

# Обчислювальна геометрія і алгебра

Олег Гутік



**Лекція 4: Системи лінійних рівнянь і методи їх розв'язування.  
Східчата форма матриць. Метод Гаусса розв'язування систем  
лінійних рівнянь**

# Східчата форма матриць

## Означення 1.2.22

Будемо говорити, що матриця має *східчатую форму* (або *рядково східчатую форму*), якщо вона задовольняє такі умови:

- 1) нульові рядки знаходяться вище всіх ненульових рядків;
- 2) у кожному ненульовому рядку лівіший ненульовий елемент даного рядка знаходиться над одним елементом даного рядка вище, а отже, справа від лівого елемента у рядку над ним.

## Приклад 1.2.23

Наступні матриці мають східчатую форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{2} & 4 & 1 \\ 0 & \boxed{1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \boxed{1} & 4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \boxed{-1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{*} & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{*} & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{*} & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{*} \end{bmatrix}.$$

Тут ведучі елементи кожного рядка обведені в рамку; \* — довільний елемент,  $\boxed{*}$  — довільний ненульовий елемент.

# Східчата форма матриць

## Означення 1.2.22

Будемо говорити, що матриця має *східчату форму* (або *рядково східчату форму*), якщо вона задовольняє такі умови:

- 1) усі ненульові рядки знаходяться вище всіх нульових рядків;
- 2) у кожному ненульовому рядку перший ненульовий елемент (він називається *ведучим елементом рядка*) розташований у стовпці справа від ведучого елемента у рядку над ним.

## Приклад 1.2.23

Наступні матриці мають східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{2} & 4 & 1 \\ 0 & \boxed{1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \boxed{1} & 4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \boxed{-1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{*} & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{*} & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{*} & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{*} \end{bmatrix}$$

Тут ведучі елементи кожного рядка обведені в рамку; \* — довільний елемент,  $\boxed{*}$  — довільний ненульовий елемент.

# Східчата форма матриць

## Означення 1.2.22

Будемо говорити, що матриця має *східчату форму* (або *рядково східчату форму*), якщо вона задовольняє такі умови:

- 1) усі ненульові рядки знаходяться вище всіх нульових рядків;
- 2) у кожному ненульовому рядку перший ненульовий елемент (він називається *ведучим елементом рядка*) розташований у стовпці справа від ведучого елемента у рядку над ним.

## Приклад 1.2.23

Наступні матриці мають східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{2} & 4 & 1 \\ 0 & \boxed{1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \boxed{1} & 4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \boxed{-1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{*} & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{*} & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{*} & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{*} \end{bmatrix}$$

Тут ведучі елементи кожного рядка обведені в рамку; \* — довільний елемент,  $\boxed{*}$  — довільний ненульовий елемент.

# Східчата форма матриць

## Означення 1.2.22

Будемо говорити, що матриця має *східчату форму* (або *рядково східчату форму*), якщо вона задовольняє такі умови:

- 1) усі ненульові рядки знаходяться вище всіх нульових рядків;
- 2) у кожному ненульовому рядку перший ненульовий елемент (він називається *ведучим елементом рядка*) розташований у стовпці справа від ведучого елемента у рядку над ним.

## Приклад 1.2.23

Наступні матриці мають східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{2} & 4 & 1 \\ 0 & \boxed{1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \boxed{1} & 4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \boxed{-1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{*} & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{*} & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{*} & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{*} \end{bmatrix}$$

Тут ведучі елементи кожного рядка обведені в рамку; \* — довільний елемент,  $\boxed{*}$  — довільний ненульовий елемент.

# Східчата форма матриць

## Означення 1.2.22

Будемо говорити, що матриця має *східчату форму* (або *рядково східчату форму*), якщо вона задовольняє такі умови:

- 1) усі ненульові рядки знаходяться вище всіх нульових рядків;
- 2) у кожному ненульовому рядку перший ненульовий елемент (він називається *ведучим елементом рядка*) розташований у стовпці справа від ведучого елемента у рядку над ним.

## Приклад 1.2.23

Наступні матриці мають східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{2} & 4 & 1 \\ 0 & \boxed{1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \boxed{1} & 4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \boxed{-1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{*} & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{*} & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{*} & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{*} \end{bmatrix}$$

Тут ведучі елементи кожного рядка обведені в рамку; \* — довільний елемент,  $\boxed{*}$  — довільний ненульовий елемент.

# Східчата форма матриць

## Означення 1.2.22

Будемо говорити, що матриця має *східчату форму* (або *рядково східчату форму*), якщо вона задовольняє такі умови:

- 1) усі ненульові рядки знаходяться вище всіх нульових рядків;
- 2) у кожному ненульовому рядку перший ненульовий елемент (він називається *ведучим елементом рядка*) розташований у стовпці справа від ведучого елемента у рядку над ним.

## Приклад 1.2.23

Наступні матриці мають східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{2} & 4 & 1 \\ 0 & \boxed{1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \boxed{1} & 4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \boxed{-1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{*} & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{*} & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{*} & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{*} \end{bmatrix}$$

Тут ведучі елементи кожного рядка обведені в рамку; \* — довільний елемент,  $\boxed{*}$  — довільний ненульовий елемент.

# Східчата форма матриць

## Означення 1.2.22

Будемо говорити, що матриця має *східчату форму* (або *рядково східчату форму*), якщо вона задовольняє такі умови:

- 1) усі ненульові рядки знаходяться вище всіх нульових рядків;
- 2) у кожному ненульовому рядку перший ненульовий елемент (він називається *ведучим елементом рядка*) розташований у стовпці справа від ведучого елемента у рядку над ним.

## Приклад 1.2.23

Наступні матриці мають східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{2} & 4 & 1 \\ 0 & \boxed{1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \boxed{1} & 4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \boxed{-1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{\star} & \star & \star & \star & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} & \star & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} \end{bmatrix}.$$

Тут ведучі елементи кожного рядка обведені в рамку;  $\star$  — довільний елемент,  $\boxed{\star}$  — довільний ненульовий елемент.



# Східчата форма матриць

## Означення 1.2.22

Будемо говорити, що матриця має *східчату форму* (або *рядково східчату форму*), якщо вона задовольняє такі умови:

- 1) усі ненульові рядки знаходяться вище всіх нульових рядків;
- 2) у кожному ненульовому рядку перший ненульовий елемент (він називається *ведучим елементом рядка*) розташований у стовпці справа від ведучого елемента у рядку над ним.

## Приклад 1.2.23

Наступні матриці мають східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{2} & 4 & 1 \\ 0 & \boxed{1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \boxed{1} & 4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \boxed{-1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{\star} & \star & \star & \star & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} & \star & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} \end{bmatrix}.$$

Тут ведучі елементи кожного рядка обведені в рамку;  $\star$  — довільний елемент,  $\boxed{\star}$  — довільний ненульовий елемент.

# Східчата форма матриць

## Означення 1.2.22

Будемо говорити, що матриця має *східчату форму* (або *рядково східчату форму*), якщо вона задовольняє такі умови:

- 1) усі ненульові рядки знаходяться вище всіх нульових рядків;
- 2) у кожному ненульовому рядку перший ненульовий елемент (він називається *ведучим елементом рядка*) розташований у стовпці справа від ведучого елемента у рядку над ним.

## Приклад 1.2.23

Наступні матриці мають східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{2} & 4 & 1 \\ 0 & \boxed{1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \boxed{1} & 4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \boxed{-1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{\star} & \star & \star & \star & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} & \star & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} \end{bmatrix}.$$

Тут ведучі елементи кожного рядка обведені в рамку;  $\star$  — довільний елемент,  $\boxed{\star}$  — довільний ненульовий елемент.

# Східчата форма матриць

## Означення 1.2.22

Будемо говорити, що матриця має *східчату форму* (або *рядково східчату форму*), якщо вона задовольняє такі умови:

- 1) усі ненульові рядки знаходяться вище всіх нульових рядків;
- 2) у кожному ненульовому рядку перший ненульовий елемент (він називається *ведучим елементом рядка*) розташований у стовпці справа від ведучого елемента у рядку над ним.

## Приклад 1.2.23

Наступні матриці мають східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{2} & 4 & 1 \\ 0 & \boxed{1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \boxed{1} & 4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \boxed{-1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{\star} & \star & \star & \star & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} & \star & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} \end{bmatrix}.$$

Тут ведучі елементи кожного рядка обведені в рамку;  $\star$  — довільний елемент,  $\boxed{\star}$  — довільний ненульовий елемент.

# Східчата форма матриць

## Означення 1.2.22

Будемо говорити, що матриця має *східчату форму* (або *рядково східчату форму*), якщо вона задовольняє такі умови:

- 1) усі ненульові рядки знаходяться вище всіх нульових рядків;
- 2) у кожному ненульовому рядку перший ненульовий елемент (він називається *ведучим елементом рядка*) розташований у стовпці справа від ведучого елемента у рядку над ним.

## Приклад 1.2.23

Наступні матриці мають східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{2} & 4 & 1 \\ 0 & \boxed{1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \boxed{1} & 4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \boxed{-1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{\star} & \star & \star & \star & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} & \star & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} \end{bmatrix}.$$

Тут ведучі елементи кожного рядка обведені в рамку;  $\star$  — довільний елемент,  $\boxed{\star}$  — довільний ненульовий елемент.

# Східчата форма матриць

## Означення 1.2.22

Будемо говорити, що матриця має *східчату форму* (або *рядково східчату форму*), якщо вона задовольняє такі умови:

- 1) усі ненульові рядки знаходяться вище всіх нульових рядків;
- 2) у кожному ненульовому рядку перший ненульовий елемент (він називається *ведучим елементом рядка*) розташований у стовпці справа від ведучого елемента у рядку над ним.

## Приклад 1.2.23

Наступні матриці мають східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{2} & 4 & 1 \\ 0 & \boxed{1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \boxed{1} & 4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \boxed{-1} & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{\star} & \star & \star & \star & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} & \star & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} & \star & \star \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\star} \end{bmatrix}.$$

Тут ведучі елементи кожного рядка обведені в рамку;  $\star$  — довільний елемент,  $\boxed{\star}$  — довільний ненульовий елемент.

Елементарними перетвореннями рядків матриці називатимемо такі:

- 1) перестановка двох рядків місцями;
- 2) множення рядка матриці на ненульовий елемент поля  $k$ ;
- 3) додавання до одного рядка іншого, помноженого на деяке число з поля  $k$ ;
- 4) вилучення з матриці нульового рядка (якщо він існує) або приписування до матриці нульового рядка.

Дві матриці називаються *рядково еквівалентними*, якщо існує послідовність елементарних рядкових операцій, які переводять одну матрицю в іншу.

Кожну матрицю шляхом елементарних перетворень можна звести до східчатої форми (можливо, але не єдиним способом).

Елементарними перетвореннями рядків матриці називатимемо такі:

- 1) перестановка двох рядків місцями;
- 2) множення рядка матриці на ненульовий елемент поля  $k$ ;
- 3) додавання до одного рядка іншого, помноженого на деяке число з поля  $k$ ;
- 4) вилучення з матриці нульового рядка (якщо він існує) або приписування до матриці нульового рядка.

Дві матриці називаються *рядково еквівалентними*, якщо існує послідовність елементарних рядкових операцій, які переводять одну матрицю в іншу.

Кожну матрицю шляхом елементарних перетворень можна звести до східчатої форми (можливо, але не єдиним способом).

Елементарними перетвореннями рядків матриці називатимемо такі:

- 1) перестановка двох рядків місцями;
- 2) множення рядка матриці на ненульовий елемент поля  $k$ ;
- 3) додавання до одного рядка іншого, помноженого на деяке число з поля  $k$ ;
- 4) вилучення з матриці нульового рядка (якщо він існує) або приписування до матриці нульового рядка.

Дві матриці називаються *рядково еквівалентними*, якщо існує послідовність елементарних рядкових операцій, які переводять одну матрицю в іншу.

Кожну матрицю шляхом елементарних перетворень можна звести до східчатої форми (можливо, але не єдиним способом).



Елементарними перетвореннями рядків матриці називатимемо такі:

- 1) перестановка двох рядків місцями;
- 2) множення рядка матриці на ненульовий елемент поля  $k$ ;
- 3) додавання до одного рядка іншого, помноженого на деяке число з поля  $k$ ;
- 4) вилучення з матриці нульового рядка (якщо він існує) або приписування до матриці нульового рядка.

Дві матриці називаються *рядково еквівалентними*, якщо існує послідовність елементарних рядкових операцій, які переводять одну матрицю в іншу.

Кожну матрицю шляхом елементарних перетворень можна звести до східчатої форми (можливо, але не єдиним способом).

Елементарними перетвореннями рядків матриці називатимемо такі:

- 1) перестановка двох рядків місцями;
- 2) множення рядка матриці на ненульовий елемент поля  $k$ ;
- 3) додавання до одного рядка іншого, помноженого на деяке число з поля  $k$ ;
- 4) вилучення з матриці нульового рядка (якщо він існує) або приписування до матриці нульового рядка.

Дві матриці називаються *рядково еквівалентними*, якщо існує послідовність елементарних рядкових операцій, які переводять одну матрицю в іншу.

Кожну матрицю шляхом елементарних перетворень можна звести до східчатої форми (можливо, але не єдиним способом).

Елементарними перетвореннями рядків матриці називатимемо такі:

- 1) перестановка двох рядків місцями;
- 2) множення рядка матриці на ненульовий елемент поля  $k$ ;
- 3) додавання до одного рядка іншого, помноженого на деяке число з поля  $k$ ;
- 4) вилучення з матриці нульового рядка (якщо він існує) або приписування до матриці нульового рядка.

Дві матриці називаються *рядково еквівалентними*, якщо існує послідовність елементарних рядкових операцій, які переводять одну матрицю в іншу.

Кожну матрицю шляхом елементарних перетворень можна звести до східчатої форми (можливо, але не єдиним способом).

Елементарними перетвореннями рядків матриці називатимемо такі:

- 1) перестановка двох рядків місцями;
- 2) множення рядка матриці на ненульовий елемент поля  $k$ ;
- 3) додавання до одного рядка іншого, помноженого на деяке число з поля  $k$ ;
- 4) вилучення з матриці нульового рядка (якщо він існує) або приписування до матриці нульового рядка.

Дві матриці називаються *рядково еквівалентними*, якщо існує послідовність елементарних рядкових операцій, які переводять одну матрицю в іншу.

Кожну матрицю шляхом елементарних перетворень можна звести до східчатої форми (можливо, але не єдиним способом).

Елементарними перетвореннями рядків матриці називатимемо такі:

- 1) перестановка двох рядків місцями;
- 2) множення рядка матриці на ненульовий елемент поля  $k$ ;
- 3) додавання до одного рядка іншого, помноженого на деяке число з поля  $k$ ;
- 4) вилучення з матриці нульового рядка (якщо він існує) або приписування до матриці нульового рядка.

Дві матриці називаються *рядково еквівалентними*, якщо існує послідовність елементарних рядкових операцій, які переводять одну матрицю в іншу.

Кожну матрицю шляхом елементарних перетворень можна звести до східчатої форми (можливо, але не єдиним способом).

Елементарними перетвореннями рядків матриці називатимемо такі:

- 1) перестановка двох рядків місцями;
- 2) множення рядка матриці на ненульовий елемент поля  $k$ ;
- 3) додавання до одного рядка іншого, помноженого на деяке число з поля  $k$ ;
- 4) вилучення з матриці нульового рядка (якщо він існує) або приписування до матриці нульового рядка.

Дві матриці називаються *рядково еквівалентними*, якщо існує послідовність елементарних рядкових операцій, які переводять одну матрицю в іншу.

Кожну матрицю шляхом елементарних перетворень можна звести до східчатої форми (можливо, але не єдиним способом).

Елементарними перетвореннями рядків матриці називатимемо такі:

- 1) перестановка двох рядків місцями;
- 2) множення рядка матриці на ненульовий елемент поля  $k$ ;
- 3) додавання до одного рядка іншого, помноженого на деяке число з поля  $k$ ;
- 4) вилучення з матриці нульового рядка (якщо він існує) або приписування до матриці нульового рядка.

Дві матриці називаються *рядково еквівалентними*, якщо існує послідовність елементарних рядкових операцій, які переводять одну матрицю в іншу.

Кожну матрицю шляхом елементарних перетворень можна звести до східчатої форми (можливо, але не єдиним способом).

## Східчата форма матриць.

### Приклад 1.2.24

Звести до східчатої форми матрицю:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

**Алгоритм наступний.** Працюємо зверху вниз, зліва направо. Спочатку помічаємо, що елемент першого рядка та першого стовпця матриці дорівнює 1, що є зручним для того, щоб у першому стовпці за допомогою елементарного перетворення “заміщення” (третє елементарне перетворення) утворити нулі в інших позиціях. Отже, першим кроком обираємо “опорний елемент” — той, який стане ведучим у східчатій формі матриці та утворюємо нулі під цим опорним елементом.

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$



## Східчата форма матриць.

### Приклад 1.2.24

Звести до східчатої форми матрицю:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

**Алгоритм наступний.** Працюємо зверху вниз, зліва направо. Спочатку помічаємо, що елемент першого рядка та першого стовпця матриці дорівнює 1, що є зручним для того, щоб у першому стовпці за допомогою елементарного перетворення “заміщення” (третє елементарне перетворення) утворити нулі в інших позиціях. Отже, першим кроком обираємо “опорний елемент” — той, який стане ведучим у східчатій формі матриці та утворюємо нулі під цим опорним елементом.

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

### Приклад 1.2.24

Звести до східчатої форми матрицю:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

**Алгоритм наступний.** Працюємо зверху вниз, зліва направо. Спочатку помічаємо, що елемент першого рядка та першого стовпця матриці дорівнює 1, що є зручним для того, щоб у першому стовпці за допомогою елементарного перетворення “заміщення” (третє елементарне перетворення) утворити нулі в інших позиціях. Отже, першим кроком обираємо “опорний елемент” — той, який стане ведучим у східчатій формі матриці та утворюємо нулі під цим опорним елементом.

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

### Приклад 1.2.24

Звести до східчатої форми матрицю:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

**Алгоритм наступний.** Працюємо зверху вниз, зліва направо. Спочатку помічаємо, що елемент першого рядка та першого стовпця матриці дорівнює 1, що є зручним для того, щоб у першому стовпці за допомогою елементарного перетворення “заміщення” (третє елементарне перетворення) утворити нулі в інших позиціях. Отже, першим кроком обираємо “опорний елемент” — той, який стане ведучим у східчатій формі матриці та утворюємо нулі під цим опорним елементом.

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

### Приклад 1.2.24

Звести до східчатої форми матрицю:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

**Алгоритм наступний.** Працюємо зверху вниз, зліва направо. Спочатку помічаємо, що елемент першого рядка та першого стовпця матриці дорівнює 1, що є зручним для того, щоб у першому стовпці за допомогою елементарного перетворення “заміщення” (третє елементарне перетворення) утворити нулі в інших позиціях. Отже, першим кроком обираємо “опорний елемент” — той, який стане ведучим у східчатій формі матриці та утворюємо нулі під цим опорним елементом.

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

### Приклад 1.2.24

Звести до східчатої форми матрицю:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

**Алгоритм наступний.** Працюємо зверху вниз, зліва направо. Спочатку помічаємо, що елемент першого рядка та першого стовпця матриці дорівнює 1, що є зручним для того, щоб у першому стовпці за допомогою елементарного перетворення “заміщення” (третє елементарне перетворення) утворити нулі в інших позиціях. Отже, першим кроком обираємо “опорний елемент” — той, який стане ведучим у східчатій формі матриці та утворюємо нулі під цим опорним елементом.

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

### Приклад 1.2.24

Звести до східчатої форми матрицю:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

**Алгоритм наступний.** Працюємо зверху вниз, зліва направо. Спочатку помічаємо, що елемент першого рядка та першого стовпця матриці дорівнює 1, що є зручним для того, щоб у першому стовпці за допомогою елементарного перетворення “заміщення” (третє елементарне перетворення) утворити нулі в інших позиціях. Отже, першим кроком обираємо “опорний елемент” — той, який стане ведучим у східчатій формі матриці та утворюємо нулі під цим опорним елементом.

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

### Приклад 1.2.24

Звести до східчатої форми матрицю:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

**Алгоритм наступний.** Працюємо зверху вниз, зліва направо. Спочатку помічаємо, що елемент першого рядка та першого стовпця матриці дорівнює 1, що є зручним для того, щоб у першому стовпці за допомогою елементарного перетворення “заміщення” (третє елементарне перетворення) утворити нулі в інших позиціях. Отже, першим кроком обираємо “опорний елемент” — той, який стане ведучим у східчатій формі матриці та утворюємо нулі під цим опорним елементом.

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

### Приклад 1.2.24

Звести до східчатої форми матрицю:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

**Алгоритм наступний.** Працюємо зверху вниз, зліва направо. Спочатку помічаємо, що елемент першого рядка та першого стовпця матриці дорівнює 1, що є зручним для того, щоб у першому стовпці за допомогою елементарного перетворення “заміщення” (третє елементарне перетворення) утворити нулі в інших позиціях. Отже, першим кроком обираємо “опорний елемент” — той, який стане ведучим у східчатій формі матриці та утворюємо нулі під цим опорним елементом.

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$



## Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від другого та третього рядків подвоєний перший рядок, а також додамо до четвертого рядка перший рядок. У результаті цих дій отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & 0 & 8 & 8 & -8 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер помічаємо, що, по-перше, усі елементи другого рядка діляться на 8, і, по-друге, в цьому рядку на другій позиції розташований 0, тоді як у третьому та четвертому рядках — відмінні від нуля елементи. Тому далі виконаємо ділення елементів другого рядка на 8 і поміняємо його місцем з третім рядком, ведучим елементом якого є  $-1$ .

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

## Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від другого та третього рядків подвоєний перший рядок, а також додамо до четвертого рядка перший рядок. У результаті цих дій отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & 0 & 8 & 8 & -8 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер помічаємо, що, по-перше, усі елементи другого рядка діляться на 8, і, по-друге, в цьому рядку на другій позиції розташований 0, тоді як у третьому та четвертому рядках — відмінні від нуля елементи. Тому далі виконаємо ділення елементів другого рядка на 8 і поміняємо його місцем з третім рядком, ведучим елементом якого є  $-1$ .

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & \boxed{-1} & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

## Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від другого та третього рядків подвоєний перший рядок, а також додамо до четвертого рядка перший рядок. У результаті цих дій отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & 0 & 8 & 8 & -8 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер помічаємо, що, по-перше, усі елементи другого рядка діляться на 8, і, по-друге, в цьому рядку на другій позиції розташований 0, тоді як у третьому та четвертому рядках — відмінні від нуля елементи. Тому далі виконаємо ділення елементів другого рядка на 8 і поміняємо його місцем з третім рядком, ведучим елементом якого є  $-1$ .

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & \boxed{-1} & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

## Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від другого та третього рядків подвоєний перший рядок, а також додамо до четвертого рядка перший рядок. У результаті цих дій отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & 0 & 8 & 8 & -8 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер помічаємо, що, по-перше, усі елементи другого рядка діляться на 8, і, по-друге, в цьому рядку на другій позиції розташований 0, тоді як у третьому та четвертому рядках — відмінні від нуля елементи. Тому далі виконаємо ділення елементів другого рядка на 8 і поміняємо його місцем з третім рядком, ведучим елементом якого є  $-1$ .

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & \boxed{-1} & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

## Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від другого та третього рядків подвоєний перший рядок, а також додамо до четвертого рядка перший рядок. У результаті цих дій отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & 0 & 8 & 8 & -8 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер помічаємо, що, по-перше, усі елементи другого рядка діляться на 8, і, по-друге, в цьому рядку на другій позиції розташований 0, тоді як у третьому та четвертому рядках — відмінні від нуля елементи. Тому далі виконаємо ділення елементів другого рядка на 8 і поміняємо його місцем з третім рядком, ведучим елементом якого є  $-1$ .

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & \boxed{-1} & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

## Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від другого та третього рядків подвоєний перший рядок, а також додамо до четвертого рядка перший рядок. У результаті цих дій отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & 0 & 8 & 8 & -8 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер помічаємо, що, по-перше, усі елементи другого рядка діляться на 8, і, по-друге, в цьому рядку на другій позиції розташований 0, тоді як у третьому та четвертому рядках — відмінні від нуля елементи. Тому далі виконаємо ділення елементів другого рядка на 8 і поміняємо його місцем з третім рядком, ведучим елементом якого є  $-1$ .

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & \boxed{-1} & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

## Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від другого та третього рядків подвоєний перший рядок, а також додамо до четвертого рядка перший рядок. У результаті цих дій отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & 0 & 8 & 8 & -8 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер помічаємо, що, по-перше, усі елементи другого рядка діляться на 8, і, по-друге, в цьому рядку на другій позиції розташований 0, тоді як у третьому та четвертому рядках — відмінні від нуля елементи. Тому далі виконаємо ділення елементів другого рядка на 8 і поміняємо його місцем з третім рядком, ведучим елементом якого є  $-1$ .

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & \boxed{-1} & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

## Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від другого та третього рядків подвоєний перший рядок, а також додамо до четвертого рядка перший рядок. У результаті цих дій отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & 0 & 8 & 8 & -8 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер помічаємо, що, по-перше, усі елементи другого рядка діляться на 8, і, по-друге, в цьому рядку на другій позиції розташований 0, тоді як у третьому та четвертому рядках — відмінні від нуля елементи. Тому далі виконаємо ділення елементів другого рядка на 8 і поміняємо його місцем з третім рядком, ведучим елементом якого є  $-1$ .

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & \boxed{-1} & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$



## Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від другого та третього рядків подвоєний перший рядок, а також додамо до четвертого рядка перший рядок. У результаті цих дій отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & 0 & 8 & 8 & -8 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер помічаємо, що, по-перше, усі елементи другого рядка діляться на 8, і, по-друге, в цьому рядку на другій позиції розташований 0, тоді як у третьому та четвертому рядках — відмінні від нуля елементи. Тому далі виконаємо ділення елементів другого рядка на 8 і поміняємо його місцем з третім рядком, ведучим елементом якого є  $-1$ .

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & \boxed{-1} & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

## Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від другого та третього рядків подвоєний перший рядок, а також додамо до четвертого рядка перший рядок. У результаті цих дій отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & 0 & 8 & 8 & -8 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер помічаємо, що, по-перше, усі елементи другого рядка діляться на 8, і, по-друге, в цьому рядку на другій позиції розташований 0, тоді як у третьому та четвертому рядках — відмінні від нуля елементи. Тому далі виконаємо ділення елементів другого рядка на 8 і поміняємо його місцем з третім рядком, ведучим елементом якого є  $-1$ .

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & \boxed{-1} & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

## Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від другого та третього рядків подвоєний перший рядок, а також додамо до четвертого рядка перший рядок. У результаті цих дій отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & 0 & 8 & 8 & -8 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер помічаємо, що, по-перше, усі елементи другого рядка діляться на 8, і, по-друге, в цьому рядку на другій позиції розташований 0, тоді як у третьому та четвертому рядках — відмінні від нуля елементи. Тому далі виконаємо ділення елементів другого рядка на 8 і поміняємо його місцем з третім рядком, ведучим елементом якого є  $-1$ .

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & \boxed{-1} & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

## Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від другого та третього рядків подвоєний перший рядок, а також додамо до четвертого рядка перший рядок. У результаті цих дій отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & 0 & 8 & 8 & -8 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер помічаємо, що, по-перше, усі елементи другого рядка діляться на 8, і, по-друге, в цьому рядку на другій позиції розташований 0, тоді як у третьому та четвертому рядках — відмінні від нуля елементи. Тому далі виконаємо ділення елементів другого рядка на 8 і поміняємо його місцем з третім рядком, ведучим елементом якого є  $-1$ .

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & \boxed{-1} & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

## Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від другого та третього рядків подвоєний перший рядок, а також додамо до четвертого рядка перший рядок. У результаті цих дій отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & 0 & 8 & 8 & -8 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер помічаємо, що, по-перше, усі елементи другого рядка діляться на 8, і, по-друге, в цьому рядку на другій позиції розташований 0, тоді як у третьому та четвертому рядках — відмінні від нуля елементи. Тому далі виконаємо ділення елементів другого рядка на 8 і поміняємо його місцем з третім рядком, ведучим елементом якого є  $-1$ .

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & \boxed{-1} & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

## Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер обираємо опорний елемент ( $-1$  у другому рядку) і утворюємо нулі на всіх позиціях під ним. Додамо до четвертого рядка потроєний другий рядок:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

Переходимо до третього рядка. Опорний елемент дорівнює  $1$ .

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

## Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер обираємо опорний елемент ( $-1$  у другому рядку) і утворюємо нулі на всіх позиціях під ним. Додамо до четвертого рядка потроєний другий рядок:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

Переходимо до третього рядка. Опорний елемент дорівнює  $1$ .

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

## Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер обираємо опорний елемент ( $-1$  у другому рядку) і утворюємо нулі на всіх позиціях під ним. Додамо до четвертого рядка потроєний другий рядок:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

Переходимо до третього рядка. Опорний елемент дорівнює  $1$ .

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$



## Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер обираємо опорний елемент ( $-1$  у другому рядку) і утворюємо нулі на всіх позиціях під ним. Додамо до четвертого рядка потроєний другий рядок:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

Переходимо до третього рядка. Опорний елемент дорівнює  $1$ .

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

## Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер обираємо опорний елемент ( $-1$  у другому рядку) і утворюємо нулі на всіх позиціях під ним. Додамо до четвертого рядка потроєний другий рядок:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

Переходимо до третього рядка. Опорний елемент дорівнює  $1$ .

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

## Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер обираємо опорний елемент ( $-1$  у другому рядку) і утворюємо нулі на всіх позиціях під ним. Додамо до четвертого рядка потроєний другий рядок:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

Переходимо до третього рядка. Опорний елемент дорівнює  $1$ .

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

## Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер обираємо опорний елемент ( $-1$  у другому рядку) і утворюємо нулі на всіх позиціях під ним. Додамо до четвертого рядка потроєний другий рядок:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

Переходимо до третього рядка. Опорний елемент дорівнює  $1$ .

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

## Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер обираємо опорний елемент ( $-1$  у другому рядку) і утворюємо нулі на всіх позиціях під ним. Додамо до четвертого рядка потроєний другий рядок:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

Переходимо до третього рядка. Опорний елемент дорівнює  $1$ .

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

## Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

Тепер обираємо опорний елемент ( $-1$  у другому рядку) і утворюємо нулі на всіх позиціях під ним. Додамо до четвертого рядка потроєний другий рядок:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

Переходимо до третього рядка. Опорний елемент дорівнює  $1$ .

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

## Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від четвертого рядка третій рядок, помножений на 29, і остаточно отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 24 \end{bmatrix}.$$

Бачимо, що одержана матриця має східчату форму та вона рядково еквівалентна початковій матриці.

## Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від четвертого рядка третій рядок, помножений на 29, і остаточно отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 24 \end{bmatrix}.$$

Бачимо, що одержана матриця має східчату форму та вона рядково еквівалентна початковій матриці.



## Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від четвертого рядка третій рядок, помножений на 29, і остаточно отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 24 \end{bmatrix}.$$

Бачимо, що одержана матриця має східчату форму та вона рядково еквівалентна початковій матриці.

## Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від четвертого рядка третій рядок, помножений на 29, і остаточно отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 24 \end{bmatrix}.$$

Бачимо, що одержана матриця має східчату форму та вона рядково еквівалентна початковій матриці.

## Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

Відніmemo від четвертого рядка третій рядок, помножений на 29, і остаточно отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 24 \end{bmatrix}.$$

Бачимо, що одержана матриця має східчату форму та вона рядково еквівалентна початковій матриці.

## Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від четвертого рядка третій рядок, помножений на 29, і остаточно отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 24 \end{bmatrix}.$$

Бачимо, що одержана матриця має східчату форму та вона рядково еквівалентна початковій матриці.

## Східчата форма матриць

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 29 & 29 & -5 \end{bmatrix}.$$

Віднімемо від четвертого рядка третій рядок, помножений на 29, і остаточно отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & -4 & 5 \\ 0 & -1 & 10 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 24 \end{bmatrix}.$$

Бачимо, що одержана матриця має східчату форму та вона рядково еквівалентна початковій матриці.

**Метод Гаусса** розв'язування систем лінійних рівнянь (метод послідовного виключення невідомих) полягає в наступному:

- 1) виписати розширену матрицю системи лінійних рівнянь;
- 2) за допомогою елементарних перетворень рядків матриці звести її до східчатої форми;
- 3) повернутись від одержаної матриць до системи та розв'язати її.

Зауважимо, що звести матрицю до східчатої форми можна різними способами. Відзначимо деякі поради того, як цього можна досягнути.

- Обрати крайній зліва стовпець, не всі елементи якого дорівнюють нулю. Створити ведучий елемент першого рядка (якщо він дорівнює нулю, перебудувати, для цього можна, якщо потрібно, поміняти місцями рядки) за допомогою елементарних перетворень "зростаючих рядків".
- Використовуючи цей ведучий елемент, створити в стовпці під ним нуль. Це можна зробити, додаючи до кожного рядка певний рядок, помножений на відповідний коефіцієнт.
- Повторити описані вище дії для підматриці, яка отримується з даної матриці після "викреслення" першого рядка та першого (ненульового) стовпця.

**Метод Гаусса** розв'язування систем лінійних рівнянь (метод послідовного виключення невідомих) полягає в наступному:

- 1) виписати розширену матрицю системи лінійних рівнянь;
- 2) за допомогою елементарних перетворень рядків матриці звести її до східчатої форми;
- 3) повернутись від одержаної матриць до системи та розв'язати її.

Зауважимо, що звести матрицю до східчатої форми можна різними способами. Відзначимо деякі поради того, як цього можна досягнути.

- Обрати крайній зліва стовпець, не всі елементи якого дорівнюють нулю. Створити ведучий елемент першого рядка (якщо він дорівнює нулю, то це можливо, якщо в даній колонці знайдеться хоча б один ненульовий елемент) за допомогою елементарних перетворень "зростаючих" рядків.
- Використовуючи цей ведучий елемент, створити в стовпці під ним нуль. Це можна зробити, додаючи до кожного рядка певний рядок, помножений на відповідний коефіцієнт.
- Повторити описані вище дії для підматриці, яка отримується з даної матриці після "викреслення" першого рядка та першого (ненульового) стовпця.

**Метод Гаусса** розв'язування систем лінійних рівнянь (метод послідовного виключення невідомих) полягає в наступному:

- 1) виписати розширену матрицю системи лінійних рівнянь;
- 2) за допомогою елементарних перетворень рядків матриці звести її до східчатої форми;
- 3) повернутись від одержаної матриць до системи та розв'язати її.

Зауважимо, що звести матрицю до східчатої форми можна різними способами. Відзначимо деякі поради того, як цього можна досягнути.

- Обрати крайній зліва стовпець, не всі елементи якого дорівнюють нулю. Створити ведучий елемент першого рядка (якщо він дорівнює нулю, перемістити вліво деякий інший ненульовий елемент даного стовпця).
- Використовуючи цей ведучий елемент, створити в стовпці під ним нуль. Це можна зробити, додаючи до кожного рядка певний кратний рядок, що містить цей ведучий елемент.
- Повторити описані вище дії для підматриці, яка отримується з даної матриці після "викреслення" першого рядка та першого (ненульового) стовпця.



**Метод Гаусса** розв'язування систем лінійних рівнянь (метод послідовного виключення невідомих) полягає в наступному:

- 1) вписати розширену матрицю системи лінійних рівнянь;
- 2) за допомогою елементарних перетворень рядків матриці звести її до східчатої форми;
- 3) повернутись від одержаної матриць до системи та розв'язати її.

Зауважимо, що звести матрицю до східчатої форми можна різними способами. Відзначимо деякі поради того, як цього можна досягнути.

- Обрати крайній зліва стовпець, не всі елементи якого дорівнюють нулю. Створити ведучий елемент першого рядка (якщо він дорівнює нулю, то потрібно, для безпеки, якийсь рядок поміняти місцями з першим), використавши елементарні перетворення "заступлення" рядків.
- Використовуючи цей ведучий елемент, створити в стовпці під ним нуль. Це можна зробити, додаючи до кожного рядка певний рядок, помножений на відповідний коефіцієнт.
- Повторити описані вище дії для підматриці, яка отримується з даної матриці після "викреслення" першого рядка та першого (ненульового) стовпця.

**Метод Гаусса** розв'язування систем лінійних рівнянь (метод послідовного виключення невідомих) полягає в наступному:

- 1) вписати розширену матрицю системи лінійних рівнянь;
- 2) за допомогою елементарних перетворень рядків матриці звести її до східчатої форми;
- 3) повернутись від одержаної матриць до системи та розв'язати її.

Зауважимо, що звести матрицю до східчатої форми можна різними способами. Відзначимо деякі поради того, як цього можна досягнути.

- Обрати крайній зліва стовпець, не всі елементи якого дорівнюють нулю. Якщо жоден елемент першого рядка (якщо він не нуль) не дорівнює нулю, для першого рядка вибрати перший стовпець, який не дорівнює нулю. Якщо жоден елемент першого рядка не дорівнює нулю, використати елементарні перетворення, щоб створити нуль.
- Використовуючи цей ведучий елемент, створити в стовпці під ним нуль. Це можна зробити, додаючи до кожного рядка відповідний рядок, помножений на відповідний коефіцієнт.
- Повторити описані вище дії для підматриці, яка отримується з даної матриці після "викреслення" першого рядка та першого (ненульового) стовпця.

**Метод Гаусса** розв'язування систем лінійних рівнянь (метод послідовного виключення невідомих) полягає в наступному:

- 1) вписати розширену матрицю системи лінійних рівнянь;
- 2) за допомогою елементарних перетворень рядків матриці звести її до східчатої форми;
- 3) повернутись від одержаної матриць до системи та розв'язати її.

Зауважимо, що звести матрицю до східчатої форми можна різними способами. Відзначимо деякі поради того, як цього можна досягнути.

- Обрати крайній зліва стовпець, не всі елементи якого дорівнюють нулю. Якщо жоден елемент цього стовпця (якщо він не є нулем) не дорівнює одиниці, тоді потрібно виконати елементарні перетворення рядків, щоб перший елемент цього стовпця дорівнював одиниці.
- Використовуючи цей ведучий елемент, створити в стовпці під ним нуль. Це можна зробити, якщо додати до кожного рядка (крім першого) певний рядок, створивши в ньому нуль у даному стовпці.
- Повторити описані вище дії для підматриці, яка отримується з даної матриці після "викреслення" першого рядка та першого (ненульового) стовпця.

**Метод Гаусса** розв'язування систем лінійних рівнянь (метод послідовного виключення невідомих) полягає в наступному:

- 1) вписати розширену матрицю системи лінійних рівнянь;
- 2) за допомогою елементарних перетворень рядків матриці звести її до східчатої форми;
- 3) повернутись від одержаної матриць до системи та розв'язати її.

Зауважимо, що звести матрицю до східчатої форми можна різними способами. Відзначимо деякі поради того, як цього можна досягнути.

- Обрати крайній зліва стовпець, не всі елементи якого дорівнюють нулю. Якщо жоден з елементів цього стовпця не дорівнює одиниці, то вибрати один з елементів цього стовпця, який дорівнює найменшому за абсолютною величиною числу, відмінному від нуля.
- Використовуючи цей ведучий елемент, створити в стовпці під ним нуль. Це можна зробити, якщо до кожного рядка, починаючи з другого рядка, додати перший рядок, помножений на відповідний коефіцієнт.
- Повторити описані вище дії для підматриці, яка отримується з даної матриці після "викреслення" першого рядка та першого (ненульового) стовпця.

**Метод Гаусса** розв'язування систем лінійних рівнянь (метод послідовного виключення невідомих) полягає в наступному:

- 1) вписати розширену матрицю системи лінійних рівнянь;
- 2) за допомогою елементарних перетворень рядків матриці звести її до східчатої форми;
- 3) повернутись від одержаної матриць до системи та розв'язати її.

Зауважимо, що звести матрицю до східчатої форми можна різними способами. Відзначимо деякі поради того, як цього можна досягнути.

- Обрати крайній зліва стовпець, не всі елементи якого дорівнюють нулю. Якщо жоден з елементів цього стовпця не дорівнює нулю, то цей стовпець є ведучим. Якщо ж деякі елементи цього стовпця дорівнюють нулю, то вибираємо стовпець, який містить найбільше нулів.
- Використовуючи цей ведучий елемент, створити в стовпці під ним нуль. Для цього треба додати до кожного рядка, починаючи з другого, деякий кратний першому рядку.
- Повторити описані вище дії для підматриці, яка отримується з даної матриці після "викреслення" першого рядка та першого (ненульового) стовпця.

**Метод Гаусса** розв'язування систем лінійних рівнянь (метод послідовного виключення невідомих) полягає в наступному:

- 1) вписати розширену матрицю системи лінійних рівнянь;
- 2) за допомогою елементарних перетворень рядків матриці звести її до східчатої форми;
- 3) повернутись від одержаної матриць до системи та розв'язати її.

Зауважимо, що звести матрицю до східчатої форми можна різними способами. Відзначимо деякі поради того, як цього можна досягнути.

- Обрати крайній зліва стовпець, не всі елементи якого дорівнюють нулю.
- Використовуючи цей ведучий елемент, створити в стовпці під ним нуль.
- Повторити описані вище дії для підматриці, яка отримується з даної матриці після "викреслення" першого рядка та першого (ненульового) стовпця.

**Метод Гаусса** розв'язування систем лінійних рівнянь (метод послідовного виключення невідомих) полягає в наступному:

- 1) вписати розширену матрицю системи лінійних рівнянь;
- 2) за допомогою елементарних перетворень рядків матриці звести її до східчатої форми;
- 3) повернутись від одержаної матриць до системи та розв'язати її.

Зауважимо, що звести матрицю до східчатої форми можна різними способами. Відзначимо деякі поради того, як цього можна досягнути.

- Обрати крайній зліва стовпець, не всі елементи якого дорівнюють нулю. Створити ведучий елемент першого рядка (він повинен бути ненульовим, але бажано, якщо ведучий елемент дорівнює 1), використовуючи елементарне перетворення "перестановка рядків".
- Використовуючи цей ведучий елемент, створити в стовпці під ним нуль. Цього завжди можна досягти, додаючи до кожного рядка перший рядок, помножений на відповідний коефіцієнт.
- Повторити описані вище дії для підматриці, яка отримується з даної матриці після "викреслення" першого рядка та першого (ненульового) стовпця.

**Метод Гаусса** розв'язування систем лінійних рівнянь (метод послідовного виключення невідомих) полягає в наступному:

- 1) вписати розширену матрицю системи лінійних рівнянь;
- 2) за допомогою елементарних перетворень рядків матриці звести її до східчатої форми;
- 3) повернутись від одержаної матриць до системи та розв'язати її.

Зауважимо, що звести матрицю до східчатої форми можна різними способами. Відзначимо деякі поради того, як цього можна досягнути.

- Обрати крайній зліва стовпець, не всі елементи якого дорівнюють нулю. Створити ведучий елемент першого рядка (він повинен бути ненульовим, але бажано, якщо ведучий елемент дорівнює 1), використовуючи елементарне перетворення “перестановка рядків”.
- Використовуючи цей ведучий елемент, створити в стовпці під ним нуль. Цього завжди можна досягти, додаючи до кожного рядка перший рядок, помножений на відповідний коефіцієнт.
- Повторити описані вище дії для підматриці, яка отримується з даної матриці після “викреслення” першого рядка та першого (ненульового) стовпця.



**Метод Гаусса** розв'язування систем лінійних рівнянь (метод послідовного виключення невідомих) полягає в наступному:

- 1) вписати розширену матрицю системи лінійних рівнянь;
- 2) за допомогою елементарних перетворень рядків матриці звести її до східчатої форми;
- 3) повернутись від одержаної матриць до системи та розв'язати її.

Зауважимо, що звести матрицю до східчатої форми можна різними способами. Відзначимо деякі поради того, як цього можна досягнути.

- Обрати крайній зліва стовпець, не всі елементи якого дорівнюють нулю. Створити ведучий елемент першого рядка (він повинен бути ненульовим, але бажано, якщо ведучий елемент дорівнює 1), використовуючи елементарне перетворення “перестановка рядків”.
- Використовуючи цей ведучий елемент, створити в стовпці під ним нуль. Цього завжди можна досягти, додаючи до кожного рядка перший рядок, помножений на відповідний коефіцієнт.
- Повторити описані вище дії для підматриці, яка отримується з даної матриці після “викреслення” першого рядка та першого (ненульового) стовпця.

**Метод Гаусса** розв'язування систем лінійних рівнянь (метод послідовного виключення невідомих) полягає в наступному:

- 1) вписати розширену матрицю системи лінійних рівнянь;
- 2) за допомогою елементарних перетворень рядків матриці звести її до східчатої форми;
- 3) повернутись від одержаної матриць до системи та розв'язати її.

Зауважимо, що звести матрицю до східчатої форми можна різними способами. Відзначимо деякі поради того, як цього можна досягнути.

- Обрати крайній зліва стовпець, не всі елементи якого дорівнюють нулю. Створити ведучий елемент першого рядка (він повинен бути ненульовим, але бажано, якщо ведучий елемент дорівнює 1), використовуючи елементарне перетворення “перестановка рядків”.
- Використовуючи цей ведучий елемент, створити в стовпці під ним нуль. Цього завжди можна досягти, додаючи до кожного рядка перший рядок, помножений на відповідний коефіцієнт.
- Повторити описані вище дії для підматриці, яка отримується з даної матриці після “викреслення” першого рядка та першого (ненульового) стовпця.

**Метод Гаусса** розв'язування систем лінійних рівнянь (метод послідовного виключення невідомих) полягає в наступному:

- 1) вписати розширену матрицю системи лінійних рівнянь;
- 2) за допомогою елементарних перетворень рядків матриці звести її до східчатої форми;
- 3) повернутись від одержаної матриць до системи та розв'язати її.

Зауважимо, що звести матрицю до східчатої форми можна різними способами. Відзначимо деякі поради того, як цього можна досягнути.

- Обрати крайній зліва стовпець, не всі елементи якого дорівнюють нулю. Створити ведучий елемент першого рядка (він повинен бути ненульовим, але бажано, якщо ведучий елемент дорівнює 1), використовуючи елементарне перетворення “перестановка рядків”.
- Використовуючи цей ведучий елемент, створити в стовпці під ним нуль. Цього завжди можна досягти, додаючи до кожного рядка перший рядок, помножений на відповідний коефіцієнт.
- Повторити описані вище дії для підматриці, яка отримується з даної матриці після “викреслення” першого рядка та першого (ненульового) стовпця.

**Метод Гаусса** розв'язування систем лінійних рівнянь (метод послідовного виключення невідомих) полягає в наступному:

- 1) вписати розширену матрицю системи лінійних рівнянь;
- 2) за допомогою елементарних перетворень рядків матриці звести її до східчатої форми;
- 3) повернутись від одержаної матриць до системи та розв'язати її.

Зауважимо, що звести матрицю до східчатої форми можна різними способами. Відзначимо деякі поради того, як цього можна досягнути.

- Обрати крайній зліва стовпець, не всі елементи якого дорівнюють нулю. Створити ведучий елемент першого рядка (він повинен бути ненульовим, але бажано, якщо ведучий елемент дорівнює 1), використовуючи елементарне перетворення “перестановка рядків”.
- Використовуючи цей ведучий елемент, створити в стовпці під ним нуль. Цього завжди можна досягти, додаючи до кожного рядка перший рядок, помножений на відповідний коефіцієнт.
- Повторити описані вище дії для підматриці, яка отримується з даної матриці після “викреслення” першого рядка та першого (ненульового) стовпця.

## Приклад 1.2.25

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x_2 + 3x_3 = 8, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = -5. \end{cases}$$

**Розв'язок.** Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 0 & 2 & 3 & 8 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & -2 & -5 \end{array} \right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Перший ненульовий стовпець — крайній зліва. Переставивши місцями перший і третій рядки матриць, ми досягнемо того, що ведучий елемент першого рядка буде дорівнювати 1, що є зручним для подальших обчислень:

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

## Приклад 1.2.25

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x_2 + 3x_3 = 8, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = -5. \end{cases}$$

**Розв'язок.** Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 0 & 2 & 3 & 8 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & -2 & -5 \end{array} \right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Перший ненульовий стовпець — крайній зліва. Переставивши місцями перший і третій рядки матриць, ми досягнемо того, що ведучий елемент першого рядка буде дорівнювати 1, що є зручним для подальших обчислень:

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

## Приклад 1.2.25

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x_2 + 3x_3 = 8, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = -5. \end{cases}$$

**Розв'язок.** Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 0 & 2 & 3 & 8 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & -2 & -5 \end{array} \right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Перший ненульовий стовпець — крайній зліва. Переставивши місцями перший і третій рядки матриць, ми досягнемо того, що ведучий елемент першого рядка буде дорівнювати 1, що є зручним для подальших обчислень:

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

## Приклад 1.2.25

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x_2 + 3x_3 = 8, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = -5. \end{cases}$$

**Розв'язок.** Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 0 & 2 & 3 & 8 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & -2 & -5 \end{array} \right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Перший ненульовий стовпець — крайній зліва. Переставивши місцями перший і третій рядки матриць, ми досягнемо того, що ведучий елемент першого рядка буде дорівнювати 1, що є зручним для подальших обчислень:

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$



## Приклад 1.2.25

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x_2 + 3x_3 = 8, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = -5. \end{cases}$$

**Розв'язок.** Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 0 & 2 & 3 & 8 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & -2 & -5 \end{array} \right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Перший ненульовий стовпець — крайній зліва. Переставивши місцями перший і третій рядки матриць, ми досягнемо того, що ведучий елемент першого рядка буде дорівнювати 1, що є зручним для подальших обчислень:

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

## Приклад 1.2.25

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x_2 + 3x_3 = 8, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = -5. \end{cases}$$

**Розв'язок.** Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 0 & 2 & 3 & 8 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & -2 & -5 \end{array} \right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Перший ненульовий стовпець — крайній зліва. Переставивши місцями перший і третій рядки матриць, ми досягнемо того, що ведучий елемент першого рядка буде дорівнювати 1, що є зручним для подальших обчислень:

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

## Приклад 1.2.25

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x_2 + 3x_3 = 8, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = -5. \end{cases}$$

**Розв'язок.** Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 0 & 2 & 3 & 8 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & -2 & -5 \end{array} \right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Перший ненульовий стовпець — крайній зліва. Переставивши місцями перший і третій рядки матриць, ми досягнемо того, що ведучий елемент першого рядка буде дорівнювати 1, що є зручним для подальших обчислень:

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

## Приклад 1.2.25

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x_2 + 3x_3 = 8, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = -5. \end{cases}$$

**Розв'язок.** Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 0 & 2 & 3 & 8 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & -2 & -5 \end{array} \right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Перший ненульовий стовпець — крайній зліва. Переставивши місцями перший і третій рядки матриць, ми досягнемо того, що ведучий елемент першого рядка буде дорівнювати 1, що є зручним для подальших обчислень:

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

## Приклад 1.2.25

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x_2 + 3x_3 = 8, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = -5. \end{cases}$$

**Розв'язок.** Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 0 & 2 & 3 & 8 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & -2 & -5 \end{array} \right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Перший ненульовий стовпець — крайній зліва. Переставивши місцями перший і третій рядки матриць, ми досягнемо того, що ведучий елемент першого рядка буде дорівнювати 1, що є зручним для подальших обчислень:

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

## Приклад 1.2.25

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x_2 + 3x_3 = 8, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = -5. \end{cases}$$

**Розв'язок.** Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 0 & 2 & 3 & 8 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & -2 & -5 \end{array} \right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Перший ненульовий стовпець — крайній зліва. Переставивши місцями перший і третій рядки матриць, ми досягнемо того, що ведучий елемент першого рядка буде дорівнювати 1, що є зручним для подальших обчислень:

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

## Приклад 1.2.25

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x_2 + 3x_3 = 8, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = -5. \end{cases}$$

**Розв'язок.** Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 0 & 2 & 3 & 8 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & -2 & -5 \end{array} \right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Перший ненульовий стовпець — крайній зліва. Переставивши місцями перший і третій рядки матриць, ми досягнемо того, що ведучий елемент першого рядка буде дорівнювати 1, що є зручним для подальших обчислень:

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

## Приклад 1.2.25

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x_2 + 3x_3 = 8, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = -5. \end{cases}$$

**Розв'язок.** Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 0 & 2 & 3 & 8 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & -2 & -5 \end{array} \right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Перший ненульовий стовпець — крайній зліва. Переставивши місцями перший і третій рядки матриць, ми досягнемо того, що ведучий елемент першого рядка буде дорівнювати 1, що є зручним для подальших обчислень:

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$



$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

Далі утворюємо нулі під ведучим елементом. Для цього до другого рядка додаємо перший, помножений на  $-2$ . У результаті цього отримуємо:

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 5 & 5 & 15 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

Тепер “забуваємо” про перший рядок і повторюємо описані дії для одержаної підматриці. Елементи другого рядка помножимо на  $\frac{1}{5}$ :

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

Утворимо нуль на другій позиції третього рядка (додаємо до третього рядка другий, помножений на  $-2$ ):

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right].$$

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

Далі утворюємо нулі під ведучим елементом. Для цього до другого рядка додаємо перший, помножений на  $-2$ . У результаті цього отримуємо:

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 5 & 5 & 15 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

Тепер “забуваємо” про перший рядок і повторюємо описані дії для одержаної підматриці. Елементи другого рядка помножимо на  $\frac{1}{5}$ :

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

Утворимо нуль на другій позиції третього рядка (додаємо до третього рядка другий, помножений на  $-2$ ):

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right].$$

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

Далі утворюємо нулі під ведучим елементом. Для цього до другого рядка додаємо перший, помножений на  $-2$ . У результаті цього отримуємо:

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 5 & 5 & 15 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

Тепер “забуваємо” про перший рядок і повторюємо описані дії для одержаної підматриці. Елементи другого рядка помножимо на  $\frac{1}{5}$ :

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

Утворимо нуль на другій позиції третього рядка (додаємо до третього рядка другий, помножений на  $-2$ ):

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right].$$

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

Далі утворюємо нулі під ведучим елементом. Для цього до другого рядка додаємо перший, помножений на  $-2$ . У результаті цього отримуємо:

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 5 & 5 & 15 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

Тепер “забуваємо” про перший рядок і повторюємо описані дії для одержаної підматриці. Елементи другого рядка помножимо на  $\frac{1}{5}$ :

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

Утворимо нуль на другій позиції третього рядка (додаємо до третього рядка другий, помножений на  $-2$ ):

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right].$$

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

Далі утворюємо нулі під ведучим елементом. Для цього до другого рядка додаємо перший, помножений на  $-2$ . У результаті цього отримуємо:

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 5 & 5 & 15 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

Тепер “забуваємо” про перший рядок і повторюємо описані дії для одержаної підматриці. Елементи другого рядка помножимо на  $\frac{1}{5}$ :

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

Утворимо нуль на другій позиції третього рядка (додаємо до третього рядка другий, помножений на  $-2$ ):

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right].$$

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

Далі утворюємо нулі під ведучим елементом. Для цього до другого рядка додаємо перший, помножений на  $-2$ . У результаті цього отримуємо:

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 5 & 5 & 15 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

Тепер “забуваємо” про перший рядок і повторюємо описані дії для одержаної підматриці. Елементи другого рядка помножимо на  $\frac{1}{5}$ :

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

Утворимо нуль на другій позиції третього рядка (додаємо до третього рядка другий, помножений на  $-2$ ):

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right].$$

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

Далі утворюємо нулі під ведучим елементом. Для цього до другого рядка додаємо перший, помножений на  $-2$ . У результаті цього отримуємо:

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 5 & 5 & 15 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

Тепер “забуваємо” про перший рядок і повторюємо описані дії для одержаної підматриці. Елементи другого рядка помножимо на  $\frac{1}{5}$ :

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

Утворимо нуль на другій позиції третього рядка (додаємо до третього рядка другий, помножений на  $-2$ ):

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right].$$

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

Далі утворюємо нулі під ведучим елементом. Для цього до другого рядка додаємо перший, помножений на  $-2$ . У результаті цього отримуємо:

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 5 & 5 & 15 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

Тепер “забуваємо” про перший рядок і повторюємо описані дії для одержаної підматриці. Елементи другого рядка помножимо на  $\frac{1}{5}$ :

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

Утворимо нуль на другій позиції третього рядка (додаємо до третього рядка другий, помножений на  $-2$ ):

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right].$$



$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

Далі утворюємо нулі під ведучим елементом. Для цього до другого рядка додаємо перший, помножений на  $-2$ . У результаті цього отримуємо:

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 5 & 5 & 15 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

Тепер “забуваємо” про перший рядок і повторюємо описані дії для одержаної підматриці. Елементи другого рядка помножимо на  $\frac{1}{5}$ :

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

Утворимо нуль на другій позиції третього рядка (додаємо до третього рядка другий, помножений на  $-2$ ):

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right].$$

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

Далі утворюємо нулі під ведучим елементом. Для цього до другого рядка додаємо перший, помножений на  $-2$ . У результаті цього отримуємо:

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 5 & 5 & 15 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

Тепер “забуваємо” про перший рядок і повторюємо описані дії для одержаної підматриці. Елементи другого рядка помножимо на  $\frac{1}{5}$ :

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{array} \right].$$

Утворимо нуль на другій позиції третього рядка (додаємо до третього рядка другий, помножений на  $-2$ ):

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right].$$

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right].$$

Отримали матрицю у східчатій формі. Тепер повертаємось до системи

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 = -5, \\ x_2 + x_3 = 3, \\ x_3 = 2, \end{cases}$$

і розв'язуємо її “знизу вгору”:

$$x_3 = 2,$$

$$x_2 = 3 - x_3 = 3 - 2 = 1,$$

$$x_1 = -5 + x_2 + 2x_3 = -5 + 1 + 2 \cdot 2 = 0.$$

Відповідь.  $\{(0, 1, 2)\}$ .

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right].$$

Отримали матрицю у східчатій формі. Тепер повертаємось до системи

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 = -5, \\ x_2 + x_3 = 3, \\ x_3 = 2, \end{cases}$$

і розв'язуємо її “знизу вгору”:

$$x_3 = 2,$$

$$x_2 = 3 - x_3 = 3 - 2 = 1,$$

$$x_1 = -5 + x_2 + 2x_3 = -5 + 1 + 2 \cdot 2 = 0.$$

Відповідь.  $\{(0, 1, 2)\}$ .

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right].$$

Отримали матрицю у східчатій формі. Тепер повертаємось до системи

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 = -5, \\ x_2 + x_3 = 3, \\ x_3 = 2, \end{cases}$$

і розв'язуємо її “знизу вгору”:

$$x_3 = 2,$$

$$x_2 = 3 - x_3 = 3 - 2 = 1,$$

$$x_1 = -5 + x_2 + 2x_3 = -5 + 1 + 2 \cdot 2 = 0.$$

Відповідь.  $\{(0, 1, 2)\}$ .

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right].$$

Отримали матрицю у східчатій формі. Тепер повертаємось до системи

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 = -5, \\ x_2 + x_3 = 3, \\ x_3 = 2, \end{cases}$$

і розв'язуємо її “знизу вгору”:

$$x_3 = 2,$$

$$x_2 = 3 - x_3 = 3 - 2 = 1,$$

$$x_1 = -5 + x_2 + 2x_3 = -5 + 1 + 2 \cdot 2 = 0.$$

Відповідь.  $\{(0, 1, 2)\}$ .

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right].$$

Отримали матрицю у східчатій формі. Тепер повертаємось до системи

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 = -5, \\ x_2 + x_3 = 3, \\ x_3 = 2, \end{cases}$$

і розв'язуємо її “знизу вгору”:

$$x_3 = 2,$$

$$x_2 = 3 - x_3 = 3 - 2 = 1,$$

$$x_1 = -5 + x_2 + 2x_3 = -5 + 1 + 2 \cdot 2 = 0.$$

Відповідь.  $\{(0, 1, 2)\}$ .

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right].$$

Отримали матрицю у східчатій формі. Тепер повертаємось до системи

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 = -5, \\ x_2 + x_3 = 3, \\ x_3 = 2, \end{cases}$$

і розв'язуємо її “знизу вгору”:

$$x_3 = 2,$$

$$x_2 = 3 - x_3 = 3 - 2 = 1,$$

$$x_1 = -5 + x_2 + 2x_3 = -5 + 1 + 2 \cdot 2 = 0.$$

Відповідь.  $\{(0, 1, 2)\}$ .



$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right].$$

Отримали матрицю у східчатій формі. Тепер повертаємось до системи

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 = -5, \\ x_2 + x_3 = 3, \\ x_3 = 2, \end{cases}$$

і розв'язуємо її “знизу вгору”:

$$x_3 = 2,$$

$$x_2 = 3 - x_3 = 3 - 2 = 1,$$

$$x_1 = -5 + x_2 + 2x_3 = -5 + 1 + 2 \cdot 2 = 0.$$

Відповідь.  $\{(0, 1, 2)\}$ .

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right].$$

Отримали матрицю у східчатій формі. Тепер повертаємось до системи

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 = -5, \\ x_2 + x_3 = 3, \\ x_3 = 2, \end{cases}$$

і розв'язуємо її “знизу вгору”:

$$x_3 = 2,$$

$$x_2 = 3 - x_3 = 3 - 2 = 1,$$

$$x_1 = -5 + x_2 + 2x_3 = -5 + 1 + 2 \cdot 2 = 0.$$

**Відповідь.**  $\{(0, 1, 2)\}$ .

## Приклад 1.2.26

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

**Розв'язок.** Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 2 & -2 & -1 & 3 & 3 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & -3 \end{array} \right].$$

Зведемо її до східчної форми. Для цього додамо до другого рядка перший рядок, помножений на  $-2$ , а також додамо до третього рядка перший рядок. У результаті цього отримуємо таку матрицю:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array} \right].$$

## Приклад 1.2.26

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

**Розв'язок.** Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 2 & -2 & -1 & 3 & 3 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & -3 \end{array} \right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Для цього додамо до другого рядка перший рядок, помножений на  $-2$ , а також додамо до третього рядка перший рядок. У результаті цього отримуємо таку матрицю:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array} \right].$$

## Приклад 1.2.26

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

**Розв'язок.** Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 2 & -2 & -1 & 3 & 3 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & -3 \end{array} \right].$$

Зведемо її до східчної форми. Для цього додамо до другого рядка перший рядок, помножений на  $-2$ , а також додамо до третього рядка перший рядок. У результаті цього отримуємо таку матрицю:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array} \right].$$

## Приклад 1.2.26

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

**Розв'язок.** Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 2 & -2 & -1 & 3 & 3 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & -3 \end{array} \right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Для цього додамо до другого рядка перший рядок, помножений на  $-2$ , а також додамо до третього рядка перший рядок. У результаті цього отримуємо таку матрицю:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array} \right].$$

## Приклад 1.2.26

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

**Розв'язок.** Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 2 & -2 & -1 & 3 & 3 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & -3 \end{array} \right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Для цього додамо до другого рядка перший рядок, помножений на  $-2$ , а також додамо до третього рядка перший рядок. У результаті цього отримуємо таку матрицю:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array} \right].$$

## Приклад 1.2.26

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

**Розв'язок.** Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 2 & -2 & -1 & 3 & 3 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & -3 \end{array} \right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Для цього додамо до другого рядка перший рядок, помножений на  $-2$ , а також додамо до третього рядка перший рядок. У результаті цього отримуємо таку матрицю:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array} \right].$$



## Приклад 1.2.26

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

**Розв'язок.** Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 2 & -2 & -1 & 3 & 3 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & -3 \end{array} \right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Для цього додамо до другого рядка перший рядок, помножений на  $-2$ , а також додамо до третього рядка перший рядок. У результаті цього отримуємо таку матрицю:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array} \right].$$

## Приклад 1.2.26

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

**Розв'язок.** Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 2 & -2 & -1 & 3 & 3 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & -3 \end{array} \right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Для цього додамо до другого рядка перший рядок, помножений на  $-2$ , а також додамо до третього рядка перший рядок. У результаті цього отримуємо таку матрицю:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array} \right].$$

## Приклад 1.2.26

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

**Розв'язок.** Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 2 & -2 & -1 & 3 & 3 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & -3 \end{array} \right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Для цього додамо до другого рядка перший рядок, помножений на  $-2$ , а також додамо до третього рядка перший рядок. У результаті цього отримуємо таку матрицю:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array} \right].$$

## Приклад 1.2.26

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

**Розв'язок.** Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 2 & -2 & -1 & 3 & 3 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & -3 \end{array} \right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Для цього додамо до другого рядка перший рядок, помножений на  $-2$ , а також додамо до третього рядка перший рядок. У результаті цього отримуємо таку матрицю:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array} \right].$$

## Приклад 1.2.26

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

**Розв'язок.** Розширена матриця цієї системи має вигляд

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 2 & -2 & -1 & 3 & 3 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & -3 \end{array} \right].$$

Зведемо її до східчатої форми. Для цього додамо до другого рядка перший рядок, помножений на  $-2$ , а також додамо до третього рядка перший рядок. У результаті цього отримуємо таку матрицю:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array} \right].$$

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array} \right].$$

Тепер додамо до третього рядка другий рядок, помножений на 2:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

Система, що відповідає останній матриці, має вигляд

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Ця система лінійних рівнянь має безліч розв'язків. Існує декілька способів введення параметрів для опису загального розв'язку цієї системи. Ми будемо використовувати такий: вираження змінних, які відповідають ведучим елементам рядків східчатої форми матриць (ці змінні називаються *основними*) через інші змінні (вони називаються *вільними*). У нашому прикладі основними є змінні  $x_1$  і  $x_3$ , а вільними —  $x_2$  і  $x_4$ .

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array} \right].$$

Тепер додамо до третього рядка другий рядок, помножений на 2:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

Система, що відповідає останній матриці, має вигляд

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Ця система лінійних рівнянь має безліч розв'язків. Існує декілька способів введення параметрів для опису загального розв'язку цієї системи. Ми будемо використовувати такий: вираження змінних, які відповідають ведучим елементам рядків східчатої форми матриць (ці змінні називаються *основними*) через інші змінні (вони називаються *вільними*). У нашому прикладі основними є змінні  $x_1$  і  $x_3$ , а вільними —  $x_2$  і  $x_4$ .

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array} \right].$$

Тепер додамо до третього рядка другий рядок, помножений на 2:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

Система, що відповідає останній матриці, має вигляд

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Ця система лінійних рівнянь має безліч розв'язків. Існує декілька способів введення параметрів для опису загального розв'язку цієї системи. Ми будемо використовувати такий: вираження змінних, які відповідають ведучим елементам рядків східчатої форми матриць (ці змінні називаються *основними*) через інші змінні (вони називаються *вільними*). У нашому прикладі основними є змінні  $x_1$  і  $x_3$ , а вільними —  $x_2$  і  $x_4$ .



$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array} \right].$$

Тепер додамо до третього рядка другий рядок, помножений на 2:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

Система, що відповідає останній матриці, має вигляд

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Ця система лінійних рівнянь має безліч розв'язків. Існує декілька способів введення параметрів для опису загального розв'язку цієї системи. Ми будемо використовувати такий: вираження змінних, які відповідають ведучим елементам рядків східчатої форми матриць (ці змінні називаються *основними*) через інші змінні (вони називаються *вільними*). У нашому прикладі основними є змінні  $x_1$  і  $x_3$ , а вільними —  $x_2$  і  $x_4$ .

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array} \right].$$

Тепер додамо до третього рядка другий рядок, помножений на 2:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

Система, що відповідає останній матриці, має вигляд

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Ця система лінійних рівнянь має безліч розв'язків. Існує декілька способів введення параметрів для опису загального розв'язку цієї системи. Ми будемо використовувати такий: вираження змінних, які відповідають ведучим елементам рядків східчатої форми матриць (ці змінні називаються *основними*) через інші змінні (вони називаються *вільними*). У нашому прикладі основними є змінні  $x_1$  і  $x_3$ , а вільними —  $x_2$  і  $x_4$ .

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array} \right].$$

Тепер додамо до третього рядка другий рядок, помножений на 2:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

Система, що відповідає останній матриці, має вигляд

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Ця система лінійних рівнянь має безліч розв'язків. Існує декілька способів введення параметрів для опису загального розв'язку цієї системи. Ми будемо використовувати такий: вираження змінних, які відповідають ведучим елементам рядків східчатої форми матриць (ці змінні називаються *основними*) через інші змінні (вони називаються *вільними*). У нашому прикладі основними є змінні  $x_1$  і  $x_3$ , а вільними —  $x_2$  і  $x_4$ .

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array} \right].$$

Тепер додамо до третього рядка другий рядок, помножений на 2:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

Система, що відповідає останній матриці, має вигляд

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Ця система лінійних рівнянь має безліч розв'язків. Існує декілька способів введення параметрів для опису загального розв'язку цієї системи. Ми будемо використовувати такий: вираження змінних, які відповідають ведучим елементам рядків східчатої форми матриць (ці змінні називаються *основними*) через інші змінні (вони називаються *вільними*). У нашому прикладі основними є змінні  $x_1$  і  $x_3$ , а вільними —  $x_2$  і  $x_4$ .

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array} \right].$$

Тепер додамо до третього рядка другий рядок, помножений на 2:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

Система, що відповідає останній матриці, має вигляд

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Ця система лінійних рівнянь має безліч розв'язків. Існує декілька способів введення параметрів для опису загального розв'язку цієї системи. Ми будемо використовувати такий: вираження змінних, які відповідають ведучим елементам рядків східчатої форми матриць (ці змінні називаються *основними*) через інші змінні (вони називаються *вільними*). У нашому прикладі основними є змінні  $x_1$  і  $x_3$ , а вільними —  $x_2$  і  $x_4$ .

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array} \right].$$

Тепер додамо до третього рядка другий рядок, помножений на 2:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

Система, що відповідає останній матриці, має вигляд

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Ця система лінійних рівнянь має безліч розв'язків. Існує декілька способів введення параметрів для опису загального розв'язку цієї системи. Ми будемо використовувати такий: вираження змінних, які відповідають ведучим елементам рядків східчатої форми матриць (ці змінні називаються *основними*) через інші змінні (вони називаються *вільними*). У нашому прикладі основними є змінні  $x_1$  і  $x_3$ , а вільними —  $x_2$  і  $x_4$ .

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array} \right].$$

Тепер додамо до третього рядка другий рядок, помножений на 2:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

Система, що відповідає останній матриці, має вигляд

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Ця система лінійних рівнянь має безліч розв'язків. Існує декілька способів введення параметрів для опису загального розв'язку цієї системи. Ми будемо використовувати такий: вираження змінних, які відповідають ведучим елементам рядків східчатої форми матриць (ці змінні називаються *основними*) через інші змінні (вони називаються *вільними*). У нашому прикладі основними є змінні  $x_1$  і  $x_3$ , а вільними —  $x_2$  і  $x_4$ .

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array} \right].$$

Тепер додамо до третього рядка другий рядок, помножений на 2:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

Система, що відповідає останній матриці, має вигляд

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Ця система лінійних рівнянь має безліч розв'язків. Існує декілька способів введення параметрів для опису загального розв'язку цієї системи. Ми будемо використовувати такий: вираження змінних, які відповідають ведучим елементам рядків східчатої форми матриць (ці змінні називаються **основними**) через інші змінні (вони називаються **вільними**). У нашому прикладі основними є змінні  $x_1$  і  $x_3$ , а вільними —  $x_2$  і  $x_4$ .



$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array} \right].$$

Тепер додамо до третього рядка другий рядок, помножений на 2:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

Система, що відповідає останній матриці, має вигляд

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Ця система лінійних рівнянь має безліч розв'язків. Існує декілька способів введення параметрів для опису загального розв'язку цієї системи. Ми будемо використовувати такий: вираження змінних, які відповідають ведучим елементам рядків східчатої форми матриць (ці змінні називаються **основними**) через інші змінні (вони називаються **вільними**). У нашому прикладі основними є змінні  $x_1$  і  $x_3$ , а вільними —  $x_2$  і  $x_4$ .

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array} \right].$$

Тепер додамо до третього рядка другий рядок, помножений на 2:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

Система, що відповідає останній матриці, має вигляд

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Ця система лінійних рівнянь має безліч розв'язків. Існує декілька способів введення параметрів для опису загального розв'язку цієї системи. Ми будемо використовувати такий: вираження змінних, які відповідають ведучим елементам рядків східчатої форми матриць (ці змінні називаються **основними**) через інші змінні (вони називаються **вільними**). У нашому прикладі основними є змінні  $x_1$  і  $x_3$ , а вільними —  $x_2$  і  $x_4$ .

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array} \right].$$

Тепер додамо до третього рядка другий рядок, помножений на 2:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

Система, що відповідає останній матриці, має вигляд

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Ця система лінійних рівнянь має безліч розв'язків. Існує декілька способів введення параметрів для опису загального розв'язку цієї системи. Ми будемо використовувати такий: вираження змінних, які відповідають ведучим елементам рядків східчатої форми матриць (ці змінні називаються **основними**) через інші змінні (вони називаються **вільними**). У нашому прикладі основними є змінні  $x_1$  і  $x_3$ , а вільними —  $x_2$  і  $x_4$ .

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{array} \right].$$

Тепер додамо до третього рядка другий рядок, помножений на 2:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

Система, що відповідає останній матриці, має вигляд

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Ця система лінійних рівнянь має безліч розв'язків. Існує декілька способів введення параметрів для опису загального розв'язку цієї системи. Ми будемо використовувати такий: вираження змінних, які відповідають ведучим елементам рядків східчатої форми матриць (ці змінні називаються *основними*) через інші змінні (вони називаються *вільними*). У нашому прикладі основними є змінні  $x_1$  і  $x_3$ , а вільними —  $x_2$  і  $x_4$ .

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Маємо:

$$x_3 = x_4 + 1,$$

$$x_1 = x_2 + x_3 - 2x_4 + 8 = x_2 - x_4 + 9.$$

Для запису відповіді введемо параметри  $a = x_2$ ,  $b = x_4$ .

**Відповідь.**  $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) : a, b \in \mathbb{R}\}$ .

Зауважимо також, якщо останній ненульовий рядок східчатої форми матриці містить лише один відмінний від нуля елемент (останній), то система лінійних рівнянь є несумісною, а в іншому випадку — сумісною. Якщо кількість рядків у східчатій формі матриць збігається з кількістю невідомих сумісної системи, то вона має єдиний розв'язок; якщо ж їх менше — то безліч.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Маємо:

$$x_3 = x_4 + 1,$$

$$x_1 = x_2 + x_3 - 2x_4 + 8 = x_2 - x_4 + 9.$$

Для запису відповіді введемо параметри  $a = x_2$ ,  $b = x_4$ .

**Відповідь.**  $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) : a, b \in \mathbb{R}\}$ .

Зауважимо також, якщо останній ненульовий рядок східчатої форми матриці містить лише один відмінний від нуля елемент (останній), то система лінійних рівнянь є несумісною, а в іншому випадку — сумісною. Якщо кількість рядків у східчатій формі матриць збігається з кількістю невідомих сумісної системи, то вона має єдиний розв'язок; якщо ж їх менше — то безліч.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Маємо:

$$x_3 = x_4 + 1,$$

$$x_1 = x_2 + x_3 - 2x_4 + 8 = x_2 - x_4 + 9.$$

Для запису відповіді введемо параметри  $a = x_2$ ,  $b = x_4$ .

**Відповідь.**  $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) : a, b \in \mathbb{R}\}$ .

Зауважимо також, якщо останній ненульовий рядок східчатої форми матриці містить лише один відмінний від нуля елемент (останній), то система лінійних рівнянь є несумісною, а в іншому випадку — сумісною. Якщо кількість рядків у східчатій формі матриць збігається з кількістю невідомих сумісної системи, то вона має єдиний розв'язок; якщо ж їх менше — то безліч.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Маємо:

$$x_3 = x_4 + 1,$$

$$x_1 = x_2 + x_3 - 2x_4 + 8 = x_2 - x_4 + 9.$$

Для запису відповіді введемо параметри  $a = x_2$ ,  $b = x_4$ .

**Відповідь.**  $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) : a, b \in \mathbb{R}\}$ .

Зауважимо також, якщо останній ненульовий рядок східчатої форми матриці містить лише один відмінний від нуля елемент (останній), то система лінійних рівнянь є несумісною, а в іншому випадку — сумісною. Якщо кількість рядків у східчатій формі матриць збігається з кількістю невідомих сумісної системи, то вона має єдиний розв'язок; якщо ж їх менше — то безліч.



$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Маємо:

$$x_3 = x_4 + 1,$$

$$x_1 = x_2 + x_3 - 2x_4 + 8 = x_2 - x_4 + 9.$$

Для запису відповіді введемо параметри  $a = x_2$ ,  $b = x_4$ .

Відповідь.  $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) : a, b \in \mathbb{R}\}$ .

Зауважимо також, якщо останній ненульовий рядок східчатої форми матриці містить лише один відмінний від нуля елемент (останній), то система лінійних рівнянь є несумісною, а в іншому випадку — сумісною. Якщо кількість рядків у східчатій формі матриць збігається з кількістю невідомих сумісної системи, то вона має єдиний розв'язок; якщо ж їх менше — то безліч.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Маємо:

$$x_3 = x_4 + 1,$$

$$x_1 = x_2 + x_3 - 2x_4 + 8 = x_2 - x_4 + 9.$$

Для запису відповіді введемо параметри  $a = x_2$ ,  $b = x_4$ .

**Відповідь.**  $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) : a, b \in \mathbb{R}\}$ .

Зауважимо також, якщо останній ненульовий рядок східчатої форми матриці містить лише один відмінний від нуля елемент (останній), то система лінійних рівнянь є несумісною, а в іншому випадку — сумісною. Якщо кількість рядків у східчатій формі матриць збігається з кількістю невідомих сумісної системи, то вона має єдиний розв'язок; якщо ж їх менше — то безліч.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Маємо:

$$x_3 = x_4 + 1,$$

$$x_1 = x_2 + x_3 - 2x_4 + 8 = x_2 - x_4 + 9.$$

Для запису відповіді введемо параметри  $a = x_2$ ,  $b = x_4$ .

**Відповідь.**  $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) : a, b \in \mathbb{R}\}$ .

Зауважимо також, якщо останній ненульовий рядок східчатої форми матриці містить лише один відмінний від нуля елемент (останній), то система лінійних рівнянь є несумісною, а в іншому випадку — сумісною. Якщо кількість рядків у східчатій формі матриць збігається з кількістю невідомих сумісної системи, то вона має єдиний розв'язок; якщо ж їх менше — то безліч.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Маємо:

$$x_3 = x_4 + 1,$$

$$x_1 = x_2 + x_3 - 2x_4 + 8 = x_2 - x_4 + 9.$$

Для запису відповіді введемо параметри  $a = x_2$ ,  $b = x_4$ .

**Відповідь.**  $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) : a, b \in \mathbb{R}\}$ .

Зауважимо також, якщо останній ненульовий рядок східчатої форми матриці містить лише один відмінний від нуля елемент (останній), то система лінійних рівнянь є несумісною, а в іншому випадку — сумісною. Якщо кількість рядків у східчатій формі матриць збігається з кількістю невідомих сумісної системи, то вона має єдиний розв'язок; якщо ж їх менше — то безліч.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Маємо:

$$x_3 = x_4 + 1,$$

$$x_1 = x_2 + x_3 - 2x_4 + 8 = x_2 - x_4 + 9.$$

Для запису відповіді введемо параметри  $a = x_2$ ,  $b = x_4$ .

**Відповідь.**  $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) : a, b \in \mathbb{R}\}$ .

Зауважимо також, якщо останній ненульовий рядок східчатої форми матриці містить лише один відмінний від нуля елемент (останній), то система лінійних рівнянь є несумісною, а в іншому випадку — сумісною.

Якщо кількість рядків у східчатій формі матриць збігається з кількістю невідомих сумісної системи, то вона має єдиний розв'язок; якщо ж їх менше — то безліч.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Маємо:

$$x_3 = x_4 + 1,$$

$$x_1 = x_2 + x_3 - 2x_4 + 8 = x_2 - x_4 + 9.$$

Для запису відповіді введемо параметри  $a = x_2$ ,  $b = x_4$ .

**Відповідь.**  $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) : a, b \in \mathbb{R}\}$ .

Зауважимо також, якщо останній ненульовий рядок східчатої форми матриці містить лише один відмінний від нуля елемент (останній), то система лінійних рівнянь є несумісною, а в іншому випадку — сумісною. Якщо кількість рядків у східчатій формі матриць збігається з кількістю невідомих сумісної системи, то вона має єдиний розв'язок; якщо ж їх менше — то безліч.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Маємо:

$$x_3 = x_4 + 1,$$

$$x_1 = x_2 + x_3 - 2x_4 + 8 = x_2 - x_4 + 9.$$

Для запису відповіді введемо параметри  $a = x_2$ ,  $b = x_4$ .

**Відповідь.**  $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) : a, b \in \mathbb{R}\}$ .

Зауважимо також, якщо останній ненульовий рядок східчатої форми матриці містить лише один відмінний від нуля елемент (останній), то система лінійних рівнянь є несумісною, а в іншому випадку — сумісною. Якщо кількість рядків у східчатій формі матриць збігається з кількістю невідомих сумісної системи, то вона має єдиний розв'язок; якщо ж їх менше — то безліч.

# Зведена східчата форма матриць

## Означення 1.2.27

Будемо говорити, що матриця має *зведену східчату форму*, якщо виконуються такі умови:

- 1) вона має розмірну форму;
- 2) лідерні елементи кожного ненульового рядка дорівнюють 1;
- 3) кожен лідерний елемент, який відстає від даної діагоналі в даному рядку, відсутній в усіх інших рядках згорі.

## Приклад 1.2.28

Наступні матриці мають зведену східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{1} & * & 0 & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}$$

Тут  $*$  — довільні числа,  $\boxed{1}$  — ведучий елемент відповідного рядка.



# Зведена східчата форма матриць

## Означення 1.2.27

Будемо говорити, що матриця має *зведену східчату форму*, якщо виконується такі умови:

- 1) вона має східчату форму;
- 2) ведучі елементи кожного ненульового рядка дорівнюють 1;
- 3) кожний стовпець, який містить ведучу одиницю якогось рядка, містить в усіх інших позиціях нулі.

## Приклад 1.2.28

Наступні матриці мають зведену східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{1} & * & 0 & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}$$

Тут  $*$  — довільні числа,  $\boxed{1}$  — ведучий елемент відповідного рядка.

# Зведена східчата форма матриць

## Означення 1.2.27

Будемо говорити, що матриця має *зведену східчату форму*, якщо виконується такі умови:

- 1) вона має східчату форму;
- 2) ведучі елементи кожного ненульового рядка дорівнюють 1;
- 3) кожний стовпець, який містить ведучу одиницю якогось рядка, містить в усіх інших позиціях нулі.

## Приклад 1.2.28

Наступні матриці мають зведену східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{1} & * & 0 & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}$$

Тут  $*$  — довільні числа,  $\boxed{1}$  — ведучий елемент відповідного рядка.

# Зведена східчата форма матриць

## Означення 1.2.27

Будемо говорити, що матриця має *зведену східчату форму*, якщо виконується такі умови:

- 1) вона має східчату форму;
- 2) ведучі елементи кожного ненульового рядка дорівнюють 1;
- 3) кожний стовпець, який містить ведучу одиницю якогось рядка, містить в усіх інших позиціях нулі.

## Приклад 1.2.28

Наступні матриці мають зведену східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{1} & * & 0 & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}$$

Тут  $*$  — довільні числа,  $\boxed{1}$  — ведучий елемент відповідного рядка.

# Зведена східчата форма матриць

## Означення 1.2.27

Будемо говорити, що матриця має *зведену східчату форму*, якщо виконується такі умови:

- 1) вона має східчату форму;
- 2) ведучі елементи кожного ненульового рядка дорівнюють 1;
- 3) кожний стовпець, який містить ведучу одиницю якогось рядка, містить в усіх інших позиціях нулі.

## Приклад 1.2.28

Наступні матриці мають зведену східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{1} & * & 0 & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}$$

Тут  $*$  — довільні числа,  $\boxed{1}$  — ведучий елемент відповідного рядка.

# Зведена східчата форма матриць

## Означення 1.2.27

Будемо говорити, що матриця має *зведену східчату форму*, якщо виконується такі умови:

- 1) вона має східчату форму;
- 2) ведучі елементи кожного ненульового рядка дорівнюють 1;
- 3) кожний стовпець, який містить ведучу одиницю якогось рядка, містить в усіх інших позиціях нулі.

## Приклад 1.2.28

Наступні матриці мають зведену східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{1} & * & 0 & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}$$

Тут  $*$  — довільні числа,  $\boxed{1}$  — ведучий елемент відповідного рядка.

# Зведена східчата форма матриць

## Означення 1.2.27

Будемо говорити, що матриця має *зведену східчату форму*, якщо виконується такі умови:

- 1) вона має східчату форму;
- 2) ведучі елементи кожного ненульового рядка дорівнюють 1;
- 3) кожний стовпець, який містить ведучу одиницю якогось рядка, містить в усіх інших позиціях нулі.

## Приклад 1.2.28

Наступні матриці мають зведену східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{1} & * & 0 & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}$$

Тут  $*$  — довільні числа,  $\boxed{1}$  — ведучий елемент відповідного рядка.

## Зведена східчата форма матриць

### Означення 1.2.27

Будемо говорити, що матриця має *зведену східчату форму*, якщо виконується такі умови:

- 1) вона має східчату форму;
- 2) ведучі елементи кожного ненульового рядка дорівнюють 1;
- 3) кожний стовпець, який містить ведучу одиницю якогось рядка, містить в усіх інших позиціях нулі.

### Приклад 1.2.28

Наступні матриці мають зведену східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{1} & * & 0 & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}.$$

Тут  $*$  — довільні числа,  $\boxed{1}$  — ведучий елемент відповідного рядка.

## Зведена східчата форма матриць

### Означення 1.2.27

Будемо говорити, що матриця має *зведену східчату форму*, якщо виконується такі умови:

- 1) вона має східчату форму;
- 2) ведучі елементи кожного ненульового рядка дорівнюють 1;
- 3) кожний стовпець, який містить ведучу одиницю якогось рядка, містить в усіх інших позиціях нулі.

### Приклад 1.2.28

Наступні матриці мають зведену східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{1} & * & 0 & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}.$$

Тут  $*$  — довільні числа,  $\boxed{1}$  — ведучий елемент відповідного рядка.



## Зведена східчата форма матриць

### Означення 1.2.27

Будемо говорити, що матриця має *зведену східчату форму*, якщо виконується такі умови:

- 1) вона має східчату форму;
- 2) ведучі елементи кожного ненульового рядка дорівнюють 1;
- 3) кожний стовпець, який містить ведучу одиницю якогось рядка, містить в усіх інших позиціях нулі.

### Приклад 1.2.28

Наступні матриці мають зведену східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{1} & * & 0 & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}.$$

Тут  $*$  — довільні числа,  $\boxed{1}$  — ведучий елемент відповідного рядка.

## Зведена східчата форма матриць

### Означення 1.2.27

Будемо говорити, що матриця має *зведену східчату форму*, якщо виконується такі умови:

- 1) вона має східчату форму;
- 2) ведучі елементи кожного ненульового рядка дорівнюють 1;
- 3) кожний стовпець, який містить ведучу одиницю якогось рядка, містить в усіх інших позиціях нулі.

### Приклад 1.2.28

Наступні матриці мають зведену східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{1} & * & 0 & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}.$$

Тут  $*$  — довільні числа,  $\boxed{1}$  — ведучий елемент відповідного рядка.

## Зведена східчата форма матриць

### Означення 1.2.27

Будемо говорити, що матриця має *зведену східчату форму*, якщо виконуються такі умови:

- 1) вона має східчату форму;
- 2) ведучі елементи кожного ненульового рядка дорівнюють 1;
- 3) кожний стовпець, який містить ведучу одиницю якогось рядка, містить в усіх інших позиціях нулі.

### Приклад 1.2.28

Наступні матриці мають зведену східчату форму:

$$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & \boxed{1} & * & 0 & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}.$$

Тут  $*$  — довільні числа,  $\boxed{1}$  — ведучий елемент відповідного рядка.

Виявляється, що кожна матриця рядково еквівалентна лише одній матриці у зведений східчатій формі.

**Метод Йордана–Гаусса** розв'язування систем лінійних рівнянь полягає в наступному.

- 1) Записуємо розширену матрицю системи лінійних рівнянь.
- 2) Зводимо матрицю до східчатої форми та встановлюємо, чи сумісна система. Якщо сумісна, то переходимо до наступного пункту.
- 3) Утворюючи нуль у стовпцях з ведучими елементами рядків матриць, приводимо її до зведеної східчатої форми.
- 4) Повертаємось від матриць до системи лінійних рівнянь. Якщо матриця зведена до східчатої форми, то для кожного рядка матриці виражаємо останню змінну через решту змінних та записуємо відповідь.

Виявляється, що кожна матриця рядково еквівалентна лише одній матриці у зведений східчатій формі.

*Метод Йордана–Гаусса* розв'язування систем лінійних рівнянь полягає в наступному.

- 1) Записуємо розширену матрицю системи лінійних рівнянь.
- 2) Зводимо матрицю до східчатої форми та встановлюємо, чи сумісна система. Якщо сумісна, то переводимо до стандартного вигляду.
- 3) Утворюючи нуль у стовпцях з ведучими елементами рядків матриць, приводимо її до зведеної східчатої форми.
- 4) Повертаємось від матриць до системи лінійних рівнянь. Якщо матриця зведена до східчатої форми, то кожен рядок матриці відповідає рівнянню. Відраховуємо віддані змінні через задані та зводимо до стандартного вигляду.

Виявляється, що кожна матриця рядково еквівалентна лише одній матриці у зведений східчатій формі.

**Метод Йордана–Гаусса** розв'язування систем лінійних рівнянь полягає в наступному.

- 1) Записуємо розширену матрицю системи лінійних рівнянь.
- 2) Зводимо матрицю до східчатої форми та встановлюємо, чи сумісна система. Якщо сумісна, то переводимо до стандартного вигляду.
- 3) Утворюючи нуль у стовпцях з ведучими елементами рядків матриць, приводимо її до зведеної східчатої форми.
- 4) Повертаємось від матриць до системи лінійних рівнянь. Якщо матриця зведена до східчатої форми, то кожен рядок матриці дає лінійне рівняння, яке можна розв'язати відносно свого ведучого елемента. Підставляючи знайдені значення змінних у решту рівнянь, знаходимо відповіді.

Виявляється, що кожна матриця рядково еквівалентна лише одній матриці у зведеній східчатій формі.

**Метод Йордана–Гаусса** розв'язування систем лінійних рівнянь полягає в наступному.

- 1) Записуємо розширену матрицю системи лінійних рівнянь.
- 2) Зводимо матрицю до східчастої форми та встановлюємо, чи сумісна система. Якщо сумісна, то переводимо до стандартного вигляду.
- 3) Утворюючи нуль у стовпцях з ведучими елементами рядків матриць, приводимо її до зведеної східчастої форми.
- 4) Повертаємось від матриць до системи лінійних рівнянь. Якщо система сумісна, то встановлюємо загальний вигляд розв'язку системи лінійних рівнянь. Якщо система не сумісна, то встановлюємо загальний вигляд розв'язку системи лінійних рівнянь.

Виявляється, що кожна матриця рядково еквівалентна лише одній матриці у зведений східчатій формі.

**Метод Йордана–Гаусса** розв'язування систем лінійних рівнянь полягає в наступному.

- 1) Записуємо розширену матрицю системи лінійних рівнянь.
- 2) Зводимо матрицю до східчатої форми та встановлюємо, чи сумісна система. Якщо сумісна, то переходимо до наступного пункту.
- 3) Утворюючи нуль у стовпцях з ведучими елементами рядків матриць, приводимо її до зведеної східчатої форми.
- 4) Повертаємось від матриць до системи лінійних рівнянь. Ті змінні, які відповідають ведучим одиницям, назовемо *основними*, а всі інші (якщо вони є) — *вільними*. Виражаємо основні змінні через вільні та записуємо відповідь.



Виявляється, що кожна матриця рядково еквівалентна лише одній матриці у зведений східчатій формі.

**Метод Йордана–Гаусса** розв'язування систем лінійних рівнянь полягає в наступному.

- 1) Записуємо розширену матрицю системи лінійних рівнянь.
- 2) Зводимо матрицю до східчатої форми та встановлюємо, чи сумісна система. Якщо сумісна, то переходимо до наступного пункту.
- 3) Утворюючи нуль у стовпцях з ведучими елементами рядків матриць, приводимо її до зведеної східчатої форми.
- 4) Повертаємось від матриць до системи лінійних рівнянь. Ті змінні, які відповідають ведучим одиницям, назвемо *основними*, а всі інші (якщо вони є) — *вільними*. Виражаємо основні змінні через вільні та записуємо відповідь.

Виявляється, що кожна матриця рядково еквівалентна лише одній матриці у зведений східчатій формі.

**Метод Йордана–Гаусса** розв'язування систем лінійних рівнянь полягає в наступному.

- 1) Записуємо розширену матрицю системи лінійних рівнянь.
- 2) Зводимо матрицю до східчатої форми та встановлюємо, чи сумісна система. Якщо сумісна, то переходимо до наступного пункту.
- 3) Утворюючи нуль у стовпцях з ведучими елементами рядків матриць, приводимо її до зведеної східчатої форми.
- 4) Повертаємось від матриць до системи лінійних рівнянь. Ті змінні, які відповідають ведучим одиницям, назвемо *основними*, а всі інші (якщо вони є) — *вільними*. Виражаємо основні змінні через вільні та записуємо відповідь.

Виявляється, що кожна матриця рядково еквівалентна лише одній матриці у зведений східчатій формі.

**Метод Йордана–Гаусса** розв'язування систем лінійних рівнянь полягає в наступному.

- 1) Записуємо розширену матрицю системи лінійних рівнянь.
- 2) Зводимо матрицю до східчатої форми та встановлюємо, чи сумісна система. Якщо сумісна, то переходимо до наступного пункту.
- 3) Утворюючи нуль у стовпцях з ведучими елементами рядків матриць, приводимо її до зведеної східчатої форми.
- 4) Повертаємось від матриць до системи лінійних рівнянь. Ті змінні, які відповідають ведучим одиницям, назвемо *основними*, а всі інші (якщо вони є) — *вільними*. Виражаємо основні змінні через вільні та записуємо відповідь.

Виявляється, що кожна матриця рядково еквівалентна лише одній матриці у зведений східчатій формі.

**Метод Йордана–Гаусса** розв'язування систем лінійних рівнянь полягає в наступному.

- 1) Записуємо розширену матрицю системи лінійних рівнянь.
- 2) Зводимо матрицю до східчатої форми та встановлюємо, чи сумісна система. Якщо сумісна, то переходимо до наступного пункту.
- 3) Утворюючи нуль у стовпцях з ведучими елементами рядків матриць, приводимо її до зведеної східчатої форми.
- 4) Повертаємось від матриць до системи лінійних рівнянь. Ті змінні, які відповідають ведучим одиницям, назовемо *основними*, а всі інші (якщо вони є) — *вільними*. Виражаємо основні змінні через вільні та записуємо відповідь.

Виявляється, що кожна матриця рядково еквівалентна лише одній матриці у зведений східчатій формі.

**Метод Йордана–Гаусса** розв'язування систем лінійних рівнянь полягає в наступному.

- 1) Записуємо розширену матрицю системи лінійних рівнянь.
- 2) Зводимо матрицю до східчатої форми та встановлюємо, чи сумісна система. Якщо сумісна, то переходимо до наступного пункту.
- 3) Утворюючи нуль у стовпцях з ведучими елементами рядків матриць, приводимо її до зведеної східчатої форми.
- 4) Повертаємось від матриць до системи лінійних рівнянь. Ті змінні, які відповідають ведучим одиницям, назвемо *основними*, а всі інші (якщо вони є) — *вільними*. Виражаємо основні змінні через вільні та записуємо відповідь.

Виявляється, що кожна матриця рядково еквівалентна лише одній матриці у зведений східчатій формі.

**Метод Йордана–Гаусса** розв'язування систем лінійних рівнянь полягає в наступному.

- 1) Записуємо розширену матрицю системи лінійних рівнянь.
- 2) Зводимо матрицю до східчатої форми та встановлюємо, чи сумісна система. Якщо сумісна, то переходимо до наступного пункту.
- 3) Утворюючи нуль у стовпцях з ведучими елементами рядків матриць, приводимо її до зведеної східчатої форми.
- 4) Повертаємось від матриць до системи лінійних рівнянь. Ті змінні, які відповідають ведучим одиницям, назвемо **основними**, а всі інші (якщо вони є) — **вільними**. Виражаємо основні змінні через вільні та записуємо відповідь.

Виявляється, що кожна матриця рядково еквівалентна лише одній матриці у зведений східчатій формі.

**Метод Йордана–Гаусса** розв'язування систем лінійних рівнянь полягає в наступному.

- 1) Записуємо розширену матрицю системи лінійних рівнянь.
- 2) Зводимо матрицю до східчатої форми та встановлюємо, чи сумісна система. Якщо сумісна, то переходимо до наступного пункту.
- 3) Утворюючи нуль у стовпцях з ведучими елементами рядків матриць, приводимо її до зведеної східчатої форми.
- 4) Повертаємось від матриць до системи лінійних рівнянь. Ті змінні, які відповідають ведучим одиницям, назвемо **основними**, а всі інші (якщо вони є) — **вільними**. Виражаємо основні змінні через вільні та записуємо відповідь.

Виявляється, що кожна матриця рядково еквівалентна лише одній матриці у зведеній східчатій формі.

**Метод Йордана–Гаусса** розв'язування систем лінійних рівнянь полягає в наступному.

- 1) Записуємо розширену матрицю системи лінійних рівнянь.
- 2) Зводимо матрицю до східчатої форми та встановлюємо, чи сумісна система. Якщо сумісна, то переходимо до наступного пункту.
- 3) Утворюючи нуль у стовпцях з ведучими елементами рядків матриць, приводимо її до зведеної східчатої форми.
- 4) Повертаємось від матриць до системи лінійних рівнянь. Ті змінні, які відповідають ведучим одиницям, назвемо **основними**, а всі інші (якщо вони є) — **вільними**. Виражаємо основні змінні через вільні та записуємо відповідь.



## Приклад 1.2.29

Розв'яжемо систему

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

з прикладу 1.2.26 методом Йордана–Гаусса.

Як було показано вище, східчатою формою матриць цієї системи є така матриця

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]. \quad (1)$$

Відзначимо, що ця система сумісна, оскільки ми не отримали рядка вигляду

$$[ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \mid 1 ].$$

Приведемо матрицю (1) до зведеної східчатої форми. Для цього необхідно утворити нулі в першій та третій позиціях третього стовпця. Цього можна досягти, додавши до першого рядка другий:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

## Приклад 1.2.29

Розв'яжемо систему

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

з прикладу 1.2.26 методом Йордана–Гаусса.

Як було показано вище, східчатою формою матриць цієї системи є така матриця

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]. \quad (1)$$

Відзначимо, що ця система сумісна, оскільки ми не отримали рядка вигляду

$$[ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \mid 1 ].$$

Приведемо матрицю (1) до зведеної східчатої форми. Для цього необхідно утворити нулі в першій та третій позиціях третього стовпця. Цього можна досягти, додавши до першого рядка другий:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

## Приклад 1.2.29

Розв'яжемо систему

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

з прикладу 1.2.26 методом Йордана–Гаусса.

Як було показано вище, східчатою формою матриць цієї системи є така матриця

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]. \quad (1)$$

Відзначимо, що ця система сумісна, оскільки ми не отримали рядка вигляду

$$[ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \mid 1 ].$$

Приведемо матрицю (1) до зведеної східчатої форми. Для цього необхідно утворити нулі в першій та третій позиціях третього стовпця. Цього можна досягти, додавши до першого рядка другий:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

## Приклад 1.2.29

Розв'яжемо систему

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

з прикладу 1.2.26 методом Йордана–Гаусса.

Як було показано вище, східчатою формою матриць цієї системи є така матриця

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]. \quad (1)$$

Відзначимо, що ця система сумісна, оскільки ми не отримали рядка вигляду

$$[ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \mid 1 ].$$

Приведемо матрицю (1) до зведеної східчатої форми. Для цього необхідно утворити нулі в першій та третій позиціях третього стовпця. Цього можна досягти, додавши до першого рядка другий:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

## Приклад 1.2.29

Розв'яжемо систему

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

з прикладу 1.2.26 методом Йордана–Гаусса.

Як було показано вище, східчатою формою матриць цієї системи є така матриця

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]. \quad (1)$$

Відзначимо, що ця система сумісна, оскільки ми не отримали рядка вигляду

$$[ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \mid 1 ].$$

Приведемо матрицю (1) до зведеної східчатої форми. Для цього необхідно утворити нулі в першій та третій позиціях третього стовпця. Цього можна досягти, додавши до першого рядка другий:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

## Приклад 1.2.29

Розв'яжемо систему

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

з прикладу 1.2.26 методом Йордана–Гаусса.

Як було показано вище, східчатою формою матриць цієї системи є така матриця

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]. \quad (1)$$

Відзначимо, що ця система сумісна, оскільки ми не отримали рядка вигляду

$$[ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ | \ 1 ].$$

Приведемо матрицю (1) до зведеної східчатої форми. Для цього необхідно утворити нулі в першій та третій позиціях третього стовпця. Цього можна досягти, додавши до першого рядка другий:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

## Приклад 1.2.29

Розв'яжемо систему

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

з прикладу 1.2.26 методом Йордана–Гаусса.

Як було показано вище, східчатою формою матриць цієї системи є така матриця

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]. \quad (1)$$

Відзначимо, що ця система сумісна, оскільки ми не отримали рядка вигляду

$$[ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \mid 1 ].$$

Приведемо матрицю (1) до зведеної східчатої форми. Для цього необхідно утворити нулі в першій та третій позиціях третього стовпця. Цього можна досягти, додавши до першого рядка другий:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

## Приклад 1.2.29

Розв'яжемо систему

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

з прикладу 1.2.26 методом Йордана–Гаусса.

Як було показано вище, східчатою формою матриць цієї системи є така матриця

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]. \quad (1)$$

Відзначимо, що ця система сумісна, оскільки ми не отримали рядка вигляду

$$[ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \mid 1 ].$$

Приведемо матрицю (1) до зведеної східчатої форми. Для цього необхідно утворити нулі в першій та третій позиціях третього стовпця. Цього можна досягти, додавши до першого рядка другий:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$



## Приклад 1.2.29

Розв'яжемо систему

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

з прикладу 1.2.26 методом Йордана–Гаусса.

Як було показано вище, східчатою формою матриць цієї системи є така матриця

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]. \quad (1)$$

Відзначимо, що ця система сумісна, оскільки ми не отримали рядка вигляду

$$[ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \mid 1 ].$$

Приведемо матрицю (1) до зведеної східчатої форми. Для цього необхідно утворити нулі в першій та третій позиціях третього стовпця.

Цього можна досягти, додавши до першого рядка другий:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

## Приклад 1.2.29

Розв'яжемо систему

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

з прикладу 1.2.26 методом Йордана–Гаусса.

Як було показано вище, східчатою формою матриць цієї системи є така матриця

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]. \quad (1)$$

Відзначимо, що ця система сумісна, оскільки ми не отримали рядка вигляду

$$[ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \mid 1 ].$$

Приведемо матрицю (1) до зведеної східчатої форми. Для цього необхідно утворити нулі в першій та третій позиціях третього стовпця. Цього можна досягти, додавши до першого рядка другий:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

## Приклад 1.2.29

Розв'яжемо систему

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 8, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

з прикладу 1.2.26 методом Йордана–Гаусса.

Як було показано вище, східчатою формою матриць цієї системи є така матриця

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]. \quad (1)$$

Відзначимо, що ця система сумісна, оскільки ми не отримали рядка вигляду

$$[ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ | \ 1 ].$$

Приведемо матрицю (1) до зведеної східчатої форми. Для цього необхідно утворити нулі в першій та третій позиціях третього стовпця. Цього можна досягти, додавши до першого рядка другий:

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

Отримали матрицю у зведеній східчатій формі. Система лінійних рівнянь, яка їй відповідає має вигляд:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_4 = 9, \\ x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Змінні  $x_1$  і  $x_3$  є основними, а  $x_2$  і  $x_4$  — вільними. Виражаємо основні змінні через вільні:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_2 - x_4 + 9, \\ x_3 &= x_4 + 1, \end{aligned}$$

і записуємо остаточну відповідь:  $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) : a, b \in \mathbb{R}\}$ .

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

Отримали матрицю у зведеній східчатій формі. Система лінійних рівнянь, яка їй відповідає має вигляд:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_4 = 9, \\ x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Змінні  $x_1$  і  $x_3$  є основними, а  $x_2$  і  $x_4$  — вільними. Виражаємо основні змінні через вільні:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_2 - x_4 + 9, \\ x_3 &= x_4 + 1, \end{aligned}$$

і записуємо остаточну відповідь:  $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) : a, b \in \mathbb{R}\}$ .

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

Отримали матрицю у зведеній східчатій формі. Система лінійних рівнянь, яка їй відповідає має вигляд:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_4 = 9, \\ x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Змінні  $x_1$  і  $x_3$  є основними, а  $x_2$  і  $x_4$  — вільними. Виражаємо основні змінні через вільні:

$$x_1 = x_2 - x_4 + 9,$$

$$x_3 = x_4 + 1,$$

і записуємо остаточну відповідь:  $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) : a, b \in \mathbb{R}\}$ .

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

Отримали матрицю у зведеній східчатій формі. Система лінійних рівнянь, яка їй відповідає має вигляд:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_4 = 9, \\ x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Змінні  $x_1$  і  $x_3$  є основними, а  $x_2$  і  $x_4$  — вільними. Виражаємо основні змінні через вільні:

$$x_1 = x_2 - x_4 + 9,$$

$$x_3 = x_4 + 1,$$

і записуємо остаточну відповідь:  $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) : a, b \in \mathbb{R}\}$ .

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

Отримали матрицю у зведеній східчатій формі. Система лінійних рівнянь, яка їй відповідає має вигляд:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_4 = 9, \\ x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Змінні  $x_1$  і  $x_3$  є основними, а  $x_2$  і  $x_4$  — вільними. Виражаємо основні змінні через вільні:

$$x_1 = x_2 - x_4 + 9,$$

$$x_3 = x_4 + 1,$$

і записуємо остаточну відповідь:  $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) : a, b \in \mathbb{R}\}$ .



$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

Отримали матрицю у зведеній східчатій формі. Система лінійних рівнянь, яка їй відповідає має вигляд:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_4 = 9, \\ x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Змінні  $x_1$  і  $x_3$  є основними, а  $x_2$  і  $x_4$  — вільними. Виражаємо основні змінні через вільні:

$$x_1 = x_2 - x_4 + 9,$$

$$x_3 = x_4 + 1,$$

і записуємо остаточну відповідь:  $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) : a, b \in \mathbb{R}\}$ .

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

Отримали матрицю у зведеній східчатій формі. Система лінійних рівнянь, яка їй відповідає має вигляд:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_4 = 9, \\ x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Змінні  $x_1$  і  $x_3$  є основними, а  $x_2$  і  $x_4$  — вільними. Виражаємо основні змінні через вільні:

$$x_1 = x_2 - x_4 + 9,$$

$$x_3 = x_4 + 1,$$

і записуємо остаточну відповідь:  $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) : a, b \in \mathbb{R}\}$ .

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

Отримали матрицю у зведеній східчатій формі. Система лінійних рівнянь, яка їй відповідає має вигляд:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_4 = 9, \\ x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Змінні  $x_1$  і  $x_3$  є основними, а  $x_2$  і  $x_4$  — вільними. Виражаємо основні змінні через вільні:

$$x_1 = x_2 - x_4 + 9,$$

$$x_3 = x_4 + 1,$$

і записуємо остаточну відповідь:  $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) : a, b \in \mathbb{R}\}$ .

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

Отримали матрицю у зведеній східчатій формі. Система лінійних рівнянь, яка їй відповідає має вигляд:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_4 = 9, \\ x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Змінні  $x_1$  і  $x_3$  є основними, а  $x_2$  і  $x_4$  — вільними. Виражаємо основні змінні через вільні:

$$x_1 = x_2 - x_4 + 9,$$

$$x_3 = x_4 + 1,$$

і записуємо остаточну **відповідь**:  $\{(a - b + 9, a, b + 1, b) : a, b \in \mathbb{R}\}$ .

Дякую за увагу!