Обчислювальна геометрія і алгебра

Олег Гутік

Лекція 4: Системи лінійних рівнянь і методи їх розв'язування. Східчата форма матриць. Метод Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь

Східчата форма матриць

Означення 1.2.22

Будемо говорити, що матриця має *східчату форму* (або *рядково східчату форму*), якщо вона задовольняє такі умови:

1) усі ненульові рядки знаходяться вище всіх нульових рядків;
2) у кожному ненульовому рядку перший ненульовий елемент (він називається *ведучим елементом рядка*) розташований у стовпці справа від ведучого елемента у рядку над ним.

Приклад 1.2.23

Наступні матриці мають східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{2} & 4 & 1 \\ 0 & \boxed{1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \boxed{1} & 4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \boxed{-1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{\star} & \star & \star & \star & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} & \star & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} \end{bmatrix}.$$

Тут ведучі елементи кожного рядка обведені в рамку; $\star$ — довільний елемент, $\boxed{\star}$ — довільний ненульовий елемент.

Східчата форма матриць

Означення 1.2.22

Будемо говорити, що матриця має *східчату форму* (або *рядково східчату форму*), якщо вона задовольняє такі умови:

1) усі ненульові рядки знаходяться вище всіх нульових рядків;
2) у кожному ненульовому рядку перший ненульовий елемент (він називається *ведучим елементом рядка*) розташований у стовпці справа від ведучого елемента у рядку над ним.

Приклад 1.2.23

Наступні матриці мають східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{2} & 4 & 1 \\ 0 & \boxed{1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \boxed{1} & 4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \boxed{-1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{\star} & \star & \star & \star & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} & \star & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} \end{bmatrix}.$$

Тут ведучі елементи кожного рядка обведені в рамку; $\star$ — довільний елемент, $\boxed{\star}$ — довільний ненульовий елемент.

Східчата форма матриць

Означення 1.2.22

Будемо говорити, що матриця має *східчату форму* (або *рядково східчату форму*), якщо вона задовольняє такі умови:

1) усі ненульові рядки знаходяться вище всіх нульових рядків;
2) у кожному ненульовому рядку перший ненульовий елемент (він називається *ведучим елементом рядка*) розташований у стовпці справа від ведучого елемента у рядку над ним.

Приклад 1.2.23

Наступні матриці мають східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{2} & 4 & 1 \\ 0 & \boxed{1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \boxed{1} & 4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \boxed{-1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{\star} & \star & \star & \star & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} & \star & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} \end{bmatrix}.$$

Тут ведучі елементи кожного рядка обведені в рамку; $\star$ — довільний елемент, $\boxed{\star}$ — довільний ненульовий елемент.

Східчата форма матриць

Означення 1.2.22

Будемо говорити, що матриця має *східчату форму* (або *рядково східчату форму*), якщо вона задовольняє такі умови:

1) усі ненульові рядки знаходяться вище всіх нульових рядків;
2) у кожному ненульовому рядку перший ненульовий елемент (він називається *ведучим елементом рядка*) розташований у стовпці справа від ведучого елемента у рядку над ним.

Приклад 1.2.23

Наступні матриці мають східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{2} & 4 & 1 \\ 0 & \boxed{1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \boxed{1} & 4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \boxed{-1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{\star} & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} \end{bmatrix}.$$

Тут ведучі елементи кожного рядка обведені в рамку; $*$ — довільний елемент, $\boxed{\star}$ — довільний ненульовий елемент.

Східчата форма матриць

Означення 1.2.22

Будемо говорити, що матриця має *східчату форму* (або *рядково східчату форму*), якщо вона задовольняє такі умови:

1) усі ненульові рядки знаходяться вище всіх нульових рядків;
2) у кожному ненульовому рядку перший ненульовий елемент (він називається *ведучим елементом рядка*) розташований у стовпці справа від ведучого елемента у рядку над ним.

Приклад 1.2.23

Наступні матриці мають східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{2} & 4 & 1 \\ 0 & \boxed{1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \boxed{1} & 4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \boxed{-1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{\star} & \star & \star & \star & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} & \star & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} \end{bmatrix}.$$

Тут ведучі елементи кожного рядка обведені в рамку; $\star$ — довільний елемент, $\boxed{\star}$ — довільний ненульовий елемент.

Східчата форма матриць

Означення 1.2.22

Будемо говорити, що матриця має *східчату форму* (або *рядково східчату форму*), якщо вона задовольняє такі умови:

1) усі ненульові рядки знаходяться вище всіх нульових рядків;
2) у кожному ненульовому рядку перший ненульовий елемент (він називається *ведучим елементом рядка*) розташований у стовпці справа від ведучого елемента у рядку над ним.

Приклад 1.2.23

Наступні матриці мають східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{2} & 4 & 1 \\ 0 & \boxed{1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \boxed{1} & 4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \boxed{-1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{\star} & \star & \star & \star & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} & \star & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} \end{bmatrix}.$$

Тут ведучі елементи кожного рядка обведені в рамку; $\star$ — довільний елемент, $\boxed{\star}$ — довільний ненульовий елемент.

Східчата форма матриць

Означення 1.2.22

Будемо говорити, що матриця має *східчату форму* (або *рядково східчату форму*), якщо вона задовольняє такі умови:

1) усі ненульові рядки знаходяться вище всіх нульових рядків;
2) у кожному ненульовому рядку перший ненульовий елемент (він називається *ведучим елементом рядка*) розташований у стовпці справа від ведучого елемента у рядку над ним.

Приклад 1.2.23

Наступні матриці мають східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{2} & 4 & 1 \\ 0 & \boxed{1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \boxed{1} & 4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \boxed{-1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{\star} & \star & \star & \star & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} & \star & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} \end{bmatrix}.$$

Тут ведучі елементи кожного рядка обведені в рамку; $\star$ — довільний елемент, $\boxed{\star}$ — довільний ненульовий елемент.

Означення 1.2.22

Будемо говорити, що матриця має *східчату форму* (або *рядково східчату форму*), якщо вона задовольняє такі умови:

1) усі ненульові рядки знаходяться вище всіх нульових рядків;
2) у кожному ненульовому рядку перший ненульовий елемент (він називається *ведучим елементом рядка*) розташований у стовпці справа від ведучого елемента у рядку над ним.

Приклад 1.2.23

Наступні матриці мають східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{2} & 4 & 1 \\ 0 & \boxed{1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \boxed{1} & 4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \boxed{-1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{\star} & \star & \star & \star & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} & \star & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} \end{bmatrix}.$$

Тут ведучі елементи кожного рядка обведені в рамку; $\star$ — довільний елемент, $\boxed{\star}$ — довільний ненульовий елемент.

Східчата форма матриць

Означення 1.2.22

Будемо говорити, що матриця має *східчату форму* (або *рядково східчату форму*), якщо вона задовольняє такі умови:

1) усі ненульові рядки знаходяться вище всіх нульових рядків;
2) у кожному ненульовому рядку перший ненульовий елемент (він називається *ведучим елементом рядка*) розташований у стовпці справа від ведучого елемента у рядку над ним.

Приклад 1.2.23

Наступні матриці мають східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{2} & 4 & 1 \\ 0 & \boxed{1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \boxed{1} & 4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \boxed{\text{-}1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{\star} & \star & \star & \star & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} & \star & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} \end{bmatrix}.$$

Тут ведучі елементи кожного рядка обведені в рамку; $\star$ — довільний елемент, $\boxed{\star}$ — довільний ненульовий елемент.

Східчата форма матриць

Означення 1.2.22

Будемо говорити, що матриця має *східчату форму* (або *рядково східчату форму*), якщо вона задовольняє такі умови:

1) усі ненульові рядки знаходяться вище всіх нульових рядків;
2) у кожному ненульовому рядку перший ненульовий елемент (він називається *ведучим елементом рядка*) розташований у стовпці справа від ведучого елемента у рядку над ним.

Приклад 1.2.23

Наступні матриці мають східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{2} & 4 & 1 \\ 0 & \boxed{1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \boxed{1} & 4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \boxed{-1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{\star} & \star & \star & \star & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} & \star & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} \end{bmatrix}.$$

Тут ведучі елементи кожного рядка обведені в рамку; $\star$ — довільний елемент, $\boxed{\star}$ — довільний ненульовий елемент.

Східчата форма матриць

Означення 1.2.22

Будемо говорити, що матриця має *східчату форму* (або *рядково східчату форму*), якщо вона задовольняє такі умови:

1) усі ненульові рядки знаходяться вище всіх нульових рядків;
2) у кожному ненульовому рядку перший ненульовий елемент (він називається *ведучим елементом рядка*) розташований у стовпці справа від ведучого елемента у рядку над ним.

Приклад 1.2.23

Наступні матриці мають східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{2} & 4 & 1 \\ 0 & \boxed{1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \boxed{1} & 4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \boxed{-1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{\star} & \star & \star & \star & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} & \star & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} \end{bmatrix}.$$

Тут ведучі елементи кожного рядка обведені в рамку; $\star$ — довільний елемент, $\boxed{\star}$ — довільний ненульовий елемент.

Східчата форма матриць

Означення 1.2.22

Будемо говорити, що матриця має *східчату форму* (або *рядково східчату форму*), якщо вона задовольняє такі умови:

1) усі ненульові рядки знаходяться вище всіх нульових рядків;
2) у кожному ненульовому рядку перший ненульовий елемент (він називається *ведучим елементом рядка*) розташований у стовпці справа від ведучого елемента у рядку над ним.

Приклад 1.2.23

Наступні матриці мають східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{2} & 4 & 1 \\ 0 & \boxed{1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \boxed{1} & 4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \boxed{-1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{\star} & \star & \star & \star & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} & \star & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} \end{bmatrix}.$$

Тут ведучі елементи кожного рядка обведені в рамку; $\star$ — довільний елемент, $\boxed{\star}$ — довільний ненульовий елемент.

Східчата форма матриць

Елементарними перетвореннями рядків матриці називатимемо такі:

1) перестановка двох рядків місцями;
2) множення рядка матриці на ненульовий елемент поля k;
3) додавання до одного рядка іншого, помноженого на деяке число з поля k;
4) вилучення з матриці нульового рядка (якщо він існує) або приписування до матриці нульового рядка.

Дві матриці називаються *рядково еквівалентними*, якщо існує послідовність елементарних рядкових операцій, які переводять одну матрицю в іншу.

Кожну матрицю шляхом елементарних перетворень можна звести до східчатої форми (можливо, але не єдиним способом).

Елементарними перетвореннями рядків матриці називатимемо такі:

1) перестановка двох рядків місцями;
2) множення рядка матриці на ненульовий елемент поля k;
3) додавання до одного рядка іншого, помноженого на деяке число з поля k;
4) вилучення з матриці нульового рядка (якщо він існує) або приписування до матриці нульового рядка.

Дві матриці називаються *рядково еквівалентними*, якщо існує послідовність елементарних рядкових операцій, які переводять одну матрицю в іншу.

Кожну матрицю шляхом елементарних перетворень можна звести до східчатої форми (можливо, але не єдиним способом).

Східчата форма матриць

Елементарними перетвореннями рядків матриці називатимемо такі:

1) перестановка двох рядків місцями;
2) множення рядка матриці на ненульовий елемент поля k;
3) додавання до одного рядка іншого, помноженого на деяке число з поля k;
4) вилучення з матриці нульового рядка (якщо він існує) або приписування до матриці нульового рядка.

Дві матриці називаються *рядково еквівалентними*, якщо існує послідовність елементарних рядкових операцій, які переводять одну матрицю в іншу.

Кожну матрицю шляхом елементарних перетворень можна звести до східчатої форми (можливо, але не єдиним способом).

Східчата форма матриць

Елементарними перетвореннями рядків матриці називатимемо такі:

1) перестановка двох рядків місцями;
2) множення рядка матриці на ненульовий елемент поля k;
3) додавання до одного рядка іншого, помноженого на деяке число з поля k;
4) вилучення з матриці нульового рядка (якщо він існує) або приписування до матриці нульового рядка.

Дві матриці називаються *рядково еквівалентними*, якщо існує послідовність елементарних рядкових операцій, які переводять одну матрицю в іншу.

Кожну матрицю шляхом елементарних перетворень можна звести до східчатої форми (можливо, але не єдиним способом).

Східчата форма матриць

Елементарними перетвореннями рядків матриці називатимемо такі:

1) перестановка двох рядків місцями;
2) множення рядка матриці на ненульовий елемент поля k;
3) додавання до одного рядка іншого, помноженого на деяке число з поля k;
4) вилучення з матриці нульового рядка (якщо він існує) або приписування до матриці нульового рядка.

Дві матриці називаються *рядково еквівалентними*, якщо існує послідовність елементарних рядкових операцій, які переводять одну матрицю в іншу.

Кожну матрицю шляхом елементарних перетворень можна звести до східчатої форми (можливо, але не єдиним способом).

Східчата форма матриць

Елементарними перетвореннями рядків матриці називатимемо такі:

1) перестановка двох рядків місцями;
2) множення рядка матриці на ненульовий елемент поля k;
3) додавання до одного рядка іншого, помноженого на деяке число з поля k;
4) вилучення з матриці нульового рядка (якщо він існує) або приписування до матриці нульового рядка.

Дві матриці називаються *рядково еквівалентними*, якщо існує послідовність елементарних рядкових операцій, які переводять одну матрицю в іншу.

Кожну матрицю шляхом елементарних перетворень можна звести до східчатої форми (можливо, але не єдиним способом).

Східчата форма матриць

Елементарними перетвореннями рядків матриці називатимемо такі:

1) перестановка двох рядків місцями;
2) множення рядка матриці на ненульовий елемент поля k;
3) додавання до одного рядка іншого, помноженого на деяке число з поля k;
4) вилучення з матриці нульового рядка (якщо він існує) або приписування до матриці нульового рядка.

Дві матриці називаються *рядково еквівалентними*, якщо існує послідовність елементарних рядкових операцій, які переводять одну матрицю в іншу.

Кожну матрицю шляхом елементарних перетворень можна звести до східчатої форми (можливо, але не єдиним способом).

Східчата форма матриць

Елементарними перетвореннями рядків матриці називатимемо такі:

1) перестановка двох рядків місцями;
2) множення рядка матриці на ненульовий елемент поля k;
3) додавання до одного рядка іншого, помноженого на деяке число з поля k;
4) вилучення з матриці нульового рядка (якщо він існує) або приписування до матриці нульового рядка.

Дві матриці називаються *рядково еквівалентними*, якщо існує послідовність елементарних рядкових операцій, які переводять одну матрицю в іншу.

Кожну матрицю шляхом елементарних перетворень можна звести до східчатої форми (можливо, але не єдиним способом).

Східчата форма матриць

Елементарними перетвореннями рядків матриці називатимемо такі:

1) перестановка двох рядків місцями;
2) множення рядка матриці на ненульовий елемент поля k;
3) додавання до одного рядка іншого, помноженого на деяке число з поля k;
4) вилучення з матриці нульового рядка (якщо він існує) або приписування до матриці нульового рядка.

Дві матриці називаються *рядково еквівалентними*, якщо існує послідовність елементарних рядкових операцій, які переводять одну матрицю в іншу.

Кожну матрицю шляхом елементарних перетворень можна звести до східчатої форми (можливо, але не єдиним способом).

Східчата форма матриць

Елементарними перетвореннями рядків матриці називатимемо такі:

1) перестановка двох рядків місцями;
2) множення рядка матриці на ненульовий елемент поля k;
3) додавання до одного рядка іншого, помноженого на деяке число з поля k;
4) вилучення з матриці нульового рядка (якщо він існує) або приписування до матриці нульового рядка.

Дві матриці називаються *рядково еквівалентними*, якщо існує послідовність елементарних рядкових операцій, які переводять одну матрицю в іншу.

Кожну матрицю шляхом елементарних перетворень можна звести до східчатої форми (можливо, але не єдиним способом).

Східчата форма матриць.

Приклад 1.2.24

Звести до східчатої форми матрицю:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Алгоритм наступний. Працюємо зверху вниз, зліва направо. Спочатку помічаємо, що елемент першого рядка та першого стовпця матриці дорівнює 1, що є зручним для того, щоб у першому стовпці за допомогою елементарного перетворення "заміщення" (третє елементарне перетворення) утворити нулі в інших позиціях. Отже, першим кроком обираємо "опорний елемент" — той, який стане ведучим у східчатій формі матриці та утворюємо нулі під цим опорним елементом.

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Східчата форма матриць.

Приклад 1.2.24

Звести до східчатої форми матрицю:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Алгоритм наступний. Працюємо зверху вниз, зліва направо. Спочатку помічаємо, що елемент першого рядка та першого стовпця матриці дорівнює 1, що є зручним для того, щоб у першому стовпці за допомогою елементарного перетворення “заміщення” (третє елементарне перетворення) утворити нулі в інших позиціях. Отже, першим кроком обираємо “опорний елемент” — той, який стане ведучим у східчатій формі матриці та утворюємо нулі під цим опорним елементом.

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Приклад 1.2.24

Звести до східчатої форми матрицю:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Алгоритм наступний. Працюємо зверху вниз, зліва направо. Спочатку помічаємо, що елемент першого рядка та першого стовпця матриці дорівнює 1, що є зручним для того, щоб у першому стовпці за допомогою елементарного перетворення "заміщення" (третє елементарне перетворення) утворити нулі в інших позиціях. Отже, першим кроком обираємо "опорний елемент" — той, який стане ведучим у східчатій формі матриці та утворюємо нулі під цим опорним елементом.

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Приклад 1.2.24

Звести до східчатої форми матрицю:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Алгоритм наступний. Працюємо зверху вниз, зліва направо. Спочатку помічаємо, що елемент першого рядка та першого стовпця матриці дорівнює 1, що є зручним для того, щоб у першому стовпці за допомогою елементарного перетворення "заміщення" (третє елементарне перетворення) утворити нулі в інших позиціях. Отже, першим кроком обираємо "опорний елемент" — той, який стане ведучим у східчатій формі матриці та утворюємо нулі під цим опорним елементом.

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Східчата форма матриць.

Приклад 1.2.24

Звести до східчатої форми матрицю:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Алгоритм наступний. Працюємо зверху вниз, зліва направо. Спочатку помічаємо, що елемент першого рядка та першого стовпця матриці дорівнює 1, що є зручним для того, щоб у першому стовпці за допомогою елементарного перетворення "заміщення" (третє елементарне перетворення) утворити нулі в інших позиціях. Отже, першим кроком обираємо "опорний елемент" — той, який стане ведучим у східчатій формі матриці та утворюємо нулі під цим опорним елементом.

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Приклад 1.2.24

Звести до східчатої форми матрицю:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Алгоритм наступний. Працюємо зверху вниз, зліва направо. Спочатку помічаємо, що елемент першого рядка та першого стовпця матриці дорівнює 1, що є зручним для того, щоб у першому стовпці за допомогою елементарного перетворення "заміщення" (третє елементарне перетворення) утворити нулі в інших позиціях. Отже, першим кроком обираємо "опорний елемент" — той, який стане ведучим у східчатій формі матриці та утворюємо нулі під цим опорним елементом.

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Східчата форма матриць.

Приклад 1.2.24

Звести до східчатої форми матрицю:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Алгоритм наступний. Працюємо зверху вниз, зліва направо. Спочатку помічаємо, що елемент першого рядка та першого стовпця матриці дорівнює 1, що є зручним для того, щоб у першому стовпці за допомогою елементарного перетворення "заміщення" (третє елементарне перетворення) утворити нулі в інших позиціях. Отже, першим кроком обираємо "опорний елемент" — той, який стане ведучим у східчатій формі матриці та утворюємо нулі під цим опорним елементом.

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Приклад 1.2.24

Звести до східчатої форми матрицю:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Алгоритм наступний. Працюємо зверху вниз, зліва направо. Спочатку помічаємо, що елемент першого рядка та першого стовпця матриці дорівнює 1, що є зручним для того, щоб у першому стовпці за допомогою елементарного перетворення "заміщення" (третє елементарне перетворення) утворити нулі в інших позиціях. Отже, першим кроком обираємо "опорний елемент" — той, який стане ведучим у східчатій формі матриці та утворюємо нулі під цим опорним елементом.

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Приклад 1.2.24

Звести до східчатої форми матрицю:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Алгоритм наступний. Працюємо зверху вниз, зліва направо. Спочатку помічаємо, що елемент першого рядка та першого стовпця матриці дорівнює 1, що є зручним для того, щоб у першому стовпці за допомогою елементарного перетворення "заміщення" (третє елементарне перетворення) утворити нулі в інших позиціях. Отже, першим кроком обираємо "опорний елемент" — той, який стане ведучим у східчатій формі матриці та утворюємо нулі під цим опорним елементом.

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від другого та третього рядків подвоєний перший рядок, а також додамо до четвертого рядка перший рядок. У результаті цих дій отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & 0 & 8 & 8 & -8 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер помічаємо, що, по-перше, усі елементи другого рядка діляться на 8, і, по-друге, в цьому рядку на другій позиції розташований 0, тоді як у третьому та четвертому рядках — відмінні від нуля елементи. Тому далі виконаємо ділення елементів другого рядка на 8 і поміняємо його місцем з третім рядком, ведучим елементом якого є -1.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & \boxed{\text{-}1} & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від другого та третього рядків подвоєний перший рядок, а також додамо до четвертого рядка перший рядок. У результаті цих дій отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & 0 & 8 & 8 & -8 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер помічаємо, що, по-перше, усі елементи другого рядка діляться на 8, і, по-друге, в цьому рядку на другій позиції розташований 0, тоді як у третьому та четвертому рядках — відмінні від нуля елементи. Тому далі виконаємо ділення елементів другого рядка на 8 і поміняємо його місцем з третім рядком, ведучим елементом якого є -1.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & \boxed{\text{-1}} & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від другого та третього рядків подвоєний перший рядок, а також додамо до четвертого рядка перший рядок. У результаті цих дій отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & 0 & 8 & 8 & -8 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер помічаємо, що, по-перше, усі елементи другого рядка діляться на 8, і, по-друге, в цьому рядку на другій позиції розташований 0, тоді як у третьому та четвертому рядках — відмінні від нуля елементи. Тому далі виконаємо ділення елементів другого рядка на 8 і поміняємо його місцем з третім рядком, ведучим елементом якого є -1.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & \boxed{\text{-}1} & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від другого та третього рядків подвоєний перший рядок, а також додамо до четвертого рядка перший рядок. У результаті цих дій отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & 0 & 8 & 8 & -8 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер помічаємо, що, по-перше, усі елементи другого рядка діляться на 8, і, по-друге, в цьому рядку на другій позиції розташований 0, тоді як у третьому та четвертому рядках — відмінні від нуля елементи. Тому далі виконаємо ділення елементів другого рядка на 8 і поміняємо його місцем з третім рядком, ведучим елементом якого є -1.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & \boxed{-1} & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від другого та третього рядків подвоєний перший рядок, а також додамо до четвертого рядка перший рядок. У результаті цих дій отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & 0 & 8 & 8 & -8 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер помічаємо, що, по-перше, усі елементи другого рядка діляться на 8, і, по-друге, в цьому рядку на другій позиції розташований 0, тоді як у третьому та четвертому рядках — відмінні від нуля елементи. Тому далі виконаємо ділення елементів другого рядка на 8 і поміняємо його місцем з третім рядком, ведучим елементом якого є -1.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & \boxed{-1} & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від другого та третього рядків подвоєний перший рядок, а також додамо до четвертого рядка перший рядок. У результаті цих дій отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & 0 & 8 & 8 & -8 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер помічаємо, що, по-перше, усі елементи другого рядка діляться на 8, і, по-друге, в цьому рядку на другій позиції розташований 0, тоді як у третьому та четвертому рядках — відмінні від нуля елементи. Тому далі виконаємо ділення елементів другого рядка на 8 і поміняємо його місцем з третім рядком, ведучим елементом якого є -1.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & \boxed{-1} & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від другого та третього рядків подвоєний перший рядок, а також додамо до четвертого рядка перший рядок. У результаті цих дій отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & 0 & 8 & 8 & -8 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер помічаємо, що, по-перше, усі елементи другого рядка діляться на 8, і, по-друге, в цьому рядку на другій позиції розташований 0, тоді як у третьому та четвертому рядках — відмінні від нуля елементи. Тому далі виконаємо ділення елементів другого рядка на 8 і поміняємо його місцем з третім рядком, ведучим елементом якого є -1.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & \boxed{\text{-1}} & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від другого та третього рядків подвоєний перший рядок, а також додамо до четвертого рядка перший рядок. У результаті цих дій отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & 0 & 8 & 8 & -8 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер помічаємо, що, по-перше, усі елементи другого рядка діляться на 8, і, по-друге, в цьому рядку на другій позиції розташований 0, тоді як у третьому та четвертому рядках — відмінні від нуля елементи. Тому далі виконаємо ділення елементів другого рядка на 8 і поміняємо його місцем з третім рядком, ведучим елементом якого є -1.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & \boxed{-1} & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від другого та третього рядків подвоєний перший рядок, а також додамо до четвертого рядка перший рядок. У результаті цих дій отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & 0 & 8 & 8 & -8 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер помічаємо, що, по-перше, усі елементи другого рядка діляться на 8, і, по-друге, в цьому рядку на другій позиції розташований 0, тоді як у третьому та четвертому рядках — відмінні від нуля елементи. Тому далі виконаємо ділення елементів другого рядка на 8 і поміняємо його місцем з третім рядком, ведучим елементом якого є -1.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & \boxed{\text{-1}} & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від другого та третього рядків подвоєний перший рядок, а також додамо до четвертого рядка перший рядок. У результаті цих дій отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & 0 & 8 & 8 & -8 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер помічаємо, що, по-перше, усі елементи другого рядка діляться на 8, і, по-друге, в цьому рядку на другій позиції розташований 0, тоді як у третьому та четвертому рядках — відмінні від нуля елементи. Тому далі виконаємо ділення елементів другого рядка на 8 і поміняємо його місцем з третім рядком, ведучим елементом якого є -1.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & \boxed{\text{-1}} & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від другого та третього рядків подвоєний перший рядок, а також додамо до четвертого рядка перший рядок. У результаті цих дій отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & 0 & 8 & 8 & -8 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер помічаємо, що, по-перше, усі елементи другого рядка діляться на 8, і, по-друге, в цьому рядку на другій позиції розташований 0, тоді як у третьому та четвертому рядках — відмінні від нуля елементи. Тому далі виконаємо ділення елементів другого рядка на 8 і поміняємо його місцем з третім рядком, ведучим елементом якого є -1.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & \boxed{-1} & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від другого та третього рядків подвоєний перший рядок, а також додамо до четвертого рядка перший рядок. У результаті цих дій отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & 0 & 8 & 8 & -8 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер помічаємо, що, по-перше, усі елементи другого рядка діляться на 8, і, по-друге, в цьому рядку на другій позиції розташований 0, тоді як у третьому та четвертому рядках — відмінні від нуля елементи. Тому далі виконаємо ділення елементів другого рядка на 8 і поміняємо його місцем з третім рядком, ведучим елементом якого є -1.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & \boxed{-1} & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від другого та третього рядків подвоєний перший рядок, а також додамо до четвертого рядка перший рядок. У результаті цих дій отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & 0 & 8 & 8 & -8 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер помічаємо, що, по-перше, усі елементи другого рядка діляться на 8, і, по-друге, в цьому рядку на другій позиції розташований 0, тоді як у третьому та четвертому рядках — відмінні від нуля елементи. Тому далі виконаємо ділення елементів другого рядка на 8 і поміняємо його місцем з третім рядком, ведучим елементом якого є -1.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & \boxed{\text{-1}} & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & \boxed{\text{-1}} & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер обираємо опорний елемент (-1 у другому рядку) і утворюємо нулі на всіх позиціях під ним. Додамо до четвертого рядка потроєний другий рядок:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

Переходимо до третього рядка. Опорний елемент дорівнює 1.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & \boxed{\text{-1}} & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер обираємо опорний елемент (-1 у другому рядку) і утворюємо нулі на всіх позиціях під ним. Додамо до четвертого рядка потроєний другий рядок:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

Переходимо до третього рядка. Опорний елемент дорівнює 1.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & \boxed{\text{-1}} & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер обираємо опорний елемент (-1 у другому рядку) і утворюємо нулі на всіх позиціях під ним. Додамо до четвертого рядка потроєний другий рядок:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

Переходимо до третього рядка. Опорний елемент дорівнює 1.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix}1 & 2 & -4 & -4 & 5\\ 0 & \boxed{-1} & 10 & 9 & -5\\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1\\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10\end{bmatrix}.$$

Тепер обираємо опорний елемент (-1 у другому рядку) і утворюємо нулі на всіх позиціях під ним. Додамо до четвертого рядка потроєний другий рядок:

$$\begin{bmatrix}1 & 2 & -4 & -4 & 5\\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5\\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1\\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5\end{bmatrix}.$$

Переходимо до третього рядка. Опорний елемент дорівнює 1.

$$\begin{bmatrix}1 & 2 & -4 & -4 & 5\\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5\\ 0 & 0 & \boxed{1} & 1 & -1\\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5\end{bmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & \boxed{\text{-1}} & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер обираємо опорний елемент (-1 у другому рядку) і утворюємо нулі на всіх позиціях під ним. Додамо до четвертого рядка потроєний другий рядок:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

Переходимо до третього рядка. Опорний елемент дорівнює 1.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & \boxed{\text{-1}} & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер обираємо опорний елемент (-1 у другому рядку) і утворюємо нулі на всіх позиціях під ним. Додамо до четвертого рядка потроєний другий рядок:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

Переходимо до третього рядка. Опорний елемент дорівнює 1.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & \boxed{\text{-1}} & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер обираємо опорний елемент (-1 у другому рядку) і утворюємо нулі на всіх позиціях під ним. Додамо до четвертого рядка потроєний другий рядок:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

Переходимо до третього рядка. Опорний елемент дорівнює 1.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & \boxed{\text{-1}} & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер обираємо опорний елемент (-1 у другому рядку) і утворюємо нулі на всіх позиціях під ним. Додамо до четвертого рядка потроєний другий рядок:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

Переходимо до третього рядка. Опорний елемент дорівнює 1.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & \boxed{\text{-1}} & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер обираємо опорний елемент (-1 у другому рядку) і утворюємо нулі на всіх позиціях під ним. Додамо до четвертого рядка потроєний другий рядок:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

Переходимо до третього рядка. Опорний елемент дорівнює 1.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від четвертого рядка третій рядок, помножений на 29, і остаточно отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 24 \end{bmatrix}.$$

Бачимо, що одержана матриця має східчату форму та вона рядково еквівалентна початковій матриці.

Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від четвертого рядка третій рядок, помножений на 29, і остаточно отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 24 \end{bmatrix}.$$

Бачимо, що одержана матриця має східчату форму та вона рядково еквівалентна початковій матриці.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від четвертого рядка третій рядок, помножений на 29, і остаточно отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 24 \end{bmatrix}.$$

Бачимо, що одержана матриця має східчату форму та вона рядково еквівалентна початковій матриці.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від четвертого рядка третій рядок, помножений на 29, і остаточно отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 24 \end{bmatrix}.$$

Бачимо, що одержана матриця має східчату форму та вона рядково еквівалентна початковій матриці.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від четвертого рядка третій рядок, помножений на 29, і остаточно отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 24 \end{bmatrix}.$$

Бачимо, що одержана матриця має східчату форму та вона рядково еквівалентна початковій матриці.

Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від четвертого рядка третій рядок, помножений на 29, і остаточно отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 24 \end{bmatrix}.$$

Бачимо, що одержана матриця має східчату форму та вона рядково еквівалентна початковій матриці.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від четвертого рядка третій рядок, помножений на 29, і остаточно отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 24 \end{bmatrix}.$$

Бачимо, що одержана матриця має східчату форму та вона рядково еквівалентна початковій матриці.

Метод Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь (метод послідовного виключення невідомих) полягає в наступному:

1) виписати розширену матрицю системи лінійних рівнянь;
2) за допомогою елементарних перетворень рядків матриці звести її до східчатої форми;
3) повернутись від одержаної матриць до системи та розв'язати її.

Зауважимо, що звести матрицю до східчатої форми можна різними способами. Відзначимо деякі поради того, як цього можна досягнути.

- Обрати крайній зліва стовпець, не всі елементи якого дорівнюють нулю. Створити ведучий елемент першого рядка (він повинен бути ненульовим, але бажано, якщо ведучий елемент дорівнює 1) використовуючи елементарне перетворення "переставлення рядків".
- Використовуючи цей ведучий елемент, створити в стовпці під ним нуль. Цього завжди можна досягти, додаючи до кожного рядка перший рядок, помножений на відповідний коефіцієнт.
- Повторити описані вище дії для підматриці, яка отримується з даної матриці після "викреслення" першого рядка та першого (ненульового) стовпця.

Метод Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь (метод послідовного виключення невідомих) полягає в наступному:

1) виписати розширену матрицю системи лінійних рівнянь;
2) за допомогою елементарних перетворень рядків матриці звести її до східчатої форми;
3) повернутись від одержаної матриць до системи та розв'язати її.

Зауважимо, що звести матрицю до східчатої форми можна різними способами. Відзначимо деякі поради того, як цього можна досягнути.

- Обрати крайній зліва стовпець, не всі елементи якого дорівнюють нулю. Створити ведучий елемент першого рядка (він повинен бути ненульовим, але бажано, якщо ведучий елемент дорівнює 1), використовуючи елементарне перетворення "перестановка рядків".
- Використовуючи цей ведучий елемент, створити в стовпці під ним нуль. Цього завжди можна досягти, додаючи до кожного рядка перший рядок, помножений на відповідний коефіцієнт.
- Повторити описані вище дії для підматриці, яка отримується з даної матриці після "викреслення" першого рядка та першого (ненульового) стовпця.

Метод Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь (метод послідовного виключення невідомих) полягає в наступному:

1) виписати розширену матрицю системи лінійних рівнянь;
2) за допомогою елементарних перетворень рядків матриці звести її до східчатої форми;
3) повернутись від одержаної матриць до системи та розв'язати її.

Зауважимо, що звести матрицю до східчатої форми можна різними способами. Відзначимо деякі поради того, як цього можна досягнути.

- Обрати крайній зліва стовпець, не всі елементи якого дорівнюють нулю. Створити ведучий елемент першого рядка (він повинен бути ненульовим, але бажано, якщо ведучий елемент дорівнює 1), використовуючи елементарне перетворення "перестановка рядків".
- Використовуючи цей ведучий елемент, створити в стовпці під ним нуль. Цього завжди можна досягти, додаючи до кожного рядка перший рядок, помножений на відповідний коефіцієнт.
- Повторити описані вище дії для підматриці, яка отримується з даної матриці після "викреслення" першого рядка та першого (ненульового) стовпця.

Метод Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь (метод послідовного виключення невідомих) полягає в наступному:

1) виписати розширену матрицю системи лінійних рівнянь;
2) за допомогою елементарних перетворень рядків матриці звести її до східчатої форми;
3) повернутись від одержаної матриць до системи та розв'язати її.

Зауважимо, що звести матрицю до східчатої форми можна різними способами. Відзначимо деякі поради того, як цього можна досягнути.

- Обрати крайній зліва стовпець, не всі елементи якого дорівнюють нулю. Створити ведучий елемент першого рядка (він повинен бути ненульовим, але бажано, якщо ведучий елемент дорівнює 1) використовуючи елементарне перетворення "переставлення рядків".
- Використовуючи цей ведучий елемент, створити в стовпці під ним нуль. Цього завжди можна досягти, додаючи до кожного рядка перший рядок, помножений на відповідний коефіцієнт.
- Повторити описані вище дії для підматриці, яка отримується з даної матриці після "викреслення" першого рядка та першого (ненульового) стовпця.

Метод Гаусса

Метод Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь (метод послідовного виключення невідомих) полягає в наступному:

1) виписати розширену матрицю системи лінійних рівнянь;
2) за допомогою елементарних перетворень рядків матриці звести її до східчатої форми;
3) повернутись від одержаної матриць до системи та розв'язати її.

Зауважимо, що звести матрицю до східчатої форми можна різними способами. Відзначимо деякі поради того, як цього можна досягнути.

- Обрати крайній зліва стовпець, не всі елементи якого дорівнюють нулю. Створити ведучий елемент першого рядка (він повинен бути ненульовим, але бажано, якщо ведучий елемент дорівнює 1) використовуючи елементарне перетворення "переставляння рядків".
- Використовуючи цей ведучий елемент, створити в стовпці під ним нуль. Цього завжди можна досягти, додаючи до кожного рядка перший рядок, помножений на відповідний коефіцієнт.
- Повторити описані вище дії для підматриці, яка отримується з даної матриці після "викреслення" першого рядка та першого (ненульового) стовпця.

Метод Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь (метод послідовного виключення невідомих) полягає в наступному:

1) виписати розширену матрицю системи лінійних рівнянь;
2) за допомогою елементарних перетворень рядків матриці звести її до східчатої форми;
3) повернутись від одержаної матриць до системи та розв'язати її.

Зауважимо, що звести матрицю до східчатої форми можна різними способами. Відзначимо деякі поради того, як цього можна досягнути.

- Обрати крайній зліва стовпець, не всі елементи якого дорівнюють нулю. Створити ведучий елемент першого рядка (він повинен бути ненульовим, але бажано, щоб ведучий елемент дорівнював 1) використовуючи елементарні перетворення (перестановка рядків).
- Використовуючи цей ведучий елемент, створити в стовпці під ним нуль. Цього завжди можна досягти, додаючи до кожного рядка перший рядок, помножений на відповідний коефіцієнт.
- Повторити описані вище дії для підматриці, яка отримується з даної матриці після "викреслення" першого рядка та першого (ненульового) стовпця.

Метод Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь (метод послідовного виключення невідомих) полягає в наступному:

1) виписати розширену матрицю системи лінійних рівнянь;
2) за допомогою елементарних перетворень рядків матриці звести її до східчатої форми;
3) повернутись від одержаної матриць до системи та розв'язати її.

Зауважимо, що звести матрицю до східчатої форми можна різними способами. Відзначимо деякі поради того, як цього можна досягнути.

- Обрати крайній зліва стовпець, не всі елементи якого дорівнюють нулю. Створити ведучий елемент першого рядка (він повинен бути ненульовим, але бажано, якщо ведучий елемент дорівнює 1) використовуючи елементарне перетворення "перестановка рядків".
- Використовуючи цей ведучий елемент, створити в стовпці під ним нуль. Цього завжди можна досягти, додаючи до кожного рядка перший рядок, помножений на відповідний коефіцієнт.
- Повторити описані вище дії для підматриці, яка отримується з даної матриці після "викреслення" першого рядка та першого (ненульового) стовпця.

Метод Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь (метод послідовного виключення невідомих) полягає в наступному:

1) виписати розширену матрицю системи лінійних рівнянь;
2) за допомогою елементарних перетворень рядків матриці звести її до східчатої форми;
3) повернутись від одержаної матриць до системи та розв'язати її.

Зауважимо, що звести матрицю до східчатої форми можна різними способами. Відзначимо деякі поради того, як цього можна досягнути.

- Обрати крайній зліва стовпець, не всі елементи якого дорівнюють нулю. Створити ведучий елемент першого рядка (він повинен бути ненульовим, але бажано, якщо ведучий елемент дорівнює 1) використовуючи елементарне перетворення "перестановка рядків".
- Використовуючи цей ведучий елемент, створити в стовпці під ним нуль. Цього завжди можна досягти, додаючи до кожного рядка перший рядок, помножений на відповідний коефіцієнт.
- Повторити описані вище дії для підматриці, яка отримується з даної матриці після "викреслення" першого рядка та першого (ненульового) стовпця.

Метод Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь (метод послідовного виключення невідомих) полягає в наступному:

1) виписати розширену матрицю системи лінійних рівнянь;
2) за допомогою елементарних перетворень рядків матриці звести її до східчатої форми;
3) повернутись від одержаної матриць до системи та розв'язати її.

Зауважимо, що звести матрицю до східчатої форми можна різними способами. Відзначимо деякі поради того, як цього можна досягнути.

- Обрати крайній зліва стовпець, не всі елементи якого дорівнюють нулю. Створити ведучий елемент першого рядка (він повинен бути ненульовим, але бажано, якщо ведучий елемент дорівнює 1) використовуючи елементарне перетворення "перестановки рядків".
- Використовуючи цей ведучий елемент, створити в стовпці під ним нуль. Цього завжди можна досягти, додаючи до кожного рядка перший рядок, помножений на відповідний коефіцієнт.
- Повторити описані вище дії для підматриці, яка отримується з даної матриці після "викреслення" першого рядка та першого (ненульового) стовпця.

Метод Гаусса

Метод Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь (метод послідовного виключення невідомих) полягає в наступному:

1) виписати розширену матрицю системи лінійних рівнянь;
2) за допомогою елементарних перетворень рядків матриці звести її до східчатої форми;
3) повернутись від одержаної матриць до системи та розв'язати її.

Зауважимо, що звести матрицю до східчатої форми можна різними способами. Відзначимо деякі поради того, як цього можна досягнути.

- Обрати крайній зліва стовпець, не всі елементи якого дорівнюють нулю. Створити ведучий елемент першого рядка (він повинен бути ненульовим, але бажано, якщо ведучий елемент дорівнює 1), використовуючи елементарне перетворення "перестановка рядків".
- Використовуючи цей ведучий елемент, створити в стовпці під ним нуль. Цього завжди можна досягти, додаючи до кожного рядка перший рядок, помножений на відповідний коефіцієнт.
- Повторити описані вище дії для підматриці, яка отримується з даної матриці після "викреслення" першого рядка та першого (ненульового) стовпця.

Метод Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь (метод послідовного виключення невідомих) полягає в наступному:

1) виписати розширену матрицю системи лінійних рівнянь;
2) за допомогою елементарних перетворень рядків матриці звести її до східчатої форми;
3) повернутись від одержаної матриць до системи та розв'язати її.

Зауважимо, що звести матрицю до східчатої форми можна різними способами. Відзначимо деякі поради того, як цього можна досягнути.

- Обрати крайній зліва стовпець, не всі елементи якого дорівнюють нулю. Створити ведучий елемент першого рядка (він повинен бути ненульовим, але бажано, якщо ведучий елемент дорівнює 1), використовуючи елементарне перетворення "перестановка рядків".
- Використовуючи цей ведучий елемент, створити в стовпці під ним нуль. Цього завжди можна досягти, додаючи до кожного рядка перший рядок, помножений на відповідний коефіцієнт.
- Повторити описані вище дії для підматриці, яка отримується з даної матриці після "викреслення" першого рядка та першого (ненульового) стовпця.

Метод Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь (метод послідовного виключення невідомих) полягає в наступному:

1) виписати розширену матрицю системи лінійних рівнянь;
2) за допомогою елементарних перетворень рядків матриці звести її до східчатої форми;
3) повернутись від одержаної матриць до системи та розв'язати її.

Зауважимо, що звести матрицю до східчатої форми можна різними способами. Відзначимо деякі поради того, як цього можна досягнути.

- Обрати крайній зліва стовпець, не всі елементи якого дорівнюють нулю. Створити ведучий елемент першого рядка (він повинен бути ненульовим, але бажано, якщо ведучий елемент дорівнює 1), використовуючи елементарне перетворення "перестановка рядків".
- Використовуючи цей ведучий елемент, створити в стовпці під ним нуль. Цього завжди можна досягти, додаючи до кожного рядка перший рядок, помножений на відповідний коефіцієнт.
- Повторити описані вище дії для підматриці, яка отримується з даної матриці після "викреслення" першого рядка та першого (ненульового) стовпця.

Метод Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь (метод послідовного виключення невідомих) полягає в наступному:

1) виписати розширену матрицю системи лінійних рівнянь;
2) за допомогою елементарних перетворень рядків матриці звести її до східчатої форми;
3) повернутись від одержаної матриць до системи та розв'язати її.

Зауважимо, що звести матрицю до східчатої форми можна різними способами. Відзначимо деякі поради того, як цього можна досягнути.

- Обрати крайній зліва стовпець, не всі елементи якого дорівнюють нулю. Створити ведучий елемент першого рядка (він повинен бути ненульовим, але бажано, якщо ведучий елемент дорівнює 1), використовуючи елементарне перетворення "перестановка рядків".
- Використовуючи цей ведучий елемент, створити в стовпці під ним нуль. Цього завжди можна досягти, додаючи до кожного рядка перший рядок, помножений на відповідний коефіцієнт.
- Повторити описані вище дії для підматриці, яка отримується з даної матриці після "викреслення" першого рядка та першого (ненульового) стовпця.

Метод Гаусса

Метод Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь (метод послідовного виключення невідомих) полягає в наступному:

1) виписати розширену матрицю системи лінійних рівнянь;
2) за допомогою елементарних перетворень рядків матриці звести її до східчатої форми;
3) повернутись від одержаної матриць до системи та розв'язати її.

Зауважимо, що звести матрицю до східчатої форми можна різними способами. Відзначимо деякі поради того, як цього можна досягнути.

- Обрати крайній зліва стовпець, не всі елементи якого дорівнюють нулю. Створити ведучий елемент першого рядка (він повинен бути ненульовим, але бажано, якщо ведучий елемент дорівнює 1), використовуючи елементарне перетворення "перестановка рядків".
- Використовуючи цей ведучий елемент, створити в стовпці під ним нуль. Цього завжди можна досягти, додаючи до кожного рядка перший рядок, помножений на відповідний коефіцієнт.
- Повторити описані вище дії для підматриці, яка отримується з даної матриці після "викреслення" першого рядка та першого (ненульового) стовпця.

Метод Гаусса

Метод Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь (метод послідовного виключення невідомих) полягає в наступному:

1) виписати розширену матрицю системи лінійних рівнянь;
2) за допомогою елементарних перетворень рядків матриці звести її до східчатої форми;
3) повернутись від одержаної матриць до системи та розв'язати її.

Зауважимо, що звести матрицю до східчатої форми можна різними способами. Відзначимо деякі поради того, як цього можна досягнути.

- Обрати крайній зліва стовпець, не всі елементи якого дорівнюють нулю. Створити ведучий елемент першого рядка (він повинен бути ненульовим, але бажано, якщо ведучий елемент дорівнює 1), використовуючи елементарне перетворення "перестановка рядків".
- Використовуючи цей ведучий елемент, створити в стовпці під ним нуль. Цього завжди можна досягти, додаючи до кожного рядка перший рядок, помножений на відповідний коефіцієнт.
- Повторити описані вище дії для підматриці, яка отримується з даної матриці після "викреслення" першого рядка та першого (ненульового) стовпця.

Приклад 1.2.25

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} \qquad 2x_2 + 3x_3 = 8, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = -5. \end{cases}$$

Розв'язок. Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 2 & 3 & 8 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & -2 & -5 \end{array}\right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Перший ненульовий стовпець — крайній зліва. Переставивши місцями перший і третій рядки матриць, ми досягнемо того, що ведучий елемент першого рядка буде дорівнювати 1, що є зручним для подальших обчислень:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Приклад 1.2.25

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x_2 + 3x_3 = 8, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = -5. \end{cases}$$

Розв'язок. Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 2 & 3 & 8 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & -2 & -5 \end{array}\right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Перший ненульовий стовпець — крайній зліва. Переставивши місцями перший і третій рядки матриць, ми досягнемо того, що ведучий елемент першого рядка буде дорівнювати 1, що є зручним для подальших обчислень:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Приклад 1.2.25

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x_2 + 3x_3 = 8, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = -5. \end{cases}$$

Розв'язок. Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 2 & 3 & 8 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & -2 & -5 \end{array}\right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Перший ненульовий стовпець — крайній зліва. Переставивши місцями перший і третій рядки матриць, ми досягнемо того, що ведучий елемент першого рядка буде дорівнювати 1, що є зручним для подальших обчислень:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Приклад 1.2.25

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x_2 + 3x_3 = 8, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = -5. \end{cases}$$

Розв'язок. Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 2 & 3 & 8 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & -2 & -5 \end{array}\right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Перший ненульовий стовпець — крайній зліва. Переставивши місцями перший і третій рядки матриць, ми досягнемо того, що ведучий елемент першого рядка буде дорівнювати 1, що є зручним для подальших обчислень:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Приклад 1.2.25

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x_2 + 3x_3 = 8, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = -5. \end{cases}$$

Розв'язок. Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 2 & 3 & 8 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & -2 & -5 \end{array}\right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Перший ненульовий стовпець — крайній зліва. Переставивши місцями перший і третій рядки матриць, ми досягнемо того, що ведучий елемент першого рядка буде дорівнювати 1, що є зручним для подальших обчислень:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Приклад 1.2.25

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x_2 + 3x_3 = 8, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = -5. \end{cases}$$

Розв'язок. Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 2 & 3 & 8 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & -2 & -5 \end{array}\right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Перший ненульовий стовпець — крайній зліва. Переставивши місцями перший і третій рядки матриць, ми досягнемо того, що ведучий елемент першого рядка буде дорівнювати 1, що є зручним для подальших обчислень:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Приклад 1.2.25

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} \qquad 2x_2 + 3x_3 = 8, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5, \\ \ x_1 - x_2 - 2x_3 = -5. \end{cases}$$

Розв'язок. Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 2 & 3 & 8 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & -2 & -5 \end{array}\right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Перший ненульовий стовпець — крайній зліва. Переставивши місцями перший і третій рядки матриць, ми досягнемо того, що ведучий елемент першого рядка буде дорівнювати 1, що є зручним для подальших обчислень:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Приклад 1.2.25

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} \phantom{2x_1 + {}} 2x_2 + 3x_3 = 8, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = -5. \end{cases}$$

Розв'язок. Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 2 & 3 & 8 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & -2 & -5 \end{array}\right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Перший ненульовий стовпець — крайній зліва. Переставивши місцями перший і третій рядки матриць, ми досягнемо того, що ведучий елемент першого рядка буде дорівнювати 1, що є зручним для подальших обчислень:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Приклад 1.2.25

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} \quad\; 2x_2 + 3x_3 = 8, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = -5. \end{cases}$$

Розв'язок. Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 2 & 3 & 8 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & -2 & -5 \end{array}\right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Перший ненульовий стовпець — крайній зліва. Переставивши місцями перший і третій рядки матриць, ми досягнемо того, що ведучий елемент першого рядка буде дорівнювати 1, що є зручним для подальших обчислень:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Приклад 1.2.25

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} \quad\quad 2x_2 + 3x_3 = 8, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = -5. \end{cases}$$

Розв'язок. Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 2 & 3 & 8 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & -2 & -5 \end{array}\right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Перший ненульовий стовпець — крайній зліва. Переставивши місцями перший і третій рядки матриць, ми досягнемо того, що ведучий елемент першого рядка буде дорівнювати 1, що є зручним для подальших обчислень:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Приклад 1.2.25

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} \phantom{2x_1 + {}} 2x_2 + 3x_3 = 8, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = -5. \end{cases}$$

Розв'язок. Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 2 & 3 & 8 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & -2 & -5 \end{array}\right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Перший ненульовий стовпець — крайній зліва. Переставивши місцями перший і третій рядки матриць, ми досягнемо того, що ведучий елемент першого рядка буде дорівнювати 1, що є зручним для подальших обчислень:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Приклад 1.2.25

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x_2 + 3x_3 = 8, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = -5. \end{cases}$$

Розв'язок. Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 2 & 3 & 8 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & -2 & -5 \end{array}\right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Перший ненульовий стовпець — крайній зліва. Переставивши місцями перший і третій рядки матриць, ми досягнемо того, що ведучий елемент першого рядка буде дорівнювати 1, що є зручним для подальших обчислень:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Далі утворюємо нулі під ведучим елементом. Для цього до другого рядка додаємо перший, помножений на -2. У результаті цього отримуємо:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 5 & 5 & 15 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Тепер "забуваємо" про перший рядок і повторюємо описані дії для одержаної підматриці. Елементи другого рядка помножимо на $\frac{1}{5}$:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Утворимо нуль на другій позиції третього рядка (додаємо до третього рядка другий, помножений на -2):

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right].$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Далі утворюємо нулі під ведучим елементом. Для цього до другого рядка додаємо перший, помножений на -2. У результаті цього отримуємо:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 5 & 5 & 15 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Тепер "забуваємо" про перший рядок і повторюємо описані дії для одержаної підматриці. Елементи другого рядка помножимо на $\frac{1}{5}$:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Утворимо нуль на другій позиції третього рядка (додаємо до третього рядка другий, помножений на -2):

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right].$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Далі утворюємо нулі під ведучим елементом. Для цього до другого рядка додаємо перший, помножений на -2. У результаті цього отримуємо:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 5 & 5 & 15 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Тепер "забуваємо" про перший рядок і повторюємо описані дії для одержаної підматриці. Елементи другого рядка помножимо на $\frac{1}{5}$:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Утворимо нуль на другій позиції третього рядка (додаємо до третього рядка другий, помножений на -2):

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right].$$

Метод Гаусса

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Далі утворюємо нулі під ведучим елементом. Для цього до другого рядка додаємо перший, помножений на -2. У результаті цього отримуємо:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 5 & 5 & 15 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Тепер "забуваємо" про перший рядок і повторюємо описані дії для одержаної підматриці. Елементи другого рядка помножимо на $\frac{1}{5}$:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Утворимо нуль на другій позиції третього рядка (додаємо до третього рядка другий, помножений на -2):

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right].$$

Метод Гаусса

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Далі утворюємо нулі під ведучим елементом. Для цього до другого рядка додаємо перший, помножений на -2. У результаті цього отримуємо:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 5 & 5 & 15 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Тепер "забуваємо" про перший рядок і повторюємо описані дії для одержаної підматриці. Елементи другого рядка помножимо на $\frac{1}{5}$:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Утворимо нуль на другій позиції третього рядка (додаємо до третього рядка другий, помножений на -2):

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right].$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Далі утворюємо нулі під ведучим елементом. Для цього до другого рядка додаємо перший, помножений на -2. У результаті цього отримуємо:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 5 & 5 & 15 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Тепер "забуваємо" про перший рядок і повторюємо описані дії для одержаної підматриці. Елементи другого рядка помножимо на $\frac{1}{5}$:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Утворимо нуль на другій позиції третього рядка (додаємо до третього рядка другий, помножений на -2):

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right].$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Далі утворюємо нулі під ведучим елементом. Для цього до другого рядка додаємо перший, помножений на -2. У результаті цього отримуємо:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 5 & 5 & 15 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Тепер "забуваємо" про перший рядок і повторюємо описані дії для одержаної підматриці. Елементи другого рядка помножимо на $\frac{1}{5}$:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Утворимо нуль на другій позиції третього рядка (додаємо до третього рядка другий, помножений на -2):

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right].$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Далі утворюємо нулі під ведучим елементом. Для цього до другого рядка додаємо перший, помножений на -2. У результаті цього отримуємо:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 5 & 5 & 15 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Тепер "забуваємо" про перший рядок і повторюємо описані дії для одержаної підматриці. Елементи другого рядка помножимо на $\frac{1}{5}$:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Утворимо нуль на другій позиції третього рядка (додаємо до третього рядка другий, помножений на -2):

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right].$$

Метод Гаусса

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Далі утворюємо нулі під ведучим елементом. Для цього до другого рядка додаємо перший, помножений на -2. У результаті цього отримуємо:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 5 & 5 & 15 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Тепер "забуваємо" про перший рядок і повторюємо описані дії для одержаної підматриці. Елементи другого рядка помножимо на $\frac{1}{5}$:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Утворимо нуль на другій позиції третього рядка (додаємо до третього рядка другий, помножений на -2):

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right].$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Далі утворюємо нулі під ведучим елементом. Для цього до другого рядка додаємо перший, помножений на -2. У результаті цього отримуємо:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 5 & 5 & 15 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Тепер "забуваємо" про перший рядок і повторюємо описані дії для одержаної підматриці. Елементи другого рядка помножимо на $\frac{1}{5}$:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array}\right].$$

Утворимо нуль на другій позиції третього рядка (додаємо до третього рядка другий, помножений на -2):

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right].$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right].$$

Отримали матрицю у східчатій формі. Тепер повертаємось до системи

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 = -5, \\ x_2 + x_3 = 3, \\ x_3 = 2, \end{cases}$$

і розв'язуємо її "знизу вгору":

$$x_3 = 2,$$
$$x_2 = 3 - x_3 = 3 - 2 = 1,$$
$$x_1 = -5 + x_2 + 2x_3 = -5 + 1 + 2 \cdot 2 = 0.$$

Відповідь. $\{(0, 1, 2)\}$.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right].$$

Отримали матрицю у східчатій формі. Тепер повертаємось до системи

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 = -5, \\ x_2 + x_3 = 3, \\ x_3 = 2, \end{cases}$$

і розв'язуємо її "знизу вгору":

$$\begin{aligned} & x_3 = 2, \\ & x_2 = 3 - x_3 = 3 - 2 = 1, \\ & x_1 = -5 + x_2 + 2x_3 = -5 + 1 + 2 \cdot 2 = 0. \end{aligned}$$

Відповідь. $\{(0, 1, 2)\}$.

Метод Гаусса

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right].$$

Отримали матрицю у східчатій формі. Тепер повертаємось до системи

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 = -5, \\ x_2 + x_3 = 3, \\ x_3 = 2, \end{cases}$$

і розв'язуємо її "знизу вгору":

$$\begin{aligned} &x_3 = 2, \\ &x_2 = 3 - x_3 = 3 - 2 = 1, \\ &x_1 = -5 + x_2 + 2x_3 = -5 + 1 + 2 \cdot 2 = 0. \end{aligned}$$

Відповідь. $\{(0, 1, 2)\}$.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right].$$

Отримали матрицю у східчатій формі. Тепер повертаємось до системи

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 = -5, \\ x_2 + x_3 = 3, \\ x_3 = 2, \end{cases}$$

і розв'язуємо її "знизу вгору":

$$\begin{aligned} &x_3 = 2, \\ &x_2 = 3 - x_3 = 3 - 2 = 1, \\ &x_1 = -5 + x_2 + 2x_3 = -5 + 1 + 2 \cdot 2 = 0. \end{aligned}$$

Відповідь. $\{(0, 1, 2)\}$.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right].$$

Отримали матрицю у східчатій формі. Тепер повертаємось до системи

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 = -5, \\ \qquad\quad x_2 + x_3 = 3, \\ \qquad\qquad\quad x_3 = 2, \end{cases}$$

і розв'язуємо її "знизу вгору":

$$x_3 = 2,$$
$$x_2 = 3 - x_3 = 3 - 2 = 1,$$
$$x_1 = -5 + x_2 + 2x_3 = -5 + 1 + 2 \cdot 2 = 0.$$

Відповідь. $\{(0, 1, 2)\}$.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right].$$

Отримали матрицю у східчатій формі. Тепер повертаємось до системи

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 = -5, \\ x_2 + x_3 = 3, \\ x_3 = 2, \end{cases}$$

і розв'язуємо її "знизу вгору":

$$\begin{aligned} x_3 &= 2, \\ x_2 &= 3 - x_3 = 3 - 2 = 1, \\ x_1 &= -5 + x_2 + 2x_3 = -5 + 1 + 2 \cdot 2 = 0. \end{aligned}$$

Відповідь. $\{(0, 1, 2)\}$.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right].$$

Отримали матрицю у східчатій формі. Тепер повертаємось до системи

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 = -5, \\ x_2 + x_3 = 3, \\ x_3 = 2, \end{cases}$$

і розв'язуємо її "знизу вгору":

$$x_3 = 2,$$
$$x_2 = 3 - x_3 = 3 - 2 = 1,$$
$$x_1 = -5 + x_2 + 2x_3 = -5 + 1 + 2 \cdot 2 = 0.$$

Відповідь. $\{(0, 1, 2)\}$.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right].$$

Отримали матрицю у східчатій формі. Тепер повертаємось до системи

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 = -5, \\ x_2 + x_3 = 3, \\ x_3 = 2, \end{cases}$$

і розв'язуємо її "знизу вгору":

$$\begin{aligned} x_3 &= 2, \\ x_2 &= 3 - x_3 = 3 - 2 = 1, \\ x_1 &= -5 + x_2 + 2x_3 = -5 + 1 + 2 \cdot 2 = 0. \end{aligned}$$

Відповідь. $\{(0, 1, 2)\}$.

Приклад 1.2.26

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

Розв'язок. Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 2 & -2 & -1 & 3 & 3 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & -3 \end{array}\right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Для цього додамо до другого рядка перший рядок, помножений на -2, а також додамо до третього рядка перший рядок. У результаті цього отримуємо таку матрицю:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array}\right].$$

Приклад 1.2.26

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x_1 \;\; - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + \;\; x_2 - x_3 \qquad\quad = -3. \end{cases}$$

Розв'язок. Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 2 & -2 & -1 & 3 & 3 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & -3 \end{array}\right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Для цього додамо до другого рядка перший рядок, помножений на -2, а також додамо до третього рядка перший рядок. У результаті цього отримуємо таку матрицю:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array}\right].$$

Приклад 1.2.26

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x_1 \;\; - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + \;\; x_2 - x_3 \qquad\quad = -3. \end{cases}$$

Розв'язок. Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 2 & -2 & -1 & 3 & 3 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & -3 \end{array}\right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Для цього додамо до другого рядка перший рядок, помножений на -2, а також додамо до третього рядка перший рядок. У результаті цього отримуємо таку матрицю:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array}\right].$$

Приклад 1.2.26

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

Розв'язок. Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 2 & -2 & -1 & 3 & 3 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & -3 \end{array}\right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Для цього додамо до другого рядка перший рядок, помножений на -2, а також додамо до третього рядка перший рядок. У результаті цього отримуємо таку матрицю:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array}\right].$$

Приклад 1.2.26

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

Розв'язок. Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 2 & -2 & -1 & 3 & 3 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & -3 \end{array}\right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Для цього додамо до другого рядка перший рядок, помножений на -2, а також додамо до третього рядка перший рядок. У результаті цього отримуємо таку матрицю:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array}\right].$$

Приклад 1.2.26

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

Розв'язок. Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 2 & -2 & -1 & 3 & 3 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & -3 \end{array}\right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Для цього додамо до другого рядка перший рядок, помножений на -2, а також додамо до третього рядка перший рядок. У результаті цього отримуємо таку матрицю:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array}\right].$$

Приклад 1.2.26

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x_1 \;\; - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + \;\; x_2 - x_3 \qquad\quad = -3. \end{cases}$$

Розв'язок. Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 2 & -2 & -1 & 3 & 3 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & -3 \end{array}\right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Для цього додамо до другого рядка перший рядок, помножений на -2, а також додамо до третього рядка перший рядок. У результаті цього отримуємо таку матрицю:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array}\right].$$

Приклад 1.2.26

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

Розв'язок. Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 2 & -2 & -1 & 3 & 3 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & -3 \end{array}\right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Для цього додамо до другого рядка перший рядок, помножений на -2, а також додамо до третього рядка перший рядок. У результаті цього отримуємо таку матрицю:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array}\right].$$

Приклад 1.2.26

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

Розв'язок. Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 2 & -2 & -1 & 3 & 3 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & -3 \end{array}\right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Для цього додамо до другого рядка перший рядок, помножений на -2, а також додамо до третього рядка перший рядок. У результаті цього отримуємо таку матрицю:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array}\right].$$

Приклад 1.2.26

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

Розв'язок. Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 2 & -2 & -1 & 3 & 3 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & -3 \end{array}\right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Для цього додамо до другого рядка перший рядок, помножений на -2, а також додамо до третього рядка перший рядок. У результаті цього отримуємо таку матрицю:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array}\right].$$

Приклад 1.2.26

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

Розв'язок. Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 2 & -2 & -1 & 3 & 3 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & -3 \end{array}\right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Для цього додамо до другого рядка перший рядок, помножений на -2, а також додамо до третього рядка перший рядок. У результаті цього отримуємо таку матрицю:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array}\right].$$

Метод Гаусса

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array}\right].$$

Тепер додамо до третього рядка другий рядок, помножений на 2:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

Система, що відповідає останній матриці, має вигляд

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ \qquad\qquad x_3 \; - x_4 = 1. \end{cases}$$

Ця система лінійних рівнянь має безліч розв'язків. Існує декілька способів введення параметрів для опису загального розв'язку цієї системи. Ми будемо використовувати такий: вираження змінних, які відповідають ведучим елементам рядків східчатої форми матриць (ці змінні називаються *основними*) через інші змінні (вони називаються *вільними*). У нашому прикладі основними є змінні x_1 і x_3, а вільними — x_2 і x_4.

Метод Гаусса

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array}\right].$$

Тепер додамо до третього рядка другий рядок, помножений на 2:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

Система, що відповідає останній матриці, має вигляд

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ \qquad\qquad x_3 \; - x_4 = 1. \end{cases}$$

Ця система лінійних рівнянь має безліч розв'язків. Існує декілька способів введення параметрів для опису загального розв'язку цієї системи. Ми будемо використовувати такий: вираження змінних, які відповідають ведучим елементам рядків східчатої форми матриць (ці змінні називаються *основними*) через інші змінні (вони називаються *вільними*). У нашому прикладі основними є змінні x_1 і x_3, а вільними — x_2 і x_4.

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array}\right].$$

Тепер додамо до третього рядка другий рядок, помножений на 2:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

Система, що відповідає останній матриці, має вигляд

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ \qquad\qquad x_3 \; - x_4 = 1. \end{cases}$$

Ця система лінійних рівнянь має безліч розв'язків. Існує декілька способів введення параметрів для опису загального розв'язку цієї системи. Ми будемо використовувати такий: вираження змінних, які відповідають ведучим елементам рядків східчатої форми матриць (ці змінні називаються *основними*) через інші змінні (вони називаються *вільними*). У нашому прикладі основними є змінні x_1 і x_3, а вільними — x_2 і x_4.

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array}\right].$$

Тепер додамо до третього рядка другий рядок, помножений на 2:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

Система, що відповідає останній матриці, має вигляд

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ \qquad\qquad\ \ x_3 \ \ - x_4 = 1. \end{cases}$$

Ця система лінійних рівнянь має безліч розв'язків. Існує декілька способів введення параметрів для опису загального розв'язку цієї системи. Ми будемо використовувати такий: вираження змінних, які відповідають ведучим елементам рядків східчатої форми матриць (ці змінні називаються *основними*) через інші змінні (вони називаються *вільними*). У нашому прикладі основними є змінні x_1 і x_3, а вільними — x_2 і x_4.

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array}\right].$$

Тепер додамо до третього рядка другий рядок, помножений на 2:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

Система, що відповідає останній матриці, має вигляд

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ \qquad\qquad x_3 \; - x_4 = 1. \end{cases}$$

Ця система лінійних рівнянь має безліч розв'язків. Існує декілька способів введення параметрів для опису загального розв'язку цієї системи. Ми будемо використовувати такий: вираження змінних, які відповідають ведучим елементам рядків східчатої форми матриць (ці змінні називаються *основними*) через інші змінні (вони називаються *вільними*). У нашому прикладі основними є змінні x_1 і x_3, а вільними — x_2 і x_4.

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array}\right].$$

Тепер додамо до третього рядка другий рядок, помножений на 2:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

Система, що відповідає останній матриці, має вигляд

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ \qquad\qquad x_3 \;\; - x_4 = 1. \end{cases}$$

Ця система лінійних рівнянь має безліч розв'язків. Існує декілька способів введення параметрів для опису загального розв'язку цієї системи. Ми будемо використовувати такий: вираження змінних, які відповідають ведучим елементам рядків східчатої форми матриць (ці змінні називаються *основними*) через інші змінні (вони називаються *вільними*). У нашому прикладі основними є змінні x_1 і x_3, а вільними — x_2 і x_4.

Метод Гаусса

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array}\right].$$

Тепер додамо до третього рядка другий рядок, помножений на 2:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

Система, що відповідає останній матриці, має вигляд

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ \qquad\qquad\;\; x_3 \;\; - x_4 = 1. \end{cases}$$

Ця система лінійних рівнянь має безліч розв'язків. Існує декілька способів введення параметрів для опису загального розв'язку цієї системи. Ми будемо використовувати такий: вираження змінних, які відповідають ведучим елементам рядків східчатої форми матриць (ці змінні називаються *основними*) через інші змінні (вони називаються *вільними*). У нашому прикладі основними є змінні x_1 і x_3, а вільними — x_2 і x_4.

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array}\right].$$

Тепер додамо до третього рядка другий рядок, помножений на 2:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

Система, що відповідає останній матриці, має вигляд

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ \qquad\qquad\; x_3 \;\; - x_4 = 1. \end{cases}$$

Ця система лінійних рівнянь має безліч розв'язків. Існує декілька способів введення параметрів для опису загального розв'язку цієї системи. Ми будемо використовувати такий: вираження змінних, які відповідають ведучим елементам рядків східчатої форми матриць (ці змінні називаються *основними*) через інші змінні (вони називаються *вільними*). У нашому прикладі основними є змінні x_1 і x_3, а вільними — x_2 і x_4.

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array}\right].$$

Тепер додамо до третього рядка другий рядок, помножений на 2:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

Система, що відповідає останній матриці, має вигляд

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ \qquad\qquad\; x_3 \;\; - x_4 = 1. \end{cases}$$

Ця система лінійних рівнянь має безліч розв'язків. Існує декілька способів введення параметрів для опису загального розв'язку цієї системи. Ми будемо використовувати такий: вираження змінних, які відповідають ведучим елементам рядків східчатої форми матриць (ці змінні називаються *основними*) через інші змінні (вони називаються *вільними*). У нашому прикладі основними є змінні x_1 і x_3, а вільними — x_2 і x_4.

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array}\right].$$

Тепер додамо до третього рядка другий рядок, помножений на 2:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

Система, що відповідає останній матриці, має вигляд

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ \qquad\qquad x_3 \ - x_4 = 1. \end{cases}$$

Ця система лінійних рівнянь має безліч розв'язків. Існує декілька способів введення параметрів для опису загального розв'язку цієї системи. Ми будемо використовувати такий: вираження змінних, які відповідають ведучим елементам рядків східчатої форми матриць (ці змінні називаються *основними*) через інші змінні (вони називаються *вільними*). У нашому прикладі основними є змінні x_1 і x_3, а вільними — x_2 і x_4.

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array}\right].$$

Тепер додамо до третього рядка другий рядок, помножений на 2:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

Система, що відповідає останній матриці, має вигляд

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ \qquad\qquad\; x_3 \;\; - x_4 = 1. \end{cases}$$

Ця система лінійних рівнянь має безліч розв'язків. Існує декілька способів введення параметрів для опису загального розв'язку цієї системи. Ми будемо використовувати такий: вираження змінних, які відповідають ведучим елементам рядків східчатої форми матриць (ці змінні називаються *основними*) через інші змінні (вони називаються *вільними*). У нашому прикладі основними є змінні x_1 і x_3, а вільними — x_2 і x_4.

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array}\right].$$

Тепер додамо до третього рядка другий рядок, помножений на 2:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

Система, що відповідає останній матриці, має вигляд

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ \qquad\qquad\;\; x_3 \;\; - x_4 = 1. \end{cases}$$

Ця система лінійних рівнянь має безліч розв'язків. Існує декілька способів введення параметрів для опису загального розв'язку цієї системи. Ми будемо використовувати такий: вираження змінних, які відповідають ведучим елементам рядків східчатої форми матриць (ці змінні називаються *основними*) через інші змінні (вони називаються *вільними*). У нашому прикладі основними є змінні x_1 і x_3, а вільними — x_2 і x_4.

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array}\right].$$

Тепер додамо до третього рядка другий рядок, помножений на 2:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

Система, що відповідає останній матриці, має вигляд

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ \qquad\qquad\ \ x_3 \ \ - x_4 = 1. \end{cases}$$

Ця система лінійних рівнянь має безліч розв'язків. Існує декілька способів введення параметрів для опису загального розв'язку цієї системи. Ми будемо використовувати такий: вираження змінних, які відповідають ведучим елементам рядків східчатої форми матриць (ці змінні називаються *основними*) через інші змінні (вони називаються *вільними*). У нашому прикладі основними є змінні x_1 і x_3, а вільними — x_2 і x_4.

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array}\right].$$

Тепер додамо до третього рядка другий рядок, помножений на 2:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

Система, що відповідає останній матриці, має вигляд

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ \qquad\qquad x_3 \quad - x_4 = 1. \end{cases}$$

Ця система лінійних рівнянь має безліч розв'язків. Існує декілька способів введення параметрів для опису загального розв'язку цієї системи. Ми будемо використовувати такий: вираження змінних, які відповідають ведучим елементам рядків східчатої форми матриць (ці змінні називаються *основними*) через інші змінні (вони називаються *вільними*). У нашому прикладі основними є змінні x_1 і x_3, а вільними — x_2 і x_4.

Метод Гаусса

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array}\right].$$

Тепер додамо до третього рядка другий рядок, помножений на 2:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

Система, що відповідає останній матриці, має вигляд

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ \qquad\qquad\; x_3 \;\; - x_4 = 1. \end{cases}$$

Ця система лінійних рівнянь має безліч розв'язків. Існує декілька способів введення параметрів для опису загального розв'язку цієї системи. Ми будемо використовувати такий: вираження змінних, які відповідають ведучим елементам рядків східчатої форми матриць (ці змінні називаються *основними*) через інші змінні (вони називаються *вільними*). У нашому прикладі основними є змінні x_1 і x_3, а вільними — x_2 і x_4.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ \qquad\qquad x_3 \; - x_4 = 1. \end{cases}$$

Маємо:

$$x_3 = x_4 + 1,$$
$$x_1 = x_2 + x_3 - 2x_4 + 8 = x_2 - x_4 + 9.$$

Для запису відповіді введемо параметри $a = x_2$, $b = x_4$.

Відповідь. $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) \colon a, b \in \mathbb{R}\}$.

Зауважимо також, якщо останній ненульовий рядок східчатої форми матриці містить лише один відмінний від нуля елемент (останній), то система лінійних рівнянь є несумісною, а в іншому випадку — сумісною. Якщо кількість рядків у східчатій формі матриць збігається з кількістю невідомих сумісної системи, то вона має єдиний розв'язок; якщо ж їх менше — то безліч.

Метод Гаусса

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ \qquad\qquad\quad x_3 \;\; - x_4 = 1. \end{cases}$$

Маємо:

$$x_3 = x_4 + 1,$$
$$x_1 = x_2 + x_3 - 2x_4 + 8 = x_2 - x_4 + 9.$$

Для запису відповіді введемо параметри $a = x_2$, $b = x_4$.

Відповідь. $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) \colon a, b \in \mathbb{R}\}$.

Зауважимо також, якщо останній ненульовий рядок східчатої форми матриці містить лише один відмінний від нуля елемент (останній), то система лінійних рівнянь є несумісною, а в іншому випадку — сумісною. Якщо кількість рядків у східчатій формі матриць збігається з кількістю невідомих сумісної системи, то вона має єдиний розв'язок; якщо ж їх менше — то безліч.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ \qquad\qquad\quad x_3 \; - x_4 = 1. \end{cases}$$

Маємо:

$$x_3 = x_4 + 1,$$
$$x_1 = x_2 + x_3 - 2x_4 + 8 = x_2 - x_4 + 9.$$

Для запису відповіді введемо параметри $a = x_2$, $b = x_4$.

Відповідь. $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) \colon a, b \in \mathbb{R}\}$.

Зауважимо також, якщо останній ненульовий рядок східчатої форми матриці містить лише один відмінний від нуля елемент (останній), то система лінійних рівнянь є несумісною, а в іншому випадку — сумісною. Якщо кількість рядків у східчатій формі матриць збігається з кількістю невідомих сумісної системи, то вона має єдиний розв'язок; якщо ж їх менше — то безліч.

$$
\begin{cases}
x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\
x_3 - x_4 = 1.
\end{cases}
$$

Маємо:

$$
\begin{aligned}
x_3 &= x_4 + 1, \\
x_1 &= x_2 + x_3 - 2x_4 + 8 = x_2 - x_4 + 9.
\end{aligned}
$$

Для запису відповіді введемо параметри $a = x_2$, $b = x_4$.

Відповідь. $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) \colon a, b \in \mathbb{R}\}$.

Зауважимо також, якщо останній ненульовий рядок східчатої форми матриці містить лише один відмінний від нуля елемент (останній), то система лінійних рівнянь є несумісною, а в іншому випадку — сумісною. Якщо кількість рядків у східчатій формі матриць збігається з кількістю невідомих сумісної системи, то вона має єдиний розв'язок; якщо ж їх менше — то безліч.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ \qquad\qquad x_3 \ - x_4 = 1. \end{cases}$$

Маємо:

$$x_3 = x_4 + 1,$$
$$x_1 = x_2 + x_3 - 2x_4 + 8 = x_2 - x_4 + 9.$$

Для запису відповіді введемо параметри $a = x_2$, $b = x_4$.

Відповідь. $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) \colon a, b \in \mathbb{R}\}$.

Зауважимо також, якщо останній ненульовий рядок східчатої форми матриці містить лише один відмінний від нуля елемент (останній), то система лінійних рівнянь є несумісною, а в іншому випадку — сумісною. Якщо кількість рядків у східчатій формі матриць збігається з кількістю невідомих сумісної системи, то вона має єдиний розв'язок; якщо ж їх менше — то безліч.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ \qquad\qquad\quad x_3 \ - x_4 = 1. \end{cases}$$

Маємо:

$$x_3 = x_4 + 1,$$
$$x_1 = x_2 + x_3 - 2x_4 + 8 = x_2 - x_4 + 9.$$

Для запису відповіді введемо параметри $a = x_2$, $b = x_4$.

Відповідь. $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) \colon a, b \in \mathbb{R}\}$.

Зауважимо також, якщо останній ненульовий рядок східчатої форми матриці містить лише один відмінний від нуля елемент (останній), то система лінійних рівнянь є несумісною, а в іншому випадку — сумісною. Якщо кількість рядків у східчатій формі матриць збігається з кількістю невідомих сумісної системи, то вона має єдиний розв'язок; якщо ж їх менше — то безліч.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ \qquad\qquad x_3 \;\; - x_4 = 1. \end{cases}$$

Маємо:

$$x_3 = x_4 + 1,$$
$$x_1 = x_2 + x_3 - 2x_4 + 8 = x_2 - x_4 + 9.$$

Для запису відповіді введемо параметри $a = x_2$, $b = x_4$.

Відповідь. $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) \colon a, b \in \mathbb{R}\}$.

Зауважимо також, якщо останній ненульовий рядок східчатої форми матриці містить лише один відмінний від нуля елемент (останній), то система лінійних рівнянь є несумісною, а в іншому випадку — сумісною. Якщо кількість рядків у східчатій формі матриць збігається з кількістю невідомих сумісної системи, то вона має єдиний розв'язок; якщо ж їх менше — то безліч.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ \qquad\qquad x_3 \quad - x_4 = 1. \end{cases}$$

Маємо:

$$x_3 = x_4 + 1,$$
$$x_1 = x_2 + x_3 - 2x_4 + 8 = x_2 - x_4 + 9.$$

Для запису відповіді введемо параметри $a = x_2$, $b = x_4$.

Відповідь. $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) \colon a, b \in \mathbb{R}\}$.

Зауважимо також, якщо останній ненульовий рядок східчатої форми матриці містить лише один відмінний від нуля елемент (останній), то система лінійних рівнянь є несумісною, а в іншому випадку — сумісною. Якщо кількість рядків у східчатій формі матриць збігається з кількістю невідомих сумісної системи, то вона має єдиний розв'язок; якщо ж їх менше — то безліч.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ \qquad\qquad\ \ x_3 \ \ - x_4 = 1. \end{cases}$$

Маємо:

$$x_3 = x_4 + 1,$$
$$x_1 = x_2 + x_3 - 2x_4 + 8 = x_2 - x_4 + 9.$$

Для запису відповіді введемо параметри $a = x_2$, $b = x_4$.

Відповідь. $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) \colon a, b \in \mathbb{R}\}$.

Зауважимо також, якщо останній ненульовий рядок східчатої форми матриці містить лише один відмінний від нуля елемент (останній), то система лінійних рівнянь є несумісною, а в іншому випадку — сумісною. Якщо кількість рядків у східчатій формі матриць збігається з кількістю невідомих сумісної системи, то вона має єдиний розв'язок; якщо ж їх менше — то безліч.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ \qquad\qquad x_3 \; - x_4 = 1. \end{cases}$$

Маємо:

$$x_3 = x_4 + 1,$$
$$x_1 = x_2 + x_3 - 2x_4 + 8 = x_2 - x_4 + 9.$$

Для запису відповіді введемо параметри $a = x_2$, $b = x_4$.

Відповідь. $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) \colon a, b \in \mathbb{R}\}$.

Зауважимо також, якщо останній ненульовий рядок східчатої форми матриці містить лише один відмінний від нуля елемент (останній), то система лінійних рівнянь є несумісною, а в іншому випадку — сумісною. Якщо кількість рядків у східчатій формі матриць збігається з кількістю невідомих сумісної системи, то вона має єдиний розв'язок; якщо ж їх менше — то безліч.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ \qquad\qquad x_3 \ \ - x_4 = 1. \end{cases}$$

Маємо:

$$x_3 = x_4 + 1,$$
$$x_1 = x_2 + x_3 - 2x_4 + 8 = x_2 - x_4 + 9.$$

Для запису відповіді введемо параметри $a = x_2$, $b = x_4$.

Відповідь. $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) \colon a, b \in \mathbb{R}\}$.

Зауважимо також, якщо останній ненульовий рядок східчатої форми матриці містить лише один відмінний від нуля елемент (останній), то система лінійних рівнянь є несумісною, а в іншому випадку — сумісною. Якщо кількість рядків у східчатій формі матриць збігається з кількістю невідомих сумісної системи, то вона має єдиний розв'язок; якщо ж їх менше — то безліч.

Зведена східчата форма матриць

Означення 1.2.27

Будемо говорити, що матриця має *зведену східчату форму*, якщо виконується такі умови:

1) вона має східчату форму;
2) ведучі елементи кожного ненульового рядка дорівнюють 1;
3) кожний стовпець, який містить ведучу одиницю якогось рядка, містить в усіх інших позиціях нулі.

Приклад 1.2.28

Наступні матриці мають зведену східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{1} & \star & 0 & 0 & \star & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & \star & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & \star & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}.$$

Тут $\star$ — довільні числа, $\boxed{1}$ — ведучий елемент відповідного рядка.

Зведена східчата форма матриць

Означення 1.2.27

Будемо говорити, що матриця має *зведену східчату форму*, якщо виконується такі умови:

1) вона має східчату форму;
2) ведучі елементи кожного ненульового рядка дорівнюють 1;
3) кожний стовпець, який містить ведучу одиницю якогось рядка, містить в усіх інших позиціях нулі.

Приклад 1.2.28

Наступні матриці мають зведену східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{1} & \star & 0 & 0 & \star & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & \star & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & \star & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}.$$

Тут $\star$ — довільні числа, $\boxed{1}$ — ведучий елемент відповідного рядка.

Зведена східчата форма матриць

Означення 1.2.27

Будемо говорити, що матриця має *зведену східчату форму*, якщо виконується такі умови:

1) вона має східчату форму;
2) ведучі елементи кожного ненульового рядка дорівнюють 1;
3) кожний стовпець, який містить ведучу одиницю якогось рядка, містить в усіх інших позиціях нулі.

Приклад 1.2.28

Наступні матриці мають зведену східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{1} & \star & 0 & 0 & \star & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & \star & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & \star & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}.$$

Тут $\star$ — довільні числа, $\boxed{1}$ — ведучий елемент відповідного рядка.

Зведена східчата форма матриць

Означення 1.2.27

Будемо говорити, що матриця має *зведену східчату форму*, якщо виконується такі умови:

1) вона має східчату форму;
2) ведучі елементи кожного ненульового рядка дорівнюють 1;
3) кожний стовпець, який містить ведучу одиницю якогось рядка, містить в усіх інших позиціях нулі.

Приклад 1.2.28

Наступні матриці мають зведену східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{1} & \star & 0 & 0 & \star & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & \star & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & \star & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}.$$

Тут $\star$ — довільні числа, $\boxed{1}$ — ведучий елемент відповідного рядка.

Зведена східчата форма матриць

Означення 1.2.27

Будемо говорити, що матриця має *зведену східчату форму*, якщо виконується такі умови:

1) вона має східчату форму;
2) ведучі елементи кожного ненульового рядка дорівнюють 1;
3) кожний стовпець, який містить ведучу одиницю якогось рядка, містить в усіх інших позиціях нулі.

Приклад 1.2.28

Наступні матриці мають зведену східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{1} & \star & 0 & 0 & \star & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & \star & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & \star & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}.$$

Тут $\star$ — довільні числа, $\boxed{1}$ — ведучий елемент відповідного рядка.

Зведена сходчата форма матриць

Означення 1.2.27

Будемо говорити, що матриця має *зведену сходчату форму*, якщо виконується такі умови:

1) вона має сходчату форму;
2) ведучі елементи кожного ненульового рядка дорівнюють 1;
3) кожний стовпець, який містить ведучу одиницю якогось рядка, містить в усіх інших позиціях нулі.

Приклад 1.2.28

Наступні матриці мають зведену сходчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{1} & \star & 0 & 0 & \star & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & \star & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & \star & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}.$$

Тут $\star$ — довільні числа, $\boxed{1}$ — ведучий елемент відповідного рядка.

Зведена східчата форма матриць

Означення 1.2.27

Будемо говорити, що матриця має *зведену східчату форму*, якщо виконується такі умови:

1) вона має східчату форму;
2) ведучі елементи кожного ненульового рядка дорівнюють 1;
3) кожний стовпець, який містить ведучу одиницю якогось рядка, містить в усіх інших позиціях нулі.

Приклад 1.2.28

Наступні матриці мають зведену східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{1} & \star & 0 & 0 & \star & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & \star & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & \star & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}.$$

Тут $\star$ — довільні числа, $\boxed{1}$ — ведучий елемент відповідного рядка.

Зведена східчата форма матриць

Означення 1.2.27

Будемо говорити, що матриця має *зведену східчату форму*, якщо виконується такі умови:

1) вона має східчату форму;
2) ведучі елементи кожного ненульового рядка дорівнюють 1;
3) кожний стовпець, який містить ведучу одиницю якогось рядка, містить в усіх інших позиціях нулі.

Приклад 1.2.28

Наступні матриці мають зведену східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{1} & \star & 0 & 0 & \star & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & \star & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & \star & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}.$$

Тут $\star$ — довільні числа, $\boxed{1}$ — ведучий елемент відповідного рядка.

Зведена східчата форма матриць

Означення 1.2.27

Будемо говорити, що матриця має *зведену східчату форму*, якщо виконується такі умови:

1) вона має східчату форму;
2) ведучі елементи кожного ненульового рядка дорівнюють 1;
3) кожний стовпець, який містить ведучу одиницю якогось рядка, містить в усіх інших позиціях нулі.

Приклад 1.2.28

Наступні матриці мають зведену східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{1} & \star & 0 & 0 & \star & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & \star & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & \star & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}.$$

Тут $\star$ — довільні числа, $\boxed{1}$ — ведучий елемент відповідного рядка.

Зведена східчата форма матриць

Означення 1.2.27

Будемо говорити, що матриця має *зведену східчату форму*, якщо виконується такі умови:

1) вона має східчату форму;
2) ведучі елементи кожного ненульового рядка дорівнюють 1;
3) кожний стовпець, який містить ведучу одиницю якогось рядка, містить в усіх інших позиціях нулі.

Приклад 1.2.28

Наступні матриці мають зведену східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{1} & \star & 0 & 0 & \star & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & \star & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & \star & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}.$$

Тут $\star$ — довільні числа, $\boxed{1}$ — ведучий елемент відповідного рядка.

Зведена східчата форма матриць

Означення 1.2.27

Будемо говорити, що матриця має *зведену східчату форму*, якщо виконується такі умови:

1) вона має східчату форму;
2) ведучі елементи кожного ненульового рядка дорівнюють 1;
3) кожний стовпець, який містить ведучу одиницю якогось рядка, містить в усіх інших позиціях нулі.

Приклад 1.2.28

Наступні матриці мають зведену східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{1} & \star & 0 & 0 & \star & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & \star & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & \star & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}.$$

Тут $\star$ — довільні числа, $\boxed{1}$ — ведучий елемент відповідного рядка.

Зведена східчата форма матриць

Означення 1.2.27

Будемо говорити, що матриця має *зведену східчату форму*, якщо виконується такі умови:

1) вона має східчату форму;
2) ведучі елементи кожного ненульового рядка дорівнюють 1;
3) кожний стовпець, який містить ведучу одиницю якогось рядка, містить в усіх інших позиціях нулі.

Приклад 1.2.28

Наступні матриці мають зведену східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{1} & \star & 0 & 0 & \star & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & \star & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & \star & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}.$$

Тут $\star$ — довільні числа, $\boxed{1}$ — ведучий елемент відповідного рядка.

Виявляється, що кожна матриця рядково еквівалентна лише одній матриці у зведений східчатій формі.

Метод Йордана–Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь полягає в наступному.

1) Записуємо розширену матрицю системи лінійних рівнянь.
2) Зводимо матрицю до східчатої форми та встановлюємо, чи сумісна система. Якщо сумісна, то переходимо до наступного пункту.
3) Утворюючи нуль у стовпцях з ведучими елементами рядків матриць, приводимо її до зведеної східчатої форми.
4) Повертаємось від матриць до системи лінійних рівнянь. Ті змінні, які відповідають ведучим одиницям, назвемо *основними*, а всі інші (якщо вони є) — *вільними*. Виражаємо основні змінні через вільні та записуємо відповідь.

Виявляється, що кожна матриця рядково еквівалентна лише одній матриці у зведений східчатій формі.

Метод Йордана–Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь полягає в наступному.

1) Записуємо розширену матрицю системи лінійних рівнянь.
2) Зводимо матрицю до східчатої форми та встановлюємо, чи сумісна система. Якщо сумісна, то переходимо до наступного пункту.
3) Утворюючи нуль у стовпцях з ведучими елементами рядків матриць, приводимо її до зведеної східчатої форми.
4) Повертаємось від матриць до системи лінійних рівнянь. Ті змінні, які відповідають ведучим одиницям, назвемо основними, а всі інші (якщо вони є) — вільними. Виражаємо основні змінні через вільні та записуємо відповідь.

Виявляється, що кожна матриця рядково еквівалентна лише одній матриці у зведений східчатій формі.

Метод Йордана–Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь полягає в наступному.

1) Записуємо розширену матрицю системи лінійних рівнянь.
2) Зводимо матрицю до східчатої форми та встановлюємо, чи сумісна система. Якщо сумісна, то переходимо до наступного пункту.
3) Утворюючи нуль у стовпцях з ведучими елементами рядків матриць, приводимо її до зведеної східчатої форми.
4) Повертаємось від матриць до системи лінійних рівнянь. Ті змінні, які відповідають ведучим одиницям, назвемо основними, а всі інші (якщо вони є) — вільними. Виражаємо основні змінні через вільні та записуємо відповідь.

Виявляється, що кожна матриця рядково еквівалентна лише одній матриці у зведений східчатій формі.

Метод Йордана–Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь полягає в наступному.

1) Записуємо розширену матрицю системи лінійних рівнянь.
2) Зводимо матрицю до східчатої форми та встановлюємо, чи сумісна система. Якщо сумісна, то переходимо до наступного пункту.
3) Утворюючи нуль у стовпцях з ведучими елементами рядків матриць, приводимо її до зведеної східчатої форми.
4) Повертаємось від матриць до системи лінійних рівнянь. Ті змінні, які відповідають ведучим одиницям, назвемо основними, а всі інші (якщо вони є) — вільними. Виражаємо основні змінні через вільні та записуємо відповідь.

Виявляється, що кожна матриця рядково еквівалентна лише одній матриці у зведений східчатій формі.

Метод Йордана–Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь полягає в наступному.

1) Записуємо розширену матрицю системи лінійних рівнянь.
2) Зводимо матрицю до східчатої форми та встановлюємо, чи сумісна система. Якщо сумісна, то переходимо до наступного пункту.
3) Утворюючи нуль у стовпцях з ведучими елементами рядків матриць, приводимо її до зведеної східчатої форми.
4) Повертаємось від матриць до системи лінійних рівнянь. Ті змінні, які відповідають ведучим одиницям, назвемо *основними*, а всі інші (якщо вони є) — *вільними*. Виражаємо основні змінні через вільні та записуємо відповідь.

Виявляється, що кожна матриця рядково еквівалентна лише одній матриці у зведений східчатій формі.

Метод Йордана–Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь полягає в наступному.

1) Записуємо розширену матрицю системи лінійних рівнянь.
2) Зводимо матрицю до східчатої форми та встановлюємо, чи сумісна система. Якщо сумісна, то переходимо до наступного пункту.
3) Утворюючи нуль у стовпцях з ведучими елементами рядків матриць, приводимо її до зведеної східчатої форми.
4) Повертаємось від матриць до системи лінійних рівнянь. Ті змінні, які відповідають ведучим одиницям, назвемо *основними*, а всі інші (якщо вони є) — *вільними*. Виражаємо основні змінні через вільні та записуємо відповідь.

Виявляється, що кожна матриця рядково еквівалентна лише одній матриці у зведений східчатій формі.

Метод Йордана–Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь полягає в наступному.

1) Записуємо розширену матрицю системи лінійних рівнянь.
2) Зводимо матрицю до східчатої форми та встановлюємо, чи сумісна система. Якщо сумісна, то переходимо до наступного пункту.
3) Утворюючи нуль у стовпцях з ведучими елементами рядків матриць, приводимо її до зведеної східчатої форми.
4) Повертаємось від матриць до системи лінійних рівнянь. Ті змінні, які відповідають ведучим одиницям, назвемо *основними*, а всі інші (якщо вони є) — *вільними*. Виражаємо основні змінні через вільні та записуємо відповідь.

Виявляється, що кожна матриця рядково еквівалентна лише одній матриці у зведений східчатій формі.

Метод Йордана–Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь полягає в наступному.

1) Записуємо розширену матрицю системи лінійних рівнянь.
2) Зводимо матрицю до східчатої форми та встановлюємо, чи сумісна система. Якщо сумісна, то переходимо до наступного пункту.
3) Утворюючи нуль у стовпцях з ведучими елементами рядків матриць, приводимо її до зведеної східчатої форми.
4) Повертаємось від матриць до системи лінійних рівнянь. Ті змінні, які відповідають ведучим одиницям, назвемо *основними*, а всі інші (якщо вони є) — *вільними*. Виражаємо основні змінні через вільні та записуємо відповідь.

Виявляється, що кожна матриця рядково еквівалентна лише одній матриці у зведений східчатій формі.

Метод Йордана–Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь полягає в наступному.

1) Записуємо розширену матрицю системи лінійних рівнянь.
2) Зводимо матрицю до східчатої форми та встановлюємо, чи сумісна система. Якщо сумісна, то переходимо до наступного пункту.
3) Утворюючи нуль у стовпцях з ведучими елементами рядків матриць, приводимо її до зведеної східчатої форми.
4) Повертаємось від матриць до системи лінійних рівнянь. Ті змінні, які відповідають ведучим одиницям, назвемо *основними*, а всі інші (якщо вони є) — *вільними*. Виражаємо основні змінні через вільні та записуємо відповідь.

Метод Йордана–Гаусса

Виявляється, що кожна матриця рядково еквівалентна лише одній матриці у зведений східчатій формі.

Метод Йордана–Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь полягає в наступному.

1) Записуємо розширену матрицю системи лінійних рівнянь.
2) Зводимо матрицю до східчатої форми та встановлюємо, чи сумісна система. Якщо сумісна, то переходимо до наступного пункту.
3) Утворюючи нуль у стовпцях з ведучими елементами рядків матриць, приводимо її до зведеної східчатої форми.
4) Повертаємось від матриць до системи лінійних рівнянь. Ті змінні, які відповідають ведучим одиницям, назвемо *основними*, а всі інші (якщо вони є) — *вільними*. Виражаємо основні змінні через вільні та записуємо відповідь.

Метод Йордана–Гаусса

Виявляється, що кожна матриця рядково еквівалентна лише одній матриці у зведений східчатій формі.

Метод Йордана–Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь полягає в наступному.

1) Записуємо розширену матрицю системи лінійних рівнянь.
2) Зводимо матрицю до східчатої форми та встановлюємо, чи сумісна система. Якщо сумісна, то переходимо до наступного пункту.
3) Утворюючи нуль у стовпцях з ведучими елементами рядків матриць, приводимо її до зведеної східчатої форми.
4) Повертаємось від матриць до системи лінійних рівнянь. Ті змінні, які відповідають ведучим одиницям, назвемо ***основними***, а всі інші (якщо вони є) — ***вільними***. Виражаємо основні змінні через вільні та записуємо відповідь.

Метод Йордана–Гаусса

Виявляється, що кожна матриця рядково еквівалентна лише одній матриці у зведений східчатій формі.

Метод Йордана–Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь полягає в наступному.

1) Записуємо розширену матрицю системи лінійних рівнянь.
2) Зводимо матрицю до східчатої форми та встановлюємо, чи сумісна система. Якщо сумісна, то переходимо до наступного пункту.
3) Утворюючи нуль у стовпцях з ведучими елементами рядків матриць, приводимо її до зведеної східчатої форми.
4) Повертаємось від матриць до системи лінійних рівнянь. Ті змінні, які відповідають ведучим одиницям, назвемо *основними*, а всі інші (якщо вони є) — *вільними*. Виражаємо основні змінні через вільні та записуємо відповідь.

Метод Йордана–Гаусса

Виявляється, що кожна матриця рядково еквівалентна лише одній матриці у зведений східчатій формі.

Метод Йордана–Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь полягає в наступному.

1) Записуємо розширену матрицю системи лінійних рівнянь.
2) Зводимо матрицю до східчатої форми та встановлюємо, чи сумісна система. Якщо сумісна, то переходимо до наступного пункту.
3) Утворюючи нуль у стовпцях з ведучими елементами рядків матриць, приводимо її до зведеної східчатої форми.
4) Повертаємось від матриць до системи лінійних рівнянь. Ті змінні, які відповідають ведучим одиницям, назвемо *основними*, а всі інші (якщо вони є) — *вільними*. Виражаємо основні змінні через вільні та записуємо відповідь.

Метод Йордана–Гаусса

Приклад 1.2.29

Розв'яжемо систему

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

з прикладу 1.2.26 методом Йордана–Гаусса.

Як було показано вище, східчатою формою матриць цієї системи є така матриця

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]. \tag{1}$$

Відзначимо, що ця система сумісна, оскільки ми не отримали рядка вигляду

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right].$$

Приведемо матрицю (1) до зведеної східчатої форми. Для цього необхідно утворити нулі в першій та третій позиціях третього стовпця. Цього можна досягти, додавши до першого рядка другий:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

Метод Йордана–Гаусса

Приклад 1.2.29

Розв'яжемо систему

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

з прикладу 1.2.26 методом Йордана–Гаусса.

Як було показано вище, східчатою формою матриць цієї системи є така матриця

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]. \qquad (1)$$

Відзначимо, що ця система сумісна, оскільки ми не отримали рядка вигляду

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right].$$

Приведемо матрицю (1) до зведеної східчатої форми. Для цього необхідно утворити нулі в першій та третій позиціях третього стовпця. Цього можна досягти, додавши до першого рядка другий:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

Приклад 1.2.29

Розв'яжемо систему

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

з прикладу 1.2.26 методом Йордана–Гаусса.

Як було показано вище, східчатою формою матриць цієї системи є така матриця

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]. \qquad (1)$$

Відзначимо, що ця система сумісна, оскільки ми не отримали рядка вигляду

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right].$$

Приведемо матрицю (1) до зведеної східчатої форми. Для цього необхідно утворити нулі в першій та третій позиціях третього стовпця. Цього можна досягти, додавши до першого рядка другий:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

Приклад 1.2.29

Розв'яжемо систему

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

з прикладу 1.2.26 методом Йордана–Гаусса.

Як було показано вище, східчатою формою матриць цієї системи є така матриця

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]. \tag{1}$$

Відзначимо, що ця система сумісна, оскільки ми не отримали рядка вигляду

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right].$$

Приведемо матрицю (1) до зведеної східчатої форми. Для цього необхідно утворити нулі в першій та третій позиціях третього стовпця. Цього можна досягти, додавши до першого рядка другий:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

Приклад 1.2.29

Розв'яжемо систему
$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$
з прикладу 1.2.26 методом Йордана–Гаусса.

Як було показано вище, східчатою формою матриць цієї системи є така матриця
$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]. \tag{1}$$

Відзначимо, що ця система сумісна, оскільки ми не отримали рядка вигляду
$$\left[\begin{array}{cccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right].$$

Приведемо матрицю (1) до зведеної східчатої форми. Для цього необхідно утворити нулі в першій та третій позиціях третього стовпця. Цього можна досягти, додавши до першого рядка другий:
$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

Приклад 1.2.29

Розв'яжемо систему

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

з прикладу 1.2.26 методом Йордана–Гаусса.

Як було показано вище, східчатою формою матриць цієї системи є така матриця

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]. \tag{1}$$

Відзначимо, що ця система сумісна, оскільки ми не отримали рядка вигляду

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right].$$

Приведемо матрицю (1) до зведеної східчатої форми. Для цього необхідно утворити нулі в першій та третій позиціях третього стовпця. Цього можна досягти, додавши до першого рядка другий:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

Приклад 1.2.29

Розв'яжемо систему

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

з прикладу 1.2.26 методом Йордана–Гаусса.

Як було показано вище, східчатою формою матриць цієї системи є така матриця

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]. \tag{1}$$

Відзначимо, що ця система сумісна, оскільки ми не отримали рядка вигляду

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right].$$

Приведемо матрицю (1) до зведеної східчатої форми. Для цього необхідно утворити нулі в першій та третій позиціях третього стовпця. Цього можна досягти, додавши до першого рядка другий:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

Приклад 1.2.29

Розв'яжемо систему

$$\begin{cases} x_1 \; - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + \; x_2 - x_3 \qquad = -3. \end{cases}$$

з прикладу 1.2.26 методом Йордана–Гаусса.

Як було показано вище, східчатою формою матриць цієї системи є така матриця

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]. \qquad (1)$$

Відзначимо, що ця система сумісна, оскільки ми не отримали рядка вигляду

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right].$$

Приведемо матрицю (1) до зведеної східчатої форми. Для цього необхідно утворити нулі в першій та третій позиціях третього стовпця. Цього можна досягти, додавши до першого рядка другий:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

Приклад 1.2.29

Розв'яжемо систему

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

з прикладу 1.2.26 методом Йордана–Гаусса.

Як було показано вище, східчатою формою матриць цієї системи є така матриця

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]. \tag{1}$$

Відзначимо, що ця система сумісна, оскільки ми не отримали рядка вигляду

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right].$$

Приведемо матрицю (1) до зведеної східчатої форми. Для цього необхідно утворити нулі в першій та третій позиціях третього стовпця. Цього можна досягти, додавши до першого рядка другий:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

Приклад 1.2.29

Розв'яжемо систему

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

з прикладу 1.2.26 методом Йордана–Гаусса.

Як було показано вище, східчатою формою матриць цієї системи є така матриця

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]. \tag{1}$$

Відзначимо, що ця система сумісна, оскільки ми не отримали рядка вигляду

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right].$$

Приведемо матрицю (1) до зведеної східчатої форми. Для цього необхідно утворити нулі в першій та третій позиціях третього стовпця. Цього можна досягти, додавши до першого рядка другий:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

Приклад 1.2.29

Розв'яжемо систему

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

з прикладу 1.2.26 методом Йордана–Гаусса.

Як було показано вище, східчатою формою матриць цієї системи є така матриця

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]. \tag{1}$$

Відзначимо, що ця система сумісна, оскільки ми не отримали рядка вигляду

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right].$$

Приведемо матрицю (1) до зведеної східчатої форми. Для цього необхідно утворити нулі в першій та третій позиціях третього стовпця. Цього можна досягти, додавши до першого рядка другий:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

Метод Йордана–Гаусса

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

Отримали матрицю у зведеній східчатій формі. Система лінійних рівнянь, яка їй відповідає має вигляд:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \qquad + x_4 = 9, \\ \qquad\qquad x_3 \; - x_4 = 1. \end{cases}$$

Змінні x_1 і x_3 є основними, а x_2 і x_4 — вільними. Виражаємо основні змінні через вільні:

$$x_1 = x_2 - x_4 + 9,$$
$$x_3 = x_4 + 1,$$

і записуємо остаточну **відповідь**: $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) \colon a, b \in \mathbb{R}\}$.

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

Отримали матрицю у зведеній східчатій формі. Система лінійних рівнянь, яка їй відповідає має вигляд:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \qquad + x_4 = 9, \\ \qquad\qquad x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Змінні x_1 і x_3 є основними, а x_2 і x_4 — вільними. Виражаємо основні змінні через вільні:

$$x_1 = x_2 - x_4 + 9,$$
$$x_3 = x_4 + 1,$$

і записуємо остаточну **відповідь**: $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) : a, b \in \mathbb{R}\}$.

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

Отримали матрицю у зведеній східчатій формі. Система лінійних рівнянь, яка їй відповідає має вигляд:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \quad + x_4 = 9, \\ \qquad\quad x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Змінні x_1 і x_3 є основними, а x_2 і x_4 — вільними. Виражаємо основні змінні через вільні:

$$x_1 = x_2 - x_4 + 9,$$
$$x_3 = x_4 + 1,$$

і записуємо остаточну **відповідь**: $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) \colon a, b \in \mathbb{R}\}$.

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

Отримали матрицю у зведеній східчатій формі. Система лінійних рівнянь, яка їй відповідає має вигляд:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \qquad + x_4 = 9, \\ \qquad\qquad x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Змінні x_1 і x_3 є основними, а x_2 і x_4 — вільними. Виражаємо основні змінні через вільні:

$$x_1 = x_2 - x_4 + 9,$$
$$x_3 = x_4 + 1,$$

і записуємо остаточну **відповідь**: $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) \colon a, b \in \mathbb{R}\}$.

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

Отримали матрицю у зведеній східчатій формі. Система лінійних рівнянь, яка їй відповідає має вигляд:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \quad\;\; + x_4 = 9, \\ \qquad\qquad x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Змінні x_1 і x_3 є основними, а x_2 і x_4 — вільними. Виражаємо основні змінні через вільні:

$$x_1 = x_2 - x_4 + 9,$$
$$x_3 = x_4 + 1,$$

і записуємо остаточну **відповідь**: $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) \colon a, b \in \mathbb{R}\}$.

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

Отримали матрицю у зведеній східчатій формі. Система лінійних рівнянь, яка їй відповідає має вигляд:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \qquad + x_4 = 9, \\ \qquad\qquad x_3 \; - x_4 = 1. \end{cases}$$

Змінні x_1 і x_3 є основними, а x_2 і x_4 — вільними. Виражаємо основні змінні через вільні:

$$x_1 = x_2 - x_4 + 9,$$
$$x_3 = x_4 + 1,$$

і записуємо остаточну **відповідь**: $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) : a, b \in \mathbb{R}\}$.

Метод Йордана–Гаусса

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

Отримали матрицю у зведеній східчатій формі. Система лінійних рівнянь, яка їй відповідає має вигляд:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \qquad + x_4 = 9, \\ \qquad\qquad x_3 \ - x_4 = 1. \end{cases}$$

Змінні x_1 і x_3 є основними, а x_2 і x_4 — вільними. Виражаємо основні змінні через вільні:

$$x_1 = x_2 - x_4 + 9,$$
$$x_3 = x_4 + 1,$$

і записуємо остаточну **відповідь**: $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) : a, b \in \mathbb{R}\}$.

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

Отримали матрицю у зведеній східчатій формі. Система лінійних рівнянь, яка їй відповідає має вигляд:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \qquad + x_4 = 9, \\ \qquad\quad x_3 \; - x_4 = 1. \end{cases}$$

Змінні x_1 і x_3 є основними, а x_2 і x_4 — вільними. Виражаємо основні змінні через вільні:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_2 - x_4 + 9, \\ x_3 &= x_4 + 1, \end{aligned}$$

і записуємо остаточну **відповідь**: $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) : a, b \in \mathbb{R}\}$.

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

Отримали матрицю у зведеній східчатій формі. Система лінійних рівнянь, яка їй відповідає має вигляд:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \qquad + x_4 = 9, \\ \qquad\qquad x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Змінні x_1 і x_3 є основними, а x_2 і x_4 — вільними. Виражаємо основні змінні через вільні:

$$x_1 = x_2 - x_4 + 9,$$
$$x_3 = x_4 + 1,$$

і записуємо остаточну **відповідь**: $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) \colon a, b \in \mathbb{R}\}$.

Дякую за увагу!