Обчислювальна геометрія і алгебра

Олег Гутік

Лекція 5: Векторні простори

Векторні простори більш детально розглядаються в подальших лекціях цього курсу. У цій лекції ми лише їх означаємо та перераховуємо ті основні властивості, які будуть нам потрібні в подальших викладеннях.

Векторні простори більш детально розглядаються в подальших лекціях цього курсу. У цій лекції ми лише їх означаємо та перераховуємо ті основні властивості, які будуть нам потрібні в подальших викладеннях.

Векторні простори більш детально розглядаються в подальших лекціях цього курсу. У цій лекції ми лише їх означаємо та перераховуємо ті основні властивості, які будуть нам потрібні в подальших викладеннях.

Означення 1.2.30

Векторним простором (або *лінійним простором*) над полем k називається трійка $(\mathbf{V}, +, \cdot)$, яка складається з множини $\mathbf{V}$ об'єктів, які називаються *векторами*, разом з двома операціями $+$ і $\cdot$, які називаються *додаванням векторів* і *множенням на скаляр*, відповідно, такими, що $(\mathbf{V}, +)$ є абелевою (комутативною) групою, тобто $\mathbf{u}+\mathbf{v} \in \mathbf{V}$ для всіх $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$, і виконуються умови:

(1) $(\mathbf{u}+\mathbf{v})+\mathbf{w} = \mathbf{u}+(\mathbf{v}+\mathbf{w})$ для будь-яких $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbf{V}$ (асоціативність операції додавання векторів);

(2) $\mathbf{u}+\mathbf{v} = \mathbf{v}+\mathbf{u}$ для будь-яких $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ (комутативність операції додавання векторів);

(3) існує нуль-вектор $\mathbf{0}$: $\mathbf{0}+\mathbf{u} = \mathbf{u}+\mathbf{0} = \mathbf{u}$ для довільного вектора $\mathbf{u} \in \mathbf{V}$ (існування нейтрального елемента стосовно операції додавання векторів);

(4) для довільного вектора $\mathbf{u} \in \mathbf{V}$ існує обернений до нього вектор $-\mathbf{u} \in \mathbf{V}$: $\mathbf{u}+(-\mathbf{u}) = \mathbf{0}$ (існування оберненого елемента стосовно операції додавання векторів);

і $a \cdot \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ для всіх $a \in$ k і $\mathbf{v} \in \mathbf{V}$, і крім того, виконуються такі тотожності для всіх $a, b \in$ k і $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$:

(5) $a \cdot (\mathbf{u}+\mathbf{v}) = a \cdot \mathbf{u} + a \cdot \mathbf{v}$ (дистрибутивність операції додавання векторів);

(6) $(a+b) \cdot \mathbf{u} = a \cdot \mathbf{u} + b \cdot \mathbf{u}$ (дистрибутивність операції множення на скаляр);

(7) $(ab) \cdot \mathbf{u} = a \cdot (b \cdot \mathbf{u})$ (асоціативність операції множення на скаляр);

(8) $1 \cdot \mathbf{u} = \mathbf{u}$ (існування одиниці).

Означення 1.2.30

Векторним простором (або *лінійним простором*) над полем k називається трійка $(\mathbf{V}, +, \cdot)$, яка складається з множини $\mathbf{V}$ об'єктів, які називаються *векторами*, разом з двома операціями $+$ і $\cdot$, які називаються *додаванням векторів* і *множенням на скаляр*, відповідно, такими, що $(\mathbf{V}, +)$ є абелевою (комутативною) групою, тобто $\mathbf{u} + \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ для всіх $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$, і виконуються умови:

(1) $(\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{w} = \mathbf{u} + (\mathbf{v} + \mathbf{w})$ для будь-яких $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbf{V}$ (асоціативність операції додавання векторів);

(2) $\mathbf{u} + \mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{u}$ для будь-яких $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ (комутативність операції додавання векторів);

(3) існує нуль-вектор $\mathbf{0}$: $\mathbf{0} + \mathbf{u} = \mathbf{u} + \mathbf{0} = \mathbf{u}$ для довільного вектора $\mathbf{u} \in \mathbf{V}$ (існування нейтрального елемента стосовно операції додавання векторів);

(4) для довільного вектора $\mathbf{u} \in \mathbf{V}$ існує обернений до нього вектор $-\mathbf{u} \in \mathbf{V}$: $\mathbf{u} + (-\mathbf{u}) = \mathbf{0}$ (існування оберненого елемента стосовно операції додавання векторів);

і $a \cdot \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ для всіх $a \in$ k і $\mathbf{v} \in \mathbf{V}$, і крім того, виконуються такі тотожності для всіх $a, b \in$ k і $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$:

(5) $a \cdot (\mathbf{u} + \mathbf{v}) = a \cdot \mathbf{u} + a \cdot \mathbf{v}$ (дистрибутивність операції додавання векторів);

(6) $(a + b) \cdot \mathbf{u} = a \cdot \mathbf{u} + b \cdot \mathbf{u}$ (дистрибутивність операції множення на скаляр);

(7) $(ab) \cdot \mathbf{u} = a \cdot (b \cdot \mathbf{u})$ (асоціативність операції множення на скаляр);

(8) $1 \cdot \mathbf{u} = \mathbf{u}$ (існування одиниці).

Означення 1.2.30

Векторним простором (або *лінійним простором*) над полем k називається трійка $(\mathbf{V}, +, \cdot)$, яка складається з множини $\mathbf{V}$ об'єктів, які називаються *векторами*, разом з двома операціями $+$ і $\cdot$, які називаються *додаванням векторів* і *множенням на скаляр*, відповідно, такими, що $(\mathbf{V}, +)$ є абелевою (комутативною) групою, тобто $\mathbf{u} + \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ для всіх $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$, і виконуються умови:

(1) $(\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{w} = \mathbf{u} + (\mathbf{v} + \mathbf{w})$ для будь-яких $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbf{V}$ (асоціативність операції додавання векторів);

(2) $\mathbf{u} + \mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{u}$ для будь-яких $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ (комутативність операції додавання векторів);

(3) існує нуль-вектор $\mathbf{0}$: $\mathbf{0} + \mathbf{u} = \mathbf{u} + \mathbf{0} = \mathbf{u}$ для довільного вектора $\mathbf{u} \in \mathbf{V}$ (існування нейтрального елемента стосовно операції додавання векторів);

(4) для довільного вектора $\mathbf{u} \in \mathbf{V}$ існує обернений до нього вектор $-\mathbf{u} \in \mathbf{V}$: $\mathbf{u} + (-\mathbf{u}) = \mathbf{0}$ (існування оберненого елемента стосовно операції додавання векторів);

і $a \cdot \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ для всіх $a \in$ k і $\mathbf{v} \in \mathbf{V}$, і крім того, виконуються такі тотожності для всіх $a, b \in$ k і $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$:

(5) $a \cdot (\mathbf{u} + \mathbf{v}) = a \cdot \mathbf{u} + a \cdot \mathbf{v}$ (дистрибутивність операції додавання векторів);

(6) $(a + b) \cdot \mathbf{u} = a \cdot \mathbf{u} + b \cdot \mathbf{u}$ (дистрибутивність операції множення на скаляр);

(7) $(ab) \cdot \mathbf{u} = a \cdot (b \cdot \mathbf{u})$ (асоціативність операції множення на скаляр);

(8) $1 \cdot \mathbf{u} = \mathbf{u}$ (існування одиниці).

Означення 1.2.30

Векторним простором (або *лінійним простором*) над полем k називається трійка $(\mathbf{V},+,\cdot)$, яка складається з множини $\mathbf{V}$ об'єктів, які називаються *векторами*, разом з двома операціями $+$ і $\cdot$, які називаються *додаванням векторів* і *множенням на скаляр*, відповідно, такими, що $(\mathbf{V},+)$ є абелевою (комутативною) групою, тобто $\mathbf{u}+\mathbf{v}\in\mathbf{V}$ для всіх $\mathbf{u},\mathbf{v}\in\mathbf{V}$, і виконуються умови:

(1) $(\mathbf{u}+\mathbf{v})+\mathbf{w}=\mathbf{u}+(\mathbf{v}+\mathbf{w})$ для будь-яких $\mathbf{u},\mathbf{v},\mathbf{w}\in\mathbf{V}$ (асоціативність операції додавання векторів);

(2) $\mathbf{u}+\mathbf{v}=\mathbf{v}+\mathbf{u}$ для будь-яких $\mathbf{u},\mathbf{v}\in\mathbf{V}$ (комутативність операції додавання векторів);

(3) існує нуль-вектор $\mathbf{0}$: $\mathbf{0}+\mathbf{u}=\mathbf{u}+\mathbf{0}=\mathbf{u}$ для довільного вектора $\mathbf{u}\in\mathbf{V}$ (існування нейтрального елемента стосовно операції додавання векторів);

(4) для довільного вектора $\mathbf{u}\in\mathbf{V}$ існує обернений до нього вектор $-\mathbf{u}\in\mathbf{V}$: $\mathbf{u}+(-\mathbf{u})=\mathbf{0}$ (існування оберненого елемента стосовно операції додавання векторів);

і $a\cdot\mathbf{v}\in\mathbf{V}$ для всіх $a\in$ k і $\mathbf{v}\in\mathbf{V}$, і крім того, виконуються такі тотожності для всіх $a,b\in$ k і $\mathbf{u},\mathbf{v}\in\mathbf{V}$:

(5) $a\cdot(\mathbf{u}+\mathbf{v})=a\cdot\mathbf{u}+a\cdot\mathbf{v}$ (дистрибутивність операції додавання векторів);

(6) $(a+b)\cdot\mathbf{u}=a\cdot\mathbf{u}+b\cdot\mathbf{u}$ (дистрибутивність операції множення на скаляр);

(7) $(ab)\cdot\mathbf{u}=a\cdot(b\cdot\mathbf{u})$ (асоціативність операції множення на скаляр);

(8) $1\cdot\mathbf{u}=\mathbf{u}$ (існування одиниці).

Означення 1.2.30

Векторним простором (або *лінійним простором*) над полем k називається трійка $(\mathbf{V},+,\cdot)$, яка складається з множини $\mathbf{V}$ об'єктів, які називаються *векторами*, разом з двома операціями $+$ і $\cdot$, які називаються *додаванням векторів* і *множенням на скаляр*, відповідно, такими, що $(\mathbf{V},+)$ є абелевою (комутативною) групою, тобто $\mathbf{u}+\mathbf{v}\in\mathbf{V}$ для всіх $\mathbf{u},\mathbf{v}\in\mathbf{V}$, і виконуються умови:

(1) $(\mathbf{u}+\mathbf{v})+\mathbf{w}=\mathbf{u}+(\mathbf{v}+\mathbf{w})$ для будь-яких $\mathbf{u},\mathbf{v},\mathbf{w}\in\mathbf{V}$ (асоціативність операції додавання векторів);

(2) $\mathbf{u}+\mathbf{v}=\mathbf{v}+\mathbf{u}$ для будь-яких $\mathbf{u},\mathbf{v}\in\mathbf{V}$ (комутативність операції додавання векторів);

(3) існує нуль-вектор $\mathbf{0}$: $\mathbf{0}+\mathbf{u}=\mathbf{u}+\mathbf{0}=\mathbf{u}$ для довільного вектора $\mathbf{u}\in\mathbf{V}$ (існування нейтрального елемента стосовно операції додавання векторів);

(4) для довільного вектора $\mathbf{u}\in\mathbf{V}$ існує обернений до нього вектор $-\mathbf{u}\in\mathbf{V}$: $\mathbf{u}+(-\mathbf{u})=\mathbf{0}$ (існування оберненого елемента стосовно операції додавання векторів);

і $a\cdot\mathbf{v}\in\mathbf{V}$ для всіх $a\in$ k і $\mathbf{v}\in\mathbf{V}$, і крім того, виконуються такі тотожності для всіх $a,b\in$ k і $\mathbf{u},\mathbf{v}\in\mathbf{V}$:

(5) $a\cdot(\mathbf{u}+\mathbf{v})=a\cdot\mathbf{u}+a\cdot\mathbf{v}$ (дистрибутивність операції додавання векторів);

(6) $(a+b)\cdot\mathbf{u}=a\cdot\mathbf{u}+b\cdot\mathbf{u}$ (дистрибутивність операції множення на скаляр);

(7) $(ab)\cdot\mathbf{u}=a\cdot(b\cdot\mathbf{u})$ (асоціативність операції множення на скаляр);

(8) $1\cdot\mathbf{u}=\mathbf{u}$ (існування одиниці).

Векторні простори

Означення 1.2.30

Векторним простором (або *лінійним простором*) над полем k називається трійка $(\mathbf{V}, +, \cdot)$, яка складається з множини $\mathbf{V}$ об'єктів, які називаються *векторами*, разом з двома операціями $+$ і $\cdot$, які називаються *додаванням векторів* і *множенням на скаляр*, відповідно, такими, що $(\mathbf{V}, +)$ є абелевою (комутативною) групою, тобто $\mathbf{u} + \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ для всіх $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$, і виконуються умови:

(1) $(\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{w} = \mathbf{u} + (\mathbf{v} + \mathbf{w})$ для будь-яких $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbf{V}$ (асоціативність операції додавання векторів);

(2) $\mathbf{u} + \mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{u}$ для будь-яких $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ (комутативність операції додавання векторів);

(3) існує нуль-вектор $\mathbf{0}$: $\mathbf{0} + \mathbf{u} = \mathbf{u} + \mathbf{0} = \mathbf{u}$ для довільного вектора $\mathbf{u} \in \mathbf{V}$ (існування нейтрального елемента стосовно операції додавання векторів);

(4) для довільного вектора $\mathbf{u} \in \mathbf{V}$ існує обернений до нього вектор $-\mathbf{u} \in \mathbf{V}$: $\mathbf{u} + (-\mathbf{u}) = \mathbf{0}$ (існування оберненого елемента стосовно операції додавання векторів);

і $a \cdot \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ для всіх $a \in$ k і $\mathbf{v} \in \mathbf{V}$, і крім того, виконуються такі тотожності для всіх $a, b \in$ k і $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$:

(5) $a \cdot (\mathbf{u} + \mathbf{v}) = a \cdot \mathbf{u} + a \cdot \mathbf{v}$ (дистрибутивність операції додавання векторів);

(6) $(a + b) \cdot \mathbf{u} = a \cdot \mathbf{u} + b \cdot \mathbf{u}$ (дистрибутивність операції множення на скаляр);

(7) $(ab) \cdot \mathbf{u} = a \cdot (b \cdot \mathbf{u})$ (асоціативність операції множення на скаляр);

(8) $1 \cdot \mathbf{u} = \mathbf{u}$ (існування одиниці).

Означення 1.2.30

Векторним простором (або *лінійним простором*) над полем k називається трійка $(\mathbf{V}, +, \cdot)$, яка складається з множини $\mathbf{V}$ об'єктів, які називаються *векторами*, разом з двома операціями $+$ і $\cdot$, які називаються *додаванням векторів* і *множенням на скаляр*, відповідно, такими, що $(\mathbf{V}, +)$ є абелевою (комутативною) групою, тобто $\mathbf{u} + \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ для всіх $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$, і виконуються умови:

(1) $(\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{w} = \mathbf{u} + (\mathbf{v} + \mathbf{w})$ для будь-яких $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbf{V}$ (асоціативність операції додавання векторів);

(2) $\mathbf{u} + \mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{u}$ для будь-яких $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ (комутативність операції додавання векторів);

(3) існує нуль-вектор $\mathbf{0}$: $\mathbf{0} + \mathbf{u} = \mathbf{u} + \mathbf{0} = \mathbf{u}$ для довільного вектора $\mathbf{u} \in \mathbf{V}$ (існування нейтрального елемента стосовно операції додавання векторів);

(4) для довільного вектора $\mathbf{u} \in \mathbf{V}$ існує обернений до нього вектор $-\mathbf{u} \in \mathbf{V}$: $\mathbf{u} + (-\mathbf{u}) = \mathbf{0}$ (існування оберненого елемента стосовно операції додавання векторів);

і $a \cdot \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ для всіх $a \in$ k і $\mathbf{v} \in \mathbf{V}$, і крім того, виконуються такі тотожності для всіх $a, b \in$ k і $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$:

(5) $a \cdot (\mathbf{u} + \mathbf{v}) = a \cdot \mathbf{u} + a \cdot \mathbf{v}$ (дистрибутивність операції додавання векторів);

(6) $(a + b) \cdot \mathbf{u} = a \cdot \mathbf{u} + b \cdot \mathbf{u}$ (дистрибутивність операції множення на скаляр);

(7) $(ab) \cdot \mathbf{u} = a \cdot (b \cdot \mathbf{u})$ (асоціативність операції множення на скаляр);

(8) $1 \cdot \mathbf{u} = \mathbf{u}$ (існування одиниці).

Векторні простори

Означення 1.2.30

Векторним простором (або *лінійним простором*) над полем k називається трійка $(\mathbf{V}, +, \cdot)$, яка складається з множини $\mathbf{V}$ об'єктів, які називаються *векторами*, разом з двома операціями $+$ і $\cdot$, які називаються *додаванням векторів* і *множенням на скаляр*, відповідно, такими, що $(\mathbf{V}, +)$ є абелевою (комутативною) групою, тобто $\mathbf{u} + \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ для всіх $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$, і виконуються умови:

(1) $(\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{w} = \mathbf{u} + (\mathbf{v} + \mathbf{w})$ для будь-яких $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbf{V}$ (асоціативність операції додавання векторів);

(2) $\mathbf{u} + \mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{u}$ для будь-яких $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ (комутативність операції додавання векторів);

(3) існує нуль-вектор $\mathbf{0}$: $\mathbf{0} + \mathbf{u} = \mathbf{u} + \mathbf{0} = \mathbf{u}$ для довільного вектора $\mathbf{u} \in \mathbf{V}$ (існування нейтрального елемента стосовно операції додавання векторів);

(4) для довільного вектора $\mathbf{u} \in \mathbf{V}$ існує обернений до нього вектор $-\mathbf{u} \in \mathbf{V}$: $\mathbf{u} + (-\mathbf{u}) = \mathbf{0}$ (існування оберненого елемента стосовно операції додавання векторів);

і $a \cdot \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ для всіх $a \in$ k і $\mathbf{v} \in \mathbf{V}$, і крім того, виконуються такі тотожності для всіх $a, b \in$ k і $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$:

(5) $a \cdot (\mathbf{u} + \mathbf{v}) = a \cdot \mathbf{u} + a \cdot \mathbf{v}$ (дистрибутивність операції додавання векторів);

(6) $(a + b) \cdot \mathbf{u} = a \cdot \mathbf{u} + b \cdot \mathbf{u}$ (дистрибутивність операції множення на скаляр);

(7) $(ab) \cdot \mathbf{u} = a \cdot (b \cdot \mathbf{u})$ (асоціативність операції множення на скаляр);

(8) $1 \cdot \mathbf{u} = \mathbf{u}$ (існування одиниці).

Векторні простори

Означення 1.2.30

Векторним простором (або *лінійним простором*) над полем k називається трійка $(\mathbf{V}, +, \cdot)$, яка складається з множини $\mathbf{V}$ об'єктів, які називаються *векторами*, разом з двома операціями $+$ і $\cdot$, які називаються *додаванням векторів* і *множенням на скаляр*, відповідно, такими, що $(\mathbf{V}, +)$ є абелевою (комутативною) групою, тобто $\mathbf{u} + \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ для всіх $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$, і виконуються умови:

(1) $(\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{w} = \mathbf{u} + (\mathbf{v} + \mathbf{w})$ для будь-яких $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbf{V}$ (асоціативність операції додавання векторів);

(2) $\mathbf{u} + \mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{u}$ для будь-яких $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ (комутативність операції додавання векторів);

(3) існує нуль-вектор $\mathbf{0}$: $\mathbf{0} + \mathbf{u} = \mathbf{u} + \mathbf{0} = \mathbf{u}$ для довільного вектора $\mathbf{u} \in \mathbf{V}$ (існування нейтрального елемента стосовно операції додавання векторів);

(4) для довільного вектора $\mathbf{u} \in \mathbf{V}$ існує обернений до нього вектор $-\mathbf{u} \in \mathbf{V}$: $\mathbf{u} + (-\mathbf{u}) = \mathbf{0}$ (існування оберненого елемента стосовно операції додавання векторів);

і $a \cdot \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ для всіх $a \in$ k і $\mathbf{v} \in \mathbf{V}$, і крім того, виконуються такі тотожності для всіх $a, b \in$ k і $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$:

(5) $a \cdot (\mathbf{u} + \mathbf{v}) = a \cdot \mathbf{u} + a \cdot \mathbf{v}$ (дистрибутивність операції додавання векторів);

(6) $(a + b) \cdot \mathbf{u} = a \cdot \mathbf{u} + b \cdot \mathbf{u}$ (дистрибутивність операції множення на скаляр);

(7) $(ab) \cdot \mathbf{u} = a \cdot (b \cdot \mathbf{u})$ (асоціативність операції множення на скаляр);

(8) $1 \cdot \mathbf{u} = \mathbf{u}$ (існування одиниці).

Означення 1.2.30

Векторним простором (або *лінійним простором*) над полем k називається трійка $(\mathbf{V}, +, \cdot)$, яка складається з множини $\mathbf{V}$ об'єктів, які називаються *векторами*, разом з двома операціями $+$ і $\cdot$, які називаються *додаванням векторів* і *множенням на скаляр*, відповідно, такими, що $(\mathbf{V}, +)$ є абелевою (комутативною) групою, тобто $\mathbf{u} + \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ для всіх $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$, і виконуються умови:

(1) $(\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{w} = \mathbf{u} + (\mathbf{v} + \mathbf{w})$ для будь-яких $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbf{V}$ (асоціативність операції додавання векторів);

(2) $\mathbf{u} + \mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{u}$ для будь-яких $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ (комутативність операції додавання векторів);

(3) існує нуль-вектор $\mathbf{0}$: $\mathbf{0} + \mathbf{u} = \mathbf{u} + \mathbf{0} = \mathbf{u}$ для довільного вектора $\mathbf{u} \in \mathbf{V}$ (існування нейтрального елемента стосовно операції додавання векторів);

(4) для довільного вектора $\mathbf{u} \in \mathbf{V}$ існує обернений до нього вектор $-\mathbf{u} \in \mathbf{V}$: $\mathbf{u} + (-\mathbf{u}) = \mathbf{0}$ (існування оберненого елемента стосовно операції додавання векторів);

і $a \cdot \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ для всіх $a \in$ k і $\mathbf{v} \in \mathbf{V}$, і крім того, виконуються такі тотожності для всіх $a, b \in$ k і $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$:

(5) $a \cdot (\mathbf{u} + \mathbf{v}) = a \cdot \mathbf{u} + a \cdot \mathbf{v}$ (дистрибутивність операції додавання векторів);

(6) $(a + b) \cdot \mathbf{u} = a \cdot \mathbf{u} + b \cdot \mathbf{u}$ (дистрибутивність операції множення на скаляр);

(7) $(ab) \cdot \mathbf{u} = a \cdot (b \cdot \mathbf{u})$ (асоціативність операції множення на скаляр);

(8) $1 \cdot \mathbf{u} = \mathbf{u}$ (існування одиниці).

Означення 1.2.30

Векторним простором (або *лінійним простором*) над полем k називається трійка $(\mathbf{V}, +, \cdot)$, яка складається з множини $\mathbf{V}$ об'єктів, які називаються *векторами*, разом з двома операціями $+$ і $\cdot$, які називаються *додаванням векторів* і *множенням на скаляр*, відповідно, такими, що $(\mathbf{V}, +)$ є абелевою (комутативною) групою, тобто $\mathbf{u} + \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ для всіх $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$, і виконуються умови:

(1) $(\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{w} = \mathbf{u} + (\mathbf{v} + \mathbf{w})$ для будь-яких $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbf{V}$ (асоціативність операції додавання векторів);

(2) $\mathbf{u} + \mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{u}$ для будь-яких $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ (комутативність операції додавання векторів);

(3) існує нуль-вектор $\mathbf{0}$: $\mathbf{0} + \mathbf{u} = \mathbf{u} + \mathbf{0} = \mathbf{u}$ для довільного вектора $\mathbf{u} \in \mathbf{V}$ (існування нейтрального елемента стосовно операції додавання векторів);

(4) для довільного вектора $\mathbf{u} \in \mathbf{V}$ існує обернений до нього вектор $-\mathbf{u} \in \mathbf{V}$: $\mathbf{u} + (-\mathbf{u}) = \mathbf{0}$ (існування оберненого елемента стосовно операції додавання векторів);

і $a \cdot \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ для всіх $a \in$ k і $\mathbf{v} \in \mathbf{V}$, і крім того, виконуються такі тотожності для всіх $a, b \in$ k і $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$:

(5) $a \cdot (\mathbf{u} + \mathbf{v}) = a \cdot \mathbf{u} + a \cdot \mathbf{v}$ (дистрибутивність операції додавання векторів);

(6) $(a + b) \cdot \mathbf{u} = a \cdot \mathbf{u} + b \cdot \mathbf{u}$ (дистрибутивність операції множення на скаляр);

(7) $(ab) \cdot \mathbf{u} = a \cdot (b \cdot \mathbf{u})$ (асоціативність операції множення на скаляр);

(8) $1 \cdot \mathbf{u} = \mathbf{u}$ (існування одиниці).

Означення 1.2.30

Векторним простором (або *лінійним простором*) над полем k називається трійка $(\mathbf{V}, +, \cdot)$, яка складається з множини $\mathbf{V}$ об'єктів, які називаються *векторами*, разом з двома операціями $+$ і $\cdot$, які називаються *додаванням векторів* і *множенням на скаляр*, відповідно, такими, що $(\mathbf{V}, +)$ є абелевою (комутативною) групою, тобто $\mathbf{u} + \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ для всіх $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$, і виконуються умови:

(1) $(\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{w} = \mathbf{u} + (\mathbf{v} + \mathbf{w})$ для будь-яких $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbf{V}$ (асоціативність операції додавання векторів);

(2) $\mathbf{u} + \mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{u}$ для будь-яких $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ (комутативність операції додавання векторів);

(3) існує нуль-вектор $\mathbf{0}$: $\mathbf{0} + \mathbf{u} = \mathbf{u} + \mathbf{0} = \mathbf{u}$ для довільного вектора $\mathbf{u} \in \mathbf{V}$ (існування нейтрального елемента стосовно операції додавання векторів);

(4) для довільного вектора $\mathbf{u} \in \mathbf{V}$ існує обернений до нього вектор $-\mathbf{u} \in \mathbf{V}$: $\mathbf{u} + (-\mathbf{u}) = \mathbf{0}$ (існування оберненого елемента стосовно операції додавання векторів);

і $a \cdot \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ для всіх $a \in$ k і $\mathbf{v} \in \mathbf{V}$, і крім того, виконуються такі тотожності для всіх $a, b \in$ k і $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$:

(5) $a \cdot (\mathbf{u} + \mathbf{v}) = a \cdot \mathbf{u} + a \cdot \mathbf{v}$ (дистрибутивність операції додавання векторів);

(6) $(a + b) \cdot \mathbf{u} = a \cdot \mathbf{u} + b \cdot \mathbf{u}$ (дистрибутивність операції множення на скаляр);

(7) $(ab) \cdot \mathbf{u} = a \cdot (b \cdot \mathbf{u})$ (асоціативність операції множення на скаляр);

(8) $1 \cdot \mathbf{u} = \mathbf{u}$ (існування одиниці).

Означення 1.2.30

Векторним простором (або *лінійним простором*) над полем k називається трійка $(\mathbf{V}, +, \cdot)$, яка складається з множини $\mathbf{V}$ об'єктів, які називаються *векторами*, разом з двома операціями $+$ і $\cdot$, які називаються *додаванням векторів* і *множенням на скаляр*, відповідно, такими, що $(\mathbf{V}, +)$ є абелевою (комутативною) групою, тобто $\mathbf{u} + \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ для всіх $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$, і виконуються умови:

(1) $(\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{w} = \mathbf{u} + (\mathbf{v} + \mathbf{w})$ для будь-яких $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbf{V}$ (асоціативність операції додавання векторів);

(2) $\mathbf{u} + \mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{u}$ для будь-яких $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ (комутативність операції додавання векторів);

(3) існує нуль-вектор $\mathbf{0}$: $\mathbf{0} + \mathbf{u} = \mathbf{u} + \mathbf{0} = \mathbf{u}$ для довільного вектора $\mathbf{u} \in \mathbf{V}$ (існування нейтрального елемента стосовно операції додавання векторів);

(4) для довільного вектора $\mathbf{u} \in \mathbf{V}$ існує обернений до нього вектор $-\mathbf{u} \in \mathbf{V}$: $\mathbf{u} + (-\mathbf{u}) = \mathbf{0}$ (існування оберненого елемента стосовно операції додавання векторів);

і $a \cdot \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ для всіх $a \in$ k і $\mathbf{v} \in \mathbf{V}$, і крім того, виконуються такі тотожності для всіх $a, b \in$ k і $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$:

(5) $a \cdot (\mathbf{u} + \mathbf{v}) = a \cdot \mathbf{u} + a \cdot \mathbf{v}$ (дистрибутивність операції додавання векторів);

(6) $(a + b) \cdot \mathbf{u} = a \cdot \mathbf{u} + b \cdot \mathbf{u}$ (дистрибутивність операції множення на скаляр);

(7) $(ab) \cdot \mathbf{u} = a \cdot (b \cdot \mathbf{u})$ (асоціативність операції множення на скаляр);

(8) $1 \cdot \mathbf{u} = \mathbf{u}$ (існування одиниці).

Означення 1.2.30

Векторним простором (або *лінійним простором*) над полем k називається трійка $(\mathbf{V},+,\cdot)$, яка складається з множини $\mathbf{V}$ об'єктів, які називаються *векторами*, разом з двома операціями $+$ і $\cdot$, які називаються *додаванням векторів* і *множенням на скаляр*, відповідно, такими, що $(\mathbf{V},+)$ є абелевою (комутативною) групою, тобто $\mathbf{u}+\mathbf{v}\in\mathbf{V}$ для всіх $\mathbf{u},\mathbf{v}\in\mathbf{V}$, і виконуються умови:

(1) $(\mathbf{u}+\mathbf{v})+\mathbf{w}=\mathbf{u}+(\mathbf{v}+\mathbf{w})$ для будь-яких $\mathbf{u},\mathbf{v},\mathbf{w}\in\mathbf{V}$ (асоціативність операції додавання векторів);

(2) $\mathbf{u}+\mathbf{v}=\mathbf{v}+\mathbf{u}$ для будь-яких $\mathbf{u},\mathbf{v}\in\mathbf{V}$ (комутативність операції додавання векторів);

(3) існує нуль-вектор $\mathbf{0}$: $\mathbf{0}+\mathbf{u}=\mathbf{u}+\mathbf{0}=\mathbf{u}$ для довільного вектора $\mathbf{u}\in\mathbf{V}$ (існування нейтрального елемента стосовно операції додавання векторів);

(4) для довільного вектора $\mathbf{u}\in\mathbf{V}$ існує обернений до нього вектор $-\mathbf{u}\in\mathbf{V}$: $\mathbf{u}+(-\mathbf{u})=\mathbf{0}$ (існування оберненого елемента стосовно операції додавання векторів);

і $a\cdot\mathbf{v}\in\mathbf{V}$ для всіх $a\in$ k і $\mathbf{v}\in\mathbf{V}$, і крім того, виконуються такі тотожності для всіх $a,b\in$ k і $\mathbf{u},\mathbf{v}\in\mathbf{V}$:

(5) $a\cdot(\mathbf{u}+\mathbf{v})=a\cdot\mathbf{u}+a\cdot\mathbf{v}$ (дистрибутивність операції додавання векторів);

(6) $(a+b)\cdot\mathbf{u}=a\cdot\mathbf{u}+b\cdot\mathbf{u}$ (дистрибутивність операції множення на скаляр);

(7) $(ab)\cdot\mathbf{u}=a\cdot(b\cdot\mathbf{u})$ (асоціативність операції множення на скаляр);

(8) $1\cdot\mathbf{u}=\mathbf{u}$ (існування одиниці).

Означення 1.2.30

Векторним простором (або *лінійним простором*) над полем k називається трійка $(\mathbf{V}, +, \cdot)$, яка складається з множини $\mathbf{V}$ об'єктів, які називаються *векторами*, разом з двома операціями $+$ і $\cdot$, які називаються *додаванням векторів* і *множенням на скаляр*, відповідно, такими, що $(\mathbf{V}, +)$ є абелевою (комутативною) групою, тобто $\mathbf{u} + \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ для всіх $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$, і виконуються умови:

(1) $(\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{w} = \mathbf{u} + (\mathbf{v} + \mathbf{w})$ для будь-яких $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbf{V}$ (асоціативність операції додавання векторів);

(2) $\mathbf{u} + \mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{u}$ для будь-яких $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ (комутативність операції додавання векторів);

(3) існує нуль-вектор $\mathbf{0}$: $\mathbf{0} + \mathbf{u} = \mathbf{u} + \mathbf{0} = \mathbf{u}$ для довільного вектора $\mathbf{u} \in \mathbf{V}$ (існування нейтрального елемента стосовно операції додавання векторів);

(4) для довільного вектора $\mathbf{u} \in \mathbf{V}$ існує обернений до нього вектор $-\mathbf{u} \in \mathbf{V}$: $\mathbf{u} + (-\mathbf{u}) = \mathbf{0}$ (існування оберненого елемента стосовно операції додавання векторів);

і $a \cdot \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ для всіх $a \in$ k і $\mathbf{v} \in \mathbf{V}$, і крім того, виконуються такі тотожності для всіх $a, b \in$ k і $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$:

(5) $a \cdot (\mathbf{u} + \mathbf{v}) = a \cdot \mathbf{u} + a \cdot \mathbf{v}$ (дистрибутивність операції додавання векторів);

(6) $(a + b) \cdot \mathbf{u} = a \cdot \mathbf{u} + b \cdot \mathbf{u}$ (дистрибутивність операції множення на скаляр);

(7) $(ab) \cdot \mathbf{u} = a \cdot (b \cdot \mathbf{u})$ (асоціативність операції множення на скаляр);

(8) $1 \cdot \mathbf{u} = \mathbf{u}$ (існування одиниці).

Векторні простори

Означення 1.2.30

Векторним простором (або *лінійним простором*) над полем k називається трійка $(\mathbf{V}, +, \cdot)$, яка складається з множини $\mathbf{V}$ об'єктів, які називаються *векторами*, разом з двома операціями $+$ і $\cdot$, які називаються *додаванням векторів* і *множенням на скаляр*, відповідно, такими, що $(\mathbf{V}, +)$ є абелевою (комутативною) групою, тобто $\mathbf{u} + \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ для всіх $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$, і виконуються умови:

(1) $(\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{w} = \mathbf{u} + (\mathbf{v} + \mathbf{w})$ для будь-яких $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbf{V}$ (асоціативність операції додавання векторів);

(2) $\mathbf{u} + \mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{u}$ для будь-яких $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ (комутативність операції додавання векторів);

(3) існує нуль-вектор $\mathbf{0}$: $\mathbf{0} + \mathbf{u} = \mathbf{u} + \mathbf{0} = \mathbf{u}$ для довільного вектора $\mathbf{u} \in \mathbf{V}$ (існування нейтрального елемента стосовно операції додавання векторів);

(4) для довільного вектора $\mathbf{u} \in \mathbf{V}$ існує обернений до нього вектор $-\mathbf{u} \in \mathbf{V}$: $\mathbf{u} + (-\mathbf{u}) = \mathbf{0}$ (існування оберненого елемента стосовно операції додавання векторів);

і $a \cdot \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ для всіх $a \in$ k і $\mathbf{v} \in \mathbf{V}$, і крім того, виконуються такі тотожності для всіх $a, b \in$ k і $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$:

(5) $a \cdot (\mathbf{u} + \mathbf{v}) = a \cdot \mathbf{u} + a \cdot \mathbf{v}$ (дистрибутивність операції додавання векторів);

(6) $(a + b) \cdot \mathbf{u} = a \cdot \mathbf{u} + b \cdot \mathbf{u}$ (дистрибутивність операції множення на скаляр);

(7) $(ab) \cdot \mathbf{u} = a \cdot (b \cdot \mathbf{u})$ (асоціативність операції множення на скаляр);

(8) $1 \cdot \mathbf{u} = \mathbf{u}$ (існування одиниці).

Означення 1.2.30

Векторним простором (або *лінійним простором*) над полем k називається трійка $(\mathbf{V}, +, \cdot)$, яка складається з множини $\mathbf{V}$ об'єктів, які називаються *векторами*, разом з двома операціями $+$ і $\cdot$, які називаються *додаванням векторів* і *множенням на скаляр*, відповідно, такими, що $(\mathbf{V}, +)$ є абелевою (комутативною) групою, тобто $\mathbf{u}+\mathbf{v} \in \mathbf{V}$ для всіх $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$, і виконуються умови:

(1) $(\mathbf{u}+\mathbf{v})+\mathbf{w} = \mathbf{u}+(\mathbf{v}+\mathbf{w})$ для будь-яких $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbf{V}$ (асоціативність операції додавання векторів);

(2) $\mathbf{u}+\mathbf{v} = \mathbf{v}+\mathbf{u}$ для будь-яких $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ (комутативність операції додавання векторів);

(3) існує нуль-вектор $\mathbf{0}$: $\mathbf{0}+\mathbf{u} = \mathbf{u}+\mathbf{0} = \mathbf{u}$ для довільного вектора $\mathbf{u} \in \mathbf{V}$ (існування нейтрального елемента стосовно операції додавання векторів);

(4) для довільного вектора $\mathbf{u} \in \mathbf{V}$ існує обернений до нього вектор $-\mathbf{u} \in \mathbf{V}$: $\mathbf{u}+(-\mathbf{u}) = \mathbf{0}$ (існування оберненого елемента стосовно операції додавання векторів);

і $a \cdot \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ для всіх $a \in$ k і $\mathbf{v} \in \mathbf{V}$, і крім того, виконуються такі тотожності для всіх $a, b \in$ k і $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$:

(5) $a \cdot (\mathbf{u}+\mathbf{v}) = a \cdot \mathbf{u} + a \cdot \mathbf{v}$ (дистрибутивність операції додавання векторів);

(6) $(a+b) \cdot \mathbf{u} = a \cdot \mathbf{u} + b \cdot \mathbf{u}$ (дистрибутивність операції множення на скаляр);

(7) $(ab) \cdot \mathbf{u} = a \cdot (b \cdot \mathbf{u})$ (асоціативність операції множення на скаляр);

(8) $1 \cdot \mathbf{u} = \mathbf{u}$ (існування одиниці).

Означення 1.2.30

Векторним простором (або *лінійним простором*) над полем k називається трійка $(\mathbf{V}, +, \cdot)$, яка складається з множини $\mathbf{V}$ об'єктів, які називаються *векторами*, разом з двома операціями $+$ і $\cdot$, які називаються *додаванням векторів* і *множенням на скаляр*, відповідно, такими, що $(\mathbf{V}, +)$ є абелевою (комутативною) групою, тобто $\mathbf{u} + \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ для всіх $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$, і виконуються умови:

(1) $(\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{w} = \mathbf{u} + (\mathbf{v} + \mathbf{w})$ для будь-яких $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbf{V}$ (асоціативність операції додавання векторів);

(2) $\mathbf{u} + \mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{u}$ для будь-яких $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ (комутативність операції додавання векторів);

(3) існує нуль-вектор $\mathbf{0}$: $\mathbf{0} + \mathbf{u} = \mathbf{u} + \mathbf{0} = \mathbf{u}$ для довільного вектора $\mathbf{u} \in \mathbf{V}$ (існування нейтрального елемента стосовно операції додавання векторів);

(4) для довільного вектора $\mathbf{u} \in \mathbf{V}$ існує обернений до нього вектор $-\mathbf{u} \in \mathbf{V}$: $\mathbf{u} + (-\mathbf{u}) = \mathbf{0}$ (існування оберненого елемента стосовно операції додавання векторів);

і $a \cdot \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ для всіх $a \in$ k і $\mathbf{v} \in \mathbf{V}$, і крім того, виконуються такі тотожності для всіх $a, b \in$ k і $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$:

(5) $a \cdot (\mathbf{u} + \mathbf{v}) = a \cdot \mathbf{u} + a \cdot \mathbf{v}$ (дистрибутивність операції додавання векторів);

(6) $(a + b) \cdot \mathbf{u} = a \cdot \mathbf{u} + b \cdot \mathbf{u}$ (дистрибутивність операції множення на скаляр);

(7) $(ab) \cdot \mathbf{u} = a \cdot (b \cdot \mathbf{u})$ (асоціативність операції множення на скаляр);

(8) $1 \cdot \mathbf{u} = \mathbf{u}$ (існування одиниці).

Означення 1.2.30

Векторним простором (або *лінійним простором*) над полем k називається трійка $(\mathbf{V}, +, \cdot)$, яка складається з множини $\mathbf{V}$ об'єктів, які називаються *векторами*, разом з двома операціями $+$ і $\cdot$, які називаються *додаванням векторів* і *множенням на скаляр*, відповідно, такими, що $(\mathbf{V}, +)$ є абелевою (комутативною) групою, тобто $\mathbf{u}+\mathbf{v} \in \mathbf{V}$ для всіх $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$, і виконуються умови:

(1) $(\mathbf{u}+\mathbf{v})+\mathbf{w} = \mathbf{u}+(\mathbf{v}+\mathbf{w})$ для будь-яких $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbf{V}$ (асоціативність операції додавання векторів);

(2) $\mathbf{u}+\mathbf{v} = \mathbf{v}+\mathbf{u}$ для будь-яких $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ (комутативність операції додавання векторів);

(3) існує нуль-вектор $\mathbf{0}$: $\mathbf{0}+\mathbf{u} = \mathbf{u}+\mathbf{0} = \mathbf{u}$ для довільного вектора $\mathbf{u} \in \mathbf{V}$ (існування нейтрального елемента стосовно операції додавання векторів);

(4) для довільного вектора $\mathbf{u} \in \mathbf{V}$ існує обернений до нього вектор $-\mathbf{u} \in \mathbf{V}$: $\mathbf{u}+(-\mathbf{u}) = \mathbf{0}$ (існування оберненого елемента стосовно операції додавання векторів);

і $a \cdot \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ для всіх $a \in$ k і $\mathbf{v} \in \mathbf{V}$, і крім того, виконуються такі тотожності для всіх $a, b \in$ k і $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$:

(5) $a \cdot (\mathbf{u}+\mathbf{v}) = a \cdot \mathbf{u} + a \cdot \mathbf{v}$ (дистрибутивність операції додавання векторів);

(6) $(a+b) \cdot \mathbf{u} = a \cdot \mathbf{u} + b \cdot \mathbf{u}$ (дистрибутивність операції множення на скаляр);

(7) $(ab) \cdot \mathbf{u} = a \cdot (b \cdot \mathbf{u})$ (асоціативність операції множення на скаляр);

(8) $1 \cdot \mathbf{u} = \mathbf{u}$ (існування одиниці).

Означення 1.2.30

Векторним простором (або *лінійним простором*) над полем k називається трійка $(\mathbf{V},+,\cdot)$, яка складається з множини $\mathbf{V}$ об'єктів, які називаються *векторами*, разом з двома операціями $+$ і $\cdot$, які називаються *додаванням векторів* і *множенням на скаляр*, відповідно, такими, що $(\mathbf{V},+)$ є абелевою (комутативною) групою, тобто $\mathbf{u}+\mathbf{v}\in\mathbf{V}$ для всіх $\mathbf{u},\mathbf{v}\in\mathbf{V}$, і виконуються умови:

(1) $(\mathbf{u}+\mathbf{v})+\mathbf{w}=\mathbf{u}+(\mathbf{v}+\mathbf{w})$ для будь-яких $\mathbf{u},\mathbf{v},\mathbf{w}\in\mathbf{V}$ (асоціативність операції додавання векторів);

(2) $\mathbf{u}+\mathbf{v}=\mathbf{v}+\mathbf{u}$ для будь-яких $\mathbf{u},\mathbf{v}\in\mathbf{V}$ (комутативність операції додавання векторів);

(3) існує нуль-вектор $\mathbf{0}$: $\mathbf{0}+\mathbf{u}=\mathbf{u}+\mathbf{0}=\mathbf{u}$ для довільного вектора $\mathbf{u}\in\mathbf{V}$ (існування нейтрального елемента стосовно операції додавання векторів);

(4) для довільного вектора $\mathbf{u}\in\mathbf{V}$ існує обернений до нього вектор $-\mathbf{u}\in\mathbf{V}$: $\mathbf{u}+(-\mathbf{u})=\mathbf{0}$ (існування оберненого елемента стосовно операції додавання векторів);

і $a\cdot\mathbf{v}\in\mathbf{V}$ для всіх $a\in$ k і $\mathbf{v}\in\mathbf{V}$, і крім того, виконуються такі тотожності для всіх $a,b\in$ k і $\mathbf{u},\mathbf{v}\in\mathbf{V}$:

(5) $a\cdot(\mathbf{u}+\mathbf{v})=a\cdot\mathbf{u}+a\cdot\mathbf{v}$ (дистрибутивність операції додавання векторів);

(6) $(a+b)\cdot\mathbf{u}=a\cdot\mathbf{u}+b\cdot\mathbf{u}$ (дистрибутивність операції множення на скаляр);

(7) $(ab)\cdot\mathbf{u}=a\cdot(b\cdot\mathbf{u})$ (асоціативність операції множення на скаляр);

(8) $1\cdot\mathbf{u}=\mathbf{u}$ (існування одиниці).

Означення 1.2.30

Векторним простором (або *лінійним простором*) над полем k називається трійка $(\mathbf{V}, +, \cdot)$, яка складається з множини $\mathbf{V}$ об'єктів, які називаються *векторами*, разом з двома операціями $+$ і $\cdot$, які називаються *додаванням векторів* і *множенням на скаляр*, відповідно, такими, що $(\mathbf{V}, +)$ є абелевою (комутативною) групою, тобто $\mathbf{u} + \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ для всіх $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$, і виконуються умови:

(1) $(\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{w} = \mathbf{u} + (\mathbf{v} + \mathbf{w})$ для будь-яких $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbf{V}$ (асоціативність операції додавання векторів);

(2) $\mathbf{u} + \mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{u}$ для будь-яких $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ (комутативність операції додавання векторів);

(3) існує нуль-вектор $\mathbf{0}$: $\mathbf{0} + \mathbf{u} = \mathbf{u} + \mathbf{0} = \mathbf{u}$ для довільного вектора $\mathbf{u} \in \mathbf{V}$ (існування нейтрального елемента стосовно операції додавання векторів);

(4) для довільного вектора $\mathbf{u} \in \mathbf{V}$ існує обернений до нього вектор $-\mathbf{u} \in \mathbf{V}$: $\mathbf{u} + (-\mathbf{u}) = \mathbf{0}$ (існування оберненого елемента стосовно операції додавання векторів);

і $a \cdot \mathbf{v} \in \mathbf{V}$ для всіх $a \in$ k і $\mathbf{v} \in \mathbf{V}$, і крім того, виконуються такі тотожності для всіх $a, b \in$ k і $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{V}$:

(5) $a \cdot (\mathbf{u} + \mathbf{v}) = a \cdot \mathbf{u} + a \cdot \mathbf{v}$ (дистрибутивність операції додавання векторів);

(6) $(a + b) \cdot \mathbf{u} = a \cdot \mathbf{u} + b \cdot \mathbf{u}$ (дистрибутивність операції множення на скаляр);

(7) $(ab) \cdot \mathbf{u} = a \cdot (b \cdot \mathbf{u})$ (асоціативність операції множення на скаляр);

(8) $1 \cdot \mathbf{u} = \mathbf{u}$ (існування одиниці).

Зазвичай для спрощення запису символ $\cdot$ опускається, і пишуть $a\mathbf{u}$ замість $a \cdot \mathbf{u}$. Крім того, якщо поле та операції зрозумілі з контексту, то векторний простір $(\mathbf{V}, +, \cdot)$ буде позначатися просто як векторний простір $\mathbf{V}$. Легко довести, що

$$-\mathbf{u} = (-1)\mathbf{u}.$$

Справді,

$$\mathbf{u} + (-1)\mathbf{u} = 1 \cdot \mathbf{u} + (-1)\mathbf{u} = (1-1)\mathbf{u} = 0\mathbf{u} = \mathbf{0},$$

і оскільки $(\mathbf{V}, +)$ — абелева група, то з останньої рівності випливає, що $(-1)\mathbf{u}$ — обернений елемент до $\mathbf{u}$. З єдиності оберненого елемента в групі випливає, що $-\mathbf{u} = (-1)\mathbf{u}$. З доведеної рівності випливає, що корисно визначити оператор віднімання для векторів наступним чином:

$$\mathbf{u} - \mathbf{v} = \mathbf{u} + (-\mathbf{v}).$$

Зазвичай для спрощення запису символ $\cdot$ опускається, і пишуть $a\mathbf{u}$ замість $a \cdot \mathbf{u}$. Крім того, якщо поле та операції зрозумілі з контексту, то векторний простір $(\mathbf{V}, +, \cdot)$ буде позначатися просто як векторний простір $\mathbf{V}$. Легко довести, що

$$-\mathbf{u} = (-1)\mathbf{u}.$$

Справді,

$$\mathbf{u} + (-1)\mathbf{u} = 1 \cdot \mathbf{u} + (-1)\mathbf{u} = (1-1)\mathbf{u} = 0\mathbf{u} = \mathbf{0},$$

і оскільки $(\mathbf{V}, +)$ — абелева група, то з останньої рівності випливає, що $(-1)\mathbf{u}$ — обернений елемент до $\mathbf{u}$. З єдиності оберненого елемента в групі випливає, що $-\mathbf{u} = (-1)\mathbf{u}$. З доведеної рівності випливає, що корисно визначити оператор віднімання для векторів наступним чином:

$$\mathbf{u} - \mathbf{v} = \mathbf{u} + (-\mathbf{v}).$$

Зазвичай для спрощення запису символ $\cdot$ опускається, і пишуть $a\mathbf{u}$ замість $a \cdot \mathbf{u}$. Крім того, якщо поле та операції зрозумілі з контексту, то векторний простір $(\mathbf{V}, +, \cdot)$ буде позначатися просто як векторний простір $\mathbf{V}$. Легко довести, що

$$-\mathbf{u} = (-1)\mathbf{u}.$$

Справді,

$$\mathbf{u} + (-1)\mathbf{u} = 1 \cdot \mathbf{u} + (-1)\mathbf{u} = (1-1)\mathbf{u} = 0\mathbf{u} = \mathbf{0},$$

і оскільки $(\mathbf{V}, +)$ — абелева група, то з останньої рівності випливає, що $(-1)\mathbf{u}$ — обернений елемент до $\mathbf{u}$. З єдиності оберненого елемента в групі випливає, що $-\mathbf{u} = (-1)\mathbf{u}$. З доведеної рівності випливає, що корисно визначити оператор віднімання для векторів наступним чином:

$$\mathbf{u} - \mathbf{v} = \mathbf{u} + (-\mathbf{v}).$$

Зазвичай для спрощення запису символ $\cdot$ опускається, і пишуть $a\mathbf{u}$ замість $a \cdot \mathbf{u}$. Крім того, якщо поле та операції зрозумілі з контексту, то векторний простір $(\mathbf{V}, +, \cdot)$ буде позначатися просто як векторний простір $\mathbf{V}$. Легко довести, що

$$-\mathbf{u} = (-1)\mathbf{u}.$$

Справді,

$$\mathbf{u} + (-1)\mathbf{u} = 1 \cdot \mathbf{u} + (-1)\mathbf{u} = (1-1)\mathbf{u} = 0\mathbf{u} = \mathbf{0},$$

і оскільки $(\mathbf{V}, +)$ — абелева група, то з останньої рівності випливає, що $(-1)\mathbf{u}$ — обернений елемент до $\mathbf{u}$. З єдиності оберненого елемента в групі випливає, що $-\mathbf{u} = (-1)\mathbf{u}$. З доведеної рівності випливає, що корисно визначити оператор віднімання для векторів наступним чином:

$$\mathbf{u} - \mathbf{v} = \mathbf{u} + (-\mathbf{v}).$$

Зазвичай для спрощення запису символ $\cdot$ опускається, і пишуть $a\mathbf{u}$ замість $a \cdot \mathbf{u}$. Крім того, якщо поле та операції зрозумілі з контексту, то векторний простір $(\mathbf{V}, +, \cdot)$ буде позначатися просто як векторний простір $\mathbf{V}$. Легко довести, що

$$-\mathbf{u} = (-1)\mathbf{u}.$$

Справді,

$$\mathbf{u} + (-1)\mathbf{u} = 1 \cdot \mathbf{u} + (-1)\mathbf{u} = (1 - 1)\mathbf{u} = 0\mathbf{u} = \mathbf{0},$$

і оскільки $(\mathbf{V}, +)$ — абелева група, то з останньої рівності випливає, що $(-1)\mathbf{u}$ — обернений елемент до $\mathbf{u}$. З єдиності оберненого елемента в групі випливає, що $-\mathbf{u} = (-1)\mathbf{u}$. З доведеної рівності випливає, що корисно визначити оператор віднімання для векторів наступним чином:

$$\mathbf{u} - \mathbf{v} = \mathbf{u} + (-\mathbf{v}).$$

Зазвичай для спрощення запису символ $\cdot$ опускається, і пишуть $a\mathbf{u}$ замість $a \cdot \mathbf{u}$. Крім того, якщо поле та операції зрозумілі з контексту, то векторний простір $(\mathbf{V}, +, \cdot)$ буде позначатися просто як векторний простір $\mathbf{V}$. Легко довести, що

$$-\mathbf{u} = (-1)\mathbf{u}.$$

Справді,

$$\mathbf{u} + (-1)\mathbf{u} = 1 \cdot \mathbf{u} + (-1)\mathbf{u} = (1-1)\mathbf{u} = 0\mathbf{u} = \mathbf{0},$$

і оскільки $(\mathbf{V}, +)$ — абелева група, то з останньої рівності випливає, що $(-1)\mathbf{u}$ — обернений елемент до $\mathbf{u}$. З єдиності оберненого елемента в групі випливає, що $-\mathbf{u} = (-1)\mathbf{u}$. З доведеної рівності випливає, що корисно визначити оператор віднімання для векторів наступним чином:

$$\mathbf{u} - \mathbf{v} = \mathbf{u} + (-\mathbf{v}).$$

Зазвичай для спрощення запису символ $\cdot$ опускається, і пишуть $a\mathbf{u}$ замість $a \cdot \mathbf{u}$. Крім того, якщо поле та операції зрозумілі з контексту, то векторний простір $(\mathbf{V}, +, \cdot)$ буде позначатися просто як векторний простір $\mathbf{V}$. Легко довести, що

$$-\mathbf{u} = (-1)\mathbf{u}.$$

Справді,

$$\mathbf{u} + (-1)\mathbf{u} = 1 \cdot \mathbf{u} + (-1)\mathbf{u} = (1 - 1)\mathbf{u} = 0\mathbf{u} = \mathbf{0},$$

і оскільки $(\mathbf{V}, +)$ — абелева група, то з останньої рівності випливає, що $(-1)\mathbf{u}$ — обернений елемент до $\mathbf{u}$. З єдиності оберненого елемента в групі випливає, що $-\mathbf{u} = (-1)\mathbf{u}$. З доведеної рівності випливає, що корисно визначити оператор віднімання для векторів наступним чином:

$$\mathbf{u} - \mathbf{v} = \mathbf{u} + (-\mathbf{v}).$$

Зазвичай для спрощення запису символ $\cdot$ опускається, і пишуть $a\mathbf{u}$ замість $a \cdot \mathbf{u}$. Крім того, якщо поле та операції зрозумілі з контексту, то векторний простір $(\mathbf{V}, +, \cdot)$ буде позначатися просто як векторний простір $\mathbf{V}$. Легко довести, що

$$-\mathbf{u} = (-1)\mathbf{u}.$$

Справді,

$$\mathbf{u} + (-1)\mathbf{u} = 1 \cdot \mathbf{u} + (-1)\mathbf{u} = (1-1)\mathbf{u} = 0\mathbf{u} = \mathbf{0},$$

і оскільки $(\mathbf{V}, +)$ — абелева група, то з останньої рівності випливає, що $(-1)\mathbf{u}$ — обернений елемент до $\mathbf{u}$. З єдиності оберненого елемента в групі випливає, що $-\mathbf{u} = (-1)\mathbf{u}$. З доведеної рівності випливає, що корисно визначити оператор віднімання для векторів наступним чином:

$$\mathbf{u} - \mathbf{v} = \mathbf{u} + (-\mathbf{v}).$$

Зазвичай для спрощення запису символ $\cdot$ опускається, і пишуть $a\mathbf{u}$ замість $a \cdot \mathbf{u}$. Крім того, якщо поле та операції зрозумілі з контексту, то векторний простір $(\mathbf{V}, +, \cdot)$ буде позначатися просто як векторний простір $\mathbf{V}$. Легко довести, що

$$-\mathbf{u} = (-1)\mathbf{u}.$$

Справді,

$$\mathbf{u} + (-1)\mathbf{u} = 1 \cdot \mathbf{u} + (-1)\mathbf{u} = (1 - 1)\mathbf{u} = 0\mathbf{u} = \mathbf{0},$$

і оскільки $(\mathbf{V}, +)$ — абелева група, то з останньої рівності випливає, що $(-1)\mathbf{u}$ — обернений елемент до $\mathbf{u}$. З єдиності оберненого елемента в групі випливає, що $-\mathbf{u} = (-1)\mathbf{u}$. З доведеної рівності випливає, що корисно визначити оператор віднімання для векторів наступним чином:

$$\mathbf{u} - \mathbf{v} = \mathbf{u} + (-\mathbf{v}).$$

Зазвичай для спрощення запису символ $\cdot$ опускається, і пишуть $a\mathbf{u}$ замість $a \cdot \mathbf{u}$. Крім того, якщо поле та операції зрозумілі з контексту, то векторний простір $(\mathbf{V}, +, \cdot)$ буде позначатися просто як векторний простір $\mathbf{V}$. Легко довести, що

$$-\mathbf{u} = (-1)\mathbf{u}.$$

Справді,

$$\mathbf{u} + (-1)\mathbf{u} = 1 \cdot \mathbf{u} + (-1)\mathbf{u} = (1 - 1)\mathbf{u} = 0\mathbf{u} = \mathbf{0},$$

і оскільки $(\mathbf{V}, +)$ — абелева група, то з останньої рівності випливає, що $(-1)\mathbf{u}$ — обернений елемент до $\mathbf{u}$. З єдиності оберненого елемента в групі випливає, що $-\mathbf{u} = (-1)\mathbf{u}$. З доведеної рівності випливає, що корисно визначити оператор віднімання для векторів наступним чином:

$$\mathbf{u} - \mathbf{v} = \mathbf{u} + (-\mathbf{v}).$$

Зазвичай для спрощення запису символ $\cdot$ опускається, і пишуть $a\mathbf{u}$ замість $a \cdot \mathbf{u}$. Крім того, якщо поле та операції зрозумілі з контексту, то векторний простір $(\mathbf{V}, +, \cdot)$ буде позначатися просто як векторний простір $\mathbf{V}$. Легко довести, що

$$-\mathbf{u} = (-1)\mathbf{u}.$$

Справді,

$$\mathbf{u} + (-1)\mathbf{u} = 1 \cdot \mathbf{u} + (-1)\mathbf{u} = (1-1)\mathbf{u} = 0\mathbf{u} = \mathbf{0},$$

і оскільки $(\mathbf{V}, +)$ — абелева група, то з останньої рівності випливає, що $(-1)\mathbf{u}$ — обернений елемент до $\mathbf{u}$. З єдиності оберненого елемента в групі випливає, що $-\mathbf{u} = (-1)\mathbf{u}$. З доведеної рівності випливає, що корисно визначити оператор віднімання для векторів наступним чином:

$$\mathbf{u} - \mathbf{v} = \mathbf{u} + (-\mathbf{v}).$$

Зазвичай для спрощення запису символ $\cdot$ опускається, і пишуть $a\mathbf{u}$ замість $a \cdot \mathbf{u}$. Крім того, якщо поле та операції зрозумілі з контексту, то векторний простір $(\mathbf{V}, +, \cdot)$ буде позначатися просто як векторний простір $\mathbf{V}$. Легко довести, що

$$-\mathbf{u} = (-1)\mathbf{u}.$$

Справді,

$$\mathbf{u} + (-1)\mathbf{u} = 1 \cdot \mathbf{u} + (-1)\mathbf{u} = (1-1)\mathbf{u} = 0\mathbf{u} = \mathbf{0},$$

і оскільки $(\mathbf{V}, +)$ — абелева група, то з останньої рівності випливає, що $(-1)\mathbf{u}$ — обернений елемент до $\mathbf{u}$. З єдиності оберненого елемента в групі випливає, що $-\mathbf{u} = (-1)\mathbf{u}$. З доведеної рівності випливає, що корисно визначити оператор віднімання для векторів наступним чином:

$$\mathbf{u} - \mathbf{v} = \mathbf{u} + (-\mathbf{v}).$$

Зазвичай для спрощення запису символ $\cdot$ опускається, і пишуть $a\mathbf{u}$ замість $a \cdot \mathbf{u}$. Крім того, якщо поле та операції зрозумілі з контексту, то векторний простір $(\mathbf{V}, +, \cdot)$ буде позначатися просто як векторний простір $\mathbf{V}$. Легко довести, що

$$-\mathbf{u} = (-1)\mathbf{u}.$$

Справді,

$$\mathbf{u} + (-1)\mathbf{u} = 1 \cdot \mathbf{u} + (-1)\mathbf{u} = (1-1)\mathbf{u} = 0\mathbf{u} = \mathbf{0},$$

і оскільки $(\mathbf{V}, +)$ — абелева група, то з останньої рівності випливає, що $(-1)\mathbf{u}$ — обернений елемент до $\mathbf{u}$. З єдиності оберненого елемента в групі випливає, що $-\mathbf{u} = (-1)\mathbf{u}$. З доведеної рівності випливає, що корисно визначити оператор віднімання для векторів наступним чином:

$$\mathbf{u} - \mathbf{v} = \mathbf{u} + (-\mathbf{v}).$$

Зазвичай для спрощення запису символ $\cdot$ опускається, і пишуть $a\mathbf{u}$ замість $a \cdot \mathbf{u}$. Крім того, якщо поле та операції зрозумілі з контексту, то векторний простір $(\mathbf{V}, +, \cdot)$ буде позначатися просто як векторний простір $\mathbf{V}$. Легко довести, що

$$-\mathbf{u} = (-1)\mathbf{u}.$$

Справді,

$$\mathbf{u} + (-1)\mathbf{u} = 1 \cdot \mathbf{u} + (-1)\mathbf{u} = (1-1)\mathbf{u} = 0\mathbf{u} = \mathbf{0},$$

і оскільки $(\mathbf{V}, +)$ — абелева група, то з останньої рівності випливає, що $(-1)\mathbf{u}$ — обернений елемент до $\mathbf{u}$. З єдиності оберненого елемента в групі випливає, що $-\mathbf{u} = (-1)\mathbf{u}$. З доведеної рівності випливає, що корисно визначити оператор віднімання для векторів наступним чином:

$$\mathbf{u} - \mathbf{v} = \mathbf{u} + (-\mathbf{v}).$$

n-вимірний евклідовий простір $\mathbb{R}^n$ є найбільш відомим прикладом векторного простору, оскільки він є більше чим множина точок, яка допускає добре відому структуру векторного простору над $\mathbb{R}$. А саме, нехай $\mathbf{u} = (u_1, \ldots, u_n)$, $\mathbf{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$, $c \in \mathbb{R}$, і означимо

$$\mathbf{u} + \mathbf{v} = (u_1 + v_1, \ldots, u_n + v_n),$$

$$c\mathbf{u} = (cu_1, \ldots, cu_n).$$

Можна вважати елементи множини $\mathbb{R}^n$ або "точками", або "векторами", залежно від контексту. Більш загально, легко бачити, якщо k — поле, то k^n — векторний простір над k.

Простір функцій — ще один важливий клас векторних просторів. Нехай k — поле й $\mathbf{A}$ — підмножина в k^n. Тоді множина функцій з $\mathbf{A}$ в k — векторний простір над k з операціями поточкового додавання та множення на скаляр. Точніше, якщо $f, g \colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$ і $c \in \mathbf{k}$, то визначимо функції

$$f + g, cf \colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$$

за формулами

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) \qquad \text{і} \qquad (cf)(x) = c(f(x)).$$

n-вимірний евклідовий простір $\mathbb{R}^n$ є найбільш відомим прикладом векторного простору, оскільки він є більше чим множина точок, яка допускає добре відому структуру векторного простору над $\mathbb{R}$. А саме, нехай $\mathbf{u} = (u_1, \dots, u_n)$, $\mathbf{v} = (v_1, \dots, v_n) \in \mathbb{R}^n$, $c \in \mathbb{R}$, і означимо

$$\mathbf{u} + \mathbf{v} = (u_1 + v_1, \dots, u_n + v_n),$$

$$c\mathbf{u} = (cu_1, \dots, cu_n).$$

Можна вважати елементи множини $\mathbb{R}^n$ або "точками", або "векторами", залежно від контексту. Більш загально, легко бачити, якщо k — поле, то k^n — векторний простір над k.

Простір функцій — ще один важливий клас векторних просторів. Нехай k — поле й $\mathbf{A}$ — підмножина в k^n. Тоді множина функцій з $\mathbf{A}$ в k — векторний простір над k з операціями поточкового додавання та множення на скаляр. Точніше, якщо $f, g \colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$ і $c \in \mathbf{k}$, то визначимо функції

$$f + g, cf \colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$$

за формулами

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) \qquad \text{і} \qquad (cf)(x) = c(f(x)).$$

n-вимірний евклідовий простір $\mathbb{R}^n$ є найбільш відомим прикладом векторного простору, оскільки він є більше чим множина точок, яка допускає добре відому структуру векторного простору над $\mathbb{R}$. А саме, нехай $\mathbf{u} = (u_1, \ldots, u_n)$, $\mathbf{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$, $c \in \mathbb{R}$, і означимо

$$\mathbf{u} + \mathbf{v} = (u_1 + v_1, \ldots, u_n + v_n),$$

$$c\mathbf{u} = (cu_1, \ldots, cu_n).$$

Можна вважати елементи множини $\mathbb{R}^n$ або "точками", або "векторами", залежно від контексту. Більш загально, легко бачити, якщо k — поле, то k^n — векторний простір над k.

Простір функцій — ще один важливий клас векторних просторів. Нехай k — поле й $\mathbf{A}$ — підмножина в k^n. Тоді множина функцій з $\mathbf{A}$ в k — векторний простір над k з операціями поточкового додавання та множення на скаляр. Точніше, якщо $f, g \colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$ і $c \in \mathbf{k}$, то визначимо функції

$$f + g, cf \colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$$

за формулами

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) \qquad \text{і} \qquad (cf)(x) = c(f(x)).$$

n-вимірний евклідовий простір $\mathbb{R}^n$ є найбільш відомим прикладом векторного простору, оскільки він є більше чим множина точок, яка допускає добре відому структуру векторного простору над $\mathbb{R}$. А саме, нехай $\mathbf{u} = (u_1, \ldots, u_n)$, $\mathbf{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$, $c \in \mathbb{R}$, і означимо

$$\mathbf{u} + \mathbf{v} = (u_1 + v_1, \ldots, u_n + v_n),$$

$$c\mathbf{u} = (cu_1, \ldots, cu_n).$$

Можна вважати елементи множини $\mathbb{R}^n$ або "точками", або "векторами", залежно від контексту. Більш загально, легко бачити, якщо k — поле, то k^n — векторний простір над k.

Простір функцій — ще один важливий клас векторних просторів. Нехай k — поле й $\mathbf{A}$ — підмножина в k^n. Тоді множина функцій з $\mathbf{A}$ в k — векторний простір над k з операціями поточкового додавання та множення на скаляр. Точніше, якщо $f, g \colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$ і $c \in \mathbf{k}$, то визначимо функції

$$f + g, cf \colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$$

за формулами

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) \qquad \text{і} \qquad (cf)(x) = c(f(x)).$$

Векторні простори

n-вимірний евклідовий простір $\mathbb{R}^n$ є найбільш відомим прикладом векторного простору, оскільки він є більше чим множина точок, яка допускає добре відому структуру векторного простору над $\mathbb{R}$. А саме, нехай $\mathbf{u} = (u_1, \ldots, u_n)$, $\mathbf{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$, $c \in \mathbb{R}$, і означимо

$$\mathbf{u} + \mathbf{v} = (u_1 + v_1, \ldots, u_n + v_n),$$

$$c\mathbf{u} = (cu_1, \ldots, cu_n).$$

Можна вважати елементи множини $\mathbb{R}^n$ або "точками", або "векторами", залежно від контексту. Більш загально, легко бачити, якщо k — поле, то k^n — векторний простір над k.

Простір функцій — ще один важливий клас векторних просторів. Нехай k — поле й $\mathbf{A}$ — підмножина в k^n. Тоді множина функцій з $\mathbf{A}$ в k — векторний простір над k з операціями поточкового додавання та множення на скаляр. Точніше, якщо $f, g \colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$ і $c \in \mathbf{k}$, то визначимо функції

$$f + g, cf \colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$$

за формулами

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) \qquad \text{і} \qquad (cf)(x) = c(f(x)).$$

n-вимірний евклідовий простір $\mathbb{R}^n$ є найбільш відомим прикладом векторного простору, оскільки він є більше чим множина точок, яка допускає добре відому структуру векторного простору над $\mathbb{R}$. А саме, нехай $\mathbf{u} = (u_1, \ldots, u_n)$, $\mathbf{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$, $c \in \mathbb{R}$, і означимо

$$\mathbf{u} + \mathbf{v} = (u_1 + v_1, \ldots, u_n + v_n),$$

$$c\mathbf{u} = (cu_1, \ldots, cu_n).$$

Можна вважати елементи множини $\mathbb{R}^n$ або "точками", або "векторами", залежно від контексту. Більш загально, легко бачити, якщо k — поле, то k^n — векторний простір над k.

Простір функцій — ще один важливий клас векторних просторів. Нехай k — поле й $\mathbf{A}$ — підмножина в k^n. Тоді множина функцій з $\mathbf{A}$ в k — векторний простір над k з операціями поточкового додавання та множення на скаляр. Точніше, якщо $f, g \colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$ і $c \in \mathbf{k}$, то визначимо функції

$$f + g, cf \colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$$

за формулами

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) \qquad \text{і} \qquad (cf)(x) = c(f(x)).$$

n-вимірний евклідовий простір $\mathbb{R}^n$ є найбільш відомим прикладом векторного простору, оскільки він є більше чим множина точок, яка допускає добре відому структуру векторного простору над $\mathbb{R}$. А саме, нехай $\mathbf{u} = (u_1, \ldots, u_n)$, $\mathbf{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$, $c \in \mathbb{R}$, і означимо

$$\mathbf{u} + \mathbf{v} = (u_1 + v_1, \ldots, u_n + v_n),$$

$$c\mathbf{u} = (cu_1, \ldots, cu_n).$$

Можна вважати елементи множини $\mathbb{R}^n$ або "точками", або "векторами", залежно від контексту. Більш загально, легко бачити, якщо k — поле, то k^n — векторний простір над k.

Простір функцій — ще один важливий клас векторних просторів. Нехай k — поле й $\mathbf{A}$ — підмножина в k^n. Тоді множина функцій з $\mathbf{A}$ в k — векторний простір над k з операціями поточкового додавання та множення на скаляр. Точніше, якщо $f, g \colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$ і $c \in \mathbf{k}$, то визначимо функції

$$f + g, cf \colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$$

за формулами

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) \qquad \text{і} \qquad (cf)(x) = c(f(x)).$$

Векторні простори

n-вимірний евклідовий простір $\mathbb{R}^n$ є найбільш відомим прикладом векторного простору, оскільки він є більше чим множина точок, яка допускає добре відому структуру векторного простору над $\mathbb{R}$. А саме, нехай $\mathbf{u} = (u_1, \ldots, u_n)$, $\mathbf{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$, $c \in \mathbb{R}$, і означимо

$$\mathbf{u} + \mathbf{v} = (u_1 + v_1, \ldots, u_n + v_n),$$

$$c\mathbf{u} = (cu_1, \ldots, cu_n).$$

Можна вважати елементи множини $\mathbb{R}^n$ або "точками", або "векторами", залежно від контексту. Більш загально, легко бачити, якщо k — поле, то k^n — векторний простір над k.

Простір функцій — ще один важливий клас векторних просторів. Нехай k — поле й $\mathbf{A}$ — підмножина в k^n. Тоді множина функцій з $\mathbf{A}$ в k — векторний простір над k з операціями поточкового додавання та множення на скаляр. Точніше, якщо $f, g \colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$ і $c \in \mathbf{k}$, то визначимо функції

$$f + g, cf \colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$$

за формулами

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) \qquad \text{і} \qquad (cf)(x) = c(f(x)).$$

n-вимірний евклідовий простір $\mathbb{R}^n$ є найбільш відомим прикладом векторного простору, оскільки він є більше чим множина точок, яка допускає добре відому структуру векторного простору над $\mathbb{R}$. А саме, нехай $\mathbf{u} = (u_1, \ldots, u_n)$, $\mathbf{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$, $c \in \mathbb{R}$, і означимо

$$\mathbf{u} + \mathbf{v} = (u_1 + v_1, \ldots, u_n + v_n),$$

$$c\mathbf{u} = (cu_1, \ldots, cu_n).$$

Можна вважати елементи множини $\mathbb{R}^n$ або "точками", або "векторами", залежно від контексту. Більш загально, легко бачити, якщо k — поле, то k^n — векторний простір над k.

Простір функцій — ще один важливий клас векторних просторів. Нехай k — поле й $\mathbf{A}$ — підмножина в k^n. Тоді множина функцій з $\mathbf{A}$ в k — векторний простір над k з операціями поточкового додавання та множення на скаляр. Точніше, якщо $f, g \colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$ і $c \in \mathbf{k}$, то визначимо функції

$$f + g, cf \colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$$

за формулами

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) \qquad \text{і} \qquad (cf)(x) = c(f(x)).$$

Векторні простори

n-вимірний евклідовий простір $\mathbb{R}^n$ є найбільш відомим прикладом векторного простору, оскільки він є більше чим множина точок, яка допускає добре відому структуру векторного простору над $\mathbb{R}$. А саме, нехай $\mathbf{u} = (u_1, \ldots, u_n)$, $\mathbf{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$, $c \in \mathbb{R}$, і означимо

$$\mathbf{u} + \mathbf{v} = (u_1 + v_1, \ldots, u_n + v_n),$$

$$c\mathbf{u} = (cu_1, \ldots, cu_n).$$

Можна вважати елементи множини $\mathbb{R}^n$ або "точками", або "векторами", залежно від контексту. Більш загально, легко бачити, якщо k — поле, то k^n — векторний простір над k.

Простір функцій — ще один важливий клас векторних просторів. Нехай k — поле й $\mathbf{A}$ — підмножина в k^n. Тоді множина функцій з $\mathbf{A}$ в k — векторний простір над k з операціями поточкового додавання та множення на скаляр. Точніше, якщо $f, g \colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$ і $c \in \mathbf{k}$, то визначимо функції

$$f + g, cf \colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$$

за формулами

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) \qquad \text{і} \qquad (cf)(x) = c(f(x)).$$

n-вимірний евклідовий простір $\mathbb{R}^n$ є найбільш відомим прикладом векторного простору, оскільки він є більше чим множина точок, яка допускає добре відому структуру векторного простору над $\mathbb{R}$. А саме, нехай $\mathbf{u} = (u_1, \ldots, u_n)$, $\mathbf{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$, $c \in \mathbb{R}$, і означимо

$$\mathbf{u} + \mathbf{v} = (u_1 + v_1, \ldots, u_n + v_n),$$

$$c\mathbf{u} = (cu_1, \ldots, cu_n).$$

Можна вважати елементи множини $\mathbb{R}^n$ або "точками", або "векторами", залежно від контексту. Більш загально, легко бачити, якщо k — поле, то k^n — векторний простір над k.

Простір функцій — ще один важливий клас векторних просторів. Нехай k — поле й $\mathbf{A}$ — підмножина в k^n. Тоді множина функцій з $\mathbf{A}$ в k — векторний простір над k з операціями поточкового додавання та множення на скаляр. Точніше, якщо $f, g \colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$ і $c \in \mathbf{k}$, то визначимо функції

$$f + g, cf \colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$$

за формулами

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) \qquad \text{і} \qquad (cf)(x) = c(f(x)).$$

n-вимірний евклідовий простір $\mathbb{R}^n$ є найбільш відомим прикладом векторного простору, оскільки він є більше чим множина точок, яка допускає добре відому структуру векторного простору над $\mathbb{R}$. А саме, нехай $\mathbf{u} = (u_1, \ldots, u_n)$, $\mathbf{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$, $c \in \mathbb{R}$, і означимо

$$\mathbf{u} + \mathbf{v} = (u_1 + v_1, \ldots, u_n + v_n),$$

$$c\mathbf{u} = (cu_1, \ldots, cu_n).$$

Можна вважати елементи множини $\mathbb{R}^n$ або "точками", або "векторами", залежно від контексту. Більш загально, легко бачити, якщо k — поле, то k^n — векторний простір над k.

Простір функцій — ще один важливий клас векторних просторів. Нехай k — поле й $\mathbf{A}$ — підмножина в k^n. Тоді множина функцій з $\mathbf{A}$ в k — векторний простір над k з операціями поточкового додавання та множення на скаляр. Точніше, якщо $f, g \colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$ і $c \in \mathbf{k}$, то визначимо функції

$$f + g, cf \colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$$

за формулами

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) \qquad \text{і} \qquad (cf)(x) = c(f(x)).$$

n-вимірний евклідовий простір $\mathbb{R}^n$ є найбільш відомим прикладом векторного простору, оскільки він є більше чим множина точок, яка допускає добре відому структуру векторного простору над $\mathbb{R}$. А саме, нехай $\mathbf{u} = (u_1, \ldots, u_n)$, $\mathbf{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$, $c \in \mathbb{R}$, і означимо

$$\mathbf{u} + \mathbf{v} = (u_1 + v_1, \ldots, u_n + v_n),$$

$$c\mathbf{u} = (cu_1, \ldots, cu_n).$$

Можна вважати елементи множини $\mathbb{R}^n$ або "точками", або "векторами", залежно від контексту. Більш загально, легко бачити, якщо k — поле, то k^n — векторний простір над k.

Простір функцій — ще один важливий клас векторних просторів. Нехай k — поле й $\mathbf{A}$ — підмножина в k^n. Тоді множина функцій з $\mathbf{A}$ в k — векторний простір над k з операціями поточкового додавання та множення на скаляр. Точніше, якщо $f, g \colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$ і $c \in \mathbf{k}$, то визначимо функції

$$f + g, cf \colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$$

за формулами

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) \qquad \text{і} \qquad (cf)(x) = c(f(x)).$$

n-вимірний евклідовий простір $\mathbb{R}^n$ є найбільш відомим прикладом векторного простору, оскільки він є більше чим множина точок, яка допускає добре відому структуру векторного простору над $\mathbb{R}$. А саме, нехай $\mathbf{u} = (u_1, \ldots, u_n)$, $\mathbf{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$, $c \in \mathbb{R}$, і означимо

$$\mathbf{u} + \mathbf{v} = (u_1 + v_1, \ldots, u_n + v_n),$$

$$c\mathbf{u} = (cu_1, \ldots, cu_n).$$

Можна вважати елементи множини $\mathbb{R}^n$ або "точками", або "векторами", залежно від контексту. Більш загально, легко бачити, якщо k — поле, то k^n — векторний простір над k.

Простір функцій — ще один важливий клас векторних просторів. Нехай k — поле й $\mathbf{A}$ — підмножина в k^n. Тоді множина функцій з $\mathbf{A}$ в k — векторний простір над k з операціями поточкового додавання та множення на скаляр. Точніше, якщо $f, g\colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$ і $c \in \mathbf{k}$, то визначимо функції

$$f + g, cf\colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$$

за формулами

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) \qquad \text{і} \qquad (cf)(x) = c(f(x)).$$

Векторні простори

n-вимірний евклідовий простір $\mathbb{R}^n$ є найбільш відомим прикладом векторного простору, оскільки він є більше чим множина точок, яка допускає добре відому структуру векторного простору над $\mathbb{R}$. А саме, нехай $\mathbf{u} = (u_1, \ldots, u_n)$, $\mathbf{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$, $c \in \mathbb{R}$, і означимо

$$\mathbf{u} + \mathbf{v} = (u_1 + v_1, \ldots, u_n + v_n),$$

$$c\mathbf{u} = (cu_1, \ldots, cu_n).$$

Можна вважати елементи множини $\mathbb{R}^n$ або "точками", або "векторами", залежно від контексту. Більш загально, легко бачити, якщо k — поле, то k^n — векторний простір над k.

Простір функцій — ще один важливий клас векторних просторів. Нехай k — поле й $\mathbf{A}$ — підмножина в k^n. Тоді множина функцій з $\mathbf{A}$ в k — векторний простір над k з операціями поточкового додавання та множення на скаляр. Точніше, якщо $f, g\colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$ і $c \in \mathbf{k}$, то визначимо функції

$$f + g, cf\colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$$

за формулами

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) \qquad \text{і} \qquad (cf)(x) = c(f(x)).$$

n-вимірний евклідовий простір $\mathbb{R}^n$ є найбільш відомим прикладом векторного простору, оскільки він є більше чим множина точок, яка допускає добре відому структуру векторного простору над $\mathbb{R}$. А саме, нехай $\mathbf{u} = (u_1, \ldots, u_n)$, $\mathbf{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$, $c \in \mathbb{R}$, і означимо

$$\mathbf{u} + \mathbf{v} = (u_1 + v_1, \ldots, u_n + v_n),$$

$$c\mathbf{u} = (cu_1, \ldots, cu_n).$$

Можна вважати елементи множини $\mathbb{R}^n$ або "точками", або "векторами", залежно від контексту. Більш загально, легко бачити, якщо k — поле, то k^n — векторний простір над k.

Простір функцій — ще один важливий клас векторних просторів. Нехай k — поле й $\mathbf{A}$ — підмножина в k^n. Тоді множина функцій з $\mathbf{A}$ в k — векторний простір над k з операціями поточкового додавання та множення на скаляр. Точніше, якщо $f, g\colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$ і $c \in \mathbf{k}$, то визначимо функції

$$f + g, cf\colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$$

за формулами

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) \qquad \text{і} \qquad (cf)(x) = c(f(x)).$$

Векторні простори

n-вимірний евклідовий простір $\mathbb{R}^n$ є найбільш відомим прикладом векторного простору, оскільки він є більше чим множина точок, яка допускає добре відому структуру векторного простору над $\mathbb{R}$. А саме, нехай $\mathbf{u} = (u_1, \ldots, u_n)$, $\mathbf{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$, $c \in \mathbb{R}$, і означимо

$$\mathbf{u} + \mathbf{v} = (u_1 + v_1, \ldots, u_n + v_n),$$

$$c\mathbf{u} = (cu_1, \ldots, cu_n).$$

Можна вважати елементи множини $\mathbb{R}^n$ або "точками", або "векторами", залежно від контексту. Більш загально, легко бачити, якщо k — поле, то k^n — векторний простір над k.

Простір функцій — ще один важливий клас векторних просторів. Нехай k — поле й $\mathbf{A}$ — підмножина в k^n. Тоді множина функцій з $\mathbf{A}$ в k — векторний простір над k з операціями поточкового додавання та множення на скаляр. Точніше, якщо $f, g \colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$ і $c \in \mathbf{k}$, то визначимо функції

$$f + g, cf \colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$$

за формулами

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) \qquad \text{і} \qquad (cf)(x) = c(f(x)).$$

n-вимірний евклідовий простір $\mathbb{R}^n$ є найбільш відомим прикладом векторного простору, оскільки він є більше чим множина точок, яка допускає добре відому структуру векторного простору над $\mathbb{R}$. А саме, нехай $\mathbf{u} = (u_1, \ldots, u_n)$, $\mathbf{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$, $c \in \mathbb{R}$, і означимо

$$\mathbf{u} + \mathbf{v} = (u_1 + v_1, \ldots, u_n + v_n),$$

$$c\mathbf{u} = (cu_1, \ldots, cu_n).$$

Можна вважати елементи множини $\mathbb{R}^n$ або "точками", або "векторами", залежно від контексту. Більш загально, легко бачити, якщо k — поле, то k^n — векторний простір над k.

Простір функцій — ще один важливий клас векторних просторів. Нехай k — поле й $\mathbf{A}$ — підмножина в k^n. Тоді множина функцій з $\mathbf{A}$ в k — векторний простір над k з операціями поточкового додавання та множення на скаляр. Точніше, якщо $f, g \colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$ і $c \in \mathbf{k}$, то визначимо функції

$$f + g, cf \colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$$

за формулами

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) \qquad \text{і} \qquad (cf)(x) = c(f(x)).$$

n-вимірний евклідовий простір $\mathbb{R}^n$ є найбільш відомим прикладом векторного простору, оскільки він є більше чим множина точок, яка допускає добре відому структуру векторного простору над $\mathbb{R}$. А саме, нехай $\mathbf{u} = (u_1, \ldots, u_n)$, $\mathbf{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$, $c \in \mathbb{R}$, і означимо

$$\mathbf{u} + \mathbf{v} = (u_1 + v_1, \ldots, u_n + v_n),$$

$$c\mathbf{u} = (cu_1, \ldots, cu_n).$$

Можна вважати елементи множини $\mathbb{R}^n$ або "точками", або "векторами", залежно від контексту. Більш загально, легко бачити, якщо k — поле, то k^n — векторний простір над k.

Простір функцій — ще один важливий клас векторних просторів. Нехай k — поле й $\mathbf{A}$ — підмножина в k^n. Тоді множина функцій з $\mathbf{A}$ в k — векторний простір над k з операціями поточкового додавання та множення на скаляр. Точніше, якщо $f, g \colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$ і $c \in \mathbf{k}$, то визначимо функції

$$f + g, cf \colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$$

за формулами

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) \qquad \text{і} \qquad (cf)(x) = c(f(x)).$$

n-вимірний евклідовий простір $\mathbb{R}^n$ є найбільш відомим прикладом векторного простору, оскільки він є більше чим множина точок, яка допускає добре відому структуру векторного простору над $\mathbb{R}$. А саме, нехай $\mathbf{u} = (u_1, \ldots, u_n)$, $\mathbf{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$, $c \in \mathbb{R}$, і означимо

$$\mathbf{u} + \mathbf{v} = (u_1 + v_1, \ldots, u_n + v_n),$$

$$c\mathbf{u} = (cu_1, \ldots, cu_n).$$

Можна вважати елементи множини $\mathbb{R}^n$ або "точками", або "векторами", залежно від контексту. Більш загально, легко бачити, якщо k — поле, то k^n — векторний простір над k.

Простір функцій — ще один важливий клас векторних просторів. Нехай k — поле й $\mathbf{A}$ — підмножина в k^n. Тоді множина функцій з $\mathbf{A}$ в k — векторний простір над k з операціями поточкового додавання та множення на скаляр. Точніше, якщо $f, g \colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$ і $c \in \mathbf{k}$, то визначимо функції

$$f + g, cf \colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$$

за формулами

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) \qquad \text{і} \qquad (cf)(x) = c(f(x)).$$

n-вимірний евклідовий простір $\mathbb{R}^n$ є найбільш відомим прикладом векторного простору, оскільки він є більше чим множина точок, яка допускає добре відому структуру векторного простору над $\mathbb{R}$. А саме, нехай $\mathbf{u} = (u_1, \ldots, u_n)$, $\mathbf{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$, $c \in \mathbb{R}$, і означимо

$$\mathbf{u} + \mathbf{v} = (u_1 + v_1, \ldots, u_n + v_n),$$

$$c\mathbf{u} = (cu_1, \ldots, cu_n).$$

Можна вважати елементи множини $\mathbb{R}^n$ або "точками", або "векторами", залежно від контексту. Більш загально, легко бачити, якщо k — поле, то k^n — векторний простір над k.

Простір функцій — ще один важливий клас векторних просторів. Нехай k — поле й $\mathbf{A}$ — підмножина в k^n. Тоді множина функцій з $\mathbf{A}$ в k — векторний простір над k з операціями поточкового додавання та множення на скаляр. Точніше, якщо $f, g \colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$ і $c \in \mathbf{k}$, то визначимо функції

$$f + g, cf \colon \mathbf{A} \to \mathbf{k}$$

за формулами

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) \qquad \text{і} \qquad (cf)(x) = c(f(x)).$$

Означення 1.2.31

Підпростором векторного простору $\mathbf{V}$ над полем $\Bbbk$ називається підмножина в $\mathbf{V}$, яка стосовно операцій індукованих з $\mathbf{V}$ є векторним простором над полем $\Bbbk$.

Для прикладу, стосовно природних включень, векторі простори $\mathbb{R}^m$, $m \leqslant n$, є всі підпросторами в $\mathbb{R}^n$.

Означення 1.2.32

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем $\Bbbk$. Для фіксованої непорожньої множини векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$, визначимо *лінійну оболонку множини*, яку позначатимемо $\operatorname{span}(\mathbf{S})$, або лінійну оболонку векторів в $\mathbf{S}$, позначатимемо $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$, як множину всіх векторів, що є лінійними комбінаціями цих векторів, тобто

$$\operatorname{span}(\mathbf{S}) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n) = \{c_1\mathbf{u}_1 + \ldots + c_n\mathbf{u}_n \mid c_1, \ldots, c_n \in \Bbbk\}.$$

Будемо говорити, що *множина* $\mathbf{S}$ *породжує підпростір* $\mathbf{X}$ і *вектори* $\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n$ *породжують підпростір* $\mathbf{X}$, якщо

$$\mathbf{X} = \operatorname{span}(\mathbf{S}) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n).$$

Зручно визначити $\operatorname{span}(\varnothing) = \{\mathbf{0}\}$.

Легко перевіряється, що $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$ є векторним підпростором в $\mathbf{V}$ для довільної підмножини векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$.

Означення 1.2.31

Підпростором векторного простору $\mathbf{V}$ над полем k називається підмножина в $\mathbf{V}$, яка стосовно операцій індукованих з $\mathbf{V}$ є векторним простором над полем k.

Для прикладу, стосовно природних включень, векторі простори $\mathbb{R}^m$, $m \leqslant n$, є всі підпросторами в $\mathbb{R}^n$.

Означення 1.2.32

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем k. Для фіксованої непорожньої множини векторів $\mathrm{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$, визначимо *лінійну оболонку множини*, яку позначатимемо $\mathrm{span}(\mathbf{S})$, або лінійну оболонку векторів в $\mathbf{S}$, позначатимемо $\mathrm{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$, як множину всіх векторів, що є лінійними комбінаціями цих векторів, тобто

$$\mathrm{span}(\mathbf{S}) = \mathrm{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n) = \{c_1\mathbf{u}_1 + \ldots + c_n\mathbf{u}_n \mid c_1, \ldots, c_n \in \mathsf{k}\}.$$

Будемо говорити, що *множина* $\mathbf{S}$ *породжує підпростір* $\mathbf{X}$ і *вектори* $\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n$ *породжують підпростір* $\mathbf{X}$, якщо

$$\mathbf{X} = \mathrm{span}(\mathbf{S}) = \mathrm{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n).$$

Зручно визначити $\mathrm{span}(\varnothing) = \{\mathbf{0}\}$.

Легко перевіряється, що $\mathrm{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$ є векторним підпростором в $\mathbf{V}$ для довільної підмножини векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$.

Векторні простори

Означення 1.2.31

Підпростором векторного простору $\mathbf{V}$ над полем $\Bbbk$ називається підмножина в $\mathbf{V}$, яка стосовно операцій індукованих з $\mathbf{V}$ є векторним простором над полем $\Bbbk$.

Для прикладу, стосовно природних включень, векторі простори $\mathbb{R}^m$, $m \leqslant n$, є всі підпросторами в $\mathbb{R}^n$.

Означення 1.2.32

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем $\Bbbk$. Для фіксованої непорожньої множини векторів $\mathrm{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$, визначимо *лінійну оболонку множини*, яку позначатимемо $\operatorname{span}(\mathrm{S})$, або лінійну оболонку векторів в S, позначатимемо $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$, як множину всіх векторів, що є лінійними комбінаціями цих векторів, тобто

$$\operatorname{span}(\mathrm{S}) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n) = \{c_1\mathbf{u}_1 + \ldots + c_n\mathbf{u}_n \mid c_1, \ldots, c_n \in \Bbbk\}.$$

Будемо говорити, що *множина* S *породжує підпростір* $\mathbf{X}$ і *вектори* $\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n$ *породжують підпростір* $\mathbf{X}$, якщо

$$\mathbf{X} = \operatorname{span}(\mathrm{S}) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n).$$

Зручно визначити $\operatorname{span}(\varnothing) = \{\mathbf{0}\}$.

Легко перевіряється, що $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$ є векторним підпростором в $\mathbf{V}$ для довільної підмножини векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$.

Векторні простори

Означення 1.2.31

Підпростором векторного простору $\mathbf{V}$ над полем k називається підмножина в $\mathbf{V}$, яка стосовно операцій індукованих з $\mathbf{V}$ є векторним простором над полем k.

Для прикладу, стосовно природних включень, векторі простори $\mathbb{R}^m$, $m \leqslant n$, є всі підпросторами в $\mathbb{R}^n$.

Означення 1.2.32

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем k. Для фіксованої непорожньої множини векторів $\mathrm{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$, визначимо *лінійну оболонку множини*, яку позначатимемо $\operatorname{span}(\mathrm{S})$, або лінійну оболонку векторів в S, позначатимемо $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$, як множину всіх векторів, що є лінійними комбінаціями цих векторів, тобто

$$\operatorname{span}(\mathrm{S}) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n) = \{c_1\mathbf{u}_1 + \ldots + c_n\mathbf{u}_n \mid c_1, \ldots, c_n \in \mathsf{k}\}.$$

Будемо говорити, що *множина* S *породжує підпростір* $\mathbf{X}$ і *вектори* $\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n$ *породжують підпростір* $\mathbf{X}$, якщо

$$\mathbf{X} = \operatorname{span}(\mathrm{S}) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n).$$

Зручно визначити $\operatorname{span}(\varnothing) = \{\mathbf{0}\}$.

Легко перевіряється, що $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$ є векторним підпростором в $\mathbf{V}$ для довільної підмножини векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$.

Означення 1.2.31

Підпростором векторного простору $\mathbf{V}$ над полем k називається підмножина в $\mathbf{V}$, яка стосовно операцій індукованих з $\mathbf{V}$ є векторним простором над полем k.

Для прикладу, стосовно природних включень, векторі простори $\mathbb{R}^m$, $m \leqslant n$, є всі підпросторами в $\mathbb{R}^n$.

Означення 1.2.32

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем k. Для фіксованої непорожньої множини векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$, визначимо *лінійну оболонку множини*, яку позначатимемо $\operatorname{span}(\mathbf{S})$, або лінійну оболонку векторів в $\mathbf{S}$, позначатимемо $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$, як множину всіх векторів, що є лінійними комбінаціями цих векторів, тобто

$$\operatorname{span}(\mathbf{S}) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n) = \{c_1\mathbf{u}_1 + \ldots + c_n\mathbf{u}_n \mid c_1, \ldots, c_n \in \mathsf{k}\}.$$

Будемо говорити, що *множина $\mathbf{S}$ породжує підпростір $\mathbf{X}$* і *вектори $\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n$ породжують підпростір $\mathbf{X}$*, якщо

$$\mathbf{X} = \operatorname{span}(\mathbf{S}) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n).$$

Зручно визначити $\operatorname{span}(\varnothing) = \{\mathbf{0}\}$.

Легко перевіряється, що $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$ є векторним підпростором в $\mathbf{V}$ для довільної підмножини векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$.

Означення 1.2.31

Підпростором векторного простору $\mathbf{V}$ над полем k називається підмножина в $\mathbf{V}$, яка стосовно операцій індукованих з $\mathbf{V}$ є векторним простором над полем k.

Для прикладу, стосовно природних включень, векторі простори $\mathbb{R}^m$, $m \leqslant n$, є всі підпросторами в $\mathbb{R}^n$.

Означення 1.2.32

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем k. Для фіксованої непорожньої множини векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$, визначимо *лінійну оболонку множини*, яку позначатимемо $\operatorname{span}(\mathbf{S})$, або лінійну оболонку векторів в $\mathbf{S}$, позначатимемо $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$, як множину всіх векторів, що є лінійними комбінаціями цих векторів, тобто

$$\operatorname{span}(\mathbf{S}) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n) = \{c_1\mathbf{u}_1 + \ldots + c_n\mathbf{u}_n \mid c_1, \ldots, c_n \in \mathrm{k}\}.$$

Будемо говорити, що *множина* $\mathbf{S}$ *породжує підпростір* $\mathbf{X}$ і *вектори* $\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n$ *породжують підпростір* $\mathbf{X}$, якщо

$$\mathbf{X} = \operatorname{span}(\mathbf{S}) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n).$$

Зручно визначити $\operatorname{span}(\varnothing) = \{\mathbf{0}\}$.

Легко перевіряється, що $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$ є векторним підпростором в $\mathbf{V}$ для довільної підмножини векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$.

Означення 1.2.31

Підпростором векторного простору $\mathbf{V}$ над полем k називається підмножина в $\mathbf{V}$, яка стосовно операцій індукованих з $\mathbf{V}$ є векторним простором над полем k.

Для прикладу, стосовно природних включень, векторі простори $\mathbb{R}^m$, $m \leqslant n$, є всі підпросторами в $\mathbb{R}^n$.

Означення 1.2.32

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем k. Для фіксованої непорожньої множини векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$, визначимо *лінійну оболонку множини*, яку позначатимемо $\operatorname{span}(\mathbf{S})$, або лінійну оболонку векторів в $\mathbf{S}$, позначатимемо $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$, як множину всіх векторів, що є лінійними комбінаціями цих векторів, тобто

$$\operatorname{span}(\mathbf{S}) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n) = \{c_1\mathbf{u}_1 + \ldots + c_n\mathbf{u}_n \mid c_1, \ldots, c_n \in \mathrm{k}\}.$$

Будемо говорити, що *множина* $\mathbf{S}$ *породжує підпростір* $\mathbf{X}$ і *вектори* $\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n$ *породжують підпростір* $\mathbf{X}$, якщо

$$\mathbf{X} = \operatorname{span}(\mathbf{S}) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n).$$

Зручно визначити $\operatorname{span}(\varnothing) = \{\mathbf{0}\}$.

Легко перевіряється, що $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$ є векторним підпростором в $\mathbf{V}$ для довільної підмножини векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$.

Означення 1.2.31

Підпростором векторного простору $\mathbf{V}$ над полем k називається підмножина в $\mathbf{V}$, яка стосовно операцій індукованих з $\mathbf{V}$ є векторним простором над полем k.

Для прикладу, стосовно природних включень, векторі простори $\mathbb{R}^m$, $m \leqslant n$, є всі підпросторами в $\mathbb{R}^n$.

Означення 1.2.32

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем k. Для фіксованої непорожньої множини векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$, визначимо *лінійну оболонку множини*, яку позначатимемо $\operatorname{span}(\mathbf{S})$, або лінійну оболонку векторів в $\mathbf{S}$, позначатимемо $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$, як множину всіх векторів, що є лінійними комбінаціями цих векторів, тобто

$$\operatorname{span}(\mathbf{S}) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n) = \{c_1\mathbf{u}_1 + \ldots + c_n\mathbf{u}_n \mid c_1, \ldots, c_n \in \mathsf{k}\}.$$

Будемо говорити, що *множина* $\mathbf{S}$ *породжує підпростір* $\mathbf{X}$ і *вектори* $\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n$ *породжують підпростір* $\mathbf{X}$, якщо

$$\mathbf{X} = \operatorname{span}(\mathbf{S}) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n).$$

Зручно визначити $\operatorname{span}(\varnothing) = \{\mathbf{0}\}$.

Легко перевіряється, що $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$ є векторним підпростором в $\mathbf{V}$ для довільної підмножини векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$.

Означення 1.2.31

Підпростором векторного простору $\mathbf{V}$ над полем k називається підмножина в $\mathbf{V}$, яка стосовно операцій індукованих з $\mathbf{V}$ є векторним простором над полем k.

Для прикладу, стосовно природних включень, векторі простори $\mathbb{R}^m$, $m \leqslant n$, є всі підпросторами в $\mathbb{R}^n$.

Означення 1.2.32

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем k. Для фіксованої непорожньої множини векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$, визначимо *лінійну оболонку множини*, яку позначатимемо $\operatorname{span}(\mathbf{S})$, або лінійну оболонку векторів в $\mathbf{S}$, позначатимемо $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$, як множину всіх векторів, що є лінійними комбінаціями цих векторів, тобто

$$\operatorname{span}(\mathbf{S}) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n) = \{c_1\mathbf{u}_1 + \ldots + c_n\mathbf{u}_n \mid c_1, \ldots, c_n \in \mathrm{k}\}.$$

Будемо говорити, що *множина $\mathbf{S}$ породжує підпростір $\mathbf{X}$* і *вектори $\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n$ породжують підпростір $\mathbf{X}$*, якщо

$$\mathbf{X} = \operatorname{span}(\mathbf{S}) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n).$$

Зручно визначити $\operatorname{span}(\varnothing) = \{\mathbf{0}\}$.

Легко перевіряється, що $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$ є векторним підпростором в $\mathbf{V}$ для довільної підмножини векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$.

Означення 1.2.31

Підпростором векторного простору $\mathbf{V}$ над полем k називається підмножина в $\mathbf{V}$, яка стосовно операцій індукованих з $\mathbf{V}$ є векторним простором над полем k.

Для прикладу, стосовно природних включень, векторі простори $\mathbb{R}^m$, $m \leqslant n$, є всі підпросторами в $\mathbb{R}^n$.

Означення 1.2.32

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем k. Для фіксованої непорожньої множини векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$, визначимо *лінійну оболонку множини*, яку позначатимемо $\operatorname{span}(\mathbf{S})$, або лінійну оболонку векторів в $\mathbf{S}$, позначатимемо $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$, як множину всіх векторів, що є лінійними комбінаціями цих векторів, тобто

$$\operatorname{span}(\mathbf{S}) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n) = \{c_1\mathbf{u}_1 + \ldots + c_n\mathbf{u}_n \mid c_1, \ldots, c_n \in \mathsf{k}\}.$$

Будемо говорити, що *множина* $\mathbf{S}$ *породжує підпростір* $\mathbf{X}$ і *вектори* $\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n$ *породжують підпростір* $\mathbf{X}$, якщо

$$\mathbf{X} = \operatorname{span}(\mathbf{S}) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n).$$

Зручно визначити $\operatorname{span}(\varnothing) = \{\mathbf{0}\}$.

Легко перевіряється, що $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$ є векторним підпростором в $\mathbf{V}$ для довільної підмножини векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$.

Означення 1.2.31

Підпростором векторного простору $\mathbf{V}$ над полем k називається підмножина в $\mathbf{V}$, яка стосовно операцій індукованих з $\mathbf{V}$ є векторним простором над полем k.

Для прикладу, стосовно природних включень, векторі простори $\mathbb{R}^m$, $m \leqslant n$, є всі підпросторами в $\mathbb{R}^n$.

Означення 1.2.32

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем k. Для фіксованої непорожньої множини векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$, визначимо *лінійну оболонку множини*, яку позначатимемо $\operatorname{span}(\mathbf{S})$, або лінійну оболонку векторів в $\mathbf{S}$, позначатимемо $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$, як множину всіх векторів, що є лінійними комбінаціями цих векторів, тобто

$$\operatorname{span}(\mathbf{S}) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n) = \{c_1\mathbf{u}_1 + \ldots + c_n\mathbf{u}_n \mid c_1, \ldots, c_n \in \mathsf{k}\}.$$

Будемо говорити, що *множина* $\mathbf{S}$ *породжує підпростір* $\mathbf{X}$ і *вектори* $\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n$ *породжують підпростір* $\mathbf{X}$, якщо

$$\mathbf{X} = \operatorname{span}(\mathbf{S}) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n).$$

Зручно визначити $\operatorname{span}(\varnothing) = \{\mathbf{0}\}$.

Легко перевіряється, що $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$ є векторним підпростором в $\mathbf{V}$ для довільної підмножини векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$.

Означення 1.2.31

Підпростором векторного простору $\mathbf{V}$ над полем k називається підмножина в $\mathbf{V}$, яка стосовно операцій індукованих з $\mathbf{V}$ є векторним простором над полем k.

Для прикладу, стосовно природних включень, векторі простори $\mathbb{R}^m$, $m \leqslant n$, є всі підпросторами в $\mathbb{R}^n$.

Означення 1.2.32

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем k. Для фіксованої непорожньої множини векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$, визначимо *лінійну оболонку множини*, яку позначатимемо $\operatorname{span}(\mathbf{S})$, або лінійну оболонку векторів в $\mathbf{S}$, позначатимемо $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$, як множину всіх векторів, що є лінійними комбінаціями цих векторів, тобто

$$\operatorname{span}(\mathbf{S}) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n) = \{c_1\mathbf{u}_1 + \ldots + c_n\mathbf{u}_n \mid c_1, \ldots, c_n \in \mathrm{k}\}.$$

Будемо говорити, що *множина* $\mathbf{S}$ *породжує підпростір* $\mathbf{X}$ і *вектори* $\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n$ *породжують підпростір* $\mathbf{X}$, якщо

$$\mathbf{X} = \operatorname{span}(\mathbf{S}) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n).$$

Зручно визначити $\operatorname{span}(\varnothing) = \{\mathbf{0}\}$.

Легко перевіряється, що $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$ є векторним підпростором в $\mathbf{V}$ для довільної підмножини векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$.

Означення 1.2.31

Підпростором векторного простору $\mathbf{V}$ над полем k називається підмножина в $\mathbf{V}$, яка стосовно операцій індукованих з $\mathbf{V}$ є векторним простором над полем k.

Для прикладу, стосовно природних включень, векторі простори $\mathbb{R}^m$, $m \leqslant n$, є всі підпросторами в $\mathbb{R}^n$.

Означення 1.2.32

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем k. Для фіксованої непорожньої множини векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$, визначимо *лінійну оболонку множини*, яку позначатимемо $\operatorname{span}(\mathbf{S})$, або лінійну оболонку векторів в $\mathbf{S}$, позначатимемо $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$, як множину всіх векторів, що є лінійними комбінаціями цих векторів, тобто

$$\operatorname{span}(\mathbf{S}) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n) = \{c_1\mathbf{u}_1 + \ldots + c_n\mathbf{u}_n \mid c_1, \ldots, c_n \in \mathrm{k}\}.$$

Будемо говорити, що *множина $\mathbf{S}$ породжує підпростір $\mathbf{X}$* і *вектори $\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n$ породжують підпростір $\mathbf{X}$*, якщо

$$\mathbf{X} = \operatorname{span}(\mathbf{S}) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n).$$

Зручно визначити $\operatorname{span}(\varnothing) = \{\mathbf{0}\}$.

Легко перевіряється, що $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$ є векторним підпростором в $\mathbf{V}$ для довільної підмножини векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$.

Означення 1.2.31

Підпростором векторного простору $\mathbf{V}$ над полем $\Bbbk$ називається підмножина в $\mathbf{V}$, яка стосовно операцій індукованих з $\mathbf{V}$ є векторним простором над полем $\Bbbk$.

Для прикладу, стосовно природних включень, векторі простори $\mathbb{R}^m$, $m \leqslant n$, є всі підпросторами в $\mathbb{R}^n$.

Означення 1.2.32

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем $\Bbbk$. Для фіксованої непорожньої множини векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$, визначимо *лінійну оболонку множини*, яку позначатимемо $\operatorname{span}(\mathbf{S})$, або лінійну оболонку векторів в $\mathbf{S}$, позначатимемо $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$, як множину всіх векторів, що є лінійними комбінаціями цих векторів, тобто

$$\operatorname{span}(\mathbf{S}) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n) = \{c_1\mathbf{u}_1 + \ldots + c_n\mathbf{u}_n \mid c_1, \ldots, c_n \in \Bbbk\}.$$

Будемо говорити, що *множина $\mathbf{S}$ породжує підпростір $\mathbf{X}$* і *вектори $\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n$ породжують підпростір $\mathbf{X}$*, якщо

$$\mathbf{X} = \operatorname{span}(\mathbf{S}) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n).$$

Зручно визначити $\operatorname{span}(\varnothing) = \{\mathbf{0}\}$.

Легко перевіряється, що $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$ є векторним підпростором в $\mathbf{V}$ для довільної підмножини векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$.

Означення 1.2.31

Підпростором векторного простору $\mathbf{V}$ над полем k називається підмножина в $\mathbf{V}$, яка стосовно операцій індукованих з $\mathbf{V}$ є векторним простором над полем k.

Для прикладу, стосовно природних включень, векторі простори $\mathbb{R}^m$, $m \leqslant n$, є всі підпросторами в $\mathbb{R}^n$.

Означення 1.2.32

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем k. Для фіксованої непорожньої множини векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$, визначимо *лінійну оболонку множини*, яку позначатимемо $\operatorname{span}(\mathbf{S})$, або лінійну оболонку векторів в $\mathbf{S}$, позначатимемо $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$, як множину всіх векторів, що є лінійними комбінаціями цих векторів, тобто

$$\operatorname{span}(\mathbf{S}) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n) = \{c_1\mathbf{u}_1 + \ldots + c_n\mathbf{u}_n \mid c_1, \ldots, c_n \in \mathsf{k}\}.$$

Будемо говорити, що *множина $\mathbf{S}$ породжує підпростір $\mathbf{X}$* і *вектори $\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n$ породжують підпростір $\mathbf{X}$*, якщо

$$\mathbf{X} = \operatorname{span}(\mathbf{S}) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n).$$

Зручно визначити $\operatorname{span}(\varnothing) = \{\mathbf{0}\}$.

Легко перевіряється, що $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$ є векторним підпростором в $\mathbf{V}$ для довільної підмножини векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$.

Означення 1.2.31

Підпростором векторного простору $\mathbf{V}$ над полем k називається підмножина в $\mathbf{V}$, яка стосовно операцій індукованих з $\mathbf{V}$ є векторним простором над полем k.

Для прикладу, стосовно природних включень, векторі простори $\mathbb{R}^m$, $m \leqslant n$, є всі підпросторами в $\mathbb{R}^n$.

Означення 1.2.32

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем k. Для фіксованої непорожньої множини векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$, визначимо *лінійну оболонку множини*, яку позначатимемо $\operatorname{span}(\mathbf{S})$, або лінійну оболонку векторів в $\mathbf{S}$, позначатимемо $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$, як множину всіх векторів, що є лінійними комбінаціями цих векторів, тобто

$$\operatorname{span}(\mathbf{S}) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n) = \{c_1\mathbf{u}_1 + \ldots + c_n\mathbf{u}_n \mid c_1, \ldots, c_n \in \mathsf{k}\}.$$

Будемо говорити, що *множина $\mathbf{S}$ породжує підпростір $\mathbf{X}$* і *вектори $\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n$ породжують підпростір $\mathbf{X}$*, якщо

$$\mathbf{X} = \operatorname{span}(\mathbf{S}) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n).$$

Зручно визначити $\operatorname{span}(\varnothing) = \{\mathbf{0}\}$.

Легко перевіряється, що $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$ є векторним підпростором в $\mathbf{V}$ для довільної підмножини векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$.

Означення 1.2.31

Підпростором векторного простору $\mathbf{V}$ над полем $\Bbbk$ називається підмножина в $\mathbf{V}$, яка стосовно операцій індукованих з $\mathbf{V}$ є векторним простором над полем $\Bbbk$.

Для прикладу, стосовно природних включень, векторі простори $\mathbb{R}^m$, $m \leqslant n$, є всі підпросторами в $\mathbb{R}^n$.

Означення 1.2.32

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем $\Bbbk$. Для фіксованої непорожньої множини векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$, визначимо *лінійну оболонку множини*, яку позначатимемо $\operatorname{span}(\mathbf{S})$, або лінійну оболонку векторів в $\mathbf{S}$, позначатимемо $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$, як множину всіх векторів, що є лінійними комбінаціями цих векторів, тобто

$$\operatorname{span}(\mathbf{S}) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n) = \{c_1\mathbf{u}_1 + \ldots + c_n\mathbf{u}_n \mid c_1, \ldots, c_n \in \Bbbk\}.$$

Будемо говорити, що *множина $\mathbf{S}$ породжує підпростір $\mathbf{X}$* і *вектори $\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n$ породжують підпростір $\mathbf{X}$*, якщо

$$\mathbf{X} = \operatorname{span}(\mathbf{S}) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n).$$

Зручно визначити $\operatorname{span}(\varnothing) = \{\mathbf{0}\}$.

Легко перевіряється, що $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$ є векторним підпростором в $\mathbf{V}$ для довільної підмножини векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$.

Означення 1.2.31

Підпростором векторного простору $\mathbf{V}$ над полем k називається підмножина в $\mathbf{V}$, яка стосовно операцій індукованих з $\mathbf{V}$ є векторним простором над полем k.

Для прикладу, стосовно природних включень, векторі простори $\mathbb{R}^m$, $m \leqslant n$, є всі підпросторами в $\mathbb{R}^n$.

Означення 1.2.32

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем k. Для фіксованої непорожньої множини векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$, визначимо *лінійну оболонку множини*, яку позначатимемо $\operatorname{span}(\mathbf{S})$, або лінійну оболонку векторів в $\mathbf{S}$, позначатимемо $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$, як множину всіх векторів, що є лінійними комбінаціями цих векторів, тобто

$$\operatorname{span}(\mathbf{S}) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n) = \{c_1\mathbf{u}_1 + \ldots + c_n\mathbf{u}_n \mid c_1, \ldots, c_n \in \mathsf{k}\}.$$

Будемо говорити, що *множина $\mathbf{S}$ породжує підпростір* $\mathbf{X}$ і *вектори $\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n$ породжують підпростір* $\mathbf{X}$, якщо

$$\mathbf{X} = \operatorname{span}(\mathbf{S}) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n).$$

Зручно визначити $\operatorname{span}(\varnothing) = \{\mathbf{0}\}$.

Легко перевіряється, що $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$ є векторним підпростором в $\mathbf{V}$ для довільної підмножини векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$.

Означення 1.2.31

Підпростором векторного простору $\mathbf{V}$ над полем k називається підмножина в $\mathbf{V}$, яка стосовно операцій індукованих з $\mathbf{V}$ є векторним простором над полем k.

Для прикладу, стосовно природних включень, векторі простори $\mathbb{R}^m$, $m \leqslant n$, є всі підпросторами в $\mathbb{R}^n$.

Означення 1.2.32

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем k. Для фіксованої непорожньої множини векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$, визначимо *лінійну оболонку множини*, яку позначатимемо $\operatorname{span}(\mathbf{S})$, або лінійну оболонку векторів в $\mathbf{S}$, позначатимемо $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$, як множину всіх векторів, що є лінійними комбінаціями цих векторів, тобто

$$\operatorname{span}(\mathbf{S}) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n) = \{c_1\mathbf{u}_1 + \ldots + c_n\mathbf{u}_n \mid c_1, \ldots, c_n \in \mathsf{k}\}.$$

Будемо говорити, що *множина* $\mathbf{S}$ *породжує підпростір* $\mathbf{X}$ і *вектори* $\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n$ *породжують підпростір* $\mathbf{X}$, якщо

$$\mathbf{X} = \operatorname{span}(\mathbf{S}) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n).$$

Зручно визначити $\operatorname{span}(\varnothing) = \{\mathbf{0}\}$.

Легко перевіряється, що $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n)$ є векторним підпростором в $\mathbf{V}$ для довільної підмножини векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$.

Векторні простори

Означення 1.2.33

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем $\Bbbk$. **Непорожня** множина векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$ називається *лінійно залежною*, якщо

$$c_1\mathbf{u}_1 + c_2\mathbf{u}_2 + \ldots + c_n\mathbf{u}_n = \mathbf{0}$$

для деяких елементів $c_1, \ldots, c_n$ поля $\Bbbk$, з яких не всі дорівнюють нулеві. Множина $\mathbf{S}$ і вектори $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ називаються *лінійно незалежними*, якщо вони не є лінійно залежними. Зручно визначати порожню множину як лінійно незалежну множину векторів.

Іншими словами, вектори є лінійно незалежними, якщо жодна нетривіальна лінійна комбінація їх не дорівнює нуль-вектору. Два лінійно залежні вектори називаються *колінеарними*. Два ненульові вектори $\mathbf{u}_1$ і $\mathbf{u}_2$ є колінеарними тоді і тільки тоді, коли один з них є кратним іншому, тобто $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_2)$.

Означення 1.2.34

Нехай $\mathbf{X}$ — підпростір векторного простору $\mathbf{V}$. Множина векторів $\mathbf{S}$ називається *базою* (*базисом*) простору $\mathbf{X}$, якщо $\mathbf{S}$ — лінійно незалежна система векторів і $\mathbf{X} = \operatorname{span}(\mathbf{S})$.

Означення 1.2.33

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем k. **Непорожня** множина векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$ називається *лінійно залежною*, якщо

$$c_1\mathbf{u}_1 + c_2\mathbf{u}_2 + \dots + c_n\mathbf{u}_n = \mathbf{0}$$

для деяких елементів $c_1, \dots, c_n$ поля k, з яких не всі дорівнюють нулеві. Множина $\mathbf{S}$ і вектори $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_n\}$ називаються *лінійно незалежними*, якщо вони не є лінійно залежними. Зручно визначати порожню множину як лінійно незалежну множину векторів.

Іншими словами, вектори є лінійно незалежними, якщо жодна нетривіальна лінійна комбінація їх не дорівнює нуль-вектору. Два лінійно залежні вектори називаються *колінеарними*. Два ненульові вектори $\mathbf{u}_1$ і $\mathbf{u}_2$ є колінеарними тоді і тільки тоді, коли один з них є кратним іншому, тобто $\mathrm{span}(\mathbf{u}_1) = \mathrm{span}(\mathbf{u}_2)$.

Означення 1.2.34

Нехай $\mathbf{X}$ — підпростір векторного простору $\mathbf{V}$. Множина векторів $\mathbf{S}$ називається *базою* (*базисом*) простору $\mathbf{X}$, якщо $\mathbf{S}$ — лінійно незалежна система векторів і $\mathbf{X} = \mathrm{span}(\mathbf{S})$.

Векторні простори

Означення 1.2.33

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем k. **Непорожня** множина векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$ називається *лінійно залежною*, якщо

$$c_1\mathbf{u}_1 + c_2\mathbf{u}_2 + \ldots + c_n\mathbf{u}_n = \mathbf{0}$$

для деяких елементів $c_1, \ldots, c_n$ поля k, з яких не всі дорівнюють нулеві. Множина $\mathbf{S}$ і вектори $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ називаються *лінійно незалежними*, якщо вони не є лінійно залежними. Зручно визначати порожню множину як лінійно незалежну множину векторів.

Іншими словами, вектори є лінійно незалежними, якщо жодна нетривіальна лінійна комбінація їх не дорівнює нуль-вектору. Два лінійно залежні вектори називаються *колінеарними*. Два ненульові вектори $\mathbf{u}_1$ і $\mathbf{u}_2$ є колінеарними тоді і тільки тоді, коли один з них є кратним іншому, тобто $\mathrm{span}(\mathbf{u}_1) = \mathrm{span}(\mathbf{u}_2)$.

Означення 1.2.34

Нехай $\mathbf{X}$ — підпростір векторного простору $\mathbf{V}$. Множина векторів $\mathbf{S}$ називається *базою* (*базисом*) простору $\mathbf{X}$, якщо $\mathbf{S}$ — лінійно незалежна система векторів і $\mathbf{X} = \mathrm{span}(\mathbf{S})$.

Означення 1.2.33

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем k. **Непорожня** множина векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$ називається *лінійно залежною*, якщо

$$c_1\mathbf{u}_1 + c_2\mathbf{u}_2 + \ldots + c_n\mathbf{u}_n = \mathbf{0}$$

для деяких елементів $c_1, \ldots, c_n$ поля k, з яких не всі дорівнюють нулеві. Множина $\mathbf{S}$ і вектори $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ називаються *лінійно незалежними*, якщо вони не є лінійно залежними. Зручно визначати порожню множину як лінійно незалежну множину векторів.

Іншими словами, вектори є лінійно незалежними, якщо жодна нетривіальна лінійна комбінація їх не дорівнює нуль-вектору. Два лінійно залежні вектори називаються *колінеарними*. Два ненульові вектори $\mathbf{u}_1$ і $\mathbf{u}_2$ є колінеарними тоді і тільки тоді, коли один з них є кратним іншому, тобто $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_2)$.

Означення 1.2.34

Нехай $\mathbf{X}$ — підпростір векторного простору $\mathbf{V}$. Множина векторів $\mathbf{S}$ називається *базою* (*базисом*) простору $\mathbf{X}$, якщо $\mathbf{S}$ — лінійно незалежна система векторів і $\mathbf{X} = \operatorname{span}(\mathbf{S})$.

Означення 1.2.33

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем k. **Непорожня** множина векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$ називається *лінійно залежною*, якщо

$$c_1\mathbf{u}_1 + c_2\mathbf{u}_2 + \ldots + c_n\mathbf{u}_n = \mathbf{0}$$

для деяких елементів $c_1, \ldots, c_n$ поля k, з яких не всі дорівнюють нулеві. Множина $\mathbf{S}$ і вектори $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ називаються *лінійно незалежними*, якщо вони не є лінійно залежними. Зручно визначати порожню множину як лінійно незалежну множину векторів.

Іншими словами, вектори є лінійно незалежними, якщо жодна нетривіальна лінійна комбінація їх не дорівнює нуль-вектору. Два лінійно залежні вектори називаються *колінеарними*. Два ненульові вектори $\mathbf{u}_1$ і $\mathbf{u}_2$ є колінеарними тоді і тільки тоді, коли один з них є кратним іншому, тобто $\mathrm{span}(\mathbf{u}_1) = \mathrm{span}(\mathbf{u}_2)$.

Означення 1.2.34

Нехай $\mathbf{X}$ — підпростір векторного простору $\mathbf{V}$. Множина векторів $\mathbf{S}$ називається *базою* (*базисом*) простору $\mathbf{X}$, якщо $\mathbf{S}$ — лінійно незалежна система векторів і $\mathbf{X} = \mathrm{span}(\mathbf{S})$.

Означення 1.2.33

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем k. **Непорожня** множина векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$ називається *лінійно залежною*, якщо

$$c_1\mathbf{u}_1 + c_2\mathbf{u}_2 + \ldots + c_n\mathbf{u}_n = \mathbf{0}$$

для деяких елементів $c_1, \ldots, c_n$ поля k, з яких не всі дорівнюють нулеві. Множина $\mathbf{S}$ і вектори $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ називаються *лінійно незалежними*, якщо вони не є лінійно залежними. Зручно визначати порожню множину як лінійно незалежну множину векторів.

Іншими словами, вектори є лінійно незалежними, якщо жодна нетривіальна лінійна комбінація їх не дорівнює нуль-вектору. Два лінійно залежні вектори називаються *колінеарними*. Два ненульові вектори $\mathbf{u}_1$ і $\mathbf{u}_2$ є колінеарними тоді і тільки тоді, коли один з них є кратним іншому, тобто $\mathrm{span}(\mathbf{u}_1) = \mathrm{span}(\mathbf{u}_2)$.

Означення 1.2.34

Нехай $\mathbf{X}$ — підпростір векторного простору $\mathbf{V}$. Множина векторів $\mathbf{S}$ називається *базою* (*базисом*) простору $\mathbf{X}$, якщо $\mathbf{S}$ — лінійно незалежна система векторів і $\mathbf{X} = \mathrm{span}(\mathbf{S})$.

Означення 1.2.33

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем k. **Непорожня** множина векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$ називається *лінійно залежною*, якщо

$$c_1\mathbf{u}_1 + c_2\mathbf{u}_2 + \ldots + c_n\mathbf{u}_n = \mathbf{0}$$

для деяких елементів $c_1, \ldots, c_n$ поля k, з яких не всі дорівнюють нулеві. Множина $\mathbf{S}$ і вектори $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ називаються *лінійно незалежними*, якщо вони не є лінійно залежними. Зручно визначати порожню множину як лінійно незалежну множину векторів.

Іншими словами, вектори є лінійно незалежними, якщо жодна нетривіальна лінійна комбінація їх не дорівнює нуль-вектору. Два лінійно залежні вектори називаються *колінеарними*. Два ненульові вектори $\mathbf{u}_1$ і $\mathbf{u}_2$ є колінеарними тоді і тільки тоді, коли один з них є кратним іншому, тобто $\mathrm{span}(\mathbf{u}_1) = \mathrm{span}(\mathbf{u}_2)$.

Означення 1.2.34

Нехай $\mathbf{X}$ — підпростір векторного простору $\mathbf{V}$. Множина векторів $\mathbf{S}$ називається *базою* (*базисом*) простору $\mathbf{X}$, якщо $\mathbf{S}$ — лінійно незалежна система векторів і $\mathbf{X} = \mathrm{span}(\mathbf{S})$.

Означення 1.2.33

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем k. **Непорожня** множина векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$ називається *лінійно залежною*, якщо

$$c_1\mathbf{u}_1 + c_2\mathbf{u}_2 + \ldots + c_n\mathbf{u}_n = \mathbf{0}$$

для деяких елементів $c_1, \ldots, c_n$ поля k, з яких не всі дорівнюють нулеві. Множина $\mathbf{S}$ і вектори $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ називаються *лінійно незалежними*, якщо вони не є лінійно залежними. Зручно визначати порожню множину як лінійно незалежну множину векторів.

Іншими словами, вектори є лінійно незалежними, якщо жодна нетривіальна лінійна комбінація їх не дорівнює нуль-вектору. Два лінійно залежні вектори називаються *колінеарними*. Два ненульові вектори $\mathbf{u}_1$ і $\mathbf{u}_2$ є колінеарними тоді і тільки тоді, коли один з них є кратним іншому, тобто $\mathrm{span}(\mathbf{u}_1) = \mathrm{span}(\mathbf{u}_2)$.

Означення 1.2.34

Нехай $\mathbf{X}$ — підпростір векторного простору $\mathbf{V}$. Множина векторів $\mathbf{S}$ називається *базою* (*базисом*) простору $\mathbf{X}$, якщо $\mathbf{S}$ — лінійно незалежна система векторів і $\mathbf{X} = \mathrm{span}(\mathbf{S})$.

Означення 1.2.33

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем k. **Непорожня** множина векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$ називається *лінійно залежною*, якщо

$$c_1\mathbf{u}_1 + c_2\mathbf{u}_2 + \ldots + c_n\mathbf{u}_n = \mathbf{0}$$

для деяких елементів $c_1, \ldots, c_n$ поля k, з яких не всі дорівнюють нулеві. Множина $\mathbf{S}$ і вектори $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ називаються *лінійно незалежними*, якщо вони не є лінійно залежними. Зручно визначати порожню множину як лінійно незалежну множину векторів.

Іншими словами, вектори є лінійно незалежними, якщо жодна нетривіальна лінійна комбінація їх не дорівнює нуль-вектору. Два лінійно залежні вектори називаються *колінеарними*. Два ненульові вектори $\mathbf{u}_1$ і $\mathbf{u}_2$ є колінеарними тоді і тільки тоді, коли один з них є кратним іншому, тобто $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_2)$.

Означення 1.2.34

Нехай $\mathbf{X}$ — підпростір векторного простору $\mathbf{V}$. Множина векторів $\mathbf{S}$ називається *базою* (*базисом*) простору $\mathbf{X}$, якщо $\mathbf{S}$ — лінійно незалежна система векторів і $\mathbf{X} = \operatorname{span}(\mathbf{S})$.

Означення 1.2.33

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем k. **Непорожня** множина векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$ називається *лінійно залежною*, якщо

$$c_1\mathbf{u}_1 + c_2\mathbf{u}_2 + \ldots + c_n\mathbf{u}_n = \mathbf{0}$$

для деяких елементів $c_1, \ldots, c_n$ поля k, з яких не всі дорівнюють нулеві. Множина $\mathbf{S}$ і вектори $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ називаються *лінійно незалежними*, якщо вони не є лінійно залежними. Зручно визначати порожню множину як лінійно незалежну множину векторів.

Іншими словами, вектори є лінійно незалежними, якщо жодна нетривіальна лінійна комбінація їх не дорівнює нуль-вектору. Два лінійно залежні вектори називаються *колінеарними*. Два ненульові вектори $\mathbf{u}_1$ і $\mathbf{u}_2$ є колінеарними тоді і тільки тоді, коли один з них є кратним іншому, тобто $\mathrm{span}(\mathbf{u}_1) = \mathrm{span}(\mathbf{u}_2)$.

Означення 1.2.34

Нехай $\mathbf{X}$ — підпростір векторного простору $\mathbf{V}$. Множина векторів $\mathbf{S}$ називається *базою* (*базисом*) простору $\mathbf{X}$, якщо $\mathbf{S}$ — лінійно незалежна система векторів і $\mathbf{X} = \mathrm{span}(\mathbf{S})$.

Означення 1.2.33

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем k. **Непорожня** множина векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$ називається *лінійно залежною*, якщо

$$c_1\mathbf{u}_1 + c_2\mathbf{u}_2 + \ldots + c_n\mathbf{u}_n = \mathbf{0}$$

для деяких елементів $c_1, \ldots, c_n$ поля k, з яких не всі дорівнюють нулеві. Множина $\mathbf{S}$ і вектори $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ називаються *лінійно незалежними*, якщо вони не є лінійно залежними. Зручно визначати порожню множину як лінійно незалежну множину векторів.

Іншими словами, вектори є лінійно незалежними, якщо жодна нетривіальна лінійна комбінація їх не дорівнює нуль-вектору. Два лінійно залежні вектори називаються *колінеарними*. Два ненульові вектори $\mathbf{u}_1$ і $\mathbf{u}_2$ є колінеарними тоді і тільки тоді, коли один з них є кратним іншому, тобто $\mathrm{span}(\mathbf{u}_1) = \mathrm{span}(\mathbf{u}_2)$.

Означення 1.2.34

Нехай $\mathbf{X}$ — підпростір векторного простору $\mathbf{V}$. Множина векторів $\mathbf{S}$ називається *базою* (*базисом*) простору $\mathbf{X}$, якщо $\mathbf{S}$ — лінійно незалежна система векторів і $\mathbf{X} = \mathrm{span}(\mathbf{S})$.

Означення 1.2.33

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем k. **Непорожня** множина векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$ називається *лінійно залежною*, якщо

$$c_1\mathbf{u}_1 + c_2\mathbf{u}_2 + \ldots + c_n\mathbf{u}_n = \mathbf{0}$$

для деяких елементів $c_1, \ldots, c_n$ поля k, з яких не всі дорівнюють нулеві. Множина $\mathbf{S}$ і вектори $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ називаються *лінійно незалежними*, якщо вони не є лінійно залежними. Зручно визначати порожню множину як лінійно незалежну множину векторів.

Іншими словами, вектори є лінійно незалежними, якщо жодна нетривіальна лінійна комбінація їх не дорівнює нуль-вектору. Два лінійно залежні вектори називаються *колінеарними*. Два ненульові вектори $\mathbf{u}_1$ і $\mathbf{u}_2$ є колінеарними тоді і тільки тоді, коли один з них є кратним іншому, тобто $\mathrm{span}(\mathbf{u}_1) = \mathrm{span}(\mathbf{u}_2)$.

Означення 1.2.34

Нехай $\mathbf{X}$ — підпростір векторного простору $\mathbf{V}$. Множина векторів $\mathbf{S}$ називається *базою* (*базисом*) простору $\mathbf{X}$, якщо $\mathbf{S}$ — лінійно незалежна система векторів і $\mathbf{X} = \mathrm{span}(\mathbf{S})$.

Означення 1.2.33

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем k. **Непорожня** множина векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$ називається *лінійно залежною*, якщо

$$c_1\mathbf{u}_1 + c_2\mathbf{u}_2 + \ldots + c_n\mathbf{u}_n = \mathbf{0}$$

для деяких елементів $c_1, \ldots, c_n$ поля k, з яких не всі дорівнюють нулеві. Множина $\mathbf{S}$ і вектори $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ називаються *лінійно незалежними*, якщо вони не є лінійно залежними. Зручно визначати порожню множину як лінійно незалежну множину векторів.

Іншими словами, вектори є лінійно незалежними, якщо жодна нетривіальна лінійна комбінація їх не дорівнює нуль-вектору. Два лінійно залежні вектори називаються *колінеарними*. Два ненульові вектори $\mathbf{u}_1$ і $\mathbf{u}_2$ є колінеарними тоді і тільки тоді, коли один з них є кратним іншому, тобто $\mathrm{span}(\mathbf{u}_1) = \mathrm{span}(\mathbf{u}_2)$.

Означення 1.2.34

Нехай $\mathbf{X}$ — підпростір векторного простору $\mathbf{V}$. Множина векторів $\mathbf{S}$ називається *базою* (*базисом*) простору $\mathbf{X}$, якщо $\mathbf{S}$ — лінійно незалежна система векторів і $\mathbf{X} = \mathrm{span}(\mathbf{S})$.

Означення 1.2.33

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем k. **Непорожня** множина векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$ називається *лінійно залежною*, якщо

$$c_1\mathbf{u}_1 + c_2\mathbf{u}_2 + \ldots + c_n\mathbf{u}_n = \mathbf{0}$$

для деяких елементів $c_1, \ldots, c_n$ поля k, з яких не всі дорівнюють нулеві. Множина $\mathbf{S}$ і вектори $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ називаються *лінійно незалежними*, якщо вони не є лінійно залежними. Зручно визначати порожню множину як лінійно незалежну множину векторів.

Іншими словами, вектори є лінійно незалежними, якщо жодна нетривіальна лінійна комбінація їх не дорівнює нуль-вектору. Два лінійно залежні вектори називаються *колінеарними*. Два ненульові вектори $\mathbf{u}_1$ і $\mathbf{u}_2$ є колінеарними тоді і тільки тоді, коли один з них є кратним іншому, тобто $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_2)$.

Означення 1.2.34

Нехай $\mathbf{X}$ — підпростір векторного простору $\mathbf{V}$. Множина векторів $\mathbf{S}$ називається *базою* (*базисом*) простору $\mathbf{X}$, якщо $\mathbf{S}$ — лінійно незалежна система векторів і $\mathbf{X} = \operatorname{span}(\mathbf{S})$.

Векторні простори

Означення 1.2.33

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем k. **Непорожня** множина векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$ називається *лінійно залежною*, якщо

$$c_1\mathbf{u}_1 + c_2\mathbf{u}_2 + \ldots + c_n\mathbf{u}_n = \mathbf{0}$$

для деяких елементів $c_1, \ldots, c_n$ поля k, з яких не всі дорівнюють нулеві. Множина $\mathbf{S}$ і вектори $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ називаються *лінійно незалежними*, якщо вони не є лінійно залежними. Зручно визначати порожню множину як лінійно незалежну множину векторів.

Іншими словами, вектори є лінійно незалежними, якщо жодна нетривіальна лінійна комбінація їх не дорівнює нуль-вектору. Два лінійно залежні вектори називаються *колінеарними*. Два ненульові вектори $\mathbf{u}_1$ і $\mathbf{u}_2$ є колінеарними тоді і тільки тоді, коли один з них є кратним іншому, тобто $\mathrm{span}(\mathbf{u}_1) = \mathrm{span}(\mathbf{u}_2)$.

Означення 1.2.34

Нехай $\mathbf{X}$ — підпростір векторного простору $\mathbf{V}$. Множина векторів $\mathbf{S}$ називається *базою* (*базисом*) простору $\mathbf{X}$, якщо $\mathbf{S}$ — лінійно незалежна система векторів і $\mathbf{X} = \mathrm{span}(\mathbf{S})$.

Означення 1.2.33

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем k. **Непорожня** множина векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$ називається *лінійно залежною*, якщо

$$c_1\mathbf{u}_1 + c_2\mathbf{u}_2 + \ldots + c_n\mathbf{u}_n = \mathbf{0}$$

для деяких елементів $c_1, \ldots, c_n$ поля k, з яких не всі дорівнюють нулеві. Множина $\mathbf{S}$ і вектори $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ називаються *лінійно незалежними*, якщо вони не є лінійно залежними. Зручно визначати порожню множину як лінійно незалежну множину векторів.

Іншими словами, вектори є лінійно незалежними, якщо жодна нетривіальна лінійна комбінація їх не дорівнює нуль-вектору. Два лінійно залежні вектори називаються *колінеарними*. Два ненульові вектори $\mathbf{u}_1$ і $\mathbf{u}_2$ є колінеарними тоді і тільки тоді, коли один з них є кратним іншому, тобто $\operatorname{span}(\mathbf{u}_1) = \operatorname{span}(\mathbf{u}_2)$.

Означення 1.2.34

Нехай $\mathbf{X}$ — підпростір векторного простору $\mathbf{V}$. Множина векторів $\mathbf{S}$ називається *базою* (*базисом*) простору $\mathbf{X}$, якщо $\mathbf{S}$ — лінійно незалежна система векторів і $\mathbf{X} = \operatorname{span}(\mathbf{S})$.

Означення 1.2.33

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем k. **Непорожня** множина векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$ називається *лінійно залежною*, якщо

$$c_1\mathbf{u}_1 + c_2\mathbf{u}_2 + \ldots + c_n\mathbf{u}_n = \mathbf{0}$$

для деяких елементів $c_1, \ldots, c_n$ поля k, з яких не всі дорівнюють нулеві. Множина $\mathbf{S}$ і вектори $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ називаються *лінійно незалежними*, якщо вони не є лінійно залежними. Зручно визначати порожню множину як лінійно незалежну множину векторів.

Іншими словами, вектори є лінійно незалежними, якщо жодна нетривіальна лінійна комбінація їх не дорівнює нуль-вектору. Два лінійно залежні вектори називаються *колінеарними*. Два ненульові вектори $\mathbf{u}_1$ і $\mathbf{u}_2$ є колінеарними тоді і тільки тоді, коли один з них є кратним іншому, тобто $\mathrm{span}(\mathbf{u}_1) = \mathrm{span}(\mathbf{u}_2)$.

Означення 1.2.34

Нехай $\mathbf{X}$ — підпростір векторного простору $\mathbf{V}$. Множина векторів $\mathbf{S}$ називається *базою* (*базисом*) простору $\mathbf{X}$, якщо $\mathbf{S}$ — лінійно незалежна система векторів і $\mathbf{X} = \mathrm{span}(\mathbf{S})$.

Означення 1.2.33

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем k. **Непорожня** множина векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$ називається *лінійно залежною*, якщо

$$c_1\mathbf{u}_1 + c_2\mathbf{u}_2 + \ldots + c_n\mathbf{u}_n = \mathbf{0}$$

для деяких елементів $c_1, \ldots, c_n$ поля k, з яких не всі дорівнюють нулеві. Множина $\mathbf{S}$ і вектори $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ називаються *лінійно незалежними*, якщо вони не є лінійно залежними. Зручно визначати порожню множину як лінійно незалежну множину векторів.

Іншими словами, вектори є лінійно незалежними, якщо жодна нетривіальна лінійна комбінація їх не дорівнює нуль-вектору. Два лінійно залежні вектори називаються *колінеарними*. Два ненульові вектори $\mathbf{u}_1$ і $\mathbf{u}_2$ є колінеарними тоді і тільки тоді, коли один з них є кратним іншому, тобто $\mathrm{span}(\mathbf{u}_1) = \mathrm{span}(\mathbf{u}_2)$.

Означення 1.2.34

Нехай $\mathbf{X}$ — підпростір векторного простору $\mathbf{V}$. Множина векторів $\mathbf{S}$ називається *базою* (*базисом*) простору $\mathbf{X}$, якщо $\mathbf{S}$ — лінійно незалежна система векторів і $\mathbf{X} = \mathrm{span}(\mathbf{S})$.

Означення 1.2.33

Нехай $\mathbf{V}$ — векторний простір над полем k. **Непорожня** множина векторів $\mathbf{S} = \{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ в $\mathbf{V}$ називається *лінійно залежною*, якщо

$$c_1\mathbf{u}_1 + c_2\mathbf{u}_2 + \ldots + c_n\mathbf{u}_n = \mathbf{0}$$

для деяких елементів $c_1, \ldots, c_n$ поля k, з яких не всі дорівнюють нулеві. Множина $\mathbf{S}$ і вектори $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ називаються *лінійно незалежними*, якщо вони не є лінійно залежними. Зручно визначати порожню множину як лінійно незалежну множину векторів.

Іншими словами, вектори є лінійно незалежними, якщо жодна нетривіальна лінійна комбінація їх не дорівнює нуль-вектору. Два лінійно залежні вектори називаються *колінеарними*. Два ненульові вектори $\mathbf{u}_1$ і $\mathbf{u}_2$ є колінеарними тоді і тільки тоді, коли один з них є кратним іншому, тобто $\mathrm{span}(\mathbf{u}_1) = \mathrm{span}(\mathbf{u}_2)$.

Означення 1.2.34

Нехай $\mathbf{X}$ — підпростір векторного простору $\mathbf{V}$. Множина векторів $\mathbf{S}$ називається *базою* (*базисом*) простору $\mathbf{X}$, якщо $\mathbf{S}$ — лінійно незалежна система векторів і $\mathbf{X} = \mathrm{span}(\mathbf{S})$.

Зауваження 1.2.35

Означення лінійно незалежних множин векторів, лінійно залежних множин векторів, лінійних оболонок і баз, які наведені вище стосувалися лише скінченних множин векторів, щоб зробити означення чіткішими і застосовувати до більшості наших векторних просторів. У деяких випадках нам, можливо, доведеться мати справу з "нескінченно вимірними" векторними просторами, і тому необхідно вказати, які зміни повинні бути внесені для їх урахування. Все, що потрібно зробити — це бути трохи більш уважним щодо того, що представляє собою лінійна комбінація векторів. Розглянемо довільну, можливо нескінченну, множину векторів $\{\mathbf{v}_\alpha\}_{\alpha\in\mathscr{I}}$ у векторному просторі, визначимо лінійну комбінацію цих векторів як суму

$$\sum_{\alpha\in\mathscr{I}} c_\alpha \mathbf{v}_\alpha,$$

де всі, крім можливо скінченної кількості коефіцієнтів c_α дорівнюють нулю. З цією концепцією лінійної комбінації векторів означення викладене вище та наступна теорема застосовуватимуться до ***всіх*** векторних просторів.

Зауваження 1.2.35

Означення лінійно незалежних множин векторів, лінійно залежних множин векторів, лінійних оболонок і баз, які наведені вище стосувалися лише скінченних множин векторів, щоб зробити означення чіткішими і застосовувати до більшості наших векторних просторів. У деяких випадках нам, можливо, доведеться мати справу з "нескінченно вимірними" векторними просторами, і тому необхідно вказати, які зміни повинні бути внесені для їх урахування. Все, що потрібно зробити — це бути трохи більш уважним щодо того, що представляє собою лінійна комбінація векторів. Розглянемо довільну, можливо нескінченну, множину векторів $\{\mathbf{v}_\alpha\}_{\alpha\in\mathscr{I}}$ у векторному просторі, визначимо лінійну комбінацію цих векторів як суму

$$\sum_{\alpha\in\mathscr{I}} c_\alpha \mathbf{v}_\alpha,$$

де всі, крім можливо скінченної кількості коефіцієнтів c_α дорівнюють нулю. З цією концепцією лінійної комбінації векторів означення викладене вище та наступна теорема застосовуватимуться до ***всіх*** векторних просторів.

Зауваження 1.2.35

Означення лінійно незалежних множин векторів, лінійно залежних множин векторів, лінійних оболонок і баз, які наведені вище стосувалися лише скінченних множин векторів, щоб зробити означення чіткішими і застосовувати до більшості наших векторних просторів. У деяких випадках нам, можливо, доведеться мати справу з “нескінченно вимірними” векторними просторами, і тому необхідно вказати, які зміни повинні бути внесені для їх урахування. Все, що потрібно зробити — це бути трохи більш уважним щодо того, що представляє собою лінійна комбінація векторів. Розглянемо довільну, можливо нескінченну, множину векторів $\{\mathbf{v}_\alpha\}_{\alpha\in\mathscr{I}}$ у векторному просторі, визначимо лінійну комбінацію цих векторів як суму

$$\sum_{\alpha\in\mathscr{I}} c_\alpha \mathbf{v}_\alpha,$$

де всі, крім можливо скінченної кількості коефіцієнтів c_α дорівнюють нулю. З цією концепцією лінійної комбінації векторів означення викладене вище та наступна теорема застосовуватимуться до ***всіх*** векторних просторів.

Зауваження 1.2.35

Означення лінійно незалежних множин векторів, лінійно залежних множин векторів, лінійних оболонок і баз, які наведені вище стосувалися лише скінченних множин векторів, щоб зробити означення чіткішими і застосовувати до більшості наших векторних просторів. У деяких випадках нам, можливо, доведеться мати справу з "нескінченно вимірними" векторними просторами, і тому необхідно вказати, які зміни повинні бути внесені для їх урахування. Все, що потрібно зробити — це бути трохи більш уважним щодо того, що представляє собою лінійна комбінація векторів. Розглянемо довільну, можливо нескінченну, множину векторів $\{\mathbf{v}_\alpha\}_{\alpha\in\mathscr{I}}$ у векторному просторі, визначимо лінійну комбінацію цих векторів як суму

$$\sum_{\alpha\in\mathscr{I}} c_\alpha \mathbf{v}_\alpha,$$

де всі, крім можливо скінченної кількості коефіцієнтів c_α дорівнюють нулю. З цією концепцією лінійної комбінації векторів означення викладене вище та наступна теорема застосовуватимуться до ***всіх*** векторних просторів.

Зауваження 1.2.35

Означення лінійно незалежних множин векторів, лінійно залежних множин векторів, лінійних оболонок і баз, які наведені вище стосувалися лише скінченних множин векторів, щоб зробити означення чіткішими і застосовувати до більшості наших векторних просторів. У деяких випадках нам, можливо, доведеться мати справу з "нескінченно вимірними" векторними просторами, і тому необхідно вказати, які зміни повинні бути внесені для їх урахування. Все, що потрібно зробити — це бути трохи більш уважним щодо того, що представляє собою лінійна комбінація векторів. Розглянемо довільну, можливо нескінченну, множину векторів $\{\mathbf{v}_\alpha\}_{\alpha\in\mathscr{I}}$ у векторному просторі, визначимо лінійну комбінацію цих векторів як суму

$$\sum_{\alpha\in\mathscr{I}} c_\alpha \mathbf{v}_\alpha,$$

де всі, крім можливо скінченної кількості коефіцієнтів c_α дорівнюють нулю. З цією концепцією лінійної комбінації векторів означення викладене вище та наступна теорема застосовуватимуться до ***всіх*** векторних просторів.

Зауваження 1.2.35

Означення лінійно незалежних множин векторів, лінійно залежних множин векторів, лінійних оболонок і баз, які наведені вище стосувалися лише скінченних множин векторів, щоб зробити означення чіткішими і застосовувати до більшості наших векторних просторів. У деяких випадках нам, можливо, доведеться мати справу з "нескінченно вимірними" векторними просторами, і тому необхідно вказати, які зміни повинні бути внесені для їх урахування. Все, що потрібно зробити — це бути трохи більш уважним щодо того, що представляє собою лінійна комбінація векторів. Розглянемо довільну, можливо нескінченну, множину векторів $\{\mathbf{v}_\alpha\}_{\alpha\in\mathscr{I}}$ у векторному просторі, визначимо лінійну комбінацію цих векторів як суму

$$\sum_{\alpha\in\mathscr{I}} c_\alpha \mathbf{v}_\alpha,$$

де всі, крім можливо скінченної кількості коефіцієнтів c_α дорівнюють нулю. З цією концепцією лінійної комбінації векторів означення викладене вище та наступна теорема застосовуватимуться до ***всіх*** векторних просторів.

Зауваження 1.2.35

Означення лінійно незалежних множин векторів, лінійно залежних множин векторів, лінійних оболонок і баз, які наведені вище стосувалися лише скінченних множин векторів, щоб зробити означення чіткішими і застосовувати до більшості наших векторних просторів. У деяких випадках нам, можливо, доведеться мати справу з “нескінченно вимірними” векторними просторами, і тому необхідно вказати, які зміни повинні бути внесені для їх урахування. Все, що потрібно зробити — це бути трохи більш уважним щодо того, що представляє собою лінійна комбінація векторів. Розглянемо довільну, можливо нескінченну, множину векторів $\{\mathbf{v}_\alpha\}_{\alpha\in\mathscr{I}}$ у векторному просторі, визначимо лінійну комбінацію цих векторів як суму

$$\sum_{\alpha\in\mathscr{I}} c_\alpha \mathbf{v}_\alpha,$$

де всі, крім можливо скінченної кількості коефіцієнтів c_α дорівнюють нулю. З цією концепцією лінійної комбінації векторів означення викладене вище та наступна теорема застосовуватимуться до ***всіх*** векторних просторів.

Зауваження 1.2.35

Означення лінійно незалежних множин векторів, лінійно залежних множин векторів, лінійних оболонок і баз, які наведені вище стосувалися лише скінченних множин векторів, щоб зробити означення чіткішими і застосовувати до більшості наших векторних просторів. У деяких випадках нам, можливо, доведеться мати справу з "нескінченно вимірними" векторними просторами, і тому необхідно вказати, які зміни повинні бути внесені для їх урахування. Все, що потрібно зробити — це бути трохи більш уважним щодо того, що представляє собою лінійна комбінація векторів. Розглянемо довільну, можливо нескінченну, множину векторів $\{\mathbf{v}_\alpha\}_{\alpha\in\mathscr{I}}$ у векторному просторі, визначимо лінійну комбінацію цих векторів як суму

$$\sum_{\alpha\in\mathscr{I}} c_\alpha \mathbf{v}_\alpha,$$

де всі, крім можливо скінченної кількості коефіцієнтів c_α дорівнюють нулю. З цією концепцією лінійної комбінації векторів означення викладене вище та наступна теорема застосовуватимуться до ***всіх*** векторних просторів.

Зауваження 1.2.35

Означення лінійно незалежних множин векторів, лінійно залежних множин векторів, лінійних оболонок і баз, які наведені вище стосувалися лише скінченних множин векторів, щоб зробити означення чіткішими і застосовувати до більшості наших векторних просторів. У деяких випадках нам, можливо, доведеться мати справу з “нескінченно вимірними” векторними просторами, і тому необхідно вказати, які зміни повинні бути внесені для їх урахування. Все, що потрібно зробити — це бути трохи більш уважним щодо того, що представляє собою лінійна комбінація векторів. Розглянемо довільну, можливо нескінченну, множину векторів $\{\mathbf{v}_\alpha\}_{\alpha\in\mathscr{I}}$ у векторному просторі, визначимо лінійну комбінацію цих векторів як суму

$$\sum_{\alpha\in\mathscr{I}} c_\alpha \mathbf{v}_\alpha,$$

де всі, крім можливо скінченної кількості коефіцієнтів c_α дорівнюють нулю. З цією концепцією лінійної комбінації векторів означення викладене вище та наступна теорема застосовуватимуться до ***всіх*** векторних просторів.

Зауваження 1.2.35

Означення лінійно незалежних множин векторів, лінійно залежних множин векторів, лінійних оболонок і баз, які наведені вище стосувалися лише скінченних множин векторів, щоб зробити означення чіткішими і застосовувати до більшості наших векторних просторів. У деяких випадках нам, можливо, доведеться мати справу з "нескінченно вимірними" векторними просторами, і тому необхідно вказати, які зміни повинні бути внесені для їх урахування. Все, що потрібно зробити — це бути трохи більш уважним щодо того, що представляє собою лінійна комбінація векторів. Розглянемо довільну, можливо нескінченну, множину векторів $\{\mathbf{v}_\alpha\}_{\alpha \in \mathscr{I}}$ у векторному просторі, визначимо лінійну комбінацію цих векторів як суму

$$\sum_{\alpha \in \mathscr{I}} c_\alpha \mathbf{v}_\alpha,$$

де всі, крім можливо скінченної кількості коефіцієнтів c_α дорівнюють нулю. З цією концепцією лінійної комбінації векторів означення викладене вище та наступна теорема застосовуватимуться до ***всіх*** векторних просторів.

Зауваження 1.2.35

Означення лінійно незалежних множин векторів, лінійно залежних множин векторів, лінійних оболонок і баз, які наведені вище стосувалися лише скінченних множин векторів, щоб зробити означення чіткішими і застосовувати до більшості наших векторних просторів. У деяких випадках нам, можливо, доведеться мати справу з "нескінченно вимірними" векторними просторами, і тому необхідно вказати, які зміни повинні бути внесені для їх урахування. Все, що потрібно зробити — це бути трохи більш уважним щодо того, що представляє собою лінійна комбінація векторів. Розглянемо довільну, можливо нескінченну, множину векторів $\{\mathbf{v}_\alpha\}_{\alpha\in\mathscr{I}}$ у векторному просторі, визначимо лінійну комбінацію цих векторів як суму

$$\sum_{\alpha\in\mathscr{I}} c_\alpha \mathbf{v}_\alpha,$$

де всі, крім можливо скінченної кількості коефіцієнтів c_α дорівнюють нулю. З цією концепцією лінійної комбінації векторів означення викладене вище та наступна теорема застосовуватимуться до ***всіх*** векторних просторів.

Зауваження 1.2.35

Означення лінійно незалежних множин векторів, лінійно залежних множин векторів, лінійних оболонок і баз, які наведені вище стосувалися лише скінченних множин векторів, щоб зробити означення чіткішими і застосовувати до більшості наших векторних просторів. У деяких випадках нам, можливо, доведеться мати справу з “нескінченно вимірними” векторними просторами, і тому необхідно вказати, які зміни повинні бути внесені для їх урахування. Все, що потрібно зробити — це бути трохи більш уважним щодо того, що представляє собою лінійна комбінація векторів. Розглянемо довільну, можливо нескінченну, множину векторів $\{\mathbf{v}_\alpha\}_{\alpha\in\mathscr{I}}$ у векторному просторі, визначимо лінійну комбінацію цих векторів як суму

$$\sum_{\alpha\in\mathscr{I}} c_\alpha \mathbf{v}_\alpha,$$

де всі, крім можливо скінченної кількості коефіцієнтів c_α дорівнюють нулю. З цією концепцією лінійної комбінації векторів означення викладене вище та наступна теорема застосовуватимуться до ***всіх*** векторних просторів.

Зауваження 1.2.35

Означення лінійно незалежних множин векторів, лінійно залежних множин векторів, лінійних оболонок і баз, які наведені вище стосувалися лише скінченних множин векторів, щоб зробити означення чіткішими і застосовувати до більшості наших векторних просторів. У деяких випадках нам, можливо, доведеться мати справу з "нескінченно вимірними" векторними просторами, і тому необхідно вказати, які зміни повинні бути внесені для їх урахування. Все, що потрібно зробити — це бути трохи більш уважним щодо того, що представляє собою лінійна комбінація векторів. Розглянемо довільну, можливо нескінченну, множину векторів $\{\mathbf{v}_\alpha\}_{\alpha\in\mathscr{I}}$ у векторному просторі, визначимо лінійну комбінацію цих векторів як суму

$$\sum_{\alpha\in\mathscr{I}} c_\alpha \mathbf{v}_\alpha,$$

де всі, крім можливо скінченної кількості коефіцієнтів c_α дорівнюють нулю. З цією концепцією лінійної комбінації векторів означення викладене вище та наступна теорема застосовуватимуться до ***всіх*** векторних просторів.

Зауваження 1.2.35

Означення лінійно незалежних множин векторів, лінійно залежних множин векторів, лінійних оболонок і баз, які наведені вище стосувалися лише скінченних множин векторів, щоб зробити означення чіткішими і застосовувати до більшості наших векторних просторів. У деяких випадках нам, можливо, доведеться мати справу з "нескінченно вимірними" векторними просторами, і тому необхідно вказати, які зміни повинні бути внесені для їх урахування. Все, що потрібно зробити — це бути трохи більш уважним щодо того, що представляє собою лінійна комбінація векторів. Розглянемо довільну, можливо нескінченну, множину векторів $\{\mathbf{v}_\alpha\}_{\alpha\in\mathscr{I}}$ у векторному просторі, визначимо лінійну комбінацію цих векторів як суму

$$\sum_{\alpha\in\mathscr{I}} c_\alpha \mathbf{v}_\alpha,$$

де всі, крім можливо скінченної кількості коефіцієнтів c_α дорівнюють нулю. З цією концепцією лінійної комбінації векторів означення викладене вище та наступна теорема застосовуватимуться до ***всіх*** векторних просторів.

Добре відома наступна теорема з лінійної алгебри:

Теорема 1.2.36

Будь-який векторний підпростір векторного простору має базу та кількість векторів бази однозначно визначається підпростором. Кожну множину лінійно незалежних векторів у векторному просторі можна доповнити до бази цього простору.

Теорема 1.2.36 обґрунтовує таке означення:

Означення 1.2.37

Виміром векторного простору $\mathbf{V}$ називається кількість векторів бази цього простору та позначається через $\dim \mathbf{V}$. Будемо говорити, що m-вимірний підпростір n-вимірного векторного простору має *ковимір* $n - m$.

Зауваження 1.2.38

З наших означень, викладеними вище, випливає, що векторний простір, який складається лише з нульового вектора, має вимірність 0, а порожня множина є його базою.

Добре відома наступна теорема з лінійної алгебри:

Теорема 1.2.36

Будь-який векторний підпростір векторного простору має базу та кількість векторів бази однозначно визначається підпростором. Кожну множину лінійно незалежних векторів у векторному просторі можна доповнити до бази цього простору.

Теорема 1.2.36 обґрунтовує таке означення:

Означення 1.2.37

Виміром векторного простору $\mathbf{V}$ називається кількість векторів бази цього простору та позначається через $\dim \mathbf{V}$. Будемо говорити, що m-вимірний підпростір n-вимірного векторного простору має *ковимір* $n-m$.

Зауваження 1.2.38

З наших означень, викладеними вище, випливає, що векторний простір, який складається лише з нульового вектора, має вимірність 0, а порожня множина є його базою.

Добре відома наступна теорема з лінійної алгебри:

Теорема 1.2.36

Будь-який векторний підпростір векторного простору має базу та кількість векторів бази однозначно визначається підпростором. Кожну множину лінійно незалежних векторів у векторному просторі можна доповнити до бази цього простору.

Теорема 1.2.36 обґрунтовує таке означення:

Означення 1.2.37

Виміром векторного простору $\mathbf{V}$ називається кількість векторів бази цього простору та позначається через $\dim \mathbf{V}$. Будемо говорити, що m-вимірний підпростір n-вимірного векторного простору має *ковимір* $n - m$.

Зауваження 1.2.38

З наших означень, викладеними вище, випливає, що векторний простір, який складається лише з нульового вектора, має вимірність 0, а порожня множина є його базою.

Добре відома наступна теорема з лінійної алгебри:

Теорема 1.2.36

Будь-який векторний підпростір векторного простору має базу та кількість векторів бази однозначно визначається підпростором. Кожну множину лінійно незалежних векторів у векторному просторі можна доповнити до бази цього простору.

Теорема 1.2.36 обґрунтовує таке означення:

Означення 1.2.37

Виміром векторного простору $\mathbf{V}$ називається кількість векторів бази цього простору та позначається через $\dim \mathbf{V}$. Будемо говорити, що m-вимірний підпростір n-вимірного векторного простору має *ковимір* $n - m$.

Зауваження 1.2.38

З наших означень, викладеними вище, випливає, що векторний простір, який складається лише з нульового вектора, має вимірність 0, а порожня множина є його базою.

Добре відома наступна теорема з лінійної алгебри:

Теорема 1.2.36

Будь-який векторний підпростір векторного простору має базу та кількість векторів бази однозначно визначається підпростором. Кожну множину лінійно незалежних векторів у векторному просторі можна доповнити до бази цього простору.

Теорема 1.2.36 обґрунтовує таке означення:

Означення 1.2.37

Виміром векторного простору $\mathbf{V}$ називається кількість векторів бази цього простору та позначається через $\dim \mathbf{V}$. Будемо говорити, що m-вимірний підпростір n-вимірного векторного простору має *ковимір* $n-m$.

Зауваження 1.2.38

З наших означень, викладеними вище, випливає, що векторний простір, який складається лише з нульового вектора, має вимірність 0, а порожня множина є його базою.

Векторні простори

Добре відома наступна теорема з лінійної алгебри:

Теорема 1.2.36

Будь-який векторний підпростір векторного простору має базу та кількість векторів бази однозначно визначається підпростором. Кожну множину лінійно незалежних векторів у векторному просторі можна доповнити до бази цього простору.

Теорема 1.2.36 обґрунтовує таке означення:

Означення 1.2.37

Виміром векторного простору $\mathbf{V}$ називається кількість векторів бази цього простору та позначається через $\dim \mathbf{V}$. Будемо говорити, що m-вимірний підпростір n-вимірного векторного простору має *ковимір* $n - m$.

Зауваження 1.2.38

З наших означень, викладеними вище, випливає, що векторний простір, який складається лише з нульового вектора, має вимірність 0, а порожня множина є його базою.

Добре відома наступна теорема з лінійної алгебри:

Теорема 1.2.36

Будь-який векторний підпростір векторного простору має базу та кількість векторів бази однозначно визначається підпростором. Кожну множину лінійно незалежних векторів у векторному просторі можна доповнити до бази цього простору.

Теорема 1.2.36 обґрунтовує таке означення:

Означення 1.2.37

Виміром векторного простору $\mathbf{V}$ називається кількість векторів бази цього простору та позначається через $\dim \mathbf{V}$. Будемо говорити, що m-вимірний підпростір n-вимірного векторного простору має *ковимір* $n-m$.

Зауваження 1.2.38

З наших означень, викладеними вище, випливає, що векторний простір, який складається лише з нульового вектора, має вимірність 0, а порожня множина є його базою.

Добре відома наступна теорема з лінійної алгебри:

Теорема 1.2.36

Будь-який векторний підпростір векторного простору має базу та кількість векторів бази однозначно визначається підпростором. Кожну множину лінійно незалежних векторів у векторному просторі можна доповнити до бази цього простору.

Теорема 1.2.36 обґрунтовує таке означення:

Означення 1.2.37

Виміром векторного простору $\mathbf{V}$ називається кількість векторів бази цього простору та позначається через $\dim \mathbf{V}$. Будемо говорити, що m-вимірний підпростір n-вимірного векторного простору має *ковимір* $n - m$.

Зауваження 1.2.38

З наших означень, викладеними вище, випливає, що векторний простір, який складається лише з нульового вектора, має вимірність 0, а порожня множина є його базою.

Векторні простори

Добре відома наступна теорема з лінійної алгебри:

Теорема 1.2.36

Будь-який векторний підпростір векторного простору має базу та кількість векторів бази однозначно визначається підпростором. Кожну множину лінійно незалежних векторів у векторному просторі можна доповнити до бази цього простору.

Теорема 1.2.36 обґрунтовує таке означення:

Означення 1.2.37

Виміром векторного простору $\mathbf{V}$ називається кількість векторів бази цього простору та позначається через $\dim \mathbf{V}$. Будемо говорити, що m-вимірний підпростір n-вимірного векторного простору має *ковимір* $n - m$.

Зауваження 1.2.38

З наших означень, викладеними вище, випливає, що векторний простір, який складається лише з нульового вектора, має вимірність 0, а порожня множина є його базою.

Добре відома наступна теорема з лінійної алгебри:

Теорема 1.2.36

Будь-який векторний підпростір векторного простору має базу та кількість векторів бази однозначно визначається підпростором. Кожну множину лінійно незалежних векторів у векторному просторі можна доповнити до бази цього простору.

Теорема 1.2.36 обґрунтовує таке означення:

Означення 1.2.37

Виміром векторного простору $\mathbf{V}$ називається кількість векторів бази цього простору та позначається через $\dim \mathbf{V}$. Будемо говорити, що m-вимірний підпростір n-вимірного векторного простору має *ковимір* $n - m$.

Зауваження 1.2.38

З наших означень, викладеними вище, випливає, що векторний простір, який складається лише з нульового вектора, має вимірність 0, а порожня множина є його базою.

Добре відома наступна теорема з лінійної алгебри:

Теорема 1.2.36

Будь-який векторний підпростір векторного простору має базу та кількість векторів бази однозначно визначається підпростором. Кожну множину лінійно незалежних векторів у векторному просторі можна доповнити до бази цього простору.

Теорема 1.2.36 обґрунтовує таке означення:

Означення 1.2.37

Виміром векторного простору $\mathbf{V}$ називається кількість векторів бази цього простору та позначається через $\dim \mathbf{V}$. Будемо говорити, що m-вимірний підпростір n-вимірного векторного простору має *ковимір* $n-m$.

Зауваження 1.2.38

З наших означень, викладеними вище, випливає, що векторний простір, який складається лише з нульового вектора, має вимірність 0, а порожня множина є його базою.

Добре відома наступна теорема з лінійної алгебри:

Теорема 1.2.36

Будь-який векторний підпростір векторного простору має базу та кількість векторів бази однозначно визначається підпростором. Кожну множину лінійно незалежних векторів у векторному просторі можна доповнити до бази цього простору.

Теорема 1.2.36 обґрунтовує таке означення:

Означення 1.2.37

Виміром векторного простору $\mathbf{V}$ називається кількість векторів бази цього простору та позначається через $\dim \mathbf{V}$. Будемо говорити, що m-вимірний підпростір n-вимірного векторного простору має *ковимір* $n-m$.

Зауваження 1.2.38

З наших означень, викладеними вище, випливає, що векторний простір, який складається лише з нульового вектора, має вимірність 0, а порожня множина є його базою.

Означення 1.2.39

Нехай $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ — векторні простори над полем k. Відображення $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ називається *лінійним оператором* (*лінійним відображенням*), якщо T задовольняє умову

$$T(a\mathbf{v} + b\mathbf{w}) = aT(\mathbf{v}) + bT(\mathbf{w}),$$

для всіх $\mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbf{V}$ і $a, b \in$ k.

Доведення наступної теореми є очевидним.

Теорема 1.2.40

Обернене відображення до лінійного відображення, якщо воно існує, є лінійним відображенням, а також композиція лінійних відображень є лінійним відображенням.

Означення 1.2.41

Лінійне відображення векторних просторів називається *несингулярним*, якщо для нього існує обернене, а в протилежному випадку лінійне відображення називається *сингулярним*. Несингулярне лінійне відображення векторних просторів називається *ізоморфізмом*.

Означення 1.2.39

Нехай $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ — векторні простори над полем k. Відображення $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ називається *лінійним оператором* (*лінійним відображенням*), якщо T задовольняє умову

$$T(a\mathbf{v} + b\mathbf{w}) = aT(\mathbf{v}) + bT(\mathbf{w}),$$

для всіх $\mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbf{V}$ і $a, b \in$ k.

Доведення наступної теореми є очевидним.

Теорема 1.2.40

Обернене відображення до лінійного відображення, якщо воно існує, є лінійним відображенням, а також композиція лінійних відображень є лінійним відображенням.

Означення 1.2.41

Лінійне відображення векторних просторів називається *несингулярним*, якщо для нього існує обернене, а в протилежному випадку лінійне відображення називається *сингулярним*. Несингулярне лінійне відображення векторних просторів називається *ізоморфізмом*.

Означення 1.2.39

Нехай $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ — векторні простори над полем k. Відображення $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ називається *лінійним оператором* (*лінійним відображенням*), якщо T задовольняє умову

$$T(a\mathbf{v} + b\mathbf{w}) = aT(\mathbf{v}) + bT(\mathbf{w}),$$

для всіх $\mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbf{V}$ і $a, b \in$ k.

Доведення наступної теореми є очевидним.

Теорема 1.2.40

Обернене відображення до лінійного відображення, якщо воно існує, є лінійним відображенням, а також композиція лінійних відображень є лінійним відображенням.

Означення 1.2.41

Лінійне відображення векторних просторів називається *несингулярним*, якщо для нього існує обернене, а в протилежному випадку лінійне відображення називається *сингулярним*. Несингулярне лінійне відображення векторних просторів називається *ізоморфізмом*.

Означення 1.2.39

Нехай $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ — векторні простори над полем k. Відображення $T\colon \mathbf{V}\to\mathbf{W}$ називається *лінійним оператором* (*лінійним відображенням*), якщо T задовольняє умову

$$T(a\mathbf{v}+b\mathbf{w}) = aT(\mathbf{v})+bT(\mathbf{w}),$$

для всіх $\mathbf{v},\mathbf{w}\in\mathbf{V}$ і $a,b\in$ k.

Доведення наступної теореми є очевидним.

Теорема 1.2.40

Обернене відображення до лінійного відображення, якщо воно існує, є лінійним відображенням, а також композиція лінійних відображень є лінійним відображенням.

Означення 1.2.41

Лінійне відображення векторних просторів називається *несингулярним*, якщо для нього існує обернене, а в протилежному випадку лінійне відображення називається *сингулярним*. Несингулярне лінійне відображення векторних просторів називається *ізоморфізмом*.

Векторні простори

Означення 1.2.39

Нехай $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ — векторні простори над полем k. Відображення $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ називається *лінійним оператором* (*лінійним відображенням*), якщо T задовольняє умову

$$T(a\mathbf{v} + b\mathbf{w}) = aT(\mathbf{v}) + bT(\mathbf{w}),$$

для всіх $\mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbf{V}$ і $a, b \in$ k.

Доведення наступної теореми є очевидним.

Теорема 1.2.40

Обернене відображення до лінійного відображення, якщо воно існує, є лінійним відображенням, а також композиція лінійних відображень є лінійним відображенням.

Означення 1.2.41

Лінійне відображення векторних просторів називається *несингулярним*, якщо для нього існує обернене, а в протилежному випадку лінійне відображення називається *сингулярним*. Несингулярне лінійне відображення векторних просторів називається *ізоморфізмом*.

Означення 1.2.39

Нехай $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ — векторні простори над полем k. Відображення $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ називається *лінійним оператором* (*лінійним відображенням*), якщо T задовольняє умову

$$T(a\mathbf{v} + b\mathbf{w}) = aT(\mathbf{v}) + bT(\mathbf{w}),$$

для всіх $\mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbf{V}$ і $a, b \in$ k.

Доведення наступної теореми є очевидним.

Теорема 1.2.40

Обернене відображення до лінійного відображення, якщо воно існує, є лінійним відображенням, а також композиція лінійних відображень є лінійним відображенням.

Означення 1.2.41

Лінійне відображення векторних просторів називається *несингулярним*, якщо для нього існує обернене, а в протилежному випадку лінійне відображення називається *сингулярним*. Несингулярне лінійне відображення векторних просторів називається *ізоморфізмом*.

Означення 1.2.39

Нехай $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ — векторні простори над полем k. Відображення $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ називається *лінійним оператором* (*лінійним відображенням*), якщо T задовольняє умову

$$T(a\mathbf{v} + b\mathbf{w}) = aT(\mathbf{v}) + bT(\mathbf{w}),$$

для всіх $\mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbf{V}$ і $a, b \in$ k.

Доведення наступної теореми є очевидним.

Теорема 1.2.40

Обернене відображення до лінійного відображення, якщо воно існує, є лінійним відображенням, а також композиція лінійних відображень є лінійним відображенням.

Означення 1.2.41

Лінійне відображення векторних просторів називається *несингулярним*, якщо для нього існує обернене, а в протилежному випадку лінійне відображення називається *сингулярним*. Несингулярне лінійне відображення векторних просторів називається *ізоморфізмом*.

Векторні простори

Означення 1.2.39

Нехай $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ — векторні простори над полем k. Відображення $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ називається *лінійним оператором* (*лінійним відображенням*), якщо T задовольняє умову

$$T(a\mathbf{v} + b\mathbf{w}) = aT(\mathbf{v}) + bT(\mathbf{w}),$$

для всіх $\mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbf{V}$ і $a, b \in \mathsf{k}$.

Доведення наступної теореми є очевидним.

Теорема 1.2.40

Обернене відображення до лінійного відображення, якщо воно існує, є лінійним відображенням, а також композиція лінійних відображень є лінійним відображенням.

Означення 1.2.41

Лінійне відображення векторних просторів називається *несингулярним*, якщо для нього існує обернене, а в протилежному випадку лінійне відображення називається *сингулярним*. Несингулярне лінійне відображення векторних просторів називається *ізоморфізмом*.

Означення 1.2.39

Нехай $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ — векторні простори над полем k. Відображення $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ називається *лінійним оператором* (*лінійним відображенням*), якщо T задовольняє умову

$$T(a\mathbf{v} + b\mathbf{w}) = aT(\mathbf{v}) + bT(\mathbf{w}),$$

для всіх $\mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbf{V}$ і $a, b \in$ k.

Доведення наступної теореми є очевидним.

Теорема 1.2.40

Обернене відображення до лінійного відображення, якщо воно існує, є лінійним відображенням, а також композиція лінійних відображень є лінійним відображенням.

Означення 1.2.41

Лінійне відображення векторних просторів називається *несингулярним*, якщо для нього існує обернене, а в протилежному випадку лінійне відображення називається *сингулярним*. Несингулярне лінійне відображення векторних просторів називається *ізоморфізмом*.

Означення 1.2.39

Нехай $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ — векторні простори над полем k. Відображення $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ називається *лінійним оператором* (*лінійним відображенням*), якщо T задовольняє умову

$$T(a\mathbf{v} + b\mathbf{w}) = aT(\mathbf{v}) + bT(\mathbf{w}),$$

для всіх $\mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbf{V}$ і $a, b \in$ k.

Доведення наступної теореми є очевидним.

Теорема 1.2.40

Обернене відображення до лінійного відображення, якщо воно існує, є лінійним відображенням, а також композиція лінійних відображень є лінійним відображенням.

Означення 1.2.41

Лінійне відображення векторних просторів називається *несингулярним*, якщо для нього існує обернене, а в протилежному випадку лінійне відображення називається *сингулярним*. Несингулярне лінійне відображення векторних просторів називається *ізоморфізмом*.

Означення 1.2.39

Нехай $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ — векторні простори над полем k. Відображення $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ називається *лінійним оператором* (*лінійним відображенням*), якщо T задовольняє умову

$$T(a\mathbf{v} + b\mathbf{w}) = aT(\mathbf{v}) + bT(\mathbf{w}),$$

для всіх $\mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbf{V}$ і $a, b \in$ k.

Доведення наступної теореми є очевидним.

Теорема 1.2.40

Обернене відображення до лінійного відображення, якщо воно існує, є лінійним відображенням, а також композиція лінійних відображень є лінійним відображенням.

Означення 1.2.41

Лінійне відображення векторних просторів називається *несингулярним*, якщо для нього існує обернене, а в протилежному випадку лінійне відображення називається *сингулярним*. Несингулярне лінійне відображення векторних просторів називається *ізоморфізмом*.

Означення 1.2.39

Нехай $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ — векторні простори над полем k. Відображення $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ називається *лінійним оператором* (*лінійним відображенням*), якщо T задовольняє умову

$$T(a\mathbf{v} + b\mathbf{w}) = aT(\mathbf{v}) + bT(\mathbf{w}),$$

для всіх $\mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbf{V}$ і $a, b \in$ k.

Доведення наступної теореми є очевидним.

Теорема 1.2.40

Обернене відображення до лінійного відображення, якщо воно існує, є лінійним відображенням, а також композиція лінійних відображень є лінійним відображенням.

Означення 1.2.41

Лінійне відображення векторних просторів називається *несингулярним*, якщо для нього існує обернене, а в протилежному випадку лінійне відображення називається *сингулярним*. Несингулярне лінійне відображення векторних просторів називається *ізоморфізмом*.

Означення 1.2.39

Нехай $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ — векторні простори над полем k. Відображення $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ називається *лінійним оператором* (*лінійним відображенням*), якщо T задовольняє умову

$$T(a\mathbf{v} + b\mathbf{w}) = aT(\mathbf{v}) + bT(\mathbf{w}),$$

для всіх $\mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbf{V}$ і $a, b \in$ k.

Доведення наступної теореми є очевидним.

Теорема 1.2.40

Обернене відображення до лінійного відображення, якщо воно існує, є лінійним відображенням, а також композиція лінійних відображень є лінійним відображенням.

Означення 1.2.41

Лінійне відображення векторних просторів називається *несингулярним*, якщо для нього існує обернене, а в протилежному випадку лінійне відображення називається *сингулярним*. Несингулярне лінійне відображення векторних просторів називається *ізоморфізмом*.

Означення 1.2.39

Нехай $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ — векторні простори над полем k. Відображення $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ називається *лінійним оператором* (*лінійним відображенням*), якщо T задовольняє умову

$$T(a\mathbf{v} + b\mathbf{w}) = aT(\mathbf{v}) + bT(\mathbf{w}),$$

для всіх $\mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbf{V}$ і $a, b \in$ k.

Доведення наступної теореми є очевидним.

Теорема 1.2.40

Обернене відображення до лінійного відображення, якщо воно існує, є лінійним відображенням, а також композиція лінійних відображень є лінійним відображенням.

Означення 1.2.41

Лінійне відображення векторних просторів називається *несингулярним*, якщо для нього існує обернене, а в протилежному випадку лінійне відображення називається *сингулярним*. Несингулярне лінійне відображення векторних просторів називається *ізоморфізмом*.

Означення 1.2.39

Нехай $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ — векторні простори над полем k. Відображення $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ називається *лінійним оператором* (*лінійним відображенням*), якщо T задовольняє умову

$$T(a\mathbf{v} + b\mathbf{w}) = aT(\mathbf{v}) + bT(\mathbf{w}),$$

для всіх $\mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbf{V}$ і $a, b \in$ k.

Доведення наступної теореми є очевидним.

Теорема 1.2.40

Обернене відображення до лінійного відображення, якщо воно існує, є лінійним відображенням, а також композиція лінійних відображень є лінійним відображенням.

Означення 1.2.41

Лінійне відображення векторних просторів називається *несингулярним*, якщо для нього існує обернене, а в протилежному випадку лінійне відображення називається *сингулярним*. Несингулярне лінійне відображення векторних просторів називається *ізоморфізмом*.

Означення 1.2.39

Нехай $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ — векторні простори над полем k. Відображення $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ називається *лінійним оператором* (*лінійним відображенням*), якщо T задовольняє умову

$$T(a\mathbf{v} + b\mathbf{w}) = aT(\mathbf{v}) + bT(\mathbf{w}),$$

для всіх $\mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbf{V}$ і $a, b \in$ k.

Доведення наступної теореми є очевидним.

Теорема 1.2.40

Обернене відображення до лінійного відображення, якщо воно існує, є лінійним відображенням, а також композиція лінійних відображень є лінійним відображенням.

Означення 1.2.41

Лінійне відображення векторних просторів називається *несингулярним*, якщо для нього існує обернене, а в протилежному випадку лінійне відображення називається *сингулярним*. Несингулярне лінійне відображення векторних просторів називається *ізоморфізмом*.

Означення 1.2.42

Нехай $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ — векторні простори над полем $\Bbbk$. Якщо $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ — лінійне відображення, то означимо *ядро* лінійного відображення T, яке надалі позначатимемо через $\ker(T)$, та *образ* лінійного відображення T, який надалі позначатимемо через $\operatorname{im}(T)$, наступним чином

$$\ker(T) = \{\mathbf{v} \in \mathbf{V} \mid T(\mathbf{v}) = \mathbf{0}\} \subseteq \mathbf{V}$$

і

$$\operatorname{im}(T) = \{T(\mathbf{v}) \mid \mathbf{v} \in \mathbf{V}\} \subseteq \mathbf{W}.$$

Виконується така теорема, доведення якої очевидне.

Теорема 1.2.43

Якщо $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ — лінійне відображення векторних просторів $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ над полем $\Bbbk$, то ядро та образ відображення T є векторними підпросторами векторним просторів $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$, відповідно. Більше того,

$$\dim \mathbf{V} = \dim \operatorname{im}(T) + \dim \ker(T).$$

Означення 1.2.42

Нехай $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ — векторні простори над полем k. Якщо $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ — лінійне відображення, то означимо *ядро* лінійного відображення T, яке надалі позначатимемо через $\ker(T)$, та *образ* лінійного відображення T, який надалі позначатимемо через $\operatorname{im}(T)$, наступним чином

$$\ker(T) = \{\mathbf{v} \in \mathbf{V} \mid T(\mathbf{v}) = \mathbf{0}\} \subseteq \mathbf{V}$$

і

$$\operatorname{im}(T) = \{T(\mathbf{v}) \mid \mathbf{v} \in \mathbf{V}\} \subseteq \mathbf{W}.$$

Виконується така теорема, доведення якої очевидне.

Теорема 1.2.43

Якщо $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ — лінійне відображення векторних просторів $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ над полем k, то ядро та образ відображення T є векторними підпросторами векторним просторів $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$, відповідно. Більше того,

$$\dim \mathbf{V} = \dim \operatorname{im}(T) + \dim \ker(T).$$

Означення 1.2.42

Нехай $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ — векторні простори над полем k. Якщо $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ — лінійне відображення, то означимо *ядро* лінійного відображення T, яке надалі позначатимемо через $\ker(T)$, та *образ* лінійного відображення T, який надалі позначатимемо через $\operatorname{im}(T)$, наступним чином

$$\ker(T) = \{\mathbf{v} \in \mathbf{V} \mid T(\mathbf{v}) = \mathbf{0}\} \subseteq \mathbf{V}$$

і

$$\operatorname{im}(T) = \{T(\mathbf{v}) \mid \mathbf{v} \in \mathbf{V}\} \subseteq \mathbf{W}.$$

Виконується така теорема, доведення якої очевидне.

Теорема 1.2.43

Якщо $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ — лінійне відображення векторних просторів $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ над полем k, то ядро та образ відображення T є векторними підпросторами векторним просторів $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$, відповідно. Більше того,

$$\dim \mathbf{V} = \dim \operatorname{im}(T) + \dim \ker(T).$$

Означення 1.2.42

Нехай $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ — векторні простори над полем k. Якщо $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ — лінійне відображення, то означимо *ядро* лінійного відображення T, яке надалі позначатимемо через $\ker(T)$, та *образ* лінійного відображення T, який надалі позначатимемо через $\mathrm{im}(T)$, наступним чином

$$\ker(T) = \{\mathbf{v} \in \mathbf{V} \mid T(\mathbf{v}) = \mathbf{0}\} \subseteq \mathbf{V}$$

і

$$\mathrm{im}(T) = \{T(\mathbf{v}) \mid \mathbf{v} \in \mathbf{V}\} \subseteq \mathbf{W}.$$

Виконується така теорема, доведення якої очевидне.

Теорема 1.2.43

Якщо $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ — лінійне відображення векторних просторів $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ над полем k, то ядро та образ відображення T є векторними підпросторами векторним просторів $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$, відповідно. Більше того,

$$\dim \mathbf{V} = \dim \mathrm{im}(T) + \dim \ker(T).$$

Означення 1.2.42

Нехай $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ — векторні простори над полем k. Якщо $T\colon \mathbf{V}\to\mathbf{W}$ — лінійне відображення, то означимо *ядро* лінійного відображення T, яке надалі позначатимемо через $\ker(T)$, та *образ* лінійного відображення T, який надалі позначатимемо через $\operatorname{im}(T)$, наступним чином

$$\ker(T)=\{\mathbf{v}\in\mathbf{V}\mid T(\mathbf{v})=\mathbf{0}\}\subseteq\mathbf{V}$$

і

$$\operatorname{im}(T)=\{T(\mathbf{v})\mid \mathbf{v}\in\mathbf{V}\}\subseteq\mathbf{W}.$$

Виконується така теорема, доведення якої очевидне.

Теорема 1.2.43

Якщо $T\colon \mathbf{V}\to\mathbf{W}$ — лінійне відображення векторних просторів $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ над полем k, то ядро та образ відображення T є векторними підпросторами векторним просторів $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$, відповідно. Більше того,

$$\dim\mathbf{V}=\dim\operatorname{im}(T)+\dim\ker(T).$$

Означення 1.2.42

Нехай $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ — векторні простори над полем $\Bbbk$. Якщо $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ — лінійне відображення, то означимо *ядро* лінійного відображення T, яке надалі позначатимемо через $\ker(T)$, та *образ* лінійного відображення T, який надалі позначатимемо через $\operatorname{im}(T)$, наступним чином

$$\ker(T) = \{\mathbf{v} \in \mathbf{V} \mid T(\mathbf{v}) = \mathbf{0}\} \subseteq \mathbf{V}$$

і

$$\operatorname{im}(T) = \{T(\mathbf{v}) \mid \mathbf{v} \in \mathbf{V}\} \subseteq \mathbf{W}.$$

Виконується така теорема, доведення якої очевидне.

Теорема 1.2.43

Якщо $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ — лінійне відображення векторних просторів $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ над полем $\Bbbk$, то ядро та образ відображення T є векторними підпросторами векторним просторів $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$, відповідно. Більше того,

$$\dim \mathbf{V} = \dim \operatorname{im}(T) + \dim \ker(T).$$

Означення 1.2.42

Нехай $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ — векторні простори над полем k. Якщо $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ — лінійне відображення, то означимо *ядро* лінійного відображення T, яке надалі позначатимемо через $\ker(T)$, та *образ* лінійного відображення T, який надалі позначатимемо через $\operatorname{im}(T)$, наступним чином

$$\ker(T) = \{\mathbf{v} \in \mathbf{V} \mid T(\mathbf{v}) = \mathbf{0}\} \subseteq \mathbf{V}$$

і

$$\operatorname{im}(T) = \{T(\mathbf{v}) \mid \mathbf{v} \in \mathbf{V}\} \subseteq \mathbf{W}.$$

Виконується така теорема, доведення якої очевидне.

Теорема 1.2.43

Якщо $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ — лінійне відображення векторних просторів $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ над полем k, то ядро та образ відображення T є векторними підпросторами векторним просторів $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$, відповідно. Більше того,

$$\dim \mathbf{V} = \dim \operatorname{im}(T) + \dim \ker(T).$$

Означення 1.2.42

Нехай $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ — векторні простори над полем $\Bbbk$. Якщо $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ — лінійне відображення, то означимо *ядро* лінійного відображення T, яке надалі позначатимемо через $\ker(T)$, та *образ* лінійного відображення T, який надалі позначатимемо через $\operatorname{im}(T)$, наступним чином

$$\ker(T) = \{\mathbf{v} \in \mathbf{V} \mid T(\mathbf{v}) = \mathbf{0}\} \subseteq \mathbf{V}$$

і

$$\operatorname{im}(T) = \{T(\mathbf{v}) \mid \mathbf{v} \in \mathbf{V}\} \subseteq \mathbf{W}.$$

Виконується така теорема, доведення якої очевидне.

Теорема 1.2.43

Якщо $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ — лінійне відображення векторних просторів $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ над полем $\Bbbk$, то ядро та образ відображення T є векторними підпросторами векторним просторів $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$, відповідно. Більше того,

$$\dim \mathbf{V} = \dim \operatorname{im}(T) + \dim \ker(T).$$

Означення 1.2.42

Нехай $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ — векторні простори над полем k. Якщо $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ — лінійне відображення, то означимо *ядро* лінійного відображення T, яке надалі позначатимемо через $\ker(T)$, та *образ* лінійного відображення T, який надалі позначатимемо через $\operatorname{im}(T)$, наступним чином

$$\ker(T) = \{\mathbf{v} \in \mathbf{V} \mid T(\mathbf{v}) = \mathbf{0}\} \subseteq \mathbf{V}$$

і

$$\operatorname{im}(T) = \{T(\mathbf{v}) \mid \mathbf{v} \in \mathbf{V}\} \subseteq \mathbf{W}.$$

Виконується така теорема, доведення якої очевидне.

Теорема 1.2.43

Якщо $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ — лінійне відображення векторних просторів $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ над полем k, то ядро та образ відображення T є векторними підпросторами векторним просторів $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$, відповідно. Більше того,

$$\dim \mathbf{V} = \dim \operatorname{im}(T) + \dim \ker(T).$$

Означення 1.2.42

Нехай $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ — векторні простори над полем $\Bbbk$. Якщо $T\colon \mathbf{V}\to\mathbf{W}$ — лінійне відображення, то означимо *ядро* лінійного відображення T, яке надалі позначатимемо через $\ker(T)$, та *образ* лінійного відображення T, який надалі позначатимемо через $\operatorname{im}(T)$, наступним чином

$$\ker(T)=\{\mathbf{v}\in\mathbf{V}\mid T(\mathbf{v})=\mathbf{0}\}\subseteq\mathbf{V}$$

і

$$\operatorname{im}(T)=\{T(\mathbf{v})\mid \mathbf{v}\in\mathbf{V}\}\subseteq\mathbf{W}.$$

Виконується така теорема, доведення якої очевидне.

Теорема 1.2.43

Якщо $T\colon \mathbf{V}\to\mathbf{W}$ — лінійне відображення векторних просторів $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ над полем $\Bbbk$, то ядро та образ відображення T є векторними підпросторами векторним просторів $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$, відповідно. Більше того,

$$\dim\mathbf{V}=\dim\operatorname{im}(T)+\dim\ker(T).$$

Означення 1.2.42

Нехай $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ — векторні простори над полем k. Якщо $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ — лінійне відображення, то означимо *ядро* лінійного відображення T, яке надалі позначатимемо через $\ker(T)$, та *образ* лінійного відображення T, який надалі позначатимемо через $\operatorname{im}(T)$, наступним чином

$$\ker(T) = \{\mathbf{v} \in \mathbf{V} \mid T(\mathbf{v}) = \mathbf{0}\} \subseteq \mathbf{V}$$

і

$$\operatorname{im}(T) = \{T(\mathbf{v}) \mid \mathbf{v} \in \mathbf{V}\} \subseteq \mathbf{W}.$$

Виконується така теорема, доведення якої очевидне.

Теорема 1.2.43

Якщо $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ — лінійне відображення векторних просторів $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ над полем k, то ядро та образ відображення T є векторними підпросторами векторним просторів $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$, відповідно. Більше того,

$$\dim \mathbf{V} = \dim \operatorname{im}(T) + \dim \ker(T).$$

Означення 1.2.42

Нехай $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ — векторні простори над полем k. Якщо $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ — лінійне відображення, то означимо *ядро* лінійного відображення T, яке надалі позначатимемо через $\ker(T)$, та *образ* лінійного відображення T, який надалі позначатимемо через $\operatorname{im}(T)$, наступним чином

$$\ker(T) = \{\mathbf{v} \in \mathbf{V} \mid T(\mathbf{v}) = \mathbf{0}\} \subseteq \mathbf{V}$$

і

$$\operatorname{im}(T) = \{T(\mathbf{v}) \mid \mathbf{v} \in \mathbf{V}\} \subseteq \mathbf{W}.$$

Виконується така теорема, доведення якої очевидне.

Теорема 1.2.43

Якщо $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ — лінійне відображення векторних просторів $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ над полем k, то ядро та образ відображення T є векторними підпросторами векторним просторів $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$, відповідно. Більше того,

$$\dim \mathbf{V} = \dim \operatorname{im}(T) + \dim \ker(T).$$

Означення 1.2.42

Нехай $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ — векторні простори над полем k. Якщо $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ — лінійне відображення, то означимо *ядро* лінійного відображення T, яке надалі позначатимемо через $\ker(T)$, та *образ* лінійного відображення T, який надалі позначатимемо через $\operatorname{im}(T)$, наступним чином

$$\ker(T) = \{\mathbf{v} \in \mathbf{V} \mid T(\mathbf{v}) = \mathbf{0}\} \subseteq \mathbf{V}$$

і

$$\operatorname{im}(T) = \{T(\mathbf{v}) \mid \mathbf{v} \in \mathbf{V}\} \subseteq \mathbf{W}.$$

Виконується така теорема, доведення якої очевидне.

Теорема 1.2.43

Якщо $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ — лінійне відображення векторних просторів $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ над полем k, то ядро та образ відображення T є векторними підпросторами векторним просторів $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$, відповідно. Більше того,

$$\dim \mathbf{V} = \dim \operatorname{im}(T) + \dim \ker(T).$$

Означення 1.2.42

Нехай $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ — векторні простори над полем k. Якщо $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ — лінійне відображення, то означимо *ядро* лінійного відображення T, яке надалі позначатимемо через $\ker(T)$, та *образ* лінійного відображення T, який надалі позначатимемо через $\operatorname{im}(T)$, наступним чином

$$\ker(T) = \{\mathbf{v} \in \mathbf{V} \mid T(\mathbf{v}) = \mathbf{0}\} \subseteq \mathbf{V}$$

і

$$\operatorname{im}(T) = \{T(\mathbf{v}) \mid \mathbf{v} \in \mathbf{V}\} \subseteq \mathbf{W}.$$

Виконується така теорема, доведення якої очевидне.

Теорема 1.2.43

Якщо $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ — лінійне відображення векторних просторів $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ над полем k, то ядро та образ відображення T є векторними підпросторами векторним просторів $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$, відповідно. Більше того,

$$\dim \mathbf{V} = \dim \operatorname{im}(T) + \dim \ker(T).$$

Означення 1.2.42

Нехай $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ — векторні простори над полем $\Bbbk$. Якщо $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ — лінійне відображення, то означимо *ядро* лінійного відображення T, яке надалі позначатимемо через $\ker(T)$, та *образ* лінійного відображення T, який надалі позначатимемо через $\operatorname{im}(T)$, наступним чином

$$\ker(T) = \{\mathbf{v} \in \mathbf{V} \mid T(\mathbf{v}) = \mathbf{0}\} \subseteq \mathbf{V}$$

і

$$\operatorname{im}(T) = \{T(\mathbf{v}) \mid \mathbf{v} \in \mathbf{V}\} \subseteq \mathbf{W}.$$

Виконується така теорема, доведення якої очевидне.

Теорема 1.2.43

Якщо $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ — лінійне відображення векторних просторів $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ над полем $\Bbbk$, то ядро та образ відображення T є векторними підпросторами векторним просторів $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$, відповідно. Більше того,

$$\dim \mathbf{V} = \dim \operatorname{im}(T) + \dim \ker(T).$$

Означення 1.2.42

Нехай $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ — векторні простори над полем k. Якщо $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ — лінійне відображення, то означимо *ядро* лінійного відображення T, яке надалі позначатимемо через $\ker(T)$, та *образ* лінійного відображення T, який надалі позначатимемо через $\operatorname{im}(T)$, наступним чином

$$\ker(T) = \{\mathbf{v} \in \mathbf{V} \mid T(\mathbf{v}) = \mathbf{0}\} \subseteq \mathbf{V}$$

і

$$\operatorname{im}(T) = \{T(\mathbf{v}) \mid \mathbf{v} \in \mathbf{V}\} \subseteq \mathbf{W}.$$

Виконується така теорема, доведення якої очевидне.

Теорема 1.2.43

Якщо $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ — лінійне відображення векторних просторів $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ над полем k, то ядро та образ відображення T є векторними підпросторами векторним просторів $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$, відповідно. Більше того,

$$\dim \mathbf{V} = \dim \operatorname{im}(T) + \dim \ker(T).$$

Означення 1.2.42

Нехай $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ — векторні простори над полем k. Якщо $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ — лінійне відображення, то означимо *ядро* лінійного відображення T, яке надалі позначатимемо через $\ker(T)$, та *образ* лінійного відображення T, який надалі позначатимемо через $\operatorname{im}(T)$, наступним чином

$$\ker(T) = \{\mathbf{v} \in \mathbf{V} \mid T(\mathbf{v}) = \mathbf{0}\} \subseteq \mathbf{V}$$

і

$$\operatorname{im}(T) = \{T(\mathbf{v}) \mid \mathbf{v} \in \mathbf{V}\} \subseteq \mathbf{W}.$$

Виконується така теорема, доведення якої очевидне.

Теорема 1.2.43

Якщо $T\colon \mathbf{V} \to \mathbf{W}$ — лінійне відображення векторних просторів $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$ над полем k, то ядро та образ відображення T є векторними підпросторами векторним просторів $\mathbf{V}$ і $\mathbf{W}$, відповідно. Більше того,

$$\dim \mathbf{V} = \dim \operatorname{im}(T) + \dim \ker(T).$$

Дякую за увагу!