

Обчислювальна геометрія і алгебра

Олег Гутік



Лекція 6: Матриці. Дії над матрицями

До цього моменту ми використовували матриці для спрощеного запису систем лінійних рівнянь. У цій та подальших лекціях матриці розглядатимуться як математичні об'єкти, а множина всіх матриць буде наділена структурою шляхом введення на ній операцій додавання матриць, множення матриці на число та множення матриць. Доцільність таких означень буде зрозумілою з подальших лекцій, де ми побачимо як матриці будуть виконувати роль зручного представлення одного типу відображень. Виявиться, що вони слугують не просто інструментом для зручного запису та подання інформації, а насправді представляють певний тип функцій, що відображають одні вектори в інші. Теорія матриць має численні застосування.

До цього моменту ми використовували матриці для спрощеного запису систем лінійних рівнянь. У цій та подальших лекціях матриці розглядатимуться як математичні об'єкти, а множина всіх матриць буде наділена структурою шляхом введення на ній операцій додавання матриць, множення матриці на число та множення матриць. Доцільність таких означень буде зрозумілою з подальших лекцій, де ми побачимо як матриці будуть виконувати роль зручного представлення одного типу відображень. Виявиться, що вони слугують не просто інструментом для зручного запису та подання інформації, а насправді представляють певний тип функцій, що відображають одні вектори в інші. Теорія матриць має численні застосування.

До цього моменту ми використовували матриці для спрощеного запису систем лінійних рівнянь. У цій та подальших лекціях матриці розглядатимуться як математичні об'єкти, а множина всіх матриць буде наділена структурою шляхом введення на ній операцій додавання матриць, множення матриці на число та множення матриць. Доцільність таких означень буде зрозумілою з подальших лекцій, де ми побачимо як матриці будуть виконувати роль зручного представлення одного типу відображень. Виявиться, що вони слугують не просто інструментом для зручного запису та подання інформації, а насправді представляють певний тип функцій, що відображають одні вектори в інші. Теорія матриць має численні застосування.

До цього моменту ми використовували матриці для спрощеного запису систем лінійних рівнянь. У цій та подальших лекціях матриці розглядатимуться як математичні об'єкти, а множина всіх матриць буде наділена структурою шляхом введення на ній операцій додавання матриць, множення матриці на число та множення матриць. Доцільність таких означень буде зрозумілою з подальших лекцій, де ми побачимо як матриці будуть виконувати роль зручного представлення одного типу відображень. Виявиться, що вони слугують не просто інструментом для зручного запису та подання інформації, а насправді представляють певний тип функцій, що відображають одні вектори в інші. Теорія матриць має численні застосування.

До цього моменту ми використовували матриці для спрощеного запису систем лінійних рівнянь. У цій та подальших лекціях матриці розглядатимуться як математичні об'єкти, а множина всіх матриць буде наділена структурою шляхом введення на ній операцій додавання матриць, множення матриці на число та множення матриць. Доцільність таких означень буде зрозумілою з подальших лекцій, де ми побачимо як матриці будуть виконувати роль зручного представлення одного типу відображень. Виявиться, що вони слугують не просто інструментом для зручного запису та подання інформації, а насправді представляють певний тип функцій, що відображають одні вектори в інші. Теорія матриць має численні застосування.

До цього моменту ми використовували матриці для спрощеного запису систем лінійних рівнянь. У цій та подальших лекціях матриці розглядатимуться як математичні об'єкти, а множина всіх матриць буде наділена структурою шляхом введення на ній операцій додавання матриць, множення матриці на число та множення матриць. Доцільність таких означень буде зрозумілою з подальших лекцій, де ми побачимо як матриці будуть виконувати роль зручного представлення одного типу відображень. Виявиться, що вони слугують не просто інструментом для зручного запису та подання інформації, а насправді представляють певний тип функцій, що відображають одні вектори в інші. Теорія матриць має численні застосування.

До цього моменту ми використовували матриці для спрощеного запису систем лінійних рівнянь. У цій та подальших лекціях матриці розглядатимуться як математичні об'єкти, а множина всіх матриць буде наділена структурою шляхом введення на ній операцій додавання матриць, множення матриці на число та множення матриць. Доцільність таких означень буде зрозумілою з подальших лекцій, де ми побачимо як матриці будуть виконувати роль зручного представлення одного типу відображень. Виявиться, що вони слугують не просто інструментом для зручного запису та подання інформації, а насправді представляють певний тип функцій, що відображають одні вектори в інші. Теорія матриць має численні застосування.

До цього моменту ми використовували матриці для спрощеного запису систем лінійних рівнянь. У цій та подальших лекціях матриці розглядатимуться як математичні об'єкти, а множина всіх матриць буде наділена структурою шляхом введення на ній операцій додавання матриць, множення матриці на число та множення матриць. Доцільність таких означень буде зрозумілою з подальших лекцій, де ми побачимо як матриці будуть виконувати роль зручного представлення одного типу відображень. Виявиться, що вони слугують не просто інструментом для зручного запису та подання інформації, а насправді представляють певний тип функцій, що відображають одні вектори в інші. Теорія матриць має численні застосування.

До цього моменту ми використовували матриці для спрощеного запису систем лінійних рівнянь. У цій та подальших лекціях матриці розглядатимуться як математичні об'єкти, а множина всіх матриць буде наділена структурою шляхом введення на ній операцій додавання матриць, множення матриці на число та множення матриць. Доцільність таких означень буде зрозумілою з подальших лекцій, де ми побачимо як матриці будуть виконувати роль зручного представлення одного типу відображень. Виявиться, що вони слугують не просто інструментом для зручного запису та подання інформації, а насправді представляють певний тип функцій, що відображають одні вектори в інші. Теорія матриць має численні застосування.

До цього моменту ми використовували матриці для спрощеного запису систем лінійних рівнянь. У цій та подальших лекціях матриці розглядатимуться як математичні об'єкти, а множина всіх матриць буде наділена структурою шляхом введення на ній операцій додавання матриць, множення матриці на число та множення матриць. Доцільність таких означень буде зрозумілою з подальших лекцій, де ми побачимо як матриці будуть виконувати роль зручного представлення одного типу відображень. Виявиться, що вони слугують не просто інструментом для зручного запису та подання інформації, а насправді представляють певний тип функцій, що відображають одні вектори в інші. Теорія матриць має численні застосування.

До цього моменту ми використовували матриці для спрощеного запису систем лінійних рівнянь. У цій та подальших лекціях матриці розглядатимуться як математичні об'єкти, а множина всіх матриць буде наділена структурою шляхом введення на ній операцій додавання матриць, множення матриці на число та множення матриць. Доцільність таких означень буде зрозумілою з подальших лекцій, де ми побачимо як матриці будуть виконувати роль зручного представлення одного типу відображень. Виявиться, що вони слугують не просто інструментом для зручного запису та подання інформації, а насправді представляють певний тип функцій, що відображають одні вектори в інші. Теорія матриць має численні застосування.

До цього моменту ми використовували матриці для спрощеного запису систем лінійних рівнянь. У цій та подальших лекціях матриці розглядатимуться як математичні об'єкти, а множина всіх матриць буде наділена структурою шляхом введення на ній операцій додавання матриць, множення матриці на число та множення матриць. Доцільність таких означень буде зрозумілою з подальших лекцій, де ми побачимо як матриці будуть виконувати роль зручного представлення одного типу відображень. Виявиться, що вони слугують не просто інструментом для зручного запису та подання інформації, а насправді представляють певний тип функцій, що відображають одні вектори в інші. Теорія матриць має численні застосування.

До цього моменту ми використовували матриці для спрощеного запису систем лінійних рівнянь. У цій та подальших лекціях матриці розглядатимуться як математичні об'єкти, а множина всіх матриць буде наділена структурою шляхом введення на ній операцій додавання матриць, множення матриці на число та множення матриць. Доцільність таких означень буде зрозумілою з подальших лекцій, де ми побачимо як матриці будуть виконувати роль зручного представлення одного типу відображень. Виявиться, що вони слугують не просто інструментом для зручного запису та подання інформації, а насправді представляють певний тип функцій, що відображають одні вектори в інші. Теорія матриць має численні застосування.

Матриці. Дії над матрицями

Означення 1.2.44

Матрицею над полем k називається прямокутна таблиця елементів цього поля

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \quad a_{ij} \in k, \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n.$$

Матриці зазвичай позначають великими латинськими літерами. Іноді для того, щоб підкреслити, що матриця A складається з m рядків і n стовпчиків, ми позначатимемо її так: $A_{m \times n}$ або $[a_{ij}]_{m \times n}$. Матрицю з елементами a_{ij} позначають $[a_{ij}]$, а через (a_{ij}) — елемент i -го рядка і j -го стовпця матриці A :

$$A_{m \times n} = [a_{ij}]_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mj} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \leftarrow \begin{array}{c} \boxed{\text{i-й рядок}} \\ \uparrow \\ \boxed{\text{j-й стовчик}} \end{array}$$

Матриці. Дії над матрицями

Означення 1.2.44

Матрицею над полем k називається прямокутна таблиця елементів цього поля

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \quad a_{ij} \in k, \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n.$$

Матриці зазвичай позначають великими латинськими літерами. Іноді для того, щоб підкреслити, що матриця A складається з m рядків і n стовпчиків, ми позначатимемо її так: $A_{m \times n}$ або $[a_{ij}]_{m \times n}$. Матрицю з елементами a_{ij} позначають $[a_{ij}]$, а через (a_{ij}) — елемент i -го рядка і j -го стовпця матриці A :

$$A_{m \times n} = [a_{ij}]_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mj} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \leftarrow \begin{array}{c} \boxed{\text{i-й рядок}} \\ \uparrow \\ \boxed{\text{j-й стовпчик}} \end{array}$$

Матриці. Дії над матрицями

Означення 1.2.44

Матрицею над полем k називається прямокутна таблиця елементів цього поля

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \quad a_{ij} \in k, \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n.$$

Матриці зазвичай позначають великими латинськими літерами. Іноді для того, щоб підкреслити, що матриця A складається з m рядків і n стовпчиків, ми позначатимемо її так: $A_{m \times n}$ або $[a_{ij}]_{m \times n}$. Матрицю з елементами a_{ij} позначають $[a_{ij}]$, а через (a_{ij}) — елемент i -го рядка і j -го стовпця матриці A :

$$A_{m \times n} = [a_{ij}]_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mj} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \leftarrow \begin{array}{c} \boxed{\text{i-й рядок}} \\ \uparrow \\ \boxed{\text{j-й стовпчик}} \end{array}$$

Матриці. Дії над матрицями

Означення 1.2.44

Матрицею над полем k називається прямокутна таблиця елементів цього поля

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \quad a_{ij} \in k, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, m.$$

Матриці зазвичай позначають великими латинськими літерами. Іноді для того, щоб підкреслити, що матриця A складається з m рядків і n стовпчиків, ми позначатимемо її так: $A_{m \times n}$ або $[a_{ij}]_{m \times n}$. Матрицю з елементами a_{ij} позначають $[a_{ij}]$, а через (a_{ij}) — елемент i -го рядка і j -го стовпця матриці A :

$$A_{m \times n} = [a_{ij}]_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mj} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \leftarrow \begin{array}{c} \text{i-й рядок} \\ \text{j-й стовпчик} \end{array}$$

Матриці. Дії над матрицями

Означення 1.2.44

Матрицею над полем k називається прямокутна таблиця елементів цього поля

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \quad a_{ij} \in k, \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n.$$

Матриці зазвичай позначають великими латинськими літерами. Іноді для того, щоб підкреслити, що матриця A складається з m рядків і n стовпчиків, ми позначатимемо її так: $A_{m \times n}$ або $[a_{ij}]_{m \times n}$. Матрицю з елементами a_{ij} позначають $[a_{ij}]$, а через (a_{ij}) — елемент i -го рядка і j -го стовпця матриці A :

$$A_{m \times n} = [a_{ij}]_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mj} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \leftarrow \begin{array}{c} \text{i-й рядок} \\ \text{j-й стовчик} \end{array}$$

Матриці. Дії над матрицями

Означення 1.2.44

Матрицею над полем k називається прямокутна таблиця елементів цього поля

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \quad a_{ij} \in k, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, m.$$

Матриці зазвичай позначають великими латинськими літерами. Іноді для того, щоб підкреслити, що матриця A складається з m рядків і n стовпчиків, ми позначатимемо її так: $A_{m \times n}$ або $[a_{ij}]_{m \times n}$. Матрицю з елементами a_{ij} позначають $[a_{ij}]$, а через (a_{ij}) — елемент i -го рядка і j -го стовпця матриці A :

$$A_{m \times n} = [a_{ij}]_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mj} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \leftarrow \begin{array}{c} \text{i-й рядок} \\ \text{j-й стовчик} \end{array}$$

Матриці. Дії над матрицями

Означення 1.2.44

Матрицею над полем k називається прямокутна таблиця елементів цього поля

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \quad a_{ij} \in k, \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n.$$

Матриці зазвичай позначають великими латинськими літерами. Іноді для того, щоб підкреслити, що матриця A складається з m рядків і n стовпчиків, ми позначатимемо її так: $A_{m \times n}$ або $[a_{ij}]_{m \times n}$. Матрицю з елементами a_{ij} позначають $[a_{ij}]$, а через (a_{ij}) — елемент i -го рядка і j -го стовпця матриці A :

$$A_{m \times n} = [a_{ij}]_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mj} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \leftarrow \begin{array}{c} \text{i-й рядок} \\ \text{j-й стовчик} \end{array}$$

Матриці. Дії над матрицями

Означення 1.2.44

Матрицею над полем k називається прямокутна таблиця елементів цього поля

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \quad a_{ij} \in k, \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n.$$

Матриці зазвичай позначають великими латинськими літерами. Іноді для того, щоб підкреслити, що матриця A складається з m рядків і n стовпчиків, ми позначатимемо її так: $A_{m \times n}$ або $[a_{ij}]_{m \times n}$. Матрицю з елементами a_{ij} позначають $[a_{ij}]$, а через (a_{ij}) — елемент i -го рядка і j -го стовпця матриці A :

$$A_{m \times n} = [a_{ij}]_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mj} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \leftarrow \begin{array}{l} \text{i-й рядок} \\ \text{j-й стовчик} \end{array}$$

Матриці. Дії над матрицями

Означення 1.2.44

Матрицею над полем k називається прямокутна таблиця елементів цього поля

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \quad a_{ij} \in k, \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n.$$

Матриці зазвичай позначають великими латинськими літерами. Іноді для того, щоб підкреслити, що матриця A складається з m рядків і n стовпчиків, ми позначатимемо її так: $A_{m \times n}$ або $[a_{ij}]_{m \times n}$. Матрицю з елементами a_{ij} позначають $[a_{ij}]$, а через (a_{ij}) — елемент i -го рядка і j -го стовпця матриці A :

$$A_{m \times n} = [a_{ij}]_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mj} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \leftarrow \begin{array}{c} \text{i-й рядок} \\ \text{j-й стовчик} \end{array}$$

Матриці. Дії над матрицями

Означення 1.2.44

Матрицею над полем k називається прямокутна таблиця елементів цього поля

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \quad a_{ij} \in k, \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n.$$

Матриці зазвичай позначають великими латинськими літерами. Іноді для того, щоб підкреслити, що матриця A складається з m рядків і n стовпчиків, ми позначатимемо її так: $A_{m \times n}$ або $[a_{ij}]_{m \times n}$. Матрицю з елементами a_{ij} позначають $[a_{ij}]$, а через (a_{ij}) — елемент i -го рядка і j -го стовпця матриці A :

$$A_{m \times n} = [a_{ij}]_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mj} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \leftarrow \begin{array}{|c|} \hline i\text{-й рядок} \\ \hline \end{array}$$

↑
j-й стовчик

Матриці. Дії над матрицями

Дві матриці називаються *рівними*, якщо їх розміри однакові та відповідні елементи однакові.

Якщо окремо не зауважено, то надалі ми розглядатимемо матриць над полем дійсних чисел \mathbb{R} .

Стовпці матриці A є m -вимірними векторами, позначимо їх $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$. Тоді

$$A = [\vec{a}_1 \quad \vec{a}_2 \quad \cdots \quad \vec{a}_n].$$

Якщо $m = n$ (кількість рядків збігається з кількістю стовпців), то така матриця називається *квадратною матрицею порядку n* . набір елементів $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ утворює *головну діагональ*, а набір елементів $a_{n1}, a_{2,n-1}, \dots, a_{1n}$ — *другу діагональ* матриці.

Квадратна матриця, усі елементи якої нижче (вище) від головної діагональ дорівнюють нулю, називають *верхньою (нижньою) трикутною* матрицею:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{23} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Матриці. Дії над матрицями

Дві матриці називаються *рівними*, якщо їх розміри однакові та відповідні елементи однакові.

Якщо окремо не зауважено, то надалі ми розглядатимемо матриць над полем дійсних чисел \mathbb{R} .

Стовпці матриці A є m -вимірними векторами, позначимо їх $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$. Тоді

$$A = [\vec{a}_1 \quad \vec{a}_2 \quad \dots \quad \vec{a}_n].$$

Якщо $m = n$ (кількість рядків збігається з кількістю стовпців), то така матриця називається *квадратною матрицею порядку n* . набір елементів $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ утворює *головну діагональ*, а набір елементів $a_{n1}, a_{2,n-1}, \dots, a_{1n}$ — *другу діагональ* матриці.

Квадратна матриця, усі елементи якої нижче (вище) від головної діагональ дорівнюють нулю, називають *верхньою (нижньою) трикутною* матрицею:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \dots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{23} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Матриці. Дії над матрицями

Дві матриці називаються *рівними*, якщо їх розміри однакові та відповідні елементи однакові.

Якщо окремо не зауважено, то надалі ми розглядатимемо матриць над полем дійсних чисел \mathbb{R} .

Стовпці матриці A є m -вимірними векторами, позначимо їх $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$. Тоді

$$A = [\vec{a}_1 \quad \vec{a}_2 \quad \dots \quad \vec{a}_n].$$

Якщо $m = n$ (кількість рядків збігається з кількістю стовпців), то така матриця називається *квадратною матрицею порядку n* . набір елементів $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ утворює *головну діагональ*, а набір елементів $a_{n1}, a_{2,n-1}, \dots, a_{1n}$ — *другу діагональ* матриці.

Квадратна матриця, усі елементи якої нижче (вище) від головної діагональ дорівнюють нулю, називають *верхньою (нижньою) трикутною* матрицею:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \dots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{23} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Матриці. Дії над матрицями

Дві матриці називаються *рівними*, якщо їх розміри однакові та відповідні елементи однакові.

Якщо окремо не зауважено, то надалі ми розглядатимемо матриць над полем дійсних чисел \mathbb{R} .

Стовпці матриці A є m -вимірними векторами, позначимо їх $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$. Тоді

$$A = [\vec{a}_1 \quad \vec{a}_2 \quad \dots \quad \vec{a}_n].$$

Якщо $m = n$ (кількість рядків збігається з кількістю стовпців), то така матриця називається *квадратною матрицею порядку n* . набір елементів $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ утворює *головну діагональ*, а набір елементів $a_{n1}, a_{2,n-1}, \dots, a_{1n}$ — *другу діагональ* матриці.

Квадратна матриця, усі елементи якої нижче (вище) від головної діагональ дорівнюють нулю, називають *верхньою (нижньою) трикутною* матрицею:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \dots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{23} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Матриці. Дії над матрицями

Дві матриці називаються *рівними*, якщо їх розміри однакові та відповідні елементи однакові.

Якщо окремо не зауважено, то надалі ми розглядатимемо матриць над полем дійсних чисел \mathbb{R} .

Стовпці матриці A є m -вимірними векторами, позначимо їх $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$.
Тоді

$$A = [\vec{a}_1 \quad \vec{a}_2 \quad \dots \quad \vec{a}_n].$$

Якщо $m = n$ (кількість рядків збігається з кількістю стовпців), то така матриця називається *квадратною матрицею порядку n* . Набір елементів $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ утворює *головну діагональ*, а набір елементів $a_{n1}, a_{2,n-1}, \dots, a_{1n}$ — *другу діагональ* матриці.

Квадратна матриця, усі елементи якої нижче (вище) від головної діагональ дорівнюють нулю, називають *верхньою* (*нижньою*) *трикутною* матрицею:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \dots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{23} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Матриці. Дії над матрицями

Дві матриці називаються *рівними*, якщо їх розміри однакові та відповідні елементи однакові.

Якщо окремо не зауважено, то надалі ми розглядатимемо матриць над полем дійсних чисел \mathbb{R} .

Стовпці матриці A є m -вимірними векторами, позначимо їх $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$.
Тоді

$$A = [\vec{a}_1 \quad \vec{a}_2 \quad \cdots \quad \vec{a}_n].$$

Якщо $m = n$ (кількість рядків збігається з кількістю стовпців), то така матриця називається *квадратною матрицею порядку n* . Набір елементів $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ утворює *головну діагональ*, а набір елементів $a_{n1}, a_{2,n-1}, \dots, a_{1n}$ — *другу діагональ* матриці.

Квадратна матриця, усі елементи якої нижче (вище) від головної діагональ дорівнюють нулю, називають *верхньою (нижньою) трикутною* матрицею:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{23} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Матриці. Дії над матрицями

Дві матриці називаються *рівними*, якщо їх розміри однакові та відповідні елементи однакові.

Якщо окремо не зауважено, то надалі ми розглядатимемо матриць над полем дійсних чисел \mathbb{R} .

Стовпці матриці A є m -вимірними векторами, позначимо їх $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$.
Тоді

$$A = [\vec{a}_1 \quad \vec{a}_2 \quad \cdots \quad \vec{a}_n].$$

Якщо $m = n$ (кількість рядків збігається з кількістю стовпців), то така матриця називається *квадратною матрицею порядку n* . Набір елементів $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ утворює *головну діагональ*, а набір елементів $a_{n1}, a_{2,n-1}, \dots, a_{1n}$ — *другу діагональ* матриці.

Квадратна матриця, усі елементи якої нижче (вище) від головної діагональ дорівнюють нулю, називають *верхньою* (*нижньою*) *трикутною* матрицею:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{23} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Матриці. Дії над матрицями

Дві матриці називаються *рівними*, якщо їх розміри однакові та відповідні елементи однакові.

Якщо окремо не зауважено, то надалі ми розглядатимемо матриць над полем дійсних чисел \mathbb{R} .

Стовпці матриці A є m -вимірними векторами, позначимо їх $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$. Тоді

$$A = [\vec{a}_1 \quad \vec{a}_2 \quad \dots \quad \vec{a}_n].$$

Якщо $m = n$ (кількість рядків збігається з кількістю стовпців), то така матриця називається *квадратною матрицею порядку n* . набір елементів $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ утворює *головну діагональ*, а набір елементів $a_{n1}, a_{2,n-1}, \dots, a_{1n}$ — *другу діагональ* матриці.

Квадратна матриця, усі елементи якої нижче (вище) від головної діагональ дорівнюють нулю, називають *верхньою (нижньою) трикутною* матрицею:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \dots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{23} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Матриці. Дії над матрицями

Дві матриці називаються *рівними*, якщо їх розміри однакові та відповідні елементи однакові.

Якщо окремо не зауважено, то надалі ми розглядатимемо матриць над полем дійсних чисел \mathbb{R} .

Стовпці матриці A є m -вимірними векторами, позначимо їх $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$. Тоді

$$A = [\vec{a}_1 \quad \vec{a}_2 \quad \dots \quad \vec{a}_n].$$

Якщо $m = n$ (кількість рядків збігається з кількістю стовпців), то така матриця називається *квадратною матрицею порядку n* . набір елементів $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ утворює *головну діагональ*, а набір елементів $a_{n1}, a_{2,n-1}, \dots, a_{1n}$ — *другу діагональ* матриці.

Квадратна матриця, усі елементи якої нижче (вище) від головної діагональ дорівнюють нулю, називають *верхньою* (*нижньою*) *трикутною* матрицею:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \dots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{23} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Матриці. Дії над матрицями

Дві матриці називаються *рівними*, якщо їх розміри однакові та відповідні елементи однакові.

Якщо окремо не зауважено, то надалі ми розглядатимемо матриць над полем дійсних чисел \mathbb{R} .

Стовпці матриці A є m -вимірними векторами, позначимо їх $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$.
Тоді

$$A = [\vec{a}_1 \quad \vec{a}_2 \quad \dots \quad \vec{a}_n].$$

Якщо $m = n$ (кількість рядків збігається з кількістю стовпців), то така матриця називається *квадратною матрицею порядку n* . Набір елементів $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ утворює *головну діагональ*, а набір елементів $a_{n1}, a_{2,n-1}, \dots, a_{1n}$ — *другу діагональ* матриці.

Квадратна матриця, усі елементи якої нижче (вище) від головної діагональ дорівнюють нулю, називають *верхньою* (*нижньою*) *трикутною* матрицею:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \dots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{23} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Матриці. Дії над матрицями

Дві матриці називаються *рівними*, якщо їх розміри однакові та відповідні елементи однакові.

Якщо окремо не зауважено, то надалі ми розглядатимемо матриць над полем дійсних чисел \mathbb{R} .

Стовпці матриці $A \in m$ -вимірними векторами, позначимо їх $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$. Тоді

$$A = [\vec{a}_1 \quad \vec{a}_2 \quad \dots \quad \vec{a}_n].$$

Якщо $m = n$ (кількість рядків збігається з кількістю стовпців), то така матриця називається *квадратною матрицею порядку n* . Набір елементів $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ утворює *головну діагональ*, а набір елементів $a_{n1}, a_{2,n-1}, \dots, a_{1n}$ — *другу діагональ* матриці.

Квадратна матриця, усі елементи якої нижче (вище) від головної діагональ дорівнюють нулю, називають *верхньою (нижньою) трикутною* матрицею:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \dots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{23} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Матриці. Дії над матрицями

Квадратна матриця, усі елементи якої, крім, можливо, елементів головної діагоналі, дорівнюють нулю, називають *діагональною матрицею*:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Діагональну матрицю з елементами a_{11}, \dots, a_{nn} на головній діагоналі записують так:

$$\text{diag}\{a_{11}, \dots, a_{nn}\}.$$

Квадратна матриця, усі елементи якої, крім, можливо, елементів головної діагоналі, дорівнюють нулю, називають *діагональною матрицею*:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Діагональну матрицю з елементами a_{11}, \dots, a_{nn} на головній діагоналі записують так:

$$\text{diag}\{a_{11}, \dots, a_{nn}\}.$$

Квадратна матриця, усі елементи якої, крім, можливо, елементів головної діагоналі, дорівнюють нулю, називають *діагональною матрицею*:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Діагональну матрицю з елементами a_{11}, \dots, a_{nn} на головній діагоналі записують так:

$$\text{diag}\{a_{11}, \dots, a_{nn}\}.$$

Квадратна матриця, усі елементи якої, крім, можливо, елементів головної діагоналі, дорівнюють нулю, називають *діагональною матрицею*:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Діагональну матрицю з елементами a_{11}, \dots, a_{nn} на головній діагоналі записують так:

$$\text{diag}\{a_{11}, \dots, a_{nn}\}.$$

Квадратна матриця, усі елементи якої, крім, можливо, елементів головної діагоналі, дорівнюють нулю, називають *діагональною матрицею*:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Діагональну матрицю з елементами a_{11}, \dots, a_{nn} на головній діагоналі записують так:

$$\text{diag}\{a_{11}, \dots, a_{nn}\}.$$

Квадратна матриця, усі елементи якої, крім, можливо, елементів головної діагоналі, дорівнюють нулю, називають *діагональною матрицею*:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Діагональну матриця з елементами a_{11}, \dots, a_{nn} на головній діагоналі записують так:

$$\text{diag}\{a_{11}, \dots, a_{nn}\}.$$

Лінійні операції над матрицями

Розглянемо лінійні операції над матрицями.

Означення 1.2.45

Сумою двох $m \times n$ -матриць $A = [\vec{a}_1 \ \vec{a}_2 \ \dots \ \vec{a}_n]$ та $B = [\vec{b}_1 \ \vec{b}_2 \ \dots \ \vec{b}_n]$ називається $m \times n$ -матриця $A + B$, стовпці якої є сумами відповідних стовпців матриць A та B :

$$A + B = [\vec{a}_1 + \vec{b}_1 \ \vec{a}_2 + \vec{b}_2 \ \dots \ \vec{a}_n + \vec{b}_n].$$

Означення 1.2.46

Добутком $m \times n$ -матриці $A = [\vec{a}_1 \ \vec{a}_2 \ \dots \ \vec{a}_n]$ на число $\lambda \in \mathbb{R}$ називається $m \times n$ -матриця

$$\lambda A = [\lambda \vec{a}_1 \ \lambda \vec{a}_2 \ \dots \ \lambda \vec{a}_n].$$

Розглянемо лінійні операції над матрицями.

Означення 1.2.45

Сумою двох $m \times n$ -матриць $A = [\vec{a}_1 \ \vec{a}_2 \ \dots \ \vec{a}_n]$ та $B = [\vec{b}_1 \ \vec{b}_2 \ \dots \ \vec{b}_n]$ називається $m \times n$ -матриця $A + B$, стовпці якої є сумами відповідних стовпців матриць A та B :

$$A + B = [\vec{a}_1 + \vec{b}_1 \ \vec{a}_2 + \vec{b}_2 \ \dots \ \vec{a}_n + \vec{b}_n].$$

Означення 1.2.46

Добутком $m \times n$ -матриці $A = [\vec{a}_1 \ \vec{a}_2 \ \dots \ \vec{a}_n]$ на число $\lambda \in \mathbb{R}$ називається $m \times n$ -матриця

$$\lambda A = [\lambda \vec{a}_1 \ \lambda \vec{a}_2 \ \dots \ \lambda \vec{a}_n].$$

Розглянемо лінійні операції над матрицями.

Означення 1.2.45

Сумою двох $m \times n$ -матриць $A = [\vec{a}_1 \quad \vec{a}_2 \quad \cdots \quad \vec{a}_n]$ та $B = [\vec{b}_1 \quad \vec{b}_2 \quad \cdots \quad \vec{b}_n]$ називається $m \times n$ -матриця $A + B$, стовпці якої є сумами відповідних стовпців матриць A та B :

$$A + B = [\vec{a}_1 + \vec{b}_1 \quad \vec{a}_2 + \vec{b}_2 \quad \cdots \quad \vec{a}_n + \vec{b}_n.]$$

Означення 1.2.46

Добутком $m \times n$ -матриці $A = [\vec{a}_1 \quad \vec{a}_2 \quad \cdots \quad \vec{a}_n]$ на число $\lambda \in \mathbb{R}$ називається $m \times n$ -матриця

$$\lambda A = [\lambda \vec{a}_1 \quad \lambda \vec{a}_2 \quad \cdots \quad \lambda \vec{a}_n].$$

Розглянемо лінійні операції над матрицями.

Означення 1.2.45

Сумою двох $m \times n$ -матриць $A = [\vec{a}_1 \quad \vec{a}_2 \quad \cdots \quad \vec{a}_n]$ та $B = [\vec{b}_1 \quad \vec{b}_2 \quad \cdots \quad \vec{b}_n]$ називається $m \times n$ -матриця $A + B$, стовпці якої є сумами відповідних стовпців матриць A та B :

$$A + B = [\vec{a}_1 + \vec{b}_1 \quad \vec{a}_2 + \vec{b}_2 \quad \cdots \quad \vec{a}_n + \vec{b}_n.]$$

Означення 1.2.46

Добутком $m \times n$ -матриці $A = [\vec{a}_1 \quad \vec{a}_2 \quad \cdots \quad \vec{a}_n]$ на число $\lambda \in \mathbb{R}$ називається $m \times n$ -матриця

$$\lambda A = [\lambda \vec{a}_1 \quad \lambda \vec{a}_2 \quad \cdots \quad \lambda \vec{a}_n].$$

Лінійні операції над матрицями

Розглянемо лінійні операції над матрицями.

Означення 1.2.45

Сумою двох $m \times n$ -матриць $A = [\vec{a}_1 \quad \vec{a}_2 \quad \cdots \quad \vec{a}_n]$ та $B = [\vec{b}_1 \quad \vec{b}_2 \quad \cdots \quad \vec{b}_n]$ називається $m \times n$ -матриця $A + B$, стовпці якої є сумами відповідних стовпців матриць A та B :

$$A + B = [\vec{a}_1 + \vec{b}_1 \quad \vec{a}_2 + \vec{b}_2 \quad \cdots \quad \vec{a}_n + \vec{b}_n.]$$

Означення 1.2.46

Добутком $m \times n$ -матриці $A = [\vec{a}_1 \quad \vec{a}_2 \quad \cdots \quad \vec{a}_n]$ на число $\lambda \in \mathbb{R}$ називається $m \times n$ -матриця

$$\lambda A = [\lambda \vec{a}_1 \quad \lambda \vec{a}_2 \quad \cdots \quad \lambda \vec{a}_n].$$

Розглянемо лінійні операції над матрицями.

Означення 1.2.45

Сумою двох $m \times n$ -матриць $A = [\vec{a}_1 \quad \vec{a}_2 \quad \cdots \quad \vec{a}_n]$ та $B = [\vec{b}_1 \quad \vec{b}_2 \quad \cdots \quad \vec{b}_n]$ називається $m \times n$ -матриця $A + B$, стовпці якої є сумами відповідних стовпців матриць A та B :

$$A + B = [\vec{a}_1 + \vec{b}_1 \quad \vec{a}_2 + \vec{b}_2 \quad \cdots \quad \vec{a}_n + \vec{b}_n.]$$

Означення 1.2.46

Добутком $m \times n$ -матриці $A = [\vec{a}_1 \quad \vec{a}_2 \quad \cdots \quad \vec{a}_n]$ на число $\lambda \in \mathbb{R}$ називається $m \times n$ -матриця

$$\lambda A = [\lambda \vec{a}_1 \quad \lambda \vec{a}_2 \quad \cdots \quad \lambda \vec{a}_n].$$

Лінійні операції над матрицями

Розглянемо лінійні операції над матрицями.

Означення 1.2.45

Сумою двох $m \times n$ -матриць $A = [\vec{a}_1 \quad \vec{a}_2 \quad \cdots \quad \vec{a}_n]$ та $B = [\vec{b}_1 \quad \vec{b}_2 \quad \cdots \quad \vec{b}_n]$ називається $m \times n$ -матриця $A + B$, стовпці якої є сумами відповідних стовпців матриць A та B :

$$A + B = [\vec{a}_1 + \vec{b}_1 \quad \vec{a}_2 + \vec{b}_2 \quad \cdots \quad \vec{a}_n + \vec{b}_n.]$$

Означення 1.2.46

Добутком $m \times n$ -матриці $A = [\vec{a}_1 \quad \vec{a}_2 \quad \cdots \quad \vec{a}_n]$ на число $\lambda \in \mathbb{R}$ називається $m \times n$ -матриця

$$\lambda A = [\lambda \vec{a}_1 \quad \lambda \vec{a}_2 \quad \cdots \quad \lambda \vec{a}_n].$$

Лінійні операції над матрицями

Розглянемо лінійні операції над матрицями.

Означення 1.2.45

Сумою двох $m \times n$ -матриць $A = [\vec{a}_1 \quad \vec{a}_2 \quad \cdots \quad \vec{a}_n]$ та $B = [\vec{b}_1 \quad \vec{b}_2 \quad \cdots \quad \vec{b}_n]$ називається $m \times n$ -матриця $A + B$, стовпці якої є сумами відповідних стовпців матриць A та B :

$$A + B = [\vec{a}_1 + \vec{b}_1 \quad \vec{a}_2 + \vec{b}_2 \quad \cdots \quad \vec{a}_n + \vec{b}_n.]$$

Означення 1.2.46

Добутком $m \times n$ -матриці $A = [\vec{a}_1 \quad \vec{a}_2 \quad \cdots \quad \vec{a}_n]$ на число $\lambda \in \mathbb{R}$ називається $m \times n$ -матриця

$$\lambda A = [\lambda \vec{a}_1 \quad \lambda \vec{a}_2 \quad \cdots \quad \lambda \vec{a}_n].$$

Лінійні операції над матрицями

Розглянемо лінійні операції над матрицями.

Означення 1.2.45

Сумою двох $m \times n$ -матриць $A = [\vec{a}_1 \quad \vec{a}_2 \quad \cdots \quad \vec{a}_n]$ та $B = [\vec{b}_1 \quad \vec{b}_2 \quad \cdots \quad \vec{b}_n]$ називається $m \times n$ -матриця $A + B$, стовпці якої є сумами відповідних стовпців матриць A та B :

$$A + B = [\vec{a}_1 + \vec{b}_1 \quad \vec{a}_2 + \vec{b}_2 \quad \cdots \quad \vec{a}_n + \vec{b}_n.]$$

Означення 1.2.46

Добутком $m \times n$ -матриці $A = [\vec{a}_1 \quad \vec{a}_2 \quad \cdots \quad \vec{a}_n]$ на число $\lambda \in \mathbb{R}$ називається $m \times n$ -матриця

$$\lambda A = [\lambda \vec{a}_1 \quad \lambda \vec{a}_2 \quad \cdots \quad \lambda \vec{a}_n].$$

Приклад 1.2.47

Нехай

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}.$$

Тоді

$$A + B = \begin{bmatrix} 1+2 & 2+1 & 3+0 \\ 4+(-1) & 1+3 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 4 \end{bmatrix},$$

$$4A = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 16 & 4 & 8 \end{bmatrix}, \quad -B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

Суми $A + C$ і $B + C$ невизначені, оскільки матриць A і C , B і C мають різні розміри.

Різницею двох матриць A і B однакових розмірів називається матриця

$$A - B = A + (-1)B.$$

Матриця, усі елементи якої дорівнюють нулю (нульовому елементу поля k), називається *нульовою* і позначається 0 (або $0_{m \times n}$, щоб підкреслити її розміри).

Приклад 1.2.47

Нехай

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}.$$

Тоді

$$A + B = \begin{bmatrix} 1+2 & 2+1 & 3+0 \\ 4+(-1) & 1+3 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 4 \end{bmatrix},$$

$$4A = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 16 & 4 & 8 \end{bmatrix}, \quad -B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

Суми $A + C$ і $B + C$ невизначені, оскільки матриць A і C , B і C мають різні розміри.

Різницею двох матриць A і B однакових розмірів називається матриця

$$A - B = A + (-1)B.$$

Матриця, усі елементи якої дорівнюють нулю (нульовому елементу поля k), називається *нульовою* і позначається 0 (або $0_{m \times n}$, щоб підкреслити її розміри).

Приклад 1.2.47

Нехай

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}.$$

Тоді

$$A + B = \begin{bmatrix} 1+2 & 2+1 & 3+0 \\ 4+(-1) & 1+3 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 4 \end{bmatrix},$$

$$4A = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 16 & 4 & 8 \end{bmatrix}, \quad -B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

Суми $A + C$ і $B + C$ невизначені, оскільки матриць A і C , B і C мають різні розміри.

Різницею двох матриць A і B однакових розмірів називається матриця

$$A - B = A + (-1)B.$$

Матриця, усі елементи якої дорівнюють нулю (нульовому елементу поля k), називається *нульовою* і позначається 0 (або $0_{m \times n}$, щоб підкреслити її розміри).

Приклад 1.2.47

Нехай

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}.$$

Тоді

$$A + B = \begin{bmatrix} 1+2 & 2+1 & 3+0 \\ 4+(-1) & 1+3 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 4 \end{bmatrix},$$

$$4A = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 16 & 4 & 8 \end{bmatrix}, \quad -B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

Суми $A + C$ і $B + C$ невизначені, оскільки матриць A і C , B і C мають різні розміри.

Різницею двох матриць A і B однакових розмірів називається матриця

$$A - B = A + (-1)B.$$

Матриця, усі елементи якої дорівнюють нулю (нульовому елементу поля k), називається *нульовою* і позначається 0 (або $0_{m \times n}$, щоб підкреслити її розміри).

Приклад 1.2.47

Нехай

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}.$$

Тоді

$$A + B = \begin{bmatrix} 1+2 & 2+1 & 3+0 \\ 4+(-1) & 1+3 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 4 \end{bmatrix},$$

$$4A = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 16 & 4 & 8 \end{bmatrix}, \quad -B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

Суми $A + C$ і $B + C$ невизначені, оскільки матриць A і C , B і C мають різні розміри.

Різницею двох матриць A і B однакових розмірів називається матриця

$$A - B = A + (-1)B.$$

Матриця, усі елементи якої дорівнюють нулю (нульовому елементу поля k), називається *нульовою* і позначається 0 (або $0_{m \times n}$, щоб підкреслити її розміри).

Приклад 1.2.47

Нехай

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}.$$

Тоді

$$A + B = \begin{bmatrix} 1+2 & 2+1 & 3+0 \\ 4+(-1) & 1+3 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 4 \end{bmatrix},$$

$$4A = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 16 & 4 & 8 \end{bmatrix}, \quad -B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

Суми $A + C$ і $B + C$ невизначені, оскільки матриць A і C , B і C мають різні розміри.

Різницею двох матриць A і B однакових розмірів називається матриця

$$A - B = A + (-1)B.$$

Матриця, усі елементи якої дорівнюють нулю (нульовому елементу поля k), називається *нульовою* і позначається 0 (або $0_{m \times n}$, щоб підкреслити її розміри).

Приклад 1.2.47

Нехай

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}.$$

Тоді

$$A + B = \begin{bmatrix} 1+2 & 2+1 & 3+0 \\ 4+(-1) & 1+3 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 4 \end{bmatrix},$$

$$4A = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 16 & 4 & 8 \end{bmatrix}, \quad -B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

Суми $A + C$ і $B + C$ невизначені, оскільки матриць A і C , B і C мають різні розміри.

Різницею двох матриць A і B однакових розмірів називається матриця

$$A - B = A + (-1)B.$$

Матриця, усі елементи якої дорівнюють нулю (нульовому елементу поля k), називається *нульовою* і позначається 0 (або $0_{m \times n}$, щоб підкреслити її розміри).

Приклад 1.2.47

Нехай

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}.$$

Тоді

$$A + B = \begin{bmatrix} 1+2 & 2+1 & 3+0 \\ 4+(-1) & 1+3 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 4 \end{bmatrix},$$

$$4A = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 16 & 4 & 8 \end{bmatrix}, \quad -B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

Суми $A + C$ і $B + C$ невизначені, оскільки матриць A і C , B і C мають різні розміри.

Різницею двох матриць A і B однакових розмірів називається матриця

$$A - B = A + (-1)B.$$

Матриця, усі елементи якої дорівнюють нулю (нульовому елементу поля k), називається *нульовою* і позначається 0 (або $0_{m \times n}$, щоб підкреслити її розміри).

Приклад 1.2.47

Нехай

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}.$$

Тоді

$$A + B = \begin{bmatrix} 1+2 & 2+1 & 3+0 \\ 4+(-1) & 1+3 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 4 \end{bmatrix},$$

$$4A = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 16 & 4 & 8 \end{bmatrix}, \quad -B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

Суми $A + C$ і $B + C$ невизначені, оскільки матриць A і C , B і C мають різні розміри.

Різницею двох матриць A і B однакових розмірів називається матриця

$$A - B = A + (-1)B.$$

Матриця, усі елементи якої дорівнюють нулю (нульовому елементу поля k), називається **нульовою** і позначається 0 (або $0_{m \times n}$, щоб підкреслити її розміри).

Приклад 1.2.47

Нехай

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}.$$

Тоді

$$A + B = \begin{bmatrix} 1+2 & 2+1 & 3+0 \\ 4+(-1) & 1+3 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 4 \end{bmatrix},$$

$$4A = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 16 & 4 & 8 \end{bmatrix}, \quad -B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

Суми $A + C$ і $B + C$ невизначені, оскільки матриць A і C , B і C мають різні розміри.

Різницею двох матриць A і B однакових розмірів називається матриця

$$A - B = A + (-1)B.$$

Матриця, усі елементи якої дорівнюють нулю (нульовому елементу поля k), називається **нульовою** і позначається 0 (або $0_{m \times n}$, щоб підкреслити її розміри).

Приклад 1.2.47

Нехай

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}.$$

Тоді

$$A + B = \begin{bmatrix} 1+2 & 2+1 & 3+0 \\ 4+(-1) & 1+3 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 4 \end{bmatrix},$$

$$4A = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 16 & 4 & 8 \end{bmatrix}, \quad -B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

Суми $A + C$ і $B + C$ невизначені, оскільки матриць A і C , B і C мають різні розміри.

Різницею двох матриць A і B однакових розмірів називається матриця

$$A - B = A + (-1)B.$$

Матриця, усі елементи якої дорівнюють нулю (нульовому елементу поля k), називається *нульовою* і позначається 0 (або $0_{m \times n}$, щоб підкреслити її розміри).

Приклад 1.2.47

Нехай

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}.$$

Тоді

$$A + B = \begin{bmatrix} 1+2 & 2+1 & 3+0 \\ 4+(-1) & 1+3 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 4 \end{bmatrix},$$

$$4A = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 16 & 4 & 8 \end{bmatrix}, \quad -B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

Суми $A + C$ і $B + C$ невизначені, оскільки матриць A і C , B і C мають різні розміри.

Різницею двох матриць A і B однакових розмірів називається матриця

$$A - B = A + (-1)B.$$

Матриця, усі елементи якої дорівнюють нулю (нульовому елементу поля k), називається *нульовою* і позначається 0 (або $0_{m \times n}$, щоб підкреслити її розміри).

Елементи $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ матриці

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

називаються *діагональними елементами* матриці A .

Елементи $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ матриці

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

називаються *діагональними елементами* матриці A .

Елементи $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ матриці

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

називаються *діагональними елементами* матриці A .

Елементи $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ матриці

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

називаються *діагональними елементами* матриці A .

Лінійні операції над матрицями

Теорема 1.2.48 описує властивості лінійних операцій над матрицями.

Теорема 1.2.48 (властивості лінійних операцій над матрицями)

Нехай A, B, C — матриці однакових розмірів над полем k , $\alpha, \beta \in k$. Тоді:

1) $(A + B) + C = A + (B + C)$ (асоціативність додавання матриць);

2) $(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A$ (дистрибутивність додавання матриць);

3) $A + 0 = 0 + A = A$ (нейтральність відносно матриці);

4) $A + (-A) = 0$ (існує інверсна матриця);

5) $(\alpha A) + (\beta A) = (\alpha + \beta)A$ (дистрибутивність множення матриць на числа відносно додавання матриць);

6) $(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A$ (дистрибутивність множення матриць на числа відносно додавання чисел);

7) $(\alpha A)B = \alpha(AB)$ (асоціативність множення матриць на числа).

Твердження теореми 1.2.48 випливають з того факту, що усі матриці мають однакові розміри, та перевірка кожної з восьми умов зводиться до перевірки виконання операцій додавання та множення на елемент поля k на множині k , а оскільки $(k, +, \cdot)$ є полем, то усі умови виконуються за означенням поля.

Лінійні операції над матрицями

Теорема 1.2.48 описує властивості лінійних операцій над матрицями.

Теорема 1.2.48 (властивості лінійних операцій над матрицями)

Нехай A, B, C — матриці однакових розмірів над полем k , $\alpha, \beta \in k$. Тоді:

(1) $(A + B) + C = A + (B + C)$ (асоціативність додавання матриць)

(2) $(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A$ (дистрибутивність додавання матриць)

(3) $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$ (асоціативність множення матриць)

(4) $A + 0 = A = 0 + A$ (існує нульова матриця)

(5) $\alpha(A + \beta B) = \alpha A + \alpha\beta B$ (дистрибутивність множення матриць на числа)

(6) $(\alpha\beta)A = \alpha(\beta A)$ (асоціативність множення матриць на числа)

(7) $(\alpha A) + \beta A = (\alpha + \beta)A$ (дистрибутивність множення матриць на числа)
системою операцій додавання та множення.

(8) $(\alpha A) + \beta A = (\alpha + \beta)A$ (дистрибутивність множення матриць на числа)

Твердження теореми 1.2.48 випливають з того факту, що усі матриці мають однакові розміри, та перевірка кожної з восьми умов зводиться до перевірки виконання операцій додавання та множення на елемент поля k на множині k , а оскільки $(k, +, \cdot)$ є полем, то усі умови виконуються за означенням поля.

Лінійні операції над матрицями

Теорема 1.2.48 описує властивості лінійних операцій над матрицями.

Теорема 1.2.48 (властивості лінійних операцій над матрицями)

Нехай A, B, C — матриці однакових розмірів над полем k , $\alpha, \beta \in k$. Тоді:

- 1) $(A + B) + C = A + (B + C)$ (асоціативність додавання матриць);
- 2) $A + B = B + A$ (комутативність додавання матриць);
- 3) $A + 0 = A$ (властивість нульової матриці);
- 4) $A + (-A) = 0$ (властивість протилежної матриці);
- 5) $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$ (дистрибутивність множення матриці на число стосовно операції додавання матриць);
- 6) $(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A$ (дистрибутивність множення матриць на число стосовно операції додавання чисел);
- 7) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$ (асоціативність множення матриць на число);
- 8) $1 \cdot A = A$.

Твердження теореми 1.2.48 випливають з того факту, що усі матриці мають однакові розміри, та перевірка кожної з восьми умов зводиться до перевірки виконання операцій додавання та множення на елемент поля k на множині k , а оскільки $(k, +, \cdot)$ є полем, то усі умови виконуються за означенням поля.

Лінійні операції над матрицями

Теорема 1.2.48 описує властивості лінійних операцій над матрицями.

Теорема 1.2.48 (властивості лінійних операцій над матрицями)

Нехай A, B, C — матриці однакових розмірів над полем k , $\alpha, \beta \in k$. Тоді:

- 1) $(A + B) + C = A + (B + C)$ (асоціативність додавання матриць);
- 2) $A + B = B + A$ (комутативність додавання матриць);
- 3) $A + 0 = A$ (властивість нульової матриці);
- 4) $A + (-A) = 0$ (властивість протилежної матриці);
- 5) $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$ (дистрибутивність множення матриці на число стосовно операції додавання матриць);
- 6) $(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A$ (дистрибутивність множення матриць на число стосовно операції додавання чисел);
- 7) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$ (асоціативність множення матриць на число);
- 8) $1 \cdot A = A$.

Твердження теореми 1.2.48 випливають з того факту, що усі матриці мають однакові розміри, та перевірка кожної з восьми умов зводиться до перевірки виконання операцій додавання та множення на елемент поля k на множині k , а оскільки $(k, +, \cdot)$ є полем, то усі умови виконуються за означенням поля.

Лінійні операції над матрицями

Теорема 1.2.48 описує властивості лінійних операцій над матрицями.

Теорема 1.2.48 (властивості лінійних операцій над матрицями)

Нехай A, B, C — матриці однакових розмірів над полем k , $\alpha, \beta \in k$. Тоді:

- 1) $(A + B) + C = A + (B + C)$ (асоціативність додавання матриць);
- 2) $A + B = B + A$ (комутативність додавання матриць);
- 3) $A + 0 = A$ (властивість нульової матриці);
- 4) $A + (-A) = 0$ (властивість протилежної матриці);
- 5) $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$ (дистрибутивність множення матриці на число стосовно операції додавання матриць);
- 6) $(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A$ (дистрибутивність множення матриць на число стосовно операції додавання чисел);
- 7) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$ (асоціативність множення матриць на число);
- 8) $1 \cdot A = A$.

Твердження теореми 1.2.48 випливають з того факту, що усі матриці мають однакові розміри, та перевірка кожної з восьми умов зводиться до перевірки виконання операцій додавання та множення на елемент поля k на множині k , а оскільки $(k, +, \cdot)$ є полем, то усі умови виконуються за означенням поля.

Лінійні операції над матрицями

Теорема 1.2.48 описує властивості лінійних операцій над матрицями.

Теорема 1.2.48 (властивості лінійних операцій над матрицями)

Нехай A, B, C — матриці однакових розмірів над полем k , $\alpha, \beta \in k$. Тоді:

- 1) $(A + B) + C = A + (B + C)$ (асоціативність додавання матриць);
- 2) $A + B = B + A$ (комутативність додавання матриць);
- 3) $A + 0 = A$ (властивість нульової матриці);
- 4) $A + (-A) = 0$ (властивість протилежної матриць);
- 5) $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$ (дистрибутивність множення матриці на число стосовно операції додавання матриць);
- 6) $(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A$ (дистрибутивність множення матриць на число стосовно операції додавання чисел);
- 7) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$ (асоціативність множення матриць на число);
- 8) $1 \cdot A = A$.

Твердження теореми 1.2.48 випливають з того факту, що усі матриці мають однакові розміри, та перевірка кожної з восьми умов зводиться до перевірки виконання операцій додавання та множення на елемент поля k на множині k , а оскільки $(k, +, \cdot)$ є полем, то усі умови виконуються за означенням поля.

Лінійні операції над матрицями

Теорема 1.2.48 описує властивості лінійних операцій над матрицями.

Теорема 1.2.48 (властивості лінійних операцій над матрицями)

Нехай A, B, C — матриці однакових розмірів над полем k , $\alpha, \beta \in k$. Тоді:

- 1) $(A + B) + C = A + (B + C)$ (асоціативність додавання матриць);
- 2) $A + B = B + A$ (комутативність додавання матриць);
- 3) $A + 0 = A$ (властивість нульової матриці);
- 4) $A + (-A) = 0$ (властивість протилежної матриць);
- 5) $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$ (дистрибутивність множення матриці на число стосовно операції додавання матриць);
- 6) $(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A$ (дистрибутивність множення матриць на число стосовно операції додавання чисел);
- 7) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$ (асоціативність множення матриць на число);
- 8) $1 \cdot A = A$.

Твердження теореми 1.2.48 випливають з того факту, що усі матриці мають однакові розміри, та перевірка кожної з восьми умов зводиться до перевірки виконання операцій додавання та множення на елемент поля k на множині k , а оскільки $(k, +, \cdot)$ є полем, то усі умови виконуються за означенням поля.

Лінійні операції над матрицями

Теорема 1.2.48 описує властивості лінійних операцій над матрицями.

Теорема 1.2.48 (властивості лінійних операцій над матрицями)

Нехай A, B, C — матриці однакових розмірів над полем k , $\alpha, \beta \in k$. Тоді:

- 1) $(A + B) + C = A + (B + C)$ (асоціативність додавання матриць);
- 2) $A + B = B + A$ (комутативність додавання матриць);
- 3) $A + 0 = A$ (властивість нульової матриці);
- 4) $A + (-A) = 0$ (властивість протилежної матриць);
- 5) $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$ (дистрибутивність множення матриці на число стосовно операції додавання матриць);
- 6) $(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A$ (дистрибутивність множення матриць на число стосовно операції додавання чисел);
- 7) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$ (асоціативність множення матриць на число);
- 8) $1 \cdot A = A$.

Твердження теореми 1.2.48 випливають з того факту, що усі матриці мають однакові розміри, та перевірка кожної з восьми умов зводиться до перевірки виконання операцій додавання та множення на елемент поля k на множині k , а оскільки $(k, +, \cdot)$ є полем, то усі умови виконуються за означенням поля.

Лінійні операції над матрицями

Теорема 1.2.48 описує властивості лінійних операцій над матрицями.

Теорема 1.2.48 (властивості лінійних операцій над матрицями)

Нехай A, B, C — матриці однакових розмірів над полем k , $\alpha, \beta \in k$. Тоді:

- 1) $(A + B) + C = A + (B + C)$ (асоціативність додавання матриць);
- 2) $A + B = B + A$ (комутативність додавання матриць);
- 3) $A + 0 = A$ (властивість нульової матриці);
- 4) $A + (-A) = 0$ (властивість протилежної матриць);
- 5) $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$ (дистрибутивність множення матриці на число стосовно операції додавання матриць);
- 6) $(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A$ (дистрибутивність множення матриць на число стосовно операції додавання чисел);
- 7) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$ (асоціативність множення матриць на число);
- 8) $1 \cdot A = A$.

Твердження теореми 1.2.48 випливають з того факту, що усі матриці мають однакові розміри, та перевірка кожної з восьми умов зводиться до перевірки виконання операцій додавання та множення на елемент поля k на множині k , а оскільки $(k, +, \cdot)$ є полем, то усі умови виконуються за означенням поля.

Лінійні операції над матрицями

Теорема 1.2.48 описує властивості лінійних операцій над матрицями.

Теорема 1.2.48 (властивості лінійних операцій над матрицями)

Нехай A, B, C — матриці однакових розмірів над полем k , $\alpha, \beta \in k$. Тоді:

- 1) $(A + B) + C = A + (B + C)$ (асоціативність додавання матриць);
- 2) $A + B = B + A$ (комутативність додавання матриць);
- 3) $A + 0 = A$ (властивість нульової матриці);
- 4) $A + (-A) = 0$ (властивість протилежної матриці);
- 5) $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$ (дистрибутивність множення матриці на число стосовно операції додавання матриць);
- 6) $(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A$ (дистрибутивність множення матриць на число стосовно операції додавання чисел);
- 7) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$ (асоціативність множення матриць на число);
- 8) $1 \cdot A = A$.

Твердження теореми 1.2.48 випливають з того факту, що усі матриці мають однакові розміри, та перевірка кожної з восьми умов зводиться до перевірки виконання операцій додавання та множення на елемент поля k на множині k , а оскільки $(k, +, \cdot)$ є полем, то усі умови виконуються за означенням поля.

Лінійні операції над матрицями

Теорема 1.2.48 описує властивості лінійних операцій над матрицями.

Теорема 1.2.48 (властивості лінійних операцій над матрицями)

Нехай A, B, C — матриці однакових розмірів над полем k , $\alpha, \beta \in k$. Тоді:

- 1) $(A + B) + C = A + (B + C)$ (асоціативність додавання матриць);
- 2) $A + B = B + A$ (комутативність додавання матриць);
- 3) $A + 0 = A$ (властивість нульової матриці);
- 4) $A + (-A) = 0$ (властивість протилежної матриць);
- 5) $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$ (дистрибутивність множення матриці на число стосовно операції додавання матриць);
- 6) $(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A$ (дистрибутивність множення матриць на число стосовно операції додавання чисел);
- 7) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$ (асоціативність множення матриць на число);
- 8) $1 \cdot A = A$.

Твердження теореми 1.2.48 випливають з того факту, що усі матриці мають однакові розміри, та перевірка кожної з восьми умов зводиться до перевірки виконання операцій додавання та множення на елемент поля k на множині k , а оскільки $(k, +, \cdot)$ є полем, то усі умови виконуються за означенням поля.

Лінійні операції над матрицями

Теорема 1.2.48 описує властивості лінійних операцій над матрицями.

Теорема 1.2.48 (властивості лінійних операцій над матрицями)

Нехай A, B, C — матриці однакових розмірів над полем k , $\alpha, \beta \in k$. Тоді:

- 1) $(A + B) + C = A + (B + C)$ (асоціативність додавання матриць);
- 2) $A + B = B + A$ (комутативність додавання матриць);
- 3) $A + 0 = A$ (властивість нульової матриці);
- 4) $A + (-A) = 0$ (властивість протилежної матриць);
- 5) $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$ (дистрибутивність множення матриці на число стосовно операції додавання матриць);
- 6) $(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A$ (дистрибутивність множення матриць на число стосовно операції додавання чисел);
- 7) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$ (асоціативність множення матриць на число);
- 8) $1 \cdot A = A$.

Твердження теореми 1.2.48 випливають з того факту, що усі матриці мають однакові розміри, та перевірка кожної з восьми умов зводиться до перевірки виконання операцій додавання та множення на елемент поля k на множині k , а оскільки $(k, +, \cdot)$ є полем, то усі умови виконуються за означенням поля.

Лінійні операції над матрицями

Теорема 1.2.48 описує властивості лінійних операцій над матрицями.

Теорема 1.2.48 (властивості лінійних операцій над матрицями)

Нехай A, B, C — матриці однакових розмірів над полем k , $\alpha, \beta \in k$. Тоді:

- 1) $(A + B) + C = A + (B + C)$ (асоціативність додавання матриць);
- 2) $A + B = B + A$ (комутативність додавання матриць);
- 3) $A + 0 = A$ (властивість нульової матриці);
- 4) $A + (-A) = 0$ (властивість протилежної матриць);
- 5) $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$ (дистрибутивність множення матриці на число стосовно операції додавання матриць);
- 6) $(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A$ (дистрибутивність множення матриць на число стосовно операції додавання чисел);
- 7) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$ (асоціативність множення матриць на число);
- 8) $1 \cdot A = A$.

Твердження теореми 1.2.48 випливають з того факту, що усі матриці мають однакові розміри, та перевірка кожної з восьми умов зводиться до перевірки виконання операцій додавання та множення на елемент поля k на множині k , а оскільки $(k, +, \cdot)$ є полем, то усі умови виконуються за означенням поля.

Лінійні операції над матрицями

Теорема 1.2.48 описує властивості лінійних операцій над матрицями.

Теорема 1.2.48 (властивості лінійних операцій над матрицями)

Нехай A, B, C — матриці однакових розмірів над полем k , $\alpha, \beta \in k$. Тоді:

- 1) $(A + B) + C = A + (B + C)$ (асоціативність додавання матриць);
- 2) $A + B = B + A$ (комутативність додавання матриць);
- 3) $A + 0 = A$ (властивість нульової матриці);
- 4) $A + (-A) = 0$ (властивість протилежної матриць);
- 5) $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$ (дистрибутивність множення матриці на число стосовно операції додавання матриць);
- 6) $(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A$ (дистрибутивність множення матриць на число стосовно операції додавання чисел);
- 7) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$ (асоціативність множення матриць на число);
- 8) $1 \cdot A = A$.

Твердження теореми 1.2.48 випливають з того факту, що усі матриці мають однакові розміри, та перевірка кожної з восьми умов зводиться до перевірки виконання операцій додавання та множення на елемент поля k на множині k , а оскільки $(k, +, \cdot)$ є полем, то усі умови виконуються за означенням поля.

Лінійні операції над матрицями

Теорема 1.2.48 описує властивості лінійних операцій над матрицями.

Теорема 1.2.48 (властивості лінійних операцій над матрицями)

Нехай A, B, C — матриці однакових розмірів над полем k , $\alpha, \beta \in k$. Тоді:

- 1) $(A + B) + C = A + (B + C)$ (асоціативність додавання матриць);
- 2) $A + B = B + A$ (комутативність додавання матриць);
- 3) $A + 0 = A$ (властивість нульової матриці);
- 4) $A + (-A) = 0$ (властивість протилежної матриць);
- 5) $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$ (дистрибутивність множення матриці на число стосовно операції додавання матриць);
- 6) $(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A$ (дистрибутивність множення матриць на число стосовно операції додавання чисел);
- 7) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$ (асоціативність множення матриць на число);
- 8) $1 \cdot A = A$.

Твердження теореми 1.2.48 випливають з того факту, що усі матриці мають однакові розміри, та перевірка кожної з восьми умов зводиться до перевірки виконання операцій додавання та множення на елемент поля k на множині k , а оскільки $(k, +, \cdot)$ є полем, то усі умови виконуються за означенням поля.

Лінійні операції над матрицями

Теорема 1.2.48 описує властивості лінійних операцій над матрицями.

Теорема 1.2.48 (властивості лінійних операцій над матрицями)

Нехай A, B, C — матриці однакових розмірів над полем k , $\alpha, \beta \in k$. Тоді:

- 1) $(A + B) + C = A + (B + C)$ (асоціативність додавання матриць);
- 2) $A + B = B + A$ (комутативність додавання матриць);
- 3) $A + 0 = A$ (властивість нульової матриці);
- 4) $A + (-A) = 0$ (властивість протилежної матриць);
- 5) $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$ (дистрибутивність множення матриці на число стосовно операції додавання матриць);
- 6) $(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A$ (дистрибутивність множення матриць на число стосовно операції додавання чисел);
- 7) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$ (асоціативність множення матриць на число);
- 8) $1 \cdot A = A$.

Твердження теореми 1.2.48 випливають з того факту, що усі матриці мають однакові розміри, та перевірка кожної з восьми умов зводиться до перевірки виконання операцій додавання та множення на елемент поля k на множині k , а оскільки $(k, +, \cdot)$ є полем, то усі умови виконуються за означенням поля.

Лінійні операції над матрицями

Теорема 1.2.48 описує властивості лінійних операцій над матрицями.

Теорема 1.2.48 (властивості лінійних операцій над матрицями)

Нехай A, B, C — матриці однакових розмірів над полем k , $\alpha, \beta \in k$. Тоді:

- 1) $(A + B) + C = A + (B + C)$ (асоціативність додавання матриць);
- 2) $A + B = B + A$ (комутативність додавання матриць);
- 3) $A + 0 = A$ (властивість нульової матриці);
- 4) $A + (-A) = 0$ (властивість протилежної матриць);
- 5) $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$ (дистрибутивність множення матриці на число стосовно операції додавання матриць);
- 6) $(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A$ (дистрибутивність множення матриць на число стосовно операції додавання чисел);
- 7) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$ (асоціативність множення матриць на число);
- 8) $1 \cdot A = A$.

Твердження теореми 1.2.48 випливають з того факту, що усі матриці мають однакові розміри, та перевірка кожної з восьми умов зводиться до перевірки виконання операцій додавання та множення на елемент поля k на множині k , а оскільки $(k, +, \cdot)$ є полем, то усі умови виконуються за означенням поля.

Лінійні операції над матрицями

Позначимо через $M_{m \times n}(k)$ множину всіх $m \times n$ -матриць, елементи яких належать полю k . З теореми 1.2.48 і означення лінійного простору випливає, що $M_{m \times n}(k)$ є лінійним простором над полем k стосовно операцій додавання матриць і множення матриць на скаляр з поля k .

Означення 1.2.49

Нехай

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \quad \vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}.$$

Тоді *добуток матриці A на вектор \vec{x}* називається вектор

$$A\vec{x} = \begin{bmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \end{bmatrix}.$$

Так означене множення матриці розмірності $m \times n$ на n -вимірний вектор-стовпець (тобто на матрицю розмірності $n \times 1$) фактично задає певне відображення простору \mathbb{R}^n у простір \mathbb{R}^m .

Лінійні операції над матрицями

Позначимо через $M_{m \times n}(k)$ множину всіх $m \times n$ -матриць, елементи яких належать полю k . З теореми 1.2.48 і означення лінійного простору випливає, що $M_{m \times n}(k)$ є лінійним простором над полем k стосовно операцій додавання матриць і множення матриць на скаляр з поля k .

Означення 1.2.49

Нехай

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \quad \vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}.$$

Тоді *добуток матриці A на вектор \vec{x}* називається вектор

$$A\vec{x} = \begin{bmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \end{bmatrix}.$$

Так означене множення матриці розмірності $m \times n$ на n -вимірний вектор-стовпець (тобто на матрицю розмірності $n \times 1$) фактично задає певне відображення простору \mathbb{R}^n у простір \mathbb{R}^m .

Лінійні операції над матрицями

Позначимо через $M_{m \times n}(k)$ множину всіх $m \times n$ -матриць, елементи яких належать полю k . З теореми 1.2.48 і означення лінійного простору випливає, що $M_{m \times n}(k)$ є лінійним простором над полем k стосовно операцій додавання матриць і множення матриць на скаляр з поля k .

Означення 1.2.49

Нехай

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}, \quad \vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

Тоді *добуток матриці A на вектор \vec{x}* називається вектор

$$A\vec{x} = \begin{bmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \end{bmatrix}.$$

Так означене множення матриці розмірності $m \times n$ на n -вимірний вектор-стовпець (тобто на матрицю розмірності $n \times 1$) фактично задає певне відображення простору \mathbb{R}^n у простір \mathbb{R}^m .

Лінійні операції над матрицями

Позначимо через $M_{m \times n}(k)$ множину всіх $m \times n$ -матриць, елементи яких належать полю k . З теореми 1.2.48 і означення лінійного простору випливає, що $M_{m \times n}(k)$ є лінійним простором над полем k стосовно операцій додавання матриць і множення матриць на скаляр з поля k .

Означення 1.2.49

Нехай

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \quad \vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}.$$

Тоді *добуток матриці A на вектор \vec{x}* називається вектор

$$A\vec{x} = \begin{bmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \end{bmatrix}.$$

Так означене множення матриці розмірності $m \times n$ на n -вимірний вектор-стовпець (тобто на матрицю розмірності $n \times 1$) фактично задає певне відображення простору \mathbb{R}^n у простір \mathbb{R}^m .

Лінійні операції над матрицями

Позначимо через $M_{m \times n}(k)$ множину всіх $m \times n$ -матриць, елементи яких належать полю k . З теореми 1.2.48 і означення лінійного простору випливає, що $M_{m \times n}(k)$ є лінійним простором над полем k стосовно операцій додавання матриць і множення матриць на скаляр з поля k .

Означення 1.2.49

Нехай

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \quad \vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}.$$

Тоді *добутком матриці A на вектор \vec{x}* називається вектор

$$A\vec{x} = \begin{bmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \end{bmatrix}.$$

Так означене множення матриці розмірності $m \times n$ на n -вимірний вектор-стовпець (тобто на матрицю розмірності $n \times 1$) фактично задає певне відображення простору \mathbb{R}^n у простір \mathbb{R}^m .

Лінійні операції над матрицями

Позначимо через $M_{m \times n}(k)$ множину всіх $m \times n$ -матриць, елементи яких належать полю k . З теореми 1.2.48 і означення лінійного простору випливає, що $M_{m \times n}(k)$ є лінійним простором над полем k стосовно операцій додавання матриць і множення матриць на скаляр з поля k .

Означення 1.2.49

Нехай

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \quad \vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}.$$

Тоді *добуток матриці A на вектор \vec{x}* називається вектор

$$A\vec{x} = \begin{bmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \end{bmatrix}.$$

Так означене множення матриці розмірності $m \times n$ на n -вимірний вектор-стовпець (тобто на матрицю розмірності $n \times 1$) фактично задає певне відображення простору \mathbb{R}^n у простір \mathbb{R}^m .

Лінійні операції над матрицями

Позначимо через $M_{m \times n}(k)$ множину всіх $m \times n$ -матриць, елементи яких належать полю k . З теореми 1.2.48 і означення лінійного простору випливає, що $M_{m \times n}(k)$ є лінійним простором над полем k стосовно операцій додавання матриць і множення матриць на скаляр з поля k .

Означення 1.2.49

Нехай

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \quad \vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}.$$

Тоді *добуток матриці A на вектор \vec{x}* називається вектор

$$A\vec{x} = \begin{bmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \end{bmatrix}.$$

Так означене множення матриці розмірності $m \times n$ на n -вимірний вектор-стовпець (тобто на матрицю розмірності $n \times 1$) фактично задає певне відображення простору \mathbb{R}^n у простір \mathbb{R}^m .

Лінійні операції над матрицями

Позначимо через $M_{m \times n}(k)$ множину всіх $m \times n$ -матриць, елементи яких належать полю k . З теореми 1.2.48 і означення лінійного простору випливає, що $M_{m \times n}(k)$ є лінійним простором над полем k стосовно операцій додавання матриць і множення матриць на скаляр з поля k .

Означення 1.2.49

Нехай

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \quad \vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}.$$

Тоді *добуток матриці A на вектор \vec{x}* називається вектор

$$A\vec{x} = \begin{bmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \end{bmatrix}.$$

Так означене множення матриці розмірності $m \times n$ на n -вимірний вектор-стовпець (тобто на матрицю розмірності $n \times 1$) фактично задає певне відображення простору \mathbb{R}^n у простір \mathbb{R}^m .

Лінійні операції над матрицями

Позначимо через $M_{m \times n}(k)$ множину всіх $m \times n$ -матриць, елементи яких належать полю k . З теореми 1.2.48 і означення лінійного простору випливає, що $M_{m \times n}(k)$ є лінійним простором над полем k стосовно операцій додавання матриць і множення матриць на скаляр з поля k .

Означення 1.2.49

Нехай

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \quad \vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}.$$

Тоді *добутком матриці A на вектор \vec{x}* називається вектор

$$A\vec{x} = \begin{bmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \end{bmatrix}.$$

Так означене множення матриці розмірності $m \times n$ на n -вимірний вектор-стовпець (тобто на матрицю розмірності $n \times 1$) фактично задає певне відображення простору \mathbb{R}^n у простір \mathbb{R}^m .

Лінійні операції над матрицями

Означення 1.2.50

Добутком матриці $A_{m \times n}$ на матрицю $B_{n \times p}$ називається матриця

$$A \cdot B = A \cdot [\vec{b}_1 \quad \vec{b}_2 \quad \dots \quad \vec{b}_p] = [A\vec{b}_1 \quad A\vec{b}_2 \quad \dots \quad A\vec{b}_p]$$

Результатом множення є матриця розмірності $m \times p$.

Приклад 1.2.51

Обчислити $A \cdot B$ та $B \cdot A$, якщо

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Розв'язок. Оскільки матриця A розмірності 2×2 , а матриця B розмірності 2×3 , то множення матриць $A \cdot B$ визначене. Позначимо через $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$ стовпці матриць B . Тоді формуємо з векторів $A\vec{b}_1, A\vec{b}_2, A\vec{b}_3$ матрицю $A \cdot B$:

$$A\vec{b}_1 = \begin{bmatrix} 11 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad A\vec{b}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 13 \end{bmatrix}, \quad A\vec{b}_3 = \begin{bmatrix} 21 \\ -9 \end{bmatrix},$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}.$$

Множення $B \cdot A$ невизначене, оскільки розміри матриць B і A не узгоджуються з означенням множенням матриць (див. означення 1.2.50).

Означення 1.2.50

Добутком матриці $A_{m \times n}$ на матрицю $B_{n \times p}$ називається матриця

$$A \cdot B = A \cdot \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \cdots & A\vec{b}_p \end{bmatrix}$$

Результатом множення є матриця розмірності $m \times p$.

Приклад 1.2.51

Обчислити $A \cdot B$ та $B \cdot A$, якщо

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Розв'язок. Оскільки матриця A розмірності 2×2 , а матриця B розмірності 2×3 , то множення матриць $A \cdot B$ визначене. Позначимо через $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$ стовпці матриць B . Тоді формуємо з векторів $A\vec{b}_1, A\vec{b}_2, A\vec{b}_3$ матрицю $A \cdot B$:

$$A\vec{b}_1 = \begin{bmatrix} 11 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad A\vec{b}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 13 \end{bmatrix}, \quad A\vec{b}_3 = \begin{bmatrix} 21 \\ -9 \end{bmatrix},$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}.$$

Множення $B \cdot A$ невизначене, оскільки розміри матриць B і A не узгоджуються з означенням множення матриць (див. означення 1.2.50).

Лінійні операції над матрицями

Означення 1.2.50

Добутком матриці $A_{m \times n}$ на матрицю $B_{n \times p}$ називається матриця

$$A \cdot B = A \cdot \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \cdots & A\vec{b}_p \end{bmatrix}$$

Результатом множення є матриця розмірності $m \times p$.

Приклад 1.2.51

Обчислити $A \cdot B$ та $B \cdot A$, якщо

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Розв'язок. Оскільки матриця A розмірності 2×2 , а матриця B розмірності 2×3 , то множення матриць $A \cdot B$ визначене. Позначимо через $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$ стовпці матриць B . Тоді формуємо з векторів $A\vec{b}_1, A\vec{b}_2, A\vec{b}_3$ матрицю $A \cdot B$:

$$A\vec{b}_1 = \begin{bmatrix} 11 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad A\vec{b}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 13 \end{bmatrix}, \quad A\vec{b}_3 = \begin{bmatrix} 21 \\ -9 \end{bmatrix},$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}.$$

Множення $B \cdot A$ невизначене, оскільки розміри матриць B і A не узгоджуються з означенням множення матриць (див. означення 1.2.50).

Лінійні операції над матрицями

Означення 1.2.50

Добутком матриці $A_{m \times n}$ на матрицю $B_{n \times p}$ називається матриця

$$A \cdot B = A \cdot \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \cdots & A\vec{b}_p \end{bmatrix}$$

Результатом множення є матриця розмірності $m \times p$.

Приклад 1.2.51

Обчислити $A \cdot B$ та $B \cdot A$, якщо

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Розв'язок. Оскільки матриця A розмірності 2×2 , а матриця B розмірності 2×3 , то множення матриць $A \cdot B$ визначене. Позначимо через $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$ стовпці матриць B . Тоді формуємо з векторів $A\vec{b}_1, A\vec{b}_2, A\vec{b}_3$ матрицю $A \cdot B$:

$$A\vec{b}_1 = \begin{bmatrix} 11 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad A\vec{b}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 13 \end{bmatrix}, \quad A\vec{b}_3 = \begin{bmatrix} 21 \\ -9 \end{bmatrix},$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}.$$

Множення $B \cdot A$ невизначене, оскільки розміри матриць B і A не узгоджуються з означенням множення матриць (див. означення 1.2.50).

Лінійні операції над матрицями

Означення 1.2.50

Добутком матриці $A_{m \times n}$ на матрицю $B_{n \times p}$ називається матриця

$$A \cdot B = A \cdot \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \cdots & A\vec{b}_p \end{bmatrix}$$

Результатом множення є матриця розмірності $m \times p$.

Приклад 1.2.51

Обчислити $A \cdot B$ та $B \cdot A$, якщо

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Розв'язок. Оскільки матриця A розмірності 2×2 , а матриця B розмірності 2×3 , то множення матриць $A \cdot B$ визначене. Позначимо через $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$ стовпці матриць B . Тоді формуємо з векторів $A\vec{b}_1, A\vec{b}_2, A\vec{b}_3$ матрицю $A \cdot B$:

$$A\vec{b}_1 = \begin{bmatrix} 11 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad A\vec{b}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 13 \end{bmatrix}, \quad A\vec{b}_3 = \begin{bmatrix} 21 \\ -9 \end{bmatrix},$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}.$$

Множення $B \cdot A$ невизначене, оскільки розміри матриць B і A не узгоджуються з означенням множення матриць (див. означення 1.2.50).

Лінійні операції над матрицями

Означення 1.2.50

Добутком матриці $A_{m \times n}$ на матрицю $B_{n \times p}$ називається матриця

$$A \cdot B = A \cdot \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \dots & \vec{b}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \dots & A\vec{b}_p \end{bmatrix}$$

Результатом множення є матриця розмірності $m \times p$.

Приклад 1.2.51

Обчислити $A \cdot B$ та $B \cdot A$, якщо

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Розв'язок. Оскільки матриця A розмірності 2×2 , а матриця B розмірності 2×3 , то множення матриць $A \cdot B$ визначене. Позначимо через $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$ стовпці матриць B . Тоді формуємо з векторів $A\vec{b}_1, A\vec{b}_2, A\vec{b}_3$ матрицю $A \cdot B$:

$$A\vec{b}_1 = \begin{bmatrix} 11 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad A\vec{b}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 13 \end{bmatrix}, \quad A\vec{b}_3 = \begin{bmatrix} 21 \\ -9 \end{bmatrix},$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}.$$

Множення $B \cdot A$ невизначене, оскільки розміри матриць B і A не узгоджуються з означенням множення матриць (див. означення 1.2.50).

Лінійні операції над матрицями

Означення 1.2.50

Добутком матриці $A_{m \times n}$ на матрицю $B_{n \times p}$ називається матриця

$$A \cdot B = A \cdot \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \dots & \vec{b}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \dots & A\vec{b}_p \end{bmatrix}$$

Результатом множення є матриця розмірності $m \times p$.

Приклад 1.2.51

Обчислити $A \cdot B$ та $B \cdot A$, якщо

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Розв'язок. Оскільки матриця A розмірності 2×2 , а матриця B розмірності 2×3 , то множення матриць $A \cdot B$ визначене. Позначимо через $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$ стовпці матриць B . Тоді формуємо з векторів $A\vec{b}_1, A\vec{b}_2, A\vec{b}_3$ матрицю $A \cdot B$:

$$A\vec{b}_1 = \begin{bmatrix} 11 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad A\vec{b}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 13 \end{bmatrix}, \quad A\vec{b}_3 = \begin{bmatrix} 21 \\ -9 \end{bmatrix},$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}.$$

Множення $B \cdot A$ невизначене, оскільки розміри матриць B і A не узгоджуються з означенням множення матриць (див. означення 1.2.50).

Лінійні операції над матрицями

Означення 1.2.50

Добутком матриці $A_{m \times n}$ на матрицю $B_{n \times p}$ називається матриця

$$A \cdot B = A \cdot \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \dots & \vec{b}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \dots & A\vec{b}_p \end{bmatrix}$$

Результатом множення є матриця розмірності $m \times p$.

Приклад 1.2.51

Обчислити $A \cdot B$ та $B \cdot A$, якщо

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Розв'язок. Оскільки матриця A розмірності 2×2 , а матриця B розмірності 2×3 , то множення матриць $A \cdot B$ визначене. Позначимо через $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$ стовпці матриць B . Тоді формуємо з векторів $A\vec{b}_1, A\vec{b}_2, A\vec{b}_3$ матрицю $A \cdot B$:

$$A\vec{b}_1 = \begin{bmatrix} 11 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad A\vec{b}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 13 \end{bmatrix}, \quad A\vec{b}_3 = \begin{bmatrix} 21 \\ -9 \end{bmatrix},$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}.$$

Множення $B \cdot A$ невизначене, оскільки розміри матриць B і A не узгоджуються з означенням множення матриць (див. означення 1.2.50).

Лінійні операції над матрицями

Означення 1.2.50

Добутком матриці $A_{m \times n}$ на матрицю $B_{n \times p}$ називається матриця

$$A \cdot B = A \cdot \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \dots & \vec{b}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \dots & A\vec{b}_p \end{bmatrix}$$

Результатом множення є матриця розмірності $m \times p$.

Приклад 1.2.51

Обчислити $A \cdot B$ та $B \cdot A$, якщо

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Розв'язок. Оскільки матриця A розмірності 2×2 , а матриця B розмірності 2×3 , то множення матриць $A \cdot B$ визначене. Позначимо через $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$ стовпці матриць B . Тоді формуємо з векторів $A\vec{b}_1, A\vec{b}_2, A\vec{b}_3$ матрицю $A \cdot B$:

$$A\vec{b}_1 = \begin{bmatrix} 11 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad A\vec{b}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 13 \end{bmatrix}, \quad A\vec{b}_3 = \begin{bmatrix} 21 \\ -9 \end{bmatrix},$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}.$$

Множення $B \cdot A$ невизначене, оскільки розміри матриць B і A не узгоджуються з означенням множення матриць (див. означення 1.2.50).

Лінійні операції над матрицями

Означення 1.2.50

Добутком матриці $A_{m \times n}$ на матрицю $B_{n \times p}$ називається матриця

$$A \cdot B = A \cdot \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \dots & \vec{b}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \dots & A\vec{b}_p \end{bmatrix}$$

Результатом множення є матриця розмірності $m \times p$.

Приклад 1.2.51

Обчислити $A \cdot B$ та $B \cdot A$, якщо

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Розв'язок. Оскільки матриця A розмірності 2×2 , а матриця B розмірності 2×3 , то множення матриць $A \cdot B$ визначене. Позначимо через $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$ стовпці матриць B . Тоді формуємо з векторів $A\vec{b}_1, A\vec{b}_2, A\vec{b}_3$ матрицю $A \cdot B$:

$$A\vec{b}_1 = \begin{bmatrix} 11 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad A\vec{b}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 13 \end{bmatrix}, \quad A\vec{b}_3 = \begin{bmatrix} 21 \\ -9 \end{bmatrix},$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}.$$

Множення $B \cdot A$ невизначене, оскільки розміри матриць B і A не узгоджуються з означенням множення матриць (див. означення 1.2.50).

Лінійні операції над матрицями

Означення 1.2.50

Добутком матриці $A_{m \times n}$ на матрицю $B_{n \times p}$ називається матриця

$$A \cdot B = A \cdot \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \dots & \vec{b}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \dots & A\vec{b}_p \end{bmatrix}$$

Результатом множення є матриця розмірності $m \times p$.

Приклад 1.2.51

Обчислити $A \cdot B$ та $B \cdot A$, якщо

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Розв'язок. Оскільки матриця A розмірності 2×2 , а матриця B розмірності 2×3 , то множення матриць $A \cdot B$ визначене. Позначимо через $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$ стовпці матриць B . Тоді формуємо з векторів $A\vec{b}_1, A\vec{b}_2, A\vec{b}_3$ матрицю $A \cdot B$:

$$A\vec{b}_1 = \begin{bmatrix} 11 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad A\vec{b}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 13 \end{bmatrix}, \quad A\vec{b}_3 = \begin{bmatrix} 21 \\ -9 \end{bmatrix},$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}.$$

Множення $B \cdot A$ невизначене, оскільки розміри матриць B і A не узгоджуються з означенням множення матриць (див. означення 1.2.50).

Лінійні операції над матрицями

Означення 1.2.50

Добутком матриці $A_{m \times n}$ на матрицю $B_{n \times p}$ називається матриця

$$A \cdot B = A \cdot \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \dots & \vec{b}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \dots & A\vec{b}_p \end{bmatrix}$$

Результатом множення є матриця розмірності $m \times p$.

Приклад 1.2.51

Обчислити $A \cdot B$ та $B \cdot A$, якщо

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Розв'язок. Оскільки матриця A розмірності 2×2 , а матриця B розмірності 2×3 , то множення матриць $A \cdot B$ визначене. Позначимо через $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$ стовпці матриць B . Тоді формуємо з векторів $A\vec{b}_1, A\vec{b}_2, A\vec{b}_3$ матрицю $A \cdot B$:

$$A\vec{b}_1 = \begin{bmatrix} 11 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad A\vec{b}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 13 \end{bmatrix}, \quad A\vec{b}_3 = \begin{bmatrix} 21 \\ -9 \end{bmatrix},$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}.$$

Множення $B \cdot A$ невизначене, оскільки розміри матриць B і A не узгоджуються з означенням множення матриць (див. означення 1.2.50).

Лінійні операції над матрицями

Означення 1.2.50

Добутком матриці $A_{m \times n}$ на матрицю $B_{n \times p}$ називається матриця

$$A \cdot B = A \cdot \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \dots & \vec{b}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \dots & A\vec{b}_p \end{bmatrix}$$

Результатом множення є матриця розмірності $m \times p$.

Приклад 1.2.51

Обчислити $A \cdot B$ та $B \cdot A$, якщо

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Розв'язок. Оскільки матриця A розмірності 2×2 , а матриця B розмірності 2×3 , то множення матриць $A \cdot B$ визначене. Позначимо через $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$ стовпці матриць B . Тоді формуємо з векторів $A\vec{b}_1, A\vec{b}_2, A\vec{b}_3$ матрицю $A \cdot B$:

$$A\vec{b}_1 = \begin{bmatrix} 11 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad A\vec{b}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 13 \end{bmatrix}, \quad A\vec{b}_3 = \begin{bmatrix} 21 \\ -9 \end{bmatrix},$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}.$$

Множення $B \cdot A$ невизначене, оскільки розміри матриць B і A не узгоджуються з означенням множення матриць (див. означення 1.2.50).

Лінійні операції над матрицями

Означення 1.2.50

Добутком матриці $A_{m \times n}$ на матрицю $B_{n \times p}$ називається матриця

$$A \cdot B = A \cdot \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \dots & \vec{b}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \dots & A\vec{b}_p \end{bmatrix}$$

Результатом множення є матриця розмірності $m \times p$.

Приклад 1.2.51

Обчислити $A \cdot B$ та $B \cdot A$, якщо

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Розв'язок. Оскільки матриця A розмірності 2×2 , а матриця B розмірності 2×3 , то множення матриць $A \cdot B$ визначене. Позначимо через $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$ стовпці матриць B . Тоді формуємо з векторів $A\vec{b}_1, A\vec{b}_2, A\vec{b}_3$ матрицю $A \cdot B$:

$$A\vec{b}_1 = \begin{bmatrix} 11 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad A\vec{b}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 13 \end{bmatrix}, \quad A\vec{b}_3 = \begin{bmatrix} 21 \\ -9 \end{bmatrix},$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}.$$

Множення $B \cdot A$ невизначене, оскільки розміри матриць B і A не узгоджуються з означенням множення матриць (див. означення 1.2.50).

Лінійні операції над матрицями

Означення 1.2.50

Добутком матриці $A_{m \times n}$ на матрицю $B_{n \times p}$ називається матриця

$$A \cdot B = A \cdot \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \dots & \vec{b}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \dots & A\vec{b}_p \end{bmatrix}$$

Результатом множення є матриця розмірності $m \times p$.

Приклад 1.2.51

Обчислити $A \cdot B$ та $B \cdot A$, якщо

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Розв'язок. Оскільки матриця A розмірності 2×2 , а матриця B розмірності 2×3 , то множення матриць $A \cdot B$ визначене. Позначимо через $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$ стовпці матриць B . Тоді формуємо з векторів $A\vec{b}_1, A\vec{b}_2, A\vec{b}_3$ матрицю $A \cdot B$:

$$A\vec{b}_1 = \begin{bmatrix} 11 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad A\vec{b}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 13 \end{bmatrix}, \quad A\vec{b}_3 = \begin{bmatrix} 21 \\ -9 \end{bmatrix},$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}.$$

Множення $B \cdot A$ невизначене, оскільки розміри матриць B і A не узгоджуються з означенням множення матриць (див. означення 1.2.50).

Зауваження 1.2.52

Добуток двох матриць не завжди існує, а саме: добуток матриць розмірності $m \times n$ на матрицю розмірності $k \times p$ існує тоді і тільки тоді, коли $n = k$. Разом з цим добуток двох квадратних матриць одного й того ж порядку завжди існує.

Для обчислення добутку матриць використовується також зручне правило множення "*рядок на стовець*". Воно базується на понятті добутку рядка однієї матриці на стовець іншої.

Нехай маємо дві матриць $A_{m \times n}$ та $B_{n \times p}$. Під добутком i -го рядка матриці A на j -й стовпчик матриці B розуміють число

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}.$$

Тоді добутком матриці $A_{m \times n}$ на матрицю $B_{n \times p}$ є матриця C розмірності $m \times p$, кожний елемент c_{ij} якої дорівнює добутку i -го рядка матриці A на j -й стовпчик матриці B .

Наприклад,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2 \cdot 4 + 3 \cdot 1 & 2 \cdot 3 + 3 \cdot (-2) & 2 \cdot 6 + 3 \cdot 3 \\ 1 \cdot 4 + (-5) \cdot 1 & 1 \cdot 3 + (-5) \cdot (-2) & 1 \cdot 6 + (-5) \cdot 3 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Зауваження 1.2.52

Добуток двох матриць не завжди існує, а саме: добуток матриць розмірності $m \times n$ на матрицю розмірності $k \times p$ існує тоді і тільки тоді, коли $n = k$. Разом з цим добуток двох квадратних матриць одного й того ж порядку завжди існує.

Для обчислення добутку матриць використовується також зручне правило множення "*рядок на стовець*". Воно базується на понятті добутку рядка однієї матриці на стовець іншої.

Нехай маємо дві матриць $A_{m \times n}$ та $B_{n \times p}$. Під добутком i -го рядка матриці A на j -й стовпчик матриці B розуміють число

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}.$$

Тоді добутком матриці $A_{m \times n}$ на матрицю $B_{n \times p}$ є матриця C розмірності $m \times p$, кожний елемент c_{ij} якої дорівнює добутку i -го рядка матриці A на j -й стовпчик матриці B .

Наприклад,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2 \cdot 4 + 3 \cdot 1 & 2 \cdot 3 + 3 \cdot (-2) & 2 \cdot 6 + 3 \cdot 3 \\ 1 \cdot 4 + (-5) \cdot 1 & 1 \cdot 3 + (-5) \cdot (-2) & 1 \cdot 6 + (-5) \cdot 3 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Зауваження 1.2.52

Добуток двох матриць не завжди існує, а саме: добуток матриць розмірності $m \times n$ на матрицю розмірності $k \times p$ існує тоді і тільки тоді, коли $n = k$. Разом з цим добуток двох квадратних матриць одного й того ж порядку завжди існує.

Для обчислення добутку матриць використовується також зручне правило множення "*рядок на стовець*". Воно базується на понятті добутку рядка однієї матриці на стовець іншої.

Нехай маємо дві матриць $A_{m \times n}$ та $B_{n \times p}$. Під добутком i -го рядка матриці A на j -й стовпчик матриці B розуміють число

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}.$$

Тоді добутком матриці $A_{m \times n}$ на матрицю $B_{n \times p}$ є матриця C розмірності $m \times p$, кожний елемент c_{ij} якої дорівнює добутку i -го рядка матриці A на j -й стовпчик матриці B .

Наприклад,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2 \cdot 4 + 3 \cdot 1 & 2 \cdot 3 + 3 \cdot (-2) & 2 \cdot 6 + 3 \cdot 3 \\ 1 \cdot 4 + (-5) \cdot 1 & 1 \cdot 3 + (-5) \cdot (-2) & 1 \cdot 6 + (-5) \cdot 3 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Зауваження 1.2.52

Добуток двох матриць не завжди існує, а саме: добуток матриць розмірності $m \times n$ на матрицю розмірності $k \times p$ існує тоді і тільки тоді, коли $n = k$. Разом з цим добуток двох квадратних матриць одного й того ж порядку завжди існує.

Для обчислення добутку матриць використовується також зручне правило множення "*рядок на стовець*". Воно базується на понятті добутку рядка однієї матриці на стовець іншої.

Нехай маємо дві матриць $A_{m \times n}$ та $B_{n \times p}$. Під добутком i -го рядка матриці A на j -й стовпчик матриці B розуміють число

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}.$$

Тоді добутком матриці $A_{m \times n}$ на матрицю $B_{n \times p}$ є матриця C розмірності $m \times p$, кожний елемент c_{ij} якої дорівнює добутку i -го рядка матриці A на j -й стовпчик матриці B .

Наприклад,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2 \cdot 4 + 3 \cdot 1 & 2 \cdot 3 + 3 \cdot (-2) & 2 \cdot 6 + 3 \cdot 3 \\ 1 \cdot 4 + (-5) \cdot 1 & 1 \cdot 3 + (-5) \cdot (-2) & 1 \cdot 6 + (-5) \cdot 3 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Зауваження 1.2.52

Добуток двох матриць не завжди існує, а саме: добуток матриць розмірності $m \times n$ на матрицю розмірності $k \times p$ існує тоді і тільки тоді, коли $n = k$. Разом з цим добуток двох квадратних матриць одного й того ж порядку завжди існує.

Для обчислення добутку матриць використовується також зручне правило множення "*рядок на стовець*". Воно базується на понятті добутку рядка однієї матриці на стовець іншої.

Нехай маємо дві матриць $A_{m \times n}$ та $B_{n \times p}$. Під добутком i -го рядка матриці A на j -й стовпчик матриці B розуміють число

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}.$$

Тоді добутком матриці $A_{m \times n}$ на матрицю $B_{n \times p}$ є матриця C розмірності $m \times p$, кожний елемент c_{ij} якої дорівнює добутку i -го рядка матриці A на j -й стовпчик матриці B .

Наприклад,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2 \cdot 4 + 3 \cdot 1 & 2 \cdot 3 + 3 \cdot (-2) & 2 \cdot 6 + 3 \cdot 3 \\ 1 \cdot 4 + (-5) \cdot 1 & 1 \cdot 3 + (-5) \cdot (-2) & 1 \cdot 6 + (-5) \cdot 3 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Зауваження 1.2.52

Добуток двох матриць не завжди існує, а саме: добуток матриць розмірності $m \times n$ на матрицю розмірності $k \times p$ існує тоді і тільки тоді, коли $n = k$. Разом з цим добуток двох квадратних матриць одного й того ж порядку завжди існує.

Для обчислення добутку матриць використовується також зручне правило множення "*рядок на стовець*". Воно базується на понятті добутку рядка однієї матриці на стовець іншої.

Нехай маємо дві матриць $A_{m \times n}$ та $B_{n \times p}$. Під добутком i -го рядка матриці A на j -й стовпчик матриці B розуміють число

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}.$$

Тоді добутком матриці $A_{m \times n}$ на матрицю $B_{n \times p}$ є матриця C розмірності $m \times p$, кожний елемент c_{ij} якої дорівнює добутку i -го рядка матриці A на j -й стовпчик матриці B .

Наприклад,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2 \cdot 4 + 3 \cdot 1 & 2 \cdot 3 + 3 \cdot (-2) & 2 \cdot 6 + 3 \cdot 3 \\ 1 \cdot 4 + (-5) \cdot 1 & 1 \cdot 3 + (-5) \cdot (-2) & 1 \cdot 6 + (-5) \cdot 3 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Зауваження 1.2.52

Добуток двох матриць не завжди існує, а саме: добуток матриць розмірності $m \times n$ на матрицю розмірності $k \times p$ існує тоді і тільки тоді, коли $n = k$. Разом з цим добуток двох квадратних матриць одного й того ж порядку завжди існує.

Для обчислення добутку матриць використовується також зручне правило множення “**рядок на стовець**”. Воно базується на понятті добутку рядка однієї матриці на стовець іншої.

Нехай маємо дві матриць $A_{m \times n}$ та $B_{n \times p}$. Під добутком i -го рядка матриці A на j -й стовпчик матриці B розуміють число

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}.$$

Тоді добутком матриці $A_{m \times n}$ на матрицю $B_{n \times p}$ є матриця C розмірності $m \times p$, кожний елемент c_{ij} якої дорівнює добутку i -го рядка матриці A на j -й стовпчик матриці B .

Наприклад,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2 \cdot 4 + 3 \cdot 1 & 2 \cdot 3 + 3 \cdot (-2) & 2 \cdot 6 + 3 \cdot 3 \\ 1 \cdot 4 + (-5) \cdot 1 & 1 \cdot 3 + (-5) \cdot (-2) & 1 \cdot 6 + (-5) \cdot 3 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Зауваження 1.2.52

Добуток двох матриць не завжди існує, а саме: добуток матриць розмірності $m \times n$ на матрицю розмірності $k \times p$ існує тоді і тільки тоді, коли $n = k$. Разом з цим добуток двох квадратних матриць одного й того ж порядку завжди існує.

Для обчислення добутку матриць використовується також зручне правило множення “*рядок на стовець*”. Воно базується на понятті добутку рядка однієї матриці на стовець іншої.

Нехай маємо дві матриць $A_{m \times n}$ та $B_{n \times p}$. Під добутком i -го рядка матриці A на j -й стовпчик матриці B розуміють число

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}.$$

Тоді добутком матриці $A_{m \times n}$ на матрицю $B_{n \times p}$ є матриця C розмірності $m \times p$, кожний елемент c_{ij} якої дорівнює добутку i -го рядка матриці A на j -й стовпчик матриці B .

Наприклад,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2 \cdot 4 + 3 \cdot 1 & 2 \cdot 3 + 3 \cdot (-2) & 2 \cdot 6 + 3 \cdot 3 \\ 1 \cdot 4 + (-5) \cdot 1 & 1 \cdot 3 + (-5) \cdot (-2) & 1 \cdot 6 + (-5) \cdot 3 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Зауваження 1.2.52

Добуток двох матриць не завжди існує, а саме: добуток матриць розмірності $m \times n$ на матрицю розмірності $k \times p$ існує тоді і тільки тоді, коли $n = k$. Разом з цим добуток двох квадратних матриць одного й того ж порядку завжди існує.

Для обчислення добутку матриць використовується також зручне правило множення “*рядок на стовець*”. Воно базується на понятті добутку рядка однієї матриці на стовець іншої.

Нехай маємо дві матриць $A_{m \times n}$ та $B_{n \times p}$. Під добутком i -го рядка матриці A на j -й стовпчик матриці B розуміють число

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}.$$

Тоді добутком матриці $A_{m \times n}$ на матрицю $B_{n \times p}$ є матриця C розмірності $m \times p$, кожний елемент c_{ij} якої дорівнює добутку i -го рядка матриці A на j -й стовпчик матриці B .

Наприклад,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2 \cdot 4 + 3 \cdot 1 & 2 \cdot 3 + 3 \cdot (-2) & 2 \cdot 6 + 3 \cdot 3 \\ 1 \cdot 4 + (-5) \cdot 1 & 1 \cdot 3 + (-5) \cdot (-2) & 1 \cdot 6 + (-5) \cdot 3 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Зауваження 1.2.52

Добуток двох матриць не завжди існує, а саме: добуток матриць розмірності $m \times n$ на матрицю розмірності $k \times p$ існує тоді і тільки тоді, коли $n = k$. Разом з цим добуток двох квадратних матриць одного й того ж порядку завжди існує.

Для обчислення добутку матриць використовується також зручне правило множення “*рядок на стовець*”. Воно базується на понятті добутку рядка однієї матриці на стовець іншої.

Нехай маємо дві матриць $A_{m \times n}$ та $B_{n \times p}$. Під добутком i -го рядка матриці A на j -й стовпчик матриці B розуміють число

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}.$$

Тоді добутком матриці $A_{m \times n}$ на матрицю $B_{n \times p}$ є матриця C розмірності $m \times p$, кожний елемент c_{ij} якої дорівнює добутку i -го рядка матриці A на j -й стовпчик матриці B .

Наприклад,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2 \cdot 4 + 3 \cdot 1 & 2 \cdot 3 + 3 \cdot (-2) & 2 \cdot 6 + 3 \cdot 3 \\ 1 \cdot 4 + (-5) \cdot 1 & 1 \cdot 3 + (-5) \cdot (-2) & 1 \cdot 6 + (-5) \cdot 3 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Зауваження 1.2.52

Добуток двох матриць не завжди існує, а саме: добуток матриць розмірності $m \times n$ на матрицю розмірності $k \times p$ існує тоді і тільки тоді, коли $n = k$. Разом з цим добуток двох квадратних матриць одного й того ж порядку завжди існує.

Для обчислення добутку матриць використовується також зручне правило множення “*рядок на стовець*”. Воно базується на понятті добутку рядка однієї матриці на стовець іншої.

Нехай маємо дві матриць $A_{m \times n}$ та $B_{n \times p}$. Під добутком i -го рядка матриці A на j -й стовпчик матриці B розуміють число

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}.$$

Тоді добутком матриці $A_{m \times n}$ на матрицю $B_{n \times p}$ є матриця C розмірності $m \times p$, кожний елемент c_{ij} якої дорівнює добутку i -го рядка матриці A на j -й стовпчик матриці B .

Наприклад,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2 \cdot 4 + 3 \cdot 1 & 2 \cdot 3 + 3 \cdot (-2) & 2 \cdot 6 + 3 \cdot 3 \\ 1 \cdot 4 + (-5) \cdot 1 & 1 \cdot 3 + (-5) \cdot (-2) & 1 \cdot 6 + (-5) \cdot 3 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Зауваження 1.2.52

Добуток двох матриць не завжди існує, а саме: добуток матриць розмірності $m \times n$ на матрицю розмірності $k \times p$ існує тоді і тільки тоді, коли $n = k$. Разом з цим добуток двох квадратних матриць одного й того ж порядку завжди існує.

Для обчислення добутку матриць використовується також зручне правило множення “*рядок на стовець*”. Воно базується на понятті добутку рядка однієї матриці на стовець іншої.

Нехай маємо дві матриць $A_{m \times n}$ та $B_{n \times p}$. Під добутком i -го рядка матриці A на j -й стовпчик матриці B розуміють число

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}.$$

Тоді добутком матриці $A_{m \times n}$ на матрицю $B_{n \times p}$ є матриця C розмірності $m \times p$, кожний елемент c_{ij} якої дорівнює добутку i -го рядка матриці A на j -й стовпчик матриці B .

Наприклад,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2 \cdot 4 + 3 \cdot 1 & 2 \cdot 3 + 3 \cdot (-2) & 2 \cdot 6 + 3 \cdot 3 \\ 1 \cdot 4 + (-5) \cdot 1 & 1 \cdot 3 + (-5) \cdot (-2) & 1 \cdot 6 + (-5) \cdot 3 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Зауваження 1.2.52

Добуток двох матриць не завжди існує, а саме: добуток матриць розмірності $m \times n$ на матрицю розмірності $k \times p$ існує тоді і тільки тоді, коли $n = k$. Разом з цим добуток двох квадратних матриць одного й того ж порядку завжди існує.

Для обчислення добутку матриць використовується також зручне правило множення “*рядок на стовець*”. Воно базується на понятті добутку рядка однієї матриці на стовець іншої.

Нехай маємо дві матриць $A_{m \times n}$ та $B_{n \times p}$. Під добутком i -го рядка матриці A на j -й стовпчик матриці B розуміють число

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}.$$

Тоді добутком матриці $A_{m \times n}$ на матрицю $B_{n \times p}$ є матриця C розмірності $m \times p$, кожний елемент c_{ij} якої дорівнює добутку i -го рядка матриці A на j -й стовпчик матриці B .

Наприклад,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2 \cdot 4 + 3 \cdot 1 & 2 \cdot 3 + 3 \cdot (-2) & 2 \cdot 6 + 3 \cdot 3 \\ 1 \cdot 4 + (-5) \cdot 1 & 1 \cdot 3 + (-5) \cdot (-2) & 1 \cdot 6 + (-5) \cdot 3 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Зауваження 1.2.52

Добуток двох матриць не завжди існує, а саме: добуток матриць розмірності $m \times n$ на матрицю розмірності $k \times p$ існує тоді і тільки тоді, коли $n = k$. Разом з цим добуток двох квадратних матриць одного й того ж порядку завжди існує.

Для обчислення добутку матриць використовується також зручне правило множення “*рядок на стовець*”. Воно базується на понятті добутку рядка однієї матриці на стовець іншої.

Нехай маємо дві матриць $A_{m \times n}$ та $B_{n \times p}$. Під добутком i -го рядка матриці A на j -й стовпчик матриці B розуміють число

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}.$$

Тоді *добуток матриці $A_{m \times n}$ на матрицю $B_{n \times p}$* є матриця C розмірності $m \times p$, кожний елемент c_{ij} якої дорівнює добутку i -го рядка матриці A на j -й стовпчик матриці B .

Наприклад,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2 \cdot 4 + 3 \cdot 1 & 2 \cdot 3 + 3 \cdot (-2) & 2 \cdot 6 + 3 \cdot 3 \\ 1 \cdot 4 + (-5) \cdot 1 & 1 \cdot 3 + (-5) \cdot (-2) & 1 \cdot 6 + (-5) \cdot 3 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Зауваження 1.2.52

Добуток двох матриць не завжди існує, а саме: добуток матриць розмірності $m \times n$ на матрицю розмірності $k \times p$ існує тоді і тільки тоді, коли $n = k$. Разом з цим добуток двох квадратних матриць одного й того ж порядку завжди існує.

Для обчислення добутку матриць використовується також зручне правило множення “*рядок на стовець*”. Воно базується на понятті добутку рядка однієї матриці на стовець іншої.

Нехай маємо дві матриць $A_{m \times n}$ та $B_{n \times p}$. Під добутком i -го рядка матриці A на j -й стовпчик матриці B розуміють число

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}.$$

Тоді добутком матриці $A_{m \times n}$ на матрицю $B_{n \times p}$ є матриця C розмірності $m \times p$, кожний елемент c_{ij} якої дорівнює добутку i -го рядка матриці A на j -й стовпчик матриці B .

Наприклад,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2 \cdot 4 + 3 \cdot 1 & 2 \cdot 3 + 3 \cdot (-2) & 2 \cdot 6 + 3 \cdot 3 \\ 1 \cdot 4 + (-5) \cdot 1 & 1 \cdot 3 + (-5) \cdot (-2) & 1 \cdot 6 + (-5) \cdot 3 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 11 & 0 & 21 \\ -1 & 13 & -9 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Лінійні операції над матрицями

Лема 1.2.53

Нехай дано матриці $A \in M_{m \times n}$, $B \in M_{n \times p}$ і вектор $\vec{x} \in \mathbb{R}^p$. Тоді

$$A \cdot (B\vec{x}) = (AB)\vec{x}.$$

Доведення. Нехай $B = [\vec{b}_1 \quad \vec{b}_2 \quad \dots \quad \vec{b}_n]$ і $\vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$. Тоді маємо

$$\begin{aligned} A \cdot (B\vec{x}) &= A \cdot (x_1\vec{b}_1 + x_2\vec{b}_2 + \dots + x_p\vec{b}_p) = \\ &= A(x_1\vec{b}_1) + A(x_2\vec{b}_2) + \dots + A(x_p\vec{b}_p) = \\ &= x_1(A\vec{b}_1) + x_2(A\vec{b}_2) + \dots + x_p(A\vec{b}_p) = \\ &= (A\vec{b}_1)x_1 + (A\vec{b}_2)x_2 + \dots + (A\vec{b}_p)x_p = \\ &= [A\vec{b}_1 \quad A\vec{b}_2 \quad \dots \quad A\vec{b}_n] \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \\ &= (AB)\vec{x}, \end{aligned}$$

що і потрібно було довести. ■

Лема 1.2.53

Нехай дано матриці $A \in M_{m \times n}$, $B \in M_{n \times p}$ і вектор $\vec{x} \in \mathbb{R}^p$. Тоді
$$A \cdot (B\vec{x}) = (AB)\vec{x}.$$

Доведення. Нехай $B = [\vec{b}_1 \quad \vec{b}_2 \quad \dots \quad \vec{b}_n]$ і $\vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$. Тоді маємо

$$\begin{aligned} A \cdot (B\vec{x}) &= A \cdot (x_1\vec{b}_1 + x_2\vec{b}_2 + \dots + x_p\vec{b}_p) = \\ &= A(x_1\vec{b}_1) + A(x_2\vec{b}_2) + \dots + A(x_p\vec{b}_p) = \\ &= x_1(A\vec{b}_1) + x_2(A\vec{b}_2) + \dots + x_p(A\vec{b}_p) = \\ &= (A\vec{b}_1)x_1 + (A\vec{b}_2)x_2 + \dots + (A\vec{b}_p)x_p = \\ &= [A\vec{b}_1 \quad A\vec{b}_2 \quad \dots \quad A\vec{b}_n] \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \\ &= (AB)\vec{x}, \end{aligned}$$

що і потрібно було довести. ■

Лема 1.2.53

Нехай дано матриці $A \in M_{m \times n}$, $B \in M_{n \times p}$ і вектор $\vec{x} \in \mathbb{R}^p$. Тоді
$$A \cdot (B\vec{x}) = (AB)\vec{x}.$$

Доведення. Нехай $B = [\vec{b}_1 \quad \vec{b}_2 \quad \dots \quad \vec{b}_n]$ і $\vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$. Тоді маємо

$$\begin{aligned} A \cdot (B\vec{x}) &= A \cdot (x_1\vec{b}_1 + x_2\vec{b}_2 + \dots + x_p\vec{b}_p) = \\ &= A(x_1\vec{b}_1) + A(x_2\vec{b}_2) + \dots + A(x_p\vec{b}_p) = \\ &= x_1(A\vec{b}_1) + x_2(A\vec{b}_2) + \dots + x_p(A\vec{b}_p) = \\ &= (A\vec{b}_1)x_1 + (A\vec{b}_2)x_2 + \dots + (A\vec{b}_p)x_p = \\ &= \begin{bmatrix} A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \dots & A\vec{b}_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \\ &= (AB)\vec{x}, \end{aligned}$$

що і потрібно було довести. ■

Лема 1.2.53

Нехай дано матриці $A \in M_{m \times n}$, $B \in M_{n \times p}$ і вектор $\vec{x} \in \mathbb{R}^p$. Тоді

$$A \cdot (B\vec{x}) = (AB)\vec{x}.$$

Доведення. Нехай $B = [\vec{b}_1 \quad \vec{b}_2 \quad \dots \quad \vec{b}_n]$ і $\vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$. Тоді маємо

$$\begin{aligned} A \cdot (B\vec{x}) &= A \cdot (x_1\vec{b}_1 + x_2\vec{b}_2 + \dots + x_p\vec{b}_p) = \\ &= A(x_1\vec{b}_1) + A(x_2\vec{b}_2) + \dots + A(x_p\vec{b}_p) = \\ &= x_1(A\vec{b}_1) + x_2(A\vec{b}_2) + \dots + x_p(A\vec{b}_p) = \\ &= (A\vec{b}_1)x_1 + (A\vec{b}_2)x_2 + \dots + (A\vec{b}_p)x_p = \\ &= [A\vec{b}_1 \quad A\vec{b}_2 \quad \dots \quad A\vec{b}_n] \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \\ &= (AB)\vec{x}, \end{aligned}$$

що і потрібно було довести. ■

Лема 1.2.53

Нехай дано матриці $A \in M_{m \times n}$, $B \in M_{n \times p}$ і вектор $\vec{x} \in \mathbb{R}^p$. Тоді
$$A \cdot (B\vec{x}) = (AB)\vec{x}.$$

Доведення. Нехай $B = [\vec{b}_1 \quad \vec{b}_2 \quad \dots \quad \vec{b}_n]$ і $\vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$. Тоді маємо

$$\begin{aligned} A \cdot (B\vec{x}) &= A \cdot (x_1\vec{b}_1 + x_2\vec{b}_2 + \dots + x_p\vec{b}_p) = \\ &= A(x_1\vec{b}_1) + A(x_2\vec{b}_2) + \dots + A(x_p\vec{b}_p) = \\ &= x_1(A\vec{b}_1) + x_2(A\vec{b}_2) + \dots + x_p(A\vec{b}_p) = \\ &= (A\vec{b}_1)x_1 + (A\vec{b}_2)x_2 + \dots + (A\vec{b}_p)x_p = \\ &= \begin{bmatrix} A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \dots & A\vec{b}_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \\ &= (AB)\vec{x}, \end{aligned}$$

що і потрібно було довести. ■

Лема 1.2.53

Нехай дано матриці $A \in M_{m \times n}$, $B \in M_{n \times p}$ і вектор $\vec{x} \in \mathbb{R}^p$. Тоді
$$A \cdot (B\vec{x}) = (AB)\vec{x}.$$

Доведення. Нехай $B = [\vec{b}_1 \quad \vec{b}_2 \quad \dots \quad \vec{b}_n]$ і $\vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$. Тоді маємо

$$\begin{aligned} A \cdot (B\vec{x}) &= A \cdot (x_1\vec{b}_1 + x_2\vec{b}_2 + \dots + x_p\vec{b}_p) = \\ &= A(x_1\vec{b}_1) + A(x_2\vec{b}_2) + \dots + A(x_p\vec{b}_p) = \\ &= x_1(A\vec{b}_1) + x_2(A\vec{b}_2) + \dots + x_p(A\vec{b}_p) = \\ &= (A\vec{b}_1)x_1 + (A\vec{b}_2)x_2 + \dots + (A\vec{b}_p)x_p = \\ &= [A\vec{b}_1 \quad A\vec{b}_2 \quad \dots \quad A\vec{b}_n] \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \\ &= (AB)\vec{x}, \end{aligned}$$

що і потрібно було довести. ■

Лема 1.2.53

Нехай дано матриці $A \in M_{m \times n}$, $B \in M_{n \times p}$ і вектор $\vec{x} \in \mathbb{R}^p$. Тоді
$$A \cdot (B\vec{x}) = (AB)\vec{x}.$$

Доведення. Нехай $B = [\vec{b}_1 \quad \vec{b}_2 \quad \dots \quad \vec{b}_n]$ і $\vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$. Тоді маємо

$$\begin{aligned} A \cdot (B\vec{x}) &= A \cdot (x_1\vec{b}_1 + x_2\vec{b}_2 + \dots + x_p\vec{b}_p) = \\ &= A(x_1\vec{b}_1) + A(x_2\vec{b}_2) + \dots + A(x_p\vec{b}_p) = \\ &= x_1(A\vec{b}_1) + x_2(A\vec{b}_2) + \dots + x_p(A\vec{b}_p) = \\ &= (A\vec{b}_1)x_1 + (A\vec{b}_2)x_2 + \dots + (A\vec{b}_p)x_p = \\ &= \begin{bmatrix} A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \dots & A\vec{b}_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \\ &= (AB)\vec{x}, \end{aligned}$$

що і потрібно було довести. ■

Лема 1.2.53

Нехай дано матриці $A \in M_{m \times n}$, $B \in M_{n \times p}$ і вектор $\vec{x} \in \mathbb{R}^p$. Тоді
$$A \cdot (B\vec{x}) = (AB)\vec{x}.$$

Доведення. Нехай $B = [\vec{b}_1 \quad \vec{b}_2 \quad \dots \quad \vec{b}_n]$ і $\vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$. Тоді маємо

$$\begin{aligned} A \cdot (B\vec{x}) &= A \cdot (x_1\vec{b}_1 + x_2\vec{b}_2 + \dots + x_p\vec{b}_p) = \\ &= A(x_1\vec{b}_1) + A(x_2\vec{b}_2) + \dots + A(x_p\vec{b}_p) = \\ &= x_1(A\vec{b}_1) + x_2(A\vec{b}_2) + \dots + x_p(A\vec{b}_p) = \\ &= (A\vec{b}_1)x_1 + (A\vec{b}_2)x_2 + \dots + (A\vec{b}_p)x_p = \\ &= \begin{bmatrix} A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \dots & A\vec{b}_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \\ &= (AB)\vec{x}, \end{aligned}$$

що і потрібно було довести. ■

Лема 1.2.53

Нехай дано матриці $A \in M_{m \times n}$, $B \in M_{n \times p}$ і вектор $\vec{x} \in \mathbb{R}^p$. Тоді
$$A \cdot (B\vec{x}) = (AB)\vec{x}.$$

Доведення. Нехай $B = [\vec{b}_1 \quad \vec{b}_2 \quad \dots \quad \vec{b}_n]$ і $\vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$. Тоді маємо

$$\begin{aligned} A \cdot (B\vec{x}) &= A \cdot (x_1\vec{b}_1 + x_2\vec{b}_2 + \dots + x_p\vec{b}_p) = \\ &= A(x_1\vec{b}_1) + A(x_2\vec{b}_2) + \dots + A(x_p\vec{b}_p) = \\ &= x_1(A\vec{b}_1) + x_2(A\vec{b}_2) + \dots + x_p(A\vec{b}_p) = \\ &= (A\vec{b}_1)x_1 + (A\vec{b}_2)x_2 + \dots + (A\vec{b}_p)x_p = \\ &= [A\vec{b}_1 \quad A\vec{b}_2 \quad \dots \quad A\vec{b}_n] \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \\ &= (AB)\vec{x}, \end{aligned}$$

що і потрібно було довести. ■

Лема 1.2.53

Нехай дано матриці $A \in M_{m \times n}$, $B \in M_{n \times p}$ і вектор $\vec{x} \in \mathbb{R}^p$. Тоді

$$A \cdot (B\vec{x}) = (AB)\vec{x}.$$

Доведення. Нехай $B = [\vec{b}_1 \quad \vec{b}_2 \quad \dots \quad \vec{b}_p]$ і $\vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$. Тоді маємо

$$\begin{aligned} A \cdot (B\vec{x}) &= A \cdot (x_1\vec{b}_1 + x_2\vec{b}_2 + \dots + x_p\vec{b}_p) = \\ &= A(x_1\vec{b}_1) + A(x_2\vec{b}_2) + \dots + A(x_p\vec{b}_p) = \\ &= x_1(A\vec{b}_1) + x_2(A\vec{b}_2) + \dots + x_p(A\vec{b}_p) = \\ &= (A\vec{b}_1)x_1 + (A\vec{b}_2)x_2 + \dots + (A\vec{b}_p)x_p = \\ &= [A\vec{b}_1 \quad A\vec{b}_2 \quad \dots \quad A\vec{b}_p] \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \\ &= (AB)\vec{x}, \end{aligned}$$

що і потрібно було довести. ■

Лема 1.2.53

Нехай дано матриці $A \in M_{m \times n}$, $B \in M_{n \times p}$ і вектор $\vec{x} \in \mathbb{R}^p$. Тоді

$$A \cdot (B\vec{x}) = (AB)\vec{x}.$$

Доведення. Нехай $B = [\vec{b}_1 \quad \vec{b}_2 \quad \dots \quad \vec{b}_n]$ і $\vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$. Тоді маємо

$$\begin{aligned} A \cdot (B\vec{x}) &= A \cdot (x_1\vec{b}_1 + x_2\vec{b}_2 + \dots + x_p\vec{b}_p) = \\ &= A(x_1\vec{b}_1) + A(x_2\vec{b}_2) + \dots + A(x_p\vec{b}_p) = \\ &= x_1(A\vec{b}_1) + x_2(A\vec{b}_2) + \dots + x_p(A\vec{b}_p) = \\ &= (A\vec{b}_1)x_1 + (A\vec{b}_2)x_2 + \dots + (A\vec{b}_p)x_p = \\ &= [A\vec{b}_1 \quad A\vec{b}_2 \quad \dots \quad A\vec{b}_n] \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \\ &= (AB)\vec{x}, \end{aligned}$$

що і потрібно було довести. ■

Лема 1.2.53

Нехай дано матриці $A \in M_{m \times n}$, $B \in M_{n \times p}$ і вектор $\vec{x} \in \mathbb{R}^p$. Тоді

$$A \cdot (B\vec{x}) = (AB)\vec{x}.$$

Доведення. Нехай $B = [\vec{b}_1 \quad \vec{b}_2 \quad \dots \quad \vec{b}_n]$ і $\vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$. Тоді маємо

$$\begin{aligned} A \cdot (B\vec{x}) &= A \cdot (x_1\vec{b}_1 + x_2\vec{b}_2 + \dots + x_p\vec{b}_p) = \\ &= A(x_1\vec{b}_1) + A(x_2\vec{b}_2) + \dots + A(x_p\vec{b}_p) = \\ &= x_1(A\vec{b}_1) + x_2(A\vec{b}_2) + \dots + x_p(A\vec{b}_p) = \\ &= (A\vec{b}_1)x_1 + (A\vec{b}_2)x_2 + \dots + (A\vec{b}_p)x_p = \\ &= [A\vec{b}_1 \quad A\vec{b}_2 \quad \dots \quad A\vec{b}_n] \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \\ &= (AB)\vec{x}, \end{aligned}$$

що і потрібно було довести. ■

Теорема 1.2.54

Нехай A, B, C — матриці таких розмірів, для яких визначені операції, що наведені нижче; $\alpha \in \mathbb{R}$. Тоді:

(1) $(AB)C = A(BC)$ (асоціативність множення матриць);

(2) $A(B + C) = AB + AC$ (лінійна розподільність множення матриць стосовно операції додавання матриць);

(3) $(A + B)C = AC + BC$ (лінійна розподільність множення матриць стосовно операції додавання матриць);

(4) $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$.

Доведення. 1. Нехай маємо три матриці $A = A_{m \times n}$, $B = B_{n \times p}$ та $C = C_{p \times q} = [\vec{c}_1 \quad \vec{c}_2 \quad \dots \quad \vec{c}_q]$. Тоді за означенням добутку двох матриць (означення 1.2.50) маємо, що

$$B \cdot C = [B\vec{c}_1 \quad B\vec{c}_2 \quad \dots \quad B\vec{c}_q].$$

Враховуючи лему 1.2.53, отримуємо:

$$\begin{aligned}(AB)C &= A [B\vec{c}_1 \quad B\vec{c}_2 \quad \dots \quad B\vec{c}_q] = \\ &= [A(B\vec{c}_1) \quad A(B\vec{c}_2) \quad \dots \quad A(B\vec{c}_q)] = \\ &= [(AB)\vec{c}_1 \quad (AB)\vec{c}_2 \quad \dots \quad (AB)\vec{c}_q] = \\ &= (AB)C.\end{aligned}$$

Теорема 1.2.54

Нехай A, B, C — матриці таких розмірів, для яких визначені операції, що наведені нижче; $\alpha \in \mathbb{R}$. Тоді:

- 1) $(AB)C = A(BC)$ (асоціативність множення матриць);
- 2) $A(B + C) = AB + AC$ (ліва дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
- 3) $(A + B)C = AC + BC$ (права дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
- 4) $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$.

Доведення. 1. Нехай маємо три матриці $A = A_{m \times n}$, $B = B_{n \times p}$ та $C = C_{p \times q} = [\vec{c}_1 \quad \vec{c}_2 \quad \dots \quad \vec{c}_q]$. Тоді за означенням добутку двох матриць (означення 1.2.50) маємо, що

$$B \cdot C = [B\vec{c}_1 \quad B\vec{c}_2 \quad \dots \quad B\vec{c}_q].$$

Враховуючи лему 1.2.53, отримуємо:

$$\begin{aligned}(AB)C &= A [B\vec{c}_1 \quad B\vec{c}_2 \quad \dots \quad B\vec{c}_q] = \\ &= [A(B\vec{c}_1) \quad A(B\vec{c}_2) \quad \dots \quad A(B\vec{c}_q)] = \\ &= [(AB)\vec{c}_1 \quad (AB)\vec{c}_2 \quad \dots \quad (AB)\vec{c}_q] = \\ &= (AB)C.\end{aligned}$$

Теорема 1.2.54

Нехай A, B, C — матриці таких розмірів, для яких визначені операції, що наведені нижче; $\alpha \in \mathbb{R}$. Тоді:

- 1) $(AB)C = A(BC)$ (асоціативність множення матриць);
- 2) $A(B + C) = AB + AC$ (ліва дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
- 3) $(A + B)C = AC + BC$ (права дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
- 4) $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$.

Доведення. 1. Нехай маємо три матриці $A = A_{m \times n}$, $B = B_{n \times p}$ та $C = C_{p \times q} = [\vec{c}_1 \quad \vec{c}_2 \quad \dots \quad \vec{c}_q]$. Тоді за означенням добутку двох матриць (означення 1.2.50) маємо, що

$$B \cdot C = [B\vec{c}_1 \quad B\vec{c}_2 \quad \dots \quad B\vec{c}_q].$$

Враховуючи лему 1.2.53, отримуємо:

$$\begin{aligned}(AB)C &= A [B\vec{c}_1 \quad B\vec{c}_2 \quad \dots \quad B\vec{c}_q] = \\ &= [A(B\vec{c}_1) \quad A(B\vec{c}_2) \quad \dots \quad A(B\vec{c}_q)] = \\ &= [(AB)\vec{c}_1 \quad (AB)\vec{c}_2 \quad \dots \quad (AB)\vec{c}_q] = \\ &= (AB)C.\end{aligned}$$

Теорема 1.2.54

Нехай A, B, C — матриці таких розмірів, для яких визначені операції, що наведені нижче; $\alpha \in \mathbb{R}$. Тоді:

- 1) $(AB)C = A(BC)$ (асоціативність множення матриць);
- 2) $A(B + C) = AB + AC$ (ліва дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
- 3) $(A + B)C = AC + BC$ (права дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
- 4) $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$.

Доведення. 1. Нехай маємо три матриці $A = A_{m \times n}$, $B = B_{n \times p}$ та $C = C_{p \times q} = [\vec{c}_1 \quad \vec{c}_2 \quad \dots \quad \vec{c}_q]$. Тоді за означенням добутку двох матриць (означення 1.2.50) маємо, що

$$B \cdot C = [B\vec{c}_1 \quad B\vec{c}_2 \quad \dots \quad B\vec{c}_q].$$

Враховуючи лему 1.2.53, отримуємо:

$$\begin{aligned}(AB)C &= A [B\vec{c}_1 \quad B\vec{c}_2 \quad \dots \quad B\vec{c}_q] = \\ &= [A(B\vec{c}_1) \quad A(B\vec{c}_2) \quad \dots \quad A(B\vec{c}_q)] = \\ &= [(AB)\vec{c}_1 \quad (AB)\vec{c}_2 \quad \dots \quad (AB)\vec{c}_q] = \\ &= (AB)C.\end{aligned}$$

Теорема 1.2.54

Нехай A, B, C — матриці таких розмірів, для яких визначені операції, що наведені нижче; $\alpha \in \mathbb{R}$. Тоді:

- 1) $(AB)C = A(BC)$ (асоціативність множення матриць);
- 2) $A(B + C) = AB + AC$ (ліва дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
- 3) $(A + B)C = AC + BC$ (права дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
- 4) $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$.

Доведення. 1. Нехай маємо три матриці $A = A_{m \times n}$, $B = B_{n \times p}$ та $C = C_{p \times q} = [\vec{c}_1 \quad \vec{c}_2 \quad \dots \quad \vec{c}_q]$. Тоді за означенням добутку двох матриць (означення 1.2.50) маємо, що

$$B \cdot C = [B\vec{c}_1 \quad B\vec{c}_2 \quad \dots \quad B\vec{c}_q].$$

Враховуючи лему 1.2.53, отримуємо:

$$\begin{aligned}(AB)C &= A [B\vec{c}_1 \quad B\vec{c}_2 \quad \dots \quad B\vec{c}_q] = \\ &= [A(B\vec{c}_1) \quad A(B\vec{c}_2) \quad \dots \quad A(B\vec{c}_q)] = \\ &= [(AB)\vec{c}_1 \quad (AB)\vec{c}_2 \quad \dots \quad (AB)\vec{c}_q] = \\ &= (AB)C.\end{aligned}$$

Теорема 1.2.54

Нехай A, B, C — матриці таких розмірів, для яких визначені операції, що наведені нижче; $\alpha \in \mathbb{R}$. Тоді:

- 1) $(AB)C = A(BC)$ (асоціативність множення матриць);
- 2) $A(B + C) = AB + AC$ (ліва дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
- 3) $(A + B)C = AC + BC$ (права дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
- 4) $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$.

Доведення. 1. Нехай маємо три матриці $A = A_{m \times n}$, $B = B_{n \times p}$ та $C = C_{p \times q} = [\vec{c}_1 \quad \vec{c}_2 \quad \dots \quad \vec{c}_q]$. Тоді за означенням добутку двох матриць (означення 1.2.50) маємо, що

$$B \cdot C = [B\vec{c}_1 \quad B\vec{c}_2 \quad \dots \quad B\vec{c}_q].$$

Враховуючи лему 1.2.53, отримуємо:

$$\begin{aligned}(AB)C &= A [B\vec{c}_1 \quad B\vec{c}_2 \quad \dots \quad B\vec{c}_q] = \\ &= [A(B\vec{c}_1) \quad A(B\vec{c}_2) \quad \dots \quad A(B\vec{c}_q)] = \\ &= [(AB)\vec{c}_1 \quad (AB)\vec{c}_2 \quad \dots \quad (AB)\vec{c}_q] = \\ &= (AB)C.\end{aligned}$$

Теорема 1.2.54

Нехай A, B, C — матриці таких розмірів, для яких визначені операції, що наведені нижче; $\alpha \in \mathbb{R}$. Тоді:

- 1) $(AB)C = A(BC)$ (асоціативність множення матриць);
- 2) $A(B + C) = AB + AC$ (ліва дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
- 3) $(A + B)C = AC + BC$ (права дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
- 4) $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$.

Доведення. 1. Нехай маємо три матриці $A = A_{m \times n}$, $B = B_{n \times p}$ та $C = C_{p \times q} = [\vec{c}_1 \quad \vec{c}_2 \quad \dots \quad \vec{c}_q]$. Тоді за означенням добутку двох матриць (означення 1.2.50) маємо, що

$$B \cdot C = [B\vec{c}_1 \quad B\vec{c}_2 \quad \dots \quad B\vec{c}_q].$$

Враховуючи лему 1.2.53, отримуємо:

$$\begin{aligned}(AB)C &= A [B\vec{c}_1 \quad B\vec{c}_2 \quad \dots \quad B\vec{c}_q] = \\ &= [A(B\vec{c}_1) \quad A(B\vec{c}_2) \quad \dots \quad A(B\vec{c}_q)] = \\ &= [(AB)\vec{c}_1 \quad (AB)\vec{c}_2 \quad \dots \quad (AB)\vec{c}_q] = \\ &= (AB)C.\end{aligned}$$

Теорема 1.2.54

Нехай A, B, C — матриці таких розмірів, для яких визначені операції, що наведені нижче; $\alpha \in \mathbb{R}$. Тоді:

- 1) $(AB)C = A(BC)$ (асоціативність множення матриць);
- 2) $A(B + C) = AB + AC$ (ліва дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
- 3) $(A + B)C = AC + BC$ (права дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
- 4) $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$.

Доведення. 1. Нехай маємо три матриці $A = A_{m \times n}$, $B = B_{n \times p}$ та $C = C_{p \times q} = [\vec{c}_1 \quad \vec{c}_2 \quad \dots \quad \vec{c}_q]$. Тоді за означенням добутку двох матриць (означення 1.2.50) маємо, що

$$B \cdot C = [B\vec{c}_1 \quad B\vec{c}_2 \quad \dots \quad B\vec{c}_q].$$

Враховуючи лему 1.2.53, отримуємо:

$$\begin{aligned}(AB)C &= A [B\vec{c}_1 \quad B\vec{c}_2 \quad \dots \quad B\vec{c}_q] = \\ &= [A(B\vec{c}_1) \quad A(B\vec{c}_2) \quad \dots \quad A(B\vec{c}_q)] = \\ &= [(AB)\vec{c}_1 \quad (AB)\vec{c}_2 \quad \dots \quad (AB)\vec{c}_q] = \\ &= (AB)C.\end{aligned}$$

Теорема 1.2.54

Нехай A, B, C — матриці таких розмірів, для яких визначені операції, що наведені нижче; $\alpha \in \mathbb{R}$. Тоді:

- 1) $(AB)C = A(BC)$ (асоціативність множення матриць);
- 2) $A(B + C) = AB + AC$ (ліва дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
- 3) $(A + B)C = AC + BC$ (права дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
- 4) $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$.

Доведення. 1. Нехай маємо три матриці $A = A_{m \times n}$, $B = B_{n \times p}$ та $C = C_{p \times q} = [\vec{c}_1 \quad \vec{c}_2 \quad \dots \quad \vec{c}_q]$. Тоді за означенням добутку двох матриць (означення 1.2.50) маємо, що

$$B \cdot C = [B\vec{c}_1 \quad B\vec{c}_2 \quad \dots \quad B\vec{c}_q].$$

Враховуючи лему 1.2.53, отримуємо:

$$\begin{aligned}(AB)C &= A [B\vec{c}_1 \quad B\vec{c}_2 \quad \dots \quad B\vec{c}_q] = \\ &= [A(B\vec{c}_1) \quad A(B\vec{c}_2) \quad \dots \quad A(B\vec{c}_q)] = \\ &= [(AB)\vec{c}_1 \quad (AB)\vec{c}_2 \quad \dots \quad (AB)\vec{c}_q] = \\ &= (AB)C.\end{aligned}$$

Теорема 1.2.54

Нехай A, B, C — матриці таких розмірів, для яких визначені операції, що наведені нижче; $\alpha \in \mathbb{R}$. Тоді:

- 1) $(AB)C = A(BC)$ (асоціативність множення матриць);
- 2) $A(B + C) = AB + AC$ (ліва дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
- 3) $(A + B)C = AC + BC$ (права дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
- 4) $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$.

Доведення. 1. Нехай маємо три матриці $A = A_{m \times n}$, $B = B_{n \times p}$ та $C = C_{p \times q} = [\vec{c}_1 \quad \vec{c}_2 \quad \dots \quad \vec{c}_q]$. Тоді за означенням добутку двох матриць (означення 1.2.50) маємо, що

$$B \cdot C = [B\vec{c}_1 \quad B\vec{c}_2 \quad \dots \quad B\vec{c}_q].$$

Враховуючи лему 1.2.53, отримуємо:

$$\begin{aligned}(AB)C &= A [B\vec{c}_1 \quad B\vec{c}_2 \quad \dots \quad B\vec{c}_q] = \\ &= [A(B\vec{c}_1) \quad A(B\vec{c}_2) \quad \dots \quad A(B\vec{c}_q)] = \\ &= [(AB)\vec{c}_1 \quad (AB)\vec{c}_2 \quad \dots \quad (AB)\vec{c}_q] = \\ &= (AB)C.\end{aligned}$$

Теорема 1.2.54

Нехай A, B, C — матриці таких розмірів, для яких визначені операції, що наведені нижче; $\alpha \in \mathbb{R}$. Тоді:

- 1) $(AB)C = A(BC)$ (асоціативність множення матриць);
- 2) $A(B + C) = AB + AC$ (ліва дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
- 3) $(A + B)C = AC + BC$ (права дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
- 4) $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$.

Доведення. 1. Нехай маємо три матриці $A = A_{m \times n}$, $B = B_{n \times p}$ та $C = C_{p \times q} = [\vec{c}_1 \quad \vec{c}_2 \quad \dots \quad \vec{c}_q]$. Тоді за означенням добутку двох матриць (означення 1.2.50) маємо, що

$$B \cdot C = [B\vec{c}_1 \quad B\vec{c}_2 \quad \dots \quad B\vec{c}_q].$$

Враховуючи лему 1.2.53, отримуємо:

$$\begin{aligned}(AB)C &= A [B\vec{c}_1 \quad B\vec{c}_2 \quad \dots \quad B\vec{c}_q] = \\ &= [A(B\vec{c}_1) \quad A(B\vec{c}_2) \quad \dots \quad A(B\vec{c}_q)] = \\ &= [(AB)\vec{c}_1 \quad (AB)\vec{c}_2 \quad \dots \quad (AB)\vec{c}_q] = \\ &= (AB)C.\end{aligned}$$

Теорема 1.2.54

Нехай A, B, C — матриці таких розмірів, для яких визначені операції, що наведені нижче; $\alpha \in \mathbb{R}$. Тоді:

- 1) $(AB)C = A(BC)$ (асоціативність множення матриць);
- 2) $A(B + C) = AB + AC$ (ліва дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
- 3) $(A + B)C = AC + BC$ (права дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
- 4) $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$.

Доведення. 1. Нехай маємо три матриці $A = A_{m \times n}$, $B = B_{n \times p}$ та $C = C_{p \times q} = [\vec{c}_1 \quad \vec{c}_2 \quad \dots \quad \vec{c}_q]$. Тоді за означенням добутку двох матриць (означення 1.2.50) маємо, що

$$B \cdot C = [B\vec{c}_1 \quad B\vec{c}_2 \quad \dots \quad B\vec{c}_q].$$

Враховуючи лему 1.2.53, отримуємо:

$$\begin{aligned}(AB)C &= A [B\vec{c}_1 \quad B\vec{c}_2 \quad \dots \quad B\vec{c}_q] = \\ &= [A(B\vec{c}_1) \quad A(B\vec{c}_2) \quad \dots \quad A(B\vec{c}_q)] = \\ &= [(AB)\vec{c}_1 \quad (AB)\vec{c}_2 \quad \dots \quad (AB)\vec{c}_q] = \\ &= (AB)C.\end{aligned}$$

Теорема 1.2.54

Нехай A, B, C — матриці таких розмірів, для яких визначені операції, що наведені нижче; $\alpha \in \mathbb{R}$. Тоді:

- 1) $(AB)C = A(BC)$ (асоціативність множення матриць);
- 2) $A(B + C) = AB + AC$ (ліва дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
- 3) $(A + B)C = AC + BC$ (права дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
- 4) $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$.

Доведення. 1. Нехай маємо три матриці $A = A_{m \times n}$, $B = B_{n \times p}$ та $C = C_{p \times q} = [\vec{c}_1 \quad \vec{c}_2 \quad \dots \quad \vec{c}_q]$. Тоді за означенням добутку двох матриць (означення 1.2.50) маємо, що

$$B \cdot C = [B\vec{c}_1 \quad B\vec{c}_2 \quad \dots \quad B\vec{c}_q].$$

Враховуючи лему 1.2.53, отримуємо:

$$\begin{aligned}(AB)C &= A [B\vec{c}_1 \quad B\vec{c}_2 \quad \dots \quad B\vec{c}_q] = \\ &= [A(B\vec{c}_1) \quad A(B\vec{c}_2) \quad \dots \quad A(B\vec{c}_q)] = \\ &= [(AB)\vec{c}_1 \quad (AB)\vec{c}_2 \quad \dots \quad (AB)\vec{c}_q] = \\ &= (AB)C.\end{aligned}$$

Теорема 1.2.54

Нехай A, B, C — матриці таких розмірів, для яких визначені операції, що наведені нижче; $\alpha \in \mathbb{R}$. Тоді:

- 1) $(AB)C = A(BC)$ (асоціативність множення матриць);
- 2) $A(B + C) = AB + AC$ (ліва дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
- 3) $(A + B)C = AC + BC$ (права дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
- 4) $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$.

Доведення. 1. Нехай маємо три матриці $A = A_{m \times n}$, $B = B_{n \times p}$ та $C = C_{p \times q} = [\vec{c}_1 \quad \vec{c}_2 \quad \dots \quad \vec{c}_q]$. Тоді за означенням добутку двох матриць (означення 1.2.50) маємо, що

$$B \cdot C = [B\vec{c}_1 \quad B\vec{c}_2 \quad \dots \quad B\vec{c}_q].$$

Враховуючи лему 1.2.53, отримуємо:

$$\begin{aligned}(AB)C &= A [B\vec{c}_1 \quad B\vec{c}_2 \quad \dots \quad B\vec{c}_q] = \\ &= [A(B\vec{c}_1) \quad A(B\vec{c}_2) \quad \dots \quad A(B\vec{c}_q)] = \\ &= [(AB)\vec{c}_1 \quad (AB)\vec{c}_2 \quad \dots \quad (AB)\vec{c}_q] = \\ &= (AB)C.\end{aligned}$$

Теорема 1.2.54

Нехай A, B, C — матриці таких розмірів, для яких визначені операції, що наведені нижче; $\alpha \in \mathbb{R}$. Тоді:

- 1) $(AB)C = A(BC)$ (асоціативність множення матриць);
- 2) $A(B + C) = AB + AC$ (ліва дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
- 3) $(A + B)C = AC + BC$ (права дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
- 4) $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$.

Доведення. 1. Нехай маємо три матриці $A = A_{m \times n}$, $B = B_{n \times p}$ та $C = C_{p \times q} = [\vec{c}_1 \quad \vec{c}_2 \quad \dots \quad \vec{c}_q]$. Тоді за означенням добутку двох матриць (означення 1.2.50) маємо, що

$$B \cdot C = [B\vec{c}_1 \quad B\vec{c}_2 \quad \dots \quad B\vec{c}_q].$$

Враховуючи лему 1.2.53, отримуємо:

$$\begin{aligned}(AB)C &= A [B\vec{c}_1 \quad B\vec{c}_2 \quad \dots \quad B\vec{c}_q] = \\ &= [A(B\vec{c}_1) \quad A(B\vec{c}_2) \quad \dots \quad A(B\vec{c}_q)] = \\ &= [(AB)\vec{c}_1 \quad (AB)\vec{c}_2 \quad \dots \quad (AB)\vec{c}_q] = \\ &= (AB)C.\end{aligned}$$

Теорема 1.2.54

Нехай A, B, C — матриці таких розмірів, для яких визначені операції, що наведені нижче; $\alpha \in \mathbb{R}$. Тоді:

- 1) $(AB)C = A(BC)$ (асоціативність множення матриць);
- 2) $A(B + C) = AB + AC$ (ліва дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
- 3) $(A + B)C = AC + BC$ (права дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
- 4) $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$.

Доведення. 1. Нехай маємо три матриці $A = A_{m \times n}$, $B = B_{n \times p}$ та $C = C_{p \times q} = [\vec{c}_1 \quad \vec{c}_2 \quad \dots \quad \vec{c}_q]$. Тоді за означенням добутку двох матриць (означення 1.2.50) маємо, що

$$B \cdot C = [B\vec{c}_1 \quad B\vec{c}_2 \quad \dots \quad B\vec{c}_q].$$

Враховуючи лему 1.2.53, отримуємо:

$$\begin{aligned}(AB)C &= A [B\vec{c}_1 \quad B\vec{c}_2 \quad \dots \quad B\vec{c}_q] = \\ &= [A(B\vec{c}_1) \quad A(B\vec{c}_2) \quad \dots \quad A(B\vec{c}_q)] = \\ &= [(AB)\vec{c}_1 \quad (AB)\vec{c}_2 \quad \dots \quad (AB)\vec{c}_q] = \\ &= (AB)C.\end{aligned}$$

Теорема 1.2.54

Нехай A, B, C — матриці таких розмірів, для яких визначені операції, що наведені нижче; $\alpha \in \mathbb{R}$. Тоді:

- 1) $(AB)C = A(BC)$ (асоціативність множення матриць);
- 2) $A(B + C) = AB + AC$ (ліва дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
- 3) $(A + B)C = AC + BC$ (права дистрибутивність множення матриці стосовно операції додавання матриць);
- 4) $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$.

Доведення. 1. Нехай маємо три матриці $A = A_{m \times n}$, $B = B_{n \times p}$ та $C = C_{p \times q} = [\vec{c}_1 \quad \vec{c}_2 \quad \dots \quad \vec{c}_q]$. Тоді за означенням добутку двох матриць (означення 1.2.50) маємо, що

$$B \cdot C = [B\vec{c}_1 \quad B\vec{c}_2 \quad \dots \quad B\vec{c}_q].$$

Враховуючи лему 1.2.53, отримуємо:

$$\begin{aligned}(AB)C &= A [B\vec{c}_1 \quad B\vec{c}_2 \quad \dots \quad B\vec{c}_q] = \\ &= [A(B\vec{c}_1) \quad A(B\vec{c}_2) \quad \dots \quad A(B\vec{c}_q)] = \\ &= [(AB)\vec{c}_1 \quad (AB)\vec{c}_2 \quad \dots \quad (AB)\vec{c}_q] = \\ &= (AB)C.\end{aligned}$$

2. Нехай маємо три матриці $A = A_{m \times n}$, $B = B_{n \times p} = [\vec{b}_1 \quad \vec{b}_2 \quad \dots \quad \vec{b}_p]$ і $C = C_{n \times p} = [\vec{c}_1 \quad \vec{c}_2 \quad \dots \quad \vec{c}_p]$. Тоді використовуючи означення 1.2.50 множення матриць і властивості множення матриці на вектор, знаходимо:

$$\begin{aligned} A(B + C) &= A [\vec{b}_1 + \vec{c}_1 \quad \vec{b}_2 + \vec{c}_2 \quad \dots \quad \vec{b}_p + \vec{c}_p] \\ &= [A(\vec{b}_1 + \vec{c}_1) \quad A(\vec{b}_2 + \vec{c}_2) \quad \dots \quad A(\vec{b}_p + \vec{c}_p)] = \\ &= [A\vec{b}_1 + A\vec{c}_1 \quad A\vec{b}_2 + A\vec{c}_2 \quad \dots \quad A\vec{b}_p + A\vec{c}_p] = \\ &= [A\vec{b}_1 \quad A\vec{b}_2 \quad \dots \quad A\vec{b}_p] + [A\vec{c}_1 \quad A\vec{c}_2 \quad \dots \quad A\vec{c}_p] = \\ &= AB + AC. \end{aligned}$$

2. Нехай маємо три матриці $A = A_{m \times n}$, $B = B_{n \times p} = [\vec{b}_1 \quad \vec{b}_2 \quad \dots \quad \vec{b}_p]$ і $C = C_{n \times p} = [\vec{c}_1 \quad \vec{c}_2 \quad \dots \quad \vec{c}_p]$. Тоді використовуючи означення 1.2.50 множення матриць і властивості множення матриці на вектор, знаходимо:

$$\begin{aligned} A(B + C) &= A [\vec{b}_1 + \vec{c}_1 \quad \vec{b}_2 + \vec{c}_2 \quad \dots \quad \vec{b}_p + \vec{c}_p] \\ &= [A(\vec{b}_1 + \vec{c}_1) \quad A(\vec{b}_2 + \vec{c}_2) \quad \dots \quad A(\vec{b}_p + \vec{c}_p)] = \\ &= [A\vec{b}_1 + A\vec{c}_1 \quad A\vec{b}_2 + A\vec{c}_2 \quad \dots \quad A\vec{b}_p + A\vec{c}_p] = \\ &= [A\vec{b}_1 \quad A\vec{b}_2 \quad \dots \quad A\vec{b}_p] + [A\vec{c}_1 \quad A\vec{c}_2 \quad \dots \quad A\vec{c}_p] = \\ &= AB + AC. \end{aligned}$$

2. Нехай маємо три матриці $A = A_{m \times n}$, $B = B_{n \times p} = [\vec{b}_1 \quad \vec{b}_2 \quad \dots \quad \vec{b}_p]$ і $C = C_{n \times p} = [\vec{c}_1 \quad \vec{c}_2 \quad \dots \quad \vec{c}_p]$. Тоді використовуючи означення 1.2.50 множення матриць і властивості множення матриці на вектор, знаходимо:

$$\begin{aligned} A(B + C) &= A [\vec{b}_1 + \vec{c}_1 \quad \vec{b}_2 + \vec{c}_2 \quad \dots \quad \vec{b}_p + \vec{c}_p] \\ &= [A(\vec{b}_1 + \vec{c}_1) \quad A(\vec{b}_2 + \vec{c}_2) \quad \dots \quad A(\vec{b}_p + \vec{c}_p)] = \\ &= [A\vec{b}_1 + A\vec{c}_1 \quad A\vec{b}_2 + A\vec{c}_2 \quad \dots \quad A\vec{b}_p + A\vec{c}_p] = \\ &= [A\vec{b}_1 \quad A\vec{b}_2 \quad \dots \quad A\vec{b}_p] + [A\vec{c}_1 \quad A\vec{c}_2 \quad \dots \quad A\vec{c}_p] = \\ &= AB + AC. \end{aligned}$$

2. Нехай маємо три матриці $A = A_{m \times n}$, $B = B_{n \times p} = [\vec{b}_1 \quad \vec{b}_2 \quad \dots \quad \vec{b}_p]$ і $C = C_{n \times p} = [\vec{c}_1 \quad \vec{c}_2 \quad \dots \quad \vec{c}_p]$. Тоді використовуючи означення 1.2.50 множення матриць і властивості множення матриці на вектор, знаходимо:

$$\begin{aligned} A(B + C) &= A [\vec{b}_1 + \vec{c}_1 \quad \vec{b}_2 + \vec{c}_2 \quad \dots \quad \vec{b}_p + \vec{c}_p] \\ &= [A(\vec{b}_1 + \vec{c}_1) \quad A(\vec{b}_2 + \vec{c}_2) \quad \dots \quad A(\vec{b}_p + \vec{c}_p)] = \\ &= [A\vec{b}_1 + A\vec{c}_1 \quad A\vec{b}_2 + A\vec{c}_2 \quad \dots \quad A\vec{b}_p + A\vec{c}_p] = \\ &= [A\vec{b}_1 \quad A\vec{b}_2 \quad \dots \quad A\vec{b}_p] + [A\vec{c}_1 \quad A\vec{c}_2 \quad \dots \quad A\vec{c}_p] = \\ &= AB + AC. \end{aligned}$$

2. Нехай маємо три матриці $A = A_{m \times n}$, $B = B_{n \times p} = [\vec{b}_1 \quad \vec{b}_2 \quad \dots \quad \vec{b}_p]$ і $C = C_{n \times p} = [\vec{c}_1 \quad \vec{c}_2 \quad \dots \quad \vec{c}_p]$. Тоді використовуючи означення 1.2.50 множення матриць і властивості множення матриці на вектор, знаходимо:

$$\begin{aligned} A(B + C) &= A \left[\vec{b}_1 + \vec{c}_1 \quad \vec{b}_2 + \vec{c}_2 \quad \dots \quad \vec{b}_p + \vec{c}_p \right] \\ &= \left[A(\vec{b}_1 + \vec{c}_1) \quad A(\vec{b}_2 + \vec{c}_2) \quad \dots \quad A(\vec{b}_p + \vec{c}_p) \right] = \\ &= \left[A\vec{b}_1 + A\vec{c}_1 \quad A\vec{b}_2 + A\vec{c}_2 \quad \dots \quad A\vec{b}_p + A\vec{c}_p \right] = \\ &= \left[A\vec{b}_1 \quad A\vec{b}_2 \quad \dots \quad A\vec{b}_p \right] + \left[A\vec{c}_1 \quad A\vec{c}_2 \quad \dots \quad A\vec{c}_p \right] = \\ &= AB + AC. \end{aligned}$$

3. Нехай матриці $A, B \in M_{m \times n}$ і матриця $C \in M_{n \times p}$. Легко перевірити, що матриці $(A + B)C$ і $AC + BC$ мають однакові розміри $n \times p$. Доведемо тепер, що відповідні елементи цих матриць однакові. Елемент i -го рядка та j -го стовпчика матриці $(A + B)C$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^n (a_{ik} + b_{ik})c_{kj},$$

а елемент i -го рядка та j -го стовпчика матриці $AC + BC$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^n a_{ik}c_{kj} + \sum_{k=1}^n b_{ik}c_{kj},$$

тобто вони однакові, що і треба було довести.

3. Нехай матриці $A, B \in M_{m \times n}$ і матриця $C \in M_{n \times p}$. Легко перевірити, що матриці $(A + B)C$ і $AC + BC$ мають однакові розміри $n \times p$. Доведемо тепер, що відповідні елементи цих матриць однакові. Елемент i -го рядка та j -го стовпчика матриці $(A + B)C$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^n (a_{ik} + b_{ik})c_{kj},$$

а елемент i -го рядка та j -го стовпчика матриці $AC + BC$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^n a_{ik}c_{kj} + \sum_{k=1}^n b_{ik}c_{kj},$$

тобто вони однакові, що і треба було довести.

3. Нехай матриці $A, B \in M_{m \times n}$ і матриця $C \in M_{n \times p}$. Легко перевірити, що матриці $(A + B)C$ і $AC + BC$ мають однакові розміри $n \times p$. Доведемо тепер, що відповідні елементи цих матриць однакові. Елемент i -го рядка та j -го стовпчика матриці $(A + B)C$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^n (a_{ik} + b_{ik})c_{kj},$$

а елемент i -го рядка та j -го стовпчика матриці $AC + BC$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^n a_{ik}c_{kj} + \sum_{k=1}^n b_{ik}c_{kj},$$

тобто вони однакові, що і треба було довести.

3. Нехай матриці $A, B \in M_{m \times n}$ і матриця $C \in M_{n \times p}$. Легко перевірити, що матриці $(A + B)C$ і $AC + BC$ мають однакові розміри $n \times p$. Доведемо тепер, що відповідні елементи цих матриць однакові. Елемент i -го рядка та j -го стовпчика матриці $(A + B)C$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^n (a_{ik} + b_{ik})c_{kj},$$

а елемент i -го рядка та j -го стовпчика матриці $AC + BC$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^n a_{ik}c_{kj} + \sum_{k=1}^n b_{ik}c_{kj},$$

тобто вони однакові, що і треба було довести.

3. Нехай матриці $A, B \in M_{m \times n}$ і матриця $C \in M_{n \times p}$. Легко перевірити, що матриці $(A + B)C$ і $AC + BC$ мають однакові розміри $n \times p$. Доведемо тепер, що відповідні елементи цих матриць однакові. Елемент i -го рядка та j -го стовпчика матриці $(A + B)C$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^n (a_{ik} + b_{ik})c_{kj},$$

а елемент i -го рядка та j -го стовпчика матриці $AC + BC$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^n a_{ik}c_{kj} + \sum_{k=1}^n b_{ik}c_{kj},$$

тобто вони однакові, що і треба було довести.

3. Нехай матриці $A, B \in M_{m \times n}$ і матриця $C \in M_{n \times p}$. Легко перевірити, що матриці $(A + B)C$ і $AC + BC$ мають однакові розміри $n \times p$. Доведемо тепер, що відповідні елементи цих матриць однакові. Елемент i -го рядка та j -го стовпчика матриці $(A + B)C$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^n (a_{ik} + b_{ik})c_{kj},$$

а елемент i -го рядка та j -го стовпчика матриці $AC + BC$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^n a_{ik}c_{kj} + \sum_{k=1}^n b_{ik}c_{kj},$$

тобто вони однакові, що і треба було довести.

3. Нехай матриці $A, B \in M_{m \times n}$ і матриця $C \in M_{n \times p}$. Легко перевірити, що матриці $(A + B)C$ і $AC + BC$ мають однакові розміри $n \times p$. Доведемо тепер, що відповідні елементи цих матриць однакові. Елемент i -го рядка та j -го стовпчика матриці $(A + B)C$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^n (a_{ik} + b_{ik})c_{kj},$$

а елемент i -го рядка та j -го стовпчика матриці $AC + BC$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^n a_{ik}c_{kj} + \sum_{k=1}^n b_{ik}c_{kj},$$

тобто вони однакові, що і треба було довести.

3. Нехай матриці $A, B \in M_{m \times n}$ і матриця $C \in M_{n \times p}$. Легко перевірити, що матриці $(A + B)C$ і $AC + BC$ мають однакові розміри $n \times p$. Доведемо тепер, що відповідні елементи цих матриць однакові. Елемент i -го рядка та j -го стовпчика матриці $(A + B)C$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^n (a_{ik} + b_{ik})c_{kj},$$

а елемент i -го рядка та j -го стовпчика матриці $AC + BC$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^n a_{ik}c_{kj} + \sum_{k=1}^n b_{ik}c_{kj},$$

тобто вони однакові, що і треба було довести.

3. Нехай матриці $A, B \in M_{m \times n}$ і матриця $C \in M_{n \times p}$. Легко перевірити, що матриці $(A + B)C$ і $AC + BC$ мають однакові розміри $n \times p$. Доведемо тепер, що відповідні елементи цих матриць однакові. Елемент i -го рядка та j -го стовпчика матриці $(A + B)C$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^n (a_{ik} + b_{ik})c_{kj},$$

а елемент i -го рядка та j -го стовпчика матриці $AC + BC$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^n a_{ik}c_{kj} + \sum_{k=1}^n b_{ik}c_{kj},$$

тобто вони однакові, що і треба було довести.

3. Нехай матриці $A, B \in M_{m \times n}$ і матриця $C \in M_{n \times p}$. Легко перевірити, що матриці $(A + B)C$ і $AC + BC$ мають однакові розміри $n \times p$. Доведемо тепер, що відповідні елементи цих матриць однакові. Елемент i -го рядка та j -го стовпчика матриці $(A + B)C$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^n (a_{ik} + b_{ik})c_{kj},$$

а елемент i -го рядка та j -го стовпчика матриці $AC + BC$ дорівнює

$$\sum_{k=1}^n a_{ik}c_{kj} + \sum_{k=1}^n b_{ik}c_{kj},$$

тобто вони однакові, що і треба було довести.

4. Нехай дано матриці $A_{m \times n} = [a_{ij}]$ і $B_{n \times p} = [b_{ij}]$ і число $\alpha \in \mathbb{R}$.
Очевидно, що матриці $\alpha(AB)$, $(\alpha A)B$ і $A(\alpha B)$ є однакових розмірів.
Розглянемо елементи i -го рядка та j -го стовпчика цих матриць:

$$(\alpha(AB))_{ij} = \alpha \cdot \sum_{k=1}^n a_{ik} b_{kj};$$

$$((\alpha A)B)_{ij} = \sum_{k=1}^n (\alpha a_{ik}) b_{kj};$$

$$(A(\alpha B))_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} (\alpha b_{kj}).$$

Очевидно, вони однакові, а, отже, усі вказані матриці рівні.
Це і завершує доведення тверджень теореми. ■

4. Нехай дано матриці $A_{m \times n} = [a_{ij}]$ і $B_{n \times p} = [b_{ij}]$ і число $\alpha \in \mathbb{R}$.
Очевидно, що матриці $\alpha(AB)$, $(\alpha A)B$ і $A(\alpha B)$ є однакових розмірів.
Розглянемо елементи i -го рядка та j -го стовпчика цих матриць:

$$(\alpha(AB))_{ij} = \alpha \cdot \sum_{k=1}^n a_{ik} b_{kj};$$

$$((\alpha A)B)_{ij} = \sum_{k=1}^n (\alpha a_{ik}) b_{kj};$$

$$(A(\alpha B))_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} (\alpha b_{kj}).$$

Очевидно, вони однакові, а, отже, усі вказані матриці рівні.
Це і завершує доведення тверджень теореми. ■

4. Нехай дано матриці $A_{m \times n} = [a_{ij}]$ і $B_{n \times p} = [b_{ij}]$ і число $\alpha \in \mathbb{R}$.
Очевидно, що матриці $\alpha(AB)$, $(\alpha A)B$ і $A(\alpha B)$ є однакових розмірів.
Розглянемо елементи i -го рядка та j -го стовпчика цих матриць:

$$(\alpha(AB))_{ij} = \alpha \cdot \sum_{k=1}^n a_{ik} b_{kj};$$

$$((\alpha A)B)_{ij} = \sum_{k=1}^n (\alpha a_{ik}) b_{kj};$$

$$(A(\alpha B))_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} (\alpha b_{kj}).$$

Очевидно, вони однакові, а, отже, усі вказані матриці рівні.
Це і завершує доведення тверджень теореми. ■

4. Нехай дано матриці $A_{m \times n} = [a_{ij}]$ і $B_{n \times p} = [b_{ij}]$ і число $\alpha \in \mathbb{R}$.
Очевидно, що матриці $\alpha(AB)$, $(\alpha A)B$ і $A(\alpha B)$ є однакових розмірів.
Розглянемо елементи i -го рядка та j -го стовпчика цих матриць:

$$(\alpha(AB))_{ij} = \alpha \cdot \sum_{k=1}^n a_{ik} b_{kj};$$

$$((\alpha A)B)_{ij} = \sum_{k=1}^n (\alpha a_{ik}) b_{kj};$$

$$(A(\alpha B))_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} (\alpha b_{kj}).$$

Очевидно, вони однакові, а, отже, усі вказані матриці рівні.
Це і завершує доведення тверджень теореми. ■

4. Нехай дано матриці $A_{m \times n} = [a_{ij}]$ і $B_{n \times p} = [b_{ij}]$ і число $\alpha \in \mathbb{R}$.
Очевидно, що матриці $\alpha(AB)$, $(\alpha A)B$ і $A(\alpha B)$ є однакових розмірів.
Розглянемо елементи i -го рядка та j -го стовпчика цих матриць:

$$(\alpha(AB))_{ij} = \alpha \cdot \sum_{k=1}^n a_{ik} b_{kj};$$

$$((\alpha A)B)_{ij} = \sum_{k=1}^n (\alpha a_{ik}) b_{kj};$$

$$(A(\alpha B))_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} (\alpha b_{kj}).$$

Очевидно, вони однакові, а, отже, усі вказані матриці рівні.
Це і завершує доведення тверджень теореми. ■

4. Нехай дано матриці $A_{m \times n} = [a_{ij}]$ і $B_{n \times p} = [b_{ij}]$ і число $\alpha \in \mathbb{R}$.
Очевидно, що матриці $\alpha(AB)$, $(\alpha A)B$ і $A(\alpha B)$ є однакових розмірів.
Розглянемо елементи i -го рядка та j -го стовпчика цих матриць:

$$(\alpha(AB))_{ij} = \alpha \cdot \sum_{k=1}^n a_{ik} b_{kj};$$

$$((\alpha A)B)_{ij} = \sum_{k=1}^n (\alpha a_{ik}) b_{kj};$$

$$(A(\alpha B))_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} (\alpha b_{kj}).$$

Очевидно, вони однакові, а, отже, усі вказані матриці рівні.
Це і завершує доведення тверджень теореми. ■

4. Нехай дано матриці $A_{m \times n} = [a_{ij}]$ і $B_{n \times p} = [b_{ij}]$ і число $\alpha \in \mathbb{R}$.
Очевидно, що матриці $\alpha(AB)$, $(\alpha A)B$ і $A(\alpha B)$ є однакових розмірів.
Розглянемо елементи i -го рядка та j -го стовпчика цих матриць:

$$(\alpha(AB))_{ij} = \alpha \cdot \sum_{k=1}^n a_{ik} b_{kj};$$

$$((\alpha A)B)_{ij} = \sum_{k=1}^n (\alpha a_{ik}) b_{kj};$$

$$(A(\alpha B))_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} (\alpha b_{kj}).$$

Очевидно, вони однакові, а, отже, усі вказані матриці рівні.

Це і завершує доведення тверджень теореми. ■

4. Нехай дано матриці $A_{m \times n} = [a_{ij}]$ і $B_{n \times p} = [b_{ij}]$ і число $\alpha \in \mathbb{R}$.
Очевидно, що матриці $\alpha(AB)$, $(\alpha A)B$ і $A(\alpha B)$ є однакових розмірів.
Розглянемо елементи i -го рядка та j -го стовпчика цих матриць:

$$(\alpha(AB))_{ij} = \alpha \cdot \sum_{k=1}^n a_{ik} b_{kj};$$

$$((\alpha A)B)_{ij} = \sum_{k=1}^n (\alpha a_{ik}) b_{kj};$$

$$(A(\alpha B))_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} (\alpha b_{kj}).$$

Очевидно, вони однакові, а, отже, усі вказані матриці рівні.
Це і завершує доведення тверджень теореми. ■

4. Нехай дано матриці $A_{m \times n} = [a_{ij}]$ і $B_{n \times p} = [b_{ij}]$ і число $\alpha \in \mathbb{R}$.
Очевидно, що матриці $\alpha(AB)$, $(\alpha A)B$ і $A(\alpha B)$ є однакових розмірів.
Розглянемо елементи i -го рядка та j -го стовпчика цих матриць:

$$(\alpha(AB))_{ij} = \alpha \cdot \sum_{k=1}^n a_{ik} b_{kj};$$

$$((\alpha A)B)_{ij} = \sum_{k=1}^n (\alpha a_{ik}) b_{kj};$$

$$(A(\alpha B))_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} (\alpha b_{kj}).$$

Очевидно, вони однакові, а, отже, усі вказані матриці рівні.
Це і завершує доведення тверджень теореми. ■

Зауваження 1.2.55

Про матриці варто запам'ятати таке:

- завжди виконується $(AB)^T = B^T A^T$;
- матриця обернена до оберненої матриці, якщо $AB = BA = I_n$, тоді оберненою до $A = B^{-1}$ є матриця B ;
- якщо обидві матриці A і B є оберненою матрицею до однієї й тієї ж матриці C , тоді $A = B$.

Матрицю A можна помножити саму на себе лише тоді, коли ця матриця квадратна. Натуральний степінь k матриці A розуміють як

$$A^k = \underbrace{A \cdot A \cdot \dots \cdot A}_k \text{ множників}$$

Зауваження 1.2.55

Про матриці варто запам'ятати таке:

- взагалі кажучи, $AB \neq BA$;
- матричне множення не допускає скорочень: якщо $AC = BC$ (або $CA = CB$), то це не означає, що $A = B$;
- якщо добуток матриць AB є нульовою матрицею, то не можна стверджувати, що $A = 0$ або $B = 0$.

Матрицю A можна помножити саму на себе лише тоді, коли ця матриця квадратна. Натуральний степінь k матриці A розуміють як

$$A^k = \underbrace{A \cdot A \cdot \dots \cdot A}_k \text{ множників}$$

Зауваження 1.2.55

Про матриці варто запам'ятати таке:

- взагалі кажучи, $AB \neq BA$;
- матричне множення не допускає скорочень: якщо $AC = BC$ (або $CA = CB$), то це не означає, що $A = B$;
- якщо добуток матриць AB є нульовою матрицею, то не можна стверджувати, що $A = 0$ або $B = 0$.

Матрицю A можна помножити саму на себе лише тоді, коли ця матриця квадратна. Натуральний степінь k матриці A розуміють як

$$A^k = \underbrace{A \cdot A \cdot \dots \cdot A}_{k \text{ множників}}$$

Зауваження 1.2.55

Про матриці варто запам'ятати таке:

- взагалі кажучи, $AB \neq BA$;
- матричне множення не допускає скорочень: якщо $AC = BC$ (або $CA = CB$), то це не означає, що $A = B$;
- якщо добуток матриць AB є нульовою матрицею, то не можна стверджувати, що $A = 0$ або $B = 0$.

Матрицю A можна помножити саму на себе лише тоді, коли ця матриця квадратна. Натуральний степінь k матриці A розуміють як

$$A^k = \underbrace{A \cdot A \cdot \dots \cdot A}_{k \text{ множників}}$$

Зауваження 1.2.55

Про матриці варто запам'ятати таке:

- взагалі кажучи, $AB \neq BA$;
- матричне множення не допускає скорочень: якщо $AC = BC$ (або $CA = CB$), то це не означає, що $A = B$;
- якщо добуток матриць AB є нульовою матрицею, то не можна стверджувати, що $A = 0$ або $B = 0$.

Матрицю A можна помножити саму на себе лише тоді, коли ця матриця квадратна. Натуральний степінь k матриці A розуміють як

$$A^k = \underbrace{A \cdot A \cdot \dots \cdot A}_k \text{ множників}$$

Зауваження 1.2.55

Про матриці варто запам'ятати таке:

- взагалі кажучи, $AB \neq BA$;
- матричне множення не допускає скорочень: якщо $AC = BC$ (або $CA = CB$), то це не означає, що $A = B$;
- якщо добуток матриць AB є нульовою матрицею, то не можна стверджувати, що $A = 0$ або $B = 0$.

Матрицю A можна помножити саму на себе лише тоді, коли ця матриця квадратна. Натуральний степінь k матриці A розуміють як

$$A^k = \underbrace{A \cdot A \cdot \dots \cdot A}_{k \text{ множників}}$$

Зауваження 1.2.55

Про матриці варто запам'ятати таке:

- взагалі кажучи, $AB \neq BA$;
- матричне множення не допускає скорочень: якщо $AC = BC$ (або $CA = CB$), то це не означає, що $A = B$;
- якщо добуток матриць AB є нульовою матрицею, то не можна стверджувати, що $A = 0$ або $B = 0$.

Матрицю A можна помножити саму на себе лише тоді, коли ця матриця квадратна. Натуральний степінь k матриці A розуміють як

$$A^k = \underbrace{A \cdot A \cdot \dots \cdot A}_{k \text{ множників}}$$

Зауваження 1.2.55

Про матриці варто запам'ятати таке:

- взагалі кажучи, $AB \neq BA$;
- матричне множення не допускає скорочень: якщо $AC = BC$ (або $CA = CB$), то це не означає, що $A = B$;
- якщо добуток матриць AB є нульовою матрицею, то не можна стверджувати, що $A = 0$ або $B = 0$.

Матрицю A можна помножити саму на себе лише тоді, коли ця матриця квадратна. Натуральний степінь k матриці A розуміють як

$$A^k = \underbrace{A \cdot A \cdot \dots \cdot A}_k$$

k множників

Зауваження 1.2.55

Про матриці варто запам'ятати таке:

- взагалі кажучи, $AB \neq BA$;
- матричне множення не допускає скорочень: якщо $AC = BC$ (або $CA = CB$), то це не означає, що $A = B$;
- якщо добуток матриць AB є нульовою матрицею, то не можна стверджувати, що $A = 0$ або $B = 0$.

Матрицю A можна помножити саму на себе лише тоді, коли ця матриця квадратна. Натуральний степінь k матриці A розуміють як

$$A^k = \underbrace{A \cdot A \cdot \dots \cdot A}_k$$

k множників

Зауваження 1.2.55

Про матриці варто запам'ятати таке:

- взагалі кажучи, $AB \neq BA$;
- матричне множення не допускає скорочень: якщо $AC = BC$ (або $CA = CB$), то це не означає, що $A = B$;
- якщо добуток матриць AB є нульовою матрицею, то не можна стверджувати, що $A = 0$ або $B = 0$.

Матрицю A можна помножити саму на себе лише тоді, коли ця матриця квадратна. Натуральний степінь k матриці A розуміють як

$$A^k = \underbrace{A \cdot A \cdot \dots \cdot A}_{k \text{ множників}}.$$

Дякую за увагу!