# Обчислювальна геометрія і алгебра

**Олег Гутік**

Лекція 3: Системи лінійних рівнянь і методи їх розв'язування. Поняття про системи лінійних рівнянь

# Поняття про системи лінійних рівнянь

Системи лінійних рівнянь лежать в основі лінійної алгебри. У наступній лекції ми розглянемо основний метод їх розв'язування — метод Гаусса.

**Означення 1.2.13**

*Лінійним рівнянням з $n$ невідомими* $x_1, x_2, \ldots, x_n$ над полем $\Bbbk$ називається рівняння, яке може бути записане у вигляді

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n = b, \tag{1}$$

де $a_1, a_2, \ldots, a_n, b$ — елементи поля $\Bbbk$.

**Приклад 1.2.14**

Рівняння $4x_1 - 5x_2 + 2 = x_1$ і $x_2 = 2(\sqrt{6} - x_1) + x_3$ є лінійними, хоча і не записані у вигляді (1), а рівняння $x_1x_2 = 6 + x_1 + x_2$ не є лінійним.

**Означення 1.2.15**

*Системою лінійних рівнянь* називається набір з одного чи більше лінійних рівнянь відносно однієї і тієї ж множини змінних (наприклад, $x_1, x_2, \ldots, x_n$).

# Поняття про системи лінійних рівнянь

Системи лінійних рівнянь лежать в основі лінійної алгебри. У наступній лекції ми розглянемо основний метод їх розв'язування — метод Гаусса.

**Означення 1.2.13**

*Лінійним рівнянням з $n$ невідомими* $x_1, x_2, \ldots, x_n$ над полем $\Bbbk$ називається рівняння, яке може бути записане у вигляді

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n = b, \qquad (1)$$

де $a_1, a_2, \ldots, a_n, b$ — елементи поля $\Bbbk$.

**Приклад 1.2.14**

Рівняння $4x_1 - 5x_2 + 2 = x_1$ і $x_2 = 2(\sqrt{6} - x_1) + x_3$ є лінійними, хоча і не записані у вигляді (1), а рівняння $x_1x_2 = 6 + x_1 + x_2$ не є лінійним.

**Означення 1.2.15**

*Системою лінійних рівнянь* називається набір з одного чи більше лінійних рівнянь відносно однієї і тієї ж множини змінних (наприклад, $x_1, x_2, \ldots, x_n$).

# Поняття про системи лінійних рівнянь

Системи лінійних рівнянь лежать в основі лінійної алгебри. У наступній лекції ми розглянемо основний метод їх розв'язування — метод Гаусса.

**Означення 1.2.13**

*Лінійним рівнянням з $n$ невідомими* $x_1, x_2, \ldots, x_n$ над полем $\Bbbk$ називається рівняння, яке може бути записане у вигляді

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n = b, \tag{1}$$

де $a_1, a_2, \ldots, a_n, b$ — елементи поля $\Bbbk$.

**Приклад 1.2.14**

Рівняння $4x_1 - 5x_2 + 2 = x_1$ і $x_2 = 2(\sqrt{6} - x_1) + x_3$ є лінійними, хоча і не записані у вигляді (1), а рівняння $x_1x_2 = 6 + x_1 + x_2$ не є лінійним.

**Означення 1.2.15**

*Системою лінійних рівнянь* називається набір з одного чи більше лінійних рівнянь відносно однієї і тієї ж множини змінних (наприклад, $x_1, x_2, \ldots, x_n$).

# Поняття про системи лінійних рівнянь

Системи лінійних рівнянь лежать в основі лінійної алгебри. У наступній лекції ми розглянемо основний метод їх розв'язування — метод Гаусса.

### Означення 1.2.13

*Лінійним рівнянням з $n$ невідомими* $x_1, x_2, \ldots, x_n$ над полем k називається рівняння, яке може бути записане у вигляді

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n = b, \tag{1}$$

де $a_1, a_2, \ldots, a_n, b$ — елементи поля k.

### Приклад 1.2.14

Рівняння $4x_1 - 5x_2 + 2 = x_1$ і $x_2 = 2(\sqrt{6} - x_1) + x_3$ є лінійними, хоча і не записані у вигляді (1), а рівняння $x_1x_2 = 6 + x_1 + x_2$ не є лінійним.

### Означення 1.2.15

*Системою лінійних рівнянь* називається набір з одного чи більше лінійних рівнянь відносно однієї і тієї ж множини змінних (наприклад, $x_1, x_2, \ldots, x_n$).

# Поняття про системи лінійних рівнянь

Системи лінійних рівнянь лежать в основі лінійної алгебри. У наступній лекції ми розглянемо основний метод їх розв'язування — метод Гаусса.

**Означення 1.2.13**

*Лінійним рівнянням з $n$ невідомими* $x_1, x_2, \ldots, x_n$ над полем $\Bbbk$ називається рівняння, яке може бути записане у вигляді

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n = b, \tag{1}$$

де $a_1, a_2, \ldots, a_n, b$ — елементи поля $\Bbbk$.

**Приклад 1.2.14**

Рівняння $4x_1 - 5x_2 + 2 = x_1$ і $x_2 = 2(\sqrt{6} - x_1) + x_3$ є лінійними, хоча і не записані у вигляді (1), а рівняння $x_1x_2 = 6 + x_1 + x_2$ не є лінійним.

**Означення 1.2.15**

*Системою лінійних рівнянь* називається набір з одного чи більше лінійних рівнянь відносно однієї і тієї ж множини змінних (наприклад, $x_1, x_2, \ldots, x_n$).

# Поняття про системи лінійних рівнянь

Системи лінійних рівнянь лежать в основі лінійної алгебри. У наступній лекції ми розглянемо основний метод їх розв'язування — метод Гаусса.

**Означення 1.2.13**

*Лінійним рівнянням з $n$ невідомими* $x_1, x_2, \dots, x_n$ над полем k називається рівняння, яке може бути записане у вигляді

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n = b, \tag{1}$$

де $a_1, a_2, \dots, a_n, b$ — елементи поля k.

**Приклад 1.2.14**

Рівняння $4x_1 - 5x_2 + 2 = x_1$ і $x_2 = 2(\sqrt{6} - x_1) + x_3$ є лінійними, хоча і не записані у вигляді (1), а рівняння $x_1x_2 = 6 + x_1 + x_2$ не є лінійним.

**Означення 1.2.15**

*Системою лінійних рівнянь* називається набір з одного чи більше лінійних рівнянь відносно однієї і тієї ж множини змінних (наприклад, $x_1, x_2, \dots, x_n$).

Системи лінійних рівнянь лежать в основі лінійної алгебри. У наступній лекції ми розглянемо основний метод їх розв'язування — метод Гаусса.

### Означення 1.2.13

*Лінійним рівнянням з $n$ невідомими* $x_1, x_2, \dots, x_n$ над полем k називається рівняння, яке може бути записане у вигляді

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b, \tag{1}$$

де $a_1, a_2, \dots, a_n, b$ — елементи поля k.

### Приклад 1.2.14

Рівняння $4x_1 - 5x_2 + 2 = x_1$ і $x_2 = 2(\sqrt{6} - x_1) + x_3$ є лінійними, хоча і не записані у вигляді (1), а рівняння $x_1x_2 = 6 + x_1 + x_2$ не є лінійним.

### Означення 1.2.15

*Системою лінійних рівнянь* називається набір з одного чи більше лінійних рівнянь відносно однієї і тієї ж множини змінних (наприклад, $x_1, x_2, \dots, x_n$).

# Поняття про системи лінійних рівнянь

Системи лінійних рівнянь лежать в основі лінійної алгебри. У наступній лекції ми розглянемо основний метод їх розв'язування — метод Гаусса.

**Означення 1.2.13**

*Лінійним рівнянням з $n$ невідомими* $x_1, x_2, \ldots, x_n$ над полем $\Bbbk$ називається рівняння, яке може бути записане у вигляді

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n = b, \tag{1}$$

де $a_1, a_2, \ldots, a_n, b$ — елементи поля $\Bbbk$.

**Приклад 1.2.14**

Рівняння $4x_1 - 5x_2 + 2 = x_1$ і $x_2 = 2(\sqrt{6} - x_1) + x_3$ є лінійними, хоча і не записані у вигляді (1), а рівняння $x_1x_2 = 6 + x_1 + x_2$ не є лінійним.

**Означення 1.2.15**

*Системою лінійних рівнянь* називається набір з одного чи більше лінійних рівнянь відносно однієї і тієї ж множини змінних (наприклад, $x_1, x_2, \ldots, x_n$).

# Поняття про системи лінійних рівнянь

Системи лінійних рівнянь лежать в основі лінійної алгебри. У наступній лекції ми розглянемо основний метод їх розв'язування — метод Гаусса.

### Означення 1.2.13

*Лінійним рівнянням з $n$ невідомими* $x_1, x_2, \ldots, x_n$ над полем $\Bbbk$ називається рівняння, яке може бути записане у вигляді

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n = b, \tag{1}$$

де $a_1, a_2, \ldots, a_n, b$ — елементи поля $\Bbbk$.

### Приклад 1.2.14

Рівняння $4x_1 - 5x_2 + 2 = x_1$ і $x_2 = 2(\sqrt{6} - x_1) + x_3$ є лінійними, хоча і не записані у вигляді (1), а рівняння $x_1x_2 = 6 + x_1 + x_2$ не є лінійним.

### Означення 1.2.15

*Системою лінійних рівнянь* називається набір з одного чи більше лінійних рівнянь відносно однієї і тієї ж множини змінних (наприклад, $x_1, x_2, \ldots, x_n$).

# Поняття про системи лінійних рівнянь

Системи лінійних рівнянь лежать в основі лінійної алгебри. У наступній лекції ми розглянемо основний метод їх розв'язування — метод Гаусса.

**Означення 1.2.13**

*Лінійним рівнянням з $n$ невідомими* $x_1, x_2, \ldots, x_n$ над полем k називається рівняння, яке може бути записане у вигляді

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n = b, \tag{1}$$

де $a_1, a_2, \ldots, a_n, b$ — елементи поля k.

**Приклад 1.2.14**

Рівняння $4x_1 - 5x_2 + 2 = x_1$ і $x_2 = 2(\sqrt{6} - x_1) + x_3$ є лінійними, хоча і не записані у вигляді (1), а рівняння $x_1x_2 = 6 + x_1 + x_2$ не є лінійним.

**Означення 1.2.15**

*Системою лінійних рівнянь* називається набір з одного чи більше лінійних рівнянь відносно однієї і тієї ж множини змінних (наприклад, $x_1, x_2, \ldots, x_n$).

# Поняття про системи лінійних рівнянь

Системи лінійних рівнянь лежать в основі лінійної алгебри. У наступній лекції ми розглянемо основний метод їх розв'язування — метод Гаусса.

### Означення 1.2.13

*Лінійним рівнянням з $n$ невідомими* $x_1, x_2, \dots, x_n$ над полем $\mathsf{k}$ називається рівняння, яке може бути записане у вигляді

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n = b, \tag{1}$$

де $a_1, a_2, \dots, a_n, b$ — елементи поля $\mathsf{k}$.

### Приклад 1.2.14

Рівняння $4x_1 - 5x_2 + 2 = x_1$ і $x_2 = 2(\sqrt{6} - x_1) + x_3$ є лінійними, хоча і не записані у вигляді (1), а рівняння $x_1x_2 = 6 + x_1 + x_2$ не є лінійним.

### Означення 1.2.15

*Системою лінійних рівнянь* називається набір з одного чи більше лінійних рівнянь відносно однієї і тієї ж множини змінних (наприклад, $x_1, x_2, \dots,$ $x_n$).

У загальному вигляді система лінійних рівнянь, що містить $m$ рівнянь з $n$ невідомими, має вигляд

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \tag{2}$$

**Означення 1.2.16**

*Розв'язком системи лінійних рівнянь* (2) називається впорядкована множина чисел $(s_1, s_2, \dots, s_n)$, яка при підстановці в дану систему відповідно замість $x_1, x_2, \dots, x_n$ перетворює кожне рівняння системи на правильну числову рівність, тобто на тотожність.

Наприклад, пара чисел $(3, -1)$ є розв'язком системи

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2, \\ x_1 - x_2 = 4. \end{cases}$$

Якщо існує хоча б один розв'язок системи лінійних рівнянь (2), то система (2) називається *сумісною*, а в іншому випадку — *несумісною*. Сумісна система лінійних рівнянь називається *визначеною*, якщо вона має єдиний розв'язок; а система лінійних рівнянь, яка має більше одного розв'язка називається *невизначеною*.

У загальному вигляді система лінійних рівнянь, що містить $m$ рівнянь з $n$ невідомими, має вигляд

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \tag{2}$$

**Означення 1.2.16**

*Розв'язком системи лінійних рівнянь* (2) називається впорядкована множина чисел $(s_1, s_2, \dots, s_n)$, яка при підстановці в дану систему відповідно замість $x_1, x_2, \dots, x_n$ перетворює кожне рівняння системи на правильну числову рівність, тобто на тотожність.

Наприклад, пара чисел $(3, -1)$ є розв'язком системи

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2, \\ x_1 - x_2 = 4. \end{cases}$$

Якщо існує хоча б один розв'язок системи лінійних рівнянь (2), то система (2) називається *сумісною*, а в іншому випадку — *несумісною*. Сумісна система лінійних рівнянь називається *визначеною*, якщо вона має єдиний розв'язок; а система лінійних рівнянь, яка має більше одного розв'язка називається *невизначеною*.

# Поняття про системи лінійних рівнянь

У загальному вигляді система лінійних рівнянь, що містить $m$ рівнянь з $n$ невідомими, має вигляд

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \tag{2}$$

**Означення 1.2.16**

*Розв'язком системи лінійних рівнянь* (2) називається впорядкована множина чисел $(s_1, s_2, \dots, s_n)$, яка при підстановці в дану систему відповідно замість $x_1, x_2, \dots, x_n$ перетворює кожне рівняння системи на правильну числову рівність, тобто на тотожність.

Наприклад, пара чисел $(3, -1)$ є розв'язком системи

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2, \\ x_1 - x_2 = 4. \end{cases}$$

Якщо існує хоча б один розв'язок системи лінійних рівнянь (2), то система (2) називається *сумісною*, а в іншому випадку — *несумісною*. Сумісна система лінійних рівнянь називається *визначеною*, якщо вона має єдиний розв'язок; а система лінійних рівнянь, яка має більше одного розв'язка називається *невизначеною*.

# Поняття про системи лінійних рівнянь

У загальному вигляді система лінійних рівнянь, що містить $m$ рівнянь з $n$ невідомими, має вигляд

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = b_2, \\ \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \tag{2}$$

**Означення 1.2.16**

*Розв'язком системи лінійних рівнянь* (2) називається впорядкована множина чисел $(s_1, s_2, \dots, s_n)$, яка при підстановці в дану систему відповідно замість $x_1, x_2, \dots, x_n$ перетворює кожне рівняння системи на правильну числову рівність, тобто на тотожність.

Наприклад, пара чисел $(3, -1)$ є розв'язком системи

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2, \\ x_1 - x_2 = 4. \end{cases}$$

Якщо існує хоча б один розв'язок системи лінійних рівнянь (2), то система (2) називається *сумісною*, а в іншому випадку — *несумісною*. Сумісна система лінійних рівнянь називається *визначеною*, якщо вона має єдиний розв'язок; а система лінійних рівнянь, яка має більше одного розв'язка називається *невизначеною*.

# Поняття про системи лінійних рівнянь

У загальному вигляді система лінійних рівнянь, що містить $m$ рівнянь з $n$ невідомими, має вигляд

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \tag{2}$$

**Означення 1.2.16**

*Розв'язком системи лінійних рівнянь* (2) називається впорядкована множина чисел $(s_1, s_2, \dots, s_n)$, яка при підстановці в дану систему відповідно замість $x_1, x_2, \dots, x_n$ перетворює кожне рівняння системи на правильну числову рівність, тобто на тотожність.

Наприклад, пара чисел $(3, -1)$ є розв'язком системи

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2, \\ x_1 - x_2 = 4. \end{cases}$$

Якщо існує хоча б один розв'язок системи лінійних рівнянь (2), то система (2) називається *сумісною*, а в іншому випадку — *несумісною*. Сумісна система лінійних рівнянь називається *визначеною*, якщо вона має єдиний розв'язок; а система лінійних рівнянь, яка має більше одного розв'язка називається *невизначеною*.

У загальному вигляді система лінійних рівнянь, що містить $m$ рівнянь з $n$ невідомими, має вигляд

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \tag{2}$$

### Означення 1.2.16

*Розв'язком системи лінійних рівнянь* (2) називається впорядкована множина чисел $(s_1, s_2, \dots, s_n)$, яка при підстановці в дану систему відповідно замість $x_1, x_2, \dots, x_n$ перетворює кожне рівняння системи на правильну числову рівність, тобто на тотожність.

Наприклад, пара чисел $(3, -1)$ є розв'язком системи

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2, \\ x_1 - x_2 = 4. \end{cases}$$

Якщо існує хоча б один розв'язок системи лінійних рівнянь (2), то система (2) називається *сумісною*, а в іншому випадку — *несумісною*. Сумісна система лінійних рівнянь називається *визначеною*, якщо вона має єдиний розв'язок; а система лінійних рівнянь, яка має більше одного розв'язка називається *невизначеною*.

У загальному вигляді система лінійних рівнянь, що містить $m$ рівнянь з $n$ невідомими, має вигляд

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \tag{2}$$

**Означення 1.2.16**

*Розв'язком системи лінійних рівнянь* (2) називається впорядкована множина чисел $(s_1, s_2, \dots, s_n)$, яка при підстановці в дану систему відповідно замість $x_1, x_2, \dots, x_n$ перетворює кожне рівняння системи на правильну числову рівність, тобто на тотожність.

Наприклад, пара чисел $(3, -1)$ є розв'язком системи

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2, \\ x_1 - x_2 = 4. \end{cases}$$

Якщо існує хоча б один розв'язок системи лінійних рівнянь (2), то система (2) називається *сумісною*, а в іншому випадку — *несумісною*. Сумісна система лінійних рівнянь називається *визначеною*, якщо вона має єдиний розв'язок; а система лінійних рівнянь, яка має більше одного розв'язка називається *невизначеною*.

## Поняття про системи лінійних рівнянь

У загальному вигляді система лінійних рівнянь, що містить $m$ рівнянь з $n$ невідомими, має вигляд

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \tag{2}$$

**Означення 1.2.16**

*Розв'язком системи лінійних рівнянь* (2) називається впорядкована множина чисел $(s_1, s_2, \dots, s_n)$, яка при підстановці в дану систему відповідно замість $x_1, x_2, \dots, x_n$ перетворює кожне рівняння системи на правильну числову рівність, тобто на тотожність.

Наприклад, пара чисел $(3, -1)$ є розв'язком системи

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2, \\ x_1 - x_2 = 4. \end{cases}$$

Якщо існує хоча б один розв'язок системи лінійних рівнянь (2), то система (2) називається *сумісною*, а в іншому випадку — *несумісною*. Сумісна система лінійних рівнянь називається *визначеною*, якщо вона має єдиний розв'язок; а система лінійних рівнянь, яка має більше одного розв'язка називається *невизначеною*.

У загальному вигляді система лінійних рівнянь, що містить $m$ рівнянь з $n$ невідомими, має вигляд

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \tag{2}$$

**Означення 1.2.16**

*Розв'язком системи лінійних рівнянь* (2) називається впорядкована множина чисел $(s_1, s_2, \dots, s_n)$, яка при підстановці в дану систему відповідно замість $x_1, x_2, \dots, x_n$ перетворює кожне рівняння системи на правильну числову рівність, тобто на тотожність.

Наприклад, пара чисел $(3, -1)$ є розв'язком системи

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2, \\ x_1 - x_2 = 4. \end{cases}$$

Якщо існує хоча б один розв'язок системи лінійних рівнянь (2), то система (2) називається *сумісною*, а в іншому випадку — *несумісною*. Сумісна система лінійних рівнянь називається *визначеною*, якщо вона має єдиний розв'язок; а система лінійних рівнянь, яка має більше одного розв'язка називається *невизначеною*.

У загальному вигляді система лінійних рівнянь, що містить $m$ рівнянь з $n$ невідомими, має вигляд

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \qquad (2)$$

**Означення 1.2.16**

*Розв'язком системи лінійних рівнянь* (2) називається впорядкована множина чисел $(s_1, s_2, \dots, s_n)$, яка при підстановці в дану систему відповідно замість $x_1, x_2, \dots, x_n$ перетворює кожне рівняння системи на правильну числову рівність, тобто на тотожність.

Наприклад, пара чисел $(3, -1)$ є розв'язком системи

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2, \\ x_1 - x_2 = 4. \end{cases}$$

Якщо існує хоча б один розв'язок системи лінійних рівнянь (2), то система (2) називається *сумісною*, а в іншому випадку — *несумісною*. Сумісна система лінійних рівнянь називається *визначеною*, якщо вона має єдиний розв'язок; а система лінійних рівнянь, яка має більше одного розв'язка називається *невизначеною*.

У загальному вигляді система лінійних рівнянь, що містить $m$ рівнянь з $n$ невідомими, має вигляд

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \ldots \ + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \ldots \ + a_{2n}x_n = b_2, \\ \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \tag{2}$$

**Означення 1.2.16**

*Розв'язком системи лінійних рівнянь* (2) називається впорядкована множина чисел $(s_1, s_2, \ldots, s_n)$, яка при підстановці в дану систему відповідно замість $x_1, x_2, \ldots, x_n$ перетворює кожне рівняння системи на правильну числову рівність, тобто на тотожність.

Наприклад, пара чисел $(3, -1)$ є розв'язком системи

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2, \\ x_1 - x_2 = 4. \end{cases}$$

Якщо існує хоча б один розв'язок системи лінійних рівнянь (2), то система (2) називається *сумісною*, а в іншому випадку — *несумісною*. Сумісна система лінійних рівнянь називається *визначеною*, якщо вона має єдиний розв'язок; а система лінійних рівнянь, яка має більше одного розв'язка називається *невизначеною*.

У загальному вигляді система лінійних рівнянь, що містить $m$ рівнянь з $n$ невідомими, має вигляд

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \tag{2}$$

**Означення 1.2.16**

*Розв'язком системи лінійних рівнянь* (2) називається впорядкована множина чисел $(s_1, s_2, \dots, s_n)$, яка при підстановці в дану систему відповідно замість $x_1, x_2, \dots, x_n$ перетворює кожне рівняння системи на правильну числову рівність, тобто на тотожність.

Наприклад, пара чисел $(3, -1)$ є розв'язком системи

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2, \\ x_1 - x_2 = 4. \end{cases}$$

Якщо існує хоча б один розв'язок системи лінійних рівнянь (2), то система (2) називається *сумісною*, а в іншому випадку — *несумісною*. Сумісна система лінійних рівнянь називається *визначеною*, якщо вона має єдиний розв'язок; а система лінійних рівнянь, яка має більше одного розв'язка називається *невизначеною*.

# Поняття про системи лінійних рівнянь

У загальному вигляді система лінійних рівнянь, що містить $m$ рівнянь з $n$ невідомими, має вигляд

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \tag{2}$$

**Означення 1.2.16**

*Розв'язком системи лінійних рівнянь* (2) називається впорядкована множина чисел $(s_1, s_2, \dots, s_n)$, яка при підстановці в дану систему відповідно замість $x_1, x_2, \dots, x_n$ перетворює кожне рівняння системи на правильну числову рівність, тобто на тотожність.

Наприклад, пара чисел $(3, -1)$ є розв'язком системи

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2, \\ x_1 - x_2 = 4. \end{cases}$$

Якщо існує хоча б один розв'язок системи лінійних рівнянь (2), то система (2) називається *сумісною*, а в іншому випадку — *несумісною*. Сумісна система лінійних рівнянь називається *визначеною*, якщо вона має єдиний розв'язок; а система лінійних рівнянь, яка має більше одного розв'язка називається *невизначеною*.

# Поняття про системи лінійних рівнянь

*Розв'язати систему лінійних рівнянь* — означає знайти множину її розв'язків.
Система лінійних рівнянь

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = 0, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = 0, \\ \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases}$$

називається *однорідною*. Однорідна система лінійних рівнянь завжди сумісна, оскільки впорядкований набір $(0, 0, \dots, 0)$ є її розв'язком. Разом з цим вона може бути як визначеною, так і невизначеною. Якщо впорядкований набір $(0, 0, \dots, 0)$ не є розв'язком системи лінійних рівнянь, то вона називається *неоднорідною*.
Розв'язування систем лінійних рівнянь з двома невідомими вивчаються в шкільному курс алгебри (методи підстановки і додавання). Для дослідження питання сумісності системи лінійних рівнянь можна використати графічний метод.

*Розв'язати систему лінійних рівнянь* — означає знайти множину її розв'язків.

Система лінійних рівнянь

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = 0, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = 0, \\ \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases}$$

називається *однорідною*. Однорідна система лінійних рівнянь завжди сумісна, оскільки впорядкований набір $(0, 0, \dots, 0)$ є її розв'язком. Разом з цим вона може бути як визначеною, так і невизначеною. Якщо впорядкований набір $(0, 0, \dots, 0)$ не є розв'язком системи лінійних рівнянь, то вона називається *неоднорідною*.

Розв'язування систем лінійних рівнянь з двома невідомими вивчаються в шкільному курс алгебри (методи підстановки і додавання). Для дослідження питання сумісності системи лінійних рівнянь можна використати графічний метод.

*Розв'язати систему лінійних рівнянь* — означає знайти множину її розв'язків.
Система лінійних рівнянь

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = 0, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = 0, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases}$$

називається *однорідною*. Однорідна система лінійних рівнянь завжди сумісна, оскільки впорядкований набір $(0, 0, \dots, 0)$ є її розв'язком. Разом з цим вона може бути як визначеною, так і невизначеною. Якщо впорядкований набір $(0, 0, \dots, 0)$ не є розв'язком системи лінійних рівнянь, то вона називається *неоднорідною*.
Розв'язування систем лінійних рівнянь з двома невідомими вивчаються в шкільному курс алгебри (методи підстановки і додавання). Для дослідження питання сумісності системи лінійних рівнянь можна використати графічний метод.

*Розв'язати систему лінійних рівнянь* — означає знайти множину її розв'язків.
Система лінійних рівнянь

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = 0, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = 0, \\ \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases}$$

називається *однорідною*. Однорідна система лінійних рівнянь завжди сумісна, оскільки впорядкований набір $(0, 0, \dots, 0)$ є її розв'язком. Разом з цим вона може бути як визначеною, так і невизначеною. Якщо впорядкований набір $(0, 0, \dots, 0)$ не є розв'язком системи лінійних рівнянь, то вона називається *неоднорідною*.
Розв'язування систем лінійних рівнянь з двома невідомими вивчаються в шкільному курс алгебри (методи підстановки і додавання). Для дослідження питання сумісності системи лінійних рівнянь можна використати графічний метод.

*Розв'язати систему лінійних рівнянь* — означає знайти множину її розв'язків.
Система лінійних рівнянь

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = 0, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = 0, \\ \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases}$$

називається *однорідною*. Однорідна система лінійних рівнянь завжди сумісна, оскільки впорядкований набір $(0, 0, \dots, 0)$ є її розв'язком. Разом з цим вона може бути як визначеною, так і невизначеною. Якщо впорядкований набір $(0, 0, \dots, 0)$ не є розв'язком системи лінійних рівнянь, то вона називається *неоднорідною*.
Розв'язування систем лінійних рівнянь з двома невідомими вивчаються в шкільному курс алгебри (методи підстановки і додавання). Для дослідження питання сумісності системи лінійних рівнянь можна використати графічний метод.

*Розв'язати систему лінійних рівнянь* — означає знайти множину її розв'язків.
Система лінійних рівнянь

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = 0, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = 0, \\ \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases}$$

називається *однорідною*. Однорідна система лінійних рівнянь завжди сумісна, оскільки впорядкований набір $(0, 0, \dots, 0)$ є її розв'язком. Разом з цим вона може бути як визначеною, так і невизначеною. Якщо впорядкований набір $(0, 0, \dots, 0)$ не є розв'язком системи лінійних рівнянь, то вона називається *неоднорідною*.
Розв'язування систем лінійних рівнянь з двома невідомими вивчаються в шкільному курс алгебри (методи підстановки і додавання). Для дослідження питання сумісності системи лінійних рівнянь можна використати графічний метод.

*Розв'язати систему лінійних рівнянь* — означає знайти множину її розв'язків.
Система лінійних рівнянь

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = 0, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = 0, \\ \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases}$$

називається *однорідною*. Однорідна система лінійних рівнянь завжди сумісна, оскільки впорядкований набір $(0, 0, \dots, 0)$ є її розв'язком. Разом з цим вона може бути як визначеною, так і невизначеною. Якщо впорядкований набір $(0, 0, \dots, 0)$ не є розв'язком системи лінійних рівнянь, то вона називається *неоднорідною*.
Розв'язування систем лінійних рівнянь з двома невідомими вивчаються в шкільному курс алгебри (методи підстановки і додавання). Для дослідження питання сумісності системи лінійних рівнянь можна використати графічний метод.

*Розв'язати систему лінійних рівнянь* — означає знайти множину її розв'язків.
Система лінійних рівнянь

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = 0, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = 0, \\ \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases}$$

називається *однорідною*. Однорідна система лінійних рівнянь завжди сумісна, оскільки впорядкований набір $(0, 0, \dots, 0)$ є її розв'язком. Разом з цим вона може бути як визначеною, так і невизначеною. Якщо впорядкований набір $(0, 0, \dots, 0)$ не є розв'язком системи лінійних рівнянь, то вона називається *неоднорідною*.
Розв'язування систем лінійних рівнянь з двома невідомими вивчаються в шкільному курс алгебри (методи підстановки і додавання). Для дослідження питання сумісності системи лінійних рівнянь можна використати графічний метод.

*Розв'язати систему лінійних рівнянь* — означає знайти множину її розв'язків.
Система лінійних рівнянь

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = 0, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = 0, \\ \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases}$$

називається *однорідною*. Однорідна система лінійних рівнянь завжди сумісна, оскільки впорядкований набір $(0, 0, \dots, 0)$ є її розв'язком. Разом з цим вона може бути як визначеною, так і невизначеною. Якщо впорядкований набір $(0, 0, \dots, 0)$ не є розв'язком системи лінійних рівнянь, то вона називається *неоднорідною*.
Розв'язування систем лінійних рівнянь з двома невідомими вивчаються в шкільному курс алгебри (методи підстановки і додавання). Для дослідження питання сумісності системи лінійних рівнянь можна використати графічний метод.

*Розв'язати систему лінійних рівнянь* — означає знайти множину її розв'язків.
Система лінійних рівнянь

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = 0, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = 0, \\ \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases}$$

називається *однорідною*. Однорідна система лінійних рівнянь завжди сумісна, оскільки впорядкований набір $(0, 0, \dots, 0)$ є її розв'язком. Разом з цим вона може бути як визначеною, так і невизначеною. Якщо впорядкований набір $(0, 0, \dots, 0)$ не є розв'язком системи лінійних рівнянь, то вона називається *неоднорідною*.
Розв'язування систем лінійних рівнянь з двома невідомими вивчаються в шкільному курс алгебри (методи підстановки і додавання). Для дослідження питання сумісності системи лінійних рівнянь можна використати графічний метод.

*Розв'язати систему лінійних рівнянь* — означає знайти множину її розв'язків.
Система лінійних рівнянь

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = 0, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = 0, \\ \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases}$$

називається *однорідною*. Однорідна система лінійних рівнянь завжди сумісна, оскільки впорядкований набір $(0, 0, \dots, 0)$ є її розв'язком. Разом з цим вона може бути як визначеною, так і невизначеною. Якщо впорядкований набір $(0, 0, \dots, 0)$ не є розв'язком системи лінійних рівнянь, то вона називається *неоднорідною*.
Розв'язування систем лінійних рівнянь з двома невідомими вивчаються в шкільному курс алгебри (методи підстановки і додавання). Для дослідження питання сумісності системи лінійних рівнянь можна використати графічний метод.

*Розв'язати систему лінійних рівнянь* — означає знайти множину її розв'язків.
Система лінійних рівнянь

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \ldots \ + a_{1n}x_n = 0, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \ldots \ + a_{2n}x_n = 0, \\ \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases}$$

називається *однорідною*. Однорідна система лінійних рівнянь завжди сумісна, оскільки впорядкований набір $(0, 0, \ldots, 0)$ є її розв'язком. Разом з цим вона може бути як визначеною, так і невизначеною. Якщо впорядкований набір $(0, 0, \ldots, 0)$ не є розв'язком системи лінійних рівнянь, то вона називається *неоднорідною*.
Розв'язування систем лінійних рівнянь з двома невідомими вивчаються в шкільному курс алгебри (методи підстановки і додавання). Для дослідження питання сумісності системи лінійних рівнянь можна використати графічний метод.

# Поняття про системи лінійних рівнянь

**Приклад 1.2.17**

Дослідити на сумісність систему лінійних рівнянь

$$\begin{cases} x - 2y = -1, \\ -x + 3y = 3. \end{cases}$$

***Розв'язок.*** Розглянемо графіки обох рівнянь системи в прямокутний декартовій системі координат. Добре відомо, що це прямі, які перетинаються (див. рис.)




Отже, система сумісна, причому $(3, 2)$ — розв'язок цієї системи.

**Приклад 1.2.17**

Дослідити на сумісність систему лінійних рівнянь

$$\begin{cases} x - 2y = -1, \\ -x + 3y = 3. \end{cases}$$

***Розв'язок.*** Розглянемо графіки обох рівнянь системи в прямокутній декартовій системі координат. Добре відомо, що це прямі, які перетинаються (див. рис.)




Отже, система сумісна, причому $(3, 2)$ — розв'язок цієї системи.

**Приклад 1.2.17**

Дослідити на сумісність систему лінійних рівнянь

$$\begin{cases} x - 2y = -1, \\ -x + 3y = 3. \end{cases}$$

***Розв'язок.*** Розглянемо графіки обох рівнянь системи в прямокутний декартовій системі координат. Добре відомо, що це прямі, які перетинаються (див. рис.)




Отже, система сумісна, причому $(3, 2)$ — розв'язок цієї системи.

## Приклад 1.2.17

Дослідити на сумісність систему лінійних рівнянь

$$\begin{cases} x - 2y = -1, \\ -x + 3y = 3. \end{cases}$$

***Розв'язок.*** Розглянемо графіки обох рівнянь системи в прямокутний декартовій системі координат. Добре відомо, що це прямі, які перетинаються (див. рис.)




Отже, система сумісна, причому $(3, 2)$ — розв'язок цієї системи.

**Приклад 1.2.17**

Дослідити на сумісність систему лінійних рівнянь

$$\begin{cases} x - 2y = -1, \\ -x + 3y = 3. \end{cases}$$

***Розв'язок.*** Розглянемо графіки обох рівнянь системи в прямокутний декартовій системі координат. Добре відомо, що це прямі, які перетинаються (див. рис.)




Отже, система сумісна, причому $(3, 2)$ — розв'язок цієї системи.

**Приклад 1.2.17**

Дослідити на сумісність систему лінійних рівнянь

$$\begin{cases} x - 2y = -1, \\ -x + 3y = 3. \end{cases}$$

***Розв'язок.*** Розглянемо графіки обох рівнянь системи в прямокутний декартовій системі координат. Добре відомо, що це прямі, які перетинаються (див. рис.)



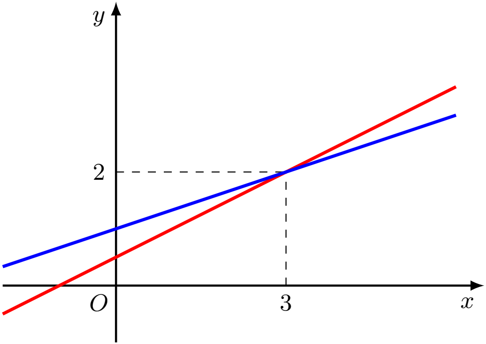

Отже, система сумісна, причому $(3, 2)$ — розв'язок цієї системи.

**Приклад 1.2.17**

Дослідити на сумісність систему лінійних рівнянь

$$\begin{cases} x - 2y = -1, \\ -x + 3y = 3. \end{cases}$$

***Розв'язок.*** Розглянемо графіки обох рівнянь системи в прямокутний декартовій системі координат. Добре відомо, що це прямі, які перетинаються (див. рис.)



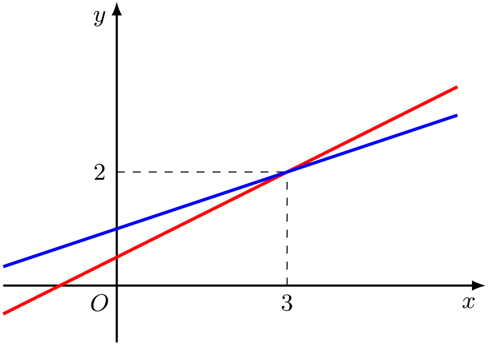

Отже, система сумісна, причому $(3, 2)$ — розв'язок цієї системи.

## Приклад 1.2.17

Дослідити на сумісність систему лінійних рівнянь

$$\begin{cases} x - 2y = -1, \\ -x + 3y = 3. \end{cases}$$

***Розв'язок.*** Розглянемо графіки обох рівнянь системи в прямокутний декартовій системі координат. Добре відомо, що це прямі, які перетинаються (див. рис.)




Отже, система сумісна, причому $(3, 2)$ — розв'язок цієї системи.

# Поняття про системи лінійних рівнянь

**Означення 1.2.18**

Дві системи рівнянь називаються *еквівалентними* (*рівносильними*), якщо множини їхніх розв'язків збігаються, тобто кожний розв'язок першої системи є розв'язком другої і, навпаки, кожний розв'язок другої системи є розв'язком першої.

Основна ідея при розв'язування систем лінійних рівнянь — заміна даної системи на еквівалентну до даної, яку можна розв'язати з якихось міркувань простіше.

Наступні перетворення системи лінійних рівнянь називаються *елементарними*:

1) перестановка двох рівнянь у системі;
2) множення будь-якого рівняння системи на відмінний від нуля елемент поля $k$;
3) додавання до будь-якого рівняння системи будь-якого іншого рівняння, помноженого на довільний елемент поля $k$;
4) вилучення із системи рівняння виду $0 = 0$ або приписування до системи такого рівняння.

# Поняття про системи лінійних рівнянь

**Означення 1.2.18**

Дві системи рівнянь називаються *еквівалентними* (*рівносильними*), якщо множини їхніх розв'язків збігаються, тобто кожний розв'язок першої системи є розв'язком другої і, навпаки, кожний розв'язок другої системи є розв'язком першої.

Основна ідея при розв'язування систем лінійних рівнянь — заміна даної системи на еквівалентну до даної, яку можна розв'язати з якихось міркувань простіше.

Наступні перетворення системи лінійних рівнянь називаються *елементарними*:

1) перестановка двох рівнянь у системі;
2) множення будь-якого рівняння системи на відмінний від нуля елемент поля $k$;
3) додавання до будь-якого рівняння системи будь-якого іншого рівняння, помноженого на довільний елемент поля $k$;
4) вилучення із системи рівняння виду $0 = 0$ або приписування до системи такого рівняння.

**Означення 1.2.18**

Дві системи рівнянь називаються *еквівалентними* (*рівносильними*), якщо множини їхніх розв'язків збігаються, тобто кожний розв'язок першої системи є розв'язком другої і, навпаки, кожний розв'язок другої системи є розв'язком першої.

Основна ідея при розв'язування систем лінійних рівнянь — заміна даної системи на еквівалентну до даної, яку можна розв'язати з якихось міркувань простіше.

Наступні перетворення системи лінійних рівнянь називаються *елементарними*:

1) перестановка двох рівнянь у системі;
2) множення будь-якого рівняння системи на відмінний від нуля елемент поля $k$;
3) додавання до будь-якого рівняння системи будь-якого іншого рівняння, помноженого на довільний елемент поля $k$;
4) вилучення із системи рівняння виду $0 = 0$ або приписування до системи такого рівняння.

**Означення 1.2.18**

Дві системи рівнянь називаються *еквівалентними* (*рівносильними*), якщо множини їхніх розв'язків збігаються, тобто кожний розв'язок першої системи є розв'язком другої і, навпаки, кожний розв'язок другої системи є розв'язком першої.

Основна ідея при розв'язування систем лінійних рівнянь — заміна даної системи на еквівалентну до даної, яку можна розв'язати з якихось міркувань простіше.

Наступні перетворення системи лінійних рівнянь називаються *елементарними*:

1) перестановка двох рівнянь у системі;
2) множення будь-якого рівняння системи на відмінний від нуля елемент поля $k$;
3) додавання до будь-якого рівняння системи будь-якого іншого рівняння, помноженого на довільний елемент поля $k$;
4) вилучення із системи рівняння виду $0 = 0$ або приписування до системи такого рівняння.

**Означення 1.2.18**

Дві системи рівнянь називаються *еквівалентними* (*рівносильними*), якщо множини їхніх розв'язків збігаються, тобто кожний розв'язок першої системи є розв'язком другої і, навпаки, кожний розв'язок другої системи є розв'язком першої.

Основна ідея при розв'язуванні систем лінійних рівнянь — заміна даної системи на еквівалентну до даної, яку можна розв'язати з якихось міркувань простіше.

Наступні перетворення системи лінійних рівнянь називаються *елементарними*:

1) перестановка двох рівнянь у системі;
2) множення будь-якого рівняння системи на відмінний від нуля елемент поля k;
3) додавання до будь-якого рівняння системи будь-якого іншого рівняння, помноженого на довільний елемент поля k;
4) вилучення із системи рівняння виду $0 = 0$ або приписування до системи такого рівняння.

**Означення 1.2.18**

Дві системи рівнянь називаються *еквівалентними* (*рівносильними*), якщо множини їхніх розв'язків збігаються, тобто кожний розв'язок першої системи є розв'язком другої і, навпаки, кожний розв'язок другої системи є розв'язком першої.

Основна ідея при розв'язування систем лінійних рівнянь — заміна даної системи на еквівалентну до даної, яку можна розв'язати з якихось міркувань простіше.

Наступні перетворення системи лінійних рівнянь називаються *елементарними*:

1) перестановка двох рівнянь у системі;
2) множення будь-якого рівняння системи на відмінний від нуля елемент поля $k$;
3) додавання до будь-якого рівняння системи будь-якого іншого рівняння, помноженого на довільний елемент поля $k$;
4) вилучення із системи рівняння виду $0 = 0$ або приписування до системи такого рівняння.

**Означення 1.2.18**

Дві системи рівнянь називаються *еквівалентними* (*рівносильними*), якщо множини їхніх розв'язків збігаються, тобто кожний розв'язок першої системи є розв'язком другої і, навпаки, кожний розв'язок другої системи є розв'язком першої.

Основна ідея при розв'язування систем лінійних рівнянь — заміна даної системи на еквівалентну до даної, яку можна розв'язати з якихось міркувань простіше.

Наступні перетворення системи лінійних рівнянь називаються *елементарними*:

1) перестановка двох рівнянь у системі;
2) множення будь-якого рівняння системи на відмінний від нуля елемент поля $k$;
3) додавання до будь-якого рівняння системи будь-якого іншого рівняння, помноженого на довільний елемент поля $k$;
4) вилучення із системи рівняння виду $0 = 0$ або приписування до системи такого рівняння.

**Означення 1.2.18**

Дві системи рівнянь називаються *еквівалентними* (*рівносильними*), якщо множини їхніх розв'язків збігаються, тобто кожний розв'язок першої системи є розв'язком другої і, навпаки, кожний розв'язок другої системи є розв'язком першої.

Основна ідея при розв'язування систем лінійних рівнянь — заміна даної системи на еквівалентну до даної, яку можна розв'язати з якихось міркувань простіше.

Наступні перетворення системи лінійних рівнянь називаються *елементарними*:

1) перестановка двох рівнянь у системі;
2) множення будь-якого рівняння системи на відмінний від нуля елемент поля k;
3) додавання до будь-якого рівняння системи будь-якого іншого рівняння, помноженого на довільний елемент поля k;
4) вилучення із системи рівняння виду $0 = 0$ або приписування до системи такого рівняння.

# Поняття про системи лінійних рівнянь

**Означення 1.2.18**

Дві системи рівнянь називаються *еквівалентними* (*рівносильними*), якщо множини їхніх розв'язків збігаються, тобто кожний розв'язок першої системи є розв'язком другої і, навпаки, кожний розв'язок другої системи є розв'язком першої.

Основна ідея при розв'язування систем лінійних рівнянь — заміна даної системи на еквівалентну до даної, яку можна розв'язати з якихось міркувань простіше.

Наступні перетворення системи лінійних рівнянь називаються *елементарними*:

1) перестановка двох рівнянь у системі;
2) множення будь-якого рівняння системи на відмінний від нуля елемент поля k;
3) додавання до будь-якого рівняння системи будь-якого іншого рівняння, помноженого на довільний елемент поля k;
4) вилучення із системи рівняння виду $0 = 0$ або приписування до системи такого рівняння.

# Поняття про системи лінійних рівнянь

### Означення 1.2.18

Дві системи рівнянь називаються *еквівалентними* (*рівносильними*), якщо множини їхніх розв'язків збігаються, тобто кожний розв'язок першої системи є розв'язком другої і, навпаки, кожний розв'язок другої системи є розв'язком першої.

Основна ідея при розв'язування систем лінійних рівнянь — заміна даної системи на еквівалентну до даної, яку можна розв'язати з якихось міркувань простіше.

Наступні перетворення системи лінійних рівнянь називаються *елементарними*:

1) перестановка двох рівнянь у системі;
2) множення будь-якого рівняння системи на відмінний від нуля елемент поля $k$;
3) додавання до будь-якого рівняння системи будь-якого іншого рівняння, помноженого на довільний елемент поля $k$;
4) вилучення із системи рівняння виду $0 = 0$ або приписування до системи такого рівняння.

**Означення 1.2.18**

Дві системи рівнянь називаються *еквівалентними* (*рівносильними*), якщо множини їхніх розв'язків збігаються, тобто кожний розв'язок першої системи є розв'язком другої і, навпаки, кожний розв'язок другої системи є розв'язком першої.

Основна ідея при розв'язування систем лінійних рівнянь — заміна даної системи на еквівалентну до даної, яку можна розв'язати з якихось міркувань простіше.

Наступні перетворення системи лінійних рівнянь називаються *елементарними*:

1) перестановка двох рівнянь у системі;
2) множення будь-якого рівняння системи на відмінний від нуля елемент поля k;
3) додавання до будь-якого рівняння системи будь-якого іншого рівняння, помноженого на довільний елемент поля k;
4) вилучення із системи рівняння виду $0 = 0$ або приписування до системи такого рівняння.

**Означення 1.2.18**

Дві системи рівнянь називаються *еквівалентними* (*рівносильними*), якщо множини їхніх розв'язків збігаються, тобто кожний розв'язок першої системи є розв'язком другої і, навпаки, кожний розв'язок другої системи є розв'язком першої.

Основна ідея при розв'язування систем лінійних рівнянь — заміна даної системи на еквівалентну до даної, яку можна розв'язати з якихось міркувань простіше.

Наступні перетворення системи лінійних рівнянь називаються *елементарними*:

1) перестановка двох рівнянь у системі;
2) множення будь-якого рівняння системи на відмінний від нуля елемент поля k;
3) додавання до будь-якого рівняння системи будь-якого іншого рівняння, помноженого на довільний елемент поля k;
4) вилучення із системи рівняння виду $0 = 0$ або приписування до системи такого рівняння.

**Означення 1.2.18**

Дві системи рівнянь називаються *еквівалентними* (*рівносильними*), якщо множини їхніх розв'язків збігаються, тобто кожний розв'язок першої системи є розв'язком другої і, навпаки, кожний розв'язок другої системи є розв'язком першої.

Основна ідея при розв'язування систем лінійних рівнянь — заміна даної системи на еквівалентну до даної, яку можна розв'язати з якихось міркувань простіше.

Наступні перетворення системи лінійних рівнянь називаються *елементарними*:

1) перестановка двох рівнянь у системі;
2) множення будь-якого рівняння системи на відмінний від нуля елемент поля k;
3) додавання до будь-якого рівняння системи будь-якого іншого рівняння, помноженого на довільний елемент поля k;
4) вилучення із системи рівняння виду $0 = 0$ або приписування до системи такого рівняння.

**Означення 1.2.18**

Дві системи рівнянь називаються *еквівалентними* (*рівносильними*), якщо множини їхніх розв'язків збігаються, тобто кожний розв'язок першої системи є розв'язком другої і, навпаки, кожний розв'язок другої системи є розв'язком першої.

Основна ідея при розв'язування систем лінійних рівнянь — заміна даної системи на еквівалентну до даної, яку можна розв'язати з якихось міркувань простіше.

Наступні перетворення системи лінійних рівнянь називаються *елементарними*:

1) перестановка двох рівнянь у системі;
2) множення будь-якого рівняння системи на відмінний від нуля елемент поля k;
3) додавання до будь-якого рівняння системи будь-якого іншого рівняння, помноженого на довільний елемент поля k;
4) вилучення із системи рівняння виду $0 = 0$ або приписування до системи такого рівняння.

**Означення 1.2.18**

Дві системи рівнянь називаються *еквівалентними* (*рівносильними*), якщо множини їхніх розв'язків збігаються, тобто кожний розв'язок першої системи є розв'язком другої і, навпаки, кожний розв'язок другої системи є розв'язком першої.

Основна ідея при розв'язування систем лінійних рівнянь — заміна даної системи на еквівалентну до даної, яку можна розв'язати з якихось міркувань простіше.

Наступні перетворення системи лінійних рівнянь називаються *елементарними*:

1) перестановка двох рівнянь у системі;
2) множення будь-якого рівняння системи на відмінний від нуля елемент поля k;
3) додавання до будь-якого рівняння системи будь-якого іншого рівняння, помноженого на довільний елемент поля k;
4) вилучення із системи рівняння виду $0 = 0$ або приписування до системи такого рівняння.

**Теорема 1.2.19**

Елементарне перетворення кожної системи лінійних рівнянь переводить її у еквівалентну систему.

***Доведення.*** Нехай система лінійних рівнянь $\mathcal{S}_2$ отримується з системи лінійних рівнянь $\mathcal{S}_1$ шляхом певного елементарного перетворення. Покажемо, що кожний розв'язок системи $\mathcal{S}_1$ є розв'язком системи $\mathcal{S}_2$ і навпаки. Для перетворень 1, 2, 4 це очевидно. Доведемо це для третього елементарного перетворення.

Але спочатку зауважимо, що елементарні перетворення систем лінійних рівнянь оборотні. Це означає, якщо ми з деякої системи $\mathcal{S}_1$ шляхом елементарного перетворення отримали систему $\mathcal{S}_2$, то існує елементарне перетворення, що переводить систему $\mathcal{S}_2$ назад в систему $\mathcal{S}_1$.

Нехай тепер система $\mathcal{S}_1$ має вигляд (2),

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \qquad (2)$$

а система $\mathcal{S}_2$ відрізняється від системи $\mathcal{S}_1$ лише $i$-м рівнянням, яке має вигляд

$$(a_{i1} + ca_{j1})x_1 + (a_{i2} + ca_{j2})x_2 + \dots + (a_{in} + ca_{jn})x_n = b_i + cb_j.$$

**Теорема 1.2.19**

Елементарне перетворення кожної системи лінійних рівнянь переводить її у еквівалентну систему.

***Доведення.*** Нехай система лінійних рівнянь $\mathcal{S}_2$ отримується з системи лінійних рівнянь $\mathcal{S}_1$ шляхом певного елементарного перетворення. Покажемо, що кожний розв'язок системи $\mathcal{S}_1$ є розв'язком системи $\mathcal{S}_2$ і навпаки. Для перетворень 1, 2, 4 це очевидно. Доведемо це для третього елементарного перетворення.

Але спочатку зауважимо, що елементарні перетворення систем лінійних рівнянь оборотні. Це означає, якщо ми з деякої системи $\mathcal{S}_1$ шляхом елементарного перетворення отримали систему $\mathcal{S}_2$, то існує елементарне перетворення, що переводить систему $\mathcal{S}_2$ назад в систему $\mathcal{S}_1$.

Нехай тепер система $\mathcal{S}_1$ має вигляд (2),

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \ldots\ + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \ldots\ + a_{2n}x_n = b_2, \\ \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \tag{2}$$

а система $\mathcal{S}_2$ відрізняється від системи $\mathcal{S}_1$ лише $i$-м рівнянням, яке має вигляд

$$(a_{i1} + ca_{j1})x_1 + (a_{i2} + ca_{j2})x_2 + \ldots + (a_{in} + ca_{jn})x_n = b_i + cb_j.$$

**Теорема 1.2.19**

Елементарне перетворення кожної системи лінійних рівнянь переводить її у еквівалентну систему.

***Доведення.*** Нехай система лінійних рівнянь $\mathcal{S}_2$ отримується з системи лінійних рівнянь $\mathcal{S}_1$ шляхом певного елементарного перетворення. Покажемо, що кожний розв'язок системи $\mathcal{S}_1$ є розв'язком системи $\mathcal{S}_2$ і навпаки. Для перетворень 1, 2, 4 це очевидно. Доведемо це для третього елементарного перетворення.

Але спочатку зауважимо, що елементарні перетворення систем лінійних рівнянь оборотні. Це означає, якщо ми з деякої системи $\mathcal{S}_1$ шляхом елементарного перетворення отримали систему $\mathcal{S}_2$, то існує елементарне перетворення, що переводить систему $\mathcal{S}_2$ назад в систему $\mathcal{S}_1$.

Нехай тепер система $\mathcal{S}_1$ має вигляд (2),

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \tag{2}$$

а система $\mathcal{S}_2$ відрізняється від системи $\mathcal{S}_1$ лише $i$-м рівнянням, яке має вигляд

$$(a_{i1} + ca_{j1})x_1 + (a_{i2} + ca_{j2})x_2 + \dots + (a_{in} + ca_{jn})x_n = b_i + cb_j.$$

**Теорема 1.2.19**

Елементарне перетворення кожної системи лінійних рівнянь переводить її у еквівалентну систему.

***Доведення.*** Нехай система лінійних рівнянь $\mathcal{S}_2$ отримується з системи лінійних рівнянь $\mathcal{S}_1$ шляхом певного елементарного перетворення. Покажемо, що кожний розв'язок системи $\mathcal{S}_1$ є розв'язком системи $\mathcal{S}_2$ і навпаки. Для перетворень 1, 2, 4 це очевидно. Доведемо це для третього елементарного перетворення.

Але спочатку зауважимо, що елементарні перетворення систем лінійних рівнянь оборотні. Це означає, якщо ми з деякої системи $\mathcal{S}_1$ шляхом елементарного перетворення отримали систему $\mathcal{S}_2$, то існує елементарне перетворення, що переводить систему $\mathcal{S}_2$ назад в систему $\mathcal{S}_1$.

Нехай тепер система $\mathcal{S}_1$ має вигляд (2),

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \tag{2}$$

а система $\mathcal{S}_2$ відрізняється від системи $\mathcal{S}_1$ лише $i$-м рівнянням, яке має вигляд

$$(a_{i1} + ca_{j1})x_1 + (a_{i2} + ca_{j2})x_2 + \dots + (a_{in} + ca_{jn})x_n = b_i + cb_j.$$

**Теорема 1.2.19**

Елементарне перетворення кожної системи лінійних рівнянь переводить її у еквівалентну систему.

***Доведення.*** Нехай система лінійних рівнянь $\mathcal{S}_2$ отримується з системи лінійних рівнянь $\mathcal{S}_1$ шляхом певного елементарного перетворення. Покажемо, що кожний розв'язок системи $\mathcal{S}_1$ є розв'язком системи $\mathcal{S}_2$ і навпаки. Для перетворень 1, 2, 4 це очевидно. Доведемо це для третього елементарного перетворення.

Але спочатку зауважимо, що елементарні перетворення систем лінійних рівнянь оборотні. Це означає, якщо ми з деякої системи $\mathcal{S}_1$ шляхом елементарного перетворення отримали систему $\mathcal{S}_2$, то існує елементарне перетворення, що переводить систему $\mathcal{S}_2$ назад в систему $\mathcal{S}_1$.

Нехай тепер система $\mathcal{S}_1$ має вигляд (2),

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \tag{2}$$

а система $\mathcal{S}_2$ відрізняється від системи $\mathcal{S}_1$ лише $i$-м рівнянням, яке має вигляд

$$(a_{i1} + ca_{j1})x_1 + (a_{i2} + ca_{j2})x_2 + \dots + (a_{in} + ca_{jn})x_n = b_i + cb_j.$$

**Теорема 1.2.19**

Елементарне перетворення кожної системи лінійних рівнянь переводить її у еквівалентну систему.

***Доведення.*** Нехай система лінійних рівнянь $\mathcal{S}_2$ отримується з системи лінійних рівнянь $\mathcal{S}_1$ шляхом певного елементарного перетворення. Покажемо, що кожний розв'язок системи $\mathcal{S}_1$ є розв'язком системи $\mathcal{S}_2$ і навпаки. Для перетворень 1, 2, 4 це очевидно. Доведемо це для третього елементарного перетворення.

Але спочатку зауважимо, що елементарні перетворення систем лінійних рівнянь оборотні. Це означає, якщо ми з деякої системи $\mathcal{S}_1$ шляхом елементарного перетворення отримали систему $\mathcal{S}_2$, то існує елементарне перетворення, що переводить систему $\mathcal{S}_2$ назад в систему $\mathcal{S}_1$.

Нехай тепер система $\mathcal{S}_1$ має вигляд (2),

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \ldots \ + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \ldots \ + a_{2n}x_n = b_2, \\ \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \qquad (2)$$

а система $\mathcal{S}_2$ відрізняється від системи $\mathcal{S}_1$ лише $i$-м рівнянням, яке має вигляд

$$(a_{i1} + ca_{j1})x_1 + (a_{i2} + ca_{j2})x_2 + \ldots + (a_{in} + ca_{jn})x_n = b_i + cb_j.$$

**Теорема 1.2.19**

Елементарне перетворення кожної системи лінійних рівнянь переводить її у еквівалентну систему.

***Доведення.*** Нехай система лінійних рівнянь $\mathcal{S}_2$ отримується з системи лінійних рівнянь $\mathcal{S}_1$ шляхом певного елементарного перетворення.
Покажемо, що кожний розв'язок системи $\mathcal{S}_1$ є розв'язком системи $\mathcal{S}_2$ і навпаки. Для перетворень 1, 2, 4 це очевидно. Доведемо це для третього елементарного перетворення.

Але спочатку зауважимо, що елементарні перетворення систем лінійних рівнянь оборотні. Це означає, якщо ми з деякої системи $\mathcal{S}_1$ шляхом елементарного перетворення отримали систему $\mathcal{S}_2$, то існує елементарне перетворення, що переводить систему $\mathcal{S}_2$ назад в систему $\mathcal{S}_1$.

Нехай тепер система $\mathcal{S}_1$ має вигляд (2),

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \ldots \ + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \ldots \ + a_{2n}x_n = b_2, \\ \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \qquad (2)$$

а система $\mathcal{S}_2$ відрізняється від системи $\mathcal{S}_1$ лише $i$-м рівнянням, яке має вигляд

$$(a_{i1} + ca_{j1})x_1 + (a_{i2} + ca_{j2})x_2 + \ldots + (a_{in} + ca_{jn})x_n = b_i + cb_j.$$

**Теорема 1.2.19**

Елементарне перетворення кожної системи лінійних рівнянь переводить її у еквівалентну систему.

***Доведення.*** Нехай система лінійних рівнянь $\mathcal{S}_2$ отримується з системи лінійних рівнянь $\mathcal{S}_1$ шляхом певного елементарного перетворення. Покажемо, що кожний розв'язок системи $\mathcal{S}_1$ є розв'язком системи $\mathcal{S}_2$ і навпаки. Для перетворень 1, 2, 4 це очевидно. Доведемо це для третього елементарного перетворення.

Але спочатку зауважимо, що елементарні перетворення систем лінійних рівнянь оборотні. Це означає, якщо ми з деякої системи $\mathcal{S}_1$ шляхом елементарного перетворення отримали систему $\mathcal{S}_2$, то існує елементарне перетворення, що переводить систему $\mathcal{S}_2$ назад в систему $\mathcal{S}_1$.

Нехай тепер система $\mathcal{S}_1$ має вигляд (2),

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \tag{2}$$

а система $\mathcal{S}_2$ відрізняється від системи $\mathcal{S}_1$ лише $i$-м рівнянням, яке має вигляд

$$(a_{i1} + ca_{j1})x_1 + (a_{i2} + ca_{j2})x_2 + \dots + (a_{in} + ca_{jn})x_n = b_i + cb_j.$$

**Теорема 1.2.19**

Елементарне перетворення кожної системи лінійних рівнянь переводить її у еквівалентну систему.

***Доведення.*** Нехай система лінійних рівнянь $\mathcal{S}_2$ отримується з системи лінійних рівнянь $\mathcal{S}_1$ шляхом певного елементарного перетворення. Покажемо, що кожний розв'язок системи $\mathcal{S}_1$ є розв'язком системи $\mathcal{S}_2$ і навпаки. Для перетворень 1, 2, 4 це очевидно. Доведемо це для третього елементарного перетворення.

Але спочатку зауважимо, що елементарні перетворення систем лінійних рівнянь оборотні. Це означає, якщо ми з деякої системи $\mathcal{S}_1$ шляхом елементарного перетворення отримали систему $\mathcal{S}_2$, то існує елементарне перетворення, що переводить систему $\mathcal{S}_2$ назад в систему $\mathcal{S}_1$.

Нехай тепер система $\mathcal{S}_1$ має вигляд (2),

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \tag{2}$$

а система $\mathcal{S}_2$ відрізняється від системи $\mathcal{S}_1$ лише $i$-м рівнянням, яке має вигляд

$$(a_{i1} + ca_{j1})x_1 + (a_{i2} + ca_{j2})x_2 + \dots + (a_{in} + ca_{jn})x_n = b_i + cb_j.$$

**Теорема 1.2.19**

Елементарне перетворення кожної системи лінійних рівнянь переводить її у еквівалентну систему.

***Доведення.*** Нехай система лінійних рівнянь $\mathcal{S}_2$ отримується з системи лінійних рівнянь $\mathcal{S}_1$ шляхом певного елементарного перетворення.
Покажемо, що кожний розв'язок системи $\mathcal{S}_1$ є розв'язком системи $\mathcal{S}_2$ і навпаки. Для перетворень 1, 2, 4 це очевидно. Доведемо це для третього елементарного перетворення.
Але спочатку зауважимо, що елементарні перетворення систем лінійних рівнянь оборотні. Це означає, якщо ми з деякої системи $\mathcal{S}_1$ шляхом елементарного перетворення отримали систему $\mathcal{S}_2$, то існує елементарне перетворення, що переводить систему $\mathcal{S}_2$ назад в систему $\mathcal{S}_1$.
Нехай тепер система $\mathcal{S}_1$ має вигляд (2),

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \ldots \ + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \ldots \ + a_{2n}x_n = b_2, \\ \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \tag{2}$$

а система $\mathcal{S}_2$ відрізняється від системи $\mathcal{S}_1$ лише $i$-м рівнянням, яке має вигляд

$$(a_{i1} + ca_{j1})x_1 + (a_{i2} + ca_{j2})x_2 + \ldots + (a_{in} + ca_{jn})x_n = b_i + cb_j.$$

**Теорема 1.2.19**

Елементарне перетворення кожної системи лінійних рівнянь переводить її у еквівалентну систему.

***Доведення.*** Нехай система лінійних рівнянь $\mathcal{S}_2$ отримується з системи лінійних рівнянь $\mathcal{S}_1$ шляхом певного елементарного перетворення.
Покажемо, що кожний розв'язок системи $\mathcal{S}_1$ є розв'язком системи $\mathcal{S}_2$ і навпаки. Для перетворень 1, 2, 4 це очевидно. Доведемо це для третього елементарного перетворення.
Але спочатку зауважимо, що елементарні перетворення систем лінійних рівнянь оборотні. Це означає, якщо ми з деякої системи $\mathcal{S}_1$ шляхом елементарного перетворення отримали систему $\mathcal{S}_2$, то існує елементарне перетворення, що переводить систему $\mathcal{S}_2$ назад в систему $\mathcal{S}_1$.
Нехай тепер система $\mathcal{S}_1$ має вигляд (2),

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \ldots \ + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \ldots \ + a_{2n}x_n = b_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \qquad (2)$$

а система $\mathcal{S}_2$ відрізняється від системи $\mathcal{S}_1$ лише $i$-м рівнянням, яке має вигляд

$$(a_{i1} + ca_{j1})x_1 + (a_{i2} + ca_{j2})x_2 + \ldots + (a_{in} + ca_{jn})x_n = b_i + cb_j.$$

**Теорема 1.2.19**

Елементарне перетворення кожної системи лінійних рівнянь переводить її у еквівалентну систему.

***Доведення.*** Нехай система лінійних рівнянь $\mathcal{S}_2$ отримується з системи лінійних рівнянь $\mathcal{S}_1$ шляхом певного елементарного перетворення. Покажемо, що кожний розв'язок системи $\mathcal{S}_1$ є розв'язком системи $\mathcal{S}_2$ і навпаки. Для перетворень 1, 2, 4 це очевидно. Доведемо це для третього елементарного перетворення.
Але спочатку зауважимо, що елементарні перетворення систем лінійних рівнянь оборотні. Це означає, якщо ми з деякої системи $\mathcal{S}_1$ шляхом елементарного перетворення отримали систему $\mathcal{S}_2$, то існує елементарне перетворення, що переводить систему $\mathcal{S}_2$ назад в систему $\mathcal{S}_1$.
Нехай тепер система $\mathcal{S}_1$ має вигляд (2),

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \ldots \ + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \ldots \ + a_{2n}x_n = b_2, \\ \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \qquad (2)$$

а система $\mathcal{S}_2$ відрізняється від системи $\mathcal{S}_1$ лише $i$-м рівнянням, яке має вигляд

$$(a_{i1} + ca_{j1})x_1 + (a_{i2} + ca_{j2})x_2 + \ldots + (a_{in} + ca_{jn})x_n = b_i + cb_j.$$

**Теорема 1.2.19**

Елементарне перетворення кожної системи лінійних рівнянь переводить її у еквівалентну систему.

***Доведення.*** Нехай система лінійних рівнянь $\mathcal{S}_2$ отримується з системи лінійних рівнянь $\mathcal{S}_1$ шляхом певного елементарного перетворення.
Покажемо, що кожний розв'язок системи $\mathcal{S}_1$ є розв'язком системи $\mathcal{S}_2$ і навпаки. Для перетворень 1, 2, 4 це очевидно. Доведемо це для третього елементарного перетворення.
Але спочатку зауважимо, що елементарні перетворення систем лінійних рівнянь оборотні. Це означає, якщо ми з деякої системи $\mathcal{S}_1$ шляхом елементарного перетворення отримали систему $\mathcal{S}_2$, то існує елементарне перетворення, що переводить систему $\mathcal{S}_2$ назад в систему $\mathcal{S}_1$.
Нехай тепер система $\mathcal{S}_1$ має вигляд (2),

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \ldots \ + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \ldots \ + a_{2n}x_n = b_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \qquad (2)$$

а система $\mathcal{S}_2$ відрізняється від системи $\mathcal{S}_1$ лише $i$-м рівнянням, яке має вигляд

$$(a_{i1} + ca_{j1})x_1 + (a_{i2} + ca_{j2})x_2 + \ldots + (a_{in} + ca_{jn})x_n = b_i + cb_j.$$

**Теорема 1.2.19**

Елементарне перетворення кожної системи лінійних рівнянь переводить її у еквівалентну систему.

***Доведення.*** Нехай система лінійних рівнянь $\mathcal{S}_2$ отримується з системи лінійних рівнянь $\mathcal{S}_1$ шляхом певного елементарного перетворення. Покажемо, що кожний розв'язок системи $\mathcal{S}_1$ є розв'язком системи $\mathcal{S}_2$ і навпаки. Для перетворень 1, 2, 4 це очевидно. Доведемо це для третього елементарного перетворення.

Але спочатку зауважимо, що елементарні перетворення систем лінійних рівнянь оборотні. Це означає, якщо ми з деякої системи $\mathcal{S}_1$ шляхом елементарного перетворення отримали систему $\mathcal{S}_2$, то існує елементарне перетворення, що переводить систему $\mathcal{S}_2$ назад в систему $\mathcal{S}_1$.

Нехай тепер система $\mathcal{S}_1$ має вигляд (2),

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \ldots \ + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \ldots \ + a_{2n}x_n = b_2, \\ \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \tag{2}$$

а система $\mathcal{S}_2$ відрізняється від системи $\mathcal{S}_1$ лише $i$-м рівнянням, яке має вигляд

$$(a_{i1} + ca_{j1})x_1 + (a_{i2} + ca_{j2})x_2 + \ldots + (a_{in} + ca_{jn})x_n = b_i + cb_j.$$

**Теорема 1.2.19**

Елементарне перетворення кожної системи лінійних рівнянь переводить її у еквівалентну систему.

***Доведення.*** Нехай система лінійних рівнянь $\mathcal{S}_2$ отримується з системи лінійних рівнянь $\mathcal{S}_1$ шляхом певного елементарного перетворення.
Покажемо, що кожний розв'язок системи $\mathcal{S}_1$ є розв'язком системи $\mathcal{S}_2$ і навпаки. Для перетворень 1, 2, 4 це очевидно. Доведемо це для третього елементарного перетворення.
Але спочатку зауважимо, що елементарні перетворення систем лінійних рівнянь оборотні. Це означає, якщо ми з деякої системи $\mathcal{S}_1$ шляхом елементарного перетворення отримали систему $\mathcal{S}_2$, то існує елементарне перетворення, що переводить систему $\mathcal{S}_2$ назад в систему $\mathcal{S}_1$.
Нехай тепер система $\mathcal{S}_1$ має вигляд (2),

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \qquad (2)$$

а система $\mathcal{S}_2$ відрізняється від системи $\mathcal{S}_1$ лише $i$-м рівнянням, яке має вигляд

$$(a_{i1} + ca_{j1})x_1 + (a_{i2} + ca_{j2})x_2 + \dots + (a_{in} + ca_{jn})x_n = b_i + cb_j.$$

# Поняття про системи лінійних рівнянь

Тоді якщо $(s_1, s_2, \ldots, s_n)$ — розв'язок системи $\mathcal{S}_1$, тобто

$$\begin{cases} a_{11}s_1 + a_{12}s_2 + \ \ldots \ + a_{1n}s_n = b_1, \\ a_{21}s_1 + a_{22}s_2 + \ \ldots \ + a_{2n}s_n = b_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}s_1 + a_{m2}s_2 + \ldots + a_{mn}s_n = b_m, \end{cases}$$

то впорядкований набір $(s_1, s_2, \ldots, s_n)$ задовольняє і рівність

$$(a_{i1} + ca_{j1})s_1 + (a_{i2} + ca_{j2})s_2 + \ldots + (a_{in} + ca_{jn})s_n = b_i + cb_j,$$

а отже є розв'язком системи $\mathcal{S}_2$. Оскільки елементарні перетворення оборотні, то і, навпаки, кожний розв'язок системи $\mathcal{S}_2$ є розв'язком системи $\mathcal{S}_1$, тобто системи $\mathcal{S}_1$ і $\mathcal{S}_2$ еквівалентні. $\blacksquare$

# Поняття про системи лінійних рівнянь

Тоді якщо $(s_1, s_2, \ldots, s_n)$ — розв'язок системи $\mathcal{S}_1$, тобто

$$\begin{cases} a_{11}s_1 + a_{12}s_2 + \ \ldots \ + a_{1n}s_n = b_1, \\ a_{21}s_1 + a_{22}s_2 + \ \ldots \ + a_{2n}s_n = b_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}s_1 + a_{m2}s_2 + \ldots + a_{mn}s_n = b_m, \end{cases}$$

то впорядкований набір $(s_1, s_2, \ldots, s_n)$ задовольняє і рівність

$$(a_{i1} + ca_{j1})s_1 + (a_{i2} + ca_{j2})s_2 + \ldots + (a_{in} + ca_{jn})s_n = b_i + cb_j,$$

а отже є розв'язком системи $\mathcal{S}_2$. Оскільки елементарні перетворення оборотні, то і, навпаки, кожний розв'язок системи $\mathcal{S}_2$ є розв'язком системи $\mathcal{S}_1$, тобто системи $\mathcal{S}_1$ і $\mathcal{S}_2$ еквівалентні. ■

Тоді якщо $(s_1, s_2, \ldots, s_n)$ — розв'язок системи $\mathcal{S}_1$, тобто

$$\begin{cases} a_{11}s_1 + a_{12}s_2 + \ \ldots \ + a_{1n}s_n = b_1, \\ a_{21}s_1 + a_{22}s_2 + \ \ldots \ + a_{2n}s_n = b_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}s_1 + a_{m2}s_2 + \ldots + a_{mn}s_n = b_m, \end{cases}$$

то впорядкований набір $(s_1, s_2, \ldots, s_n)$ задовольняє і рівність

$$(a_{i1} + ca_{j1})s_1 + (a_{i2} + ca_{j2})s_2 + \ldots + (a_{in} + ca_{jn})s_n = b_i + cb_j,$$

а отже є розв'язком системи $\mathcal{S}_2$. Оскільки елементарні перетворення оборотні, то і, навпаки, кожний розв'язок системи $\mathcal{S}_2$ є розв'язком системи $\mathcal{S}_1$, тобто системи $\mathcal{S}_1$ і $\mathcal{S}_2$ еквівалентні. ■

Тоді якщо $(s_1, s_2, \ldots, s_n)$ — розв'язок системи $\mathcal{S}_1$, тобто

$$\begin{cases} a_{11}s_1 + a_{12}s_2 + \ \ldots \ + a_{1n}s_n = b_1, \\ a_{21}s_1 + a_{22}s_2 + \ \ldots \ + a_{2n}s_n = b_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}s_1 + a_{m2}s_2 + \ldots + a_{mn}s_n = b_m, \end{cases}$$

то впорядкований набір $(s_1, s_2, \ldots, s_n)$ задовольняє і рівність

$$(a_{i1} + ca_{j1})s_1 + (a_{i2} + ca_{j2})s_2 + \ldots + (a_{in} + ca_{jn})s_n = b_i + cb_j,$$

а отже є розв'язком системи $\mathcal{S}_2$. Оскільки елементарні перетворення оборотні, то і, навпаки, кожний розв'язок системи $\mathcal{S}_2$ є розв'язком системи $\mathcal{S}_1$, тобто системи $\mathcal{S}_1$ і $\mathcal{S}_2$ еквівалентні. ∎

Тоді якщо $(s_1, s_2, \ldots, s_n)$ — розв'язок системи $\mathcal{S}_1$, тобто

$$\begin{cases} a_{11}s_1 + a_{12}s_2 + \ \ldots \ + a_{1n}s_n = b_1, \\ a_{21}s_1 + a_{22}s_2 + \ \ldots \ + a_{2n}s_n = b_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}s_1 + a_{m2}s_2 + \ldots + a_{mn}s_n = b_m, \end{cases}$$

то впорядкований набір $(s_1, s_2, \ldots, s_n)$ задовольняє і рівність

$$(a_{i1} + ca_{j1})s_1 + (a_{i2} + ca_{j2})s_2 + \ldots + (a_{in} + ca_{jn})s_n = b_i + cb_j,$$

а отже є розв'язком системи $\mathcal{S}_2$. Оскільки елементарні перетворення оборотні, то і, навпаки, кожний розв'язок системи $\mathcal{S}_2$ є розв'язком системи $\mathcal{S}_1$, тобто системи $\mathcal{S}_1$ і $\mathcal{S}_2$ еквівалентні. ■

Тоді якщо $(s_1, s_2, \ldots, s_n)$ — розв'язок системи $\mathcal{S}_1$, тобто

$$\begin{cases} a_{11}s_1 + a_{12}s_2 + \ \ldots \ + a_{1n}s_n = b_1, \\ a_{21}s_1 + a_{22}s_2 + \ \ldots \ + a_{2n}s_n = b_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}s_1 + a_{m2}s_2 + \ldots + a_{mn}s_n = b_m, \end{cases}$$

то впорядкований набір $(s_1, s_2, \ldots, s_n)$ задовольняє і рівність

$$(a_{i1} + ca_{j1})s_1 + (a_{i2} + ca_{j2})s_2 + \ldots + (a_{in} + ca_{jn})s_n = b_i + cb_j,$$

а отже є розв'язком системи $\mathcal{S}_2$. Оскільки елементарні перетворення оборотні, то і, навпаки, кожний розв'язок системи $\mathcal{S}_2$ є розв'язком системи $\mathcal{S}_1$, тобто системи $\mathcal{S}_1$ і $\mathcal{S}_2$ еквівалентні.

Тоді якщо $(s_1, s_2, \ldots, s_n)$ — розв'язок системи $\mathcal{S}_1$, тобто

$$\begin{cases} a_{11}s_1 + a_{12}s_2 + \ \ldots \ + a_{1n}s_n = b_1, \\ a_{21}s_1 + a_{22}s_2 + \ \ldots \ + a_{2n}s_n = b_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}s_1 + a_{m2}s_2 + \ldots + a_{mn}s_n = b_m, \end{cases}$$

то впорядкований набір $(s_1, s_2, \ldots, s_n)$ задовольняє і рівність

$$(a_{i1} + ca_{j1})s_1 + (a_{i2} + ca_{j2})s_2 + \ldots + (a_{in} + ca_{jn})s_n = b_i + cb_j,$$

а отже є розв'язком системи $\mathcal{S}_2$. Оскільки елементарні перетворення оборотні, то і, навпаки, кожний розв'язок системи $\mathcal{S}_2$ є розв'язком системи $\mathcal{S}_1$, тобто системи $\mathcal{S}_1$ і $\mathcal{S}_2$ еквівалентні.

Тоді якщо $(s_1, s_2, \ldots, s_n)$ — розв'язок системи $\mathcal{S}_1$, тобто

$$\begin{cases} a_{11}s_1 + a_{12}s_2 + \ \ldots \ + a_{1n}s_n = b_1, \\ a_{21}s_1 + a_{22}s_2 + \ \ldots \ + a_{2n}s_n = b_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}s_1 + a_{m2}s_2 + \ldots + a_{mn}s_n = b_m, \end{cases}$$

то впорядкований набір $(s_1, s_2, \ldots, s_n)$ задовольняє і рівність

$$(a_{i1} + ca_{j1})s_1 + (a_{i2} + ca_{j2})s_2 + \ldots + (a_{in} + ca_{jn})s_n = b_i + cb_j,$$

а отже є розв'язком системи $\mathcal{S}_2$. Оскільки елементарні перетворення оборотні, то і, навпаки, кожний розв'язок системи $\mathcal{S}_2$ є розв'язком системи $\mathcal{S}_1$, тобто системи $\mathcal{S}_1$ і $\mathcal{S}_2$ еквівалентні.

Тоді якщо $(s_1, s_2, \ldots, s_n)$ — розв'язок системи $\mathcal{S}_1$, тобто

$$\begin{cases} a_{11}s_1 + a_{12}s_2 + \ \ldots \ + a_{1n}s_n = b_1, \\ a_{21}s_1 + a_{22}s_2 + \ \ldots \ + a_{2n}s_n = b_2, \\ \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}s_1 + a_{m2}s_2 + \ldots + a_{mn}s_n = b_m, \end{cases}$$

то впорядкований набір $(s_1, s_2, \ldots, s_n)$ задовольняє і рівність

$$(a_{i1} + ca_{j1})s_1 + (a_{i2} + ca_{j2})s_2 + \ldots + (a_{in} + ca_{jn})s_n = b_i + cb_j,$$

а отже є розв'язком системи $\mathcal{S}_2$. Оскільки елементарні перетворення оборотні, то і, навпаки, кожний розв'язок системи $\mathcal{S}_2$ є розв'язком системи $\mathcal{S}_1$, тобто системи $\mathcal{S}_1$ і $\mathcal{S}_2$ еквівалентні.

Тоді якщо $(s_1, s_2, \ldots, s_n)$ — розв'язок системи $\mathcal{S}_1$, тобто

$$\begin{cases} a_{11}s_1 + a_{12}s_2 + \ \ldots \ + a_{1n}s_n = b_1, \\ a_{21}s_1 + a_{22}s_2 + \ \ldots \ + a_{2n}s_n = b_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}s_1 + a_{m2}s_2 + \ldots + a_{mn}s_n = b_m, \end{cases}$$

то впорядкований набір $(s_1, s_2, \ldots, s_n)$ задовольняє і рівність

$$(a_{i1} + ca_{j1})s_1 + (a_{i2} + ca_{j2})s_2 + \ldots + (a_{in} + ca_{jn})s_n = b_i + cb_j,$$

а отже є розв'язком системи $\mathcal{S}_2$. Оскільки елементарні перетворення оборотні, то і, навпаки, кожний розв'язок системи $\mathcal{S}_2$ є розв'язком системи $\mathcal{S}_1$, тобто системи $\mathcal{S}_1$ і $\mathcal{S}_2$ еквівалентні. ■

# Поняття про системи лінійних рівнянь

Нехай маємо систему лінійних рівнянь (2)

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = b_2, \\ \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \tag{2}$$

Випишемо коефіцієнти цієї системи в таку таблицю, яку називатимемо *матрицею коефіцієнтів* (*головною матрицею*) цієї системи:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}.$$

*Розширена матриця* системи відрізняється вад головної тим, що додатково виписаний також і стовпець вільних членів. Стовпець вільних членів прийнято відокремлювати вад головної матриць вертикальною рискою:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{array}\right].$$

Нехай маємо систему лінійних рівнянь (2)

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = b_2, \\ \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \qquad (2)$$

Випишемо коефіцієнти цієї системи в таку таблицю, яку називатимемо *матрицею коефіцієнтів* (*головною матрицею*) цієї системи:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}.$$

*Розширена матриця* системи відрізняється вад головної тим, що додатково виписаний також і стовпець вільних членів. Стовпець вільних членів прийнято відокремлювати вад головної матриць вертикальною рискою:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{array}\right].$$

Нехай маємо систему лінійних рівнянь (2)

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \tag{2}$$

Випишемо коефіцієнти цієї системи в таку таблицю, яку називатимемо *матрицею коефіцієнтів* (*головною матрицею*) цієї системи:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}.$$

*Розширена матриця* системи відрізняється вад головної тим, що додатково виписаний також і стовпець вільних членів. Стовпець вільних членів прийнято відокремлювати вад головної матриць вертикальною рискою:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{array}\right].$$

# Поняття про системи лінійних рівнянь

Нехай маємо систему лінійних рівнянь (2)

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \ldots \ + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \ldots \ + a_{2n}x_n = b_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \tag{2}$$

Випишемо коефіцієнти цієї системи в таку таблицю, яку називатимемо *матрицею коефіцієнтів* (*головною матрицею*) цієї системи:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}.$$

*Розширена матриця* системи відрізняється вад головної тим, що додатково виписаний також і стовпець вільних членів. Стовпець вільних членів прийнято відокремлювати вад головної матриць вертикальною рискою:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{array}\right].$$

# Поняття про системи лінійних рівнянь

Нехай маємо систему лінійних рівнянь (2)

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \qquad (2)$$

Випишемо коефіцієнти цієї системи в таку таблицю, яку називатимемо *матрицею коефіцієнтів* (*головною матрицею*) цієї системи:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}.$$

*Розширена матриця* системи відрізняється вад головної тим, що додатково виписаний також і стовпець вільних членів. Стовпець вільних членів прийнято відокремлювати вад головної матриць вертикальною рискою:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{array}\right].$$

# Поняття про системи лінійних рівнянь

Нехай маємо систему лінійних рівнянь (2)

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \tag{2}$$

Випишемо коефіцієнти цієї системи в таку таблицю, яку називатимемо *матрицею коефіцієнтів* (*головною матрицею*) цієї системи:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}.$$

*Розширена матриця* системи відрізняється вад головної тим, що додатково виписаний також і стовпець вільних членів. Стовпець вільних членів прийнято відокремлювати вад головної матриць вертикальною рискою:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{array}\right].$$

# Поняття про системи лінійних рівнянь

Нехай маємо систему лінійних рівнянь (2)

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = b_2, \\ \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \tag{2}$$

Випишемо коефіцієнти цієї системи в таку таблицю, яку називатимемо *матрицею коефіцієнтів* (*головною матрицею*) цієї системи:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}.$$

*Розширена матриця* системи відрізняється вад головної тим, що додатково виписаний також і стовпець вільних членів. Стовпець вільних членів прийнято відокремлювати вад головної матриць вертикальною рискою:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{array}\right].$$

Нехай маємо систему лінійних рівнянь (2)

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \qquad (2)$$

Випишемо коефіцієнти цієї системи в таку таблицю, яку називатимемо *матрицею коефіцієнтів* (*головною матрицею*) цієї системи:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}.$$

*Розширена матриця* системи відрізняється вад головної тим, що додатково виписаний також і стовпець вільних членів. Стовпець вільних членів прийнято відокремлювати вад головної матриць вертикальною рискою:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{array}\right].$$

# Поняття про системи лінійних рівнянь

Нехай маємо систему лінійних рівнянь (2)

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ \dots \ + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ \dots \ + a_{2n}x_n = b_2, \\ \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \qquad (2)$$

Випишемо коефіцієнти цієї системи в таку таблицю, яку називатимемо *матрицею коефіцієнтів* (*головною матрицею*) цієї системи:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}.$$

*Розширена матриця* системи відрізняється вад головної тим, що додатково виписаний також і стовпець вільних членів. Стовпець вільних членів прийнято відокремлювати вад головної матриць вертикальною рискою:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{array}\right].$$

**Приклад 1.2.20**

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ \quad\;\; y + 3z = 5, \\ \qquad\quad 5z = 10. \end{cases}$$

***Розв'язок.*** З останнього рівняння однозначно знаходимо, що $z = 2$. Тоді з другого рівняння знаходимо, що $y = 5 - 3z = -1$, а з першого — $x = 2 + y + z = 3$.

**Відповідь.** $\{(3, -1, 2)\}$.

**Приклад 1.2.20**

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ \quad y + 3z = 5, \\ \qquad 5z = 10. \end{cases}$$

***Розв'язок.*** З останнього рівняння однозначно знаходимо, що $z = 2$. Тоді з другого рівняння знаходимо, що $y = 5 - 3z = -1$, а з першого — $x = 2 + y + z = 3$.

**Відповідь.** $\{(3, -1, 2)\}$.

**Приклад 1.2.20**

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ \quad\; y + 3z = 5, \\ \qquad\quad 5z = 10. \end{cases}$$

***Розв'язок.*** З останнього рівняння однозначно знаходимо, що $z = 2$. Тоді з другого рівняння знаходимо, що $y = 5 - 3z = -1$, а з першого — $x = 2 + y + z = 3$.

**Відповідь.** $\{(3, -1, 2)\}$.

**Приклад 1.2.20**

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ \quad\; y + 3z = 5, \\ \qquad\; 5z = 10. \end{cases}$$

***Розв'язок.*** З останнього рівняння однозначно знаходимо, що $z = 2$. Тоді з другого рівняння знаходимо, що $y = 5 - 3z = -1$, а з першого — $x = 2 + y + z = 3$.

**Відповідь.** $\{(3, -1, 2)\}$.

**Приклад 1.2.20**

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ \quad y + 3z = 5, \\ \qquad 5z = 10. \end{cases}$$

***Розв'язок.*** З останнього рівняння однозначно знаходимо, що $z = 2$. Тоді з другого рівняння знаходимо, що $y = 5 - 3z = -1$, а з першого — $x = 2 + y + z = 3$.

**Відповідь.** $\{(3, -1, 2)\}$.

**Приклад 1.2.20**

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ \qquad y + 3z = 5, \\ \qquad\qquad 5z = 10. \end{cases}$$

***Розв'язок.*** З останнього рівняння однозначно знаходимо, що $z = 2$. Тоді з другого рівняння знаходимо, що $y = 5 - 3z = -1$, а з першого — $x = 2 + y + z = 3$.

**Відповідь.** $\{(3, -1, 2)\}$.

### Приклад 1.2.20

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ \quad\;\; y + 3z = 5, \\ \qquad\quad 5z = 10. \end{cases}$$

***Розв'язок.*** З останнього рівняння однозначно знаходимо, що $z = 2$. Тоді з другого рівняння знаходимо, що $y = 5 - 3z = -1$, а з першого — $x = 2 + y + z = 3$.

**Відповідь.** $\{(3, -1, 2)\}$.

**Приклад 1.2.20**

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ \quad\;\; y + 3z = 5, \\ \qquad\quad 5z = 10. \end{cases}$$

***Розв'язок.*** З останнього рівняння однозначно знаходимо, що $z = 2$. Тоді з другого рівняння знаходимо, що $y = 5 - 3z = -1$, а з першого — $x = 2 + y + z = 3$.
**Відповідь.** $\{(3, -1, 2)\}$.

**Приклад 1.2.21**

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9. \end{cases}$$

***Розв'язок.*** Спробуємо за допомогою елементарних перетворень звести дану систему до так званого "трикутного вигляду", тобто такого вигляду, як у прикладі 1.2.20. Від другого рядка віднімемо потроєний перший рядок, а від третього рядка — подвоєний перший рядок

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9, \end{cases}$$

і отримуємо

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 5z = 10, \\ y + 3z = 5. \end{cases}$$

## Приклад 1.2.21

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9. \end{cases}$$

***Розв'язок.*** Спробуємо за допомогою елементарних перетворень звести дану систему до так званого "трикутного вигляду", тобто такого вигляду, як у прикладі 1.2.20. Від другого рядка віднімемо потроєний перший рядок, а від третього рядка — подвоєний перший рядок

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9, \end{cases}$$

і отримуємо

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 5z = 10, \\ y + 3z = 5. \end{cases}$$

**Приклад 1.2.21**

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9. \end{cases}$$

***Розв'язок.*** Спробуємо за допомогою елементарних перетворень звести дану систему до так званого "трикутного вигляду", тобто такого вигляду, як у прикладі 1.2.20. Від другого рядка віднімемо потроєний перший рядок, а від третього рядка — подвоєний перший рядок

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9, \end{cases}$$

і отримуємо

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 5z = 10, \\ y + 3z = 5. \end{cases}$$

**Приклад 1.2.21**

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9. \end{cases}$$

***Розв'язок.*** Спробуємо за допомогою елементарних перетворень звести дану систему до так званого "трикутного вигляду", тобто такого вигляду, як у прикладі 1.2.20. Від другого рядка віднімемо потроєний перший рядок, а від третього рядка — подвоєний перший рядок

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9, \end{cases}$$

і отримуємо

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 5z = 10, \\ y + 3z = 5. \end{cases}$$

### Приклад 1.2.21

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9. \end{cases}$$

***Розв'язок.*** Спробуємо за допомогою елементарних перетворень звести дану систему до так званого "трикутного вигляду", тобто такого вигляду, як у прикладі 1.2.20. Від другого рядка віднімемо потроєний перший рядок, а від третього рядка — подвоєний перший рядок

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9, \end{cases}$$

і отримуємо

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 5z = 10, \\ y + 3z = 5. \end{cases}$$

**Приклад 1.2.21**

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9. \end{cases}$$

***Розв'язок.*** Спробуємо за допомогою елементарних перетворень звести дану систему до так званого "трикутного вигляду", тобто такого вигляду, як у прикладі 1.2.20. Від другого рядка віднімемо потроєний перший рядок, а від третього рядка — подвоєний перший рядок

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9, \end{cases}$$

і отримуємо

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 5z = 10, \\ y + 3z = 5. \end{cases}$$

**Приклад 1.2.21**

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9. \end{cases}$$

***Розв'язок.*** Спробуємо за допомогою елементарних перетворень звести дану систему до так званого "трикутного вигляду", тобто такого вигляду, як у прикладі 1.2.20. Від другого рядка віднімемо потроєний перший рядок, а від третього рядка — подвоєний перший рядок

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9, \end{cases}$$

і отримуємо

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 5z = 10, \\ y + 3z = 5. \end{cases}$$

**Приклад 1.2.21**

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9. \end{cases}$$

***Розв'язок.*** Спробуємо за допомогою елементарних перетворень звести дану систему до так званого "трикутного вигляду", тобто такого вигляду, як у прикладі 1.2.20. Від другого рядка віднімемо потроєний перший рядок, а від третього рядка — подвоєний перший рядок

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9, \end{cases}$$

і отримуємо

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 5z = 10, \\ y + 3z = 5. \end{cases}$$

**Приклад 1.2.21**

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9. \end{cases}$$

***Розв'язок.*** Спробуємо за допомогою елементарних перетворень звести дану систему до так званого "трикутного вигляду", тобто такого вигляду, як у прикладі 1.2.20. Від другого рядка віднімемо потроєний перший рядок, а від третього рядка — подвоєний перший рядок

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9, \end{cases}$$

і отримуємо

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 5z = 10, \\ y + 3z = 5. \end{cases}$$

**Приклад 1.2.21**

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9. \end{cases}$$

***Розв'язок.*** Спробуємо за допомогою елементарних перетворень звести дану систему до так званого "трикутного вигляду", тобто такого вигляду, як у прикладі 1.2.20. Від другого рядка віднімемо потроєний перший рядок, а від третього рядка — подвоєний перший рядок

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9, \end{cases}$$

і отримуємо

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 5z = 10, \\ y + 3z = 5. \end{cases}$$

**Приклад 1.2.21**

Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9. \end{cases}$$

***Розв'язок.*** Спробуємо за допомогою елементарних перетворень звести дану систему до так званого "трикутного вигляду", тобто такого вигляду, як у прикладі 1.2.20. Від другого рядка віднімемо потроєний перший рядок, а від третього рядка — подвоєний перший рядок

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 3x - 3y + 2z = 16, \\ 2x - y + z = 9, \end{cases}$$

і отримуємо

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ 5z = 10, \\ y + 3z = 5. \end{cases}$$

Далі поміняємо другий та третій рядки місцями:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ \quad\ \ y + 3z = 5, \\ \qquad\quad 5z = 10. \end{cases}$$

**Відповідь.** $\{(3, -1, 2)\}$.

Далі поміняємо другий та третій рядки місцями:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ \quad\; y + 3z = 5, \\ \qquad\;\; 5z = 10. \end{cases}$$

**Відповідь.** $\{(3, -1, 2)\}$.

Далі поміняємо другий та третій рядки місцями:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ \quad\; y + 3z = 5, \\ \qquad\;\; 5z = 10. \end{cases}$$

**Відповідь.** $\{(3, -1, 2)\}$.

Далі поміняємо другий та третій рядки місцями:

$$\begin{cases} x - y - z = 2, \\ \quad\;\; y + 3z = 5, \\ \qquad\quad 5z = 10. \end{cases}$$

**Відповідь.** $\{(3, -1, 2)\}$.

# Дякую за увагу!