Обчислювальна геометрія і алгебра

Олег Гутік

Лекція 2: Комплексні числа

В цій лекції ми просто визначимо поле комплексних чисел. Комплексні числа відіграють важливу роль в багатьох областях математики. Ототожнимо точку $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ з формальним записом $a + ib$, причому для спрощення викладень формальний запис $0 + ib$ будемо ототожнювати з ib, а запис $i1$ — з i. Використовуючи це поняття визначимо арифметичні операції додавання "$+$" і множення "$\cdot$" на $\mathbb{R}^2$ наступним чином:

$$(a + ib) + (c + id) = (a + c) + i(b + d),$$

$$(a + ib) \cdot (c + id) = (ac - bd) + i(ad + bc).$$

Доведення теореми 1.2.8 очевидне.

Теорема 1.2.8

$(\mathbb{R}^2, +, \cdot)$ є полем, яке позначається через $\mathbb{C}$, що містить множину $\mathbb{R}$ як підполе стосовно відображення ототожнення елемента a з точкою з координатами $(a, 0)$.

Комплексні числа

В цій лекції ми просто визначимо поле комплексних чисел. Комплексні числа відіграють важливу роль в багатьох областях математики. Ототожнимо точку $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ з формальним записом $a + ib$, причому для спрощення викладень формальний запис $0 + ib$ будемо ототожнювати з ib, а запис $i1$ — з i. Використовуючи це поняття визначимо арифметичні операції додавання "$+$" і множення "$\cdot$" на $\mathbb{R}^2$ наступним чином:

$$(a + ib) + (c + id) = (a + c) + i(b + d),$$

$$(a + ib) \cdot (c + id) = (ac - bd) + i(ad + bc).$$

Доведення теореми 1.2.8 очевидне.

Теорема 1.2.8

$(\mathbb{R}^2, +, \cdot)$ є полем, яке позначається через $\mathbb{C}$, що містить множину $\mathbb{R}$ як підполе стосовно відображення ототожнення елемента a з точкою з координатами $(a, 0)$.

В цій лекції ми просто визначимо поле комплексних чисел. Комплексні числа відіграють важливу роль в багатьох областях математики.

Ототожнимо точку $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ з формальним записом $a + ib$, причому для спрощення викладень формальний запис $0 + ib$ будемо ототожнювати з ib, а запис $i1$ — з i. Використовуючи це поняття визначимо арифметичні операції додавання "$+$" і множення "$\cdot$" на $\mathbb{R}^2$ наступним чином:

$$(a + ib) + (c + id) = (a + c) + i(b + d),$$

$$(a + ib) \cdot (c + id) = (ac - bd) + i(ad + bc).$$

Доведення теореми 1.2.8 очевидне.

Теорема 1.2.8

$(\mathbb{R}^2, +, \cdot)$ є полем, яке позначається через $\mathbb{C}$, що містить множину $\mathbb{R}$ як підполе стосовно відображення ототожнення елемента a з точкою з координатами $(a, 0)$.

Комплексні числа

В цій лекції ми просто визначимо поле комплексних чисел. Комплексні числа відіграють важливу роль в багатьох областях математики. Ототожнимо точку $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ з формальним записом $a+ib$, причому для спрощення викладень формальний запис $0+ib$ будемо ототожнювати з ib, а запис $i1$ — з i. Використовуючи це поняття визначимо арифметичні операції додавання “$+$” і множення “$\cdot$” на $\mathbb{R}^2$ наступним чином:

$$(a+ib)+(c+id)=(a+c)+i(b+d),$$

$$(a+ib)\cdot(c+id)=(ac-bd)+i(ad+bc).$$

Доведення теореми 1.2.8 очевидне.

Теорема 1.2.8

$(\mathbb{R}^2,+,\cdot)$ є полем, яке позначається через $\mathbb{C}$, що містить множину $\mathbb{R}$ як підполе стосовно відображення ототожнення елемента a з точкою з координатами $(a,0)$.

В цій лекції ми просто визначимо поле комплексних чисел. Комплексні числа відіграють важливу роль в багатьох областях математики. Ототожнимо точку $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ з формальним записом $a + ib$, причому для спрощення викладень формальний запис $0 + ib$ будемо ототожнювати з ib, а запис $i1$ — з i. Використовуючи це поняття визначимо арифметичні операції додавання "+" і множення "·" на $\mathbb{R}^2$ наступним чином:

$$(a + ib) + (c + id) = (a + c) + i(b + d),$$

$$(a + ib) \cdot (c + id) = (ac - bd) + i(ad + bc).$$

Доведення теореми 1.2.8 очевидне.

Теорема 1.2.8

$(\mathbb{R}^2, +, \cdot)$ є полем, яке позначається через $\mathbb{C}$, що містить множину $\mathbb{R}$ як підполе стосовно відображення ототожнення елемента a з точкою з координатами $(a, 0)$.

Комплексні числа

В цій лекції ми просто визначимо поле комплексних чисел. Комплексні числа відіграють важливу роль в багатьох областях математики. Ототожнимо точку $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ з формальним записом $a+ib$, причому для спрощення викладень формальний запис $0+ib$ будемо ототожнювати з ib, а запис $i1$ — з i. Використовуючи це поняття визначимо арифметичні операції додавання "$+$" і множення "$\cdot$" на $\mathbb{R}^2$ наступним чином:

$$(a+ib)+(c+id)=(a+c)+i(b+d),$$

$$(a+ib)\cdot(c+id)=(ac-bd)+i(ad+bc).$$

Доведення теореми 1.2.8 очевидне.

Теорема 1.2.8

$(\mathbb{R}^2,+,\cdot)$ є полем, яке позначається через $\mathbb{C}$, що містить множину $\mathbb{R}$ як підполе стосовно відображення ототожнення елемента a з точкою з координатами $(a,0)$.

В цій лекції ми просто визначимо поле комплексних чисел. Комплексні числа відіграють важливу роль в багатьох областях математики. Ототожнимо точку $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ з формальним записом $a + ib$, причому для спрощення викладень формальний запис $0 + ib$ будемо ототожнювати з ib, а запис $i1$ — з i. Використовуючи це поняття визначимо арифметичні операції додавання "$+$" і множення "$\cdot$" на $\mathbb{R}^2$ наступним чином:

$$(a + ib) + (c + id) = (a + c) + i(b + d),$$

$$(a + ib) \cdot (c + id) = (ac - bd) + i(ad + bc).$$

Доведення теореми 1.2.8 очевидне.

Теорема 1.2.8

$(\mathbb{R}^2, +, \cdot)$ є полем, яке позначається через $\mathbb{C}$, що містить множину $\mathbb{R}$ як підполе стосовно відображення ототожнення елемента a з точкою з координатами $(a, 0)$.

Комплексні числа

В цій лекції ми просто визначимо поле комплексних чисел. Комплексні числа відіграють важливу роль в багатьох областях математики. Ототожнимо точку $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ з формальним записом $a + ib$, причому для спрощення викладень формальний запис $0 + ib$ будемо ототожнювати з ib, а запис $i1$ — з i. Використовуючи це поняття визначимо арифметичні операції додавання "$+$" і множення "$\cdot$" на $\mathbb{R}^2$ наступним чином:

$$(a + ib) + (c + id) = (a + c) + i(b + d),$$

$$(a + ib) \cdot (c + id) = (ac - bd) + i(ad + bc).$$

Доведення теореми 1.2.8 очевидне.

Теорема 1.2.8

$(\mathbb{R}^2, +, \cdot)$ є полем, яке позначається через $\mathbb{C}$, що містить множину $\mathbb{R}$ як підполе стосовно відображення ототожнення елемента a з точкою з координатами $(a, 0)$.

В цій лекції ми просто визначимо поле комплексних чисел. Комплексні числа відіграють важливу роль в багатьох областях математики. Ототожнимо точку $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ з формальним записом $a + ib$, причому для спрощення викладень формальний запис $0 + ib$ будемо ототожнювати з ib, а запис $i1$ — з i. Використовуючи це поняття визначимо арифметичні операції додавання “$+$” і множення “$\cdot$” на $\mathbb{R}^2$ наступним чином:

$$(a + ib) + (c + id) = (a + c) + i(b + d),$$

$$(a + ib) \cdot (c + id) = (ac - bd) + i(ad + bc).$$

Доведення теореми 1.2.8 очевидне.

Теорема 1.2.8

$(\mathbb{R}^2, +, \cdot)$ є полем, яке позначається через $\mathbb{C}$, що містить множину $\mathbb{R}$ як підполе стосовно відображення ототожнення елемента a з точкою з координатами $(a, 0)$.

В цій лекції ми просто визначимо поле комплексних чисел. Комплексні числа відіграють важливу роль в багатьох областях математики. Ототожнимо точку $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ з формальним записом $a+ib$, причому для спрощення викладень формальний запис $0+ib$ будемо ототожнювати з ib, а запис $i1$ — з i. Використовуючи це поняття визначимо арифметичні операції додавання “$+$” і множення “$\cdot$” на $\mathbb{R}^2$ наступним чином:

$$(a+ib)+(c+id)=(a+c)+i(b+d),$$

$$(a+ib)\cdot(c+id)=(ac-bd)+i(ad+bc).$$

Доведення теореми 1.2.8 очевидне.

Теорема 1.2.8

$(\mathbb{R}^2, +, \cdot)$ є полем, яке позначається через $\mathbb{C}$, що містить множину $\mathbb{R}$ як підполе стосовно відображення ототожнення елемента a з точкою з координатами $(a,0)$.

В цій лекції ми просто визначимо поле комплексних чисел. Комплексні числа відіграють важливу роль в багатьох областях математики. Ототожнимо точку $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ з формальним записом $a + ib$, причому для спрощення викладень формальний запис $0 + ib$ будемо ототожнювати з ib, а запис $i1$ — з i. Використовуючи це поняття визначимо арифметичні операції додавання "$+$" і множення "$\cdot$" на $\mathbb{R}^2$ наступним чином:

$$(a + ib) + (c + id) = (a + c) + i(b + d),$$

$$(a + ib) \cdot (c + id) = (ac - bd) + i(ad + bc).$$

Доведення теореми 1.2.8 очевидне.

Теорема 1.2.8

$(\mathbb{R}^2, +, \cdot)$ є полем, яке позначається через $\mathbb{C}$, що містить множину $\mathbb{R}$ як підполе стосовно відображення ототожнення елемента a з точкою з координатами $(a, 0)$.

В цій лекції ми просто визначимо поле комплексних чисел. Комплексні числа відіграють важливу роль в багатьох областях математики. Ототожнимо точку $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ з формальним записом $a + ib$, причому для спрощення викладень формальний запис $0 + ib$ будемо ототожнювати з ib, а запис $i1$ — з i. Використовуючи це поняття визначимо арифметичні операції додавання "$+$" і множення "$\cdot$" на $\mathbb{R}^2$ наступним чином:

$$(a + ib) + (c + id) = (a + c) + i(b + d),$$

$$(a + ib) \cdot (c + id) = (ac - bd) + i(ad + bc).$$

Доведення теореми 1.2.8 очевидне.

Теорема 1.2.8

$(\mathbb{R}^2, +, \cdot)$ є полем, яке позначається через $\mathbb{C}$, що містить множину $\mathbb{R}$ як підполе стосовно відображення ототожнення елемента a з точкою з координатами $(a, 0)$.

Комплексні числа

Розглядаючи як елементи поля, елементи поля $\mathbb{C}$ називаються *комплексними числами*. З означення операції множення комплексних чисел випливає добре відома рівність

$$i^2 = -1,$$

іншими словами, корінь квадратний з мінус одиниці -1 дорівнює i. Тому надалі символ i будемо називати *уявною одиницею*.

Означення 1.2.9

Нехай $z = a + ib \in \mathbb{C}$. Тоді число a називається *дійсною частиною* комплексного числа z, а дійсне число b називається *уявною частиною* комплексного числа z. Означимо функції $\mathrm{Re}(z)$ і $\mathrm{Im}(z)$ за формулами

$$\mathrm{Re}(z) = a \qquad \text{і} \qquad \mathrm{Im}(z) = b.$$

Комплексно спряжене (або просто *спряжене*) *число* до комплесного числа z, позначається $\overline{z}$, і *модуль* числа z, позначається $|z|$, визначаються за формулами

$$\overline{z} = a - ib \qquad \text{і} \qquad |z| = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Комплексні числа

Розглядаючи як елементи поля, елементи поля $\mathbb{C}$ називаються *комплексними числами*. З означення операції множення комплексних чисел випливає добре відома рівність

$$i^2 = -1,$$

іншими словами, корінь квадратний з мінус одиниці -1 дорівнює i. Тому надалі символ i будемо називати *уявною одиницею*.

Означення 1.2.9

Нехай $z = a + ib \in \mathbb{C}$. Тоді число a називається *дійсною частиною* комплексного числа z, а дійсне число b називається *уявною частиною* комплексного числа z. Означимо функції $\mathrm{Re}(z)$ і $\mathrm{Im}(z)$ за формулами

$$\mathrm{Re}(z) = a \qquad \text{і} \qquad \mathrm{Im}(z) = b.$$

Комплексно спряжене (або просто *спряжене*) *число* до комплесного числа z, позначається $\overline{z}$, і *модуль* числа z, позначається $|z|$, визначаються за формулами

$$\overline{z} = a - ib \qquad \text{і} \qquad |z| = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Розглядаючи як елементи поля, елементи поля $\mathbb{C}$ називаються *комплексними числами*. З означення операції множення комплексних чисел випливає добре відома рівність

$$i^2 = -1,$$

іншими словами, корінь квадратний з мінус одиниці -1 дорівнює i. Тому надалі символ i будемо називати *уявною одиницею*.

Означення 1.2.9

Нехай $z = a + ib \in \mathbb{C}$. Тоді число a називається *дійсною частиною* комплексного числа z, а дійсне число b називається *уявною частиною* комплексного числа z. Означимо функції $\mathrm{Re}(z)$ і $\mathrm{Im}(z)$ за формулами

$$\mathrm{Re}(z) = a \qquad \text{і} \qquad \mathrm{Im}(z) = b.$$

Комплексно спряжене (або просто *спряжене*) *число* до комплесного числа z, позначається $\overline{z}$, і *модуль* числа z, позначається $|z|$, визначаються за формулами

$$\overline{z} = a - ib \qquad \text{і} \qquad |z| = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Розглядаючи як елементи поля, елементи поля $\mathbb{C}$ називаються *комплексними числами*. З означення операції множення комплексних чисел випливає добре відома рівність

$$i^2 = -1,$$

іншими словами, корінь квадратний з мінус одиниці -1 дорівнює i. Тому надалі символ i будемо називати *уявною одиницею*.

Означення 1.2.9

Нехай $z = a + ib \in \mathbb{C}$. Тоді число a називається *дійсною частиною* комплексного числа z, а дійсне число b називається *уявною частиною* комплексного числа z. Означимо функції $\mathrm{Re}(z)$ і $\mathrm{Im}(z)$ за формулами

$$\mathrm{Re}(z) = a \qquad \text{і} \qquad \mathrm{Im}(z) = b.$$

Комплексно спряжене (або просто *спряжене*) *число* до комплесного числа z, позначається $\overline{z}$, і *модуль* числа z, позначається $|z|$, визначаються за формулами

$$\overline{z} = a - ib \qquad \text{і} \qquad |z| = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Комплексні числа

Розглядаючи як елементи поля, елементи поля $\mathbb{C}$ називаються *комплексними числами*. З означення операції множення комплексних чисел випливає добре відома рівність

$$i^2 = -1,$$

іншими словами, корінь квадратний з мінус одиниці -1 дорівнює i. Тому надалі символ i будемо називати *уявною одиницею*.

Означення 1.2.9

Нехай $z = a + ib \in \mathbb{C}$. Тоді число a називається *дійсною частиною* комплексного числа z, а дійсне число b називається *уявною частиною* комплексного числа z. Означимо функції $\mathrm{Re}(z)$ і $\mathrm{Im}(z)$ за формулами

$$\mathrm{Re}(z) = a \qquad \text{і} \qquad \mathrm{Im}(z) = b.$$

Комплексно спряжене (або просто *спряжене*) *число* до комплесного числа z, позначається $\overline{z}$, і *модуль* числа z, позначається $|z|$, визначаються за формулами

$$\overline{z} = a - ib \qquad \text{і} \qquad |z| = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Комплексні числа

Розглядаючи як елементи поля, елементи поля $\mathbb{C}$ називаються *комплексними числами*. З означення операції множення комплексних чисел випливає добре відома рівність

$$i^2 = -1,$$

іншими словами, корінь квадратний з мінус одиниці -1 дорівнює i. Тому надалі символ i будемо називати *уявною одиницею*.

Означення 1.2.9

Нехай $z = a + ib \in \mathbb{C}$. Тоді число a називається *дійсною частиною* комплексного числа z, а дійсне число b називається *уявною частиною* комплексного числа z. Означимо функції $\mathrm{Re}(z)$ і $\mathrm{Im}(z)$ за формулами

$$\mathrm{Re}(z) = a \qquad \text{і} \qquad \mathrm{Im}(z) = b.$$

Комплексно спряжене (або просто *спряжене*) *число* до комплесного числа z, позначається $\overline{z}$, і *модуль* числа z, позначається $|z|$, визначаються за формулами

$$\overline{z} = a - ib \qquad \text{і} \qquad |z| = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Комплексні числа

Розглядаючи як елементи поля, елементи поля $\mathbb{C}$ називаються *комплексними числами*. З означення операції множення комплексних чисел випливає добре відома рівність

$$i^2 = -1,$$

іншими словами, корінь квадратний з мінус одиниці -1 дорівнює i. Тому надалі символ i будемо називати *уявною одиницею*.

Означення 1.2.9

Нехай $z = a + ib \in \mathbb{C}$. Тоді число a називається *дійсною частиною* комплексного числа z, а дійсне число b називається *уявною частиною* комплексного числа z. Означимо функції $\mathrm{Re}(z)$ і $\mathrm{Im}(z)$ за формулами

$$\mathrm{Re}(z) = a \qquad \text{i} \qquad \mathrm{Im}(z) = b.$$

Комплексно спряжене (або просто *спряжене*) *число* до комплесного числа z, позначається $\overline{z}$, і *модуль* числа z, позначається $|z|$, визначаються за формулами

$$\overline{z} = a - ib \qquad \text{i} \qquad |z| = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Розглядаючи як елементи поля, елементи поля $\mathbb{C}$ називаються *комплексними числами*. З означення операції множення комплексних чисел випливає добре відома рівність

$$i^2 = -1,$$

іншими словами, корінь квадратний з мінус одиниці -1 дорівнює i. Тому надалі символ i будемо називати *уявною одиницею*.

Означення 1.2.9

Нехай $z = a + ib \in \mathbb{C}$. Тоді число a називається *дійсною частиною* комплексного числа z, а дійсне число b називається *уявною частиною* комплексного числа z. Означимо функції $\mathrm{Re}(z)$ і $\mathrm{Im}(z)$ за формулами

$$\mathrm{Re}(z) = a \qquad \text{і} \qquad \mathrm{Im}(z) = b.$$

Комплексно спряжене (або просто *спряжене*) *число* до комплесного числа z, позначається $\overline{z}$, і *модуль* числа z, позначається $|z|$, визначаються за формулами

$$\overline{z} = a - ib \qquad \text{і} \qquad |z| = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Комплексні числа

Розглядаючи як елементи поля, елементи поля $\mathbb{C}$ називаються *комплексними числами*. З означення операції множення комплексних чисел випливає добре відома рівність

$$i^2 = -1,$$

іншими словами, корінь квадратний з мінус одиниці -1 дорівнює i. Тому надалі символ i будемо називати *уявною одиницею*.

Означення 1.2.9

Нехай $z = a + ib \in \mathbb{C}$. Тоді число a називається *дійсною частиною* комплексного числа z, а дійсне число b називається *уявною частиною* комплексного числа z. Означимо функції $\mathrm{Re}(z)$ і $\mathrm{Im}(z)$ за формулами

$$\mathrm{Re}(z) = a \qquad \text{і} \qquad \mathrm{Im}(z) = b.$$

Комплексно спряжене (або просто *спряжене*) *число* до комплесного числа z, позначається $\overline{z}$, і *модуль* числа z, позначається $|z|$, визначаються за формулами

$$\overline{z} = a - ib \qquad \text{і} \qquad |z| = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Комплексні числа

Розглядаючи як елементи поля, елементи поля $\mathbb{C}$ називаються *комплексними числами*. З означення операції множення комплексних чисел випливає добре відома рівність

$$i^2 = -1,$$

іншими словами, корінь квадратний з мінус одиниці -1 дорівнює i. Тому надалі символ i будемо називати *уявною одиницею*.

Означення 1.2.9

Нехай $z = a + ib \in \mathbb{C}$. Тоді число a називається *дійсною частиною* комплексного числа z, а дійсне число b називається *уявною частиною* комплексного числа z. Означимо функції $\mathrm{Re}(z)$ і $\mathrm{Im}(z)$ за формулами

$$\mathrm{Re}(z) = a \qquad \text{i} \qquad \mathrm{Im}(z) = b.$$

Комплексно спряжене (або просто *спряжене*) *число* до комплесного числа z, позначається $\overline{z}$, і *модуль* числа z, позначається $|z|$, визначаються за формулами

$$\overline{z} = a - ib \qquad \text{i} \qquad |z| = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Розглядаючи як елементи поля, елементи поля $\mathbb{C}$ називаються *комплексними числами*. З означення операції множення комплексних чисел випливає добре відома рівність

$$i^2 = -1,$$

іншими словами, корінь квадратний з мінус одиниці -1 дорівнює i. Тому надалі символ i будемо називати *уявною одиницею*.

Означення 1.2.9

Нехай $z = a + ib \in \mathbb{C}$. Тоді число a називається *дійсною частиною* комплексного числа z, а дійсне число b називається *уявною частиною* комплексного числа z. Означимо функції $\mathrm{Re}(z)$ і $\mathrm{Im}(z)$ за формулами

$$\mathrm{Re}(z) = a \qquad \text{і} \qquad \mathrm{Im}(z) = b.$$

Комплексно спряжене (або просто *спряжене*) *число* до комплесного числа z, позначається $\overline{z}$, і *модуль* числа z, позначається $|z|$, визначаються за формулами

$$\overline{z} = a - ib \qquad \text{і} \qquad |z| = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Розглядаючи як елементи поля, елементи поля $\mathbb{C}$ називаються *комплексними числами*. З означення операції множення комплексних чисел випливає добре відома рівність

$$i^2 = -1,$$

іншими словами, корінь квадратний з мінус одиниці -1 дорівнює i. Тому надалі символ i будемо називати *уявною одиницею*.

Означення 1.2.9

Нехай $z = a + ib \in \mathbb{C}$. Тоді число a називається *дійсною частиною* комплексного числа z, а дійсне число b називається *уявною частиною* комплексного числа z. Означимо функції $\mathrm{Re}(z)$ і $\mathrm{Im}(z)$ за формулами

$$\mathrm{Re}(z) = a \qquad \text{і} \qquad \mathrm{Im}(z) = b.$$

Комплексно спряжене (або просто *спряжене*) *число* до комплесного числа z, позначається $\overline{z}$, і *модуль* числа z, позначається $|z|$, визначаються за формулами

$$\overline{z} = a - ib \qquad \text{і} \qquad |z| = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Розглядаючи як елементи поля, елементи поля $\mathbb{C}$ називаються *комплексними числами*. З означення операції множення комплексних чисел випливає добре відома рівність

$$i^2 = -1,$$

іншими словами, корінь квадратний з мінус одиниці -1 дорівнює i. Тому надалі символ i будемо називати *уявною одиницею*.

Означення 1.2.9

Нехай $z = a + ib \in \mathbb{C}$. Тоді число a називається *дійсною частиною* комплексного числа z, а дійсне число b називається *уявною частиною* комплексного числа z. Означимо функції $\operatorname{Re}(z)$ і $\operatorname{Im}(z)$ за формулами

$$\operatorname{Re}(z) = a \qquad \text{і} \qquad \operatorname{Im}(z) = b.$$

Комплексно спряжене (або просто *спряжене*) *число* до комплесного числа z, позначається $\overline{z}$, і *модуль* числа z, позначається $|z|$, визначаються за формулами

$$\overline{z} = a - ib \qquad \text{і} \qquad |z| = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Розглядаючи як елементи поля, елементи поля $\mathbb{C}$ називаються *комплексними числами*. З означення операції множення комплексних чисел випливає добре відома рівність

$$i^2 = -1,$$

іншими словами, корінь квадратний з мінус одиниці -1 дорівнює i. Тому надалі символ i будемо називати *уявною одиницею*.

Означення 1.2.9

Нехай $z = a + ib \in \mathbb{C}$. Тоді число a називається *дійсною частиною* комплексного числа z, а дійсне число b називається *уявною частиною* комплексного числа z. Означимо функції $\mathrm{Re}(z)$ і $\mathrm{Im}(z)$ за формулами

$$\mathrm{Re}(z) = a \qquad \text{і} \qquad \mathrm{Im}(z) = b.$$

Комплексно спряжене (або просто *спряжене*) *число* до комплесного числа z, позначається $\overline{z}$, і *модуль* числа z, позначається $|z|$, визначаються за формулами

$$\overline{z} = a - ib \qquad \text{і} \qquad |z| = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Розглядаючи як елементи поля, елементи поля $\mathbb{C}$ називаються *комплексними числами*. З означення операції множення комплексних чисел випливає добре відома рівність

$$i^2 = -1,$$

іншими словами, корінь квадратний з мінус одиниці -1 дорівнює i. Тому надалі символ i будемо називати *уявною одиницею*.

Означення 1.2.9

Нехай $z = a + ib \in \mathbb{C}$. Тоді число a називається *дійсною частиною* комплексного числа z, а дійсне число b називається *уявною частиною* комплексного числа z. Означимо функції $\mathrm{Re}(z)$ і $\mathrm{Im}(z)$ за формулами

$$\mathrm{Re}(z) = a \qquad \text{і} \qquad \mathrm{Im}(z) = b.$$

Комплексно спряжене (або просто *спряжене*) *число* до комплесного числа z, позначається $\overline{z}$, і *модуль* числа z, позначається $|z|$, визначаються за формулами

$$\overline{z} = a - ib \qquad \text{і} \qquad |z| = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Розглядаючи як елементи поля, елементи поля $\mathbb{C}$ називаються *комплексними числами*. З означення операції множення комплексних чисел випливає добре відома рівність

$$i^2 = -1,$$

іншими словами, корінь квадратний з мінус одиниці -1 дорівнює i. Тому надалі символ i будемо називати *уявною одиницею*.

Означення 1.2.9

Нехай $z = a + ib \in \mathbb{C}$. Тоді число a називається *дійсною частиною* комплексного числа z, а дійсне число b називається *уявною частиною* комплексного числа z. Означимо функції $\mathrm{Re}(z)$ і $\mathrm{Im}(z)$ за формулами

$$\mathrm{Re}(z) = a \qquad \text{і} \qquad \mathrm{Im}(z) = b.$$

Комплексно спряжене (або просто *спряжене*) *число* до комплесного числа z, позначається $\overline{z}$, і *модуль* числа z, позначається $|z|$, визначаються за формулами

$$\overline{z} = a - ib \qquad \text{і} \qquad |z| = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Розглядаючи як елементи поля, елементи поля $\mathbb{C}$ називаються *комплексними числами*. З означення операції множення комплексних чисел випливає добре відома рівність

$$i^2 = -1,$$

іншими словами, корінь квадратний з мінус одиниці -1 дорівнює i. Тому надалі символ i будемо називати *уявною одиницею*.

Означення 1.2.9

Нехай $z = a + ib \in \mathbb{C}$. Тоді число a називається *дійсною частиною* комплексного числа z, а дійсне число b називається *уявною частиною* комплексного числа z. Означимо функції $\mathrm{Re}(z)$ і $\mathrm{Im}(z)$ за формулами

$$\mathrm{Re}(z) = a \qquad \text{і} \qquad \mathrm{Im}(z) = b.$$

Комплексно спряжене (або просто *спряжене*) *число* до комплесного числа z, позначається $\overline{z}$, і *модуль* числа z, позначається $|z|$, визначаються за формулами

$$\overline{z} = a - ib \qquad \text{і} \qquad |z| = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Розглядаючи як елементи поля, елементи поля $\mathbb{C}$ називаються *комплексними числами*. З означення операції множення комплексних чисел випливає добре відома рівність

$$i^2 = -1,$$

іншими словами, корінь квадратний з мінус одиниці -1 дорівнює i. Тому надалі символ i будемо називати *уявною одиницею*.

Означення 1.2.9

Нехай $z = a + ib \in \mathbb{C}$. Тоді число a називається *дійсною частиною* комплексного числа z, а дійсне число b називається *уявною частиною* комплексного числа z. Означимо функції $\mathrm{Re}(z)$ і $\mathrm{Im}(z)$ за формулами

$$\mathrm{Re}(z) = a \qquad \text{і} \qquad \mathrm{Im}(z) = b.$$

Комплексно спряжене (або просто *спряжене*) *число* до комплесного числа z, позначається $\overline{z}$, і *модуль* числа z, позначається $|z|$, визначаються за формулами

$$\overline{z} = a - ib \qquad \text{і} \qquad |z| = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Комплексні числа

З означення поля комплексних чисел $\mathbb{C}$ випливає, що його можна ототожнити з точками декартової площини $\mathbb{R}^2$ наступним чином:

> *комплексному числу $z = a + ib \in \mathbb{C}$ ставимо у відповідність точку з координатами (a, b) на декартовій площині $\mathbb{R}^2$.*

Таке ототожнення надалі будемо називати *геометричною інтерпретацією* комплексних чисел, і вона зображена на рис.

Комплексні числа

З означення поля комплексних чисел $\mathbb{C}$ випливає, що його можна ототожнити з точками декартової площини $\mathbb{R}^2$ наступним чином:

> *комплексному числу $z = a + ib \in \mathbb{C}$ ставимо у відповідність точку з координатами (a, b) на декартовій площині $\mathbb{R}^2$.*

Таке ототожнення надалі будемо називати *геометричною інтерпретацією* комплексних чисел, і вона зображена на рис.

З означення поля комплексних чисел $\mathbb{C}$ випливає, що його можна ототожнити з точками декартової площини $\mathbb{R}^2$ наступним чином:

> *комплексному числу $z = a + ib \in \mathbb{C}$ ставимо у відповідність точку з координатами (a, b) на декартовій площині $\mathbb{R}^2$.*

Таке ототожнення надалі будемо називати *геометричною інтерпретацією* комплексних чисел, і вона зображена на рис.

Комплексні числа

З означення поля комплексних чисел $\mathbb{C}$ випливає, що його можна ототожнити з точками декартової площини $\mathbb{R}^2$ наступним чином:

> *комплексному числу $z = a + ib \in \mathbb{C}$ ставимо у відповідність точку з координатами (a, b) на декартовій площині $\mathbb{R}^2$.*

Таке ототожнення надалі будемо називати *геометричною інтерпретацією* комплексних чисел, і вона зображена на рис.

Комплексні числа

З означення поля комплексних чисел $\mathbb{C}$ випливає, що його можна ототожнити з точками декартової площини $\mathbb{R}^2$ наступним чином:

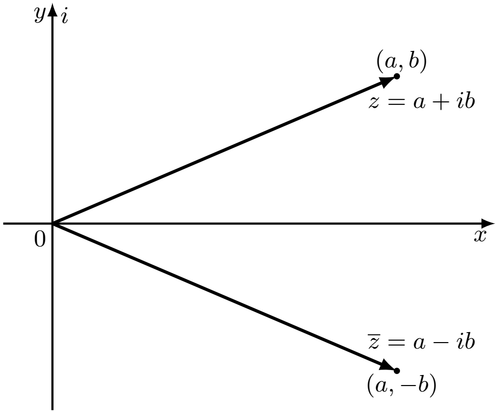
> *комплексному числу $z = a + ib \in \mathbb{C}$ ставимо у відповідність точку з координатами (a, b) на декартовій площині $\mathbb{R}^2$.*

Таке ототожнення надалі будемо називати *геометричною інтерпретацією* комплексних чисел, і вона зображена на рис.

З означення поля комплексних чисел $\mathbb{C}$ випливає, що його можна ототожнити з точками декартової площини $\mathbb{R}^2$ наступним чином:

> *комплексному числу $z = a + ib \in \mathbb{C}$ ставимо у відповідність точку з координатами (a, b) на декартовій площині $\mathbb{R}^2$.*

Таке ототожнення надалі будемо називати *геометричною інтерпретацією* комплексних чисел, і вона зображена на рис.



Також, в такій інтерпретації ми комплексне число $z = a + ib \in \mathbb{C}$ ототожнюємо з вектором з координатами (a, b), і неважко довести, що суму двох комплексних чисел ми можемо інтерпретувати з сумою векторів, які їм відповідають, і це ми пропонуємо довести читачеві самостійно. Також, у такому зображенні комплексних чисел вісь Ox будемо називати *дійсною* віссю, а вісь Oy — *уявною*. Легко бачити, що модуль комплексного числа $z = a + ib$ дорівнює довжині вектора з координатами (a, b) декартової площини (див. рис.).

Також, в такій інтерпретації ми комплексне число $z = a + ib \in \mathbb{C}$ ототожнюємо з вектором з координатами (a, b), і неважко довести, що суму двох комплексних чисел ми можемо інтерпретувати з сумою векторів, які їм відповідають, і це ми пропонуємо довести читачеві самостійно. Також, у такому зображенні комплексних чисел вісь Ox будемо називати *дійсною* віссю, а вісь Oy — *уявною*. Легко бачити, що модуль комплексного числа $z = a + ib$ дорівнює довжині вектора з координатами (a, b) декартової площини (див. рис.).

Комплексні числа

Також, в такій інтерпретації ми комплексне число $z = a + ib \in \mathbb{C}$ ототожнюємо з вектором з координатами (a, b), і неважко довести, що суму двох комплексних чисел ми можемо інтерпретувати з сумою векторів, які їм відповідають, і це ми пропонуємо довести читачеві самостійно. Також, у такому зображенні комплексних чисел вісь Ox будемо називати *дійсною* віссю, а вісь Oy — *уявною*. Легко бачити, що модуль комплексного числа $z = a + ib$ дорівнює довжині вектора з координатами (a, b) декартової площини (див. рис.).

Також, в такій інтерпретації ми комплексне число $z = a + ib \in \mathbb{C}$ ототожнюємо з вектором з координатами (a, b), і неважко довести, що суму двох комплексних чисел ми можемо інтерпретувати з сумою векторів, які їм відповідають, і це ми пропонуємо довести читачеві самостійно. Також, у такому зображенні комплексних чисел вісь Ox будемо називати *дійсною* віссю, а вісь Oy — *уявною*. Легко бачити, що модуль комплексного числа $z = a + ib$ дорівнює довжині вектора з координатами (a, b) декартової площини (див. рис.).

Також, в такій інтерпретації ми комплексне число $z = a + ib \in \mathbb{C}$ ототожнюємо з вектором з координатами (a, b), і неважко довести, що суму двох комплексних чисел ми можемо інтерпретувати з сумою векторів, які їм відповідають, і це ми пропонуємо довести читачеві самостійно. Також, у такому зображенні комплексних чисел вісь Ox будемо називати *дійсною* віссю, а вісь Oy — *уявною*. Легко бачити, що модуль комплексного числа $z = a + ib$ дорівнює довжині вектора з координатами (a, b) декартової площини (див. рис.).

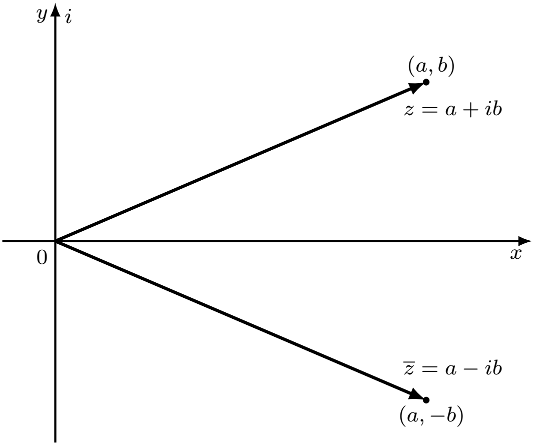
Комплексні числа

Також, в такій інтерпретації ми комплексне число $z = a + ib \in \mathbb{C}$ ототожнюємо з вектором з координатами (a, b), і неважко довести, що суму двох комплексних чисел ми можемо інтерпретувати з сумою векторів, які їм відповідають, і це ми пропонуємо довести читачеві самостійно. Також, у такому зображенні комплексних чисел вісь Ox будемо називати *дійсною* віссю, а вісь Oy — *уявною*.
Легко бачити, що модуль комплексного числа $z = a + ib$ дорівнює довжині вектора з координатами (a, b) декартової площини (див. рис.).

Комплексні числа

Також, в такій інтерпретації ми комплексне число $z = a + ib \in \mathbb{C}$ ототожнюємо з вектором з координатами (a, b), і неважко довести, що суму двох комплексних чисел ми можемо інтерпретувати з сумою векторів, які їм відповідають, і це ми пропонуємо довести читачеві самостійно. Також, у такому зображенні комплексних чисел вісь Ox будемо називати *дійсною* віссю, а вісь Oy — *уявною*. Легко бачити, що модуль комплексного числа $z = a + ib$ дорівнює довжині вектора з координатами (a, b) декартової площини (див. рис.).

Також, в такій інтерпретації ми комплексне число $z = a + ib \in \mathbb{C}$ ототожнюємо з вектором з координатами (a, b), і неважко довести, що суму двох комплексних чисел ми можемо інтерпретувати з сумою векторів, які їм відповідають, і це ми пропонуємо довести читачеві самостійно. Також, у такому зображенні комплексних чисел вісь Ox будемо називати *дійсною* віссю, а вісь Oy — *уявною*. Легко бачити, що модуль комплексного числа $z = a + ib$ дорівнює довжині вектора з координатами (a, b) декартової площини (див. рис.).



Комплексні числа

Ось три прості факти, які легко перевірити:

(1) модуль добутку двох комплексних чисел дорівнює добутку їх модулів:
$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|;$$
(2) добуток комплексного числа на його спряжене дорівнює квадрату його модуля:
$$z \cdot \overline{z} = |z|^2;$$
(3) обернене до комплексного числа $z = a + ib$ обчислюється за формулою:
$$\frac{1}{z} = \frac{a}{a^2+b^2} - i\frac{b}{a^2+b^2} = \frac{\overline{z}}{|z|^2}.$$

З цих та вище сформульованих властивостей додавання та множення комплексних чисел випливають такі їхні властивості:

(4) модуль комплексного числа дорівнює модулю його комплексно спряженого:
$$|z| = |\overline{z}|;$$
(5) різниця комплексних чисел $z_1 = a + ib$ і $z_2 = c + id$ обчислюється за формулою:
$$(a+ib) - (c+id) = (a-c) + i(b-d);$$
(6) частка комплексних чисел $z_1 = a + ib$ і $z_2 = c + id$ обчислюється за формулою:
$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a+ib}{c+id} = \frac{(ac+bd) + i(bc-ad)}{c^2+d^2} = \frac{z_1 \cdot \overline{z_2}}{|z_2|^2}.$$

Ми пропонуємо читачеві довести твердження $(1) - (6)$ самостійно.

Ось три прості факти, які легко перевірити:

(1) модуль добутку двох комплексних чисел дорівнює добутку їх модулів:
$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|;$$
(2) добуток комплексного числа на його спряжене дорівнює квадрату його модуля:
$$z \cdot \bar{z} = |z|^2;$$
(3) обернене до комплексного числа $z = a + ib$ обчислюється за формулою:
$$\frac{1}{z} = \frac{a}{a^2+b^2} - i\frac{b}{a^2+b^2} = \frac{\bar{z}}{|z|^2}.$$

З цих та вище сформульованих властивостей додавання та множення комплексних чисел випливають такі їхні властивості:

(4) модуль комплексного числа дорівнює модулю його комплексно спряженого:
$$|z| = |\bar{z}|;$$
(5) різниця комплексних чисел $z_1 = a + ib$ і $z_2 = c + id$ обчислюється за формулою:
$$(a+ib) - (c+id) = (a-c) + i(b-d);$$
(6) частка комплексних чисел $z_1 = a + ib$ і $z_2 = c + id$ обчислюється за формулою:
$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a+ib}{c+id} = \frac{(ac+bd) + i(bc-ad)}{c^2+d^2} = \frac{z_1 \cdot \bar{z}_2}{|z_2|^2}.$$

Ми пропонуємо читачеві довести твердження $(1) - (6)$ самостійно.

Ось три прості факти, які легко перевірити:

(1) модуль добутку двох комплексних чисел дорівнює добутку їх модулів:
$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|;$$

(2) добуток комплексного числа на його спряжене дорівнює квадрату його модуля:
$$z \cdot \overline{z} = |z|^2;$$

(3) обернене до комплексного числа $z = a + ib$ обчислюється за формулою:
$$\frac{1}{z} = \frac{a}{a^2 + b^2} - i\frac{b}{a^2 + b^2} = \frac{\overline{z}}{|z|^2}.$$

З цих та вище сформульованих властивостей додавання та множення комплексних чисел випливають такі їхні властивості:

(4) модуль комплексного числа дорівнює модулю його комплексно спряженого:
$$|z| = |\overline{z}|;$$

(5) різниця комплексних чисел $z_1 = a + ib$ і $z_2 = c + id$ обчислюється за формулою:
$$(a + ib) - (c + id) = (a - c) + i(b - d);$$

(6) частка комплексних чисел $z_1 = a + ib$ і $z_2 = c + id$ обчислюється за формулою:
$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a + ib}{c + id} = \frac{(ac + bd) + i(bc - ad)}{c^2 + d^2} = \frac{z_1 \cdot \overline{z_2}}{|z_2|^2}.$$

Ми пропонуємо читачеві довести твердження $(1) - (6)$ самостійно.

Ось три прості факти, які легко перевірити:

(1) модуль добутку двох комплексних чисел дорівнює добутку їх модулів:

$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|;$$

(2) добуток комплексного числа на його спряжене дорівнює квадрату його модуля:

$$z \cdot \overline{z} = |z|^2;$$

(3) обернене до комплексного числа $z = a + ib$ обчислюється за формулою:

$$\frac{1}{z} = \frac{a}{a^2 + b^2} - i\frac{b}{a^2 + b^2} = \frac{\overline{z}}{|z|^2}.$$

З цих та вище сформульованих властивостей додавання та множення комплексних чисел випливають такі їхні властивості:

(4) модуль комплексного числа дорівнює модулю його комплексно спряженого:

$$|z| = |\overline{z}|;$$

(5) різниця комплексних чисел $z_1 = a + ib$ і $z_2 = c + id$ обчислюється за формулою:

$$(a + ib) - (c + id) = (a - c) + i(b - d);$$

(6) частка комплексних чисел $z_1 = a + ib$ і $z_2 = c + id$ обчислюється за формулою:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a + ib}{c + id} = \frac{(ac + bd) + i(bc - ad)}{c^2 + d^2} = \frac{z_1 \cdot \overline{z_2}}{|z_2|^2}.$$

Ми пропонуємо читачеві довести твердження $(1) - (6)$ самостійно.

Ось три прості факти, які легко перевірити:

(1) модуль добутку двох комплексних чисел дорівнює добутку їх модулів:

$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|;$$

(2) добуток комплексного числа на його спряжене дорівнює квадрату його модуля:

$$z \cdot \overline{z} = |z|^2;$$

(3) обернене до комплексного числа $z = a + ib$ обчислюється за формулою:

$$\frac{1}{z} = \frac{a}{a^2 + b^2} - i\frac{b}{a^2 + b^2} = \frac{\overline{z}}{|z|^2}.$$

З цих та вище сформульованих властивостей додавання та множення комплексних чисел випливають такі їхні властивості:

(4) модуль комплексного числа дорівнює модулю його комплексно спряженого:

$$|z| = |\overline{z}|;$$

(5) різниця комплексних чисел $z_1 = a + ib$ і $z_2 = c + id$ обчислюється за формулою:

$$(a + ib) - (c + id) = (a - c) + i(b - d);$$

(6) частка комплексних чисел $z_1 = a + ib$ і $z_2 = c + id$ обчислюється за формулою:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a + ib}{c + id} = \frac{(ac + bd) + i(bc - ad)}{c^2 + d^2} = \frac{z_1 \cdot \overline{z_2}}{|z_2|^2}.$$

Ми пропонуємо читачеві довести твердження $(1) - (6)$ самостійно.

Ось три прості факти, які легко перевірити:

(1) модуль добутку двох комплексних чисел дорівнює добутку їх модулів:
$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|\,;$$
(2) добуток комплексного числа на його спряжене дорівнює квадрату його модуля:
$$z \cdot \overline{z} = |z|^2;$$
(3) обернене до комплексного числа $z = a + ib$ обчислюється за формулою:
$$\frac{1}{z} = \frac{a}{a^2+b^2} - i\frac{b}{a^2+b^2} = \frac{\overline{z}}{|z|^2}.$$

З цих та вище сформульованих властивостей додавання та множення комплексних чисел випливають такі їхні властивості:

(4) модуль комплексного числа дорівнює модулю його комплексно спряженого:
$$|z| = |\overline{z}|;$$
(5) різниця комплексних чисел $z_1 = a + ib$ і $z_2 = c + id$ обчислюється за формулою:
$$(a+ib) - (c+id) = (a-c) + i(b-d);$$
(6) частка комплексних чисел $z_1 = a + ib$ і $z_2 = c + id$ обчислюється за формулою:
$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a+ib}{c+id} = \frac{(ac+bd) + i(bc-ad)}{c^2+d^2} = \frac{z_1 \cdot \overline{z_2}}{|z_2|^2}.$$

Ми пропонуємо читачеві довести твердження $(1) - (6)$ самостійно.

Ось три прості факти, які легко перевірити:

(1) модуль добутку двох комплексних чисел дорівнює добутку їх модулів:

$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|\,;$$

(2) добуток комплексного числа на його спряжене дорівнює квадрату його модуля:

$$z \cdot \overline{z} = |z|^2;$$

(3) обернене до комплексного числа $z = a + ib$ обчислюється за формулою:

$$\frac{1}{z} = \frac{a}{a^2+b^2} - i\frac{b}{a^2+b^2} = \frac{\overline{z}}{|z|^2}.$$

З цих та вище сформульованих властивостей додавання та множення комплексних чисел випливають такі їхні властивості:

(4) модуль комплексного числа дорівнює модулю його комплексно спряженого:

$$|z| = |\overline{z}|;$$

(5) різниця комплексних чисел $z_1 = a + ib$ і $z_2 = c + id$ обчислюється за формулою:

$$(a+ib) - (c+id) = (a-c) + i(b-d);$$

(6) частка комплексних чисел $z_1 = a + ib$ і $z_2 = c + id$ обчислюється за формулою:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a+ib}{c+id} = \frac{(ac+bd)+i(bc-ad)}{c^2+d^2} = \frac{z_1 \cdot \overline{z_2}}{|z_2|^2}.$$

Ми пропонуємо читачеві довести твердження $(1) - (6)$ самостійно.

Комплексні числа

Ось три прості факти, які легко перевірити:

(1) модуль добутку двох комплексних чисел дорівнює добутку їх модулів:

$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|\,;$$

(2) добуток комплексного числа на його спряжене дорівнює квадрату його модуля:

$$z \cdot \overline{z} = |z|^2;$$

(3) обернене до комплексного числа $z = a + ib$ обчислюється за формулою:

$$\frac{1}{z} = \frac{a}{a^2 + b^2} - i\frac{b}{a^2 + b^2} = \frac{\overline{z}}{|z|^2}.$$

З цих та вище сформульованих властивостей додавання та множення комплексних чисел випливають такі їхні властивості:

(4) модуль комплексного числа дорівнює модулю його комплексно спряженого:

$$|\overline{z}| = |z|;$$

(5) різниця комплексних чисел $z_1 = a + ib$ і $z_2 = c + id$ обчислюється за формулою:

$$(a + ib) - (c + id) = (a - c) + i(b - d);$$

(6) частка комплексних чисел $z_1 = a + ib$ і $z_2 = c + id$ обчислюється за формулою:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a + ib}{c + id} = \frac{(ac + bd) + i(bc - ad)}{c^2 + d^2} = \frac{z_1 \cdot \overline{z_2}}{|z_2|^2}.$$

Ми пропонуємо читачеві довести твердження (1) – (6) самостійно.

Комплексні числа

Ось три прості факти, які легко перевірити:

(1) модуль добутку двох комплексних чисел дорівнює добутку їх модулів:

$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|\,;$$

(2) добуток комплексного числа на його спряжене дорівнює квадрату його модуля:

$$z \cdot \overline{z} = |z|^2;$$

(3) обернене до комплексного числа $z = a + ib$ обчислюється за формулою:

$$\frac{1}{z} = \frac{a}{a^2+b^2} - i\frac{b}{a^2+b^2} = \frac{\overline{z}}{|z|^2}.$$

З цих та вище сформульованих властивостей додавання та множення комплексних чисел випливають такі їхні властивості:

(4) модуль комплексного числа дорівнює модулю його комплексно спряженого:

$$|z| = |\overline{z}|;$$

(5) різниця комплексних чисел $z_1 = a + ib$ і $z_2 = c + id$ обчислюється за формулою:

$$(a+ib) - (c+id) = (a-c) + i(b-d);$$

(6) частка комплексних чисел $z_1 = a + ib$ і $z_2 = c + id$ обчислюється за формулою:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a+ib}{c+id} = \frac{(ac+bd)+i(bc-ad)}{c^2+d^2} = \frac{z_1 \cdot \overline{z_2}}{|z_2|^2}.$$

Ми пропонуємо читачеві довести твердження $(1)-(6)$ самостійно.

Ось три прості факти, які легко перевірити:

(1) модуль добутку двох комплексних чисел дорівнює добутку їх модулів:

$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|;$$

(2) добуток комплексного числа на його спряжене дорівнює квадрату його модуля:

$$z \cdot \overline{z} = |z|^2;$$

(3) обернене до комплексного числа $z = a + ib$ обчислюється за формулою:

$$\frac{1}{z} = \frac{a}{a^2+b^2} - i\frac{b}{a^2+b^2} = \frac{\overline{z}}{|z|^2}.$$

З цих та вище сформульованих властивостей додавання та множення комплексних чисел випливають такі їхні властивості:

(4) модуль комплексного числа дорівнює модулю його комплексно спряженого:

$$|z| = |\overline{z}|;$$

(5) різниця комплексних чисел $z_1 = a + ib$ і $z_2 = c + id$ обчислюється за формулою:

$$(a+ib) - (c+id) = (a-c) + i(b-d);$$

(6) частка комплексних чисел $z_1 = a + ib$ і $z_2 = c + id$ обчислюється за формулою:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a+ib}{c+id} = \frac{(ac+bd) + i(bc-ad)}{c^2+d^2} = \frac{z_1 \cdot \overline{z_2}}{|z_2|^2}.$$

Ми пропонуємо читачеві довести твердження $(1) - (6)$ самостійно.

Ось три прості факти, які легко перевірити:

(1) модуль добутку двох комплексних чисел дорівнює добутку їх модулів:
$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2| \, ;$$

(2) добуток комплексного числа на його спряжене дорівнює квадрату його модуля:
$$z \cdot \overline{z} = |z|^2;$$

(3) обернене до комплексного числа $z = a + ib$ обчислюється за формулою:
$$\frac{1}{z} = \frac{a}{a^2+b^2} - i\frac{b}{a^2+b^2} = \frac{\overline{z}}{|z|^2}.$$

З цих та вище сформульованих властивостей додавання та множення комплексних чисел випливають такі їхні властивості:

(4) модуль комплексного числа дорівнює модулю його комплексно спряженого:
$$|z| = |\overline{z}| \, ;$$

(5) різниця комплексних чисел $z_1 = a + ib$ і $z_2 = c + id$ обчислюється за формулою:
$$(a+ib) - (c+id) = (a-c) + i(b-d);$$

(6) частка комплексних чисел $z_1 = a + ib$ і $z_2 = c + id$ обчислюється за формулою:
$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a+ib}{c+id} = \frac{(ac+bd)+i(bc-ad)}{c^2+d^2} = \frac{z_1 \cdot \overline{z_2}}{|z_2|^2}.$$

Ми пропонуємо читачеві довести твердження (1) – (6) самостійно.

Ось три прості факти, які легко перевірити:

(1) модуль добутку двох комплексних чисел дорівнює добутку їх модулів:
$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|\,;$$

(2) добуток комплексного числа на його спряжене дорівнює квадрату його модуля:
$$z \cdot \overline{z} = |z|^2;$$

(3) обернене до комплексного числа $z = a + ib$ обчислюється за формулою:
$$\frac{1}{z} = \frac{a}{a^2+b^2} - i\frac{b}{a^2+b^2} = \frac{\overline{z}}{|z|^2}.$$

З цих та вище сформульованих властивостей додавання та множення комплексних чисел випливають такі їхні властивості:

(4) модуль комплексного числа дорівнює модулю його комплексно спряженого:
$$|z| = |\overline{z}|\,;$$

(5) різниця комплексних чисел $z_1 = a + ib$ і $z_2 = c + id$ обчислюється за формулою:
$$(a+ib) - (c+id) = (a-c) + i(b-d);$$

(6) частка комплексних чисел $z_1 = a + ib$ і $z_2 = c + id$ обчислюється за формулою:
$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a+ib}{c+id} = \frac{(ac+bd)+i(bc-ad)}{c^2+d^2} = \frac{z_1 \cdot \overline{z_2}}{|z_2|^2}.$$

Ми пропонуємо читачеві довести твердження (1) – (6) самостійно.

Ось три прості факти, які легко перевірити:

(1) модуль добутку двох комплексних чисел дорівнює добутку їх модулів:
$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|\,;$$

(2) добуток комплексного числа на його спряжене дорівнює квадрату його модуля:
$$z \cdot \overline{z} = |z|^2;$$

(3) обернене до комплексного числа $z = a + ib$ обчислюється за формулою:
$$\frac{1}{z} = \frac{a}{a^2+b^2} - i\frac{b}{a^2+b^2} = \frac{\overline{z}}{|z|^2}.$$

З цих та вище сформульованих властивостей додавання та множення комплексних чисел випливають такі їхні властивості:

(4) модуль комплексного числа дорівнює модулю його комплексно спряженого:
$$|z| = |\overline{z}|\,;$$

(5) різниця комплексних чисел $z_1 = a + ib$ і $z_2 = c + id$ обчислюється за формулою:
$$(a+ib) - (c+id) = (a-c) + i(b-d);$$

(6) частка комплексних чисел $z_1 = a + ib$ і $z_2 = c + id$ обчислюється за формулою:
$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a+ib}{c+id} = \frac{(ac+bd) + i(bc-ad)}{c^2+d^2} = \frac{z_1 \cdot \overline{z_2}}{|z_2|^2}.$$

Ми пропонуємо читачеві довести твердження (1) – (6) самостійно.

Ось три прості факти, які легко перевірити:

(1) модуль добутку двох комплексних чисел дорівнює добутку їх модулів:

$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|;$$

(2) добуток комплексного числа на його спряжене дорівнює квадрату його модуля:

$$z \cdot \overline{z} = |z|^2;$$

(3) обернене до комплексного числа $z = a + ib$ обчислюється за формулою:

$$\frac{1}{z} = \frac{a}{a^2+b^2} - i\frac{b}{a^2+b^2} = \frac{\overline{z}}{|z|^2}.$$

З цих та вище сформульованих властивостей додавання та множення комплексних чисел випливають такі їхні властивості:

(4) модуль комплексного числа дорівнює модулю його комплексно спряженого:

$$|z| = |\overline{z}|;$$

(5) різниця комплексних чисел $z_1 = a + ib$ і $z_2 = c + id$ обчислюється за формулою:

$$(a+ib) - (c+id) = (a-c) + i(b-d);$$

(6) частка комплексних чисел $z_1 = a + ib$ і $z_2 = c + id$ обчислюється за формулою:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a+ib}{c+id} = \frac{(ac+bd)+i(bc-ad)}{c^2+d^2} = \frac{z_1 \cdot \overline{z_2}}{|z_2|^2}.$$

Ми пропонуємо читачеві довести твердження (1) – (6) самостійно.

Ось три прості факти, які легко перевірити:

(1) модуль добутку двох комплексних чисел дорівнює добутку їх модулів:

$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|\,;$$

(2) добуток комплексного числа на його спряжене дорівнює квадрату його модуля:

$$z \cdot \overline{z} = |z|^2;$$

(3) обернене до комплексного числа $z = a + ib$ обчислюється за формулою:

$$\frac{1}{z} = \frac{a}{a^2+b^2} - i\frac{b}{a^2+b^2} = \frac{\overline{z}}{|z|^2}.$$

З цих та вище сформульованих властивостей додавання та множення комплексних чисел випливають такі їхні властивості:

(4) модуль комплексного числа дорівнює модулю його комплексно спряженого:

$$|z| = |\overline{z}|\,;$$

(5) різниця комплексних чисел $z_1 = a + ib$ і $z_2 = c + id$ обчислюється за формулою:

$$(a+ib) - (c+id) = (a-c) + i(b-d);$$

(6) частка комплексних чисел $z_1 = a + ib$ і $z_2 = c + id$ обчислюється за формулою:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a+ib}{c+id} = \frac{(ac+bd)+i(bc-ad)}{c^2+d^2} = \frac{z_1 \cdot \overline{z_2}}{|z_2|^2}.$$

Ми пропонуємо читачеві довести твердження (1) – (6) самостійно.

Ось три прості факти, які легко перевірити:

(1) модуль добутку двох комплексних чисел дорівнює добутку їх модулів:
$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|\,;$$
(2) добуток комплексного числа на його спряжене дорівнює квадрату його модуля:
$$z \cdot \overline{z} = |z|^2;$$
(3) обернене до комплексного числа $z = a + ib$ обчислюється за формулою:
$$\frac{1}{z} = \frac{a}{a^2+b^2} - i\frac{b}{a^2+b^2} = \frac{\overline{z}}{|z|^2}.$$

З цих та вище сформульованих властивостей додавання та множення комплексних чисел випливають такі їхні властивості:

(4) модуль комплексного числа дорівнює модулю його комплексно спряженого:
$$|z| = |\overline{z}|\,;$$
(5) різниця комплексних чисел $z_1 = a + ib$ і $z_2 = c + id$ обчислюється за формулою:
$$(a+ib) - (c+id) = (a-c) + i(b-d);$$
(6) частка комплексних чисел $z_1 = a + ib$ і $z_2 = c + id$ обчислюється за формулою:
$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a+ib}{c+id} = \frac{(ac+bd)+i(bc-ad)}{c^2+d^2} = \frac{z_1 \cdot \overline{z_2}}{|z_2|^2}.$$

Ми пропонуємо читачеві довести твердження (1) – (6) самостійно.

Ось три прості факти, які легко перевірити:

(1) модуль добутку двох комплексних чисел дорівнює добутку їх модулів:
$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|\,;$$
(2) добуток комплексного числа на його спряжене дорівнює квадрату його модуля:
$$z \cdot \overline{z} = |z|^2;$$
(3) обернене до комплексного числа $z = a + ib$ обчислюється за формулою:
$$\frac{1}{z} = \frac{a}{a^2+b^2} - i\frac{b}{a^2+b^2} = \frac{\overline{z}}{|z|^2}.$$

З цих та вище сформульованих властивостей додавання та множення комплексних чисел випливають такі їхні властивості:

(4) модуль комплексного числа дорівнює модулю його комплексно спряженого:
$$|z| = |\overline{z}|\,;$$
(5) різниця комплексних чисел $z_1 = a + ib$ і $z_2 = c + id$ обчислюється за формулою:
$$(a+ib) - (c+id) = (a-c) + i(b-d);$$
(6) частка комплексних чисел $z_1 = a + ib$ і $z_2 = c + id$ обчислюється за формулою:
$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a+ib}{c+id} = \frac{(ac+bd)+i(bc-ad)}{c^2+d^2} = \frac{z_1 \cdot \overline{z_2}}{|z_2|^2}.$$

Ми пропонуємо читачеві довести твердження (1) – (6) самостійно.

Ось три прості факти, які легко перевірити:

(1) модуль добутку двох комплексних чисел дорівнює добутку їх модулів:
$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|\,;$$
(2) добуток комплексного числа на його спряжене дорівнює квадрату його модуля:
$$z \cdot \overline{z} = |z|^2;$$
(3) обернене до комплексного числа $z = a + ib$ обчислюється за формулою:
$$\frac{1}{z} = \frac{a}{a^2+b^2} - i\frac{b}{a^2+b^2} = \frac{\overline{z}}{|z|^2}.$$

З цих та вище сформульованих властивостей додавання та множення комплексних чисел випливають такі їхні властивості:

(4) модуль комплексного числа дорівнює модулю його комплексно спряженого:
$$|z| = |\overline{z}|\,;$$
(5) різниця комплексних чисел $z_1 = a + ib$ і $z_2 = c + id$ обчислюється за формулою:
$$(a+ib) - (c+id) = (a-c) + i(b-d);$$
(6) частка комплексних чисел $z_1 = a + ib$ і $z_2 = c + id$ обчислюється за формулою:
$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a+ib}{c+id} = \frac{(ac+bd)+i(bc-ad)}{c^2+d^2} = \frac{z_1 \cdot \overline{z_2}}{|z_2|^2}.$$

Ми пропонуємо читачеві довести твердження $(1) - (6)$ самостійно.

Кожному комплексному числу $z = a + ib$ відповідає деякий вектор на площині, а саме радіус-вектор $\overrightarrow{OA}$ точки $A(a, b)$ (див. рис.).

Очевидно, що довільний вектор (на площині, чи в просторі) визначається довжиною та напрямком. Так, зокрема, вектор на площині можна визначити однозначно його довжиною та кутом, який цей вектор утворює з додатнім напрямком осі Ox. Домовимося, що надалі всі кути відраховуються від осі Ox проти годинникової стрілки.

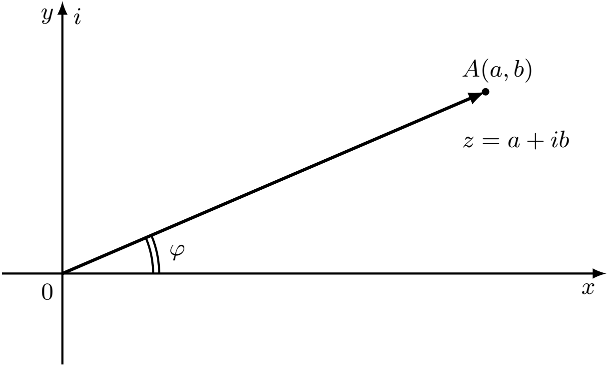
Кожному комплексному числу $z = a + ib$ відповідає деякий вектор на площині, а саме радіус-вектор $\overrightarrow{OA}$ точки $A(a, b)$ (див. рис.).

Очевидно, що довільний вектор (на площині, чи в просторі) визначається довжиною та напрямком. Так, зокрема, вектор на площині можна визначити однозначно його довжиною та кутом, який цей вектор утворює з додатнім напрямком осі Ox. Домовимося, що надалі всі кути відраховуються від осі Ox проти годинникової стрілки.

Кожному комплексному числу $z = a + ib$ відповідає деякий вектор на площині, а саме радіус-вектор $\overrightarrow{OA}$ точки $A(a, b)$ (див. рис.).

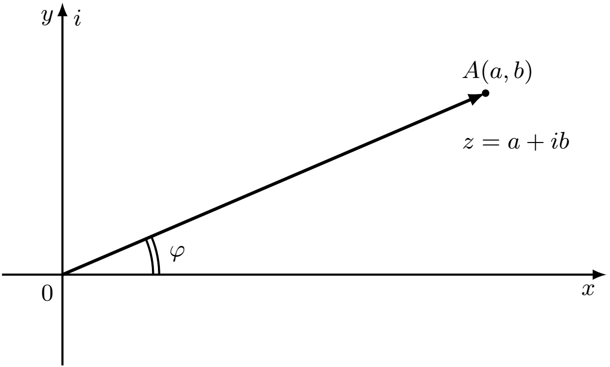
Очевидно, що довільний вектор (на площині, чи в просторі) визначається довжиною та напрямком. Так, зокрема, вектор на площині можна визначити однозначно його довжиною та кутом, який цей вектор утворює з додатнім напрямком осі Ox. Домовимося, що надалі всі кути відраховуються від осі Ox проти годинникової стрілки.

Кожному комплексному числу $z = a + ib$ відповідає деякий вектор на площині, а саме радіус-вектор $\overrightarrow{OA}$ точки $A(a,b)$ (див. рис.).



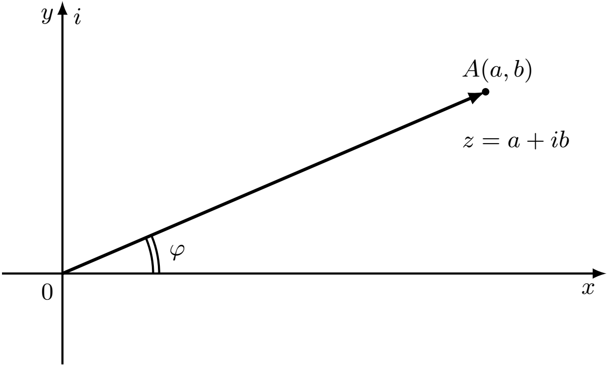
Очевидно, що довільний вектор (на площині, чи в просторі) визначається довжиною та напрямком. Так, зокрема, вектор на площині можна визначити однозначно його довжиною та кутом, який цей вектор утворює з додатнім напрямком осі Ox. Домовимося, що надалі всі кути відраховуються від осі Ox проти годинникової стрілки.

Кожному комплексному числу $z = a + ib$ відповідає деякий вектор на площині, а саме радіус-вектор $\overrightarrow{OA}$ точки $A(a, b)$ (див. рис.).



Очевидно, що довільний вектор (на площині, чи в просторі) визначається довжиною та напрямком. Так, зокрема, вектор на площині можна визначити однозначно його довжиною та кутом, який цей вектор утворює з додатнім напрямком осі Ox. Домовимося, що надалі всі кути відраховуються від осі Ox проти годинникової стрілки.

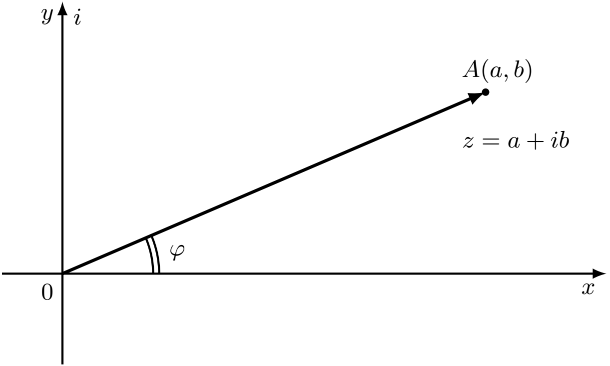
Кожному комплексному числу $z = a + ib$ відповідає деякий вектор на площині, а саме радіус-вектор $\overrightarrow{OA}$ точки $A(a, b)$ (див. рис.).



Очевидно, що довільний вектор (на площині, чи в просторі) визначається довжиною та напрямком. Так, зокрема, вектор на площині можна визначити однозначно його довжиною та кутом, який цей вектор утворює з додатнім напрямком осі Ox. Домовимося, що надалі всі кути відраховуються від осі Ox проти годинникової стрілки.

Комплексні числа. Тригонометрична форма комплексного числа

Кожному комплексному числу $z = a + ib$ відповідає деякий вектор на площині, а саме радіус-вектор $\overrightarrow{OA}$ точки $A(a, b)$ (див. рис.).



Очевидно, що довільний вектор (на площині, чи в просторі) визначається довжиною та напрямком. Так, зокрема, вектор на площині можна визначити однозначно його довжиною та кутом, який цей вектор утворює з додатнім напрямком осі Ox. Домовимося, що надалі всі кути відраховуються від осі Ox проти годинникової стрілки.

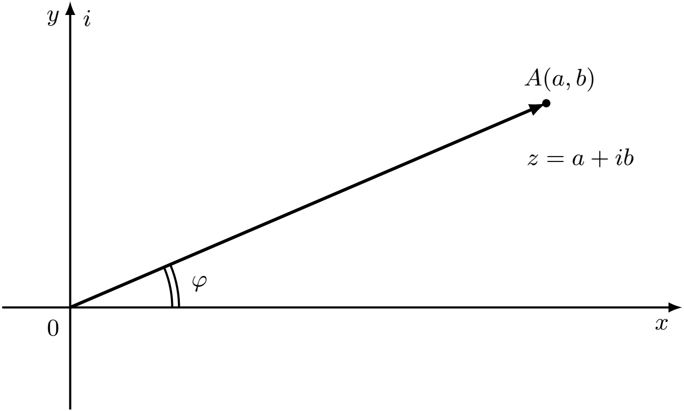
Якщо вектор $\overrightarrow{OA}$ відповідає комплексному числу $z = a + ib$, то через r позначимо довжину вектора $\overrightarrow{OA}$ (тобто модуль комплексного числа $z = a + ib$), а через φ кут, який утворює цей вектор з додатнім напрямком осі Ox.

Якщо вектор $\overrightarrow{OA}$ відповідає комплексному числу $z = a + ib$, то через r позначимо довжину вектора $\overrightarrow{OA}$ (тобто модуль комплексного числа $z = a + ib$), а через φ кут, який утворює цей вектор з додатнім напрямком осі Ox.

Якщо вектор $\overrightarrow{OA}$ відповідає комплексному числу $z = a + ib$, то через r позначимо довжину вектора $\overrightarrow{OA}$ (тобто модуль комплексного числа $z = a + ib$), а через φ кут, який утворює цей вектор з додатнім напрямком осі Ox.

Якщо вектор $\overrightarrow{OA}$ відповідає комплексному числу $z = a + ib$, то через r позначимо довжину вектора $\overrightarrow{OA}$ (тобто модуль комплексного числа $z = a + ib$), а через φ кут, який утворює цей вектор з додатнім напрямком осі Ox.

Якщо вектор $\overrightarrow{OA}$ відповідає комплексному числу $z = a + ib$, то через r позначимо довжину вектора $\overrightarrow{OA}$ (тобто модуль комплексного числа $z = a + ib$), а через φ кут, який утворює цей вектор з додатнім напрямком осі Ox.



Тоді

$$r = \sqrt{a^2 + b^2},$$
$$a = r\cos\varphi,$$
$$b = r\sin\varphi,$$

а отже

$$z = a + ib = r\cos\varphi + ir\sin\varphi = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

У цьому випадку кут φ будемо називати *аргументом* комплексного числа $z = a + ib$. Надалі аргумент комплексного числа $z = a + ib$ будемо позначати через $\arg z$. Якщо $|z| = 0$, то аргумент $\arg z$ числа z невизначений. Також аргумент кожного ненульового комплексного числа визначається з точністю до 2π. Очевидно, що аргумент комплексного числа $z = a + ib$ визначається з системи рівнянь

$$\begin{aligned} \cos\varphi &= \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}; \\ \sin\varphi &= \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}. \end{aligned} \tag{1}$$

Запис комплексного числа $z = a + ib$ у вигляді

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi) \tag{2}$$

називається *тригонометричною формою комплексного числа*.

Тоді

$$r = \sqrt{a^2 + b^2},$$
$$a = r\cos\varphi,$$
$$b = r\sin\varphi,$$

а отже

$$z = a + ib = r\cos\varphi + ir\sin\varphi = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

У цьому випадку кут φ будемо називати *аргументом* комплексного числа $z = a + ib$. Надалі аргумент комплексного числа $z = a + ib$ будемо позначати через $\arg z$. Якщо $|z| = 0$, то аргумент $\arg z$ числа z невизначений. Також аргумент кожного ненульового комплексного числа визначається з точністю до 2π. Очевидно, що аргумент комплексного числа $z = a + ib$ визначається з системи рівнянь

$$\cos\varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}; \qquad \sin\varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}. \tag{1}$$

Запис комплексного числа $z = a + ib$ у вигляді

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi) \tag{2}$$

називається *тригонометричною формою комплексного числа*.

Тоді

$$r = \sqrt{a^2 + b^2},$$
$$a = r\cos\varphi,$$
$$b = r\sin\varphi,$$

а отже

$$z = a + ib = r\cos\varphi + ir\sin\varphi = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

У цьому випадку кут φ будемо називати *аргументом* комплексного числа $z = a + ib$. Надалі аргумент комплексного числа $z = a + ib$ будемо позначати через $\arg z$. Якщо $|z| = 0$, то аргумент $\arg z$ числа z невизначений. Також аргумент кожного ненульового комплексного числа визначається з точністю до 2π. Очевидно, що аргумент комплексного числа $z = a + ib$ визначається з системи рівнянь

$$\cos\varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}; \qquad \sin\varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}. \tag{1}$$

Запис комплексного числа $z = a + ib$ у вигляді

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi) \tag{2}$$

називається *тригонометричною формою комплексного числа*.

Тоді

$$r = \sqrt{a^2 + b^2},$$
$$a = r\cos\varphi,$$
$$b = r\sin\varphi,$$

а отже

$$z = a + ib = r\cos\varphi + ir\sin\varphi = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

У цьому випадку кут φ будемо називати *аргументом* комплексного числа $z = a + ib$. Надалі аргумент комплексного числа $z = a + ib$ будемо позначати через $\arg z$. Якщо $|z| = 0$, то аргумент $\arg z$ числа z невизначений. Також аргумент кожного ненульового комплексного числа визначається з точністю до 2π. Очевидно, що аргумент комплексного числа $z = a + ib$ визначається з системи рівнянь

$$\begin{aligned} \cos\varphi &= \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}; \\ \sin\varphi &= \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}. \end{aligned} \tag{1}$$

Запис комплексного числа $z = a + ib$ у вигляді

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi) \tag{2}$$

називається *тригонометричною формою комплексного числа*.

Тоді

$$r = \sqrt{a^2 + b^2},$$
$$a = r\cos\varphi,$$
$$b = r\sin\varphi,$$

а отже

$$z = a + ib = r\cos\varphi + ir\sin\varphi = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

У цьому випадку кут φ будемо називати *аргументом* комплексного числа $z = a + ib$. Надалі аргумент комплексного числа $z = a + ib$ будемо позначати через $\arg z$. Якщо $|z| = 0$, то аргумент $\arg z$ числа z невизначений. Також аргумент кожного ненульового комплексного числа визначається з точністю до 2π. Очевидно, що аргумент комплексного числа $z = a + ib$ визначається з системи рівнянь

$$\cos\varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}; \qquad \sin\varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}. \tag{1}$$

Запис комплексного числа $z = a + ib$ у вигляді

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi) \tag{2}$$

називається *тригонометричною формою комплексного числа*.

Тоді

$$r = \sqrt{a^2 + b^2},$$
$$a = r\cos\varphi,$$
$$b = r\sin\varphi,$$

а отже

$$z = a + ib = r\cos\varphi + ir\sin\varphi = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

У цьому випадку кут φ будемо називати *аргументом* комплексного числа $z = a + ib$. Надалі аргумент комплексного числа $z = a + ib$ будемо позначати через $\arg z$. Якщо $|z| = 0$, то аргумент $\arg z$ числа z невизначений. Також аргумент кожного ненульового комплексного числа визначається з точністю до 2π. Очевидно, що аргумент комплексного числа $z = a + ib$ визначається з системи рівнянь

$$\cos\varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}; \qquad \sin\varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}. \tag{1}$$

Запис комплексного числа $z = a + ib$ у вигляді

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi) \tag{2}$$

називається *тригонометричною формою комплексного числа*.

Тоді

$$r = \sqrt{a^2 + b^2},$$
$$a = r\cos\varphi,$$
$$b = r\sin\varphi,$$

а отже

$$z = a + ib = r\cos\varphi + ir\sin\varphi = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

У цьому випадку кут φ будемо називати *аргументом* комплексного числа $z = a + ib$. Надалі аргумент комплексного числа $z = a + ib$ будемо позначати через $\arg z$. Якщо $|z| = 0$, то аргумент $\arg z$ числа z невизначений. Також аргумент кожного ненульового комплексного числа визначається з точністю до 2π. Очевидно, що аргумент комплексного числа $z = a + ib$ визначається з системи рівнянь

$$\cos\varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}; \qquad \sin\varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}. \tag{1}$$

Запис комплексного числа $z = a + ib$ у вигляді

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi) \tag{2}$$

називається *тригонометричною формою комплексного числа*.

Тоді

$$r = \sqrt{a^2 + b^2},$$
$$a = r\cos\varphi,$$
$$b = r\sin\varphi,$$

а отже

$$z = a + ib = r\cos\varphi + ir\sin\varphi = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

У цьому випадку кут φ будемо називати *аргументом* комплексного числа $z = a + ib$. Надалі аргумент комплексного числа $z = a + ib$ будемо позначати через $\arg z$. Якщо $|z| = 0$, то аргумент $\arg z$ числа z невизначений. Також аргумент кожного ненульового комплексного числа визначається з точністю до 2π. Очевидно, що аргумент комплексного числа $z = a + ib$ визначається з системи рівнянь

$$\cos\varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}; \qquad \sin\varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}. \tag{1}$$

Запис комплексного числа $z = a + ib$ у вигляді

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi) \tag{2}$$

називається *тригонометричною формою комплексного числа*.

Тоді

$$r = \sqrt{a^2 + b^2},$$
$$a = r\cos\varphi,$$
$$b = r\sin\varphi,$$

а отже

$$z = a + ib = r\cos\varphi + ir\sin\varphi = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

У цьому випадку кут φ будемо називати *аргументом* комплексного числа $z = a + ib$. Надалі аргумент комплексного числа $z = a + ib$ будемо позначати через $\arg z$. Якщо $|z| = 0$, то аргумент $\arg z$ числа z невизначений. Також аргумент кожного ненульового комплексного числа визначається з точністю до 2π. Очевидно, що аргумент комплексного числа $z = a + ib$ визначається з системи рівнянь

$$\cos\varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}};\qquad \sin\varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}. \tag{1}$$

Запис комплексного числа $z = a + ib$ у вигляді

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi) \tag{2}$$

називається *тригонометричною формою комплексного числа*.

Тоді

$$r = \sqrt{a^2 + b^2},$$
$$a = r\cos\varphi,$$
$$b = r\sin\varphi,$$

а отже

$$z = a + ib = r\cos\varphi + ir\sin\varphi = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

У цьому випадку кут φ будемо називати *аргументом* комплексного числа $z = a + ib$. Надалі аргумент комплексного числа $z = a + ib$ будемо позначати через $\arg z$. Якщо $|z| = 0$, то аргумент $\arg z$ числа z невизначений. Також аргумент кожного ненульового комплексного числа визначається з точністю до 2π. Очевидно, що аргумент комплексного числа $z = a + ib$ визначається з системи рівнянь

$$\begin{cases} \cos\varphi = \dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}; \\ \sin\varphi = \dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}. \end{cases} \tag{1}$$

Запис комплексного числа $z = a + ib$ у вигляді

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi) \tag{2}$$

називається *тригонометричною формою комплексного числа*.

Тоді

$$r = \sqrt{a^2 + b^2},$$
$$a = r\cos\varphi,$$
$$b = r\sin\varphi,$$

а отже

$$z = a + ib = r\cos\varphi + ir\sin\varphi = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

У цьому випадку кут φ будемо називати *аргументом* комплексного числа $z = a + ib$. Надалі аргумент комплексного числа $z = a + ib$ будемо позначати через $\arg z$. Якщо $|z| = 0$, то аргумент $\arg z$ числа z невизначений. Також аргумент кожного ненульового комплексного числа визначається з точністю до 2π. Очевидно, що аргумент комплексного числа $z = a + ib$ визначається з системи рівнянь

$$\cos\varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}; \qquad \sin\varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}. \tag{1}$$

Запис комплексного числа $z = a + ib$ у вигляді

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi) \tag{2}$$

називається *тригонометричною формою комплексного числа*.

Тоді

$$r = \sqrt{a^2 + b^2},$$
$$a = r\cos\varphi,$$
$$b = r\sin\varphi,$$

а отже

$$z = a + ib = r\cos\varphi + ir\sin\varphi = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

У цьому випадку кут φ будемо називати *аргументом* комплексного числа $z = a + ib$. Надалі аргумент комплексного числа $z = a + ib$ будемо позначати через $\arg z$. Якщо $|z| = 0$, то аргумент $\arg z$ числа z невизначений. Також аргумент кожного ненульового комплексного числа визначається з точністю до 2π. Очевидно, що аргумент комплексного числа $z = a + ib$ визначається з системи рівнянь

$$\cos\varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}; \qquad \sin\varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}. \tag{1}$$

Запис комплексного числа $z = a + ib$ у вигляді

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi) \tag{2}$$

називається *тригонометричною формою комплексного числа*.

Тоді

$$r = \sqrt{a^2 + b^2},$$
$$a = r\cos\varphi,$$
$$b = r\sin\varphi,$$

а отже

$$z = a + ib = r\cos\varphi + ir\sin\varphi = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

У цьому випадку кут φ будемо називати *аргументом* комплексного числа $z = a + ib$. Надалі аргумент комплексного числа $z = a + ib$ будемо позначати через $\arg z$. Якщо $|z| = 0$, то аргумент $\arg z$ числа z невизначений. Також аргумент кожного ненульового комплексного числа визначається з точністю до 2π. Очевидно, що аргумент комплексного числа $z = a + ib$ визначається з системи рівнянь

$$\cos\varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}; \qquad \sin\varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}. \tag{1}$$

Запис комплексного числа $z = a + ib$ у вигляді

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi) \tag{2}$$

називається *тригонометричною формою комплексного числа.*

Тоді

$$r = \sqrt{a^2 + b^2},$$
$$a = r\cos\varphi,$$
$$b = r\sin\varphi,$$

а отже

$$z = a + ib = r\cos\varphi + ir\sin\varphi = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

У цьому випадку кут φ будемо називати *аргументом* комплексного числа $z = a + ib$. Надалі аргумент комплексного числа $z = a + ib$ будемо позначати через $\arg z$. Якщо $|z| = 0$, то аргумент $\arg z$ числа z невизначений. Також аргумент кожного ненульового комплексного числа визначається з точністю до 2π. Очевидно, що аргумент комплексного числа $z = a + ib$ визначається з системи рівнянь

$$\cos\varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}; \qquad \sin\varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}. \tag{1}$$

Запис комплексного числа $z = a + ib$ у вигляді

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi) \tag{2}$$

називається *тригонометричною формою комплексного числа*.

Зауважимо, що число φ є аргументом комплексного числа $z = a + ib$ тоді і тільки тоді, коли виконуються обидві рівності

$$\begin{aligned} \cos\varphi &= \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}; \\ \sin\varphi &= \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}. \end{aligned} \tag{1}$$

Отже, для знаходження аргументу комплексного числа $z = a + ib$ необхідно розв'язати систему рівнянь (1). Ця система має безліч розв'язків, і всі ці розв'язки визначаються формулою

$$\varphi = \varphi_0 + 2\pi k, \qquad k \in \mathbb{Z},$$

де φ_0 — один з розв'язків системи (1). Таким чином, аргумент комплексного числа визначається неоднозначно, тобто

$$\arg z = \varphi_0 + 2\pi k, \qquad k \in \mathbb{Z}. \tag{3}$$

Тому ми надалі вважаємо, що $0 \le \varphi < 2\pi$.

Зауважимо, що число φ є аргументом комплексного числа $z = a + ib$ тоді і тільки тоді, коли виконуються обидві рівності

$$\cos\varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}};\qquad \sin\varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}. \tag{1}$$

Отже, для знаходження аргументу комплексного числа $z = a + ib$ необхідно розв'язати систему рівнянь (1). Ця система має безліч розв'язків, і всі ці розв'язки визначаються формулою

$$\varphi = \varphi_0 + 2\pi k, \qquad k \in \mathbb{Z},$$

де φ_0 — один з розв'язків системи (1). Таким чином, аргумент комплексного числа визначається неоднозначно, тобто

$$\arg z = \varphi_0 + 2\pi k, \qquad k \in \mathbb{Z}. \tag{3}$$

Тому ми надалі вважаємо, що $0 \le \varphi < 2\pi$.

Зауважимо, що число φ є аргументом комплексного числа $z = a + ib$ тоді і тільки тоді, коли виконуються обидві рівності

$$\begin{aligned} \cos\varphi &= \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}; \\ \sin\varphi &= \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}. \end{aligned} \tag{1}$$

Отже, для знаходження аргументу комплексного числа $z = a + ib$ необхідно розв'язати систему рівнянь (1). Ця система має безліч розв'язків, і всі ці розв'язки визначаються формулою

$$\varphi = \varphi_0 + 2\pi k, \qquad k \in \mathbb{Z},$$

де φ_0 — один з розв'язків системи (1). Таким чином, аргумент комплексного числа визначається неоднозначно, тобто

$$\arg z = \varphi_0 + 2\pi k, \qquad k \in \mathbb{Z}. \tag{3}$$

Тому ми надалі вважаємо, що $0 \le \varphi < 2\pi$.

Зауважимо, що число φ є аргументом комплексного числа $z = a + ib$ тоді і тільки тоді, коли виконуються обидві рівності

$$\begin{aligned} \cos\varphi &= \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}; \\ \sin\varphi &= \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}. \end{aligned} \qquad (1)$$

Отже, для знаходження аргументу комплексного числа $z = a + ib$ необхідно розв'язати систему рівнянь (1). Ця система має безліч розв'язків, і всі ці розв'язки визначаються формулою

$$\varphi = \varphi_0 + 2\pi k, \qquad k \in \mathbb{Z},$$

де φ_0 — один з розв'язків системи (1). Таким чином, аргумент комплексного числа визначається неоднозначно, тобто

$$\arg z = \varphi_0 + 2\pi k, \qquad k \in \mathbb{Z}. \qquad (3)$$

Тому ми надалі вважаємо, що $0 \le \varphi < 2\pi$.

Комплексні числа. Тригонометрична форма комплексного числа

Зауважимо, що число φ є аргументом комплексного числа $z = a + ib$ тоді і тільки тоді, коли виконуються обидві рівності

$$\begin{aligned} \cos\varphi &= \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}; \\ \sin\varphi &= \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}. \end{aligned} \tag{1}$$

Отже, для знаходження аргументу комплексного числа $z = a + ib$ необхідно розв'язати систему рівнянь (1). Ця система має безліч розв'язків, і всі ці розв'язки визначаються формулою

$$\varphi = \varphi_0 + 2\pi k, \qquad k \in \mathbb{Z},$$

де φ_0 — один з розв'язків системи (1). Таким чином, аргумент комплексного числа визначається неоднозначно, тобто

$$\arg z = \varphi_0 + 2\pi k, \qquad k \in \mathbb{Z}. \tag{3}$$

Тому ми надалі вважаємо, що $0 \leq \varphi < 2\pi$.

Зауважимо, що число φ є аргументом комплексного числа $z = a + ib$ тоді і тільки тоді, коли виконуються обидві рівності

$$\begin{aligned} \cos\varphi &= \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}; \\ \sin\varphi &= \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}. \end{aligned} \tag{1}$$

Отже, для знаходження аргументу комплексного числа $z = a + ib$ необхідно розв'язати систему рівнянь (1). Ця система має безліч розв'язків, і всі ці розв'язки визначаються формулою

$$\varphi = \varphi_0 + 2\pi k, \qquad k \in \mathbb{Z},$$

де φ_0 — один з розв'язків системи (1). Таким чином, аргумент комплексного числа визначається неоднозначно, тобто

$$\arg z = \varphi_0 + 2\pi k, \qquad k \in \mathbb{Z}. \tag{3}$$

Тому ми надалі вважаємо, що $0 \le \varphi < 2\pi$.

Зауважимо, що число φ є аргументом комплексного числа $z = a + ib$ тоді і тільки тоді, коли виконуються обидві рівності

$$\begin{aligned} \cos\varphi &= \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}; \\ \sin\varphi &= \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}. \end{aligned} \tag{1}$$

Отже, для знаходження аргументу комплексного числа $z = a + ib$ необхідно розв'язати систему рівнянь (1). Ця система має безліч розв'язків, і всі ці розв'язки визначаються формулою

$$\varphi = \varphi_0 + 2\pi k, \qquad k \in \mathbb{Z},$$

де φ_0 — один з розв'язків системи (1). Таким чином, аргумент комплексного числа визначається неоднозначно, тобто

$$\arg z = \varphi_0 + 2\pi k, \qquad k \in \mathbb{Z}. \tag{3}$$

Тому ми надалі вважаємо, що $0 \leq \varphi < 2\pi$.

Зауважимо, що число φ є аргументом комплексного числа $z = a + ib$ тоді і тільки тоді, коли виконуються обидві рівності

$$\begin{aligned} \cos\varphi &= \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}; \\ \sin\varphi &= \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}. \end{aligned} \tag{1}$$

Отже, для знаходження аргументу комплексного числа $z = a + ib$ необхідно розв'язати систему рівнянь (1). Ця система має безліч розв'язків, і всі ці розв'язки визначаються формулою

$$\varphi = \varphi_0 + 2\pi k, \qquad k \in \mathbb{Z},$$

де φ_0 — один з розв'язків системи (1). Таким чином, аргумент комплексного числа визначається неоднозначно, тобто

$$\arg z = \varphi_0 + 2\pi k, \qquad k \in \mathbb{Z}. \tag{3}$$

Тому ми надалі вважаємо, що $0 \leq \varphi < 2\pi$.

Зауважимо, що число φ є аргументом комплексного числа $z = a + ib$ тоді і тільки тоді, коли виконуються обидві рівності

$$\begin{aligned} \cos\varphi &= \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}; \\ \sin\varphi &= \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}. \end{aligned} \tag{1}$$

Отже, для знаходження аргументу комплексного числа $z = a + ib$ необхідно розв'язати систему рівнянь (1). Ця система має безліч розв'язків, і всі ці розв'язки визначаються формулою

$$\varphi = \varphi_0 + 2\pi k, \qquad k \in \mathbb{Z},$$

де φ_0 — один з розв'язків системи (1). Таким чином, аргумент комплексного числа визначається неоднозначно, тобто

$$\arg z = \varphi_0 + 2\pi k, \qquad k \in \mathbb{Z}. \tag{3}$$

Тому ми надалі вважаємо, що $0 \leq \varphi < 2\pi$.

Зауважимо, що число φ є аргументом комплексного числа $z = a + ib$ тоді і тільки тоді, коли виконуються обидві рівності

$$\begin{aligned} \cos\varphi &= \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}; \\ \sin\varphi &= \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}. \end{aligned} \tag{1}$$

Отже, для знаходження аргументу комплексного числа $z = a + ib$ необхідно розв'язати систему рівнянь (1). Ця система має безліч розв'язків, і всі ці розв'язки визначаються формулою

$$\varphi = \varphi_0 + 2\pi k, \qquad k \in \mathbb{Z},$$

де φ_0 — один з розв'язків системи (1). Таким чином, аргумент комплексного числа визначається неоднозначно, тобто

$$\arg z = \varphi_0 + 2\pi k, \qquad k \in \mathbb{Z}. \tag{3}$$

Тому ми надалі вважаємо, що $0 \le \varphi < 2\pi$.

Зауважимо, що число φ є аргументом комплексного числа $z = a + ib$ тоді і тільки тоді, коли виконуються обидві рівності

$$\begin{aligned} \cos\varphi &= \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}; \\ \sin\varphi &= \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}. \end{aligned} \tag{1}$$

Отже, для знаходження аргументу комплексного числа $z = a + ib$ необхідно розв'язати систему рівнянь (1). Ця система має безліч розв'язків, і всі ці розв'язки визначаються формулою

$$\varphi = \varphi_0 + 2\pi k, \qquad k \in \mathbb{Z},$$

де φ_0 — один з розв'язків системи (1). Таким чином, аргумент комплексного числа визначається неоднозначно, тобто

$$\arg z = \varphi_0 + 2\pi k, \qquad k \in \mathbb{Z}. \tag{3}$$

Тому ми надалі вважаємо, що $0 \le \varphi < 2\pi$.

Модуль добутку комплексних чисел дорівнює добутку модулів, модуль частки — частці модулів, а аргумент — аргументу суми (різниці) комплексних чисел, тобто

$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|;$$
$$\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|};$$
$$\arg(z_1 \cdot z_2) = \arg z_1 + \arg z_2;$$
$$\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \arg z_1 - \arg z_2.$$

Тобто, якщо комплексні числа задано у тригонометричній формі

$$z_1 = r_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1);$$
$$z_2 = r_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2),$$

то

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2(\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 + \varphi_2));$$
$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}(\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 - \varphi_2)).$$

Ці формули ми пропонуємо довести читачеві самостійно.

Модуль добутку комплексних чисел дорівнює добутку модулів, модуль частки — частці модулів, а аргумент — аргументу суми (різниці) комплексних чисел, тобто

$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|;$$
$$\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|};$$
$$\arg(z_1 \cdot z_2) = \arg z_1 + \arg z_2;$$
$$\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \arg z_1 - \arg z_2.$$

Тобто, якщо комплексні числа задано у тригонометричній формі

$$z_1 = r_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1);$$
$$z_2 = r_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2),$$

то

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2(\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 + \varphi_2));$$
$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}(\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 - \varphi_2)).$$

Ці формули ми пропонуємо довести читачеві самостійно.

Модуль добутку комплексних чисел дорівнює добутку модулів, модуль частки — частці модулів, а аргумент — аргументу суми (різниці) комплексних чисел, тобто

$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|;$$
$$\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|};$$
$$\arg(z_1 \cdot z_2) = \arg z_1 + \arg z_2;$$
$$\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \arg z_1 - \arg z_2.$$

Тобто, якщо комплексні числа задано у тригонометричній формі

$$z_1 = r_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1);$$
$$z_2 = r_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2),$$

то

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2(\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 + \varphi_2));$$
$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}(\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 - \varphi_2)).$$

Ці формули ми пропонуємо довести читачеві самостійно.

Модуль добутку комплексних чисел дорівнює добутку модулів, модуль частки — частці модулів, а аргумент — аргументу суми (різниці) комплексних чисел, тобто

$$
\begin{aligned}
&|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|;\\
&\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|};\\
&\arg(z_1 \cdot z_2) = \arg z_1 + \arg z_2;\\
&\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \arg z_1 - \arg z_2.
\end{aligned}
$$

Тобто, якщо комплексні числа задано у тригонометричній формі

$$
\begin{aligned}
z_1 &= r_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1);\\
z_2 &= r_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2),
\end{aligned}
$$

то

$$
\begin{aligned}
z_1 \cdot z_2 &= r_1 \cdot r_2(\cos(\varphi_1+\varphi_2) + i\sin(\varphi_1+\varphi_2));\\
\frac{z_1}{z_2} &= \frac{r_1}{r_2}(\cos(\varphi_1-\varphi_2) + i\sin(\varphi_1-\varphi_2)).
\end{aligned}
$$

Ці формули ми пропонуємо довести читачеві самостійно.

Модуль добутку комплексних чисел дорівнює добутку модулів, модуль частки — частці модулів, а аргумент — аргументу суми (різниці) комплексних чисел, тобто

$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|;$$
$$\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|};$$
$$\arg(z_1 \cdot z_2) = \arg z_1 + \arg z_2;$$
$$\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \arg z_1 - \arg z_2.$$

Тобто, якщо комплексні числа задано у тригонометричній формі

$$z_1 = r_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1);$$
$$z_2 = r_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2),$$

то

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2(\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 + \varphi_2));$$
$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}(\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 - \varphi_2)).$$

Ці формули ми пропонуємо довести читачеві самостійно.

Модуль добутку комплексних чисел дорівнює добутку модулів, модуль частки — частці модулів, а аргумент — аргументу суми (різниці) комплексних чисел, тобто

$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|;$$
$$\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|};$$
$$\arg(z_1 \cdot z_2) = \arg z_1 + \arg z_2;$$
$$\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \arg z_1 - \arg z_2.$$

Тобто, якщо комплексні числа задано у тригонометричній формі

$$z_1 = r_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1);$$
$$z_2 = r_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2),$$

то

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2(\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 + \varphi_2));$$
$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}(\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 - \varphi_2)).$$

Ці формули ми пропонуємо довести читачеві самостійно.

Модуль добутку комплексних чисел дорівнює добутку модулів, модуль частки — частці модулів, а аргумент — аргументу суми (різниці) комплексних чисел, тобто

$$\begin{aligned}
&|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|;\\
&\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|};\\
&\arg(z_1 \cdot z_2) = \arg z_1 + \arg z_2;\\
&\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \arg z_1 - \arg z_2.
\end{aligned}$$

Тобто, якщо комплексні числа задано у тригонометричній формі

$$z_1 = r_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1);$$
$$z_2 = r_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2),$$

то

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2(\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 + \varphi_2));$$
$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}(\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 - \varphi_2)).$$

Ці формули ми пропонуємо довести читачеві самостійно.

Модуль добутку комплексних чисел дорівнює добутку модулів, модуль частки — частці модулів, а аргумент — аргументу суми (різниці) комплексних чисел, тобто

$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|;$$
$$\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|};$$
$$\arg(z_1 \cdot z_2) = \arg z_1 + \arg z_2;$$
$$\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \arg z_1 - \arg z_2.$$

Тобто, якщо комплексні числа задано у тригонометричній формі

$$z_1 = r_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1);$$
$$z_2 = r_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2),$$

то

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2(\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 + \varphi_2));$$
$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}(\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 - \varphi_2)).$$

Ці формули ми пропонуємо довести читачеві самостійно.

Модуль добутку комплексних чисел дорівнює добутку модулів, модуль частки — частці модулів, а аргумент — аргументу суми (різниці) комплексних чисел, тобто

$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|;$$
$$\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|};$$
$$\arg(z_1 \cdot z_2) = \arg z_1 + \arg z_2;$$
$$\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \arg z_1 - \arg z_2.$$

Тобто, якщо комплексні числа задано у тригонометричній формі

$$z_1 = r_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1);$$
$$z_2 = r_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2),$$

то

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2(\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 + \varphi_2));$$
$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}(\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 - \varphi_2)).$$

Ці формули ми пропонуємо довести читачеві самостійно.

Модуль добутку комплексних чисел дорівнює добутку модулів, модуль частки — частці модулів, а аргумент — аргументу суми (різниці) комплексних чисел, тобто

$$\begin{aligned}
&|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|;\\
&\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|};\\
&\arg(z_1 \cdot z_2) = \arg z_1 + \arg z_2;\\
&\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \arg z_1 - \arg z_2.
\end{aligned}$$

Тобто, якщо комплексні числа задано у тригонометричній формі

$$\begin{aligned}
z_1 &= r_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1);\\
z_2 &= r_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2),
\end{aligned}$$

то

$$\begin{aligned}
z_1 \cdot z_2 &= r_1 \cdot r_2(\cos(\varphi_1+\varphi_2) + i\sin(\varphi_1+\varphi_2));\\
\frac{z_1}{z_2} &= \frac{r_1}{r_2}(\cos(\varphi_1-\varphi_2) + i\sin(\varphi_1-\varphi_2)).
\end{aligned}$$

Ці формули ми пропонуємо довести читачеві самостійно.

Модуль добутку комплексних чисел дорівнює добутку модулів, модуль частки — частці модулів, а аргумент — аргументу суми (різниці) комплексних чисел, тобто

$$\begin{aligned} &|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|; \\ &\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}; \\ &\arg(z_1 \cdot z_2) = \arg z_1 + \arg z_2; \\ &\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \arg z_1 - \arg z_2. \end{aligned}$$

Тобто, якщо комплексні числа задано у тригонометричній формі

$$\begin{aligned} z_1 &= r_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1); \\ z_2 &= r_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2), \end{aligned}$$

то

$$\begin{aligned} z_1 \cdot z_2 &= r_1 \cdot r_2(\cos(\varphi_1+\varphi_2) + i\sin(\varphi_1+\varphi_2)); \\ \frac{z_1}{z_2} &= \frac{r_1}{r_2}(\cos(\varphi_1-\varphi_2) + i\sin(\varphi_1-\varphi_2)). \end{aligned}$$

Ці формули ми пропонуємо довести читачеві самостійно.

Приклад 1.2.10

Комплексні числа $z_1 = -1 + i$, $z_2 = \sqrt{3} + i$ записати в тригонометричній формі і знайти $z_1 \cdot z_2$ і $\dfrac{z_1}{z_2}$.

Розв'язок. Знаходимо $|z_1| = \sqrt{(-1)^2 + (1)^2} = \sqrt{2}$. З системи

$$\begin{cases} \cos\varphi = \dfrac{-1}{\sqrt{2}} \\ \sin\varphi = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

маємо $\varphi = \dfrac{3\pi}{4}$. Отже,

$$z_1 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right).$$

Тоді

$$|z_2| = \sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2 + 1^2} = 2; \qquad \cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sin\varphi = \frac{1}{2}, \quad \varphi = \frac{\pi}{6}.$$

Таким чином,

$$z_2 = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right).$$

Приклад 1.2.10

Комплексні числа $z_1 = -1 + i$, $z_2 = \sqrt{3} + i$ записати в тригонометричній формі і знайти $z_1 \cdot z_2$ і $\dfrac{z_1}{z_2}$.

Розв'язок. Знаходимо $|z_1| = \sqrt{(-1)^2 + (1)^2} = \sqrt{2}$. З системи

$$\begin{cases} \cos\varphi = \dfrac{-1}{\sqrt{2}} \\ \sin\varphi = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

маємо $\varphi = \dfrac{3\pi}{4}$. Отже,

$$z_1 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right).$$

Тоді

$$|z_2| = \sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2 + 1^2} = 2; \qquad \cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sin\varphi = \frac{1}{2}, \quad \varphi = \frac{\pi}{6}.$$

Таким чином,

$$z_2 = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right).$$

Приклад 1.2.10

Комплексні числа $z_1 = -1 + i$, $z_2 = \sqrt{3} + i$ записати в тригонометричній формі і знайти $z_1 \cdot z_2$ і $\dfrac{z_1}{z_2}$.

Розв'язок. Знаходимо $|z_1| = \sqrt{(-1)^2 + (1)^2} = \sqrt{2}$. З системи

$$\begin{cases} \cos\varphi = \dfrac{-1}{\sqrt{2}} \\ \sin\varphi = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

маємо $\varphi = \dfrac{3\pi}{4}$. Отже,

$$z_1 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right).$$

Тоді

$$|z_2| = \sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2 + 1^2} = 2; \qquad \cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sin\varphi = \frac{1}{2}, \quad \varphi = \frac{\pi}{6}.$$

Таким чином,

$$z_2 = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right).$$

Приклад 1.2.10

Комплексні числа $z_1 = -1 + i$, $z_2 = \sqrt{3} + i$ записати в тригонометричній формі і знайти $z_1 \cdot z_2$ і $\frac{z_1}{z_2}$.

Розв'язок. Знаходимо $|z_1| = \sqrt{(-1)^2 + (1)^2} = \sqrt{2}$. З системи

$$\begin{cases} \cos\varphi = \frac{-1}{\sqrt{2}} \\ \sin\varphi = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

маємо $\varphi = \frac{3\pi}{4}$. Отже,

$$z_1 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right).$$

Тоді

$$|z_2| = \sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2 + 1^2} = 2; \qquad \cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sin\varphi = \frac{1}{2}, \quad \varphi = \frac{\pi}{6}.$$

Таким чином,

$$z_2 = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right).$$

Приклад 1.2.10

Комплексні числа $z_1 = -1+i$, $z_2 = \sqrt{3}+i$ записати в тригонометричній формі і знайти $z_1 \cdot z_2$ і $\frac{z_1}{z_2}$.

Розв'язок. Знаходимо $|z_1| = \sqrt{(-1)^2+(1)^2} = \sqrt{2}$. З системи

$$\begin{cases} \cos\varphi = \frac{-1}{\sqrt{2}} \\ \sin\varphi = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

маємо $\varphi = \frac{3\pi}{4}$. Отже,

$$z_1 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right).$$

Тоді

$$|z_2| = \sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2 + 1^2} = 2; \qquad \cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sin\varphi = \frac{1}{2}, \quad \varphi = \frac{\pi}{6}.$$

Таким чином,

$$z_2 = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right).$$

Приклад 1.2.10

Комплексні числа $z_1 = -1 + i$, $z_2 = \sqrt{3} + i$ записати в тригонометричній формі і знайти $z_1 \cdot z_2$ і $\dfrac{z_1}{z_2}$.

Розв'язок. Знаходимо $|z_1| = \sqrt{(-1)^2 + (1)^2} = \sqrt{2}$. З системи

$$\begin{cases} \cos\varphi = \dfrac{-1}{\sqrt{2}} \\ \sin\varphi = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

маємо $\varphi = \dfrac{3\pi}{4}$. Отже,

$$z_1 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right).$$

Тоді

$$|z_2| = \sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2 + 1^2} = 2; \qquad \cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sin\varphi = \frac{1}{2}, \quad \varphi = \frac{\pi}{6}.$$

Таким чином,

$$z_2 = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right).$$

Приклад 1.2.10

Комплексні числа $z_1 = -1 + i$, $z_2 = \sqrt{3} + i$ записати в тригонометричній формі і знайти $z_1 \cdot z_2$ і $\dfrac{z_1}{z_2}$.

Розв'язок. Знаходимо $|z_1| = \sqrt{(-1)^2 + (1)^2} = \sqrt{2}$. З системи

$$\begin{cases} \cos\varphi = \dfrac{-1}{\sqrt{2}} \\ \sin\varphi = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

маємо $\varphi = \dfrac{3\pi}{4}$. Отже,

$$z_1 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right).$$

Тоді

$$|z_2| = \sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2 + 1^2} = 2; \qquad \cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sin\varphi = \frac{1}{2}, \quad \varphi = \frac{\pi}{6}.$$

Таким чином,

$$z_2 = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right).$$

Приклад 1.2.10

Комплексні числа $z_1 = -1 + i$, $z_2 = \sqrt{3} + i$ записати в тригонометричній формі і знайти $z_1 \cdot z_2$ і $\dfrac{z_1}{z_2}$.

Розв'язок. Знаходимо $|z_1| = \sqrt{(-1)^2 + (1)^2} = \sqrt{2}$. З системи

$$\begin{cases} \cos\varphi = \dfrac{-1}{\sqrt{2}} \\ \sin\varphi = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

маємо $\varphi = \dfrac{3\pi}{4}$. Отже,

$$z_1 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right).$$

Тоді

$$|z_2| = \sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2 + 1^2} = 2; \qquad \cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sin\varphi = \frac{1}{2}, \quad \varphi = \frac{\pi}{6}.$$

Таким чином,

$$z_2 = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right).$$

Приклад 1.2.10

Комплексні числа $z_1 = -1 + i$, $z_2 = \sqrt{3} + i$ записати в тригонометричній формі і знайти $z_1 \cdot z_2$ і $\frac{z_1}{z_2}$.

Розв'язок. Знаходимо $|z_1| = \sqrt{(-1)^2 + (1)^2} = \sqrt{2}$. З системи

$$\begin{cases} \cos\varphi = \dfrac{-1}{\sqrt{2}} \\ \sin\varphi = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

маємо $\varphi = \frac{3\pi}{4}$. Отже,

$$z_1 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right).$$

Тоді

$$|z_2| = \sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2 + 1^2} = 2; \qquad \cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sin\varphi = \frac{1}{2}, \quad \varphi = \frac{\pi}{6}.$$

Таким чином,

$$z_2 = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right).$$

Приклад 1.2.10

Комплексні числа $z_1 = -1 + i$, $z_2 = \sqrt{3} + i$ записати в тригонометричній формі і знайти $z_1 \cdot z_2$ і $\dfrac{z_1}{z_2}$.

Розв'язок. Знаходимо $|z_1| = \sqrt{(-1)^2 + (1)^2} = \sqrt{2}$. З системи

$$\begin{cases} \cos\varphi = \dfrac{-1}{\sqrt{2}} \\ \sin\varphi = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

маємо $\varphi = \dfrac{3\pi}{4}$. Отже,

$$z_1 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right).$$

Тоді

$$|z_2| = \sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2 + 1^2} = 2; \qquad \cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sin\varphi = \frac{1}{2}, \quad \varphi = \frac{\pi}{6}.$$

Таким чином,

$$z_2 = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right).$$

Приклад 1.2.10

Комплексні числа $z_1 = -1 + i$, $z_2 = \sqrt{3} + i$ записати в тригонометричній формі і знайти $z_1 \cdot z_2$ і $\dfrac{z_1}{z_2}$.

Розв'язок. Знаходимо $|z_1| = \sqrt{(-1)^2 + (1)^2} = \sqrt{2}$. З системи

$$\begin{cases} \cos\varphi = \dfrac{-1}{\sqrt{2}} \\ \sin\varphi = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

маємо $\varphi = \dfrac{3\pi}{4}$. Отже,

$$z_1 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right).$$

Тоді

$$|z_2| = \sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2 + 1^2} = 2; \qquad \cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sin\varphi = \frac{1}{2}, \quad \varphi = \frac{\pi}{6}.$$

Таким чином,

$$z_2 = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right).$$

Приклад 1.2.10

Комплексні числа $z_1 = -1 + i$, $z_2 = \sqrt{3} + i$ записати в тригонометричній формі і знайти $z_1 \cdot z_2$ і $\dfrac{z_1}{z_2}$.

Розв'язок. Знаходимо $|z_1| = \sqrt{(-1)^2 + (1)^2} = \sqrt{2}$. З системи

$$\begin{cases} \cos\varphi = \dfrac{-1}{\sqrt{2}} \\ \sin\varphi = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

маємо $\varphi = \dfrac{3\pi}{4}$. Отже,

$$z_1 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right).$$

Тоді

$$|z_2| = \sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2 + 1^2} = 2; \qquad \cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sin\varphi = \frac{1}{2}, \quad \varphi = \frac{\pi}{6}.$$

Таким чином,

$$z_2 = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right).$$

Приклад 1.2.10

Комплексні числа $z_1 = -1 + i$, $z_2 = \sqrt{3} + i$ записати в тригонометричній формі і знайти $z_1 \cdot z_2$ і $\dfrac{z_1}{z_2}$.

Розв'язок. Знаходимо $|z_1| = \sqrt{(-1)^2 + (1)^2} = \sqrt{2}$. З системи

$$\begin{cases} \cos\varphi = \dfrac{-1}{\sqrt{2}} \\ \sin\varphi = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

маємо $\varphi = \dfrac{3\pi}{4}$. Отже,

$$z_1 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right).$$

Тоді

$$|z_2| = \sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2 + 1^2} = 2; \qquad \cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sin\varphi = \frac{1}{2}, \quad \varphi = \frac{\pi}{6}.$$

Таким чином,

$$z_2 = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right).$$

Приклад 1.2.10

Комплексні числа $z_1 = -1 + i$, $z_2 = \sqrt{3} + i$ записати в тригонометричній формі і знайти $z_1 \cdot z_2$ і $\dfrac{z_1}{z_2}$.

Розв'язок. Знаходимо $|z_1| = \sqrt{(-1)^2 + (1)^2} = \sqrt{2}$. З системи

$$\begin{cases} \cos\varphi = \dfrac{-1}{\sqrt{2}} \\ \sin\varphi = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

маємо $\varphi = \dfrac{3\pi}{4}$. Отже,

$$z_1 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right).$$

Тоді

$$|z_2| = \sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2 + 1^2} = 2; \qquad \cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sin\varphi = \frac{1}{2}, \quad \varphi = \frac{\pi}{6}.$$

Таким чином,

$$z_2 = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right).$$

Приклад 1.2.10

Комплексні числа $z_1 = -1+i$, $z_2 = \sqrt{3}+i$ записати в тригонометричній формі і знайти $z_1 \cdot z_2$ і $\dfrac{z_1}{z_2}$.

Розв'язок. Знаходимо $|z_1| = \sqrt{(-1)^2+(1)^2} = \sqrt{2}$. З системи

$$\begin{cases} \cos\varphi = \dfrac{-1}{\sqrt{2}} \\ \sin\varphi = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

маємо $\varphi = \dfrac{3\pi}{4}$. Отже,

$$z_1 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right).$$

Тоді

$$|z_2| = \sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2 + 1^2} = 2; \qquad \cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sin\varphi = \frac{1}{2}, \quad \varphi = \frac{\pi}{6}.$$

Таким чином,

$$z_2 = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right).$$

Тоді

$$z_1 \cdot z_2 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)\cdot 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right) =$$

$$= 2\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{6}\right)\right) =$$

$$= 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{11\pi}{12} + i\sin\frac{11\pi}{12}\right),$$

і

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)}{2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{6}\right)\right) =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{7\pi}{12} + i\sin\frac{7\pi}{12}\right).$$

Тоді

$$z_1 \cdot z_2 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right) \cdot 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right) =$$
$$= 2\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{6}\right)\right) =$$
$$= 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{11\pi}{12} + i\sin\frac{11\pi}{12}\right),$$

і

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)}{2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)} =$$
$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{6}\right)\right) =$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{7\pi}{12} + i\sin\frac{7\pi}{12}\right).$$

Тоді

$$z_1 \cdot z_2 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right) \cdot 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right) =$$

$$= 2\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{6}\right)\right) =$$

$$= 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{11\pi}{12} + i\sin\frac{11\pi}{12}\right),$$

і

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)}{2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{6}\right)\right) =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{7\pi}{12} + i\sin\frac{7\pi}{12}\right).$$

Тоді

$$z_1 \cdot z_2 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right) \cdot 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right) =$$

$$= 2\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{6}\right)\right) =$$

$$= 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{11\pi}{12} + i\sin\frac{11\pi}{12}\right),$$

і

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)}{2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{6}\right)\right) =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{7\pi}{12} + i\sin\frac{7\pi}{12}\right).$$

Тоді

$$z_1 \cdot z_2 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right) \cdot 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right) =$$

$$= 2\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{6}\right)\right) =$$

$$= 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{11\pi}{12} + i\sin\frac{11\pi}{12}\right),$$

і

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)}{2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{6}\right)\right) =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{7\pi}{12} + i\sin\frac{7\pi}{12}\right).$$

Тоді

$$z_1 \cdot z_2 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right) \cdot 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right) =$$

$$= 2\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{6}\right)\right) =$$

$$= 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{11\pi}{12} + i\sin\frac{11\pi}{12}\right),$$

і

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)}{2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{6}\right)\right) =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{7\pi}{12} + i\sin\frac{7\pi}{12}\right).$$

Тоді

$$z_1 \cdot z_2 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right) \cdot 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right) =$$

$$= 2\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{6}\right)\right) =$$

$$= 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{11\pi}{12} + i\sin\frac{11\pi}{12}\right),$$

і

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)}{2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{6}\right)\right) =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{7\pi}{12} + i\sin\frac{7\pi}{12}\right).$$

Тоді

$$z_1 \cdot z_2 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right) \cdot 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right) =$$

$$= 2\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{6}\right)\right) =$$

$$= 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{11\pi}{12} + i\sin\frac{11\pi}{12}\right),$$

і

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)}{2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{6}\right)\right) =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{7\pi}{12} + i\sin\frac{7\pi}{12}\right).$$

Тоді

$$z_1 \cdot z_2 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)\cdot 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right) =$$

$$= 2\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{3\pi}{4}+\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{4}+\frac{\pi}{6}\right)\right) =$$

$$= 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{11\pi}{12} + i\sin\frac{11\pi}{12}\right),$$

і

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)}{2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\pi}{6}\right)\right) =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{7\pi}{12} + i\sin\frac{7\pi}{12}\right).$$

Безпосередньо з властивостей операції множення комплексних чисел, поданих у тригонометричній формі, отримуємо *формулу Муавра*

$$[r(\cos\varphi + i\sin\varphi)]^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi).$$

Приклад 1.2.11

Обчислити $(-1+i)^{20}$.

Розв'язок. Запишемо комплексне число $(-1+i)$ у тригонометричній формі

$$(-1+i) = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right).$$

Тоді за формулою Муавра отримуємо

$$\left[\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)\right]^{20} = \left(\sqrt{2}\right)^{20}\left(\cos\frac{60\pi}{4} + i\sin\frac{60\pi}{4}\right) =$$

$$= 1024(\cos 15\pi + i\sin 15\pi) =$$

$$= 1024(-1+0i) =$$

$$= -1024.$$

Безпосередньо з властивостей операції множення комплексних чисел, поданих у тригонометричній формі, отримуємо *формулу Муавра*

$$[r(\cos\varphi + i\sin\varphi)]^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi).$$

Приклад 1.2.11

Обчислити $(-1+i)^{20}$.

Розв'язок. Запишемо комплексне число $(-1+i)$ у тригонометричній формі

$$(-1+i) = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right).$$

Тоді за формулою Муавра отримуємо

$$\left[\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)\right]^{20} = \left(\sqrt{2}\right)^{20}\left(\cos\frac{60\pi}{4} + i\sin\frac{60\pi}{4}\right) =$$

$$= 1024(\cos 15\pi + i\sin 15\pi) =$$

$$= 1024(-1+0i) =$$

$$= -1024.$$

Безпосередньо з властивостей операції множення комплексних чисел, поданих у тригонометричній формі, отримуємо *формулу Муавра*

$$[r(\cos\varphi + i\sin\varphi)]^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi).$$

Приклад 1.2.11

Обчислити $(-1+i)^{20}$.

Розв'язок. Запишемо комплексне число $(-1+i)$ у тригонометричній формі

$$(-1+i) = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right).$$

Тоді за формулою Муавра отримуємо

$$\left[\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)\right]^{20} = \left(\sqrt{2}\right)^{20}\left(\cos\frac{60\pi}{4} + i\sin\frac{60\pi}{4}\right) =$$

$$= 1024(\cos 15\pi + i\sin 15\pi) =$$

$$= 1024(-1+0i) =$$

$$= -1024.$$

Безпосередньо з властивостей операції множення комплексних чисел, поданих у тригонометричній формі, отримуємо *формулу Муавра*

$$[r(\cos\varphi + i\sin\varphi)]^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi).$$

Приклад 1.2.11

Обчислити $(-1+i)^{20}$.

Розв'язок. Запишемо комплексне число $(-1+i)$ у тригонометричній формі

$$(-1+i) = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right).$$

Тоді за формулою Муавра отримуємо

$$\left[\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)\right]^{20} = \left(\sqrt{2}\right)^{20}\left(\cos\frac{60\pi}{4} + i\sin\frac{60\pi}{4}\right) =$$

$$= 1024(\cos 15\pi + i\sin 15\pi) =$$

$$= 1024(-1+0i) =$$

$$= -1024.$$

Безпосередньо з властивостей операції множення комплексних чисел, поданих у тригонометричній формі, отримуємо *формулу Муавра*

$$[r(\cos\varphi + i\sin\varphi)]^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi).$$

Приклад 1.2.11

Обчислити $(-1+i)^{20}$.

Розв'язок. Запишемо комплексне число $(-1+i)$ у тригонометричній формі

$$(-1+i) = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right).$$

Тоді за формулою Муавра отримуємо

$$\left[\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)\right]^{20} = \left(\sqrt{2}\right)^{20}\left(\cos\frac{60\pi}{4} + i\sin\frac{60\pi}{4}\right) =$$

$$= 1024(\cos 15\pi + i\sin 15\pi) =$$

$$= 1024(-1+0i) =$$

$$= -1024.$$

Безпосередньо з властивостей операції множення комплексних чисел, поданих у тригонометричній формі, отримуємо *формулу Муавра*

$$[r(\cos\varphi + i\sin\varphi)]^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi).$$

Приклад 1.2.11

Обчислити $(-1+i)^{20}$.

Розв'язок. Запишемо комплексне число $(-1+i)$ у тригонометричній формі

$$(-1+i) = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right).$$

Тоді за формулою Муавра отримуємо

$$\left[\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)\right]^{20} = \left(\sqrt{2}\right)^{20}\left(\cos\frac{60\pi}{4} + i\sin\frac{60\pi}{4}\right) =$$

$$= 1024(\cos 15\pi + i\sin 15\pi) =$$

$$= 1024(-1+0i) =$$

$$= -1024.$$

Безпосередньо з властивостей операції множення комплексних чисел, поданих у тригонометричній формі, отримуємо *формулу Муавра*

$$[r(\cos\varphi + i\sin\varphi)]^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi).$$

Приклад 1.2.11

Обчислити $(-1+i)^{20}$.

Розв'язок. Запишемо комплексне число $(-1+i)$ у тригонометричній формі

$$(-1+i) = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right).$$

Тоді за формулою Муавра отримуємо

$$\left[\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)\right]^{20} = \left(\sqrt{2}\right)^{20}\left(\cos\frac{60\pi}{4} + i\sin\frac{60\pi}{4}\right) =$$

$$= 1024(\cos 15\pi + i\sin 15\pi) =$$

$$= 1024(-1+0i) =$$

$$= -1024.$$

Безпосередньо з властивостей операції множення комплексних чисел, поданих у тригонометричній формі, отримуємо *формулу Муавра*

$$[r(\cos\varphi + i\sin\varphi)]^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi).$$

Приклад 1.2.11

Обчислити $(-1+i)^{20}$.

Розв'язок. Запишемо комплексне число $(-1+i)$ у тригонометричній формі

$$(-1+i) = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right).$$

Тоді за формулою Муавра отримуємо

$$\left[\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)\right]^{20} = \left(\sqrt{2}\right)^{20}\left(\cos\frac{60\pi}{4} + i\sin\frac{60\pi}{4}\right) =$$

$$= 1024(\cos 15\pi + i\sin 15\pi) =$$

$$= 1024(-1+0i) =$$

$$= -1024.$$

Безпосередньо з властивостей операції множення комплексних чисел, поданих у тригонометричній формі, отримуємо *формулу Муавра*

$$[r(\cos\varphi + i\sin\varphi)]^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi).$$

Приклад 1.2.11

Обчислити $(-1+i)^{20}$.

Розв'язок. Запишемо комплексне число $(-1+i)$ у тригонометричній формі

$$(-1+i) = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right).$$

Тоді за формулою Муавра отримуємо

$$\left[\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)\right]^{20} = \left(\sqrt{2}\right)^{20}\left(\cos\frac{60\pi}{4} + i\sin\frac{60\pi}{4}\right) =$$

$$= 1024(\cos 15\pi + i\sin 15\pi) =$$

$$= 1024(-1+0i) =$$

$$= -1024.$$

Безпосередньо з властивостей операції множення комплексних чисел, поданих у тригонометричній формі, отримуємо *формулу Муавра*

$$[r(\cos\varphi + i\sin\varphi)]^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi).$$

Приклад 1.2.11

Обчислити $(-1+i)^{20}$.

Розв'язок. Запишемо комплексне число $(-1+i)$ у тригонометричній формі

$$(-1+i) = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right).$$

Тоді за формулою Муавра отримуємо

$$\left[\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)\right]^{20} = \left(\sqrt{2}\right)^{20}\left(\cos\frac{60\pi}{4} + i\sin\frac{60\pi}{4}\right) =$$

$$= 1024(\cos 15\pi + i\sin 15\pi) =$$

$$= 1024(-1+0i) =$$

$$= -1024.$$

Безпосередньо з властивостей операції множення комплексних чисел, поданих у тригонометричній формі, отримуємо *формулу Муавра*

$$[r(\cos\varphi + i\sin\varphi)]^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi).$$

Приклад 1.2.11

Обчислити $(-1+i)^{20}$.

Розв'язок. Запишемо комплексне число $(-1+i)$ у тригонометричній формі

$$(-1+i) = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right).$$

Тоді за формулою Муавра отримуємо

$$\left[\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)\right]^{20} = \left(\sqrt{2}\right)^{20}\left(\cos\frac{60\pi}{4} + i\sin\frac{60\pi}{4}\right) =$$

$$= 1024(\cos 15\pi + i\sin 15\pi) =$$

$$= 1024(-1+0i) =$$

$$= -1024.$$

Безпосередньо з властивостей операції множення комплексних чисел, поданих у тригонометричній формі, отримуємо *формулу Муавра*

$$[r(\cos\varphi + i\sin\varphi)]^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi).$$

Приклад 1.2.11

Обчислити $(-1+i)^{20}$.

Розв'язок. Запишемо комплексне число $(-1+i)$ у тригонометричній формі

$$(-1+i) = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right).$$

Тоді за формулою Муавра отримуємо

$$\left[\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)\right]^{20} = \left(\sqrt{2}\right)^{20}\left(\cos\frac{60\pi}{4} + i\sin\frac{60\pi}{4}\right) =$$

$$= 1024(\cos 15\pi + i\sin 15\pi) =$$

$$= 1024(-1+0i) =$$

$$= -1024.$$

Безпосередньо з властивостей операції множення комплексних чисел, поданих у тригонометричній формі, отримуємо *формулу Муавра*

$$[r(\cos\varphi + i\sin\varphi)]^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi).$$

Приклад 1.2.11

Обчислити $(-1+i)^{20}$.

Розв'язок. Запишемо комплексне число $(-1+i)$ у тригонометричній формі

$$(-1+i) = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right).$$

Тоді за формулою Муавра отримуємо

$$\left[\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)\right]^{20} = \left(\sqrt{2}\right)^{20}\left(\cos\frac{60\pi}{4} + i\sin\frac{60\pi}{4}\right) =$$

$$= 1024(\cos 15\pi + i\sin 15\pi) =$$

$$= 1024(-1+0i) =$$

$$= -1024.$$

Розглянемо операцію добування кореня n-го степеня з комплексного числа записаного в тригонометричній формі

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Припустимо, що $\sqrt[n]{z} = \rho(\cos\psi + i\sin\psi)$. Тоді за формулою Муавра

$$[r(\cos\varphi + i\sin\varphi)]^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi).$$

маємо, що

$$\rho^n(\cos n\psi + i\sin n\psi) = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Звідси отримуємо $\rho^n = r$ і $n\psi = \varphi + 2\pi k$, де $k \in \mathbb{Z}$. Отже,

$$r = \sqrt[n]{\rho} \qquad \text{і} \qquad \psi = \frac{\varphi + 2\pi k}{n},$$

де $k = 0, 1, \ldots, n-1$. Таким чином, корінь n-го степеня з комплексного числа z $(z \neq 0)$ має n різних значень.

Комплексні числа. Тригонометрична форма комплексного числа

Розглянемо операцію добування кореня n-го степеня з комплексного числа записаного в тригонометричній формі

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Припустимо, що $\sqrt[n]{z} = \rho(\cos\psi + i\sin\psi)$. Тоді за формулою Муавра

$$[r(\cos\varphi + i\sin\varphi)]^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi).$$

маємо, що

$$\rho^n(\cos n\psi + i\sin n\psi) = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Звідси отримуємо $\rho^n = r$ і $n\psi = \varphi + 2\pi k$, де $k \in \mathbb{Z}$. Отже,

$$r = \sqrt[n]{\rho} \qquad \text{і} \qquad \psi = \frac{\varphi + 2\pi k}{n},$$

де $k = 0, 1, \ldots, n-1$. Таким чином, корінь n-го степеня з комплексного числа z $(z \neq 0)$ має n різних значень.

Комплексні числа. Тригонометрична форма комплексного числа

Розглянемо операцію добування кореня n-го степеня з комплексного числа записаного в тригонометричній формі

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Припустимо, що $\sqrt[n]{z} = \rho(\cos\psi + i\sin\psi)$. Тоді за формулою Муавра

$$[r(\cos\varphi + i\sin\varphi)]^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi).$$

маємо, що

$$\rho^n(\cos n\psi + i\sin n\psi) = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Звідси отримуємо $\rho^n = r$ і $n\psi = \varphi + 2\pi k$, де $k \in \mathbb{Z}$. Отже,

$$r = \sqrt[n]{\rho} \qquad \text{і} \qquad \psi = \frac{\varphi + 2\pi k}{n},$$

де $k = 0, 1, \ldots, n-1$. Таким чином, корінь n-го степеня з комплексного числа z $(z \neq 0)$ має n різних значень.

Розглянемо операцію добування кореня n-го степеня з комплексного числа записаного в тригонометричній формі

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Припустимо, що $\sqrt[n]{z} = \rho(\cos\psi + i\sin\psi)$. Тоді за формулою Муавра

$$[r(\cos\varphi + i\sin\varphi)]^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi).$$

маємо, що

$$\rho^n(\cos n\psi + i\sin n\psi) = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Звідси отримуємо $\rho^n = r$ і $n\psi = \varphi + 2\pi k$, де $k \in \mathbb{Z}$. Отже,

$$r = \sqrt[n]{\rho} \qquad \text{і} \qquad \psi = \frac{\varphi + 2\pi k}{n},$$

де $k = 0, 1, \ldots, n-1$. Таким чином, корінь n-го степеня з комплексного числа z ($z \neq 0$) має n різних значень.

Розглянемо операцію добування кореня n-го степеня з комплексного числа записаного в тригонометричній формі

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Припустимо, що $\sqrt[n]{z} = \rho(\cos\psi + i\sin\psi)$. Тоді за формулою Муавра

$$[r(\cos\varphi + i\sin\varphi)]^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi).$$

маємо, що

$$\rho^n(\cos n\psi + i\sin n\psi) = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Звідси отримуємо $\rho^n = r$ і $n\psi = \varphi + 2\pi k$, де $k \in \mathbb{Z}$. Отже,

$$r = \sqrt[n]{\rho} \qquad \text{і} \qquad \psi = \frac{\varphi + 2\pi k}{n},$$

де $k = 0, 1, \ldots, n-1$. Таким чином, корінь n-го степеня з комплексного числа z $(z \neq 0)$ має n різних значень.

Розглянемо операцію добування кореня n-го степеня з комплексного числа записаного в тригонометричній формі

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Припустимо, що $\sqrt[n]{z} = \rho(\cos\psi + i\sin\psi)$. Тоді за формулою Муаврва

$$[r(\cos\varphi + i\sin\varphi)]^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi).$$

маємо, що

$$\rho^n(\cos n\psi + i\sin n\psi) = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Звідси отримуємо $\rho^n = r$ і $n\psi = \varphi + 2\pi k$, де $k \in \mathbb{Z}$. Отже,

$$r = \sqrt[n]{\rho} \qquad \text{і} \qquad \psi = \frac{\varphi + 2\pi k}{n},$$

де $k = 0, 1, \ldots, n-1$. Таким чином, корінь n-го степеня з комплексного числа z $(z \neq 0)$ має n різних значень.

Розглянемо операцію добування кореня n-го степеня з комплексного числа записаного в тригонометричній формі

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Припустимо, що $\sqrt[n]{z} = \rho(\cos\psi + i\sin\psi)$. Тоді за формулою Муавра

$$[r(\cos\varphi + i\sin\varphi)]^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi).$$

маємо, що

$$\rho^n(\cos n\psi + i\sin n\psi) = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Звідси отримуємо $\rho^n = r$ і $n\psi = \varphi + 2\pi k$, де $k \in \mathbb{Z}$. Отже,

$$r = \sqrt[n]{\rho} \qquad \text{і} \qquad \psi = \frac{\varphi + 2\pi k}{n},$$

де $k = 0, 1, \ldots, n-1$. Таким чином, корінь n-го степеня з комплексного числа z $(z \neq 0)$ має n різних значень.

Розглянемо операцію добування кореня n-го степеня з комплексного числа записаного в тригонометричній формі

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Припустимо, що $\sqrt[n]{z} = \rho(\cos\psi + i\sin\psi)$. Тоді за формулою Муавра

$$[r(\cos\varphi + i\sin\varphi)]^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi).$$

маємо, що

$$\rho^n(\cos n\psi + i\sin n\psi) = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Звідси отримуємо $\rho^n = r$ і $n\psi = \varphi + 2\pi k$, де $k \in \mathbb{Z}$. Отже,

$$r = \sqrt[n]{\rho} \qquad \text{і} \qquad \psi = \frac{\varphi + 2\pi k}{n},$$

де $k = 0, 1, \ldots, n-1$. Таким чином, корінь n-го степеня з комплексного числа z $(z \neq 0)$ має n різних значень.

Розглянемо операцію добування кореня n-го степеня з комплексного числа записаного в тригонометричній формі

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Припустимо, що $\sqrt[n]{z} = \rho(\cos\psi + i\sin\psi)$. Тоді за формулою Муавра

$$[r(\cos\varphi + i\sin\varphi)]^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi).$$

маємо, що

$$\rho^n(\cos n\psi + i\sin n\psi) = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Звідси отримуємо $\rho^n = r$ і $n\psi = \varphi + 2\pi k$, де $k \in \mathbb{Z}$. Отже,

$$r = \sqrt[n]{\rho} \qquad \text{і} \qquad \psi = \frac{\varphi + 2\pi k}{n},$$

де $k = 0, 1, \ldots, n-1$. Таким чином, корінь n-го степеня з комплексного числа z $(z \neq 0)$ має n різних значень.

Розглянемо операцію добування кореня n-го степеня з комплексного числа записаного в тригонометричній формі

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Припустимо, що $\sqrt[n]{z} = \rho(\cos\psi + i\sin\psi)$. Тоді за формулою Муавра

$$[r(\cos\varphi + i\sin\varphi)]^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi).$$

маємо, що

$$\rho^n(\cos n\psi + i\sin n\psi) = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Звідси отримуємо $\rho^n = r$ і $n\psi = \varphi + 2\pi k$, де $k \in \mathbb{Z}$. Отже,

$$r = \sqrt[n]{\rho} \qquad \text{і} \qquad \psi = \frac{\varphi + 2\pi k}{n},$$

де $k = 0, 1, \ldots, n-1$. Таким чином, корінь n-го степеня з комплексного числа z $(z \neq 0)$ має n різних значень.

Комплексні числа. Тригонометрична форма комплексного числа

Розглянемо операцію добування кореня n-го степеня з комплексного числа записаного в тригонометричній формі

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Припустимо, що $\sqrt[n]{z} = \rho(\cos\psi + i\sin\psi)$. Тоді за формулою Муавра

$$[r(\cos\varphi + i\sin\varphi)]^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi).$$

маємо, що

$$\rho^n(\cos n\psi + i\sin n\psi) = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Звідси отримуємо $\rho^n = r$ і $n\psi = \varphi + 2\pi k$, де $k \in \mathbb{Z}$. Отже,

$$r = \sqrt[n]{\rho} \qquad \text{і} \qquad \psi = \frac{\varphi + 2\pi k}{n},$$

де $k = 0, 1, \ldots, n-1$. Таким чином, корінь n-го степеня з комплексного числа z $(z \neq 0)$ має n різних значень.

Розглянемо операцію добування кореня n-го степеня з комплексного числа записаного в тригонометричній формі

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Припустимо, що $\sqrt[n]{z} = \rho(\cos\psi + i\sin\psi)$. Тоді за формулою Муавра

$$[r(\cos\varphi + i\sin\varphi)]^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi).$$

маємо, що

$$\rho^n(\cos n\psi + i\sin n\psi) = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Звідси отримуємо $\rho^n = r$ і $n\psi = \varphi + 2\pi k$, де $k \in \mathbb{Z}$. Отже,

$$r = \sqrt[n]{\rho} \qquad \text{і} \qquad \psi = \frac{\varphi + 2\pi k}{n},$$

де $k = 0, 1, \ldots, n-1$. Таким чином, корінь n-го степеня з комплексного числа z $(z \neq 0)$ має n різних значень.

Розглянемо операцію добування кореня n-го степеня з комплексного числа записаного в тригонометричній формі

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Припустимо, що $\sqrt[n]{z} = \rho(\cos\psi + i\sin\psi)$. Тоді за формулою Муавра

$$[r(\cos\varphi + i\sin\varphi)]^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi).$$

маємо, що

$$\rho^n(\cos n\psi + i\sin n\psi) = r(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

Звідси отримуємо $\rho^n = r$ і $n\psi = \varphi + 2\pi k$, де $k \in \mathbb{Z}$. Отже,

$$r = \sqrt[n]{\rho} \qquad \text{і} \qquad \psi = \frac{\varphi + 2\pi k}{n},$$

де $k = 0, 1, \ldots, n-1$. Таким чином, корінь n-го степеня з комплексного числа z $(z \neq 0)$ має n різних значень.

Приклад 1.2.12

Знайдіть $\sqrt[3]{-1+i}$.

Розв'язок. Оскільки $(-1+i)=\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$, то

$$\sqrt[3]{-1+i}=\sqrt[3]{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{3\pi/4+2\pi k}{3}+i\sin\frac{3\pi/4+2\pi k}{3}\right), \quad k=0,1,2,$$

звідки отримуємо

$$z_1=\sqrt[6]{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right);$$
$$z_2=\sqrt[6]{2}\left(\cos\frac{11\pi}{12}+i\sin\frac{11\pi}{12}\right);$$
$$z_3=\sqrt[6]{2}\left(\cos\frac{19\pi}{12}+i\sin\frac{19\pi}{12}\right).$$

Приклад 1.2.12

Знайдіть $\sqrt[3]{-1+i}$.

Розв'язок. Оскільки $(-1+i) = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$, то

$$\sqrt[3]{-1+i} = \sqrt[3]{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{3\pi/4+2\pi k}{3} + i\sin\frac{3\pi/4+2\pi k}{3}\right), \quad k = 0, 1, 2,$$

звідки отримуємо

$$z_1 = \sqrt[6]{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right);$$
$$z_2 = \sqrt[6]{2}\left(\cos\frac{11\pi}{12} + i\sin\frac{11\pi}{12}\right);$$
$$z_3 = \sqrt[6]{2}\left(\cos\frac{19\pi}{12} + i\sin\frac{19\pi}{12}\right).$$

Приклад 1.2.12

Знайдіть $\sqrt[3]{-1+i}$.

Розв'язок. Оскільки $(-1+i)=\sqrt{2}\left(\cos\dfrac{3\pi}{4}+i\sin\dfrac{3\pi}{4}\right)$, то

$$\sqrt[3]{-1+i}=\sqrt[3]{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{3\pi/4+2\pi k}{3}+i\sin\frac{3\pi/4+2\pi k}{3}\right),\quad k=0,1,2,$$

звідки отримуємо

$$z_1=\sqrt[6]{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right);$$
$$z_2=\sqrt[6]{2}\left(\cos\frac{11\pi}{12}+i\sin\frac{11\pi}{12}\right);$$
$$z_3=\sqrt[6]{2}\left(\cos\frac{19\pi}{12}+i\sin\frac{19\pi}{12}\right).$$

Приклад 1.2.12

Знайдіть $\sqrt[3]{-1+i}$.

Розв'язок. Оскільки $(-1+i) = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$, то

$$\sqrt[3]{-1+i} = \sqrt[3]{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{3\pi/4+2\pi k}{3} + i\sin\frac{3\pi/4+2\pi k}{3}\right), \quad k = 0, 1, 2,$$

звідки отримуємо

$$\begin{aligned} z_1 &= \sqrt[6]{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right); \\ z_2 &= \sqrt[6]{2}\left(\cos\frac{11\pi}{12} + i\sin\frac{11\pi}{12}\right); \\ z_3 &= \sqrt[6]{2}\left(\cos\frac{19\pi}{12} + i\sin\frac{19\pi}{12}\right). \end{aligned}$$

Приклад 1.2.12

Знайдіть $\sqrt[3]{-1+i}$.

Розв'язок. Оскільки $(-1+i) = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$, то

$$\sqrt[3]{-1+i} = \sqrt[3]{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{3\pi/4+2\pi k}{3} + i\sin\frac{3\pi/4+2\pi k}{3}\right), \quad k = 0, 1, 2,$$

звідки отримуємо

$$z_1 = \sqrt[6]{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right);$$
$$z_2 = \sqrt[6]{2}\left(\cos\frac{11\pi}{12} + i\sin\frac{11\pi}{12}\right);$$
$$z_3 = \sqrt[6]{2}\left(\cos\frac{19\pi}{12} + i\sin\frac{19\pi}{12}\right).$$

Приклад 1.2.12

Знайдіть $\sqrt[3]{-1+i}$.

Розв'язок. Оскільки $(-1+i) = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$, то

$$\sqrt[3]{-1+i} = \sqrt[3]{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{3\pi/4+2\pi k}{3} + i\sin\frac{3\pi/4+2\pi k}{3}\right), \quad k = 0, 1, 2,$$

звідки отримуємо

$$z_1 = \sqrt[6]{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right);$$
$$z_2 = \sqrt[6]{2}\left(\cos\frac{11\pi}{12} + i\sin\frac{11\pi}{12}\right);$$
$$z_3 = \sqrt[6]{2}\left(\cos\frac{19\pi}{12} + i\sin\frac{19\pi}{12}\right).$$

Приклад 1.2.12

Знайдіть $\sqrt[3]{-1+i}$.

Розв'язок. Оскільки $(-1+i) = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$, то

$$\sqrt[3]{-1+i} = \sqrt[3]{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{3\pi/4+2\pi k}{3} + i\sin\frac{3\pi/4+2\pi k}{3}\right), \quad k = 0, 1, 2,$$

звідки отримуємо

$$z_1 = \sqrt[6]{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right);$$
$$z_2 = \sqrt[6]{2}\left(\cos\frac{11\pi}{12} + i\sin\frac{11\pi}{12}\right);$$
$$z_3 = \sqrt[6]{2}\left(\cos\frac{19\pi}{12} + i\sin\frac{19\pi}{12}\right).$$

Приклад 1.2.12

Знайдіть $\sqrt[3]{-1+i}$.

Розв'язок. Оскільки $(-1+i) = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$, то

$$\sqrt[3]{-1+i} = \sqrt[3]{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{3\pi/4+2\pi k}{3} + i\sin\frac{3\pi/4+2\pi k}{3}\right), \quad k = 0, 1, 2,$$

звідки отримуємо

$$z_1 = \sqrt[6]{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right);$$
$$z_2 = \sqrt[6]{2}\left(\cos\frac{11\pi}{12} + i\sin\frac{11\pi}{12}\right);$$
$$z_3 = \sqrt[6]{2}\left(\cos\frac{19\pi}{12} + i\sin\frac{19\pi}{12}\right).$$

Дякую за увагу!