Обчислювальна геометрія і алгебра

Олег Гутік

Лекція 6: Матриці. Дії над матрицями

До цього моменту ми використовували матриці для спрощеного запису систем лінійних рівнянь. У цій та подальших лекціях матриці розглядатимуться як математичні об'єкти, а множина всіх матриць буде наділена структурою шляхом введення на ній операцій додавання матриць, множення матриці на число та множення матриць. Доцільність таких означень буде зрозумілою з подальших лекцій, де ми побачимо як матриці будуть виконувати роль зручного представлення одного типу відображень. Виявиться, що вони слугують не просто інструментом для зручного запису та подання інформації, а насправді представляють певний тип функцій, що відображають одні вектори в інші. Теорія матриць має численні застосування.

До цього моменту ми використовували матриці для спрощеного запису систем лінійних рівнянь. У цій та подальших лекціях матриці розглядатимуться як математичні об'єкти, а множина всіх матриць буде наділена структурою шляхом введення на ній операцій додавання матриць, множення матриці на число та множення матриць. Доцільність таких означень буде зрозумілою з подальших лекцій, де ми побачимо як матриці будуть виконувати роль зручного представлення одного типу відображень. Виявиться, що вони слугують не просто інструментом для зручного запису та подання інформації, а насправді представляють певний тип функцій, що відображають одні вектори в інші. Теорія матриць має численні застосування.

До цього моменту ми використовували матриці для спрощеного запису систем лінійних рівнянь. У цій та подальших лекціях матриці розглядатимуться як математичні об'єкти, а множина всіх матриць буде наділена структурою шляхом введення на ній операцій додавання матриць, множення матриці на число та множення матриць. Доцільність таких означень буде зрозумілою з подальших лекцій, де ми побачимо як матриці будуть виконувати роль зручного представлення одного типу відображень. Виявиться, що вони слугують не просто інструментом для зручного запису та подання інформації, а насправді представляють певний тип функцій, що відображають одні вектори в інші. Теорія матриць має численні застосування.

До цього моменту ми використовували матриці для спрощеного запису систем лінійних рівнянь. У цій та подальших лекціях матриці розглядатимуться як математичні об'єкти, а множина всіх матриць буде наділена структурою шляхом введення на ній операцій додавання матриць, множення матриці на число та множення матриць. Доцільність таких означень буде зрозумілою з подальших лекцій, де ми побачимо як матриці будуть виконувати роль зручного представлення одного типу відображень. Виявиться, що вони слугують не просто інструментом для зручного запису та подання інформації, а насправді представляють певний тип функцій, що відображають одні вектори в інші. Теорія матриць має численні застосування.

До цього моменту ми використовували матриці для спрощеного запису систем лінійних рівнянь. У цій та подальших лекціях матриці розглядатимуться як математичні об'єкти, а множина всіх матриць буде наділена структурою шляхом введення на ній операцій додавання матриць, множення матриці на число та множення матриць. Доцільність таких означень буде зрозумілою з подальших лекцій, де ми побачимо як матриці будуть виконувати роль зручного представлення одного типу відображень. Виявиться, що вони слугують не просто інструментом для зручного запису та подання інформації, а насправді представляють певний тип функцій, що відображають одні вектори в інші. Теорія матриць має численні застосування.

До цього моменту ми використовували матриці для спрощеного запису систем лінійних рівнянь. У цій та подальших лекціях матриці розглядатимуться як математичні об'єкти, а множина всіх матриць буде наділена структурою шляхом введення на ній операцій додавання матриць, множення матриці на число та множення матриць. Доцільність таких означень буде зрозумілою з подальших лекцій, де ми побачимо як матриці будуть виконувати роль зручного представлення одного типу відображень. Виявиться, що вони слугують не просто інструментом для зручного запису та подання інформації, а насправді представляють певний тип функцій, що відображають одні вектори в інші. Теорія матриць має численні застосування.

До цього моменту ми використовували матриці для спрощеного запису систем лінійних рівнянь. У цій та подальших лекціях матриці розглядатимуться як математичні об'єкти, а множина всіх матриць буде наділена структурою шляхом введення на ній операцій додавання матриць, множення матриці на число та множення матриць. Доцільність таких означень буде зрозумілою з подальших лекцій, де ми побачимо як матриці будуть виконувати роль зручного представлення одного типу відображень. Виявиться, що вони слугують не просто інструментом для зручного запису та подання інформації, а насправді представляють певний тип функцій, що відображають одні вектори в інші. Теорія матриць має численні застосування.

До цього моменту ми використовували матриці для спрощеного запису систем лінійних рівнянь. У цій та подальших лекціях матриці розглядатимуться як математичні об'єкти, а множина всіх матриць буде наділена структурою шляхом введення на ній операцій додавання матриць, множення матриці на число та множення матриць. Доцільність таких означень буде зрозумілою з подальших лекцій, де ми побачимо як матриці будуть виконувати роль зручного представлення одного типу відображень. Виявиться, що вони слугують не просто інструментом для зручного запису та подання інформації, а насправді представляють певний тип функцій, що відображають одні вектори в інші. Теорія матриць має численні застосування.

До цього моменту ми використовували матриці для спрощеного запису систем лінійних рівнянь. У цій та подальших лекціях матриці розглядатимуться як математичні об'єкти, а множина всіх матриць буде наділена структурою шляхом введення на ній операцій додавання матриць, множення матриці на число та множення матриць. Доцільність таких означень буде зрозумілою з подальших лекцій, де ми побачимо як матриці будуть виконувати роль зручного представлення одного типу відображень. Виявиться, що вони слугують не просто інструментом для зручного запису та подання інформації, а насправді представляють певний тип функцій, що відображають одні вектори в інші. Теорія матриць має численні застосування.

До цього моменту ми використовували матриці для спрощеного запису систем лінійних рівнянь. У цій та подальших лекціях матриці розглядатимуться як математичні об'єкти, а множина всіх матриць буде наділена структурою шляхом введення на ній операцій додавання матриць, множення матриці на число та множення матриць. Доцільність таких означень буде зрозумілою з подальших лекцій, де ми побачимо як матриці будуть виконувати роль зручного представлення одного типу відображень. Виявиться, що вони слугують не просто інструментом для зручного запису та подання інформації, а насправді представляють певний тип функцій, що відображають одні вектори в інші. Теорія матриць має численні застосування.

До цього моменту ми використовували матриці для спрощеного запису систем лінійних рівнянь. У цій та подальших лекціях матриці розглядатимуться як математичні об'єкти, а множина всіх матриць буде наділена структурою шляхом введення на ній операцій додавання матриць, множення матриці на число та множення матриць. Доцільність таких означень буде зрозумілою з подальших лекцій, де ми побачимо як матриці будуть виконувати роль зручного представлення одного типу відображень. Виявиться, що вони слугують не просто інструментом для зручного запису та подання інформації, а насправді представляють певний тип функцій, що відображають одні вектори в інші. Теорія матриць має численні застосування.

До цього моменту ми використовували матриці для спрощеного запису систем лінійних рівнянь. У цій та подальших лекціях матриці розглядатимуться як математичні об'єкти, а множина всіх матриць буде наділена структурою шляхом введення на ній операцій додавання матриць, множення матриці на число та множення матриць. Доцільність таких означень буде зрозумілою з подальших лекцій, де ми побачимо як матриці будуть виконувати роль зручного представлення одного типу відображень. Виявиться, що вони слугують не просто інструментом для зручного запису та подання інформації, а насправді представляють певний тип функцій, що відображають одні вектори в інші. Теорія матриць має численні застосування.

До цього моменту ми використовували матриці для спрощеного запису систем лінійних рівнянь. У цій та подальших лекціях матриці розглядатимуться як математичні об'єкти, а множина всіх матриць буде наділена структурою шляхом введення на ній операцій додавання матриць, множення матриці на число та множення матриць. Доцільність таких означень буде зрозумілою з подальших лекцій, де ми побачимо як матриці будуть виконувати роль зручного представлення одного типу відображень. Виявиться, що вони слугують не просто інструментом для зручного запису та подання інформації, а насправді представляють певний тип функцій, що відображають одні вектори в інші. Теорія матриць має численні застосування.

Означення 1.2.44

Матрицею над полем k називається прямокутна таблиця елементів цього поля

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \qquad a_{ij} \in \mathrm{k},\ i = 1, \ldots, n,\ j = 1, \ldots, m.$$

Матриці зазвичай позначають великими латинськими літерами. Іноді для того, щоб підкреслити, що матриця A складається з m рядків і n стовпчиків, ми позначатимемо її так: $A_{m\times n}$ або $[a_{ij}]_{m\times n}$. Матрицю з елементами a_{ij} позначають $[a_{ij}]$, а через (a_{ij}) — елемент i-го рядка і j-го стовпця матриці A:

$$A_{m\times n} = [a_{ij}]_{m\times n} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mj} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \\ \uparrow \\ \boxed{\text{j-й стопчик}} \end{array} \begin{array}{c} \\ \\ \longleftarrow \boxed{\text{і-й рядок}} \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

Матриці. Дії над матрицями

Означення 1.2.44

Матрицею над полем k називається прямокутна таблиця елементів цього поля

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \qquad a_{ij} \in \mathrm{k},\ i = 1, \ldots, n,\ j = 1, \ldots, m.$$

Матриці зазвичай позначають великими латинськими літерами. Іноді для того, щоб підкреслити, що матриця A складається з m рядків і n стовпчиків, ми позначатимемо її так: $A_{m\times n}$ або $[a_{ij}]_{m\times n}$. Матрицю з елементами a_{ij} позначають $[a_{ij}]$, а через (a_{ij}) — елемент i-го рядка і j-го стовпця матриці A:

$$A_{m\times n} = [a_{ij}]_{m\times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mj} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \longleftarrow \boxed{\text{i-й рядок}}$$

$$\uparrow$$

$$\boxed{\text{j-й стопчик}}$$

Означення 1.2.44

Матрицею над полем k називається прямокутна таблиця елементів цього поля

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \qquad a_{ij} \in \mathrm{k},\ i = 1, \ldots, n,\ j = 1, \ldots, m.$$

Матриці зазвичай позначають великими латинськими літерами. Іноді для того, щоб підкреслити, що матриця A складається з m рядків і n стовпчиків, ми позначатимемо її так: $A_{m\times n}$ або $[a_{ij}]_{m\times n}$. Матрицю з елементами a_{ij} позначають $[a_{ij}]$, а через (a_{ij}) — елемент i-го рядка і j-го стовпця матриці A:

$$A_{m\times n} = [a_{ij}]_{m\times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mj} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \longleftarrow \boxed{\text{i-й рядок}}$$

$$\uparrow$$

$$\boxed{\text{j-й стопчик}}$$

Матриці. Дії над матрицями

Означення 1.2.44

Матрицею над полем k називається прямокутна таблиця елементів цього поля
$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \qquad a_{ij} \in \mathsf{k},\ i = 1, \ldots, n,\ j = 1, \ldots, m.$$

Матриці зазвичай позначають великими латинськими літерами. Іноді для того, щоб підкреслити, що матриця A складається з m рядків і n стовпчиків, ми позначатимемо її так: $A_{m\times n}$ або $[a_{ij}]_{m\times n}$. Матрицю з елементами a_{ij} позначають $[a_{ij}]$, а через (a_{ij}) — елемент i-го рядка і j-го стовпця матриці A:
$$A_{m\times n} = [a_{ij}]_{m\times n} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mj} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \\ \uparrow \\ \boxed{\text{j-й стопчик}} \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \longleftarrow \boxed{\text{і-й рядок}} \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

Матриці. Дії над матрицями

Означення 1.2.44

Матрицею над полем k називається прямокутна таблиця елементів цього поля

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \qquad a_{ij} \in \mathrm{k},\ i = 1, \ldots, n,\ j = 1, \ldots, m.$$

Матриці зазвичай позначають великими латинськими літерами. Іноді для того, щоб підкреслити, що матриця A складається з m рядків і n стовпчиків, ми позначатимемо її так: $A_{m\times n}$ або $[a_{ij}]_{m\times n}$. Матрицю з елементами a_{ij} позначають $[a_{ij}]$, а через (a_{ij}) — елемент i-го рядка і j-го стовпця матриці A:

$$A_{m\times n} = [a_{ij}]_{m\times n} = \begin{array}{cl} \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mj} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} & \begin{array}{l} \\ \\ \longleftarrow \boxed{\text{i-й рядок}} \\ \\ \\ \end{array} \\ \uparrow & \\ \boxed{\text{j-й стопчик}} & \end{array}$$

Означення 1.2.44

Матрицею над полем k називається прямокутна таблиця елементів цього поля

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \qquad a_{ij} \in \mathrm{k},\ i = 1, \dots, n,\ j = 1, \dots, m.$$

Матриці зазвичай позначають великими латинськими літерами. Іноді для того, щоб підкреслити, що матриця A складається з m рядків і n стовпчиків, ми позначатимемо її так: $A_{m\times n}$ або $[a_{ij}]_{m\times n}$. Матрицю з елементами a_{ij} позначають $[a_{ij}]$, а через (a_{ij}) — елемент i-го рядка і j-го стовпця матриці A:

$$A_{m\times n} = [a_{ij}]_{m\times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mj} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \longleftarrow \boxed{\text{і-й рядок}}$$

$$\uparrow$$
$$\boxed{\text{j-й стопчик}}$$

Матриці. Дії над матрицями

Означення 1.2.44

Матрицею над полем k називається прямокутна таблиця елементів цього поля

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \qquad a_{ij} \in \mathrm{k},\ i = 1, \ldots, n,\ j = 1, \ldots, m.$$

Матриці зазвичай позначають великими латинськими літерами. Іноді для того, щоб підкреслити, що матриця A складається з m рядків і n стовпчиків, ми позначатимемо її так: $A_{m\times n}$ або $[a_{ij}]_{m\times n}$. Матрицю з елементами a_{ij} позначають $[a_{ij}]$, а через (a_{ij}) — елемент i-го рядка і j-го стовпця матриці A:

$$A_{m\times n} = [a_{ij}]_{m\times n} = \begin{array}{cl} \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mj} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} & \begin{array}{l} \\ \\ \longleftarrow \boxed{\text{i-й рядок}} \\ \\ \\ \end{array} \\ \begin{array}{c} \uparrow \\ \boxed{\text{j-й стопчик}} \end{array} & \end{array}$$

Означення 1.2.44

Матрицею над полем k називається прямокутна таблиця елементів цього поля

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \qquad a_{ij} \in \mathrm{k},\ i = 1, \dots, n,\ j = 1, \dots, m.$$

Матриці зазвичай позначають великими латинськими літерами. Іноді для того, щоб підкреслити, що матриця A складається з m рядків і n стовпчиків, ми позначатимемо її так: $A_{m\times n}$ або $[a_{ij}]_{m\times n}$. Матрицю з елементами a_{ij} позначають $[a_{ij}]$, а через (a_{ij}) — елемент i-го рядка і j-го стовпця матриці A:

$$A_{m\times n} = [a_{ij}]_{m\times n} = \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mj} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{array}{l} \\ \\ \longleftarrow \boxed{\text{i-й рядок}} \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \uparrow \\ \boxed{\text{j-й стопчик}} \end{array}$$

Означення 1.2.44

Матрицею над полем k називається прямокутна таблиця елементів цього поля

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \qquad a_{ij} \in \mathsf{k},\ i = 1, \ldots, n,\ j = 1, \ldots, m.$$

Матриці зазвичай позначають великими латинськими літерами. Іноді для того, щоб підкреслити, що матриця A складається з m рядків і n стовпчиків, ми позначатимемо її так: $A_{m\times n}$ або $[a_{ij}]_{m\times n}$. Матрицю з елементами a_{ij} позначають $[a_{ij}]$, а через (a_{ij}) — елемент i-го рядка і j-го стовпця матриці A:

$$A_{m\times n} = [a_{ij}]_{m\times n} = \begin{array}{c} \\ \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mj} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \\ \uparrow \\ \boxed{\text{j-й стопчик}} \end{array} \begin{array}{c} \\ \\ \longleftarrow \boxed{\text{i-й рядок}} \\ \\ \\ \end{array}$$

Означення 1.2.44

Матрицею над полем k називається прямокутна таблиця елементів цього поля

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \qquad a_{ij} \in \mathsf{k},\ i = 1, \ldots, n,\ j = 1, \ldots, m.$$

Матриці зазвичай позначають великими латинськими літерами. Іноді для того, щоб підкреслити, що матриця A складається з m рядків і n стовпчиків, ми позначатимемо її так: $A_{m\times n}$ або $[a_{ij}]_{m\times n}$. Матрицю з елементами a_{ij} позначають $[a_{ij}]$, а через (a_{ij}) — елемент i-го рядка і j-го стовпця матриці A:

$$A_{m\times n} = [a_{ij}]_{m\times n} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mj} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{array}{l} \\ \\ \longleftarrow \boxed{\text{i-й рядок}} \\ \\ \\ \end{array} \\ \uparrow \\ \boxed{\text{j-й стопчик}} \end{array}$$

Дві матриці називаються *рівними*, якщо їх розміри однакові та відповідні елементи однакові.

Якщо окремо не зауважено, то надалі ми розглядатимемо матриць над полем дійсних чисел $\mathbb{R}$.

Стовпці матриці A є m-вимірними векторами, позначимо їх $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_n$. Тоді

$$A = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \cdots & \vec{a}_n \end{bmatrix}.$$

Якщо $m = n$ (кількість рядків збігається з кількістю стовпців), то така матриця називається *квадратною матрицею порядку* n. Набір елементів $a_{11}, a_{22}, \ldots, a_{nn}$ утворює *головну діагональ*, а набір елементів $a_{n1}, a_{2,n-1}, \ldots, a_{1n}$ — *другу діагональ матриці*.

Квадратна матриця, усі елементи якої нижче (вище) від головної діагональ дорівнюють нулю, називають *верхньою* (*нижньою*) *трикутною* матрицею:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{23} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Дві матриці називаються *рівними*, якщо їх розміри однакові та відповідні елементи однакові.

Якщо окремо не зауважено, то надалі ми розглядатимемо матриць над полем дійсних чисел $\mathbb{R}$.

Стовпці матриці A є m-вимірними векторами, позначимо їх $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_n$. Тоді

$$A = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \cdots & \vec{a}_n \end{bmatrix}.$$

Якщо $m = n$ (кількість рядків збігається з кількістю стовпців), то така матриця називається *квадратною матрицею порядку* n. Набір елементів $a_{11}, a_{22}, \ldots, a_{nn}$ утворює *головну діагональ*, а набір елементів $a_{n1}, a_{2,n-1}, \ldots, a_{1n}$ — *другу діагональ матриці*.

Квадратна матриця, усі елементи якої нижче (вище) від головної діагональ дорівнюють нулю, називають *верхньою* (*нижньою*) *трикутною* матрицею:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{23} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Матриці. Дії над матрицями

Дві матриці називаються *рівними*, якщо їх розміри однакові та відповідні елементи однакові.

Якщо окремо не зауважено, то надалі ми розглядатимемо матриць над полем дійсних чисел $\mathbb{R}$.

Стовпці матриці A є m-вимірними векторами, позначимо їх $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_n$. Тоді

$$A = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \cdots & \vec{a}_n \end{bmatrix}.$$

Якщо $m = n$ (кількість рядків збігається з кількістю стовпців), то така матриця називається *квадратною матрицею порядку* n. Набір елементів $a_{11}, a_{22}, \ldots, a_{nn}$ утворює *головну діагональ*, а набір елементів $a_{n1}, a_{2,n-1}, \ldots, a_{1n}$ — *другу діагональ* матриці.

Квадратна матриця, усі елементи якої нижче (вище) від головної діагональ дорівнюють нулю, називають *верхньою* (*нижньою*) *трикутною* матрицею:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{23} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Матриці. Дії над матрицями

Дві матриці називаються *рівними*, якщо їх розміри однакові та відповідні елементи однакові.

Якщо окремо не зауважено, то надалі ми розглядатимемо матриць над полем дійсних чисел $\mathbb{R}$.

Стовпці матриці A є m-вимірними векторами, позначимо їх $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_n$. Тоді

$$A = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \cdots & \vec{a}_n \end{bmatrix}.$$

Якщо $m = n$ (кількість рядків збігається з кількістю стовпців), то така матриця називається *квадратною матрицею порядку* n. Набір елементів $a_{11}, a_{22}, \ldots, a_{nn}$ утворює *головну діагональ*, а набір елементів $a_{n1}, a_{2,n-1}, \ldots, a_{1n}$ — *другу діагональ* матриці.

Квадратна матриця, усі елементи якої нижче (вище) від головної діагональ дорівнюють нулю, називають *верхньою* (*нижньою*) *трикутною* матрицею:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{23} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Дві матриці називаються *рівними*, якщо їх розміри однакові та відповідні елементи однакові.

Якщо окремо не зауважено, то надалі ми розглядатимемо матриць над полем дійсних чисел $\mathbb{R}$.

Стовпці матриці A є m-вимірними векторами, позначимо їх $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_n$. Тоді

$$A = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \cdots & \vec{a}_n \end{bmatrix}.$$

Якщо $m = n$ (кількість рядків збігається з кількістю стовпців), то така матриця називається *квадратною матрицею порядку* n. Набір елементів $a_{11}, a_{22}, \ldots, a_{nn}$ утворює *головну діагональ*, а набір елементів $a_{n1}, a_{2,n-1}, \ldots, a_{1n}$ — *другу діагональ матриці*.

Квадратна матриця, усі елементи якої нижче (вище) від головної діагональ дорівнюють нулю, називають *верхньою* (*нижньою*) *трикутною* матрицею:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{23} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Матриці. Дії над матрицями

Дві матриці називаються *рівними*, якщо їх розміри однакові та відповідні елементи однакові.

Якщо окремо не зауважено, то надалі ми розглядатимемо матриць над полем дійсних чисел $\mathbb{R}$.

Стовпці матриці A є m-вимірними векторами, позначимо їх $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_n$. Тоді

$$A = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \cdots & \vec{a}_n \end{bmatrix}.$$

Якщо $m = n$ (кількість рядків збігається з кількістю стовпців), то така матриця називається *квадратною матрицею порядку* n. Набір елементів $a_{11}, a_{22}, \ldots, a_{nn}$ утворює *головну діагональ*, а набір елементів $a_{n1}, a_{2,n-1}, \ldots, a_{1n}$ — *другу діагональ* матриці.

Квадратна матриця, усі елементи якої нижче (вище) від головної діагональ дорівнюють нулю, називають *верхньою* (*нижньою*) *трикутною* матрицею:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{23} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Дві матриці називаються *рівними*, якщо їх розміри однакові та відповідні елементи однакові.

Якщо окремо не зауважено, то надалі ми розглядатимемо матриць над полем дійсних чисел $\mathbb{R}$.

Стовпці матриці A є m-вимірними векторами, позначимо їх $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_n$. Тоді

$$A = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \cdots & \vec{a}_n \end{bmatrix}.$$

Якщо $m = n$ (кількість рядків збігається з кількістю стовпців), то така матриця називається *квадратною матрицею порядку* n. Набір елементів $a_{11}, a_{22}, \ldots, a_{nn}$ утворює *головну діагональ*, а набір елементів $a_{n1}, a_{2,n-1}, \ldots, a_{1n}$ — *другу діагональ* матриці.

Квадратна матриця, усі елементи якої нижче (вище) від головної діагональ дорівнюють нулю, називають *верхньою* (*нижньою*) *трикутною* матрицею:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{23} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Матриці. Дії над матрицями

Дві матриці називаються *рівними*, якщо їх розміри однакові та відповідні елементи однакові.

Якщо окремо не зауважено, то надалі ми розглядатимемо матриць над полем дійсних чисел $\mathbb{R}$.

Стовпці матриці A є m-вимірними векторами, позначимо їх $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_n$. Тоді

$$A = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \cdots & \vec{a}_n \end{bmatrix}.$$

Якщо $m = n$ (кількість рядків збігається з кількістю стовпців), то така матриця називається *квадратною матрицею порядку* n. Набір елементів $a_{11}, a_{22}, \ldots, a_{nn}$ утворює *головну діагональ*, а набір елементів $a_{n1}, a_{2,n-1}, \ldots, a_{1n}$ — *другу діагональ* матриці.

Квадратна матриця, усі елементи якої нижче (вище) від головної діагональ дорівнюють нулю, називають *верхньою* (*нижньою*) *трикутною* матрицею:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{23} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Матриці. Дії над матрицями

Дві матриці називаються *рівними*, якщо їх розміри однакові та відповідні елементи однакові.

Якщо окремо не зауважено, то надалі ми розглядатимемо матриць над полем дійсних чисел $\mathbb{R}$.

Стовпці матриці A є m-вимірними векторами, позначимо їх $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_n$. Тоді

$$A = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \cdots & \vec{a}_n \end{bmatrix}.$$

Якщо $m = n$ (кількість рядків збігається з кількістю стовпців), то така матриця називається *квадратною матрицею порядку* n. Набір елементів $a_{11}, a_{22}, \ldots, a_{nn}$ утворює *головну діагональ*, а набір елементів $a_{n1}, a_{2,n-1}, \ldots, a_{1n}$ — *другу діагональ* матриці.

Квадратна матриця, усі елементи якої нижче (вище) від головної діагональ дорівнюють нулю, називають *верхньою* (*нижньою*) *трикутною* матрицею:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{23} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Матриці. Дії над матрицями

Дві матриці називаються *рівними*, якщо їх розміри однакові та відповідні елементи однакові.

Якщо окремо не зауважено, то надалі ми розглядатимемо матриць над полем дійсних чисел $\mathbb{R}$.

Стовпці матриці A є m-вимірними векторами, позначимо їх $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_n$. Тоді

$$A = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \cdots & \vec{a}_n \end{bmatrix}.$$

Якщо $m = n$ (кількість рядків збігається з кількістю стовпців), то така матриця називається *квадратною матрицею порядку* n. Набір елементів $a_{11}, a_{22}, \ldots, a_{nn}$ утворює *головну діагональ*, а набір елементів $a_{n1}, a_{2,n-1}, \ldots, a_{1n}$ — *другу діагональ матриці*.

Квадратна матриця, усі елементи якої нижче (вище) від головної діагональ дорівнюють нулю, називають *верхньою* (*нижньою*) *трикутною* матрицею:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{23} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Матриці. Дії над матрицями

Дві матриці називаються *рівними*, якщо їх розміри однакові та відповідні елементи однакові.

Якщо окремо не зауважено, то надалі ми розглядатимемо матриць над полем дійсних чисел $\mathbb{R}$.

Стовпці матриці A є m-вимірними векторами, позначимо їх $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_n$. Тоді

$$A = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \cdots & \vec{a}_n \end{bmatrix}.$$

Якщо $m = n$ (кількість рядків збігається з кількістю стовпців), то така матриця називається *квадратною матрицею порядку* n. Набір елементів $a_{11}, a_{22}, \ldots, a_{nn}$ утворює *головну діагональ*, а набір елементів $a_{n1}, a_{2,n-1}, \ldots, a_{1n}$ — *другу діагональ* *матриці*.

Квадратна матриця, усі елементи якої нижче (вище) від головної діагональ дорівнюють нулю, називають *верхньою* (*нижньою*) *трикутною* матрицею:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{23} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Квадратна матриця, усі елементи якої, крім, можливо, елементів головної діагоналі, дорівнюють нулю, називають *діагональною матрицею*:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Діагональну матриця з елементами $a_{11}, \ldots, a_{nn}$ на головній діагоналі записують так:

$$\operatorname{diag}\{a_{11}, \ldots, a_{nn}\}.$$

Квадратна матриця, усі елементи якої, крім, можливо, елементів головної діагоналі, дорівнюють нулю, називають *діагональною матрицею*:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Діагональну матриця з елементами $a_{11}, \ldots, a_{nn}$ на головній діагоналі записують так:

$$\mathrm{diag}\{a_{11}, \ldots, a_{nn}\}.$$

Квадратна матриця, усі елементи якої, крім, можливо, елементів головної діагоналі, дорівнюють нулю, називають *діагональною матрицею*:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Діагональну матриця з елементами $a_{11}, \ldots, a_{nn}$ на головній діагоналі записують так:

$$\mathrm{diag}\{a_{11}, \ldots, a_{nn}\}.$$

Квадратна матриця, усі елементи якої, крім, можливо, елементів головної діагоналі, дорівнюють нулю, називають *діагональною матрицею*:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Діагональну матриця з елементами $a_{11}, \ldots, a_{nn}$ на головній діагоналі записують так:

$$\mathrm{diag}\{a_{11}, \ldots, a_{nn}\}.$$

Квадратна матриця, усі елементи якої, крім, можливо, елементів головної діагоналі, дорівнюють нулю, називають *діагональною матрицею*:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Діагональну матриця з елементами $a_{11}, \ldots, a_{nn}$ на головній діагоналі записують так:

$$\operatorname{diag}\{a_{11}, \ldots, a_{nn}\}.$$

Квадратна матриця, усі елементи якої, крім, можливо, елементів головної діагоналі, дорівнюють нулю, називають *діагональною матрицею*:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Діагональну матриця з елементами $a_{11}, \dots, a_{nn}$ на головній діагоналі записують так:

$$\mathrm{diag}\{a_{11}, \dots, a_{nn}\}.$$

Розглянемо **лінійні операції над матрицями**.

Означення 1.2.45

Сумою двох $m \times n$-матриць $A = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \cdots & \vec{a}_n \end{bmatrix}$ та $B = \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_n \end{bmatrix}$ називається $m \times n$-матриця $A + B$, стовпці якої є сумами відповідних стовпців матриць A та B:

$$A + B = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 + \vec{b}_1 & \vec{a}_2 + \vec{b}_2 & \cdots & \vec{a}_n + \vec{b}_n. \end{bmatrix}$$

Означення 1.2.46

Добутком $m \times n$-матриці $A = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \cdots & \vec{a}_n \end{bmatrix}$ на число $\lambda \in \mathbb{R}$ називається $m \times n$-матриця

$$\lambda A = \begin{bmatrix} \lambda\vec{a}_1 & \lambda\vec{a}_2 & \cdots & \lambda\vec{a}_n \end{bmatrix}.$$

Розглянемо **лінійні операції над матрицями**.

Означення 1.2.45

Сумою двох $m \times n$-матриць $A = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \cdots & \vec{a}_n \end{bmatrix}$ та $B = \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_n \end{bmatrix}$ називається $m \times n$-матриця $A + B$, стовпці якої є сумами відповідних стовпців матриць A та B:

$$A + B = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 + \vec{b}_1 & \vec{a}_2 + \vec{b}_2 & \cdots & \vec{a}_n + \vec{b}_n. \end{bmatrix}$$

Означення 1.2.46

Добутком $m \times n$-матриці $A = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \cdots & \vec{a}_n \end{bmatrix}$ на число $\lambda \in \mathbb{R}$ називається $m \times n$-матриця

$$\lambda A = \begin{bmatrix} \lambda\vec{a}_1 & \lambda\vec{a}_2 & \cdots & \lambda\vec{a}_n \end{bmatrix}.$$

Розглянемо **лінійні операції над матрицями**.

Означення 1.2.45

Сумою двох $m \times n$-матриць $A = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \cdots & \vec{a}_n \end{bmatrix}$ та $B = \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_n \end{bmatrix}$ називається $m \times n$-матриця $A + B$, стовпці якої є сумами відповідних стовпців матриць A та B:

$$A + B = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 + \vec{b}_1 & \vec{a}_2 + \vec{b}_2 & \cdots & \vec{a}_n + \vec{b}_n . \end{bmatrix}$$

Означення 1.2.46

Добутком $m \times n$-матриці $A = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \cdots & \vec{a}_n \end{bmatrix}$ на число $\lambda \in \mathbb{R}$ називається $m \times n$-матриця

$$\lambda A = \begin{bmatrix} \lambda\vec{a}_1 & \lambda\vec{a}_2 & \cdots & \lambda\vec{a}_n \end{bmatrix}.$$

Лінійні операції над матрицями

Розглянемо **лінійні операції над матрицями**.

Означення 1.2.45

Сумою двох $m \times n$-матриць $A = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \cdots & \vec{a}_n \end{bmatrix}$ та $B = \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_n \end{bmatrix}$ називається $m \times n$-матриця $A + B$, стовпці якої є сумами відповідних стовпців матриць A та B:

$$A + B = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 + \vec{b}_1 & \vec{a}_2 + \vec{b}_2 & \cdots & \vec{a}_n + \vec{b}_n. \end{bmatrix}$$

Означення 1.2.46

Добутком $m \times n$-матриці $A = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \cdots & \vec{a}_n \end{bmatrix}$ на число $\lambda \in \mathbb{R}$ називається $m \times n$-матриця

$$\lambda A = \begin{bmatrix} \lambda\vec{a}_1 & \lambda\vec{a}_2 & \cdots & \lambda\vec{a}_n \end{bmatrix}.$$

Лінійні операції над матрицями

Розглянемо **лінійні операції над матрицями**.

Означення 1.2.45

Сумою двох $m \times n$-матриць $A = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \cdots & \vec{a}_n \end{bmatrix}$ та $B = \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_n \end{bmatrix}$ називається $m \times n$-матриця $A + B$, стовпці якої є сумами відповідних стовпців матриць A та B:

$$A + B = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 + \vec{b}_1 & \vec{a}_2 + \vec{b}_2 & \cdots & \vec{a}_n + \vec{b}_n. \end{bmatrix}$$

Означення 1.2.46

Добутком $m \times n$-матриці $A = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \cdots & \vec{a}_n \end{bmatrix}$ на число $\lambda \in \mathbb{R}$ називається $m \times n$-матриця

$$\lambda A = \begin{bmatrix} \lambda\vec{a}_1 & \lambda\vec{a}_2 & \cdots & \lambda\vec{a}_n \end{bmatrix}.$$

Розглянемо **лінійні операції над матрицями**.

Означення 1.2.45

Сумою двох $m \times n$-матриць $A = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \cdots & \vec{a}_n \end{bmatrix}$ та $B = \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_n \end{bmatrix}$ називається $m \times n$-матриця $A + B$, стовпці якої є сумами відповідних стовпців матриць A та B:

$$A + B = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 + \vec{b}_1 & \vec{a}_2 + \vec{b}_2 & \cdots & \vec{a}_n + \vec{b}_n. \end{bmatrix}$$

Означення 1.2.46

Добутком $m \times n$-матриці $A = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \cdots & \vec{a}_n \end{bmatrix}$ на число $\lambda \in \mathbb{R}$ називається $m \times n$-матриця

$$\lambda A = \begin{bmatrix} \lambda\vec{a}_1 & \lambda\vec{a}_2 & \cdots & \lambda\vec{a}_n \end{bmatrix}.$$

Розглянемо **лінійні операції над матрицями**.

Означення 1.2.45

Сумою двох $m \times n$-матриць $A = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \cdots & \vec{a}_n \end{bmatrix}$ та $B = \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_n \end{bmatrix}$ називається $m \times n$-матриця $A + B$, стовпці якої є сумами відповідних стовпців матриць A та B:

$$A + B = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 + \vec{b}_1 & \vec{a}_2 + \vec{b}_2 & \cdots & \vec{a}_n + \vec{b}_n. \end{bmatrix}$$

Означення 1.2.46

Добутком $m \times n$-матриці $A = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \cdots & \vec{a}_n \end{bmatrix}$ на число $\lambda \in \mathbb{R}$ називається $m \times n$-матриця

$$\lambda A = \begin{bmatrix} \lambda\vec{a}_1 & \lambda\vec{a}_2 & \cdots & \lambda\vec{a}_n \end{bmatrix}.$$

Розглянемо **лінійні операції над матрицями**.

Означення 1.2.45

Сумою двох $m \times n$-матриць $A = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \cdots & \vec{a}_n \end{bmatrix}$ та $B = \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_n \end{bmatrix}$ називається $m \times n$-матриця $A + B$, стовпці якої є сумами відповідних стовпців матриць A та B:

$$A + B = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 + \vec{b}_1 & \vec{a}_2 + \vec{b}_2 & \cdots & \vec{a}_n + \vec{b}_n. \end{bmatrix}$$

Означення 1.2.46

Добутком $m \times n$-матриці $A = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \cdots & \vec{a}_n \end{bmatrix}$ на число $\lambda \in \mathbb{R}$ називається $m \times n$-матриця

$$\lambda A = \begin{bmatrix} \lambda\vec{a}_1 & \lambda\vec{a}_2 & \cdots & \lambda\vec{a}_n \end{bmatrix}.$$

Розглянемо **лінійні операції над матрицями**.

Означення 1.2.45

Сумою двох $m \times n$-матриць $A = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \cdots & \vec{a}_n \end{bmatrix}$ та $B = \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_n \end{bmatrix}$ називається $m \times n$-матриця $A + B$, стовпці якої є сумами відповідних стовпців матриць A та B:

$$A + B = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 + \vec{b}_1 & \vec{a}_2 + \vec{b}_2 & \cdots & \vec{a}_n + \vec{b}_n. \end{bmatrix}$$

Означення 1.2.46

Добутком $m \times n$-матриці $A = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \cdots & \vec{a}_n \end{bmatrix}$ на число $\lambda \in \mathbb{R}$ називається $m \times n$-матриця

$$\lambda A = \begin{bmatrix} \lambda\vec{a}_1 & \lambda\vec{a}_2 & \cdots & \lambda\vec{a}_n \end{bmatrix}.$$

Приклад 1.2.47

Нехай

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}.$$

Тоді

$$A + B = \begin{bmatrix} 1+2 & 2+1 & 3+0 \\ 4+(-1) & 1+3 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 4 \end{bmatrix},$$

$$4A = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 16 & 4 & 8 \end{bmatrix}, \qquad -B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}.$$

Суми $A + C$ і $B + C$ невизначені, оскільки матриць A і C, B і C мають різні розміри.

Різницею двох матриць A і B однакових розмірів називається матриця

$$A - B = A + (-1)B.$$

Матриця, усі елементи якої дорівнюють нулю (нульовому елементу поля k), називається *нульовою* і позначається 0 (або $0_{m\times n}$, щоб підкреслити її розміри).

Приклад 1.2.47

Нехай

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}.$$

Тоді

$$A + B = \begin{bmatrix} 1+2 & 2+1 & 3+0 \\ 4+(-1) & 1+3 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 4 \end{bmatrix},$$

$$4A = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 16 & 4 & 8 \end{bmatrix}, \qquad -B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

Суми $A + C$ і $B + C$ невизначені, оскільки матриць A і C, B і C мають різні розміри.

Різницею двох матриць A і B однакових розмірів називається матриця

$$A - B = A + (-1)B.$$

Матриця, усі елементи якої дорівнюють нулю (нульовому елементу поля k), називається *нульовою* і позначається 0 (або $0_{m\times n}$, щоб підкреслити її розміри).

Приклад 1.2.47

Нехай

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}.$$

Тоді

$$A + B = \begin{bmatrix} 1+2 & 2+1 & 3+0 \\ 4+(-1) & 1+3 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 4 \end{bmatrix},$$

$$4A = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 16 & 4 & 8 \end{bmatrix}, \qquad -B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

Суми $A + C$ і $B + C$ невизначені, оскільки матриць A і C, B і C мають різні розміри.

Різницею двох матриць A і B однакових розмірів називається матриця

$$A - B = A + (-1)B.$$

Матриця, усі елементи якої дорівнюють нулю (нульовому елементу поля k), називається *нульовою* і позначається 0 (або $0_{m \times n}$, щоб підкреслити її розміри).

Приклад 1.2.47

Нехай

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}.$$

Тоді

$$A + B = \begin{bmatrix} 1+2 & 2+1 & 3+0 \\ 4+(-1) & 1+3 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 4 \end{bmatrix},$$

$$4A = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 16 & 4 & 8 \end{bmatrix}, \qquad -B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

Суми $A + C$ і $B + C$ невизначені, оскільки матриць A і C, B і C мають різні розміри.

Різницею двох матриць A і B однакових розмірів називається матриця

$$A - B = A + (-1)B.$$

Матриця, усі елементи якої дорівнюють нулю (нульовому елементу поля k), називається *нульовою* і позначається 0 (або $0_{m\times n}$, щоб підкреслити її розміри).

Приклад 1.2.47

Нехай

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}.$$

Тоді

$$A + B = \begin{bmatrix} 1+2 & 2+1 & 3+0 \\ 4+(-1) & 1+3 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 4 \end{bmatrix},$$

$$4A = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 16 & 4 & 8 \end{bmatrix}, \qquad -B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

Суми $A + C$ і $B + C$ невизначені, оскільки матриць A і C, B і C мають різні розміри.

Різницею двох матриць A і B однакових розмірів називається матриця

$$A - B = A + (-1)B.$$

Матриця, усі елементи якої дорівнюють нулю (нульовому елементу поля k), називається *нульовою* і позначається 0 (або $0_{m\times n}$, щоб підкреслити її розміри).

Приклад 1.2.47

Нехай

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}.$$

Тоді

$$A + B = \begin{bmatrix} 1+2 & 2+1 & 3+0 \\ 4+(-1) & 1+3 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 4 \end{bmatrix},$$

$$4A = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 16 & 4 & 8 \end{bmatrix}, \qquad -B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

Суми $A + C$ і $B + C$ невизначені, оскільки матриць A і C, B і C мають різні розміри.

Різницею двох матриць A і B однакових розмірів називається матриця

$$A - B = A + (-1)B.$$

Матриця, усі елементи якої дорівнюють нулю (нульовому елементу поля k), називається *нульовою* і позначається 0 (або $0_{m\times n}$, щоб підкреслити її розміри).

Приклад 1.2.47

Нехай

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}.$$

Тоді

$$A + B = \begin{bmatrix} 1+2 & 2+1 & 3+0 \\ 4+(-1) & 1+3 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 4 \end{bmatrix},$$

$$4A = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 16 & 4 & 8 \end{bmatrix}, \qquad -B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

Суми $A + C$ і $B + C$ невизначені, оскільки матриць A і C, B і C мають різні розміри.

Різницею двох матриць A і B однакових розмірів називається матриця

$$A - B = A + (-1)B.$$

Матриця, усі елементи якої дорівнюють нулю (нульовому елементу поля k), називається *нульовою* і позначається 0 (або $0_{m \times n}$, щоб підкреслити її розміри).

Приклад 1.2.47

Нехай

$$A=\begin{bmatrix}1&2&3\\4&1&2\end{bmatrix},\qquad B=\begin{bmatrix}2&1&0\\-1&3&2\end{bmatrix},\qquad C=\begin{bmatrix}1&2&3\\4&1&2\\4&5&2\end{bmatrix}.$$

Тоді

$$A+B=\begin{bmatrix}1+2&2+1&3+0\\4+(-1)&1+3&2+2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3&3&3\\3&4&4\end{bmatrix},$$

$$4A=\begin{bmatrix}4&8&12\\16&4&8\end{bmatrix},\qquad -B=\begin{bmatrix}-2&-1&0\\1&-3&-2\end{bmatrix}$$

Суми $A+C$ і $B+C$ невизначені, оскільки матриць A і C, B і C мають різні розміри.

Різницею двох матриць A і B однакових розмірів називається матриця

$$A-B=A+(-1)B.$$

Матриця, усі елементи якої дорівнюють нулю (нульовому елементу поля k), називається *нульовою* і позначається 0 (або $0_{m\times n}$, щоб підкреслити її розміри).

Приклад 1.2.47

Нехай

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}.$$

Тоді

$$A + B = \begin{bmatrix} 1+2 & 2+1 & 3+0 \\ 4+(-1) & 1+3 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 4 \end{bmatrix},$$

$$4A = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 16 & 4 & 8 \end{bmatrix}, \qquad -B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

Суми $A + C$ і $B + C$ невизначені, оскільки матриць A і C, B і C мають різні розміри.

Різницею двох матриць A і B однакових розмірів називається матриця

$$A - B = A + (-1)B.$$

Матриця, усі елементи якої дорівнюють нулю (нульовому елементу поля k), називається *нульовою* і позначається 0 (або $0_{m\times n}$, щоб підкреслити її розміри).

Приклад 1.2.47

Нехай

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}.$$

Тоді

$$A + B = \begin{bmatrix} 1+2 & 2+1 & 3+0 \\ 4+(-1) & 1+3 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 4 \end{bmatrix},$$

$$4A = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 16 & 4 & 8 \end{bmatrix}, \qquad -B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

Суми $A + C$ і $B + C$ невизначені, оскільки матриць A і C, B і C мають різні розміри.

Різницею двох матриць A і B однакових розмірів називається матриця

$$A - B = A + (-1)B.$$

Матриця, усі елементи якої дорівнюють нулю (нульовому елементу поля k), називається *нульовою* і позначається 0 (або $0_{m \times n}$, щоб підкреслити її розміри).

Приклад 1.2.47

Нехай

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}.$$

Тоді

$$A + B = \begin{bmatrix} 1+2 & 2+1 & 3+0 \\ 4+(-1) & 1+3 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 4 \end{bmatrix},$$

$$4A = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 16 & 4 & 8 \end{bmatrix}, \qquad -B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

Суми $A + C$ і $B + C$ невизначені, оскільки матриць A і C, B і C мають різні розміри.

Різницею двох матриць A і B однакових розмірів називається матриця

$$A - B = A + (-1)B.$$

Матриця, усі елементи якої дорівнюють нулю (нульовому елементу поля k), називається *нульовою* і позначається 0 (або $0_{m\times n}$, щоб підкреслити її розміри).

Приклад 1.2.47

Нехай

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}.$$

Тоді

$$A + B = \begin{bmatrix} 1+2 & 2+1 & 3+0 \\ 4+(-1) & 1+3 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 4 \end{bmatrix},$$

$$4A = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 16 & 4 & 8 \end{bmatrix}, \qquad -B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

Суми $A + C$ і $B + C$ невизначені, оскільки матриць A і C, B і C мають різні розміри.

Різницею двох матриць A і B однакових розмірів називається матриця

$$A - B = A + (-1)B.$$

Матриця, усі елементи якої дорівнюють нулю (нульовому елементу поля k), називається *нульовою* і позначається 0 (або $0_{m\times n}$, щоб підкреслити її розміри).

Лінійні операції над матрицями

Елементи $a_{11}, a_{22}, \ldots, a_{nn}$ матриці

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

називаються *діагональними елементами* матриці A.

Елементи $a_{11}, a_{22}, \ldots, a_{nn}$ матриці

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

називаються *діагональними елементами* матриці A.

Елементи $a_{11}, a_{22}, \ldots, a_{nn}$ матриці

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

називаються *діагональними елементами* матриці A.

Елементи $a_{11}, a_{22}, \ldots, a_{nn}$ матриці

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

називаються *діагональними елементами* матриці A.

Лінійні операції над матрицями

Теорема 1.2.48 описує властивості лінійних операцій над матрицями.

Теорема 1.2.48 (властивості лінійних операцій над матрицями)

Нехай A, B, C — матриці однакових розмірів над полем k, $\alpha, \beta \in \mathsf{k}$. Тоді:

1) $(A + B) + C = A + (B + C)$ (асоціативність додавання матриць);
2) $A + B = B + A$ (комутативність додавання матриць);
3) $A + 0 = A$ (властивість нульової матриці);
4) $A + (-A) = 0$ (властивість протилежної матриці);
5) $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$ (дистрибутивність множення матриці на число стосовно операції додавання матриць);
6) $(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A$ (дистрибутивність множення матриці на число стосовно операції додавання чисел);
7) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$ (асоціативність множення матриць на число);
8) $1 \cdot A = A$.

Твердження теореми 1.2.48 випливають з того факту, що усі матриці мають однакові розміри, та перевірка кожної з восьми умов зводиться до перевірки виконання операцій додавання та множення на елемент поля k на множині k, а оскільки $(\mathsf{k}, +, \cdot)$ є полем, то усі умови виконуються за означенням поля.

Теорема 1.2.48 описує властивості лінійних операцій над матрицями.

Теорема 1.2.48 (властивості лінійних операцій над матрицями)

Нехай A, B, C — матриці однакових розмірів над полем k, $\alpha, \beta \in \mathsf{k}$. Тоді:

1) $(A+B)+C = A+(B+C)$ (асоціативність додавання матриць);
2) $A+B = B+A$ (комутативність додавання матриць);
3) $A+0 = A$ (властивість нульової матриці);
4) $A+(-A) = 0$ (властивість протилежної матриці);
5) $\alpha(A+B) = \alpha A + \alpha B$ (дистрибутивність множення матриці на число стосовно операції додавання матриць);
6) $(\alpha+\beta)A = \alpha A + \beta A$ (дистрибутивність множення матриці на число стосовно операції додавання чисел);
7) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$ (асоціативність множення матриці на число);
8) $1 \cdot A = A$.

Твердження теореми 1.2.48 випливають з того факту, що усі матриці мають однакові розміри, та перевірка кожної з восьми умов зводиться до перевірки виконання операцій додавання та множення на елемент поля k на множині k, а оскільки $(\mathsf{k}, +, \cdot)$ є полем, то усі умови виконуються за означенням поля.

Лінійні операції над матрицями

Теорема 1.2.48 описує властивості лінійних операцій над матрицями.

Теорема 1.2.48 (властивості лінійних операцій над матрицями)

Нехай A, B, C — матриці однакових розмірів над полем k, $\alpha, \beta \in$ k. Тоді:

1) $(A + B) + C = A + (B + C)$ (асоціативність додавання матриць);
2) $A + B = B + A$ (комутативність додавання матриць);
3) $A + 0 = A$ (властивість нульової матриці);
4) $A + (-A) = 0$ (властивість протилежної матриць);
5) $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$ (дистрибутивність множення матриці на число стосовно операції додавання матриць);
6) $(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A$ (дистрибутивність множення матриць на число стосовно операції додавання чисел);
7) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$ (асоціативність множення матриць на число);
8) $1 \cdot A = A$.

Твердження теореми 1.2.48 випливають з того факту, що усі матриці мають однакові розміри, та перевірка кожної з восьми умов зводиться до перевірки виконання операцій додавання та множення на елемент поля k на множині k, а оскільки $(\mathrm{k}, +, \cdot)$ є полем, то усі умови виконуються за означенням поля.

Лінійні операції над матрицями

Теорема 1.2.48 описує властивості лінійних операцій над матрицями.

Теорема 1.2.48 (властивості лінійних операцій над матрицями)

Нехай A, B, C — матриці однакових розмірів над полем k, $\alpha, \beta \in \mathsf{k}$. Тоді:

1) $(A+B)+C = A+(B+C)$ (асоціативність додавання матриць);
2) $A+B = B+A$ (комутативність додавання матриць);
3) $A+0 = A$ (властивість нульової матриці);
4) $A+(-A) = 0$ (властивість протилежної матриць);
5) $\alpha(A+B) = \alpha A + \alpha B$ (дистрибутивність множення матриці на число стосовно операції додавання матриць);
6) $(\alpha+\beta)A = \alpha A + \beta A$ (дистрибутивність множення матриць на число стосовно операції додавання чисел);
7) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$ (асоціативність множення матриць на число);
8) $1 \cdot A = A$.

Твердження теореми 1.2.48 випливають з того факту, що усі матриці мають однакові розміри, та перевірка кожної з восьми умов зводиться до перевірки виконання операцій додавання та множення на елемент поля k на множині k, а оскільки $(\mathsf{k}, +, \cdot)$ є полем, то усі умови виконуються за означенням поля.

Лінійні операції над матрицями

Теорема 1.2.48 описує властивості лінійних операцій над матрицями.

Теорема 1.2.48 (властивості лінійних операцій над матрицями)

Нехай A, B, C — матриці однакових розмірів над полем k, $\alpha, \beta \in$ k. Тоді:

1) $(A+B)+C = A+(B+C)$ (асоціативність додавання матриць);
2) $A+B = B+A$ (комутативність додавання матриць);
3) $A+0 = A$ (властивість нульової матриці);
4) $A+(-A) = 0$ (властивість протилежної матриць);
5) $\alpha(A+B) = \alpha A + \alpha B$ (дистрибутивність множення матриці на число стосовно операції додавання матриць);
6) $(\alpha+\beta)A = \alpha A + \beta A$ (дистрибутивність множення матриць на число стосовно операції додавання чисел);
7) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$ (асоціативність множення матриць на число);
8) $1 \cdot A = A$.

Твердження теореми 1.2.48 випливають з того факту, що усі матриці мають однакові розміри, та перевірка кожної з восьми умов зводиться до перевірки виконання операцій додавання та множення на елемент поля k на множині k, а оскільки $(\text{k}, +, \cdot)$ є полем, то усі умови виконуються за означенням поля.

Лінійні операції над матрицями

Теорема 1.2.48 описує властивості лінійних операцій над матрицями.

Теорема 1.2.48 (властивості лінійних операцій над матрицями)

Нехай A, B, C — матриці однакових розмірів над полем k, $\alpha, \beta \in$ k. Тоді:

1) $(A+B)+C = A+(B+C)$ (асоціативність додавання матриць);
2) $A+B = B+A$ (комутативність додавання матриць);
3) $A+0 = A$ (властивість нульової матриці);
4) $A+(-A) = 0$ (властивість протилежної матриць);
5) $\alpha(A+B) = \alpha A + \alpha B$ (дистрибутивність множення матриці на число стосовно операції додавання матриць);
6) $(\alpha+\beta)A = \alpha A + \beta A$ (дистрибутивність множення матриць на число стосовно операції додавання чисел);
7) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$ (асоціативність множення матриць на число);
8) $1 \cdot A = A$.

Твердження теореми 1.2.48 випливають з того факту, що усі матриці мають однакові розміри, та перевірка кожної з восьми умов зводиться до перевірки виконання операцій додавання та множення на елемент поля k на множині k, а оскільки $(\mathrm{k}, +, \cdot)$ є полем, то усі умови виконуються за означенням поля.

Теорема 1.2.48 описує властивості лінійних операцій над матрицями.

Теорема 1.2.48 (властивості лінійних операцій над матрицями)

Нехай A, B, C — матриці однакових розмірів над полем k, $\alpha, \beta \in$ k. Тоді:

1) $(A+B)+C = A+(B+C)$ (асоціативність додавання матриць);
2) $A+B = B+A$ (комутативність додавання матриць);
3) $A+0 = A$ (властивість нульової матриці);
4) $A+(-A) = 0$ (властивість протилежної матриць);
5) $\alpha(A+B) = \alpha A + \alpha B$ (дистрибутивність множення матриці на число стосовно операції додавання матриць);
6) $(\alpha+\beta)A = \alpha A + \beta A$ (дистрибутивність множення матриць на число стосовно операції додавання чисел);
7) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$ (асоціативність множення матриць на число);
8) $1 \cdot A = A$.

Твердження теореми 1.2.48 випливають з того факту, що усі матриці мають однакові розміри, та перевірка кожної з восьми умов зводиться до перевірки виконання операцій додавання та множення на елемент поля k на множині k, а оскільки $(\mathrm{k}, +, \cdot)$ є полем, то усі умови виконуються за означенням поля.

Лінійні операції над матрицями

Теорема 1.2.48 описує властивості лінійних операцій над матрицями.

Теорема 1.2.48 (властивості лінійних операцій над матрицями)

Нехай A, B, C — матриці однакових розмірів над полем k, $\alpha, \beta \in \mathrm{k}$. Тоді:

1) $(A+B)+C = A+(B+C)$ (асоціативність додавання матриць);
2) $A+B = B+A$ (комутативність додавання матриць);
3) $A+0 = A$ (властивість нульової матриці);
4) $A+(-A) = 0$ (властивість протилежної матриць);
5) $\alpha(A+B) = \alpha A + \alpha B$ (дистрибутивність множення матриці на число стосовно операції додавання матриць);
6) $(\alpha+\beta)A = \alpha A + \beta A$ (дистрибутивність множення матриць на число стосовно операції додавання чисел);
7) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$ (асоціативність множення матриць на число);
8) $1 \cdot A = A$.

Твердження теореми 1.2.48 випливають з того факту, що усі матриці мають однакові розміри, та перевірка кожної з восьми умов зводиться до перевірки виконання операцій додавання та множення на елемент поля k на множині k, а оскільки $(\mathrm{k}, +, \cdot)$ є полем, то усі умови виконуються за означенням поля.

Лінійні операції над матрицями

Теорема 1.2.48 описує властивості лінійних операцій над матрицями.

Теорема 1.2.48 (властивості лінійних операцій над матрицями)

Нехай A, B, C — матриці однакових розмірів над полем k, $\alpha, \beta \in$ k. Тоді:

1) $(A+B)+C = A+(B+C)$ (асоціативність додавання матриць);
2) $A+B = B+A$ (комутативність додавання матриць);
3) $A+0 = A$ (властивість нульової матриці);
4) $A+(-A) = 0$ (властивість протилежної матриць);
5) $\alpha(A+B) = \alpha A + \alpha B$ (дистрибутивність множення матриці на число стосовно операції додавання матриць);
6) $(\alpha+\beta)A = \alpha A + \beta A$ (дистрибутивність множення матриць на число стосовно операції додавання чисел);
7) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$ (асоціативність множення матриць на число);
8) $1 \cdot A = A$.

Твердження теореми 1.2.48 випливають з того факту, що усі матриці мають однакові розміри, та перевірка кожної з восьми умов зводиться до перевірки виконання операцій додавання та множення на елемент поля k на множині k, а оскільки $(\mathrm{k}, +, \cdot)$ є полем, то усі умови виконуються за означенням поля.

Лінійні операції над матрицями

Теорема 1.2.48 описує властивості лінійних операцій над матрицями.

Теорема 1.2.48 (властивості лінійних операцій над матрицями)

Нехай A, B, C — матриці однакових розмірів над полем k, $\alpha, \beta \in$ k. Тоді:

1) $(A+B)+C = A+(B+C)$ (асоціативність додавання матриць);
2) $A+B = B+A$ (комутативність додавання матриць);
3) $A+0 = A$ (властивість нульової матриці);
4) $A+(-A) = 0$ (властивість протилежної матриць);
5) $\alpha(A+B) = \alpha A + \alpha B$ (дистрибутивність множення матриці на число стосовно операції додавання матриць);
6) $(\alpha+\beta)A = \alpha A + \beta A$ (дистрибутивність множення матриць на число стосовно операції додавання чисел);
7) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$ (асоціативність множення матриць на число);
8) $1 \cdot A = A$.

Твердження теореми 1.2.48 випливають з того факту, що усі матриці мають однакові розміри, та перевірка кожної з восьми умов зводиться до перевірки виконання операцій додавання та множення на елемент поля k на множині k, а оскільки $(\mathrm{k}, +, \cdot)$ є полем, то усі умови виконуються за означенням поля.

Лінійні операції над матрицями

Теорема 1.2.48 описує властивості лінійних операцій над матрицями.

Теорема 1.2.48 (властивості лінійних операцій над матрицями)

Нехай A, B, C — матриці однакових розмірів над полем k, $\alpha, \beta \in$ k. Тоді:

1) $(A+B)+C = A+(B+C)$ (асоціативність додавання матриць);
2) $A+B = B+A$ (комутативність додавання матриць);
3) $A+0 = A$ (властивість нульової матриці);
4) $A+(-A) = 0$ (властивість протилежної матриць);
5) $\alpha(A+B) = \alpha A + \alpha B$ (дистрибутивність множення матриці на число стосовно операції додавання матриць);
6) $(\alpha+\beta)A = \alpha A + \beta A$ (дистрибутивність множення матриць на число стосовно операції додавання чисел);
7) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$ (асоціативність множення матриць на число);
8) $1 \cdot A = A$.

Твердження теореми 1.2.48 випливають з того факту, що усі матриці мають однакові розміри, та перевірка кожної з восьми умов зводиться до перевірки виконання операцій додавання та множення на елемент поля k на множині k, а оскільки $(\mathrm{k}, +, \cdot)$ є полем, то усі умови виконуються за означенням поля.

Теорема 1.2.48 описує властивості лінійних операцій над матрицями.

Теорема 1.2.48 (властивості лінійних операцій над матрицями)

Нехай A, B, C — матриці однакових розмірів над полем $\Bbbk$, $\alpha, \beta \in \Bbbk$. Тоді:

1) $(A+B)+C = A+(B+C)$ (асоціативність додавання матриць);
2) $A+B = B+A$ (комутативність додавання матриць);
3) $A+0 = A$ (властивість нульової матриці);
4) $A+(-A) = 0$ (властивість протилежної матриць);
5) $\alpha(A+B) = \alpha A + \alpha B$ (дистрибутивність множення матриці на число стосовно операції додавання матриць);
6) $(\alpha+\beta)A = \alpha A + \beta A$ (дистрибутивність множення матриць на число стосовно операції додавання чисел);
7) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$ (асоціативність множення матриць на число);
8) $1 \cdot A = A$.

Твердження теореми 1.2.48 випливають з того факту, що усі матриці мають однакові розміри, та перевірка кожної з восьми умов зводиться до перевірки виконання операцій додавання та множення на елемент поля $\Bbbk$ на множині $\Bbbk$, а оскільки $(\Bbbk, +, \cdot)$ є полем, то усі умови виконуються за означенням поля.

Теорема 1.2.48 описує властивості лінійних операцій над матрицями.

Теорема 1.2.48 (властивості лінійних операцій над матрицями)

Нехай A, B, C — матриці однакових розмірів над полем k, $\alpha, \beta \in$ k. Тоді:

1) $(A+B)+C = A+(B+C)$ (асоціативність додавання матриць);
2) $A+B = B+A$ (комутативність додавання матриць);
3) $A+0 = A$ (властивість нульової матриці);
4) $A+(-A) = 0$ (властивість протилежної матриць);
5) $\alpha(A+B) = \alpha A + \alpha B$ (дистрибутивність множення матриці на число стосовно операції додавання матриць);
6) $(\alpha+\beta)A = \alpha A + \beta A$ (дистрибутивність множення матриць на число стосовно операції додавання чисел);
7) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$ (асоціативність множення матриць на число);
8) $1 \cdot A = A$.

Твердження теореми 1.2.48 випливають з того факту, що усі матриці мають однакові розміри, та перевірка кожної з восьми умов зводиться до перевірки виконання операцій додавання та множення на елемент поля k на множині k, а оскільки $(\mathrm{k}, +, \cdot)$ є полем, то усі умови виконуються за означенням поля.

Теорема 1.2.48 описує властивості лінійних операцій над матрицями.

Теорема 1.2.48 (властивості лінійних операцій над матрицями)

Нехай A, B, C — матриці однакових розмірів над полем k, $\alpha, \beta \in \mathsf{k}$. Тоді:

1) $(A + B) + C = A + (B + C)$ (асоціативність додавання матриць);
2) $A + B = B + A$ (комутативність додавання матриць);
3) $A + 0 = A$ (властивість нульової матриці);
4) $A + (-A) = 0$ (властивість протилежної матриць);
5) $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$ (дистрибутивність множення матриці на число стосовно операції додавання матриць);
6) $(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A$ (дистрибутивність множення матриць на число стосовно операції додавання чисел);
7) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$ (асоціативність множення матриць на число);
8) $1 \cdot A = A$.

Твердження теореми 1.2.48 випливають з того факту, що усі матриці мають однакові розміри, та перевірка кожної з восьми умов зводиться до перевірки виконання операцій додавання та множення на елемент поля k на множині k, а оскільки $(\mathsf{k}, +, \cdot)$ є полем, то усі умови виконуються за означенням поля.

Теорема 1.2.48 описує властивості лінійних операцій над матрицями.

Теорема 1.2.48 (властивості лінійних операцій над матрицями)

Нехай A, B, C — матриці однакових розмірів над полем k, $\alpha, \beta \in$ k. Тоді:

1) $(A+B)+C = A+(B+C)$ (асоціативність додавання матриць);
2) $A+B = B+A$ (комутативність додавання матриць);
3) $A+0 = A$ (властивість нульової матриці);
4) $A+(-A) = 0$ (властивість протилежної матриць);
5) $\alpha(A+B) = \alpha A + \alpha B$ (дистрибутивність множення матриці на число стосовно операції додавання матриць);
6) $(\alpha+\beta)A = \alpha A + \beta A$ (дистрибутивність множення матриць на число стосовно операції додавання чисел);
7) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$ (асоціативність множення матриць на число);
8) $1 \cdot A = A$.

Твердження теореми 1.2.48 випливають з того факту, що усі матриці мають однакові розміри, та перевірка кожної з восьми умов зводиться до перевірки виконання операцій додавання та множення на елемент поля k на множині k, а оскільки $(\mathrm{k}, +, \cdot)$ є полем, то усі умови виконуються за означенням поля.

Теорема 1.2.48 описує властивості лінійних операцій над матрицями.

Теорема 1.2.48 (властивості лінійних операцій над матрицями)

Нехай A, B, C — матриці однакових розмірів над полем $\Bbbk$, $\alpha, \beta \in \Bbbk$. Тоді:

1) $(A+B)+C = A+(B+C)$ (асоціативність додавання матриць);
2) $A+B = B+A$ (комутативність додавання матриць);
3) $A+0 = A$ (властивість нульової матриці);
4) $A+(-A) = 0$ (властивість протилежної матриць);
5) $\alpha(A+B) = \alpha A + \alpha B$ (дистрибутивність множення матриці на число стосовно операції додавання матриць);
6) $(\alpha+\beta)A = \alpha A + \beta A$ (дистрибутивність множення матриць на число стосовно операції додавання чисел);
7) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$ (асоціативність множення матриць на число);
8) $1 \cdot A = A$.

Твердження теореми 1.2.48 випливають з того факту, що усі матриці мають однакові розміри, та перевірка кожної з восьми умов зводиться до перевірки виконання операцій додавання та множення на елемент поля $\Bbbk$ на множині $\Bbbk$, а оскільки $(\Bbbk, +, \cdot)$ є полем, то усі умови виконуються за означенням поля.

Теорема 1.2.48 описує властивості лінійних операцій над матрицями.

Теорема 1.2.48 (властивості лінійних операцій над матрицями)

Нехай A, B, C — матриці однакових розмірів над полем k, $\alpha, \beta \in$ k. Тоді:

1) $(A+B)+C = A+(B+C)$ (асоціативність додавання матриць);
2) $A+B = B+A$ (комутативність додавання матриць);
3) $A+0 = A$ (властивість нульової матриці);
4) $A+(-A) = 0$ (властивість протилежної матриць);
5) $\alpha(A+B) = \alpha A + \alpha B$ (дистрибутивність множення матриці на число стосовно операції додавання матриць);
6) $(\alpha+\beta)A = \alpha A + \beta A$ (дистрибутивність множення матриць на число стосовно операції додавання чисел);
7) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$ (асоціативність множення матриць на число);
8) $1 \cdot A = A$.

Твердження теореми 1.2.48 випливають з того факту, що усі матриці мають однакові розміри, та перевірка кожної з восьми умов зводиться до перевірки виконання операцій додавання та множення на елемент поля k на множині k, а оскільки $(\mathsf{k}, +, \cdot)$ є полем, то усі умови виконуються за означенням поля.

Лінійні операції над матрицями

Позначимо через $M_{m\times n}(\mathsf{k})$ множину всіх $m\times n$-матриць, елементи яких належать полю k. З теореми 1.2.48 і означення лінійного простору випливає, що $M_{m\times n}(\mathsf{k})$ є лінійним простором над полем k стосовно операцій додавання матриць і множення матриць на скаляр з поля k.

Означення 1.2.49

Нехай

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n}\\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn}\end{bmatrix}, \qquad \vec{x}=\begin{bmatrix} x_1\\ x_2\\ \vdots\\ x_n\end{bmatrix}.$$

Тоді *добутком матриці A на вектор $\vec{x}$* називається вектор

$$A\vec{x}=\begin{bmatrix} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots a_{1n}x_n\\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots a_{2n}x_n\\ \vdots\\ a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\cdots a_{mn}x_n\end{bmatrix}.$$

Так означене множення матриці розмірності $m\times n$ на n-вимірний вектор-стовпець (тобто на матрицю розмірності $n\times 1$) фактично задає певне відображення простору $\mathbb{R}^n$ у простір $\mathbb{R}^m$.

Лінійні операції над матрицями

Позначимо через $M_{m\times n}(\mathsf{k})$ множину всіх $m\times n$-матриць, елементи яких належать полю k. З теореми 1.2.48 і означення лінійного простору випливає, що $M_{m\times n}(\mathsf{k})$ є лінійним простором над полем k стосовно операцій додавання матриць і множення матриць на скаляр з поля k.

Означення 1.2.49

Нехай

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n}\\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn}\end{bmatrix}, \qquad \vec{x}=\begin{bmatrix} x_1\\ x_2\\ \vdots\\ x_n\end{bmatrix}.$$

Тоді *добутком матриці A на вектор $\vec{x}$* називається вектор

$$A\vec{x}=\begin{bmatrix} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots a_{1n}x_n\\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots a_{2n}x_n\\ \vdots\\ a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\cdots a_{mn}x_n\end{bmatrix}.$$

Так означене множення матриці розмірності $m\times n$ на n-вимірний вектор-стовпець (тобто на матрицю розмірності $n\times 1$) фактично задає певне відображення простору $\mathbb{R}^n$ у простір $\mathbb{R}^m$.

Лінійні операції над матрицями

Позначимо через $M_{m\times n}(\mathsf{k})$ множину всіх $m \times n$-матриць, елементи яких належать полю k. З теореми 1.2.48 і означення лінійного простору випливає, що $M_{m\times n}(\mathsf{k})$ є лінійним простором над полем k стосовно операцій додавання матриць і множення матриць на скаляр з поля k.

Означення 1.2.49

Нехай

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \qquad \vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}.$$

Тоді *добутком матриці A на вектор $\vec{x}$* називається вектор

$$A\vec{x} = \begin{bmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots a_{1n}x_n \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots a_{2n}x_n \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots a_{mn}x_n \end{bmatrix}.$$

Так означене множення матриці розмірності $m \times n$ на n-вимірний вектор-стовпець (тобто на матрицю розмірності $n \times 1$) фактично задає певне відображення простору $\mathbb{R}^n$ у простір $\mathbb{R}^m$.

Позначимо через $M_{m\times n}(\mathsf{k})$ множину всіх $m\times n$-матриць, елементи яких належать полю k. З теореми 1.2.48 і означення лінійного простору випливає, що $M_{m\times n}(\mathsf{k})$ є лінійним простором над полем k стосовно операцій додавання матриць і множення матриць на скаляр з поля k.

Означення 1.2.49

Нехай

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n}\\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn}\end{bmatrix}, \qquad \vec{x}=\begin{bmatrix} x_1\\ x_2\\ \vdots\\ x_n\end{bmatrix}.$$

Тоді *добутком матриці* A *на вектор* $\vec{x}$ називається вектор

$$A\vec{x}=\begin{bmatrix} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots a_{1n}x_n\\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots a_{2n}x_n\\ \vdots\\ a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\cdots a_{mn}x_n\end{bmatrix}.$$

Так означене множення матриці розмірності $m\times n$ на n-вимірний вектор-стовпець (тобто на матрицю розмірності $n\times 1$) фактично задає певне відображення простору $\mathbb{R}^n$ у простір $\mathbb{R}^m$.

Лінійні операції над матрицями

Позначимо через $M_{m\times n}(\mathrm{k})$ множину всіх $m\times n$-матриць, елементи яких належать полю k. З теореми 1.2.48 і означення лінійного простору випливає, що $M_{m\times n}(\mathrm{k})$ є лінійним простором над полем k стосовно операцій додавання матриць і множення матриць на скаляр з поля k.

Означення 1.2.49

Нехай

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n}\\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn}\end{bmatrix}, \qquad \vec{x}=\begin{bmatrix} x_1\\ x_2\\ \vdots\\ x_n\end{bmatrix}.$$

Тоді *добутком матриці A на вектор $\vec{x}$* називається вектор

$$A\vec{x}=\begin{bmatrix} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots a_{1n}x_n\\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots a_{2n}x_n\\ \vdots\\ a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\cdots a_{mn}x_n\end{bmatrix}.$$

Так означене множення матриці розмірності $m\times n$ на n-вимірний вектор-стовпець (тобто на матрицю розмірності $n\times 1$) фактично задає певне відображення простору $\mathbb{R}^n$ у простір $\mathbb{R}^m$.

Лінійні операції над матрицями

Позначимо через $M_{m\times n}(\mathrm{k})$ множину всіх $m \times n$-матриць, елементи яких належать полю k. З теореми 1.2.48 і означення лінійного простору випливає, що $M_{m\times n}(\mathrm{k})$ є лінійним простором над полем k стосовно операцій додавання матриць і множення матриць на скаляр з поля k.

Означення 1.2.49

Нехай

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \qquad \vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}.$$

Тоді *добутком матриці A на вектор $\vec{x}$* називається вектор

$$A\vec{x} = \begin{bmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots a_{1n}x_n \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots a_{2n}x_n \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots a_{mn}x_n \end{bmatrix}.$$

Так означене множення матриці розмірності $m \times n$ на n-вимірний вектор-стовпець (тобто на матрицю розмірності $n \times 1$) фактично задає певне відображення простору $\mathbb{R}^n$ у простір $\mathbb{R}^m$.

Лінійні операції над матрицями

Позначимо через $M_{m\times n}(\mathrm{k})$ множину всіх $m\times n$-матриць, елементи яких належать полю k. З теореми 1.2.48 і означення лінійного простору випливає, що $M_{m\times n}(\mathrm{k})$ є лінійним простором над полем k стосовно операцій додавання матриць і множення матриць на скаляр з поля k.

Означення 1.2.49

Нехай

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n}\\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn}\end{bmatrix},\qquad \vec{x}=\begin{bmatrix} x_1\\ x_2\\ \vdots\\ x_n\end{bmatrix}.$$

Тоді *добутком матриці* A *на вектор* $\vec{x}$ називається вектор

$$A\vec{x}=\begin{bmatrix} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots a_{1n}x_n\\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots a_{2n}x_n\\ \vdots\\ a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\cdots a_{mn}x_n\end{bmatrix}.$$

Так означене множення матриці розмірності $m\times n$ на n-вимірний вектор-стовпець (тобто на матрицю розмірності $n\times 1$) фактично задає певне відображення простору $\mathbb{R}^n$ у простір $\mathbb{R}^m$.

Позначимо через $M_{m\times n}(\mathrm{k})$ множину всіх $m\times n$-матриць, елементи яких належать полю k. З теореми 1.2.48 і означення лінійного простору випливає, що $M_{m\times n}(\mathrm{k})$ є лінійним простором над полем k стосовно операцій додавання матриць і множення матриць на скаляр з поля k.

Означення 1.2.49

Нехай

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \qquad \vec{x}=\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}.$$

Тоді *добутком матриці A на вектор $\vec{x}$* називається вектор

$$A\vec{x}=\begin{bmatrix} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots a_{1n}x_n \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots a_{2n}x_n \\ \vdots \\ a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\cdots a_{mn}x_n \end{bmatrix}.$$

Так означене множення матриці розмірності $m\times n$ на n-вимірний вектор-стовпець (тобто на матрицю розмірності $n\times 1$) фактично задає певне відображення простору $\mathbb{R}^n$ у простір $\mathbb{R}^m$.

Позначимо через $M_{m\times n}(\mathsf{k})$ множину всіх $m\times n$-матриць, елементи яких належать полю k. З теореми 1.2.48 і означення лінійного простору випливає, що $M_{m\times n}(\mathsf{k})$ є лінійним простором над полем k стосовно операцій додавання матриць і множення матриць на скаляр з поля k.

Означення 1.2.49

Нехай

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n}\\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn}\end{bmatrix}, \qquad \vec{x}=\begin{bmatrix} x_1\\ x_2\\ \vdots\\ x_n\end{bmatrix}.$$

Тоді *добутком матриці* A *на вектор* $\vec{x}$ називається вектор

$$A\vec{x}=\begin{bmatrix} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots a_{1n}x_n\\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots a_{2n}x_n\\ \vdots\\ a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\cdots a_{mn}x_n\end{bmatrix}.$$

Так означене множення матриці розмірності $m\times n$ на n-вимірний вектор-стовпець (тобто на матрицю розмірності $n\times 1$) фактично задає певне відображення простору $\mathbb{R}^n$ у простір $\mathbb{R}^m$.

Означення 1.2.50

Добутком матриці $A_{m\times n}$ на матрицю $B_{n\times p}$ називається матриця
$$A\cdot B = A\cdot\begin{bmatrix}\vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_p\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \cdots & A\vec{b}_p\end{bmatrix}$$
Результатом множення є матриця розмірності $m\times p$.

Приклад 1.2.51

Обчислити $A\cdot B$ та $B\cdot A$, якщо
$$A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & -5\end{bmatrix}, \qquad B=\begin{bmatrix}4 & 3 & 6\\ 1 & -2 & 3\end{bmatrix}.$$

Розв'язок. Оскільки матриця A розмірності 2×2, а матриця B розмірності 2×3, то множення матриць $A\cdot B$ визначене. Позначимо через $\vec{b}_1$, $\vec{b}_2$, $\vec{b}_3$ стовпці матриць B. Тоді формуємо з векторів $A\vec{b}_1$, $A\vec{b}_2$, $A\vec{b}_3$ матрицю $A\cdot B$:
$$A\vec{b}_1=\begin{bmatrix}11\\ -1\end{bmatrix}, \qquad A\vec{b}_2=\begin{bmatrix}0\\ 13\end{bmatrix}, \qquad A\vec{b}_1=\begin{bmatrix}21\\ -9\end{bmatrix},$$
$$A\cdot B=\begin{bmatrix}11 & 0 & 21\\ -1 & 13 & -9\end{bmatrix}.$$
Множення $B\cdot A$ невизначене, оскільки розміри матриць B і A не узгоджуються з означенням множенням матриць (див. означення 1.2.50).

Означення 1.2.50

Добутком матриці $A_{m\times n}$ на матрицю $B_{n\times p}$ називається матриця
$$A\cdot B = A\cdot\begin{bmatrix}\vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_p\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \cdots & A\vec{b}_p\end{bmatrix}$$
Результатом множення є матриця розмірності $m\times p$.

Приклад 1.2.51

Обчислити $A\cdot B$ та $B\cdot A$, якщо
$$A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & -5\end{bmatrix},\qquad B=\begin{bmatrix}4 & 3 & 6\\ 1 & -2 & 3\end{bmatrix}.$$

Розв'язок. Оскільки матриця A розмірності 2×2, а матриця B розмірності 2×3, то множення матриць $A\cdot B$ визначене. Позначимо через $\vec{b}_1$, $\vec{b}_2$, $\vec{b}_3$ стовпці матриць B. Тоді формуємо з векторів $A\vec{b}_1$, $A\vec{b}_2$, $A\vec{b}_3$ матрицю $A\cdot B$:
$$A\vec{b}_1=\begin{bmatrix}11\\ -1\end{bmatrix},\qquad A\vec{b}_2=\begin{bmatrix}0\\ 13\end{bmatrix},\qquad A\vec{b}_1=\begin{bmatrix}21\\ -9\end{bmatrix},$$
$$A\cdot B=\begin{bmatrix}11 & 0 & 21\\ -1 & 13 & -9\end{bmatrix}.$$
Множення $B\cdot A$ невизначене, оскільки розміри матриць B і A не узгоджуються з означенням множенням матриць (див. означення 1.2.50).

Означення 1.2.50

Добутком матриці $A_{m\times n}$ на матрицю $B_{n\times p}$ називається матриця

$$A\cdot B = A\cdot\begin{bmatrix}\vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_p\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \cdots & A\vec{b}_p\end{bmatrix}$$

Результатом множення є матриця розмірності $m\times p$.

Приклад 1.2.51

Обчислити $A\cdot B$ та $B\cdot A$, якщо

$$A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & -5\end{bmatrix},\qquad B=\begin{bmatrix}4 & 3 & 6\\ 1 & -2 & 3\end{bmatrix}.$$

Розв'язок. Оскільки матриця A розмірності 2×2, а матриця B розмірності 2×3, то множення матриць $A\cdot B$ визначене. Позначимо через $\vec{b}_1$, $\vec{b}_2$, $\vec{b}_3$ стовпці матриць B. Тоді формуємо з векторів $A\vec{b}_1$, $A\vec{b}_2$, $A\vec{b}_3$ матрицю $A\cdot B$:

$$A\vec{b}_1=\begin{bmatrix}11\\ -1\end{bmatrix},\qquad A\vec{b}_2=\begin{bmatrix}0\\ 13\end{bmatrix},\qquad A\vec{b}_1=\begin{bmatrix}21\\ -9\end{bmatrix},$$

$$A\cdot B=\begin{bmatrix}11 & 0 & 21\\ -1 & 13 & -9\end{bmatrix}.$$

Множення $B\cdot A$ невизначене, оскільки розміри матриць B і A не узгоджуються з означенням множенням матриць (див. означення 1.2.50).

Означення 1.2.50

Добутком матриці $A_{m\times n}$ на матрицю $B_{n\times p}$ називається матриця

$$A\cdot B = A\cdot\begin{bmatrix}\vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_p\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \cdots & A\vec{b}_p\end{bmatrix}$$

Результатом множення є матриця розмірності $m\times p$.

Приклад 1.2.51

Обчислити $A\cdot B$ та $B\cdot A$, якщо

$$A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & -5\end{bmatrix},\qquad B=\begin{bmatrix}4 & 3 & 6\\ 1 & -2 & 3\end{bmatrix}.$$

Розв'язок. Оскільки матриця A розмірності 2×2, а матриця B розмірності 2×3, то множення матриць $A\cdot B$ визначене. Позначимо через $\vec{b}_1$, $\vec{b}_2$, $\vec{b}_3$ стовпці матриць B. Тоді формуємо з векторів $A\vec{b}_1$, $A\vec{b}_2$, $A\vec{b}_3$ матрицю $A\cdot B$:

$$A\vec{b}_1=\begin{bmatrix}11\\ -1\end{bmatrix},\qquad A\vec{b}_2=\begin{bmatrix}0\\ 13\end{bmatrix},\qquad A\vec{b}_1=\begin{bmatrix}21\\ -9\end{bmatrix},$$

$$A\cdot B=\begin{bmatrix}11 & 0 & 21\\ -1 & 13 & -9\end{bmatrix}.$$

Множення $B\cdot A$ невизначене, оскільки розміри матриць B і A не узгоджуються з означенням множенням матриць (див. означення 1.2.50).

Означення 1.2.50

Добутком матриці $A_{m\times n}$ на матрицю $B_{n\times p}$ називається матриця

$$A\cdot B = A\cdot\begin{bmatrix}\vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_p\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \cdots & A\vec{b}_p\end{bmatrix}$$

Результатом множення є матриця розмірності $m\times p$.

Приклад 1.2.51

Обчислити $A\cdot B$ та $B\cdot A$, якщо

$$A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & -5\end{bmatrix},\qquad B=\begin{bmatrix}4 & 3 & 6\\ 1 & -2 & 3\end{bmatrix}.$$

Розв'язок. Оскільки матриця A розмірності 2×2, а матриця B розмірності 2×3, то множення матриць $A\cdot B$ визначене. Позначимо через $\vec{b}_1$, $\vec{b}_2$, $\vec{b}_3$ стовпці матриць B. Тоді формуємо з векторів $A\vec{b}_1$, $A\vec{b}_2$, $A\vec{b}_3$ матрицю $A\cdot B$:

$$A\vec{b}_1=\begin{bmatrix}11\\ -1\end{bmatrix},\qquad A\vec{b}_2=\begin{bmatrix}0\\ 13\end{bmatrix},\qquad A\vec{b}_1=\begin{bmatrix}21\\ -9\end{bmatrix},$$

$$A\cdot B=\begin{bmatrix}11 & 0 & 21\\ -1 & 13 & -9\end{bmatrix}.$$

Множення $B\cdot A$ невизначене, оскільки розміри матриць B і A не узгоджуються з означенням множенням матриць (див. означення 1.2.50).

Означення 1.2.50

Добутком матриці $A_{m\times n}$ на матрицю $B_{n\times p}$ називається матриця
$$A\cdot B = A\cdot\begin{bmatrix}\vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_p\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \cdots & A\vec{b}_p\end{bmatrix}$$
Результатом множення є матриця розмірності $m\times p$.

Приклад 1.2.51

Обчислити $A\cdot B$ та $B\cdot A$, якщо
$$A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & -5\end{bmatrix},\qquad B=\begin{bmatrix}4 & 3 & 6\\ 1 & -2 & 3\end{bmatrix}.$$

Розв'язок. Оскільки матриця A розмірності 2×2, а матриця B розмірності 2×3, то множення матриць $A\cdot B$ визначене. Позначимо через $\vec{b}_1$, $\vec{b}_2$, $\vec{b}_3$ стовпці матриць B. Тоді формуємо з векторів $A\vec{b}_1$, $A\vec{b}_2$, $A\vec{b}_3$ матрицю $A\cdot B$:
$$A\vec{b}_1=\begin{bmatrix}11\\ -1\end{bmatrix},\qquad A\vec{b}_2=\begin{bmatrix}0\\ 13\end{bmatrix},\qquad A\vec{b}_1=\begin{bmatrix}21\\ -9\end{bmatrix},$$
$$A\cdot B=\begin{bmatrix}11 & 0 & 21\\ -1 & 13 & -9\end{bmatrix}.$$

Множення $B\cdot A$ невизначене, оскільки розміри матриць B і A не узгоджуються з означенням множенням матриць (див. означення 1.2.50).

Означення 1.2.50

Добутком матриці $A_{m\times n}$ на матрицю $B_{n\times p}$ називається матриця

$$A\cdot B = A\cdot\begin{bmatrix}\vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_p\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \cdots & A\vec{b}_p\end{bmatrix}$$

Результатом множення є матриця розмірності $m\times p$.

Приклад 1.2.51

Обчислити $A\cdot B$ та $B\cdot A$, якщо

$$A = \begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & -5\end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix}4 & 3 & 6\\ 1 & -2 & 3\end{bmatrix}.$$

Розв'язок. Оскільки матриця A розмірності 2×2, а матриця B розмірності 2×3, то множення матриць $A\cdot B$ визначене. Позначимо через $\vec{b}_1$, $\vec{b}_2$, $\vec{b}_3$ стовпці матриць B. Тоді формуємо з векторів $A\vec{b}_1$, $A\vec{b}_2$, $A\vec{b}_3$ матрицю $A\cdot B$:

$$A\vec{b}_1 = \begin{bmatrix}11\\ -1\end{bmatrix}, \qquad A\vec{b}_2 = \begin{bmatrix}0\\ 13\end{bmatrix}, \qquad A\vec{b}_1 = \begin{bmatrix}21\\ -9\end{bmatrix},$$

$$A\cdot B = \begin{bmatrix}11 & 0 & 21\\ -1 & 13 & -9\end{bmatrix}.$$

Множення $B\cdot A$ невизначене, оскільки розміри матриць B і A не узгоджуються з означенням множенням матриць (див. означення 1.2.50).

Означення 1.2.50

Добутком матриці $A_{m\times n}$ на матрицю $B_{n\times p}$ називається матриця
$$A\cdot B = A\cdot\begin{bmatrix}\vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_p\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \cdots & A\vec{b}_p\end{bmatrix}$$
Результатом множення є матриця розмірності $m\times p$.

Приклад 1.2.51

Обчислити $A\cdot B$ та $B\cdot A$, якщо
$$A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & -5\end{bmatrix},\qquad B=\begin{bmatrix}4 & 3 & 6\\ 1 & -2 & 3\end{bmatrix}.$$

Розв'язок. Оскільки матриця A розмірності 2×2, а матриця B розмірності 2×3, то множення матриць $A\cdot B$ визначене. Позначимо через $\vec{b}_1$, $\vec{b}_2$, $\vec{b}_3$ стовпці матриць B. Тоді формуємо з векторів $A\vec{b}_1$, $A\vec{b}_2$, $A\vec{b}_3$ матрицю $A\cdot B$:
$$A\vec{b}_1=\begin{bmatrix}11\\ -1\end{bmatrix},\qquad A\vec{b}_2=\begin{bmatrix}0\\ 13\end{bmatrix},\qquad A\vec{b}_1=\begin{bmatrix}21\\ -9\end{bmatrix},$$
$$A\cdot B=\begin{bmatrix}11 & 0 & 21\\ -1 & 13 & -9\end{bmatrix}.$$
Множення $B\cdot A$ невизначене, оскільки розміри матриць B і A не узгоджуються з означенням множенням матриць (див. означення 1.2.50).

Лінійні операції над матрицями

Означення 1.2.50

Добутком матриці $A_{m\times n}$ на матрицю $B_{n\times p}$ називається матриця

$$A\cdot B = A\cdot\begin{bmatrix}\vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_p\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \cdots & A\vec{b}_p\end{bmatrix}$$

Результатом множення є матриця розмірності $m\times p$.

Приклад 1.2.51

Обчислити $A\cdot B$ та $B\cdot A$, якщо

$$A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & -5\end{bmatrix}, \qquad B=\begin{bmatrix}4 & 3 & 6\\ 1 & -2 & 3\end{bmatrix}.$$

Розв'язок. Оскільки матриця A розмірності 2×2, а матриця B розмірності 2×3, то множення матриць $A\cdot B$ визначене. Позначимо через $\vec{b}_1$, $\vec{b}_2$, $\vec{b}_3$ стовпці матриць B. Тоді формуємо з векторів $A\vec{b}_1$, $A\vec{b}_2$, $A\vec{b}_3$ матрицю $A\cdot B$:

$$A\vec{b}_1=\begin{bmatrix}11\\ -1\end{bmatrix}, \qquad A\vec{b}_2=\begin{bmatrix}0\\ 13\end{bmatrix}, \qquad A\vec{b}_1=\begin{bmatrix}21\\ -9\end{bmatrix},$$

$$A\cdot B=\begin{bmatrix}11 & 0 & 21\\ -1 & 13 & -9\end{bmatrix}.$$

Множення $B\cdot A$ невизначене, оскільки розміри матриць B і A не узгоджуються з означенням множенням матриць (див. означення 1.2.50).

Означення 1.2.50

Добутком матриці $A_{m\times n}$ на матрицю $B_{n\times p}$ називається матриця

$$A\cdot B = A\cdot\begin{bmatrix}\vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_p\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \cdots & A\vec{b}_p\end{bmatrix}$$

Результатом множення є матриця розмірності $m\times p$.

Приклад 1.2.51

Обчислити $A\cdot B$ та $B\cdot A$, якщо

$$A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & -5\end{bmatrix},\qquad B=\begin{bmatrix}4 & 3 & 6\\ 1 & -2 & 3\end{bmatrix}.$$

Розв'язок. Оскільки матриця A розмірності 2×2, а матриця B розмірності 2×3, то множення матриць $A\cdot B$ визначене. Позначимо через $\vec{b}_1$, $\vec{b}_2$, $\vec{b}_3$ стовпці матриць B. Тоді формуємо з векторів $A\vec{b}_1$, $A\vec{b}_2$, $A\vec{b}_3$ матрицю $A\cdot B$:

$$A\vec{b}_1=\begin{bmatrix}11\\ -1\end{bmatrix},\qquad A\vec{b}_2=\begin{bmatrix}0\\ 13\end{bmatrix},\qquad A\vec{b}_1=\begin{bmatrix}21\\ -9\end{bmatrix},$$

$$A\cdot B=\begin{bmatrix}11 & 0 & 21\\ -1 & 13 & -9\end{bmatrix}.$$

Множення $B\cdot A$ невизначене, оскільки розміри матриць B і A не узгоджуються з означенням множенням матриць (див. означення 1.2.50).

Означення 1.2.50

Добутком матриці $A_{m\times n}$ на матрицю $B_{n\times p}$ називається матриця
$$A \cdot B = A \cdot \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \cdots & A\vec{b}_p \end{bmatrix}$$
Результатом множення є матриця розмірності $m \times p$.

Приклад 1.2.51

Обчислити $A \cdot B$ та $B \cdot A$, якщо
$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Розв'язок. Оскільки матриця A розмірності 2×2, а матриця B розмірності 2×3, то множення матриць $A \cdot B$ визначене. Позначимо через $\vec{b}_1$, $\vec{b}_2$, $\vec{b}_3$ стовпці матриць B. Тоді формуємо з векторів $A\vec{b}_1$, $A\vec{b}_2$, $A\vec{b}_3$ матрицю $A \cdot B$:
$$A\vec{b}_1 = \begin{bmatrix} 11 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad A\vec{b}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 13 \end{bmatrix}, \qquad A\vec{b}_1 = \begin{bmatrix} 21 \\ -9 \end{bmatrix},$$
$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}.$$
Множення $B \cdot A$ невизначене, оскільки розміри матриць B і A не узгоджуються з означенням множенням матриць (див. означення 1.2.50).

Означення 1.2.50

Добутком матриці $A_{m\times n}$ на матрицю $B_{n\times p}$ називається матриця
$$A\cdot B = A\cdot\begin{bmatrix}\vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_p\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \cdots & A\vec{b}_p\end{bmatrix}$$
Результатом множення є матриця розмірності $m\times p$.

Приклад 1.2.51

Обчислити $A\cdot B$ та $B\cdot A$, якщо
$$A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & -5\end{bmatrix},\qquad B=\begin{bmatrix}4 & 3 & 6\\ 1 & -2 & 3\end{bmatrix}.$$

Розв'язок. Оскільки матриця A розмірності 2×2, а матриця B розмірності 2×3, то множення матриць $A\cdot B$ визначене. Позначимо через $\vec{b}_1$, $\vec{b}_2$, $\vec{b}_3$ стовпці матриць B. Тоді формуємо з векторів $A\vec{b}_1$, $A\vec{b}_2$, $A\vec{b}_3$ матрицю $A\cdot B$:
$$A\vec{b}_1=\begin{bmatrix}11\\ -1\end{bmatrix},\qquad A\vec{b}_2=\begin{bmatrix}0\\ 13\end{bmatrix},\qquad A\vec{b}_1=\begin{bmatrix}21\\ -9\end{bmatrix},$$
$$A\cdot B=\begin{bmatrix}11 & 0 & 21\\ -1 & 13 & -9\end{bmatrix}.$$
Множення $B\cdot A$ невизначене, оскільки розміри матриць B і A не узгоджуються з означенням множенням матриць (див. означення 1.2.50).

Означення 1.2.50

Добутком матриці $A_{m\times n}$ на матрицю $B_{n\times p}$ називається матриця

$$A\cdot B = A\cdot\begin{bmatrix}\vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_p\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \cdots & A\vec{b}_p\end{bmatrix}$$

Результатом множення є матриця розмірності $m\times p$.

Приклад 1.2.51

Обчислити $A\cdot B$ та $B\cdot A$, якщо

$$A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & -5\end{bmatrix},\qquad B=\begin{bmatrix}4 & 3 & 6\\ 1 & -2 & 3\end{bmatrix}.$$

Розв'язок. Оскільки матриця A розмірності 2×2, а матриця B розмірності 2×3, то множення матриць $A\cdot B$ визначене. Позначимо через $\vec{b}_1$, $\vec{b}_2$, $\vec{b}_3$ стовпці матриць B. Тоді формуємо з векторів $A\vec{b}_1$, $A\vec{b}_2$, $A\vec{b}_3$ матрицю $A\cdot B$:

$$A\vec{b}_1=\begin{bmatrix}11\\ -1\end{bmatrix},\qquad A\vec{b}_2=\begin{bmatrix}0\\ 13\end{bmatrix},\qquad A\vec{b}_1=\begin{bmatrix}21\\ -9\end{bmatrix},$$

$$A\cdot B=\begin{bmatrix}11 & 0 & 21\\ -1 & 13 & -9\end{bmatrix}.$$

Множення $B\cdot A$ невизначене, оскільки розміри матриць B і A не узгоджуються з означенням множенням матриць (див. означення 1.2.50).

Означення 1.2.50

Добутком матриці $A_{m\times n}$ на матрицю $B_{n\times p}$ називається матриця
$$A\cdot B = A\cdot\begin{bmatrix}\vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_p\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \cdots & A\vec{b}_p\end{bmatrix}$$
Результатом множення є матриця розмірності $m\times p$.

Приклад 1.2.51

Обчислити $A\cdot B$ та $B\cdot A$, якщо
$$A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & -5\end{bmatrix}, \qquad B=\begin{bmatrix}4 & 3 & 6\\ 1 & -2 & 3\end{bmatrix}.$$

Розв'язок. Оскільки матриця A розмірності 2×2, а матриця B розмірності 2×3, то множення матриць $A\cdot B$ визначене. Позначимо через $\vec{b}_1$, $\vec{b}_2$, $\vec{b}_3$ стовпці матриць B. Тоді формуємо з векторів $A\vec{b}_1$, $A\vec{b}_2$, $A\vec{b}_3$ матрицю $A\cdot B$:
$$A\vec{b}_1=\begin{bmatrix}11\\ -1\end{bmatrix}, \qquad A\vec{b}_2=\begin{bmatrix}0\\ 13\end{bmatrix}, \qquad A\vec{b}_1=\begin{bmatrix}21\\ -9\end{bmatrix},$$
$$A\cdot B=\begin{bmatrix}11 & 0 & 21\\ -1 & 13 & -9\end{bmatrix}.$$

Множення $B\cdot A$ невизначене, оскільки розміри матриць B і A не узгоджуються з означенням множенням матриць (див. означення 1.2.50).

Означення 1.2.50

Добутком матриці $A_{m\times n}$ на матрицю $B_{n\times p}$ називається матриця
$$A\cdot B = A\cdot\begin{bmatrix}\vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_p\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \cdots & A\vec{b}_p\end{bmatrix}$$
Результатом множення є матриця розмірності $m\times p$.

Приклад 1.2.51

Обчислити $A\cdot B$ та $B\cdot A$, якщо
$$A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & -5\end{bmatrix},\qquad B=\begin{bmatrix}4 & 3 & 6\\ 1 & -2 & 3\end{bmatrix}.$$

Розв'язок. Оскільки матриця A розмірності 2×2, а матриця B розмірності 2×3, то множення матриць $A\cdot B$ визначене. Позначимо через $\vec{b}_1$, $\vec{b}_2$, $\vec{b}_3$ стовпці матриць B. Тоді формуємо з векторів $A\vec{b}_1$, $A\vec{b}_2$, $A\vec{b}_3$ матрицю $A\cdot B$:
$$A\vec{b}_1=\begin{bmatrix}11\\ -1\end{bmatrix},\qquad A\vec{b}_2=\begin{bmatrix}0\\ 13\end{bmatrix},\qquad A\vec{b}_1=\begin{bmatrix}21\\ -9\end{bmatrix},$$
$$A\cdot B=\begin{bmatrix}11 & 0 & 21\\ -1 & 13 & -9\end{bmatrix}.$$
Множення $B\cdot A$ невизначене, оскільки розміри матриць B і A не узгоджуються з означенням множенням матриць (див. означення 1.2.50).

Зауваження 1.2.52

Добуток двох матриць не завжди існує, а саме: добуток матриць розмірності $m \times n$ на матрицю розмірності $k \times p$ існує тоді і тільки тоді, коли $n = k$. Разом з цим добуток двох квадратних матриць одного й того ж порядку завжди існує.

Для обчислення добутку матриць використовується також зручне правило множення "*рядок на стовпець*". Воно базується на понятті добутку рядка однієї матриці на стовпець іншої.

Нехай маємо дві матриць $A_{m\times n}$ та $B_{n\times p}$. Під добутком i-го рядка матриці A на j-й стовпчик матриці B розуміють число

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj}.$$

Тоді *добутком матриці* $A_{m\times n}$ на матрицю $B_{n\times p}$ є матриця C розмірності $m \times p$, кожний елемент c_{ij} якої дорівнює добутку i-го рядка матриці A на j-й стовпчик матриці B.

Наприклад,

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2{\cdot}4 + 3{\cdot}1 & 2{\cdot}3 + 3{\cdot}(-2) & 2{\cdot}6 + 3{\cdot}3 \\ 1{\cdot}4 + (-5){\cdot}1 & 1{\cdot}3 + (-5){\cdot}(-2) & 1{\cdot}6 + (-5){\cdot}3 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}.$$

Зауваження 1.2.52

Добуток двох матриць не завжди існує, а саме: добуток матриць розмірності $m \times n$ на матрицю розмірності $k \times p$ існує тоді і тільки тоді, коли $n = k$. Разом з цим добуток двох квадратних матриць одного й того ж порядку завжди існує.

Для обчислення добутку матриць використовується також зручне правило множення "*рядок на стовпець*". Воно базується на понятті добутку рядка однієї матриці на стовпець іншої.

Нехай маємо дві матриць $A_{m\times n}$ та $B_{n\times p}$. Під добутком i-го рядка матриці A на j-й стовпчик матриці B розуміють число

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj}.$$

Тоді *добутком матриці* $A_{m\times n}$ на матрицю $B_{n\times p}$ є матриця C розмірності $m \times p$, кожний елемент c_{ij} якої дорівнює добутку i-го рядка матриці A на j-й стовпчик матриці B.

Наприклад,

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\cdot 4 + 3\cdot 1 & 2\cdot 3 + 3\cdot(-2) & 2\cdot 6 + 3\cdot 3 \\ 1\cdot 4 + (-5)\cdot 1 & 1\cdot 3 + (-5)\cdot(-2) & 1\cdot 6 + (-5)\cdot 3 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}.$$

Зауваження 1.2.52

Добуток двох матриць не завжди існує, а саме: добуток матриць розмірності $m \times n$ на матрицю розмірності $k \times p$ існує тоді і тільки тоді, коли $n = k$. Разом з цим добуток двох квадратних матриць одного й того ж порядку завжди існує.

Для обчислення добутку матриць використовується також зручне правило множення "*рядок на стовпець*". Воно базується на понятті добутку рядка однієї матриці на стовпець іншої.

Нехай маємо дві матриць $A_{m\times n}$ та $B_{n\times p}$. Під добутком i-го рядка матриці A на j-й стовпчик матриці B розуміють число

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj}.$$

Тоді *добутком матриці* $A_{m\times n}$ на матрицю $B_{n\times p}$ є матриця C розмірності $m \times p$, кожний елемент c_{ij} якої дорівнює добутку i-го рядка матриці A на j-й стовпчик матриці B.

Наприклад,

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2{\cdot}4 + 3{\cdot}1 & 2{\cdot}3 + 3{\cdot}(-2) & 2{\cdot}6 + 3{\cdot}3 \\ 1{\cdot}4 + (-5){\cdot}1 & 1{\cdot}3 + (-5){\cdot}(-2) & 1{\cdot}6 + (-5){\cdot}3 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}.$$

Зауваження 1.2.52

Добуток двох матриць не завжди існує, а саме: добуток матриць розмірності $m \times n$ на матрицю розмірності $k \times p$ існує тоді і тільки тоді, коли $n = k$. Разом з цим добуток двох квадратних матриць одного й того ж порядку завжди існує.

Для обчислення добутку матриць використовується також зручне правило множення "*рядок на стовпець*". Воно базується на понятті добутку рядка однієї матриці на стовпець іншої.

Нехай маємо дві матриць $A_{m\times n}$ та $B_{n\times p}$. Під добутком i-го рядка матриці A на j-й стовпчик матриці B розуміють число

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj}.$$

Тоді *добутком матриці* $A_{m\times n}$ на матрицю $B_{n\times p}$ є матриця C розмірності $m \times p$, кожний елемент c_{ij} якої дорівнює добутку i-го рядка матриці A на j-й стовпчик матриці B.

Наприклад,

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2{\cdot}4 + 3{\cdot}1 & 2{\cdot}3 + 3{\cdot}(-2) & 2{\cdot}6 + 3{\cdot}3 \\ 1{\cdot}4 + (-5){\cdot}1 & 1{\cdot}3 + (-5){\cdot}(-2) & 1{\cdot}6 + (-5){\cdot}3 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}.$$

Зауваження 1.2.52

Добуток двох матриць не завжди існує, а саме: добуток матриць розмірності $m \times n$ на матрицю розмірності $k \times p$ існує тоді і тільки тоді, коли $n = k$. Разом з цим добуток двох квадратних матриць одного й того ж порядку завжди існує.

Для обчислення добутку матриць використовується також зручне правило множення "*рядок на стовпець*". Воно базується на понятті добутку рядка однієї матриці на стовпець іншої.

Нехай маємо дві матриць $A_{m\times n}$ та $B_{n\times p}$. Під добутком i-го рядка матриці A на j-й стовпчик матриці B розуміють число

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj}.$$

Тоді *добутком матриці* $A_{m\times n}$ на матрицю $B_{n\times p}$ є матриця C розмірності $m \times p$, кожний елемент c_{ij} якої дорівнює добутку i-го рядка матриці A на j-й стовпчик матриці B.

Наприклад,

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\cdot 4 + 3\cdot 1 & 2\cdot 3 + 3\cdot(-2) & 2\cdot 6 + 3\cdot 3 \\ 1\cdot 4 + (-5)\cdot 1 & 1\cdot 3 + (-5)\cdot(-2) & 1\cdot 6 + (-5)\cdot 3 \end{bmatrix} = $$

$$= \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}.$$

Зауваження 1.2.52

Добуток двох матриць не завжди існує, а саме: добуток матриць розмірності $m \times n$ на матрицю розмірності $k \times p$ існує тоді і тільки тоді, коли $n = k$. Разом з цим добуток двох квадратних матриць одного й того ж порядку завжди існує.

Для обчислення добутку матриць використовується також зручне правило множення "*рядок на стовпець*". Воно базується на понятті добутку рядка однієї матриці на стовпець іншої.

Нехай маємо дві матриць $A_{m\times n}$ та $B_{n\times p}$. Під добутком i-го рядка матриці A на j-й стовпчик матриці B розуміють число

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj}.$$

Тоді *добутком матриці* $A_{m\times n}$ на матрицю $B_{n\times p}$ є матриця C розмірності $m \times p$, кожний елемент c_{ij} якої дорівнює добутку i-го рядка матриці A на j-й стовпчик матриці B.

Наприклад,

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\cdot 4 + 3\cdot 1 & 2\cdot 3 + 3\cdot(-2) & 2\cdot 6 + 3\cdot 3 \\ 1\cdot 4 + (-5)\cdot 1 & 1\cdot 3 + (-5)\cdot(-2) & 1\cdot 6 + (-5)\cdot 3 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}.$$

Зауваження 1.2.52

Добуток двох матриць не завжди існує, а саме: добуток матриць розмірності $m \times n$ на матрицю розмірності $k \times p$ існує тоді і тільки тоді, коли $n = k$. Разом з цим добуток двох квадратних матриць одного й того ж порядку завжди існує.

Для обчислення добутку матриць використовується також зручне правило множення "*рядок на стовпець*". Воно базується на понятті добутку рядка однієї матриці на стовпець іншої.

Нехай маємо дві матриць $A_{m\times n}$ та $B_{n\times p}$. Під добутком i-го рядка матриці A на j-й стовпчик матриці B розуміють число

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj}.$$

Тоді *добутком матриці* $A_{m\times n}$ на матрицю $B_{n\times p}$ є матриця C розмірності $m \times p$, кожний елемент c_{ij} якої дорівнює добутку i-го рядка матриці A на j-й стовпчик матриці B.

Наприклад,

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\cdot 4 + 3\cdot 1 & 2\cdot 3 + 3\cdot(-2) & 2\cdot 6 + 3\cdot 3 \\ 1\cdot 4 + (-5)\cdot 1 & 1\cdot 3 + (-5)\cdot(-2) & 1\cdot 6 + (-5)\cdot 3 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}.$$

Зауваження 1.2.52

Добуток двох матриць не завжди існує, а саме: добуток матриць розмірності $m \times n$ на матрицю розмірності $k \times p$ існує тоді і тільки тоді, коли $n = k$. Разом з цим добуток двох квадратних матриць одного й того ж порядку завжди існує.

Для обчислення добутку матриць використовується також зручне правило множення "*рядок на стовпець*". Воно базується на понятті добутку рядка однієї матриці на стовпець іншої.

Нехай маємо дві матриць $A_{m\times n}$ та $B_{n\times p}$. Під добутком i-го рядка матриці A на j-й стовпчик матриці B розуміють число

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj}.$$

Тоді *добутком матриці* $A_{m\times n}$ на матрицю $B_{n\times p}$ є матриця C розмірності $m \times p$, кожний елемент c_{ij} якої дорівнює добутку i-го рядка матриці A на j-й стовпчик матриці B.

Наприклад,

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\cdot4+3\cdot1 & 2\cdot3+3\cdot(-2) & 2\cdot6+3\cdot3 \\ 1\cdot4+(-5)\cdot1 & 1\cdot3+(-5)\cdot(-2) & 1\cdot6+(-5)\cdot3 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}.$$

Зауваження 1.2.52

Добуток двох матриць не завжди існує, а саме: добуток матриць розмірності $m \times n$ на матрицю розмірності $k \times p$ існує тоді і тільки тоді, коли $n = k$. Разом з цим добуток двох квадратних матриць одного й того ж порядку завжди існує.

Для обчислення добутку матриць використовується також зручне правило множення "*рядок на стовпець*". Воно базується на понятті добутку рядка однієї матриці на стовпець іншої.

Нехай маємо дві матриць $A_{m\times n}$ та $B_{n\times p}$. Під добутком i-го рядка матриці A на j-й стовпчик матриці B розуміють число

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj}.$$

Тоді *добутком матриці* $A_{m\times n}$ на матрицю $B_{n\times p}$ є матриця C розмірності $m \times p$, кожний елемент c_{ij} якої дорівнює добутку i-го рядка матриці A на j-й стовпчик матриці B.

Наприклад,

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\cdot 4 + 3\cdot 1 & 2\cdot 3 + 3\cdot(-2) & 2\cdot 6 + 3\cdot 3 \\ 1\cdot 4 + (-5)\cdot 1 & 1\cdot 3 + (-5)\cdot(-2) & 1\cdot 6 + (-5)\cdot 3 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}.$$

Зауваження 1.2.52

Добуток двох матриць не завжди існує, а саме: добуток матриць розмірності $m \times n$ на матрицю розмірності $k \times p$ існує тоді і тільки тоді, коли $n = k$. Разом з цим добуток двох квадратних матриць одного й того ж порядку завжди існує.

Для обчислення добутку матриць використовується також зручне правило множення "*рядок на стовпець*". Воно базується на понятті добутку рядка однієї матриці на стовпець іншої.

Нехай маємо дві матриць $A_{m\times n}$ та $B_{n\times p}$. Під добутком i-го рядка матриці A на j-й стовпчик матриці B розуміють число

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj}.$$

Тоді *добутком матриці* $A_{m\times n}$ на матрицю $B_{n\times p}$ є матриця C розмірності $m \times p$, кожний елемент c_{ij} якої дорівнює добутку i-го рядка матриці A на j-й стовпчик матриці B.

Наприклад,

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\cdot 4 + 3\cdot 1 & 2\cdot 3 + 3\cdot(-2) & 2\cdot 6 + 3\cdot 3 \\ 1\cdot 4 + (-5)\cdot 1 & 1\cdot 3 + (-5)\cdot(-2) & 1\cdot 6 + (-5)\cdot 3 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}.$$

Зауваження 1.2.52

Добуток двох матриць не завжди існує, а саме: добуток матриць розмірності $m \times n$ на матрицю розмірності $k \times p$ існує тоді і тільки тоді, коли $n = k$. Разом з цим добуток двох квадратних матриць одного й того ж порядку завжди існує.

Для обчислення добутку матриць використовується також зручне правило множення "*рядок на стовпець*". Воно базується на понятті добутку рядка однієї матриці на стовпець іншої.

Нехай маємо дві матриць $A_{m\times n}$ та $B_{n\times p}$. Під добутком i-го рядка матриці A на j-й стовпчик матриці B розуміють число

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj}.$$

Тоді *добутком матриці* $A_{m\times n}$ на матрицю $B_{n\times p}$ є матриця C розмірності $m \times p$, кожний елемент c_{ij} якої дорівнює добутку i-го рядка матриці A на j-й стовпчик матриці B.

Наприклад,

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\cdot 4 + 3\cdot 1 & 2\cdot 3 + 3\cdot(-2) & 2\cdot 6 + 3\cdot 3 \\ 1\cdot 4 + (-5)\cdot 1 & 1\cdot 3 + (-5)\cdot(-2) & 1\cdot 6 + (-5)\cdot 3 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}.$$

Зауваження 1.2.52

Добуток двох матриць не завжди існує, а саме: добуток матриць розмірності $m \times n$ на матрицю розмірності $k \times p$ існує тоді і тільки тоді, коли $n = k$. Разом з цим добуток двох квадратних матриць одного й того ж порядку завжди існує.

Для обчислення добутку матриць використовується також зручне правило множення "*рядок на стовпець*". Воно базується на понятті добутку рядка однієї матриці на стовпець іншої.
Нехай маємо дві матриць $A_{m\times n}$ та $B_{n\times p}$. Під добутком i-го рядка матриці A на j-й стовпчик матриці B розуміють число

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj}.$$

Тоді *добутком матриці* $A_{m\times n}$ на матрицю $B_{n\times p}$ є матриця C розмірності $m \times p$, кожний елемент c_{ij} якої дорівнює добутку i-го рядка матриці A на j-й стовпчик матриці B.
Наприклад,

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\cdot 4 + 3\cdot 1 & 2\cdot 3 + 3\cdot(-2) & 2\cdot 6 + 3\cdot 3 \\ 1\cdot 4 + (-5)\cdot 1 & 1\cdot 3 + (-5)\cdot(-2) & 1\cdot 6 + (-5)\cdot 3 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}.$$

Лінійні операції над матрицями

Зауваження 1.2.52

Добуток двох матриць не завжди існує, а саме: добуток матриць розмірності $m \times n$ на матрицю розмірності $k \times p$ існує тоді і тільки тоді, коли $n = k$. Разом з цим добуток двох квадратних матриць одного й того ж порядку завжди існує.

Для обчислення добутку матриць використовується також зручне правило множення "*рядок на стовпець*". Воно базується на понятті добутку рядка однієї матриці на стовпець іншої.
Нехай маємо дві матриць $A_{m\times n}$ та $B_{n\times p}$. Під добутком i-го рядка матриці A на j-й стовпчик матриці B розуміють число

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj}.$$

Тоді *добутком матриці* $A_{m\times n}$ на матрицю $B_{n\times p}$ є матриця C розмірності $m \times p$, кожний елемент c_{ij} якої дорівнює добутку i-го рядка матриці A на j-й стовпчик матриці B.
Наприклад,

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\cdot 4 + 3\cdot 1 & 2\cdot 3 + 3\cdot(-2) & 2\cdot 6 + 3\cdot 3 \\ 1\cdot 4 + (-5)\cdot 1 & 1\cdot 3 + (-5)\cdot(-2) & 1\cdot 6 + (-5)\cdot 3 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}.$$

Зауваження 1.2.52

Добуток двох матриць не завжди існує, а саме: добуток матриць розмірності $m \times n$ на матрицю розмірності $k \times p$ існує тоді і тільки тоді, коли $n = k$. Разом з цим добуток двох квадратних матриць одного й того ж порядку завжди існує.

Для обчислення добутку матриць використовується також зручне правило множення "*рядок на стовпець*". Воно базується на понятті добутку рядка однієї матриці на стовпець іншої.
Нехай маємо дві матриць $A_{m\times n}$ та $B_{n\times p}$. Під добутком i-го рядка матриці A на j-й стовпчик матриці B розуміють число

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj}.$$

Тоді *добутком матриці* $A_{m\times n}$ на матрицю $B_{n\times p}$ є матриця C розмірності $m \times p$, кожний елемент c_{ij} якої дорівнює добутку i-го рядка матриці A на j-й стовпчик матриці B.
Наприклад,

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\cdot4 + 3\cdot1 & 2\cdot3 + 3\cdot(-2) & 2\cdot6 + 3\cdot3 \\ 1\cdot4 + (-5)\cdot1 & 1\cdot3 + (-5)\cdot(-2) & 1\cdot6 + (-5)\cdot3 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}.$$

Зауваження 1.2.52

Добуток двох матриць не завжди існує, а саме: добуток матриць розмірності $m \times n$ на матрицю розмірності $k \times p$ існує тоді і тільки тоді, коли $n = k$. Разом з цим добуток двох квадратних матриць одного й того ж порядку завжди існує.

Для обчислення добутку матриць використовується також зручне правило множення "*рядок на стовпець*". Воно базується на понятті добутку рядка однієї матриці на стовпець іншої.
Нехай маємо дві матриць $A_{m\times n}$ та $B_{n\times p}$. Під добутком i-го рядка матриці A на j-й стовпчик матриці B розуміють число

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj}.$$

Тоді *добутком матриці* $A_{m\times n}$ на матрицю $B_{n\times p}$ є матриця C розмірності $m \times p$, кожний елемент c_{ij} якої дорівнює добутку i-го рядка матриці A на j-й стовпчик матриці B.
Наприклад,

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\cdot 4 + 3\cdot 1 & 2\cdot 3 + 3\cdot(-2) & 2\cdot 6 + 3\cdot 3 \\ 1\cdot 4 + (-5)\cdot 1 & 1\cdot 3 + (-5)\cdot(-2) & 1\cdot 6 + (-5)\cdot 3 \end{bmatrix} =$$
$$= \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}.$$

Лема 1.2.53

Нехай дано матриці $A \in M_{m\times n}$, $B \in M_{n\times p}$ і вектор $\vec{x} \in \mathbb{R}^p$. Тоді
$$A \cdot (B\vec{x}) = (AB)\vec{x}.$$

Доведення. Нехай $B = \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_n \end{bmatrix}$ і $\vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$. Тоді маємо

$$\begin{aligned} A \cdot (B\vec{x}) &= A \cdot (x_1\vec{b}_1 + x_2\vec{b}_2 + \cdots + x_p\vec{b}_p) = \\ &= A(x_1\vec{b}_1) + A(x_2\vec{b}_2) + \cdots + A(x_p\vec{b}_p) = \\ &= x_1(A\vec{b}_1) + x_2(A\vec{b}_2) + \cdots + x_p(A\vec{b}_p) = \\ &= (A\vec{b}_1)x_1 + (A\vec{b}_2)x_2 + \cdots + (A\vec{b}_p)x_p = \\ &= \begin{bmatrix} A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \cdots & A\vec{b}_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \\ &= (AB)\vec{x}, \end{aligned}$$

що і потрібно було довести. □

Лема 1.2.53

Нехай дано матриці $A \in M_{m\times n}$, $B \in M_{n\times p}$ і вектор $\vec{x} \in \mathbb{R}^p$. Тоді
$$A \cdot (B\vec{x}) = (AB)\vec{x}.$$

Доведення. Нехай $B = \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_n \end{bmatrix}$ і $\vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$. Тоді маємо

$$\begin{aligned} A \cdot (B\vec{x}) &= A \cdot (x_1\vec{b}_1 + x_2\vec{b}_2 + \cdots + x_p\vec{b}_p) = \\ &= A(x_1\vec{b}_1) + A(x_2\vec{b}_2) + \cdots + A(x_p\vec{b}_p) = \\ &= x_1(A\vec{b}_1) + x_2(A\vec{b}_2) + \cdots + x_p(A\vec{b}_p) = \\ &= (A\vec{b}_1)x_1 + (A\vec{b}_2)x_2 + \cdots + (A\vec{b}_p)x_p = \\ &= \begin{bmatrix} A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \cdots & A\vec{b}_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \\ &= (AB)\vec{x}, \end{aligned}$$

що і потрібно було довести.

Лема 1.2.53

Нехай дано матриці $A \in M_{m\times n}$, $B \in M_{n\times p}$ і вектор $\vec{x} \in \mathbb{R}^p$. Тоді
$$A \cdot (B\vec{x}) = (AB)\vec{x}.$$

Доведення. Нехай $B = \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_n \end{bmatrix}$ і $\vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$. Тоді маємо

$$\begin{aligned}
A \cdot (B\vec{x}) &= A \cdot (x_1\vec{b}_1 + x_2\vec{b}_2 + \cdots + x_p\vec{b}_p) = \\
&= A(x_1\vec{b}_1) + A(x_2\vec{b}_2) + \cdots + A(x_p\vec{b}_p) = \\
&= x_1(A\vec{b}_1) + x_2(A\vec{b}_2) + \cdots + x_p(A\vec{b}_p) = \\
&= (A\vec{b}_1)x_1 + (A\vec{b}_2)x_2 + \cdots + (A\vec{b}_p)x_p = \\
&= \begin{bmatrix} A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \cdots & A\vec{b}_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \\
&= (AB)\vec{x},
\end{aligned}$$

що і потрібно було довести. ∎

Лема 1.2.53

Нехай дано матриці $A \in M_{m\times n}$, $B \in M_{n\times p}$ і вектор $\vec{x} \in \mathbb{R}^p$. Тоді
$$A \cdot (B\vec{x}) = (AB)\vec{x}.$$

Доведення. Нехай $B = \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_n \end{bmatrix}$ і $\vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$. Тоді маємо

$$\begin{aligned} A \cdot (B\vec{x}) &= A \cdot (x_1\vec{b}_1 + x_2\vec{b}_2 + \cdots + x_p\vec{b}_p) = \\ &= A(x_1\vec{b}_1) + A(x_2\vec{b}_2) + \cdots + A(x_p\vec{b}_p) = \\ &= x_1(A\vec{b}_1) + x_2(A\vec{b}_2) + \cdots + x_p(A\vec{b}_p) = \\ &= (A\vec{b}_1)x_1 + (A\vec{b}_2)x_2 + \cdots + (A\vec{b}_p)x_p = \\ &= \begin{bmatrix} A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \cdots & A\vec{b}_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \\ &= (AB)\vec{x}, \end{aligned}$$

що і потрібно було довести. ∎

Лема 1.2.53

Нехай дано матриці $A \in M_{m\times n}$, $B \in M_{n\times p}$ і вектор $\vec{x} \in \mathbb{R}^p$. Тоді
$$A\cdot(B\vec{x}) = (AB)\vec{x}.$$

Доведення. Нехай $B = \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_n \end{bmatrix}$ і $\vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$. Тоді маємо

$$\begin{aligned}
A\cdot(B\vec{x}) &= A\cdot(x_1\vec{b}_1 + x_2\vec{b}_2 + \cdots + x_p\vec{b}_p) = \\
&= A(x_1\vec{b}_1) + A(x_2\vec{b}_2) + \cdots + A(x_p\vec{b}_p) = \\
&= x_1(A\vec{b}_1) + x_2(A\vec{b}_2) + \cdots + x_p(A\vec{b}_p) = \\
&= (A\vec{b}_1)x_1 + (A\vec{b}_2)x_2 + \cdots + (A\vec{b}_p)x_p = \\
&= \begin{bmatrix} A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \cdots & A\vec{b}_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \\
&= (AB)\vec{x},
\end{aligned}$$

що і потрібно було довести. ∎

Лема 1.2.53

Нехай дано матриці $A \in M_{m\times n}$, $B \in M_{n\times p}$ і вектор $\vec{x} \in \mathbb{R}^p$. Тоді
$$A \cdot (B\vec{x}) = (AB)\vec{x}.$$

Доведення. Нехай $B = \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_n \end{bmatrix}$ і $\vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$. Тоді маємо

$$\begin{aligned} A \cdot (B\vec{x}) &= A \cdot (x_1\vec{b}_1 + x_2\vec{b}_2 + \cdots + x_p\vec{b}_p) = \\ &= A(x_1\vec{b}_1) + A(x_2\vec{b}_2) + \cdots + A(x_p\vec{b}_p) = \\ &= x_1(A\vec{b}_1) + x_2(A\vec{b}_2) + \cdots + x_p(A\vec{b}_p) = \\ &= (A\vec{b}_1)x_1 + (A\vec{b}_2)x_2 + \cdots + (A\vec{b}_p)x_p = \\ &= \begin{bmatrix} A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \cdots & A\vec{b}_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \\ &= (AB)\vec{x}, \end{aligned}$$

що і потрібно було довести. ∎

Лема 1.2.53

Нехай дано матриці $A \in M_{m\times n}$, $B \in M_{n\times p}$ і вектор $\vec{x} \in \mathbb{R}^p$. Тоді
$$A \cdot (B\vec{x}) = (AB)\vec{x}.$$

Доведення. Нехай $B = \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_n \end{bmatrix}$ і $\vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$. Тоді маємо

$$\begin{aligned} A \cdot (B\vec{x}) &= A \cdot (x_1\vec{b}_1 + x_2\vec{b}_2 + \cdots + x_p\vec{b}_p) = \\ &= A(x_1\vec{b}_1) + A(x_2\vec{b}_2) + \cdots + A(x_p\vec{b}_p) = \\ &= x_1(A\vec{b}_1) + x_2(A\vec{b}_2) + \cdots + x_p(A\vec{b}_p) = \\ &= (A\vec{b}_1)x_1 + (A\vec{b}_2)x_2 + \cdots + (A\vec{b}_p)x_p = \\ &= \begin{bmatrix} A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \cdots & A\vec{b}_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \\ &= (AB)\vec{x}, \end{aligned}$$

що і потрібно було довести. ■

Лема 1.2.53

Нехай дано матриці $A \in M_{m\times n}$, $B \in M_{n\times p}$ і вектор $\vec{x} \in \mathbb{R}^p$. Тоді
$$A \cdot (B\vec{x}) = (AB)\vec{x}.$$

Доведення. Нехай $B = \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_n \end{bmatrix}$ і $\vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$. Тоді маємо

$$\begin{aligned} A \cdot (B\vec{x}) &= A \cdot (x_1\vec{b}_1 + x_2\vec{b}_2 + \cdots + x_p\vec{b}_p) = \\ &= A(x_1\vec{b}_1) + A(x_2\vec{b}_2) + \cdots + A(x_p\vec{b}_p) = \\ &= x_1(A\vec{b}_1) + x_2(A\vec{b}_2) + \cdots + x_p(A\vec{b}_p) = \\ &= (A\vec{b}_1)x_1 + (A\vec{b}_2)x_2 + \cdots + (A\vec{b}_p)x_p = \\ &= \begin{bmatrix} A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \cdots & A\vec{b}_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \\ &= (AB)\vec{x}, \end{aligned}$$

що і потрібно було довести.

Лема 1.2.53

Нехай дано матриці $A \in M_{m\times n}$, $B \in M_{n\times p}$ і вектор $\vec{x} \in \mathbb{R}^p$. Тоді
$$A \cdot (B\vec{x}) = (AB)\vec{x}.$$

Доведення. Нехай $B = \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_n \end{bmatrix}$ і $\vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$. Тоді маємо

$$\begin{aligned} A \cdot (B\vec{x}) &= A \cdot (x_1\vec{b}_1 + x_2\vec{b}_2 + \cdots + x_p\vec{b}_p) = \\ &= A(x_1\vec{b}_1) + A(x_2\vec{b}_2) + \cdots + A(x_p\vec{b}_p) = \\ &= x_1(A\vec{b}_1) + x_2(A\vec{b}_2) + \cdots + x_p(A\vec{b}_p) = \\ &= (A\vec{b}_1)x_1 + (A\vec{b}_2)x_2 + \cdots + (A\vec{b}_p)x_p = \\ &= \begin{bmatrix} A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \cdots & A\vec{b}_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \\ &= (AB)\vec{x}, \end{aligned}$$

що і потрібно було довести.

Лема 1.2.53

Нехай дано матриці $A \in M_{m\times n}$, $B \in M_{n\times p}$ і вектор $\vec{x} \in \mathbb{R}^p$. Тоді
$$A\cdot(B\vec{x}) = (AB)\vec{x}.$$

Доведення. Нехай $B = \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_n \end{bmatrix}$ і $\vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$. Тоді маємо

$$\begin{aligned} A\cdot(B\vec{x}) &= A\cdot(x_1\vec{b}_1 + x_2\vec{b}_2 + \cdots + x_p\vec{b}_p) = \\ &= A(x_1\vec{b}_1) + A(x_2\vec{b}_2) + \cdots + A(x_p\vec{b}_p) = \\ &= x_1(A\vec{b}_1) + x_2(A\vec{b}_2) + \cdots + x_p(A\vec{b}_p) = \\ &= (A\vec{b}_1)x_1 + (A\vec{b}_2)x_2 + \cdots + (A\vec{b}_p)x_p = \\ &= \begin{bmatrix} A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \cdots & A\vec{b}_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \\ &= (AB)\vec{x}, \end{aligned}$$

що і потрібно було довести. ∎

Лема 1.2.53

Нехай дано матриці $A \in M_{m\times n}$, $B \in M_{n\times p}$ і вектор $\vec{x} \in \mathbb{R}^p$. Тоді
$$A \cdot (B\vec{x}) = (AB)\vec{x}.$$

Доведення. Нехай $B = \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_n \end{bmatrix}$ і $\vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$. Тоді маємо

$$\begin{aligned} A \cdot (B\vec{x}) &= A \cdot (x_1\vec{b}_1 + x_2\vec{b}_2 + \cdots + x_p\vec{b}_p) = \\ &= A(x_1\vec{b}_1) + A(x_2\vec{b}_2) + \cdots + A(x_p\vec{b}_p) = \\ &= x_1(A\vec{b}_1) + x_2(A\vec{b}_2) + \cdots + x_p(A\vec{b}_p) = \\ &= (A\vec{b}_1)x_1 + (A\vec{b}_2)x_2 + \cdots + (A\vec{b}_p)x_p = \\ &= \begin{bmatrix} A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \cdots & A\vec{b}_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \\ &= (AB)\vec{x}, \end{aligned}$$

що і потрібно було довести.

Лема 1.2.53

Нехай дано матриці $A \in M_{m\times n}$, $B \in M_{n\times p}$ і вектор $\vec{x} \in \mathbb{R}^p$. Тоді
$$A \cdot (B\vec{x}) = (AB)\vec{x}.$$

Доведення. Нехай $B = \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_n \end{bmatrix}$ і $\vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$. Тоді маємо

$$\begin{aligned} A \cdot (B\vec{x}) &= A \cdot (x_1\vec{b}_1 + x_2\vec{b}_2 + \cdots + x_p\vec{b}_p) = \\ &= A(x_1\vec{b}_1) + A(x_2\vec{b}_2) + \cdots + A(x_p\vec{b}_p) = \\ &= x_1(A\vec{b}_1) + x_2(A\vec{b}_2) + \cdots + x_p(A\vec{b}_p) = \\ &= (A\vec{b}_1)x_1 + (A\vec{b}_2)x_2 + \cdots + (A\vec{b}_p)x_p = \\ &= \begin{bmatrix} A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \cdots & A\vec{b}_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \\ &= (AB)\vec{x}, \end{aligned}$$

що і потрібно було довести. ■

Теорема 1.2.54

Нехай A, B, C — матриці таких розмірів, для яких визначені операції, що наведені нижче; $\alpha \in \mathbb{R}$. Тоді:

1) $(AB)C = A(BC)$ (асоціативність множення матриць);
2) $A(B + C) = AB + AC$ (ліва дистрибутивність множення матриць стосовно операції додавання матриць);
3) $(A + B)C = AC + BC$ (права дистрибутивність множення матриць стосовно операції додавання матриць);
4) $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$.

Доведення. 1. Нехай маємо три матриці $A = A_{m\times n}$, $B = B_{n\times p}$ та $C = C_{p\times q} = \begin{bmatrix} \vec{c}_1 & \vec{c}_2 & \cdots & \vec{c}_q \end{bmatrix}$. Тоді за означенням добутку двох матриць (означення 1.2.50) маємо, що

$$B \cdot C = \begin{bmatrix} B\vec{c}_1 & B\vec{c}_2 & \cdots & B\vec{c}_q \end{bmatrix}.$$

Враховуючи лему 1.2.53, отримуємо:

$$\begin{aligned}(AB)C &= A\begin{bmatrix} B\vec{c}_1 & B\vec{c}_2 & \cdots & B\vec{c}_q \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} A(B\vec{c}_1) & A(B\vec{c}_2) & \cdots & A(B\vec{c}_q) \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} (AB)\vec{c}_1 & (AB)\vec{c}_2 & \cdots & (AB)\vec{c}_q \end{bmatrix} = \\ &= (AB)C.\end{aligned}$$

Теорема 1.2.54

Нехай A, B, C — матриці таких розмірів, для яких визначені операції, що наведені нижче; $\alpha \in \mathbb{R}$. Тоді:

1) $(AB)C = A(BC)$ (асоціативність множення матриць);
2) $A(B + C) = AB + AC$ (ліва дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
3) $(A + B)C = AC + BC$ (права дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
4) $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$.

Доведення. 1. Нехай маємо три матриці $A = A_{m\times n}$, $B = B_{n\times p}$ та $C = C_{p\times q} = \begin{bmatrix} \vec{c}_1 & \vec{c}_2 & \cdots & \vec{c}_q \end{bmatrix}$. Тоді за означенням добутку двох матриць (означення 1.2.50) маємо, що

$$B \cdot C = \begin{bmatrix} B\vec{c}_1 & B\vec{c}_2 & \cdots & B\vec{c}_q \end{bmatrix}.$$

Враховуючи лему 1.2.53, отримуємо:

$$\begin{aligned}(AB)C &= A\begin{bmatrix} B\vec{c}_1 & B\vec{c}_2 & \cdots & B\vec{c}_q \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} A(B\vec{c}_1) & A(B\vec{c}_2) & \cdots & A(B\vec{c}_q) \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} (AB)\vec{c}_1 & (AB)\vec{c}_2 & \cdots & (AB)\vec{c}_q \end{bmatrix} = \\ &= (AB)C.\end{aligned}$$

Теорема 1.2.54

Нехай A, B, C — матриці таких розмірів, для яких визначені операції, що наведені нижче; $\alpha \in \mathbb{R}$. Тоді:

1) $(AB)C = A(BC)$ (асоціативність множення матриць);
2) $A(B+C) = AB + AC$ (ліва дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
3) $(A+B)C = AC + BC$ (права дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
4) $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$.

Доведення. 1. Нехай маємо три матриці $A = A_{m\times n}$, $B = B_{n\times p}$ та $C = C_{p\times q} = \begin{bmatrix}\vec{c}_1 & \vec{c}_2 & \cdots & \vec{c}_q\end{bmatrix}$. Тоді за означенням добутку двох матриць (означення 1.2.50) маємо, що

$$B\cdot C = \begin{bmatrix}B\vec{c}_1 & B\vec{c}_2 & \cdots & B\vec{c}_q\end{bmatrix}.$$

Враховуючи лему 1.2.53, отримуємо:

$$\begin{aligned}(AB)C &= A\begin{bmatrix}B\vec{c}_1 & B\vec{c}_2 & \cdots & B\vec{c}_q\end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix}A(B\vec{c}_1) & A(B\vec{c}_2) & \cdots & A(B\vec{c}_q)\end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix}(AB)\vec{c}_1 & (AB)\vec{c}_2 & \cdots & (AB)\vec{c}_q\end{bmatrix} = \\ &= (AB)C.\end{aligned}$$

Теорема 1.2.54

Нехай A, B, C — матриці таких розмірів, для яких визначені операції, що наведені нижче; $\alpha \in \mathbb{R}$. Тоді:

1) $(AB)C = A(BC)$ (асоціативність множення матриць);
2) $A(B + C) = AB + AC$ (ліва дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
3) $(A + B)C = AC + BC$ (права дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
4) $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$.

Доведення. 1. Нехай маємо три матриці $A = A_{m\times n}$, $B = B_{n\times p}$ та $C = C_{p\times q} = \begin{bmatrix} \vec{c}_1 & \vec{c}_2 & \cdots & \vec{c}_q \end{bmatrix}$. Тоді за означенням добутку двох матриць (означення 1.2.50) маємо, що

$$B \cdot C = \begin{bmatrix} B\vec{c}_1 & B\vec{c}_2 & \cdots & B\vec{c}_q \end{bmatrix}.$$

Враховуючи лему 1.2.53, отримуємо:

$$\begin{aligned}(AB)C = A\begin{bmatrix} B\vec{c}_1 & B\vec{c}_2 & \cdots & B\vec{c}_q \end{bmatrix} &= \\ = \begin{bmatrix} A(B\vec{c}_1) & A(B\vec{c}_2) & \cdots & A(B\vec{c}_q) \end{bmatrix} &= \\ = \begin{bmatrix} (AB)\vec{c}_1 & (AB)\vec{c}_2 & \cdots & (AB)\vec{c}_q \end{bmatrix} &= \\ = (AB)C.\end{aligned}$$

Лінійні операції над матрицями

Теорема 1.2.54

Нехай A, B, C — матриці таких розмірів, для яких визначені операції, що наведені нижче; $\alpha \in \mathbb{R}$. Тоді:

1) $(AB)C = A(BC)$ (асоціативність множення матриць);
2) $A(B + C) = AB + AC$ (ліва дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
3) $(A + B)C = AC + BC$ (права дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
4) $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$.

Доведення. 1. Нехай маємо три матриці $A = A_{m\times n}$, $B = B_{n\times p}$ та $C = C_{p\times q} = \begin{bmatrix} \vec{c}_1 & \vec{c}_2 & \cdots & \vec{c}_q \end{bmatrix}$. Тоді за означенням добутку двох матриць (означення 1.2.50) маємо, що

$$B \cdot C = \begin{bmatrix} B\vec{c}_1 & B\vec{c}_2 & \cdots & B\vec{c}_q \end{bmatrix}.$$

Враховуючи лему 1.2.53, отримуємо:

$$\begin{aligned}(AB)C &= A\begin{bmatrix} B\vec{c}_1 & B\vec{c}_2 & \cdots & B\vec{c}_q \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} A(B\vec{c}_1) & A(B\vec{c}_2) & \cdots & A(B\vec{c}_q) \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} (AB)\vec{c}_1 & (AB)\vec{c}_2 & \cdots & (AB)\vec{c}_q \end{bmatrix} = \\ &= (AB)C.\end{aligned}$$

Теорема 1.2.54

Нехай A, B, C — матриці таких розмірів, для яких визначені операції, що наведені нижче; $\alpha \in \mathbb{R}$. Тоді:

1) $(AB)C = A(BC)$ (асоціативність множення матриць);
2) $A(B + C) = AB + AC$ (ліва дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
3) $(A + B)C = AC + BC$ (права дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
4) $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$.

Доведення. 1. Нехай маємо три матриці $A = A_{m\times n}$, $B = B_{n\times p}$ та $C = C_{p\times q} = \begin{bmatrix} \vec{c}_1 & \vec{c}_2 & \cdots & \vec{c}_q \end{bmatrix}$. Тоді за означенням добутку двох матриць (означення 1.2.50) маємо, що

$$B \cdot C = \begin{bmatrix} B\vec{c}_1 & B\vec{c}_2 & \cdots & B\vec{c}_q \end{bmatrix}.$$

Враховуючи лему 1.2.53, отримуємо:

$$\begin{aligned}(AB)C &= A\begin{bmatrix} B\vec{c}_1 & B\vec{c}_2 & \cdots & B\vec{c}_q \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} A(B\vec{c}_1) & A(B\vec{c}_2) & \cdots & A(B\vec{c}_q) \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} (AB)\vec{c}_1 & (AB)\vec{c}_2 & \cdots & (AB)\vec{c}_q \end{bmatrix} = \\ &= (AB)C.\end{aligned}$$

Теорема 1.2.54

Нехай A, B, C — матриці таких розмірів, для яких визначені операції, що наведені нижче; $\alpha \in \mathbb{R}$. Тоді:

1) $(AB)C = A(BC)$ (асоціативність множення матриць);
2) $A(B+C) = AB + AC$ (ліва дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
3) $(A+B)C = AC + BC$ (права дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
4) $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$.

Доведення. 1. Нехай маємо три матриці $A = A_{m\times n}$, $B = B_{n\times p}$ та $C = C_{p\times q} = \begin{bmatrix} \vec{c}_1 & \vec{c}_2 & \cdots & \vec{c}_q \end{bmatrix}$. Тоді за означенням добутку двох матриць (означення 1.2.50) маємо, що

$$B \cdot C = \begin{bmatrix} B\vec{c}_1 & B\vec{c}_2 & \cdots & B\vec{c}_q \end{bmatrix}.$$

Враховуючи лему 1.2.53, отримуємо:

$$\begin{aligned}(AB)C &= A\begin{bmatrix} B\vec{c}_1 & B\vec{c}_2 & \cdots & B\vec{c}_q \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} A(B\vec{c}_1) & A(B\vec{c}_2) & \cdots & A(B\vec{c}_q) \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} (AB)\vec{c}_1 & (AB)\vec{c}_2 & \cdots & (AB)\vec{c}_q \end{bmatrix} = \\ &= (AB)C.\end{aligned}$$

Теорема 1.2.54

Нехай A, B, C — матриці таких розмірів, для яких визначені операції, що наведені нижче; $\alpha \in \mathbb{R}$. Тоді:

1) $(AB)C = A(BC)$ (асоціативність множення матриць);
2) $A(B+C) = AB + AC$ (ліва дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
3) $(A+B)C = AC + BC$ (права дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
4) $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$.

Доведення. 1. Нехай маємо три матриці $A = A_{m\times n}$, $B = B_{n\times p}$ та $C = C_{p\times q} = \begin{bmatrix} \vec{c}_1 & \vec{c}_2 & \cdots & \vec{c}_q \end{bmatrix}$. Тоді за означенням добутку двох матриць (означення 1.2.50) маємо, що

$$B \cdot C = \begin{bmatrix} B\vec{c}_1 & B\vec{c}_2 & \cdots & B\vec{c}_q \end{bmatrix}.$$

Враховуючи лему 1.2.53, отримуємо:

$$\begin{aligned}(AB)C &= A\begin{bmatrix} B\vec{c}_1 & B\vec{c}_2 & \cdots & B\vec{c}_q \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} A(B\vec{c}_1) & A(B\vec{c}_2) & \cdots & A(B\vec{c}_q) \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} (AB)\vec{c}_1 & (AB)\vec{c}_2 & \cdots & (AB)\vec{c}_q \end{bmatrix} = \\ &= (AB)C.\end{aligned}$$

Теорема 1.2.54

Нехай A, B, C — матриці таких розмірів, для яких визначені операції, що наведені нижче; $\alpha \in \mathbb{R}$. Тоді:

1) $(AB)C = A(BC)$ (асоціативність множення матриць);
2) $A(B+C) = AB + AC$ (ліва дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
3) $(A+B)C = AC + BC$ (права дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
4) $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$.

Доведення. 1. Нехай маємо три матриці $A = A_{m\times n}$, $B = B_{n\times p}$ та $C = C_{p\times q} = \begin{bmatrix} \vec{c}_1 & \vec{c}_2 & \cdots & \vec{c}_q \end{bmatrix}$. Тоді за означенням добутку двох матриць (означення 1.2.50) маємо, що

$$B \cdot C = \begin{bmatrix} B\vec{c}_1 & B\vec{c}_2 & \cdots & B\vec{c}_q \end{bmatrix}.$$

Враховуючи лему 1.2.53, отримуємо:

$$\begin{aligned}(AB)C &= A\begin{bmatrix} B\vec{c}_1 & B\vec{c}_2 & \cdots & B\vec{c}_q \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} A(B\vec{c}_1) & A(B\vec{c}_2) & \cdots & A(B\vec{c}_q) \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} (AB)\vec{c}_1 & (AB)\vec{c}_2 & \cdots & (AB)\vec{c}_q \end{bmatrix} = \\ &= (AB)C.\end{aligned}$$

Теорема 1.2.54

Нехай A, B, C — матриці таких розмірів, для яких визначені операції, що наведені нижче; $\alpha \in \mathbb{R}$. Тоді:

1) $(AB)C = A(BC)$ (асоціативність множення матриць);
2) $A(B + C) = AB + AC$ (ліва дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
3) $(A + B)C = AC + BC$ (права дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
4) $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$.

Доведення. 1. Нехай маємо три матриці $A = A_{m\times n}$, $B = B_{n\times p}$ та $C = C_{p\times q} = \begin{bmatrix} \vec{c}_1 & \vec{c}_2 & \cdots & \vec{c}_q \end{bmatrix}$. Тоді за означенням добутку двох матриць (означення 1.2.50) маємо, що

$$B \cdot C = \begin{bmatrix} B\vec{c}_1 & B\vec{c}_2 & \cdots & B\vec{c}_q \end{bmatrix}.$$

Враховуючи лему 1.2.53, отримуємо:

$$\begin{aligned}(AB)C &= A\begin{bmatrix} B\vec{c}_1 & B\vec{c}_2 & \cdots & B\vec{c}_q \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} A(B\vec{c}_1) & A(B\vec{c}_2) & \cdots & A(B\vec{c}_q) \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} (AB)\vec{c}_1 & (AB)\vec{c}_2 & \cdots & (AB)\vec{c}_q \end{bmatrix} = \\ &= (AB)C.\end{aligned}$$

Теорема 1.2.54

Нехай A, B, C — матриці таких розмірів, для яких визначені операції, що наведені нижче; $\alpha \in \mathbb{R}$. Тоді:

1) $(AB)C = A(BC)$ (асоціативність множення матриць);
2) $A(B + C) = AB + AC$ (ліва дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
3) $(A + B)C = AC + BC$ (права дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
4) $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$.

Доведення. 1. Нехай маємо три матриці $A = A_{m\times n}$, $B = B_{n\times p}$ та $C = C_{p\times q} = \begin{bmatrix} \vec{c}_1 & \vec{c}_2 & \cdots & \vec{c}_q \end{bmatrix}$. Тоді за означенням добутку двох матриць (означення 1.2.50) маємо, що

$$B \cdot C = \begin{bmatrix} B\vec{c}_1 & B\vec{c}_2 & \cdots & B\vec{c}_q \end{bmatrix}.$$

Враховуючи лему 1.2.53, отримуємо:

$$\begin{aligned}(AB)C &= A\begin{bmatrix} B\vec{c}_1 & B\vec{c}_2 & \cdots & B\vec{c}_q \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} A(B\vec{c}_1) & A(B\vec{c}_2) & \cdots & A(B\vec{c}_q) \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} (AB)\vec{c}_1 & (AB)\vec{c}_2 & \cdots & (AB)\vec{c}_q \end{bmatrix} = \\ &= (AB)C.\end{aligned}$$

Теорема 1.2.54

Нехай A, B, C — матриці таких розмірів, для яких визначені операції, що наведені нижче; $\alpha \in \mathbb{R}$. Тоді:

1) $(AB)C = A(BC)$ (асоціативність множення матриць);
2) $A(B+C) = AB + AC$ (ліва дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
3) $(A+B)C = AC + BC$ (права дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
4) $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$.

Доведення. 1. Нехай маємо три матриці $A = A_{m\times n}$, $B = B_{n\times p}$ та $C = C_{p\times q} = \begin{bmatrix} \vec{c}_1 & \vec{c}_2 & \cdots & \vec{c}_q \end{bmatrix}$. Тоді за означенням добутку двох матриць (означення 1.2.50) маємо, що

$$B \cdot C = \begin{bmatrix} B\vec{c}_1 & B\vec{c}_2 & \cdots & B\vec{c}_q \end{bmatrix}.$$

Враховуючи лему 1.2.53, отримуємо:

$$\begin{aligned}(AB)C &= A\begin{bmatrix} B\vec{c}_1 & B\vec{c}_2 & \cdots & B\vec{c}_q \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} A(B\vec{c}_1) & A(B\vec{c}_2) & \cdots & A(B\vec{c}_q) \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} (AB)\vec{c}_1 & (AB)\vec{c}_2 & \cdots & (AB)\vec{c}_q \end{bmatrix} = \\ &= (AB)C.\end{aligned}$$

Теорема 1.2.54

Нехай A, B, C — матриці таких розмірів, для яких визначені операції, що наведені нижче; $\alpha \in \mathbb{R}$. Тоді:

1) $(AB)C = A(BC)$ (асоціативність множення матриць);
2) $A(B + C) = AB + AC$ (ліва дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
3) $(A + B)C = AC + BC$ (права дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
4) $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$.

Доведення. 1. Нехай маємо три матриці $A = A_{m\times n}$, $B = B_{n\times p}$ та $C = C_{p\times q} = \begin{bmatrix} \vec{c}_1 & \vec{c}_2 & \cdots & \vec{c}_q \end{bmatrix}$. Тоді за означенням добутку двох матриць (означення 1.2.50) маємо, що

$$B \cdot C = \begin{bmatrix} B\vec{c}_1 & B\vec{c}_2 & \cdots & B\vec{c}_q \end{bmatrix}.$$

Враховуючи лему 1.2.53, отримуємо:

$$\begin{aligned}
(AB)C = A\begin{bmatrix} B\vec{c}_1 & B\vec{c}_2 & \cdots & B\vec{c}_q \end{bmatrix} &= \\
= \begin{bmatrix} A(B\vec{c}_1) & A(B\vec{c}_2) & \cdots & A(B\vec{c}_q) \end{bmatrix} &= \\
= \begin{bmatrix} (AB)\vec{c}_1 & (AB)\vec{c}_2 & \cdots & (AB)\vec{c}_q \end{bmatrix} &= \\
= (AB)C.
\end{aligned}$$

Теорема 1.2.54

Нехай A, B, C — матриці таких розмірів, для яких визначені операції, що наведені нижче; $\alpha \in \mathbb{R}$. Тоді:

1) $(AB)C = A(BC)$ (асоціативність множення матриць);
2) $A(B+C) = AB + AC$ (ліва дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
3) $(A+B)C = AC + BC$ (права дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
4) $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$.

Доведення. 1. Нехай маємо три матриці $A = A_{m\times n}$, $B = B_{n\times p}$ та $C = C_{p\times q} = \begin{bmatrix} \vec{c}_1 & \vec{c}_2 & \cdots & \vec{c}_q \end{bmatrix}$. Тоді за означенням добутку двох матриць (означення 1.2.50) маємо, що

$$B \cdot C = \begin{bmatrix} B\vec{c}_1 & B\vec{c}_2 & \cdots & B\vec{c}_q \end{bmatrix}.$$

Враховуючи лему 1.2.53, отримуємо:

$$\begin{aligned}(AB)C &= A\begin{bmatrix} B\vec{c}_1 & B\vec{c}_2 & \cdots & B\vec{c}_q \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} A(B\vec{c}_1) & A(B\vec{c}_2) & \cdots & A(B\vec{c}_q) \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} (AB)\vec{c}_1 & (AB)\vec{c}_2 & \cdots & (AB)\vec{c}_q \end{bmatrix} = \\ &= (AB)C.\end{aligned}$$

Теорема 1.2.54

Нехай A, B, C — матриці таких розмірів, для яких визначені операції, що наведені нижче; $\alpha \in \mathbb{R}$. Тоді:

1) $(AB)C = A(BC)$ (асоціативність множення матриць);
2) $A(B+C) = AB + AC$ (ліва дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
3) $(A+B)C = AC + BC$ (права дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
4) $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$.

Доведення. 1. Нехай маємо три матриці $A = A_{m\times n}$, $B = B_{n\times p}$ та $C = C_{p\times q} = \begin{bmatrix} \vec{c}_1 & \vec{c}_2 & \cdots & \vec{c}_q \end{bmatrix}$. Тоді за означенням добутку двох матриць (означення 1.2.50) маємо, що

$$B \cdot C = \begin{bmatrix} B\vec{c}_1 & B\vec{c}_2 & \cdots & B\vec{c}_q \end{bmatrix}.$$

Враховуючи лему 1.2.53, отримуємо:

$$\begin{aligned}(AB)C &= A\begin{bmatrix} B\vec{c}_1 & B\vec{c}_2 & \cdots & B\vec{c}_q \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} A(B\vec{c}_1) & A(B\vec{c}_2) & \cdots & A(B\vec{c}_q) \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} (AB)\vec{c}_1 & (AB)\vec{c}_2 & \cdots & (AB)\vec{c}_q \end{bmatrix} = \\ &= (AB)C.\end{aligned}$$

Теорема 1.2.54

Нехай A, B, C — матриці таких розмірів, для яких визначені операції, що наведені нижче; $\alpha \in \mathbb{R}$. Тоді:

1) $(AB)C = A(BC)$ (асоціативність множення матриць);
2) $A(B+C) = AB + AC$ (ліва дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
3) $(A+B)C = AC + BC$ (права дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
4) $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$.

Доведення. 1. Нехай маємо три матриці $A = A_{m\times n}$, $B = B_{n\times p}$ та $C = C_{p\times q} = \begin{bmatrix}\vec{c}_1 & \vec{c}_2 & \cdots & \vec{c}_q\end{bmatrix}$. Тоді за означенням добутку двох матриць (означення 1.2.50) маємо, що

$$B \cdot C = \begin{bmatrix}B\vec{c}_1 & B\vec{c}_2 & \cdots & B\vec{c}_q\end{bmatrix}.$$

Враховуючи лему 1.2.53, отримуємо:

$$\begin{aligned}(AB)C &= A\begin{bmatrix}B\vec{c}_1 & B\vec{c}_2 & \cdots & B\vec{c}_q\end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix}A(B\vec{c}_1) & A(B\vec{c}_2) & \cdots & A(B\vec{c}_q)\end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix}(AB)\vec{c}_1 & (AB)\vec{c}_2 & \cdots & (AB)\vec{c}_q\end{bmatrix} = \\ &= (AB)C.\end{aligned}$$

Теорема 1.2.54

Нехай A, B, C — матриці таких розмірів, для яких визначені операції, що наведені нижче; $\alpha \in \mathbb{R}$. Тоді:

1) $(AB)C = A(BC)$ (асоціативність множення матриць);
2) $A(B+C) = AB + AC$ (ліва дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
3) $(A+B)C = AC + BC$ (права дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
4) $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$.

Доведення. 1. Нехай маємо три матриці $A = A_{m\times n}$, $B = B_{n\times p}$ та $C = C_{p\times q} = \begin{bmatrix} \vec{c}_1 & \vec{c}_2 & \cdots & \vec{c}_q \end{bmatrix}$. Тоді за означенням добутку двох матриць (означення 1.2.50) маємо, що

$$B \cdot C = \begin{bmatrix} B\vec{c}_1 & B\vec{c}_2 & \cdots & B\vec{c}_q \end{bmatrix}.$$

Враховуючи лему 1.2.53, отримуємо:

$$\begin{aligned}
(AB)C &= A\begin{bmatrix} B\vec{c}_1 & B\vec{c}_2 & \cdots & B\vec{c}_q \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} A(B\vec{c}_1) & A(B\vec{c}_2) & \cdots & A(B\vec{c}_q) \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} (AB)\vec{c}_1 & (AB)\vec{c}_2 & \cdots & (AB)\vec{c}_q \end{bmatrix} = \\
&= (AB)C.
\end{aligned}$$

2. Нехай маємо три матриці $A = A_{m\times n}$, $B = B_{n\times p} = \left[\vec{b}_1 \quad \vec{b}_2 \quad \cdots \quad \vec{b}_p\right]$ і $C = C_{n\times p} = \left[\vec{c}_1 \quad \vec{c}_2 \quad \cdots \quad \vec{c}_p\right]$. Тоді використовуючи означення 1.2.50 множення матриць і властивості множення матриці на вектор, знаходимо:

$$
\begin{aligned}
A(B+C) &= A\left[\vec{b}_1+\vec{c}_1 \quad \vec{b}_2+\vec{c}_2 \quad \cdots \quad \vec{b}_p+\vec{c}_p\right] \\
&= \left[A(\vec{b}_1+\vec{c}_1) \quad A(\vec{b}_2+\vec{c}_2) \quad \cdots \quad A(\vec{b}_p+\vec{c}_p)\right] = \\
&= \left[A\vec{b}_1+A\vec{c}_1 \quad A\vec{b}_2+A\vec{c}_2 \quad \cdots \quad A\vec{b}_p+A\vec{c}_p\right] = \\
&= \left[A\vec{b}_1 \quad A\vec{b}_2 \quad \cdots \quad A\vec{b}_p\right] + \left[A\vec{c}_1 \quad A\vec{c}_2 \quad \cdots \quad A\vec{c}_p\right] = \\
&= AB + AC.
\end{aligned}
$$

2. Нехай маємо три матриці $A = A_{m\times n}$, $B = B_{n\times p} = \begin{bmatrix}\vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_p\end{bmatrix}$ і $C = C_{n\times p} = \begin{bmatrix}\vec{c}_1 & \vec{c}_2 & \cdots & \vec{c}_p\end{bmatrix}$. Тоді використовуючи означення 1.2.50 множення матриць і властивості множення матриці на вектор, знаходимо:

$$\begin{aligned}
A(B+C) &= A\begin{bmatrix}\vec{b}_1+\vec{c}_1 & \vec{b}_2+\vec{c}_2 & \cdots & \vec{b}_p+\vec{c}_p\end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix}A(\vec{b}_1+\vec{c}_1) & A(\vec{b}_2+\vec{c}_2) & \cdots & A(\vec{b}_p+\vec{c}_p)\end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix}A\vec{b}_1+A\vec{c}_1 & A\vec{b}_2+A\vec{c}_2 & \cdots & A\vec{b}_p+A\vec{c}_p\end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix}A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \cdots & A\vec{b}_p\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}A\vec{c}_1 & A\vec{c}_2 & \cdots & A\vec{c}_p\end{bmatrix} = \\
&= AB + AC.
\end{aligned}$$

2. Нехай маємо три матриці $A = A_{m\times n}$, $B = B_{n\times p} = \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_p \end{bmatrix}$ і $C = C_{n\times p} = \begin{bmatrix} \vec{c}_1 & \vec{c}_2 & \cdots & \vec{c}_p \end{bmatrix}$. Тоді використовуючи означення 1.2.50 множення матриць і властивості множення матриці на вектор, знаходимо:

$$\begin{aligned} A(B+C) &= A\begin{bmatrix} \vec{b}_1+\vec{c}_1 & \vec{b}_2+\vec{c}_2 & \cdots & \vec{b}_p+\vec{c}_p \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} A(\vec{b}_1+\vec{c}_1) & A(\vec{b}_2+\vec{c}_2) & \cdots & A(\vec{b}_p+\vec{c}_p) \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} A\vec{b}_1+A\vec{c}_1 & A\vec{b}_2+A\vec{c}_2 & \cdots & A\vec{b}_p+A\vec{c}_p \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \cdots & A\vec{b}_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A\vec{c}_1 & A\vec{c}_2 & \cdots & A\vec{c}_p \end{bmatrix} = \\ &= AB + AC. \end{aligned}$$

2. Нехай маємо три матриці $A = A_{m\times n}$, $B = B_{n\times p} = \begin{bmatrix}\vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_p\end{bmatrix}$ і $C = C_{n\times p} = \begin{bmatrix}\vec{c}_1 & \vec{c}_2 & \cdots & \vec{c}_p\end{bmatrix}$. Тоді використовуючи означення 1.2.50 множення матриць і властивості множення матриці на вектор, знаходимо:

$$\begin{aligned} A(B+C) &= A\begin{bmatrix}\vec{b}_1+\vec{c}_1 & \vec{b}_2+\vec{c}_2 & \cdots & \vec{b}_p+\vec{c}_p\end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix}A(\vec{b}_1+\vec{c}_1) & A(\vec{b}_2+\vec{c}_2) & \cdots & A(\vec{b}_p+\vec{c}_p)\end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix}A\vec{b}_1+A\vec{c}_1 & A\vec{b}_2+A\vec{c}_2 & \cdots & A\vec{b}_p+A\vec{c}_p\end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix}A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \cdots & A\vec{b}_p\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}A\vec{c}_1 & A\vec{c}_2 & \cdots & A\vec{c}_p\end{bmatrix} = \\ &= AB+AC. \end{aligned}$$

2. Нехай маємо три матриці $A = A_{m\times n}$, $B = B_{n\times p} = \begin{bmatrix}\vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_p\end{bmatrix}$ і $C = C_{n\times p} = \begin{bmatrix}\vec{c}_1 & \vec{c}_2 & \cdots & \vec{c}_p\end{bmatrix}$. Тоді використовуючи означення 1.2.50 множення матриць і властивості множення матриці на вектор, знаходимо:

$$\begin{aligned}
A(B+C) &= A\begin{bmatrix}\vec{b}_1+\vec{c}_1 & \vec{b}_2+\vec{c}_2 & \cdots & \vec{b}_p+\vec{c}_p\end{bmatrix}\\
&= \begin{bmatrix}A(\vec{b}_1+\vec{c}_1) & A(\vec{b}_2+\vec{c}_2) & \cdots & A(\vec{b}_p+\vec{c}_p)\end{bmatrix} =\\
&= \begin{bmatrix}A\vec{b}_1+A\vec{c}_1 & A\vec{b}_2+A\vec{c}_2 & \cdots & A\vec{b}_p+A\vec{c}_p\end{bmatrix} =\\
&= \begin{bmatrix}A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \cdots & A\vec{b}_p\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}A\vec{c}_1 & A\vec{c}_2 & \cdots & A\vec{c}_p\end{bmatrix} =\\
&= AB + AC.
\end{aligned}$$

3. Нехай матриці $A, B \in M_{m\times n}$ і матриця $C \in M_{n\times p}$. Легко перевірити, що матриці $(A+B)C$ і $AC+BC$ мають однакові розміри $n\times p$. Доведемо тепер, що відповідні елементи цих матриць однакові. Елемент i-го рядка та j-го стовпчика матриці $(A+B)C$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^{n}(a_{ik}+b_{ik})c_{kj},$$

а елемент i-го рядка та j-го стовпчика матриці $AC+BC$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^{n}a_{ik}c_{kj}+\sum_{k=1}^{n}b_{ik}c_{kj},$$

тобто вони однакові, що і треба було довести.

3. Нехай матриці $A, B \in M_{m\times n}$ і матриця $C \in M_{n\times p}$. Легко перевірити, що матриці $(A+B)C$ і $AC+BC$ мають однакові розміри $n \times p$. Доведемо тепер, що відповідні елементи цих матриць однакові. Елемент i-го рядка та j-го стовпчика матриці $(A+B)C$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^{n}(a_{ik}+b_{ik})c_{kj},$$

а елемент i-го рядка та j-го стовпчика матриці $AC+BC$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^{n}a_{ik}c_{kj}+\sum_{k=1}^{n}b_{ik}c_{kj},$$

тобто вони однакові, що і треба було довести.

3. Нехай матриці $A, B \in M_{m\times n}$ і матриця $C \in M_{n\times p}$. Легко перевірити, що матриці $(A+B)C$ і $AC+BC$ мають однакові розміри $n \times p$. Доведемо тепер, що відповідні елементи цих матриць однакові. Елемент i-го рядка та j-го стовпчика матриці $(A+B)C$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^{n}(a_{ik}+b_{ik})c_{kj},$$

а елемент i-го рядка та j-го стовпчика матриці $AC+BC$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^{n}a_{ik}c_{kj}+\sum_{k=1}^{n}b_{ik}c_{kj},$$

тобто вони однакові, що і треба було довести.

3. Нехай матриці $A, B \in M_{m\times n}$ і матриця $C \in M_{n\times p}$. Легко перевірити, що матриці $(A+B)C$ і $AC+BC$ мають однакові розміри $n \times p$. Доведемо тепер, що відповідні елементи цих матриць однакові. Елемент i-го рядка та j-го стовпчика матриці $(A+B)C$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^{n}(a_{ik}+b_{ik})c_{kj},$$

а елемент i-го рядка та j-го стовпчика матриці $AC+BC$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^{n}a_{ik}c_{kj}+\sum_{k=1}^{n}b_{ik}c_{kj},$$

тобто вони однакові, що і треба було довести.

3. Нехай матриці $A, B \in M_{m\times n}$ і матриця $C \in M_{n\times p}$. Легко перевірити, що матриці $(A+B)C$ і $AC+BC$ мають однакові розміри $n \times p$. Доведемо тепер, що відповідні елементи цих матриць однакові. Елемент i-го рядка та j-го стовпчика матриці $(A+B)C$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^{n}(a_{ik}+b_{ik})c_{kj},$$

а елемент i-го рядка та j-го стовпчика матриці $AC+BC$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^{n}a_{ik}c_{kj}+\sum_{k=1}^{n}b_{ik}c_{kj},$$

тобто вони однакові, що і треба було довести.

3. Нехай матриці $A, B \in M_{m\times n}$ і матриця $C \in M_{n\times p}$. Легко перевірити, що матриці $(A+B)C$ і $AC+BC$ мають однакові розміри $n \times p$. Доведемо тепер, що відповідні елементи цих матриць однакові. Елемент i-го рядка та j-го стовпчика матриці $(A+B)C$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^{n}(a_{ik}+b_{ik})c_{kj},$$

а елемент i-го рядка та j-го стовпчика матриці $AC+BC$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^{n}a_{ik}c_{kj}+\sum_{k=1}^{n}b_{ik}c_{kj},$$

тобто вони однакові, що і треба було довести.

3. Нехай матриці $A, B \in M_{m\times n}$ і матриця $C \in M_{n\times p}$. Легко перевірити, що матриці $(A+B)C$ і $AC+BC$ мають однакові розміри $n \times p$. Доведемо тепер, що відповідні елементи цих матриць однакові. Елемент i-го рядка та j-го стовпчика матриці $(A+B)C$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^{n}(a_{ik}+b_{ik})c_{kj},$$

а елемент i-го рядка та j-го стовпчика матриці $AC+BC$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^{n}a_{ik}c_{kj}+\sum_{k=1}^{n}b_{ik}c_{kj},$$

тобто вони однакові, що і треба було довести.

3. Нехай матриці $A, B \in M_{m\times n}$ і матриця $C \in M_{n\times p}$. Легко перевірити, що матриці $(A+B)C$ і $AC+BC$ мають однакові розміри $n\times p$. Доведемо тепер, що відповідні елементи цих матриць однакові. Елемент i-го рядка та j-го стовпчика матриці $(A+B)C$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^{n}(a_{ik}+b_{ik})c_{kj},$$

а елемент i-го рядка та j-го стовпчика матриці $AC+BC$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^{n}a_{ik}c_{kj}+\sum_{k=1}^{n}b_{ik}c_{kj},$$

тобто вони однакові, що і треба було довести.

3. Нехай матриці $A, B \in M_{m\times n}$ і матриця $C \in M_{n\times p}$. Легко перевірити, що матриці $(A+B)C$ і $AC+BC$ мають однакові розміри $n\times p$. Доведемо тепер, що відповідні елементи цих матриць однакові. Елемент i-го рядка та j-го стовпчика матриці $(A+B)C$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^{n}(a_{ik}+b_{ik})c_{kj},$$

а елемент i-го рядка та j-го стовпчика матриці $AC+BC$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^{n}a_{ik}c_{kj}+\sum_{k=1}^{n}b_{ik}c_{kj},$$

тобто вони однакові, що і треба було довести.

3. Нехай матриці $A, B \in M_{m\times n}$ і матриця $C \in M_{n\times p}$. Легко перевірити, що матриці $(A+B)C$ і $AC+BC$ мають однакові розміри $n \times p$. Доведемо тепер, що відповідні елементи цих матриць однакові. Елемент i-го рядка та j-го стовпчика матриці $(A+B)C$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^{n}(a_{ik}+b_{ik})c_{kj},$$

а елемент i-го рядка та j-го стовпчика матриці $AC+BC$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^{n}a_{ik}c_{kj}+\sum_{k=1}^{n}b_{ik}c_{kj},$$

тобто вони однакові, що і треба було довести.

Лінійні операції над матрицями

4. Нехай дано матриці $A_{m\times n} = [a_{ij}]$ і $B_{n\times p} = [b_{ij}]$ і число $\alpha \in \mathbb{R}$. Очевидно, що матриці $\alpha(AB)$, $(\alpha A)B$ і $A(\alpha B)$ є однакових розмірів. Розглянемо елементи i-го рядка та j-го стовпчика цих матриць:

$$(\alpha(AB))_{ij} = \alpha \cdot \sum_{k=1}^{n} a_{ik}b_{kj};$$

$$((\alpha A)B)_{ij} = \sum_{k=1}^{n} (\alpha a_{ik})b_{kj};$$

$$(A(\alpha B))_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}(\alpha b_{kj}).$$

Очевидно, вони однакові, а, отже, усі вказані матриці рівні.

Це і завершує доведення тверджень теореми. ■

4. Нехай дано матриці $A_{m\times n}=[a_{ij}]$ і $B_{n\times p}=[b_{ij}]$ і число $\alpha\in\mathbb{R}$. Очевидно, що матриці $\alpha(AB)$, $(\alpha A)B$ і $A(\alpha B)$ є однакових розмірів. Розглянемо елементи i-го рядка та j-го стовпчика цих матриць:

$$(\alpha(AB))_{ij}=\alpha\cdot\sum_{k=1}^{n}a_{ik}b_{kj};$$

$$((\alpha A)B)_{ij}=\sum_{k=1}^{n}(\alpha a_{ik})b_{kj};$$

$$(A(\alpha B))_{ij}=\sum_{k=1}^{n}a_{ik}(\alpha b_{kj}).$$

Очевидно, вони однакові, а, отже, усі вказані матриці рівні.

Це і завершує доведення тверджень теореми. ∎

4. Нехай дано матриці $A_{m\times n} = [a_{ij}]$ і $B_{n\times p} = [b_{ij}]$ і число $\alpha \in \mathbb{R}$.
Очевидно, що матриці $\alpha(AB)$, $(\alpha A)B$ і $A(\alpha B)$ є однакових розмірів.
Розглянемо елементи i-го рядка та j-го стовпчика цих матриць:

$$(\alpha(AB))_{ij} = \alpha \cdot \sum_{k=1}^{n} a_{ik}b_{kj};$$

$$((\alpha A)B)_{ij} = \sum_{k=1}^{n} (\alpha a_{ik})b_{kj};$$

$$(A(\alpha B))_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}(\alpha b_{kj}).$$

Очевидно, вони однакові, а, отже, усі вказані матриці рівні.

Це і завершує доведення тверджень теореми. ■

4. Нехай дано матриці $A_{m\times n}=[a_{ij}]$ і $B_{n\times p}=[b_{ij}]$ і число $\alpha\in\mathbb{R}$.
Очевидно, що матриці $\alpha(AB)$, $(\alpha A)B$ і $A(\alpha B)$ є однакових розмірів.
Розглянемо елементи i-го рядка та j-го стовпчика цих матриць:

$$(\alpha(AB))_{ij}=\alpha\cdot\sum_{k=1}^{n}a_{ik}b_{kj};$$

$$((\alpha A)B)_{ij}=\sum_{k=1}^{n}(\alpha a_{ik})b_{kj};$$

$$(A(\alpha B))_{ij}=\sum_{k=1}^{n}a_{ik}(\alpha b_{kj}).$$

Очевидно, вони однакові, а, отже, усі вказані матриці рівні.

Це і завершує доведення тверджень теореми. ■

4. Нехай дано матриці $A_{m\times n}=[a_{ij}]$ і $B_{n\times p}=[b_{ij}]$ і число $\alpha\in\mathbb{R}$. Очевидно, що матриці $\alpha(AB)$, $(\alpha A)B$ і $A(\alpha B)$ є однакових розмірів. Розглянемо елементи i-го рядка та j-го стовпчика цих матриць:

$$(\alpha(AB))_{ij}=\alpha\cdot\sum_{k=1}^{n}a_{ik}b_{kj};$$

$$((\alpha A)B)_{ij}=\sum_{k=1}^{n}(\alpha a_{ik})b_{kj};$$

$$(A(\alpha B))_{ij}=\sum_{k=1}^{n}a_{ik}(\alpha b_{kj}).$$

Очевидно, вони однакові, а, отже, усі вказані матриці рівні.

Це і завершує доведення тверджень теореми. ■

4. Нехай дано матриці $A_{m\times n}=[a_{ij}]$ і $B_{n\times p}=[b_{ij}]$ і число $\alpha\in\mathbb{R}$. Очевидно, що матриці $\alpha(AB)$, $(\alpha A)B$ і $A(\alpha B)$ є однакових розмірів. Розглянемо елементи i-го рядка та j-го стовпчика цих матриць:

$$(\alpha(AB))_{ij}=\alpha\cdot\sum_{k=1}^{n}a_{ik}b_{kj};$$

$$((\alpha A)B)_{ij}=\sum_{k=1}^{n}(\alpha a_{ik})b_{kj};$$

$$(A(\alpha B))_{ij}=\sum_{k=1}^{n}a_{ik}(\alpha b_{kj}).$$

Очевидно, вони однакові, а, отже, усі вказані матриці рівні.

Це і завершує доведення тверджень теореми. ■

4. Нехай дано матриці $A_{m\times n} = [a_{ij}]$ і $B_{n\times p} = [b_{ij}]$ і число $\alpha \in \mathbb{R}$. Очевидно, що матриці $\alpha(AB)$, $(\alpha A)B$ і $A(\alpha B)$ є однакових розмірів. Розглянемо елементи i-го рядка та j-го стовпчика цих матриць:

$$(\alpha(AB))_{ij} = \alpha \cdot \sum_{k=1}^{n} a_{ik}b_{kj};$$

$$((\alpha A)B)_{ij} = \sum_{k=1}^{n} (\alpha a_{ik})b_{kj};$$

$$(A(\alpha B))_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}(\alpha b_{kj}).$$

Очевидно, вони однакові, а, отже, усі вказані матриці рівні.

Це і завершує доведення тверджень теореми.

4. Нехай дано матриці $A_{m\times n} = [a_{ij}]$ і $B_{n\times p} = [b_{ij}]$ і число $\alpha \in \mathbb{R}$. Очевидно, що матриці $\alpha(AB)$, $(\alpha A)B$ і $A(\alpha B)$ є однакових розмірів. Розглянемо елементи i-го рядка та j-го стовпчика цих матриць:

$$(\alpha(AB))_{ij} = \alpha \cdot \sum_{k=1}^{n} a_{ik}b_{kj};$$

$$((\alpha A)B)_{ij} = \sum_{k=1}^{n} (\alpha a_{ik})b_{kj};$$

$$(A(\alpha B))_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}(\alpha b_{kj}).$$

Очевидно, вони однакові, а, отже, усі вказані матриці рівні.

Це і завершує доведення тверджень теореми. ∎

4. Нехай дано матриці $A_{m\times n} = [a_{ij}]$ і $B_{n\times p} = [b_{ij}]$ і число $\alpha \in \mathbb{R}$. Очевидно, що матриці $\alpha(AB)$, $(\alpha A)B$ і $A(\alpha B)$ є однакових розмірів. Розглянемо елементи i-го рядка та j-го стовпчика цих матриць:

$$(\alpha(AB))_{ij} = \alpha \cdot \sum_{k=1}^{n} a_{ik} b_{kj};$$

$$((\alpha A)B)_{ij} = \sum_{k=1}^{n} (\alpha a_{ik}) b_{kj};$$

$$(A(\alpha B))_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} (\alpha b_{kj}).$$

Очевидно, вони однакові, а, отже, усі вказані матриці рівні.

Це і завершує доведення тверджень теореми. ■

Зауваження 1.2.55

Про матриці варто запам'ятати таке:

- взагалі кажучи, $AB \neq BA$;
- матричне множення не допускає скорочень: якщо $AC = BC$ (або $CA = CB$), то це не означає, що $A = B$;
- якщо добуток матриць AB є нульовою матрицею, то не можна стверджувати, що $A = 0$ або $B = 0$.

Матрицю A можна помножити саму на себе лише тоді, коли ця матриця квадратна. Натуральний степінь k матриці A розуміють як

$$A^k = \underbrace{A \cdot A \cdot \ldots \cdot A}_{k \text{ множників}}.$$

Зауваження 1.2.55

Про матриці варто запам'ятати таке:

- взагалі кажучи, $AB \neq BA$;
- матричне множення не допускає скорочень: якщо $AC = BC$ (або $CA = CB$), то це не означає, що $A = B$;
- якщо добуток матриць AB є нульовою матрицею, то не можна стверджувати, що $A = 0$ або $B = 0$.

Матрицю A можна помножити саму на себе лише тоді, коли ця матриця квадратна. Натуральний степінь k матриці A розуміють як

$$A^k = \underbrace{A \cdot A \cdot \ldots \cdot A}_{k \text{ множників}}.$$

Лінійні операції над матрицями

Зауваження 1.2.55

Про матриці варто запам'ятати таке:

- взагалі кажучи, $AB \neq BA$;
- матричне множення не допускає скорочень: якщо $AC = BC$ (або $CA = CB$), то це не означає, що $A = B$;
- якщо добуток матриць AB є нульовою матрицею, то не можна стверджувати, що $A = 0$ або $B = 0$.

Матрицю A можна помножити саму на себе лише тоді, коли ця матриця квадратна. Натуральний степінь k матриці A розуміють як

$$A^k = \underbrace{A \cdot A \cdot \ldots \cdot A}_{k \text{ множників}}.$$

Зауваження 1.2.55

Про матриці варто запам'ятати таке:

- взагалі кажучи, $AB \neq BA$;
- матричне множення не допускає скорочень: якщо $AC = BC$ (або $CA = CB$), то це не означає, що $A = B$;
- якщо добуток матриць AB є нульовою матрицею, то не можна стверджувати, що $A = 0$ або $B = 0$.

Матрицю A можна помножити саму на себе лише тоді, коли ця матриця квадратна. Натуральний степінь k матриці A розуміють як

$$A^k = \underbrace{A \cdot A \cdot \ldots \cdot A}_{k \text{ множників}}.$$

Зауваження 1.2.55

Про матриці варто запам'ятати таке:

- взагалі кажучи, $AB \neq BA$;
- матричне множення не допускає скорочень: якщо $AC = BC$ (або $CA = CB$), то це не означає, що $A = B$;
- якщо добуток матриць AB є нульовою матрицею, то не можна стверджувати, що $A = 0$ або $B = 0$.

Матрицю A можна помножити саму на себе лише тоді, коли ця матриця квадратна. Натуральний степінь k матриці A розуміють як

$$A^k = \underbrace{A \cdot A \cdot \ldots \cdot A}_{k \text{ множників}}.$$

Зауваження 1.2.55

Про матриці варто запам'ятати таке:

- взагалі кажучи, $AB \neq BA$;
- матричне множення не допускає скорочень: якщо $AC = BC$ (або $CA = CB$), то це не означає, що $A = B$;
- якщо добуток матриць AB є нульовою матрицею, то не можна стверджувати, що $A = 0$ або $B = 0$.

Матрицю A можна помножити саму на себе лише тоді, коли ця матриця квадратна. Натуральний степінь k матриці A розуміють як

$$A^k = \underbrace{A \cdot A \cdot \ldots \cdot A}_{k \text{ множників}}.$$

Зауваження 1.2.55

Про матриці варто запам'ятати таке:

- взагалі кажучи, $AB \neq BA$;
- матричне множення не допускає скорочень: якщо $AC = BC$ (або $CA = CB$), то це не означає, що $A = B$;
- якщо добуток матриць AB є нульовою матрицею, то не можна стверджувати, що $A = 0$ або $B = 0$.

Матрицю A можна помножити саму на себе лише тоді, коли ця матриця квадратна. Натуральний степінь k матриці A розуміють як

$$A^k = \underbrace{A \cdot A \cdot \ldots \cdot A}_{k \text{ множників}}.$$

Зауваження 1.2.55

Про матриці варто запам'ятати таке:

- взагалі кажучи, $AB \neq BA$;
- матричне множення не допускає скорочень: якщо $AC = BC$ (або $CA = CB$), то це не означає, що $A = B$;
- якщо добуток матриць AB є нульовою матрицею, то не можна стверджувати, що $A = 0$ або $B = 0$.

Матрицю A можна помножити саму на себе лише тоді, коли ця матриця квадратна. Натуральний степінь k матриці A розуміють як

$$A^k = \underbrace{A \cdot A \cdot \ldots \cdot A}_{k \text{ множників}}.$$

Зауваження 1.2.55

Про матриці варто запам'ятати таке:

- взагалі кажучи, $AB \neq BA$;
- матричне множення не допускає скорочень: якщо $AC = BC$ (або $CA = CB$), то це не означає, що $A = B$;
- якщо добуток матриць AB є нульовою матрицею, то не можна стверджувати, що $A = 0$ або $B = 0$.

Матрицю A можна помножити саму на себе лише тоді, коли ця матриця квадратна. Натуральний степінь k матриці A розуміють як

$$A^k = \underbrace{A \cdot A \cdot \ldots \cdot A}_{k \text{ множників}}.$$

Зауваження 1.2.55

Про матриці варто запам'ятати таке:

- взагалі кажучи, $AB \neq BA$;
- матричне множення не допускає скорочень: якщо $AC = BC$ (або $CA = CB$), то це не означає, що $A = B$;
- якщо добуток матриць AB є нульовою матрицею, то не можна стверджувати, що $A = 0$ або $B = 0$.

Матрицю A можна помножити саму на себе лише тоді, коли ця матриця квадратна. Натуральний степінь k матриці A розуміють як

$$A^k = \underbrace{A \cdot A \cdot \ldots \cdot A}_{k \text{ множників}}.$$

Дякую за увагу!