

Обчислювальна геометрія і алгебра

Олег Гутік



Лекція 3: Системи лінійних рівнянь і методи їх розв'язування. Поняття про системи лінійних рівнянь

Поняття про системи лінійних рівнянь

Системи лінійних рівнянь лежать в основі лінійної алгебри. У наступній лекції ми розглянемо основний метод їх розв'язування — метод Гаусса.

Означення 1.2.13

Лінійним рівнянням з n невідомими x_1, x_2, \dots, x_n над полем k називається рівняння, яке може бути записане у вигляді

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b, \quad (1)$$

де a_1, a_2, \dots, a_n, b — елементи поля k .

Приклад 1.2.14

Рівняння $4x_1 - 5x_2 + 2 = x_1$ і $x_2 = 2(\sqrt{6} - x_1) + x_3$ є лінійними, хоча і не записані у вигляді (1), а рівняння $x_1x_2 = 6 + x_1 + x_2$ не є лінійним.

Означення 1.2.15

Системою лінійних рівнянь називається набір з одного чи більше лінійних рівнянь відносно однієї і тієї ж множини змінних (наприклад, x_1, x_2, \dots, x_n).

Поняття про системи лінійних рівнянь

Системи лінійних рівнянь лежать в основі лінійної алгебри. У наступній лекції ми розглянемо основний метод їх розв'язування — метод Гаусса.

Означення 1.2.13

Лінійним рівнянням з n невідомими x_1, x_2, \dots, x_n над полем k називається рівняння, яке може бути записане у вигляді

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b, \quad (1)$$

де a_1, a_2, \dots, a_n, b — елементи поля k .

Приклад 1.2.14

Рівняння $4x_1 - 5x_2 + 2 = x_1$ і $x_2 = 2(\sqrt{6} - x_1) + x_3$ є лінійними, хоча і не записані у вигляді (1), а рівняння $x_1x_2 = 6 + x_1 + x_2$ не є лінійним.

Означення 1.2.15

Системою лінійних рівнянь називається набір з одного чи більше лінійних рівнянь відносно однієї і тієї ж множини змінних (наприклад, x_1, x_2, \dots, x_n).

Поняття про системи лінійних рівнянь

Системи лінійних рівнянь лежать в основі лінійної алгебри. У наступній лекції ми розглянемо основний метод їх розв'язування — метод Гаусса.

Означення 1.2.13

Лінійним рівнянням з n невідомими x_1, x_2, \dots, x_n над полем k називається рівняння, яке може бути записане у вигляді

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b, \quad (1)$$

де a_1, a_2, \dots, a_n, b — елементи поля k .

Приклад 1.2.14

Рівняння $4x_1 - 5x_2 + 2 = x_1$ і $x_2 = 2(\sqrt{6} - x_1) + x_3$ є лінійними, хоча і не записані у вигляді (1), а рівняння $x_1x_2 = 6 + x_1 + x_2$ не є лінійним.

Означення 1.2.15

Системою лінійних рівнянь називається набір з одного чи більше лінійних рівнянь відносно однієї і тієї ж множини змінних (наприклад, x_1, x_2, \dots, x_n).

Поняття про системи лінійних рівнянь

Системи лінійних рівнянь лежать в основі лінійної алгебри. У наступній лекції ми розглянемо основний метод їх розв'язування — метод Гаусса.

Означення 1.2.13

Лінійним рівнянням з n невідомими x_1, x_2, \dots, x_n над полем k називається рівняння, яке може бути записане у вигляді

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b, \quad (1)$$

де a_1, a_2, \dots, a_n, b — елементи поля k .

Приклад 1.2.14

Рівняння $4x_1 - 5x_2 + 2 = x_1$ і $x_2 = 2(\sqrt{6} - x_1) + x_3$ є лінійними, хоча і не записані у вигляді (1), а рівняння $x_1x_2 = 6 + x_1 + x_2$ не є лінійним.

Означення 1.2.15

Системою лінійних рівнянь називається набір з одного чи більше лінійних рівнянь відносно однієї і тієї ж множини змінних (наприклад, x_1, x_2, \dots, x_n).

Поняття про системи лінійних рівнянь

Системи лінійних рівнянь лежать в основі лінійної алгебри. У наступній лекції ми розглянемо основний метод їх розв'язування — метод Гаусса.

Означення 1.2.13

Лінійним рівнянням з n невідомими x_1, x_2, \dots, x_n над полем k називається рівняння, яке може бути записане у вигляді

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b, \quad (1)$$

де a_1, a_2, \dots, a_n, b — елементи поля k .

Приклад 1.2.14

Рівняння $4x_1 - 5x_2 + 2 = x_1$ і $x_2 = 2(\sqrt{6} - x_1) + x_3$ є лінійними, хоча і не записані у вигляді (1), а рівняння $x_1x_2 = 6 + x_1 + x_2$ не є лінійним.

Означення 1.2.15

Системою лінійних рівнянь називається набір з одного чи більше лінійних рівнянь відносно однієї і тієї ж множини змінних (наприклад, x_1, x_2, \dots, x_n).

Поняття про системи лінійних рівнянь

Системи лінійних рівнянь лежать в основі лінійної алгебри. У наступній лекції ми розглянемо основний метод їх розв'язування — метод Гаусса.

Означення 1.2.13

Лінійним рівнянням з n невідомими x_1, x_2, \dots, x_n над полем k називається рівняння, яке може бути записане у вигляді

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b, \quad (1)$$

де a_1, a_2, \dots, a_n, b — елементи поля k .

Приклад 1.2.14

Рівняння $4x_1 - 5x_2 + 2 = x_1$ і $x_2 = 2(\sqrt{6} - x_1) + x_3$ є лінійними, хоча і не записані у вигляді (1), а рівняння $x_1x_2 = 6 + x_1 + x_2$ не є лінійним.

Означення 1.2.15

Системою лінійних рівнянь називається набір з одного чи більше лінійних рівнянь відносно однієї і тієї ж множини змінних (наприклад, x_1, x_2, \dots, x_n).

Поняття про системи лінійних рівнянь

Системи лінійних рівнянь лежать в основі лінійної алгебри. У наступній лекції ми розглянемо основний метод їх розв'язування — метод Гаусса.

Означення 1.2.13

Лінійним рівнянням з n невідомими x_1, x_2, \dots, x_n над полем k називається рівняння, яке може бути записане у вигляді

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b, \quad (1)$$

де a_1, a_2, \dots, a_n, b — елементи поля k .

Приклад 1.2.14

Рівняння $4x_1 - 5x_2 + 2 = x_1$ і $x_2 = 2(\sqrt{6} - x_1) + x_3$ є лінійними, хоча і не записані у вигляді (1), а рівняння $x_1x_2 = 6 + x_1 + x_2$ не є лінійним.

Означення 1.2.15

Системою лінійних рівнянь називається набір з одного чи більше лінійних рівнянь відносно однієї і тієї ж множини змінних (наприклад, x_1, x_2, \dots, x_n).

Поняття про системи лінійних рівнянь

Системи лінійних рівнянь лежать в основі лінійної алгебри. У наступній лекції ми розглянемо основний метод їх розв'язування — метод Гаусса.

Означення 1.2.13

Лінійним рівнянням з n невідомими x_1, x_2, \dots, x_n над полем k називається рівняння, яке може бути записане у вигляді

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b, \quad (1)$$

де a_1, a_2, \dots, a_n, b — елементи поля k .

Приклад 1.2.14

Рівняння $4x_1 - 5x_2 + 2 = x_1$ і $x_2 = 2(\sqrt{6} - x_1) + x_3$ є лінійними, хоча і не записані у вигляді (1), а рівняння $x_1x_2 = 6 + x_1 + x_2$ не є лінійним.

Означення 1.2.15

Системою лінійних рівнянь називається набір з одного чи більше лінійних рівнянь відносно однієї і тієї ж множини змінних (наприклад, x_1, x_2, \dots, x_n).

Поняття про системи лінійних рівнянь

Системи лінійних рівнянь лежать в основі лінійної алгебри. У наступній лекції ми розглянемо основний метод їх розв'язування — метод Гаусса.

Означення 1.2.13

Лінійним рівнянням з n невідомими x_1, x_2, \dots, x_n над полем k називається рівняння, яке може бути записане у вигляді

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b, \quad (1)$$

де a_1, a_2, \dots, a_n, b — елементи поля k .

Приклад 1.2.14

Рівняння $4x_1 - 5x_2 + 2 = x_1$ і $x_2 = 2(\sqrt{6} - x_1) + x_3$ є лінійними, хоча і не записані у вигляді (1), а рівняння $x_1x_2 = 6 + x_1 + x_2$ не є лінійним.

Означення 1.2.15

Системою лінійних рівнянь називається набір з одного чи більше лінійних рівнянь відносно однієї і тієї ж множини змінних (наприклад, x_1, x_2, \dots, x_n).

Поняття про системи лінійних рівнянь

Системи лінійних рівнянь лежать в основі лінійної алгебри. У наступній лекції ми розглянемо основний метод їх розв'язування — метод Гаусса.

Означення 1.2.13

Лінійним рівнянням з n невідомими x_1, x_2, \dots, x_n над полем k називається рівняння, яке може бути записане у вигляді

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b, \quad (1)$$

де a_1, a_2, \dots, a_n, b — елементи поля k .

Приклад 1.2.14

Рівняння $4x_1 - 5x_2 + 2 = x_1$ і $x_2 = 2(\sqrt{6} - x_1) + x_3$ є лінійними, хоча і не записані у вигляді (1), а рівняння $x_1x_2 = 6 + x_1 + x_2$ не є лінійним.

Означення 1.2.15

Системою лінійних рівнянь називається набір з одного чи більше лінійних рівнянь відносно однієї і тієї ж множини змінних (наприклад, x_1, x_2, \dots, x_n).

Поняття про системи лінійних рівнянь

Системи лінійних рівнянь лежать в основі лінійної алгебри. У наступній лекції ми розглянемо основний метод їх розв'язування — метод Гаусса.

Означення 1.2.13

Лінійним рівнянням з n невідомими x_1, x_2, \dots, x_n над полем k називається рівняння, яке може бути записане у вигляді

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b, \quad (1)$$

де a_1, a_2, \dots, a_n, b — елементи поля k .

Приклад 1.2.14

Рівняння $4x_1 - 5x_2 + 2 = x_1$ і $x_2 = 2(\sqrt{6} - x_1) + x_3$ є лінійними, хоча і не записані у вигляді (1), а рівняння $x_1x_2 = 6 + x_1 + x_2$ не є лінійним.

Означення 1.2.15

Системою лінійних рівнянь називається набір з одного чи більше лінійних рівнянь відносно однієї і тієї ж множини змінних (наприклад, x_1, x_2, \dots, x_n).

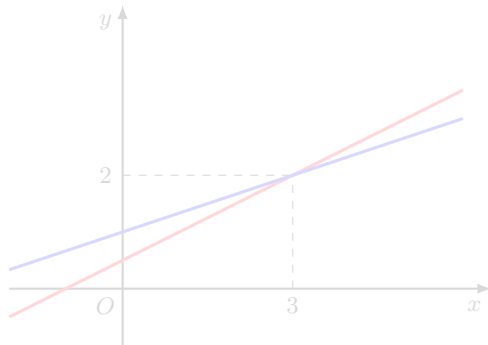
Поняття про системи лінійних рівнянь

Приклад 1.2.17

Дослідити на сумісність систему лінійних рівнянь

$$\begin{cases} x - 2y = -1, \\ -x + 3y = 3. \end{cases}$$

Розв'язок. Розглянемо графіки обох рівнянь системи в прямокутній декартовій системі координат. Добре відомо, що це прямі, які перетинаються (див. рис.)



Отже, система сумісна, причому $(3, 2)$ — розв'язок цієї системи.

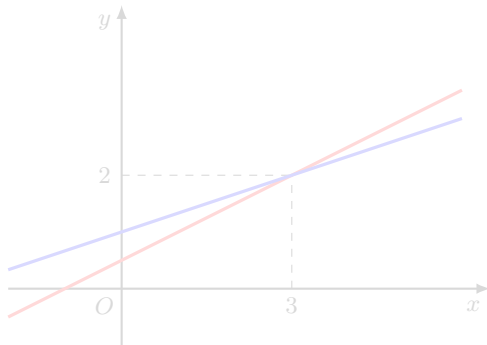
Поняття про системи лінійних рівнянь

Приклад 1.2.17

Дослідити на сумісність систему лінійних рівнянь

$$\begin{cases} x - 2y = -1, \\ -x + 3y = 3. \end{cases}$$

Розв'язок. Розглянемо графіки обох рівнянь системи в прямокутній декартовій системі координат. Добре відомо, що це прямі, які перетинаються (див. рис.)



Отже, система сумісна, причому (3, 2) — розв'язок цієї системи.

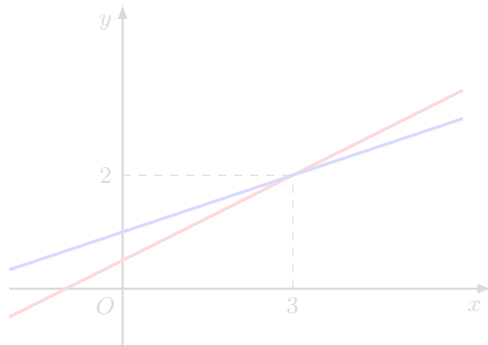
Поняття про системи лінійних рівнянь

Приклад 1.2.17

Дослідити на сумісність систему лінійних рівнянь

$$\begin{cases} x - 2y = -1, \\ -x + 3y = 3. \end{cases}$$

Розв'язок. Розглянемо графіки обох рівнянь системи в прямокутній декартовій системі координат. Добре відомо, що це прямі, які перетинаються (див. рис.)



Отже, система сумісна, причому $(3, 2)$ — розв'язок цієї системи.

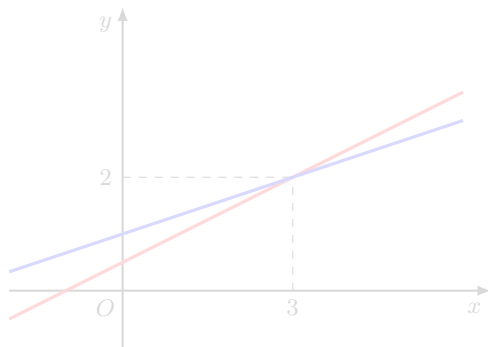
Поняття про системи лінійних рівнянь

Приклад 1.2.17

Дослідити на сумісність систему лінійних рівнянь

$$\begin{cases} x - 2y = -1, \\ -x + 3y = 3. \end{cases}$$

Розв'язок. Розглянемо графіки обох рівнянь системи в прямокутній декартовій системі координат. Добре відомо, що це прямі, які перетинаються (див. рис.)



Отже, система сумісна, причому $(3, 2)$ — розв'язок цієї системи.

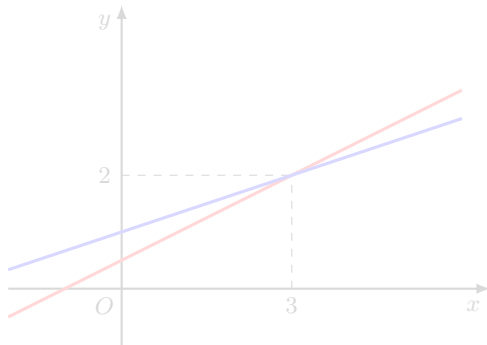
Поняття про системи лінійних рівнянь

Приклад 1.2.17

Дослідити на сумісність систему лінійних рівнянь

$$\begin{cases} x - 2y = -1, \\ -x + 3y = 3. \end{cases}$$

Розв'язок. Розглянемо графіки обох рівнянь системи в прямокутній декартовій системі координат. Добре відомо, що це прямі, які перетинаються (див. рис.)



Отже, система сумісна, причому $(3, 2)$ — розв'язок цієї системи.

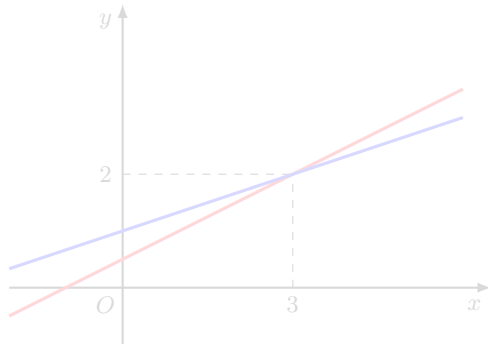
Поняття про системи лінійних рівнянь

Приклад 1.2.17

Дослідити на сумісність систему лінійних рівнянь

$$\begin{cases} x - 2y = -1, \\ -x + 3y = 3. \end{cases}$$

Розв'язок. Розглянемо графіки обох рівнянь системи в прямокутній декартовій системі координат. Добре відомо, що це прямі, які перетинаються (див. рис.)



Отже, система сумісна, причому $(3, 2)$ — розв'язок цієї системи.

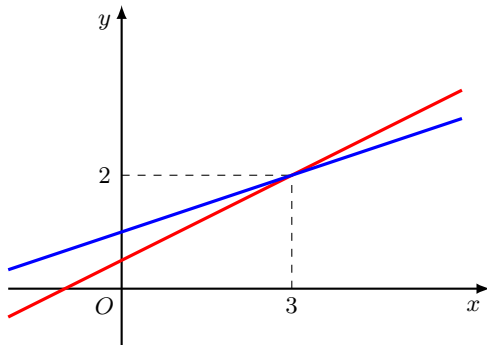
Поняття про системи лінійних рівнянь

Приклад 1.2.17

Дослідити на сумісність систему лінійних рівнянь

$$\begin{cases} x - 2y = -1, \\ -x + 3y = 3. \end{cases}$$

Розв'язок. Розглянемо графіки обох рівнянь системи в прямокутній декартовій системі координат. Добре відомо, що це прямі, які перетинаються (див. рис.)



Отже, система сумісна, причому $(3, 2)$ — розв'язок цієї системи.

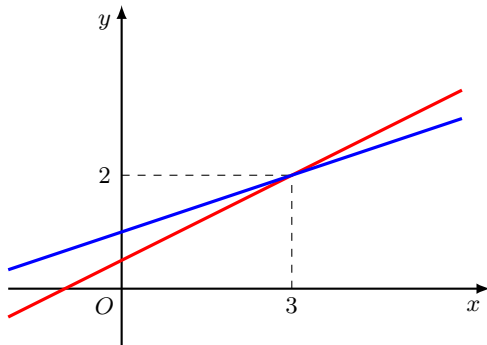
Поняття про системи лінійних рівнянь

Приклад 1.2.17

Дослідити на сумісність систему лінійних рівнянь

$$\begin{cases} x - 2y = -1, \\ -x + 3y = 3. \end{cases}$$

Розв'язок. Розглянемо графіки обох рівнянь системи в прямокутній декартовій системі координат. Добре відомо, що це прямі, які перетинаються (див. рис.)



Отже, система сумісна, причому $(3, 2)$ — розв'язок цієї системи.

Означення 1.2.18

Дві системи рівнянь називаються *еквівалентними (рівносильними)*, якщо множини їхніх розв'язків збігаються, тобто кожний розв'язок першої системи є розв'язком другої і, навпаки, кожний розв'язок другої системи є розв'язком першої.

Основна ідея при розв'язуванні систем лінійних рівнянь — заміна даної системи на еквівалентну до даної, яку можна розв'язати з якихось міркувань простіше.

Наступні перетворення системи лінійних рівнянь називаються *елементарними*:

- 1) перестановка двох рівнянь у системі;
- 2) множення будь-якого рівняння системи на відмінний від нуля елемент поля k ;
- 3) додавання до будь-якого рівняння системи будь-якого іншого рівняння, помноженого на довільний елемент поля k ;
- 4) вилучення із системи рівняння виду $0 = 0$ або приписування до системи такого рівняння.

Означення 1.2.18

Дві системи рівнянь називаються *еквівалентними* (*рівносильними*), якщо множини їхніх розв'язків збігаються, тобто кожний розв'язок першої системи є розв'язком другої і, навпаки, кожний розв'язок другої системи є розв'язком першої.

Основна ідея при розв'язуванні систем лінійних рівнянь — заміна даної системи на еквівалентну до даної, яку можна розв'язати з якихось міркувань простіше.

Наступні перетворення системи лінійних рівнянь називаються *елементарними*:

- 1) перестановка двох рівнянь у системі;
- 2) множення будь-якого рівняння системи на відмінний від нуля елемент поля k ;
- 3) додавання до будь-якого рівняння системи будь-якого іншого рівняння, помноженого на довільний елемент поля k ;
- 4) вилучення із системи рівняння виду $0 = 0$ або приписування до системи такого рівняння.

Означення 1.2.18

Дві системи рівнянь називаються *еквівалентними* (*рівносильними*), якщо множини їхніх розв'язків збігаються, тобто кожний розв'язок першої системи є розв'язком другої і, навпаки, кожний розв'язок другої системи є розв'язком першої.

Основна ідея при розв'язуванні систем лінійних рівнянь — заміна даної системи на еквівалентну до даної, яку можна розв'язати з якихось міркувань простіше.

Наступні перетворення системи лінійних рівнянь називаються *елементарними*:

- 1) перестановка двох рівнянь у системі;
- 2) множення будь-якого рівняння системи на відмінний від нуля елемент поля k ;
- 3) додавання до будь-якого рівняння системи будь-якого іншого рівняння, помноженого на довільний елемент поля k ;
- 4) вилучення із системи рівняння виду $0 = 0$ або приписування до системи такого рівняння.

Означення 1.2.18

Дві системи рівнянь називаються *еквівалентними (рівносильними)*, якщо множини їхніх розв'язків збігаються, тобто кожний розв'язок першої системи є розв'язком другої і, навпаки, кожний розв'язок другої системи є розв'язком першої.

Основна ідея при розв'язуванні систем лінійних рівнянь — заміна даної системи на еквівалентну до даної, яку можна розв'язати з якихось міркувань простіше.

Наступні перетворення системи лінійних рівнянь називаються *елементарними*:

- 1) перестановка двох рівнянь у системі;
- 2) множення будь-якого рівняння системи на відмінний від нуля елемент поля k ;
- 3) додавання до будь-якого рівняння системи будь-якого іншого рівняння, помноженого на довільний елемент поля k ;
- 4) вилучення із системи рівняння виду $0 = 0$ або приписування до системи такого рівняння.

Означення 1.2.18

Дві системи рівнянь називаються *еквівалентними* (*рівносильними*), якщо множини їхніх розв'язків збігаються, тобто кожний розв'язок першої системи є розв'язком другої і, навпаки, кожний розв'язок другої системи є розв'язком першої.

Основна ідея при розв'язуванні систем лінійних рівнянь — заміна даної системи на еквівалентну до даної, яку можна розв'язати з якихось міркувань простіше.

Наступні перетворення системи лінійних рівнянь називаються *елементарними*:

- 1) перестановка двох рівнянь у системі;
- 2) множення будь-якого рівняння системи на відмінний від нуля елемент поля k ;
- 3) додавання до будь-якого рівняння системи будь-якого іншого рівняння, помноженого на довільний елемент поля k ;
- 4) вилучення із системи рівняння виду $0 = 0$ або приписування до системи такого рівняння.

Означення 1.2.18

Дві системи рівнянь називаються *еквівалентними (рівносильними)*, якщо множини їхніх розв'язків збігаються, тобто кожний розв'язок першої системи є розв'язком другої і, навпаки, кожний розв'язок другої системи є розв'язком першої.

Основна ідея при розв'язуванні систем лінійних рівнянь — заміна даної системи на еквівалентну до даної, яку можна розв'язати з якихось міркувань простіше.

Наступні перетворення системи лінійних рівнянь називаються *елементарними*:

- 1) перестановка двох рівнянь у системі;
- 2) множення будь-якого рівняння системи на відмінний від нуля елемент поля k ;
- 3) додавання до будь-якого рівняння системи будь-якого іншого рівняння, помноженого на довільний елемент поля k ;
- 4) вилучення із системи рівняння виду $0 = 0$ або приписування до системи такого рівняння.

Означення 1.2.18

Дві системи рівнянь називаються *еквівалентними (рівносильними)*, якщо множини їхніх розв'язків збігаються, тобто кожний розв'язок першої системи є розв'язком другої і, навпаки, кожний розв'язок другої системи є розв'язком першої.

Основна ідея при розв'язуванні систем лінійних рівнянь — заміна даної системи на еквівалентну до даної, яку можна розв'язати з якихось міркувань простіше.

Наступні перетворення системи лінійних рівнянь називаються *елементарними*:

- 1) перестановка двох рівнянь у системі;
- 2) множення будь-якого рівняння системи на відмінний від нуля елемент поля k ;
- 3) додавання до будь-якого рівняння системи будь-якого іншого рівняння, помноженого на довільний елемент поля k ;
- 4) вилучення із системи рівняння виду $0 = 0$ або приписування до системи такого рівняння.

Означення 1.2.18

Дві системи рівнянь називаються *еквівалентними* (*рівносильними*), якщо множини їхніх розв'язків збігаються, тобто кожний розв'язок першої системи є розв'язком другої і, навпаки, кожний розв'язок другої системи є розв'язком першої.

Основна ідея при розв'язуванні систем лінійних рівнянь — заміна даної системи на еквівалентну до даної, яку можна розв'язати з якихось міркувань простіше.

Наступні перетворення системи лінійних рівнянь називаються *елементарними*:

- 1) перестановка двох рівнянь у системі;
- 2) множення будь-якого рівняння системи на відмінний від нуля елемент поля k ;
- 3) додавання до будь-якого рівняння системи будь-якого іншого рівняння, помноженого на довільний елемент поля k ;
- 4) вилучення із системи рівняння виду $0 = 0$ або приписування до системи такого рівняння.

Означення 1.2.18

Дві системи рівнянь називаються *еквівалентними* (*рівносильними*), якщо множини їхніх розв'язків збігаються, тобто кожний розв'язок першої системи є розв'язком другої і, навпаки, кожний розв'язок другої системи є розв'язком першої.

Основна ідея при розв'язуванні систем лінійних рівнянь — заміна даної системи на еквівалентну до даної, яку можна розв'язати з якихось міркувань простіше.

Наступні перетворення системи лінійних рівнянь називаються *елементарними*:

- 1) перестановка двох рівнянь у системі;
- 2) множення будь-якого рівняння системи на відмінний від нуля елемент поля k ;
- 3) додавання до будь-якого рівняння системи будь-якого іншого рівняння, помноженого на довільний елемент поля k ;
- 4) вилучення із системи рівняння виду $0 = 0$ або приписування до системи такого рівняння.

Означення 1.2.18

Дві системи рівнянь називаються *еквівалентними* (*рівносильними*), якщо множини їхніх розв'язків збігаються, тобто кожний розв'язок першої системи є розв'язком другої і, навпаки, кожний розв'язок другої системи є розв'язком першої.

Основна ідея при розв'язуванні систем лінійних рівнянь — заміна даної системи на еквівалентну до даної, яку можна розв'язати з якихось міркувань простіше.

Наступні перетворення системи лінійних рівнянь називаються *елементарними*:

- 1) перестановка двох рівнянь у системі;
- 2) множення будь-якого рівняння системи на відмінний від нуля елемент поля k ;
- 3) додавання до будь-якого рівняння системи будь-якого іншого рівняння, помноженого на довільний елемент поля k ;
- 4) вилучення із системи рівняння виду $0 = 0$ або приписування до системи такого рівняння.

Означення 1.2.18

Дві системи рівнянь називаються *еквівалентними* (*рівносильними*), якщо множини їхніх розв'язків збігаються, тобто кожний розв'язок першої системи є розв'язком другої і, навпаки, кожний розв'язок другої системи є розв'язком першої.

Основна ідея при розв'язуванні систем лінійних рівнянь — заміна даної системи на еквівалентну до даної, яку можна розв'язати з якихось міркувань простіше.

Наступні перетворення системи лінійних рівнянь називаються *елементарними*:

- 1) перестановка двох рівнянь у системі;
- 2) множення будь-якого рівняння системи на відмінний від нуля елемент поля k ;
- 3) додавання до будь-якого рівняння системи будь-якого іншого рівняння, помноженого на довільний елемент поля k ;
- 4) вилучення із системи рівняння виду $0 = 0$ або приписування до системи такого рівняння.

Означення 1.2.18

Дві системи рівнянь називаються *еквівалентними* (*рівносильними*), якщо множини їхніх розв'язків збігаються, тобто кожний розв'язок першої системи є розв'язком другої і, навпаки, кожний розв'язок другої системи є розв'язком першої.

Основна ідея при розв'язуванні систем лінійних рівнянь — заміна даної системи на еквівалентну до даної, яку можна розв'язати з якихось міркувань простіше.

Наступні перетворення системи лінійних рівнянь називаються *елементарними*:

- 1) перестановка двох рівнянь у системі;
- 2) множення будь-якого рівняння системи на відмінний від нуля елемент поля k ;
- 3) додавання до будь-якого рівняння системи будь-якого іншого рівняння, помноженого на довільний елемент поля k ;
- 4) вилучення із системи рівняння виду $0 = 0$ або приписування до системи такого рівняння.

Означення 1.2.18

Дві системи рівнянь називаються *еквівалентними* (*рівносильними*), якщо множини їхніх розв'язків збігаються, тобто кожний розв'язок першої системи є розв'язком другої і, навпаки, кожний розв'язок другої системи є розв'язком першої.

Основна ідея при розв'язуванні систем лінійних рівнянь — заміна даної системи на еквівалентну до даної, яку можна розв'язати з якихось міркувань простіше.

Наступні перетворення системи лінійних рівнянь називаються *елементарними*:

- 1) перестановка двох рівнянь у системі;
- 2) множення будь-якого рівняння системи на відмінний від нуля елемент поля k ;
- 3) додавання до будь-якого рівняння системи будь-якого іншого рівняння, помноженого на довільний елемент поля k ;
- 4) вилучення із системи рівняння виду $0 = 0$ або приписування до системи такого рівняння.

Означення 1.2.18

Дві системи рівнянь називаються *еквівалентними* (*рівносильними*), якщо множини їхніх розв'язків збігаються, тобто кожний розв'язок першої системи є розв'язком другої і, навпаки, кожний розв'язок другої системи є розв'язком першої.

Основна ідея при розв'язуванні систем лінійних рівнянь — заміна даної системи на еквівалентну до даної, яку можна розв'язати з якихось міркувань простіше.

Наступні перетворення системи лінійних рівнянь називаються *елементарними*:

- 1) перестановка двох рівнянь у системі;
- 2) множення будь-якого рівняння системи на відмінний від нуля елемент поля k ;
- 3) додавання до будь-якого рівняння системи будь-якого іншого рівняння, помноженого на довільний елемент поля k ;
- 4) вилучення із системи рівняння виду $0 = 0$ або приписування до системи такого рівняння.

Означення 1.2.18

Дві системи рівнянь називаються *еквівалентними* (*рівносильними*), якщо множини їхніх розв'язків збігаються, тобто кожний розв'язок першої системи є розв'язком другої і, навпаки, кожний розв'язок другої системи є розв'язком першої.

Основна ідея при розв'язуванні систем лінійних рівнянь — заміна даної системи на еквівалентну до даної, яку можна розв'язати з якихось міркувань простіше.

Наступні перетворення системи лінійних рівнянь називаються *елементарними*:

- 1) перестановка двох рівнянь у системі;
- 2) множення будь-якого рівняння системи на відмінний від нуля елемент поля k ;
- 3) додавання до будь-якого рівняння системи будь-якого іншого рівняння, помноженого на довільний елемент поля k ;
- 4) вилучення із системи рівняння виду $0 = 0$ або приписування до системи такого рівняння.

Приклад 1.2.20

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ y + 3z = 5, \\ 5z = 10. \end{cases}$$

Розв'язок. З останнього рівняння однозначно знаходимо, що $z = 2$. Тоді з другого рівняння знаходимо, що $y = 5 - 3z = -1$, а з першого — $x = 2 + y + z = 3$.

Відповідь. $\{(3, -1, 2)\}$.

Приклад 1.2.20

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ y + 3z = 5, \\ 5z = 10. \end{cases}$$

Розв'язок. З останнього рівняння однозначно знаходимо, що $z = 2$. Тоді з другого рівняння знаходимо, що $y = 5 - 3z = -1$, а з першого — $x = 2 + y + z = 3$.

Відповідь. $\{(3, -1, 2)\}$.

Приклад 1.2.20

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ y + 3z = 5, \\ 5z = 10. \end{cases}$$

Розв'язок. З останнього рівняння однозначно знаходимо, що $z = 2$. Тоді з другого рівняння знаходимо, що $y = 5 - 3z = -1$, а з першого — $x = 2 + y + z = 3$.

Відповідь. $\{(3, -1, 2)\}$.

Приклад 1.2.20

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ y + 3z = 5, \\ 5z = 10. \end{cases}$$

Розв'язок. З останнього рівняння однозначно знаходимо, що $z = 2$. Тоді з другого рівняння знаходимо, що $y = 5 - 3z = -1$, а з першого — $x = 2 + y + z = 3$.

Відповідь. $\{(3, -1, 2)\}$.

Приклад 1.2.20

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ y + 3z = 5, \\ 5z = 10. \end{cases}$$

Розв'язок. З останнього рівняння однозначно знаходимо, що $z = 2$. Тоді з другого рівняння знаходимо, що $y = 5 - 3z = -1$, а з першого — $x = 2 + y + z = 3$.

Відповідь. $\{(3, -1, 2)\}$.

Приклад 1.2.20

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ y + 3z = 5, \\ 5z = 10. \end{cases}$$

Розв'язок. З останнього рівняння однозначно знаходимо, що $z = 2$. Тоді з другого рівняння знаходимо, що $y = 5 - 3z = -1$, а з першого — $x = 2 + y + z = 3$.

Відповідь. $\{(3, -1, 2)\}$.

Приклад 1.2.20

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ y + 3z = 5, \\ 5z = 10. \end{cases}$$

Розв'язок. З останнього рівняння однозначно знаходимо, що $z = 2$. Тоді з другого рівняння знаходимо, що $y = 5 - 3z = -1$, а з першого — $x = 2 + y + z = 3$.

Відповідь. $\{(3, -1, 2)\}$.

Приклад 1.2.20

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ y + 3z = 5, \\ 5z = 10. \end{cases}$$

Розв'язок. З останнього рівняння однозначно знаходимо, що $z = 2$. Тоді з другого рівняння знаходимо, що $y = 5 - 3z = -1$, а з першого — $x = 2 + y + z = 3$.

Відповідь. $\{(3, -1, 2)\}$.

Приклад 1.2.21

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9. \end{cases}$$

Розв'язок. Спробуємо за допомогою елементарних перетворень звести дану систему до так званого “трикутного вигляду”, тобто такого вигляду, як у прикладі 1.2.20. Від другого рядка віднімемо потроєний перший рядок, а від третього рядка — подвоєний перший рядок

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9, \end{cases}$$

і отримуємо

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 5z = 10, \\ y + 3z = 5. \end{cases}$$

Приклад 1.2.21

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9. \end{cases}$$

Розв'язок. Спробуємо за допомогою елементарних перетворень звести дану систему до так званого “трикутного вигляду”, тобто такого вигляду, як у прикладі 1.2.20. Від другого рядка віднімемо потроєний перший рядок, а від третього рядка — подвоєний перший рядок

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9, \end{cases}$$

і отримуємо

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 5z = 10, \\ y + 3z = 5. \end{cases}$$

Приклад 1.2.21

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9. \end{cases}$$

Розв'язок. Спробуємо за допомогою елементарних перетворень звести дану систему до так званого “трикутного вигляду”, тобто такого вигляду, як у прикладі 1.2.20. Від другого рядка віднімемо потроєний перший рядок, а від третього рядка — подвоєний перший рядок

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9, \end{cases}$$

і отримуємо

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 5z = 10, \\ y + 3z = 5. \end{cases}$$

Приклад 1.2.21

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9. \end{cases}$$

Розв'язок. Спробуємо за допомогою елементарних перетворень звести дану систему до так званого “трикутного вигляду”, тобто такого вигляду, як у прикладі 1.2.20. Від другого рядка віднімемо потроєний перший рядок, а від третього рядка — подвоєний перший рядок

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9, \end{cases}$$

і отримуємо

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 5z = 10, \\ y + 3z = 5. \end{cases}$$

Приклад 1.2.21

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9. \end{cases}$$

Розв'язок. Спробуємо за допомогою елементарних перетворень звести дану систему до так званого “трикутного вигляду”, тобто такого вигляду, як у прикладі 1.2.20. Від другого рядка віднімемо потроєний перший рядок, а від третього рядка — подвоєний перший рядок

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9, \end{cases}$$

і отримуємо

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 5z = 10, \\ y + 3z = 5. \end{cases}$$

Приклад 1.2.21

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9. \end{cases}$$

Розв'язок. Спробуємо за допомогою елементарних перетворень звести дану систему до так званого “трикутного вигляду”, тобто такого вигляду, як у прикладі 1.2.20. Від другого рядка віднімемо потроєний перший рядок, а від третього рядка — подвоєний перший рядок

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9, \end{cases}$$

і отримуємо

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 5z = 10, \\ y + 3z = 5. \end{cases}$$

Приклад 1.2.21

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9. \end{cases}$$

Розв'язок. Спробуємо за допомогою елементарних перетворень звести дану систему до так званого “трикутного вигляду”, тобто такого вигляду, як у прикладі 1.2.20. Від другого рядка віднімемо потроєний перший рядок, а від третього рядка — подвоєний перший рядок

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9, \end{cases}$$

і отримуємо

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 5z = 10, \\ y + 3z = 5. \end{cases}$$

Приклад 1.2.21

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9. \end{cases}$$

Розв'язок. Спробуємо за допомогою елементарних перетворень звести дану систему до так званого “трикутного вигляду”, тобто такого вигляду, як у прикладі 1.2.20. Від другого рядка віднімемо потроєний перший рядок, а від третього рядка — подвоєний перший рядок

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9, \end{cases}$$

і отримуємо

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 5z = 10, \\ y + 3z = 5. \end{cases}$$

Приклад 1.2.21

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9. \end{cases}$$

Розв'язок. Спробуємо за допомогою елементарних перетворень звести дану систему до так званого “трикутного вигляду”, тобто такого вигляду, як у прикладі 1.2.20. Від другого рядка віднімемо потроєний перший рядок, а від третього рядка — подвоєний перший рядок

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9, \end{cases}$$

і отримуємо

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 5z = 10, \\ y + 3z = 5. \end{cases}$$

Приклад 1.2.21

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9. \end{cases}$$

Розв'язок. Спробуємо за допомогою елементарних перетворень звести дану систему до так званого “трикутного вигляду”, тобто такого вигляду, як у прикладі 1.2.20. Від другого рядка віднімемо потроєний перший рядок, а від третього рядка — подвоєний перший рядок

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9, \end{cases}$$

і отримуємо

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 5z = 10, \\ y + 3z = 5. \end{cases}$$

Приклад 1.2.21

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9. \end{cases}$$

Розв'язок. Спробуємо за допомогою елементарних перетворень звести дану систему до так званого “трикутного вигляду”, тобто такого вигляду, як у прикладі 1.2.20. Від другого рядка віднімемо потроєний перший рядок, а від третього рядка — подвоєний перший рядок

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9, \end{cases}$$

і отримуємо

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 5z = 10, \\ y + 3z = 5. \end{cases}$$

Далі поміняємо другий та третій рядки місцями:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ y + 3z = 5, \\ 5z = 10. \end{cases}$$

Відповідь. $\{(3, -1, 2)\}$.

Далі поміняємо другий та третій рядки місцями:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ y + 3z = 5, \\ 5z = 10. \end{cases}$$

Відповідь. $\{(3, -1, 2)\}$.

Далі поміняємо другий та третій рядки місцями:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ y + 3z = 5, \\ 5z = 10. \end{cases}$$

Відповідь. $\{(3, -1, 2)\}$.

Далі поміняємо другий та третій рядки місцями:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ y + 3z = 5, \\ 5z = 10. \end{cases}$$

Відповідь. $\{(3, -1, 2)\}$.

Дякую за увагу!