну орієнтацію простору $\mathbb{R}^n$. Тоді кут між векторам $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n$ називається *кутом між орієнтованими гіперплощинами* $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{\tau})$.

Зауважимо, що кут між орієнтованими гіперплощинами коректно визначений.

Означення 1.8.15

Нехай $\boldsymbol{L}$ — орієнтована пряма і нехай $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$ — одиничний вектор, який визначає орієнтацію прямої $\boldsymbol{L}$. Нехай $\boldsymbol{p}$ і $\boldsymbol{q}$ — дві точки на прямій $\boldsymbol{L}$. *Орієнтована відстань* від точки $\boldsymbol{p}$ до точки $\boldsymbol{q}$, позначається $\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\|$, визначається за формулою

$$\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\| = \overrightarrow{\boldsymbol{pq}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{u}}.$$

Неважко перевірити, якщо $\boldsymbol{p} \neq \boldsymbol{q}$, то $\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\|$ — це просто звичайна відстань (довжина вектора) $|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}|$, якщо вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}$ індукує ту саму орієнтацію на прямій $\boldsymbol{L}$, що і вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$, та $-|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}|$ — в протилежному випадку.

Означення 1.8.14

Нехай $(\boldsymbol{X},\boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{Y},\boldsymbol{\tau})$ — орієнтовані гіперплощини в n-вимірному евклідовому просторі $\mathbb{R}^n$. Нехай $\boldsymbol{\sigma}=[\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1,\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2,\ldots,\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_{n-1}]$ і $\boldsymbol{\tau}=[\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1,\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2,\ldots,\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_{n-1}]$ — нормальні вектори для $\boldsymbol{X}$ і $\boldsymbol{Y}$, відповідно, з властивістю, що впорядковані базиси $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1,\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2,\ldots,\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1,\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2,\ldots,\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n)$ індукують стандартну орієнтацію простору $\mathbb{R}^n$. Тоді кут між векторам $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n$ називається *кутом між орієнтованими гіперплощинами* $(\boldsymbol{X},\boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{Y},\boldsymbol{\tau})$.

Зауважимо, що кут між орієнтованими гіперплощинами коректно визначений.

Означення 1.8.15

Нехай $\boldsymbol{L}$ — орієнтована пряма і нехай $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$ — одиничний вектор, який визначає орієнтацію прямої $\boldsymbol{L}$. Нехай $\boldsymbol{p}$ і $\boldsymbol{q}$ — дві точки на прямій $\boldsymbol{L}$. *Орієнтована відстань* від точки $\boldsymbol{p}$ до точки $\boldsymbol{q}$, позначається $\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\|$, визначається за формулою

$$\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\|=\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\bullet\overrightarrow{\boldsymbol{u}}.$$

Неважко перевірити, якщо $\boldsymbol{p}\neq\boldsymbol{q}$, то $\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\|$ — це просто звичайна відстань (довжина вектора) $|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}|$, якщо вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}$ індукує ту саму орієнтацію на прямій $\boldsymbol{L}$, що і вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$, та $-|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}|$ — в протилежному випадку.

Означення 1.8.14

Нехай $(\boldsymbol{X},\boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{Y},\boldsymbol{\tau})$ — орієнтовані гіперплощини в n-вимірному евклідовому просторі $\mathbb{R}^n$. Нехай $\boldsymbol{\sigma} = [\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_{n-1}]$ і $\boldsymbol{\tau} = [\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_{n-1}]$ — нормальні вектори для $\boldsymbol{X}$ і $\boldsymbol{Y}$, відповідно, з властивістю, що впорядковані базиси $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n)$ індукують стандартну орієнтацію простору $\mathbb{R}^n$. Тоді кут між векторам $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n$ називається *кутом між орієнтованими гіперплощинами* $(\boldsymbol{X},\boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{Y},\boldsymbol{\tau})$.

Зауважимо, що кут між орієнтованими гіперплощинами коректно визначений.

Означення 1.8.15

Нехай $\boldsymbol{L}$ — орієнтована пряма і нехай $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$ — одиничний вектор, який визначає орієнтацію прямої $\boldsymbol{L}$. Нехай $\boldsymbol{p}$ і $\boldsymbol{q}$ — дві точки на прямій $\boldsymbol{L}$. *Орієнтована відстань* від точки $\boldsymbol{p}$ до точки $\boldsymbol{q}$, позначається $\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\|$, визначається за формулою

$$\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\| = \overrightarrow{\boldsymbol{pq}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{u}}.$$

Неважко перевірити, якщо $\boldsymbol{p} \neq \boldsymbol{q}$, то $\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\|$ — це просто звичайна відстань (довжина вектора) $|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}|$, якщо вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}$ індукує ту саму орієнтацію на прямій $\boldsymbol{L}$, що і вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$, та $-|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}|$ — в протилежному випадку.

Означення 1.8.14

Нехай $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{\tau})$ — орієнтовані гіперплощини в n-вимірному евклідовому просторі $\mathbb{R}^n$. Нехай $\boldsymbol{\sigma} = [\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_{n-1}]$ і $\boldsymbol{\tau} = [\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_{n-1}]$ — нормальні вектори для $\boldsymbol{X}$ і $\boldsymbol{Y}$, відповідно, з властивістю, що впорядковані базиси $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n)$ індукують стандартну орієнтацію простору $\mathbb{R}^n$. Тоді кут між векторам $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n$ називається *кутом між орієнтованими гіперплощинами* $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{\tau})$.

Зауважимо, що кут між орієнтованими гіперплощинами коректно визначений.

Означення 1.8.15

Нехай $\boldsymbol{L}$ — орієнтована пряма і нехай $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$ — одиничний вектор, який визначає орієнтацію прямої $\boldsymbol{L}$. Нехай $\boldsymbol{p}$ і $\boldsymbol{q}$ — дві точки на прямій $\boldsymbol{L}$. *Орієнтована відстань* від точки $\boldsymbol{p}$ до точки $\boldsymbol{q}$, позначається $\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\|$, визначається за формулою

$$\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\| = \overrightarrow{\boldsymbol{pq}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{u}}.$$

Неважко перевірити, якщо $\boldsymbol{p} \neq \boldsymbol{q}$, то $\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\|$ — це просто звичайна відстань (довжина вектора) $|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}|$, якщо вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}$ індукує ту саму орієнтацію на прямій $\boldsymbol{L}$, що і вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$, та $-|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}|$ — в протилежному випадку.

Означення 1.8.14

Нехай $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{\tau})$ — орієнтовані гіперплощини в n-вимірному евклідовому просторі $\mathbb{R}^n$. Нехай $\boldsymbol{\sigma} = [\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_{n-1}]$ і $\boldsymbol{\tau} = [\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_{n-1}]$ — нормальні вектори для $\boldsymbol{X}$ і $\boldsymbol{Y}$, відповідно, з властивістю, що впорядковані базиси $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n)$ індукують стандартну орієнтацію простору $\mathbb{R}^n$. Тоді кут між векторам $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n$ називається *кутом між орієнтованими гіперплощинами* $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{\tau})$.

Зауважимо, що кут між орієнтованими гіперплощинами коректно визначений.

Означення 1.8.15

Нехай $\boldsymbol{L}$ — орієнтована пряма і нехай $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$ — одиничний вектор, який визначає орієнтацію прямої $\boldsymbol{L}$. Нехай $\boldsymbol{p}$ і $\boldsymbol{q}$ — дві точки на прямій $\boldsymbol{L}$. *Орієнтована відстань* від точки $\boldsymbol{p}$ до точки $\boldsymbol{q}$, позначається $\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\|$, визначається за формулою

$$\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\| = \overrightarrow{\boldsymbol{pq}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{u}}.$$

Неважко перевірити, якщо $\boldsymbol{p} \neq \boldsymbol{q}$, то $\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\|$ — це просто звичайна відстань (довжина вектора) $|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}|$, якщо вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}$ індукує ту саму орієнтацію на прямій $\boldsymbol{L}$, що і вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$, та $-|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}|$ — в протилежному випадку.

Означення 1.8.14

Нехай $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{\tau})$ — орієнтовані гіперплощини в n-вимірному евклідовому просторі $\mathbb{R}^n$. Нехай $\boldsymbol{\sigma} = [\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_{n-1}]$ і $\boldsymbol{\tau} = [\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_{n-1}]$ — нормальні вектори для $\boldsymbol{X}$ і $\boldsymbol{Y}$, відповідно, з властивістю, що впорядковані базиси $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n)$ індукують стандартну орієнтацію простору $\mathbb{R}^n$. Тоді кут між векторам $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n$ називається *кутом між орієнтованими гіперплощинами* $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{\tau})$.

Зауважимо, що кут між орієнтованими гіперплощинами коректно визначений.

Означення 1.8.15

Нехай $\boldsymbol{L}$ — орієнтована пряма і нехай $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$ — одиничний вектор, який визначає орієнтацію прямої $\boldsymbol{L}$. Нехай $\boldsymbol{p}$ і $\boldsymbol{q}$ — дві точки на прямій $\boldsymbol{L}$. *Орієнтована відстань* від точки $\boldsymbol{p}$ до точки $\boldsymbol{q}$, позначається $\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\|$, визначається за формулою

$$\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\| = \overrightarrow{\boldsymbol{pq}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{u}}.$$

Неважко перевірити, якщо $\boldsymbol{p} \neq \boldsymbol{q}$, то $\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\|$ — це просто звичайна відстань (довжина вектора) $|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}|$, якщо вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}$ індукує ту саму орієнтацію на прямій $\boldsymbol{L}$, що і вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$, та $-|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}|$ — в протилежному випадку.

Означення 1.8.14

Нехай $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{\tau})$ — орієнтовані гіперплощини в n-вимірному евклідовому просторі $\mathbb{R}^n$. Нехай $\boldsymbol{\sigma} = [\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_{n-1}]$ і $\boldsymbol{\tau} = [\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_{n-1}]$ — нормальні вектори для $\boldsymbol{X}$ і $\boldsymbol{Y}$, відповідно, з властивістю, що впорядковані базиси $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n)$ індукують стандартну орієнтацію простору $\mathbb{R}^n$. Тоді кут між векторам $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n$ називається *кутом між орієнтованими гіперплощинами* $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{\tau})$.

Зауважимо, що кут між орієнтованими гіперплощинами коректно визначений.

Означення 1.8.15

Нехай $\boldsymbol{L}$ — орієнтована пряма і нехай $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$ — одиничний вектор, який визначає орієнтацію прямої $\boldsymbol{L}$. Нехай $\boldsymbol{p}$ і $\boldsymbol{q}$ — дві точки на прямій $\boldsymbol{L}$. *Орієнтована відстань* від точки $\boldsymbol{p}$ до точки $\boldsymbol{q}$, позначається $\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\|$, визначається за формулою

$$\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\| = \overrightarrow{\boldsymbol{pq}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{u}}.$$

Неважко перевірити, якщо $\boldsymbol{p} \neq \boldsymbol{q}$, то $\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\|$ — це просто звичайна відстань (довжина вектора) $|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}|$, якщо вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}$ індукує ту саму орієнтацію на прямій $\boldsymbol{L}$, що і вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$, та $-|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}|$ — в протилежному випадку.

Означення 1.8.14

Нехай $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{\tau})$ — орієнтовані гіперплощини в n-вимірному евклідовому просторі $\mathbb{R}^n$. Нехай $\boldsymbol{\sigma} = [\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_{n-1}]$ і $\boldsymbol{\tau} = [\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_{n-1}]$ — нормальні вектори для $\boldsymbol{X}$ і $\boldsymbol{Y}$, відповідно, з властивістю, що впорядковані базиси $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n)$ індукують стандартну орієнтацію простору $\mathbb{R}^n$. Тоді кут між векторам $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n$ називається *кутом між орієнтованими гіперплощинами* $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{\tau})$.

Зауважимо, що кут між орієнтованими гіперплощинами коректно визначений.

Означення 1.8.15

Нехай $\boldsymbol{L}$ — орієнтована пряма і нехай $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$ — одиничний вектор, який визначає орієнтацію прямої $\boldsymbol{L}$. Нехай $\boldsymbol{p}$ і $\boldsymbol{q}$ — дві точки на прямій $\boldsymbol{L}$. *Орієнтована відстань* від точки $\boldsymbol{p}$ до точки $\boldsymbol{q}$, позначається $\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\|$, визначається за формулою

$$\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\| = \overrightarrow{\boldsymbol{pq}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{u}}.$$

Неважко перевірити, якщо $\boldsymbol{p} \neq \boldsymbol{q}$, то $\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\|$ — це просто звичайна відстань (довжина вектора) $|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}|$, якщо вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}$ індукує ту саму орієнтацію на прямій $\boldsymbol{L}$, що і вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$, та $-|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}|$ — в протилежному випадку.

Означення 1.8.14

Нехай $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{\tau})$ — орієнтовані гіперплощини в n-вимірному евклідовому просторі $\mathbb{R}^n$. Нехай $\boldsymbol{\sigma} = [\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_{n-1}]$ і $\boldsymbol{\tau} = [\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_{n-1}]$ — нормальні вектори для $\boldsymbol{X}$ і $\boldsymbol{Y}$, відповідно, з властивістю, що впорядковані базиси $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n)$ індукують стандартну орієнтацію простору $\mathbb{R}^n$. Тоді кут між векторам $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n$ називається *кутом між орієнтованими гіперплощинами* $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{\tau})$.

Зауважимо, що кут між орієнтованими гіперплощинами коректно визначений.

Означення 1.8.15

Нехай $\boldsymbol{L}$ — орієнтована пряма і нехай $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$ — одиничний вектор, який визначає орієнтацію прямої $\boldsymbol{L}$. Нехай $\boldsymbol{p}$ і $\boldsymbol{q}$ — дві точки на прямій $\boldsymbol{L}$. *Орієнтована відстань* від точки $\boldsymbol{p}$ до точки $\boldsymbol{q}$, позначається $\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\|$, визначається за формулою

$$\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\| = \overrightarrow{\boldsymbol{pq}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{u}}.$$

Неважко перевірити, якщо $\boldsymbol{p} \neq \boldsymbol{q}$, то $\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\|$ — це просто звичайна відстань (довжина вектора) $|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}|$, якщо вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}$ індукує ту саму орієнтацію на прямій $\boldsymbol{L}$, що і вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$, та $-|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}|$ — в протилежному випадку.

Означення 1.8.14

Нехай $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{\tau})$ — орієнтовані гіперплощини в n-вимірному евклідовому просторі $\mathbb{R}^n$. Нехай $\boldsymbol{\sigma} = [\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_{n-1}]$ і $\boldsymbol{\tau} = [\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_{n-1}]$ — нормальні вектори для $\boldsymbol{X}$ і $\boldsymbol{Y}$, відповідно, з властивістю, що впорядковані базиси $(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n)$ і $(\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_1, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_2, \ldots, \overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n)$ індукують стандартну орієнтацію простору $\mathbb{R}^n$. Тоді кут між векторам $\overrightarrow{\boldsymbol{v}}_n$ і $\overrightarrow{\boldsymbol{w}}_n$ називається *кутом між орієнтованими гіперплощинами* $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\sigma})$ і $(\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{\tau})$.

Зауважимо, що кут між орієнтованими гіперплощинами коректно визначений.

Означення 1.8.15

Нехай $\boldsymbol{L}$ — орієнтована пряма і нехай $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$ — одиничний вектор, який визначає орієнтацію прямої $\boldsymbol{L}$. Нехай $\boldsymbol{p}$ і $\boldsymbol{q}$ — дві точки на прямій $\boldsymbol{L}$. *Орієнтована відстань* від точки $\boldsymbol{p}$ до точки $\boldsymbol{q}$, позначається $\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\|$, визначається за формулою

$$\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\| = \overrightarrow{\boldsymbol{pq}} \bullet \overrightarrow{\boldsymbol{u}}.$$

Неважко перевірити, якщо $\boldsymbol{p} \neq \boldsymbol{q}$, то $\|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}\|$ — це просто звичайна відстань (довжина вектора) $|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}|$, якщо вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}$ індукує ту саму орієнтацію на прямій $\boldsymbol{L}$, що і вектор $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$, та $-|\overrightarrow{\boldsymbol{pq}}|$ — в протилежному випадку.

Орієнтація

Кут між двома векторами, як визначено в попередніх лекціях, завжди є невід'ємною величиною, але іноді зручно говорити про знаковий кут, де знак кута визначається напрямком (проти годинникової стрілки або за годинниковою стрілкою), що кут "охоплює".

Означення 1.8.16

Нехай $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$ — два лінійно незалежні вектори на площині $\mathbb{R}^2$. Якщо θ — кут між векторам $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$, то визначимо *знаковий кут між $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$*, який позначатимемо $\angle_s(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$, так:

$$\angle_s(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) = \begin{cases} \theta, & \text{якщо впорядкована база } (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) \\ & \text{індукує стандартну орієнтацію в } \mathbb{R}^2; \\ -\theta, & \text{в протилежному випадку.} \end{cases}$$

На цьому наше обговорення локальної теорії орієнтації закінчується. Ми повернемося до теми орієнтації в подальших лекціях, в розумінні під орієнтації в точці простору кривих. Ми також розглянемо глобальні аспекти орієнтації та те, що може означати сказати, що орієнтований цілий простір. Однак, щоб не залишати слухача в певній мірі щодо того, як визначення цього розділу вписуються в цілу картину, корисно дати короткий опис того, що має бути. Хорошим прикладом можуть служити поверхні.

Орієнтація

Кут між двома векторами, як визначено в попередніх лекціях, завжди є невід'ємною величиною, але іноді зручно говорити про знаковий кут, де знак кута визначається напрямком (проти годинникової стрілки або за годинниковою стрілкою), що кут "охоплює".

Означення 1.8.16

Нехай $\vec{u}$ та $\vec{v}$ — два лінійно незалежні вектори на площині $\mathbb{R}^2$. Якщо θ — кут між векторам $\vec{u}$ та $\vec{v}$, то визначимо *знаковий кут між $\vec{u}$ та $\vec{v}$*, який позначатимемо $\angle_s(\vec{u}, \vec{v})$, так:

$$\angle_s(\vec{u},\vec{v}) = \begin{cases} \theta, & \text{якщо впорядкована база } (\vec{u},\vec{v}) \\ & \text{індукує стандартну орієнтацію в } \mathbb{R}^2; \\ -\theta, & \text{в протилежному випадку.} \end{cases}$$

На цьому наше обговорення локальної теорії орієнтації закінчується. Ми повернемося до теми орієнтації в подальших лекціях, в розумінні під орієнтації в точці простору кривих. Ми також розглянемо глобальні аспекти орієнтації та те, що може означати сказати, що орієнтований цілий простір. Однак, щоб не залишати слухача в певній мірі щодо того, як визначення цього розділу вписуються в цілу картину, корисно дати короткий опис того, що має бути. Хорошим прикладом можуть служити поверхні.

Кут між двома векторами, як визначено в попередніх лекціях, завжди є невід'ємною величиною, але іноді зручно говорити про знаковий кут, де знак кута визначається напрямком (проти годинникової стрілки або за годинниковою стрілкою), що кут "охоплює".

Означення 1.8.16

Нехай $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$ — два лінійно незалежні вектори на площині $\mathbb{R}^2$. Якщо θ — кут між векторам $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$, то визначимо *знаковий кут між $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$*, який позначатимемо $\angle_s(\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})$, так:

$$\angle_s(\overrightarrow{u},\overrightarrow{v}) = \begin{cases} \theta, & \text{якщо впорядкована база } (\overrightarrow{u},\overrightarrow{v}) \\ & \text{індукує стандартну орієнтацію в } \mathbb{R}^2; \\ -\theta, & \text{в протилежному випадку.} \end{cases}$$

На цьому наше обговорення локальної теорії орієнтації закінчується. Ми повернемося до теми орієнтації в подальших лекціях, в розумінні під орієнтації в точці простору кривих. Ми також розглянемо глобальні аспекти орієнтації та те, що може означати сказати, що орієнтований цілий простір. Однак, щоб не залишати слухача в певній мірі щодо того, як визначення цього розділу вписуються в цілу картину, корисно дати короткий опис того, що має бути. Хорошим прикладом можуть служити поверхні.

Кут між двома векторами, як визначено в попередніх лекціях, завжди є невід'ємною величиною, але іноді зручно говорити про знаковий кут, де знак кута визначається напрямком (проти годинникової стрілки або за годинниковою стрілкою), що кут "охоплює".

Означення 1.8.16

Нехай $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$ — два лінійно незалежні вектори на площині $\mathbb{R}^2$. Якщо θ — кут між векторам $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$, то визначимо *знаковий кут між $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$*, який позначатимемо $\angle_s(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$, так:

$$\angle_s(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) = \begin{cases} \theta, & \text{якщо впорядкована база } (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) \\ & \text{індукує стандартну орієнтацію в } \mathbb{R}^2; \\ -\theta, & \text{в протилежному випадку.} \end{cases}$$

На цьому наше обговорення локальної теорії орієнтації закінчується. Ми повернемося до теми орієнтації в подальших лекціях, в розумінні під орієнтації в точці простору кривих. Ми також розглянемо глобальні аспекти орієнтації та те, що може означати сказати, що орієнтований цілий простір. Однак, щоб не залишати слухача в певній мірі щодо того, як визначення цього розділу вписуються в цілу картину, корисно дати короткий опис того, що має бути. Хорошим прикладом можуть служити поверхні.

Орієнтація

Кут між двома векторами, як визначено в попередніх лекціях, завжди є невід'ємною величиною, але іноді зручно говорити про знаковий кут, де знак кута визначається напрямком (проти годинникової стрілки або за годинниковою стрілкою), що кут "охоплює".

Означення 1.8.16

Нехай $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$ — два лінійно незалежні вектори на площині $\mathbb{R}^2$. Якщо θ — кут між векторам $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$, то визначимо *знаковий кут між $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$*, який позначатимемо $\angle_s(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$, так:

$$\angle_s(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) = \begin{cases} \theta, & \text{якщо впорядкована база } (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) \\ & \text{індукує стандартну орієнтацію в } \mathbb{R}^2; \\ -\theta, & \text{в протилежному випадку.} \end{cases}$$

На цьому наше обговорення локальної теорії орієнтації закінчується. Ми повернемося до теми орієнтації в подальших лекціях, в розумінні під орієнтації в точці простору кривих. Ми також розглянемо глобальні аспекти орієнтації та те, що може означати сказати, що орієнтований цілий простір. Однак, щоб не залишати слухача в певній мірі щодо того, як визначення цього розділу вписуються в цілу картину, корисно дати короткий опис того, що має бути. Хорошим прикладом можуть служити поверхні.

Орієнтація

Кут між двома векторами, як визначено в попередніх лекціях, завжди є невід'ємною величиною, але іноді зручно говорити про знаковий кут, де знак кута визначається напрямком (проти годинникової стрілки або за годинниковою стрілкою), що кут "охоплює".

Означення 1.8.16

Нехай $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$ — два лінійно незалежні вектори на площині $\mathbb{R}^2$. Якщо θ — кут між векторам $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$, то визначимо *знаковий кут між $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$*, який позначатимемо $\angle_s(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$, так:

$$\angle_s(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) = \begin{cases} \theta, & \text{якщо впорядкована база } (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) \\ & \text{індукує стандартну орієнтацію в } \mathbb{R}^2; \\ -\theta, & \text{в протилежному випадку.} \end{cases}$$

На цьому наше обговорення локальної теорії орієнтації закінчується. Ми повернемося до теми орієнтації в подальших лекціях, в розумінні під орієнтації в точці простору кривих. Ми також розглянемо глобальні аспекти орієнтації та те, що може означати сказати, що орієнтований цілий простір. Однак, щоб не залишати слухача в певній мірі щодо того, як визначення цього розділу вписуються в цілу картину, корисно дати короткий опис того, що має бути. Хорошим прикладом можуть служити поверхні.

Орієнтація

Кут між двома векторами, як визначено в попередніх лекціях, завжди є невід'ємною величиною, але іноді зручно говорити про знаковий кут, де знак кута визначається напрямком (проти годинникової стрілки або за годинниковою стрілкою), що кут "охоплює".

Означення 1.8.16

Нехай $\vec{u}$ та $\vec{v}$ — два лінійно незалежні вектори на площині $\mathbb{R}^2$. Якщо θ — кут між векторам $\vec{u}$ та $\vec{v}$, то визначимо *знаковий кут між $\vec{u}$ та $\vec{v}$*, який позначатимемо $\angle_s(\vec{u},\vec{v})$, так:

$$\angle_s(\vec{u},\vec{v})=\begin{cases}\theta, & \text{якщо впорядкована база } (\vec{u},\vec{v}) \\ & \text{індукує стандартну орієнтацію в } \mathbb{R}^2; \\ -\theta, & \text{в протилежному випадку.}\end{cases}$$

На цьому наше обговорення локальної теорії орієнтації закінчується. Ми повернемося до теми орієнтації в подальших лекціях, в розумінні під орієнтації в точці простору кривих. Ми також розглянемо глобальні аспекти орієнтації та те, що може означати сказати, що орієнтований цілий простір. Однак, щоб не залишати слухача в певній мірі щодо того, як визначення цього розділу вписуються в цілу картину, корисно дати короткий опис того, що має бути. Хорошим прикладом можуть служити поверхні.

Кут між двома векторами, як визначено в попередніх лекціях, завжди є невід'ємною величиною, але іноді зручно говорити про знаковий кут, де знак кута визначається напрямком (проти годинникової стрілки або за годинниковою стрілкою), що кут "охоплює".

Означення 1.8.16

Нехай $\vec{u}$ та $\vec{v}$ — два лінійно незалежні вектори на площині $\mathbb{R}^2$. Якщо θ — кут між векторам $\vec{u}$ та $\vec{v}$, то визначимо *знаковий кут між $\vec{u}$ та $\vec{v}$*, який позначатимемо $\angle_s(\vec{u}, \vec{v})$, так:

$$\angle_s(\vec{u},\vec{v}) = \begin{cases} \theta, & \text{якщо впорядкована база } (\vec{u},\vec{v}) \\ & \text{індукує стандартну орієнтацію в } \mathbb{R}^2; \\ -\theta, & \text{в протилежному випадку.} \end{cases}$$

На цьому наше обговорення локальної теорії орієнтації закінчується. Ми повернемося до теми орієнтації в подальших лекціях, в розумінні під орієнтації в точці простору кривих. Ми також розглянемо глобальні аспекти орієнтації та те, що може означати сказати, що орієнтований цілий простір. Однак, щоб не залишати слухача в певній мірі щодо того, як визначення цього розділу вписуються в цілу картину, корисно дати короткий опис того, що має бути. Хорошим прикладом можуть служити поверхні.

Кут між двома векторами, як визначено в попередніх лекціях, завжди є невід'ємною величиною, але іноді зручно говорити про знаковий кут, де знак кута визначається напрямком (проти годинникової стрілки або за годинниковою стрілкою), що кут "охоплює".

Означення 1.8.16

Нехай $\vec{u}$ та $\vec{v}$ — два лінійно незалежні вектори на площині $\mathbb{R}^2$. Якщо θ — кут між векторам $\vec{u}$ та $\vec{v}$, то визначимо *знаковий кут між $\vec{u}$ та $\vec{v}$*, який позначатимемо $\angle_s(\vec{u},\vec{v})$, так:

$$\angle_s(\vec{u},\vec{v})=\begin{cases}\theta, & \text{якщо впорядкована база } (\vec{u},\vec{v}) \text{ індукує стандартну орієнтацію в } \mathbb{R}^2;\\ -\theta, & \text{в протилежному випадку.}\end{cases}$$

На цьому наше обговорення локальної теорії орієнтації закінчується. Ми повернемося до теми орієнтації в подальших лекціях, в розумінні під орієнтації в точці простору кривих. Ми також розглянемо глобальні аспекти орієнтації та те, що може означати сказати, що орієнтований цілий простір. Однак, щоб не залишати слухача в певній мірі щодо того, як визначення цього розділу вписуються в цілу картину, корисно дати короткий опис того, що має бути. Хорошим прикладом можуть служити поверхні.

Кут між двома векторами, як визначено в попередніх лекціях, завжди є невід'ємною величиною, але іноді зручно говорити про знаковий кут, де знак кута визначається напрямком (проти годинникової стрілки або за годинниковою стрілкою), що кут "охоплює".

Означення 1.8.16

Нехай $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$ — два лінійно незалежні вектори на площині $\mathbb{R}^2$. Якщо θ — кут між векторам $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$, то визначимо *знаковий кут між $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$*, який позначатимемо $\angle_s(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$, так:

$$\angle_s(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) = \begin{cases} \theta, & \text{якщо впорядкована база } (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) \\ & \text{індукує стандартну орієнтацію в } \mathbb{R}^2; \\ -\theta, & \text{в протилежному випадку.} \end{cases}$$

На цьому наше обговорення локальної теорії орієнтації закінчується. Ми повернемося до теми орієнтації в подальших лекціях, в розумінні під орієнтації в точці простору кривих. Ми також розглянемо глобальні аспекти орієнтації та те, що може означати сказати, що орієнтований цілий простір. Однак, щоб не залишати слухача в певній мірі щодо того, як визначення цього розділу вписуються в цілу картину, корисно дати короткий опис того, що має бути. Хорошим прикладом можуть служити поверхні.

Кут між двома векторами, як визначено в попередніх лекціях, завжди є невід'ємною величиною, але іноді зручно говорити про знаковий кут, де знак кута визначається напрямком (проти годинникової стрілки або за годинниковою стрілкою), що кут "охоплює".

Означення 1.8.16

Нехай $\vec{u}$ та $\vec{v}$ — два лінійно незалежні вектори на площині $\mathbb{R}^2$. Якщо θ — кут між векторам $\vec{u}$ та $\vec{v}$, то визначимо *знаковий кут між $\vec{u}$ та $\vec{v}$*, який позначатимемо $\angle_s(\vec{u}, \vec{v})$, так:

$$\angle_s(\vec{u},\vec{v}) = \begin{cases} \theta, & \text{якщо впорядкована база } (\vec{u},\vec{v}) \\ & \text{індукує стандартну орієнтацію в } \mathbb{R}^2; \\ -\theta, & \text{в протилежному випадку.} \end{cases}$$

На цьому наше обговорення локальної теорії орієнтації закінчується. Ми повернемося до теми орієнтації в подальших лекціях, в розумінні під орієнтації в точці простору кривих. Ми також розглянемо глобальні аспекти орієнтації та те, що може означати сказати, що орієнтований цілий простір. Однак, щоб не залишати слухача в певній мірі щодо того, як визначення цього розділу вписуються в цілу картину, корисно дати короткий опис того, що має бути. Хорошим прикладом можуть служити поверхні.

Кут між двома векторами, як визначено в попередніх лекціях, завжди є невід'ємною величиною, але іноді зручно говорити про знаковий кут, де знак кута визначається напрямком (проти годинникової стрілки або за годинниковою стрілкою), що кут "охоплює".

Означення 1.8.16

Нехай $\vec{u}$ та $\vec{v}$ — два лінійно незалежні вектори на площині $\mathbb{R}^2$. Якщо θ — кут між векторам $\vec{u}$ та $\vec{v}$, то визначимо *знаковий кут між $\vec{u}$ та $\vec{v}$*, який позначатимемо $\angle_s(\vec{u}, \vec{v})$, так:

$$\angle_s(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{cases} \theta, & \text{якщо впорядкована база } (\vec{u}, \vec{v}) \\ & \text{індукує стандартну орієнтацію в } \mathbb{R}^2; \\ -\theta, & \text{в протилежному випадку.} \end{cases}$$

На цьому наше обговорення локальної теорії орієнтації закінчується. Ми повернемося до теми орієнтації в подальших лекціях, в розумінні під орієнтації в точці простору кривих. Ми також розглянемо глобальні аспекти орієнтації та те, що може означати сказати, що орієнтований цілий простір. Однак, щоб не залишати слухача в певній мірі щодо того, як визначення цього розділу вписуються в цілу картину, корисно дати короткий опис того, що має бути. Хорошим прикладом можуть служити поверхні.

Кут між двома векторами, як визначено в попередніх лекціях, завжди є невід'ємною величиною, але іноді зручно говорити про знаковий кут, де знак кута визначається напрямком (проти годинникової стрілки або за годинниковою стрілкою), що кут "охоплює".

Означення 1.8.16

Нехай $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$ — два лінійно незалежні вектори на площині $\mathbb{R}^2$. Якщо θ — кут між векторам $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$, то визначимо *знаковий кут між $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$*, який позначатимемо $\angle_s(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$, так:

$$\angle_s(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) = \begin{cases} \theta, & \text{якщо впорядкована база } (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) \\ & \text{індукує стандартну орієнтацію в } \mathbb{R}^2; \\ -\theta, & \text{в протилежному випадку.} \end{cases}$$

На цьому наше обговорення локальної теорії орієнтації закінчується. Ми повернемося до теми орієнтації в подальших лекціях, в розумінні під орієнтації в точці простору кривих. Ми також розглянемо глобальні аспекти орієнтації та те, що може означати сказати, що орієнтований цілий простір. Однак, щоб не залишати слухача в певній мірі щодо того, як визначення цього розділу вписуються в цілу картину, корисно дати короткий опис того, що має бути. Хорошим прикладом можуть служити поверхні.

Орієнтація

Кут між двома векторами, як визначено в попередніх лекціях, завжди є невід'ємною величиною, але іноді зручно говорити про знаковий кут, де знак кута визначається напрямком (проти годинникової стрілки або за годинниковою стрілкою), що кут "охоплює".

Означення 1.8.16

Нехай $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$ — два лінійно незалежні вектори на площині $\mathbb{R}^2$. Якщо θ — кут між векторам $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$, то визначимо *знаковий кут між $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$*, який позначатимемо $\angle_s(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$, так:

$$\angle_s(\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})=\begin{cases} \theta, & \text{якщо впорядкована база } (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) \\ & \text{індукує стандартну орієнтацію в } \mathbb{R}^2; \\ -\theta, & \text{в протилежному випадку.} \end{cases}$$

На цьому наше обговорення локальної теорії орієнтації закінчується. Ми повернемося до теми орієнтації в подальших лекціях, в розумінні під орієнтації в точці простору кривих. Ми також розглянемо глобальні аспекти орієнтації та те, що може означати сказати, що орієнтований цілий простір. Однак, щоб не залишати слухача в певній мірі щодо того, як визначення цього розділу вписуються в цілу картину, корисно дати короткий опис того, що має бути. Хорошим прикладом можуть служити поверхні.

Орієнтація

Кут між двома векторами, як визначено в попередніх лекціях, завжди є невід'ємною величиною, але іноді зручно говорити про знаковий кут, де знак кута визначається напрямком (проти годинникової стрілки або за годинниковою стрілкою), що кут "охоплює".

Означення 1.8.16

Нехай $\vec{u}$ та $\vec{v}$ — два лінійно незалежні вектори на площині $\mathbb{R}^2$. Якщо θ — кут між векторам $\vec{u}$ та $\vec{v}$, то визначимо *знаковий кут між $\vec{u}$ та $\vec{v}$*, який позначатимемо $\angle_s(\vec{u}, \vec{v})$, так:

$$\angle_s(\vec{u},\vec{v})=\begin{cases} \theta, & \text{якщо впорядкована база } (\vec{u}, \vec{v}) \\ & \quad \text{індукує стандартну орієнтацію в } \mathbb{R}^2; \\ -\theta, & \text{в протилежному випадку.} \end{cases}$$

На цьому наше обговорення локальної теорії орієнтації закінчується. Ми повернемося до теми орієнтації в подальших лекціях, в розумінні під орієнтації в точці простору кривих. Ми також розглянемо глобальні аспекти орієнтації та те, що може означати сказати, що орієнтований цілий простір. Однак, щоб не залишати слухача в певній мірі щодо того, як визначення цього розділу вписуються в цілу картину, корисно дати короткий опис того, що має бути. Хорошим прикладом можуть служити поверхні.

Кут між двома векторами, як визначено в попередніх лекціях, завжди є невід'ємною величиною, але іноді зручно говорити про знаковий кут, де знак кута визначається напрямком (проти годинникової стрілки або за годинниковою стрілкою), що кут "охоплює".

Означення 1.8.16

Нехай $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$ — два лінійно незалежні вектори на площині $\mathbb{R}^2$. Якщо θ — кут між векторам $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$, то визначимо *знаковий кут між $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$*, який позначатимемо $\angle_s(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$, так:

$$\angle_s(\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})=\begin{cases} \theta, & \text{якщо впорядкована база } (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) \\ & \text{індукує стандартну орієнтацію в } \mathbb{R}^2; \\ -\theta, & \text{в протилежному випадку.} \end{cases}$$

На цьому наше обговорення локальної теорії орієнтації закінчується. Ми повернемося до теми орієнтації в подальших лекціях, в розумінні під орієнтації в точці простору кривих. Ми також розглянемо глобальні аспекти орієнтації та те, що може означати сказати, що орієнтований цілий простір. Однак, щоб не залишати слухача в певній мірі щодо того, як визначення цього розділу вписуються в цілу картину, корисно дати короткий опис того, що має бути. Хорошим прикладом можуть служити поверхні.

Кут між двома векторами, як визначено в попередніх лекціях, завжди є невід'ємною величиною, але іноді зручно говорити про знаковий кут, де знак кута визначається напрямком (проти годинникової стрілки або за годинниковою стрілкою), що кут "охоплює".

Означення 1.8.16

Нехай $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$ — два лінійно незалежні вектори на площині $\mathbb{R}^2$. Якщо θ — кут між векторам $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$, то визначимо *знаковий кут між $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$*, який позначатимемо $\angle_s(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$, так:

$$\angle_s(\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})=\begin{cases} \theta, & \text{якщо впорядкована база } (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) \\ & \text{індукує стандартну орієнтацію в } \mathbb{R}^2; \\ -\theta, & \text{в протилежному випадку.} \end{cases}$$

На цьому наше обговорення локальної теорії орієнтації закінчується. Ми повернемося до теми орієнтації в подальших лекціях, в розумінні під орієнтації в точці простору кривих. Ми також розглянемо глобальні аспекти орієнтації та те, що може означати сказати, що орієнтований цілий простір. Однак, щоб не залишати слухача в певній мірі щодо того, як визначення цього розділу вписуються в цілу картину, корисно дати короткий опис того, що має бути. Хорошим прикладом можуть служити поверхні.

Кут між двома векторами, як визначено в попередніх лекціях, завжди є невід'ємною величиною, але іноді зручно говорити про знаковий кут, де знак кута визначається напрямком (проти годинникової стрілки або за годинниковою стрілкою), що кут "охоплює".

Означення 1.8.16

Нехай $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$ — два лінійно незалежні вектори на площині $\mathbb{R}^2$. Якщо θ — кут між векторам $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$, то визначимо *знаковий кут між $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$*, який позначатимемо $\angle_s(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$, так:

$$\angle_s(\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})=\begin{cases} \theta, & \text{якщо впорядкована база } (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) \\ & \text{індукує стандартну орієнтацію в } \mathbb{R}^2; \\ -\theta, & \text{в протилежному випадку.} \end{cases}$$

На цьому наше обговорення локальної теорії орієнтації закінчується. Ми повернемося до теми орієнтації в подальших лекціях, в розумінні під орієнтації в точці простору кривих. Ми також розглянемо глобальні аспекти орієнтації та те, що може означати сказати, що орієнтований цілий простір. Однак, щоб не залишати слухача в певній мірі щодо того, як визначення цього розділу вписуються в цілу картину, корисно дати короткий опис того, що має бути. Хорошим прикладом можуть служити поверхні.

Кут між двома векторами, як визначено в попередніх лекціях, завжди є невід'ємною величиною, але іноді зручно говорити про знаковий кут, де знак кута визначається напрямком (проти годинникової стрілки або за годинниковою стрілкою), що кут "охоплює".

Означення 1.8.16

Нехай $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$ — два лінійно незалежні вектори на площині $\mathbb{R}^2$. Якщо θ — кут між векторам $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$, то визначимо *знаковий кут між $\overrightarrow{u}$ та $\overrightarrow{v}$*, який позначатимемо $\angle_s(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$, так:

$$\angle_s(\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})=\begin{cases} \theta, & \text{якщо впорядкована база } (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) \\ & \text{індукує стандартну орієнтацію в } \mathbb{R}^2; \\ -\theta, & \text{в протилежному випадку.} \end{cases}$$

На цьому наше обговорення локальної теорії орієнтації закінчується. Ми повернемося до теми орієнтації в подальших лекціях, в розумінні під орієнтації в точці простору кривих. Ми також розглянемо глобальні аспекти орієнтації та те, що може означати сказати, що орієнтований цілий простір. Однак, щоб не залишати слухача в певній мірі щодо того, як визначення цього розділу вписуються в цілу картину, корисно дати короткий опис того, що має бути. Хорошим прикладом можуть служити поверхні.

Кут між двома векторами, як визначено в попередніх лекціях, завжди є невід'ємною величиною, але іноді зручно говорити про знаковий кут, де знак кута визначається напрямком (проти годинникової стрілки або за годинниковою стрілкою), що кут “охоплює”.

Означення 1.8.16

Нехай $\vec{u}$ та $\vec{v}$ — два лінійно незалежні вектори на площині $\mathbb{R}^2$. Якщо θ — кут між векторам $\vec{u}$ та $\vec{v}$, то визначимо *знаковий кут між $\vec{u}$ та $\vec{v}$*, який позначатимемо $\angle_s(\vec{u}, \vec{v})$, так:

$$\angle_s(\vec{u},\vec{v})=\begin{cases} \theta, & \text{якщо впорядкована база } (\vec{u}, \vec{v}) \\ & \text{індукує стандартну орієнтацію в } \mathbb{R}^2; \\ -\theta, & \text{в протилежному випадку.} \end{cases}$$

На цьому наше обговорення локальної теорії орієнтації закінчується. Ми повернемося до теми орієнтації в подальших лекціях, в розумінні під орієнтації в точці простору кривих. Ми також розглянемо глобальні аспекти орієнтації та те, що може означати сказати, що орієнтований цілий простір. Однак, щоб не залишати слухача в певній мірі щодо того, як визначення цього розділу вписуються в цілу картину, корисно дати короткий опис того, що має бути. Хорошим прикладом можуть служити поверхні.

Орієнтація

Нехай S — гладка поверхня. Під цим поняттям ми маємо на увазі те, що S має хорошу дотичну площину T_p в кожній точці p, яка постійно змінюється, коли ми рухаємося від точки до точки. Назвемо точку, де дотична площина торкається поверхні, своїм "початком". Оскільки кожна дотична площина T_p є двовимірним векторним простором, то ми завжди знаємо, коли це означає мати орієнтацію σ_p для кожної дотичної площини T_p окремо. Сім'я орієнтацій $O = \sigma_p$ називається орієнтацією для поверхні S, якщо орієнтації σ_p постійно змінюються від точки до точки. Щоб пояснити, що мається на увазі під поняттям постійно зміни орієнтації, зверніть увагу, що існує чітко визначена однозначна проекція π_p околу початку координат у дотичній площині T_p на окіл точки p на поверхні. Рис. показує цю відповідність у випадку кривої.

Нехай S — гладка поверхня. Під цим поняттям ми маємо на увазі те, що S має хорошу дотичну площину T_p в кожній точці p, яка постійно змінюється, коли ми рухаємося від точки до точки. Назвемо точку, де дотична площина торкається поверхні, своїм "початком". Оскільки кожна дотична площина T_p є двовимірним векторним простором, то ми завжди знаємо, коли це означає мати орієнтацію σ_p для кожної дотичної площини T_p окремо. Сім'я орієнтацій $O = \sigma_p$ називається орієнтацією для поверхні S, якщо орієнтації σ_p постійно змінюються від точки до точки. Щоб пояснити, що мається на увазі під поняттям постійно зміни орієнтації, зверніть увагу, що існує чітко визначена однозначна проекція π_p околу початку координат у дотичній площині T_p на окіл точки p на поверхні. Рис. показує цю відповідність у випадку кривої.

Орієнтація

Нехай S — гладка поверхня. Під цим поняттям ми маємо на увазі те, що S має хорошу дотичну площину T_p в кожній точці p, яка постійно змінюється, коли ми рухаємося від точки до точки. Назвемо точку, де дотична площина торкається поверхні, своїм "початком". Оскільки кожна дотична площина T_p є двовимірним векторним простором, то ми завжди знаємо, коли це означає мати орієнтацію σ_p для кожної дотичної площини T_p окремо. Сім'я орієнтацій $O = \sigma_p$ називається орієнтацією для поверхні S, якщо орієнтації σ_p постійно змінюються від точки до точки. Щоб пояснити, що мається на увазі під поняттям постійно зміни орієнтації, зверніть увагу, що існує чітко визначена однозначна проекція π_p околу початку координат у дотичній площині T_p на окіл точки p на поверхні. Рис. показує цю відповідність у випадку кривої.

Нехай S — гладка поверхня. Під цим поняттям ми маємо на увазі те, що S має хорошу дотичну площину T_p в кожній точці p, яка постійно змінюється, коли ми рухаємося від точки до точки. Назвемо точку, де дотична площина торкається поверхні, своїм "початком". Оскільки кожна дотична площина T_p є двовимірним векторним простором, то ми завжди знаємо, коли це означає мати орієнтацію σ_p для кожної дотичної площини T_p окремо. Сім'я орієнтацій $O = \sigma_p$ називається орієнтацією для поверхні S, якщо орієнтації σ_p постійно змінюються від точки до точки. Щоб пояснити, що мається на увазі під поняттям постійно зміни орієнтації, зверніть увагу, що існує чітко визначена однозначна проекція π_p околу початку координат у дотичній площині T_p на окіл точки p на поверхні. Рис. показує цю відповідність у випадку кривої.

Нехай S — гладка поверхня. Під цим поняттям ми маємо на увазі те, що S має хорошу дотичну площину T_p в кожній точці p, яка постійно змінюється, коли ми рухаємося від точки до точки. Назвемо точку, де дотична площина торкається поверхні, своїм "початком". Оскільки кожна дотична площина T_p є двовимірним векторним простором, то ми завжди знаємо, коли це означає мати орієнтацію σ_p для кожної дотичної площини T_p окремо. Сім'я орієнтацій $O = \sigma_p$ називається орієнтацією для поверхні S, якщо орієнтації σ_p постійно змінюються від точки до точки. Щоб пояснити, що мається на увазі під поняттям постійно зміни орієнтації, зверніть увагу, що існує чітко визначена однозначна проекція π_p околу початку координат у дотичній площині T_p на окіл точки p на поверхні. Рис. показує цю відповідність у випадку кривої.

Орієнтація

Нехай S — гладка поверхня. Під цим поняттям ми маємо на увазі те, що S має хорошу дотичну площину T_p в кожній точці p, яка постійно змінюється, коли ми рухаємося від точки до точки. Назвемо точку, де дотична площина торкається поверхні, своїм "початком". Оскільки кожна дотична площина T_p є двовимірним векторним простором, то ми завжди знаємо, коли це означає мати орієнтацію σ_p для кожної дотичної площини T_p окремо. Сім'я орієнтацій $O = \sigma_p$ називається орієнтацією для поверхні S, якщо орієнтації σ_p постійно змінюються від точки до точки. Щоб пояснити, що мається на увазі під поняттям постійно зміни орієнтації, зверніть увагу, що існує чітко визначена однозначна проекція π_p околу початку координат у дотичній площині T_p на окіл точки p на поверхні. Рис. показує цю відповідність у випадку кривої.

Нехай S — гладка поверхня. Під цим поняттям ми маємо на увазі те, що S має хорошу дотичну площину T_p в кожній точці p, яка постійно змінюється, коли ми рухаємося від точки до точки. Назвемо точку, де дотична площина торкається поверхні, своїм "початком". Оскільки кожна дотична площина T_p є двовимірним векторним простором, то ми завжди знаємо, коли це означає мати орієнтацію σ_p для кожної дотичної площини T_p окремо. Сім'я орієнтацій $O = \sigma_p$ називається орієнтацією для поверхні S, якщо орієнтації σ_p постійно змінюються від точки до точки. Щоб пояснити, що мається на увазі під поняттям постійно зміни орієнтації, зверніть увагу, що існує чітко визначена однозначна проекція π_p околу початку координат у дотичній площині T_p на окіл точки p на поверхні. Рис. показує цю відповідність у випадку кривої.

Орієнтація

Нехай S — гладка поверхня. Під цим поняттям ми маємо на увазі те, що S має хорошу дотичну площину T_p в кожній точці p, яка постійно змінюється, коли ми рухаємося від точки до точки. Назвемо точку, де дотична площина торкається поверхні, своїм "початком". Оскільки кожна дотична площина T_p є двовимірним векторним простором, то ми завжди знаємо, коли це означає мати орієнтацію σ_p для кожної дотичної площини T_p окремо. Сім'я орієнтацій $O = \sigma_p$ називається орієнтацією для поверхні S, якщо орієнтації σ_p постійно змінюються від точки до точки. Щоб пояснити, що мається на увазі під поняттям постійно зміни орієнтації, зверніть увагу, що існує чітко визначена однозначна проекція π_p околу початку координат у дотичній площині T_p на окіл точки p на поверхні. Рис. показує цю відповідність у випадку кривої.

Нехай S — гладка поверхня. Під цим поняттям ми маємо на увазі те, що S має хорошу дотичну площину T_p в кожній точці p, яка постійно змінюється, коли ми рухаємося від точки до точки. Назвемо точку, де дотична площина торкається поверхні, своїм "початком". Оскільки кожна дотична площина T_p є двовимірним векторним простором, то ми завжди знаємо, коли це означає мати орієнтацію σ_p для кожної дотичної площини T_p окремо. Сім'я орієнтацій $O = \sigma_p$ називається орієнтацією для поверхні S, якщо орієнтації σ_p постійно змінюються від точки до точки. Щоб пояснити, що мається на увазі під поняттям постійно зміни орієнтації, зверніть увагу, що існує чітко визначена однозначна проекція π_p околу початку координат у дотичній площині T_p на окіл точки p на поверхні. Рис. показує цю відповідність у випадку кривої.

Нехай S — гладка поверхня. Під цим поняттям ми маємо на увазі те, що S має хорошу дотичну площину T_p в кожній точці p, яка постійно змінюється, коли ми рухаємося від точки до точки. Назвемо точку, де дотична площина торкається поверхні, своїм “початком”. Оскільки кожна дотична площина T_p є двовимірним векторним простором, то ми завжди знаємо, коли це означає мати орієнтацію σ_p для кожної дотичної площини T_p окремо. Сім’я орієнтацій $O = \sigma_p$ називається орієнтацією для поверхні S, якщо орієнтації σ_p постійно змінюються від точки до точки. Щоб пояснити, що мається на увазі під поняттям постійно зміни орієнтації, зверніть увагу, що існує чітко визначена однозначна проекція π_p околу початку координат у дотичній площині T_p на окіл точки p на поверхні. Рис. показує цю відповідність у випадку кривої.

Нехай S — гладка поверхня. Під цим поняттям ми маємо на увазі те, що S має хорошу дотичну площину T_p в кожній точці p, яка постійно змінюється, коли ми рухаємося від точки до точки. Назвемо точку, де дотична площина торкається поверхні, своїм "початком". Оскільки кожна дотична площина T_p є двовимірним векторним простором, то ми завжди знаємо, коли це означає мати орієнтацію σ_p для кожної дотичної площини T_p окремо. Сім'я орієнтацій $O = \sigma_p$ називається орієнтацією для поверхні S, якщо орієнтації σ_p постійно змінюються від точки до точки. Щоб пояснити, що мається на увазі під поняттям постійно зміни орієнтації, зверніть увагу, що існує чітко визначена однозначна проекція π_p околу початку координат у дотичній площині T_p на окіл точки p на поверхні. Рис. показує цю відповідність у випадку кривої.

Орієнтація

Нехай S — гладка поверхня. Під цим поняттям ми маємо на увазі те, що S має хорошу дотичну площину T_p в кожній точці p, яка постійно змінюється, коли ми рухаємося від точки до точки. Назвемо точку, де дотична площина торкається поверхні, своїм “початком”. Оскільки кожна дотична площина T_p є двовимірним векторним простором, то ми завжди знаємо, коли це означає мати орієнтацію σ_p для кожної дотичної площини T_p окремо. Сім'я орієнтацій $O = \sigma_p$ називається орієнтацією для поверхні S, якщо орієнтації σ_p постійно змінюються від точки до точки. Щоб пояснити, що мається на увазі під поняттям постійно зміни орієнтації, зверніть увагу, що існує чітко визначена однозначна проекція π_p околу початку координат у дотичній площині T_p на окіл точки p на поверхні. Рис. показує цю відповідність у випадку кривої.

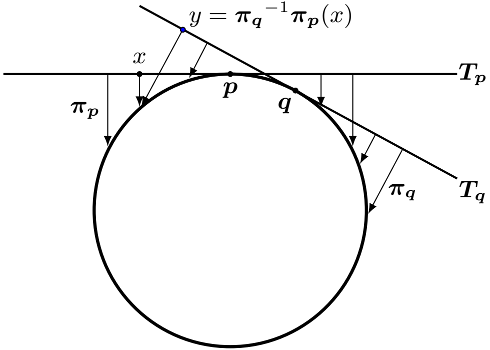
Нехай S — гладка поверхня. Під цим поняттям ми маємо на увазі те, що S має хорошу дотичну площину T_p в кожній точці p, яка постійно змінюється, коли ми рухаємося від точки до точки. Назвемо точку, де дотична площина торкається поверхні, своїм "початком". Оскільки кожна дотична площина T_p є двовимірним векторним простором, то ми завжди знаємо, коли це означає мати орієнтацію σ_p для кожної дотичної площини T_p окремо. Сім'я орієнтацій $O = \sigma_p$ називається орієнтацією для поверхні S, якщо орієнтації σ_p постійно змінюються від точки до точки. Щоб пояснити, що мається на увазі під поняттям постійно зміни орієнтації, зверніть увагу, що існує чітко визначена однозначна проекція π_p околу початку координат у дотичній площині T_p на окіл точки p на поверхні. Рис. показує цю відповідність у випадку кривої.

Нехай S — гладка поверхня. Під цим поняттям ми маємо на увазі те, що S має хорошу дотичну площину T_p в кожній точці p, яка постійно змінюється, коли ми рухаємося від точки до точки. Назвемо точку, де дотична площина торкається поверхні, своїм "початком". Оскільки кожна дотична площина T_p є двовимірним векторним простором, то ми завжди знаємо, коли це означає мати орієнтацію σ_p для кожної дотичної площини T_p окремо. Сім'я орієнтацій $O = \sigma_p$ називається орієнтацією для поверхні S, якщо орієнтації σ_p постійно змінюються від точки до точки. Щоб пояснити, що мається на увазі під поняттям постійно зміни орієнтації, зверніть увагу, що існує чітко визначена однозначна проекція π_p околу початку координат у дотичній площині T_p на окіл точки p на поверхні. Рис. показує цю відповідність у випадку кривої.

Це означає, що якщо дві точки p і q близькі, то відображення

$$\pi_{p,q} = {\pi_q}^{-1}\pi_p$$

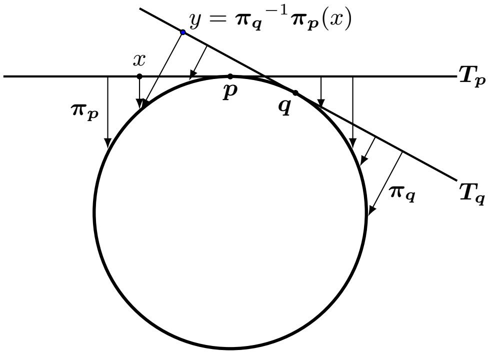
коректно визначена бієкція між околом початку координат у дотичній площині T_p та околом початку координат у дотичній площині T_q. Ми можемо використовувати це відображення для встановлення відповідності між упорядкованими базисами в двох дотичних просторах. Таким чином, ми можемо порівнювати орієнтації, і ми говоримо, що орієнтації в O постійно змінюються, якщо близькій точки σ_p і σ_q пов'язані відображенням $\pi_{p,q}$. Орієнтована поверхня — це пара (S, O), де S — поверхня, а O її орієнтація.



Це означає, що якщо дві точки p і q близькі, то відображення

$$\pi_{p,q} = \pi_q{}^{-1}\pi_p$$

коректно визначена бієкція між околом початку координат у дотичній площині T_p та околом початку координат у дотичній площині T_q. Ми можемо використовувати це відображення для встановлення відповідності між упорядкованими базисами в двох дотичних просторах. Таким чином, ми можемо порівнювати орієнтації, і ми говоримо, що орієнтації в O постійно змінюються, якщо близькій точки σ_p і σ_q пов'язані відображенням $\pi_{p,q}$. Орієнтована поверхня — це пара (S, O), де S — поверхня, а O її орієнтація.

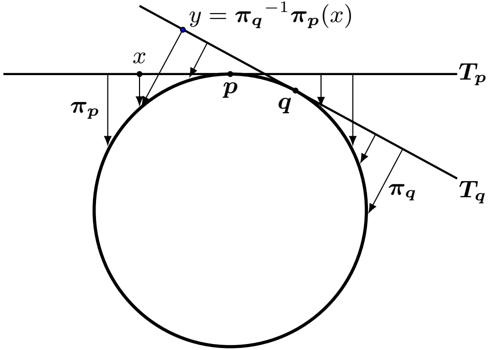


Це означає, що якщо дві точки $\boldsymbol{p}$ і $\boldsymbol{q}$ близькі, то відображення

$$\pi_{p,q} = \pi_q^{-1}\pi_p$$

коректно визначена бієкція між околом початку координат у дотичній площині T_p та околом початку координат у дотичній площині T_q. Ми можемо використовувати це відображення для встановлення відповідності між упорядкованими базисами в двох дотичних просторах. Таким чином, ми можемо порівнювати орієнтації, і ми говоримо, що орієнтації в O постійно змінюються, якщо близькій точки σ_p і σ_q пов'язані відображенням $\pi_{p,q}$. Орієнтована поверхня — це пара (S, O), де S — поверхня, а O її орієнтація.

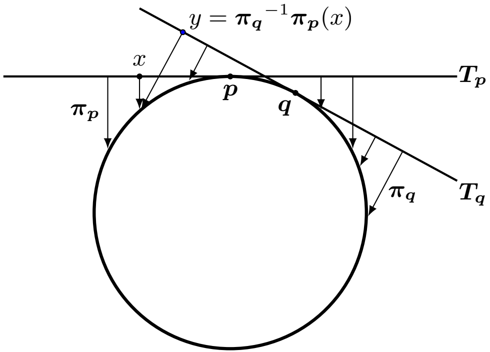
Орієнтація



Це означає, що якщо дві точки p і q близькі, то відображення

$$\pi_{p,q} = \pi_q{}^{-1}\pi_p$$

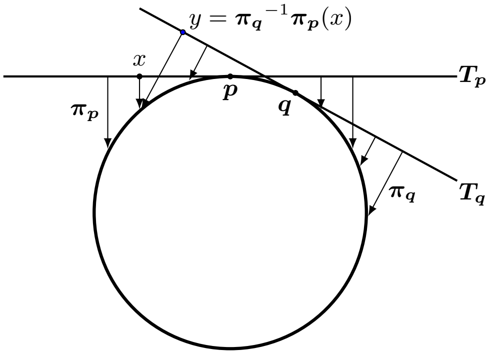
коректно визначена бієкція між околом початку координат у дотичній площині T_p та околом початку координат у дотичній площині T_q. Ми можемо використовувати це відображення для встановлення відповідності між упорядкованими базисами в двох дотичних просторах. Таким чином, ми можемо порівнювати орієнтації, і ми говоримо, що орієнтації в O постійно змінюються, якщо близькій точки σ_p і σ_q пов'язані відображенням $\pi_{p,q}$. Орієнтована поверхня — це пара (S, O), де S — поверхня, а O її орієнтація.



Це означає, що якщо дві точки p і q близькі, то відображення

$$\pi_{p,q} = \pi_q^{-1}\pi_p$$

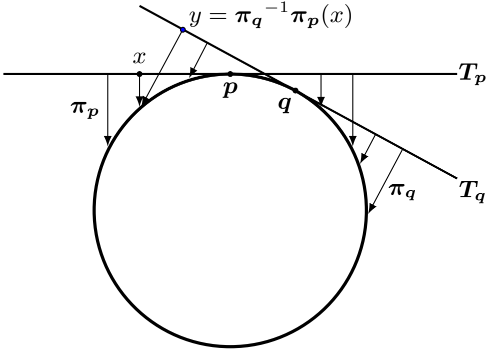
коректно визначена бієкція між околом початку координат у дотичній площині T_p та околом початку координат у дотичній площині T_q. Ми можемо використовувати це відображення для встановлення відповідності між упорядкованими базисами в двох дотичних просторах. Таким чином, ми можемо порівнювати орієнтації, і ми говоримо, що орієнтації в O постійно змінюються, якщо близькій точки σ_p і σ_q пов'язані відображенням $\pi_{p,q}$. Орієнтована поверхня — це пара (S, O), де S — поверхня, а O її орієнтація.



Це означає, що якщо дві точки $\boldsymbol{p}$ і $\boldsymbol{q}$ близькі, то відображення

$$\boldsymbol{\pi_{p,q}} = \boldsymbol{\pi_q}^{-1}\boldsymbol{\pi_p}$$

коректно визначена бієкція між околом початку координат у дотичній площині $\boldsymbol{T_p}$ та околом початку координат у дотичній площині $\boldsymbol{T_q}$. Ми можемо використовувати це відображення для встановлення відповідності між упорядкованими базисами в двох дотичних просторах. Таким чином, ми можемо порівнювати орієнтації, і ми говоримо, що орієнтації в $\boldsymbol{O}$ постійно змінюються, якщо близькій точки $\boldsymbol{\sigma_p}$ і $\boldsymbol{\sigma_q}$ пов'язані відображенням $\boldsymbol{\pi_{p,q}}$. Орієнтована поверхня — це пара $(\boldsymbol{S}, \boldsymbol{O})$, де $\boldsymbol{S}$ — поверхня, а $\boldsymbol{O}$ її орієнтація.

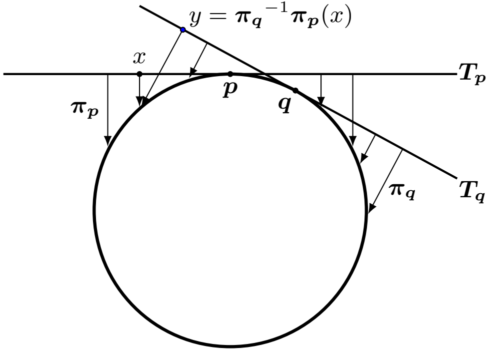


Це означає, що якщо дві точки p і q близькі, то відображення

$$\pi_{p,q} = \pi_q{}^{-1}\pi_p$$

коректно визначена бієкція між околом початку координат у дотичній площині T_p та околом початку координат у дотичній площині T_q. Ми можемо використовувати це відображення для встановлення відповідності між упорядкованими базисами в двох дотичних просторах. Таким чином, ми можемо порівнювати орієнтації, і ми говоримо, що орієнтації в O постійно змінюються, якщо близькій точки σ_p і σ_q пов'язані відображенням $\pi_{p,q}$. Орієнтована поверхня — це пара (S, O), де S — поверхня, а O її орієнтація.

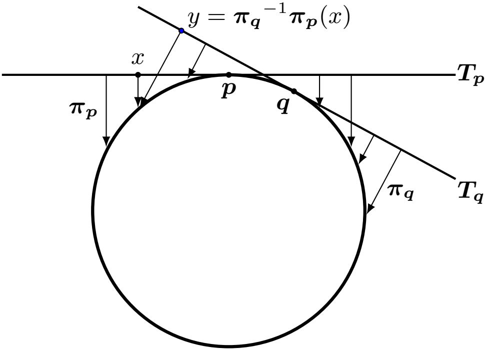
Орієнтація



Це означає, що якщо дві точки p і q близькі, то відображення

$$\pi_{p,q} = \pi_q{}^{-1}\pi_p$$

коректно визначена бієкція між околом початку координат у дотичній площині T_p та околом початку координат у дотичній площині T_q. Ми можемо використовувати це відображення для встановлення відповідності між упорядкованими базисами в двох дотичних просторах. Таким чином, ми можемо порівнювати орієнтації, і ми говоримо, що орієнтації в O постійно змінюються, якщо близькій точки σ_p і σ_q пов'язані відображенням $\pi_{p,q}$. Орієнтована поверхня — це пара (S, O), де S — поверхня, а O її орієнтація.

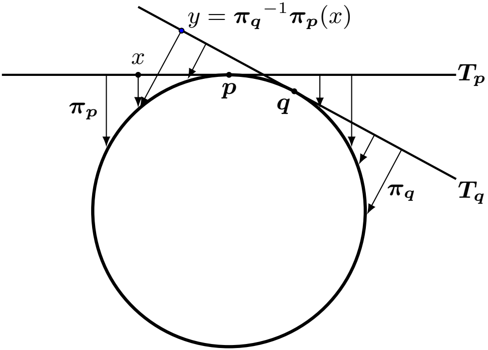


Це означає, що якщо дві точки $\boldsymbol{p}$ і $\boldsymbol{q}$ близькі, то відображення

$$\pi_{p,q} = \pi_q{}^{-1}\pi_p$$

коректно визначена бієкція між околом початку координат у дотичній площині T_p та околом початку координат у дотичній площині T_q. Ми можемо використовувати це відображення для встановлення відповідності між упорядкованими базисами в двох дотичних просторах. Таким чином, ми можемо порівнювати орієнтації, і ми говоримо, що орієнтації в O постійно змінюються, якщо близькій точки σ_p і σ_q пов'язані відображенням $\pi_{p,q}$. Орієнтована поверхня — це пара (S, O), де S — поверхня, а O її орієнтація.

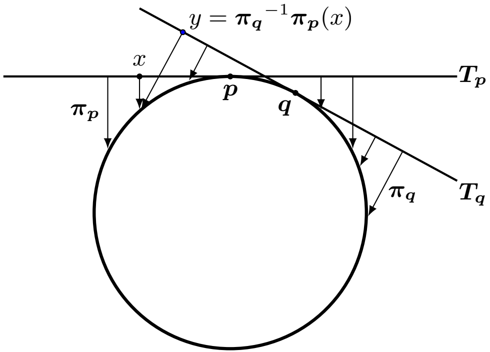
Орієнтація



Це означає, що якщо дві точки $\boldsymbol{p}$ і $\boldsymbol{q}$ близькі, то відображення

$$\boldsymbol{\pi_{p,q}} = \boldsymbol{\pi_q}^{-1}\boldsymbol{\pi_p}$$

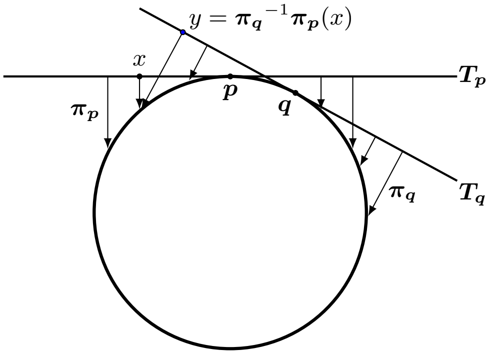
коректно визначена бієкція між околом початку координат у дотичній площині $\boldsymbol{T_p}$ та околом початку координат у дотичній площині $\boldsymbol{T_q}$. Ми можемо використовувати це відображення для встановлення відповідності між упорядкованими базисами в двох дотичних просторах. Таким чином, ми можемо порівнювати орієнтації, і ми говоримо, що орієнтації в $\boldsymbol{O}$ постійно змінюються, якщо близькій точки $\boldsymbol{\sigma_p}$ і $\boldsymbol{\sigma_q}$ пов'язані відображенням $\boldsymbol{\pi_{p,q}}$. Орієнтована поверхня — це пара $(\boldsymbol{S}, \boldsymbol{O})$, де $\boldsymbol{S}$ — поверхня, а $\boldsymbol{O}$ її орієнтація.



Це означає, що якщо дві точки p і q близькі, то відображення

$$\pi_{p,q} = \pi_q{}^{-1}\pi_p$$

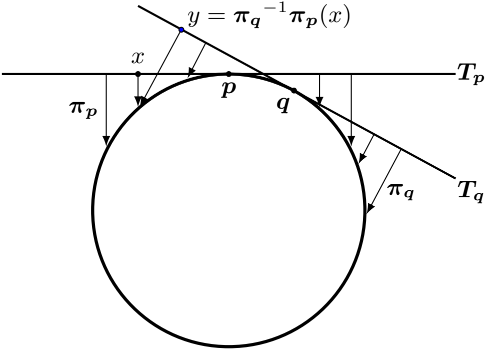
коректно визначена бієкція між околом початку координат у дотичній площині T_p та околом початку координат у дотичній площині T_q. Ми можемо використовувати це відображення для встановлення відповідності між упорядкованими базисами в двох дотичних просторах. Таким чином, ми можемо порівнювати орієнтації, і ми говоримо, що орієнтації в O постійно змінюються, якщо близькій точки σ_p і σ_q пов'язані відображенням $\pi_{p,q}$. Орієнтована поверхня — це пара (S, O), де S — поверхня, а O її орієнтація.



Це означає, що якщо дві точки $\boldsymbol{p}$ і $\boldsymbol{q}$ близькі, то відображення

$$\boldsymbol{\pi_{p,q}} = \boldsymbol{\pi_q}^{-1}\boldsymbol{\pi_p}$$

коректно визначена бієкція між околом початку координат у дотичній площині $\boldsymbol{T_p}$ та околом початку координат у дотичній площині $\boldsymbol{T_q}$. Ми можемо використовувати це відображення для встановлення відповідності між упорядкованими базисами в двох дотичних просторах. Таким чином, ми можемо порівнювати орієнтації, і ми говоримо, що орієнтації в $\boldsymbol{O}$ постійно змінюються, якщо близькій точки $\boldsymbol{\sigma_p}$ і $\boldsymbol{\sigma_q}$ пов'язані відображенням $\boldsymbol{\pi_{p,q}}$. Орієнтована поверхня — це пара $(\boldsymbol{S}, \boldsymbol{O})$, де $\boldsymbol{S}$ — поверхня, а $\boldsymbol{O}$ її орієнтація.



Це означає, що якщо дві точки p і q близькі, то відображення

$$\pi_{p,q} = \pi_q{}^{-1}\pi_p$$

коректно визначена бієкція між околом початку координат у дотичній площині T_p та околом початку координат у дотичній площині T_q. Ми можемо використовувати це відображення для встановлення відповідності між упорядкованими базисами в двох дотичних просторах. Таким чином, ми можемо порівнювати орієнтації, і ми говоримо, що орієнтації в O постійно змінюються, якщо близькій точки σ_p і σ_q пов'язані відображенням $\pi_{p,q}$. Орієнтована поверхня — це пара (S, O), де S — поверхня, а O її орієнтація.

Дякую за увагу!