Обчислювальна геометрія і алгебра

Олег Гутік

Лекція 1: Елементи теорії чисел

Із самого початку навчання арифметики в школі, чи на підготовці до школи, ми починали рахувати, використовуючи числа

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, \ldots .$$

Такі числа, а саме числа, які ми використовуємо до лічби (рахунку) певних об'єктів, називаються *натуральними*. У математичній літературі множина натуральних чисел позначається через $\mathbb{N}$, і ми надалі будемо користуватися цим позначенням. Наприклад те, що число a є натуральним записуватимемо так $a \in \mathbb{N}$, а в протилежному випадку писатимемо $a \notin \mathbb{N}$. Отже, маємо

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, \ldots\}.$$

Об'єднавши нуль 0 з множиною натуральних чисел ми отримуємо множину *невід'ємних цілих чисел*, яку ми позначатимемо через $\mathbb{N}_0$. Формально це можна записати так $\mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$.

Із самого початку навчання арифметики в школі, чи на підготовці до школи, ми починали рахувати, використовуючи числа

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, \ldots .$$

Такі числа, а саме числа, які ми використовуємо до лічби (рахунку) певних об'єктів, називаються *натуральними*. У математичній літературі множина натуральних чисел позначається через $\mathbb{N}$, і ми надалі будемо користуватися цим позначенням. Наприклад те, що число a є натуральним записуватимемо так $a \in \mathbb{N}$, а в протилежному випадку писатимемо $a \notin \mathbb{N}$. Отже, маємо

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, \ldots\}.$$

Об'єднавши нуль 0 з множиною натуральних чисел ми отримуємо множину *невід'ємних цілих чисел*, яку ми позначатимемо через $\mathbb{N}_0$. Формально це можна записати так $\mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$.

Елементи теорії чисел

Із самого початку навчання арифметики в школі, чи на підготовці до школи, ми починали рахувати, використовуючи числа

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, \dots \ .$$

Такі числа, а саме числа, які ми використовуємо до лічби (рахунку) певних об'єктів, називаються *натуральними*. У математичній літературі множина натуральних чисел позначається через $\mathbb{N}$, і ми надалі будемо користуватися цим позначенням. Наприклад те, що число a є натуральним записуватимемо так $a \in \mathbb{N}$, а в протилежному випадку писатимемо $a \notin \mathbb{N}$. Отже, маємо

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, \dots\}.$$

Об'єднавши нуль 0 з множиною натуральних чисел ми отримуємо множину *невід'ємних цілих чисел*, яку ми позначатимемо через $\mathbb{N}_0$. Формально це можна записати так $\mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$.

Із самого початку навчання арифметики в школі, чи на підготовці до школи, ми починали рахувати, використовуючи числа

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, \dots\ .$$

Такі числа, а саме числа, які ми використовуємо до лічби (рахунку) певних об'єктів, називаються *натуральними*. У математичній літературі множина натуральних чисел позначається через $\mathbb{N}$, і ми надалі будемо користуватися цим позначенням. Наприклад те, що число a є натуральним записуватимемо так $a \in \mathbb{N}$, а в протилежному випадку писатимемо $a \notin \mathbb{N}$. Отже, маємо

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, \dots\}.$$

Об'єднавши нуль 0 з множиною натуральних чисел ми отримуємо множину *невід'ємних цілих чисел*, яку ми позначатимемо через $\mathbb{N}_0$. Формально це можна записати так $\mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$.

Із самого початку навчання арифметики в школі, чи на підготовці до школи, ми починали рахувати, використовуючи числа

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, \dots \ .$$

Такі числа, а саме числа, які ми використовуємо до лічби (рахунку) певних об'єктів, називаються *натуральними*. У математичній літературі множина натуральних чисел позначається через $\mathbb{N}$, і ми надалі будемо користуватися цим позначенням. Наприклад те, що число a є натуральним записуватимемо так $a \in \mathbb{N}$, а в протилежному випадку писатимемо $a \notin \mathbb{N}$. Отже, маємо

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, \dots\}.$$

Об'єднавши нуль 0 з множиною натуральних чисел ми отримуємо множину *невід'ємних цілих чисел*, яку ми позначатимемо через $\mathbb{N}_0$. Формально це можна записати так $\mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$.

Із самого початку навчання арифметики в школі, чи на підготовці до школи, ми починали рахувати, використовуючи числа

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, \ldots \; .$$

Такі числа, а саме числа, які ми використовуємо до лічби (рахунку) певних об'єктів, називаються *натуральними*. У математичній літературі множина натуральних чисел позначається через $\mathbb{N}$, і ми надалі будемо користуватися цим позначенням. Наприклад те, що число a є натуральним записуватимемо так $a \in \mathbb{N}$, а в протилежному випадку писатимемо $a \notin \mathbb{N}$. Отже, маємо

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, \ldots\}.$$

Об'єднавши нуль 0 з множиною натуральних чисел ми отримуємо множину *невід'ємних цілих чисел*, яку ми позначатимемо через $\mathbb{N}_0$. Формально це можна записати так $\mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$.

Із самого початку навчання арифметики в школі, чи на підготовці до школи, ми починали рахувати, використовуючи числа

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, \dots\ .$$

Такі числа, а саме числа, які ми використовуємо до лічби (рахунку) певних об'єктів, називаються *натуральними*. У математичній літературі множина натуральних чисел позначається через $\mathbb{N}$, і ми надалі будемо користуватися цим позначенням. Наприклад те, що число a є натуральним записуватимемо так $a \in \mathbb{N}$, а в протилежному випадку писатимемо $a \notin \mathbb{N}$. Отже, маємо

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, \dots\}.$$

Об'єднавши нуль 0 з множиною натуральних чисел ми отримуємо множину *невід'ємних цілих чисел*, яку ми позначатимемо через $\mathbb{N}_0$. Формально це можна записати так $\mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$.

Із самого початку навчання арифметики в школі, чи на підготовці до школи, ми починали рахувати, використовуючи числа

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, \dots .$$

Такі числа, а саме числа, які ми використовуємо до лічби (рахунку) певних об'єктів, називаються *натуральними*. У математичній літературі множина натуральних чисел позначається через $\mathbb{N}$, і ми надалі будемо користуватися цим позначенням. Наприклад те, що число a є натуральним записуватимемо так $a \in \mathbb{N}$, а в протилежному випадку писатимемо $a \notin \mathbb{N}$. Отже, маємо

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, \dots\}.$$

Об'єднавши нуль 0 з множиною натуральних чисел ми отримуємо множину *невід'ємних цілих чисел*, яку ми позначатимемо через $\mathbb{N}_0$. Формально це можна записати так $\mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$.

Із самого початку навчання арифметики в школі, чи на підготовці до школи, ми починали рахувати, використовуючи числа

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, \ldots\ .$$

Такі числа, а саме числа, які ми використовуємо до лічби (рахунку) певних об'єктів, називаються *натуральними*. У математичній літературі множина натуральних чисел позначається через $\mathbb{N}$, і ми надалі будемо користуватися цим позначенням. Наприклад те, що число a є натуральним записуватимемо так $a \in \mathbb{N}$, а в протилежному випадку писатимемо $a \notin \mathbb{N}$. Отже, маємо

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, \ldots\}.$$

Об'єднавши нуль 0 з множиною натуральних чисел ми отримуємо множину *невід'ємних цілих чисел*, яку ми позначатимемо через $\mathbb{N}_0$. Формально це можна записати так $\mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$.

Із самого початку навчання арифметики в школі, чи на підготовці до школи, ми починали рахувати, використовуючи числа

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, \ldots \ .$$

Такі числа, а саме числа, які ми використовуємо до лічби (рахунку) певних об'єктів, називаються *натуральними*. У математичній літературі множина натуральних чисел позначається через $\mathbb{N}$, і ми надалі будемо користуватися цим позначенням. Наприклад те, що число a є натуральним записуватимемо так $a \in \mathbb{N}$, а в протилежному випадку писатимемо $a \notin \mathbb{N}$. Отже, маємо

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, \ldots\}.$$

Об'єднавши нуль 0 з множиною натуральних чисел ми отримуємо множину *невід'ємних цілих чисел*, яку ми позначатимемо через $\mathbb{N}_0$. Формально це можна записати так $\mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$.

З курсу шкільної математики нам відомо, що множини $\mathbb{N}$ і $\mathbb{N}_0$ замкнені стосовно операції додавання та множення, тобто:

(i) якщо $a, b \in \mathbb{N}$, то $a + b \in \mathbb{N}$ і $a \cdot b \in \mathbb{N}$;

(ii) якщо $a, b \in \mathbb{N}_0$, то $a + b \in \mathbb{N}_0$ і $a \cdot b \in \mathbb{N}_0$.

Однак, з $a, b \in \mathbb{N}_0$ не випливає, що $a - b \in \mathbb{N}_0$, наприклад $1 - 2 \notin \mathbb{N}_0$. Тобто множини $\mathbb{N}$ і $\mathbb{N}_0$ не є замкненими стосовно операції віднімання. Розширивши множину натуральних чисел $\mathbb{N}$ до множини $\mathbb{N}_0$ за допомогою дії

$$n - n = 0 \qquad \text{для всіх} \quad n \in \mathbb{N},$$

ми можемо розширити множину $\mathbb{N}_0$ до множини цілих чисел, ввівши *від'ємні цілі числа* так:

$$-n = 0 - n \qquad \text{для всіх} \quad n \in \mathbb{N}.$$

Ми ввели множину

$$\{\ldots, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \ldots\},$$

яку будемо називати множиною *цілих чисел* і позначатимемо її так $\mathbb{Z}$. Очевидно, що множина цілих чисел замкнена стосовно операції віднімання чисел.

З курсу шкільної математики нам відомо, що множини $\mathbb{N}$ і $\mathbb{N}_0$ замкнені стосовно операції додавання та множення, тобто:

(i) якщо $a, b \in \mathbb{N}$, то $a + b \in \mathbb{N}$ і $a \cdot b \in \mathbb{N}$;

(ii) якщо $a, b \in \mathbb{N}_0$, то $a + b \in \mathbb{N}_0$ і $a \cdot b \in \mathbb{N}_0$.

Однак, з $a, b \in \mathbb{N}_0$ не випливає, що $a - b \in \mathbb{N}_0$, наприклад $1 - 2 \notin \mathbb{N}_0$. Тобто множини $\mathbb{N}$ і $\mathbb{N}_0$ не є замкненими стосовно операції віднімання. Розширивши множину натуральних чисел $\mathbb{N}$ до множини $\mathbb{N}_0$ за допомогою дії

$$n - n = 0 \qquad \text{для всіх} \quad n \in \mathbb{N},$$

ми можемо розширити множину $\mathbb{N}_0$ до множини цілих чисел, ввівши *від'ємні цілі числа* так:

$$-n = 0 - n \qquad \text{для всіх} \quad n \in \mathbb{N}.$$

Ми ввели множину

$$\{\ldots, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \ldots\},$$

яку будемо називати множиною *цілих чисел* і позначатимемо її так $\mathbb{Z}$. Очевидно, що множина цілих чисел замкнена стосовно операції віднімання чисел.

З курсу шкільної математики нам відомо, що множини $\mathbb{N}$ і $\mathbb{N}_0$ замкнені стосовно операції додавання та множення, тобто:

(i) якщо $a, b \in \mathbb{N}$, то $a + b \in \mathbb{N}$ і $a \cdot b \in \mathbb{N}$;

(ii) якщо $a, b \in \mathbb{N}_0$, то $a + b \in \mathbb{N}_0$ і $a \cdot b \in \mathbb{N}_0$.

Однак, з $a, b \in \mathbb{N}_0$ не випливає, що $a - b \in \mathbb{N}_0$, наприклад $1 - 2 \notin \mathbb{N}_0$. Тобто множини $\mathbb{N}$ і $\mathbb{N}_0$ не є замкненими стосовно операції віднімання. Розширивши множину натуральних чисел $\mathbb{N}$ до множини $\mathbb{N}_0$ за допомогою дії

$$n - n = 0 \qquad \text{для всіх} \quad n \in \mathbb{N},$$

ми можемо розширити множину $\mathbb{N}_0$ до множини цілих чисел, ввівши *від'ємні цілі числа* так:

$$-n = 0 - n \qquad \text{для всіх} \quad n \in \mathbb{N}.$$

Ми ввели множину

$$\{\ldots, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \ldots\},$$

яку будемо називати множиною *цілих чисел* і позначатимемо її так $\mathbb{Z}$. Очевидно, що множина цілих чисел замкнена стосовно операції віднімання чисел.

З курсу шкільної математики нам відомо, що множини $\mathbb{N}$ і $\mathbb{N}_0$ замкнені стосовно операції додавання та множення, тобто:

(i) якщо $a, b \in \mathbb{N}$, то $a + b \in \mathbb{N}$ і $a \cdot b \in \mathbb{N}$;

(ii) якщо $a, b \in \mathbb{N}_0$, то $a + b \in \mathbb{N}_0$ і $a \cdot b \in \mathbb{N}_0$.

Однак, з $a, b \in \mathbb{N}_0$ не випливає, що $a - b \in \mathbb{N}_0$, наприклад $1 - 2 \notin \mathbb{N}_0$. Тобто множини $\mathbb{N}$ і $\mathbb{N}_0$ не є замкненими стосовно операції віднімання. Розширивши множину натуральних чисел $\mathbb{N}$ до множини $\mathbb{N}_0$ за допомогою дії

$$n - n = 0 \qquad \text{для всіх} \quad n \in \mathbb{N},$$

ми можемо розширити множину $\mathbb{N}_0$ до множини цілих чисел, ввівши *від'ємні цілі числа* так:

$$-n = 0 - n \qquad \text{для всіх} \quad n \in \mathbb{N}.$$

Ми ввели множину

$$\{\ldots, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \ldots\},$$

яку будемо називати множиною *цілих чисел* і позначатимемо її так $\mathbb{Z}$. Очевидно, що множина цілих чисел замкнена стосовно операції віднімання чисел.

З курсу шкільної математики нам відомо, що множини $\mathbb{N}$ і $\mathbb{N}_0$ замкнені стосовно операції додавання та множення, тобто:

(*i*) якщо $a, b \in \mathbb{N}$, то $a + b \in \mathbb{N}$ і $a \cdot b \in \mathbb{N}$;

(*ii*) якщо $a, b \in \mathbb{N}_0$, то $a + b \in \mathbb{N}_0$ і $a \cdot b \in \mathbb{N}_0$.

Однак, з $a, b \in \mathbb{N}_0$ не випливає, що $a - b \in \mathbb{N}_0$, наприклад $1 - 2 \notin \mathbb{N}_0$. Тобто множини $\mathbb{N}$ і $\mathbb{N}_0$ не є замкненими стосовно операції віднімання. Розширивши множину натуральних чисел $\mathbb{N}$ до множини $\mathbb{N}_0$ за допомогою дії

$$n - n = 0 \qquad \text{для всіх} \quad n \in \mathbb{N},$$

ми можемо розширити множину $\mathbb{N}_0$ до множини цілих чисел, ввівши *від'ємні цілі числа* так:

$$-n = 0 - n \qquad \text{для всіх} \quad n \in \mathbb{N}.$$

Ми ввели множину

$$\{\ldots, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \ldots\},$$

яку будемо називати множиною *цілих чисел* і позначатимемо її так $\mathbb{Z}$. Очевидно, що множина цілих чисел замкнена стосовно операції віднімання чисел.

З курсу шкільної математики нам відомо, що множини $\mathbb{N}$ і $\mathbb{N}_0$ замкнені стосовно операції додавання та множення, тобто:

(*i*) якщо $a, b \in \mathbb{N}$, то $a + b \in \mathbb{N}$ і $a \cdot b \in \mathbb{N}$;
(*ii*) якщо $a, b \in \mathbb{N}_0$, то $a + b \in \mathbb{N}_0$ і $a \cdot b \in \mathbb{N}_0$.

Однак, з $a, b \in \mathbb{N}_0$ не випливає, що $a - b \in \mathbb{N}_0$, наприклад $1 - 2 \notin \mathbb{N}_0$. Тобто множини $\mathbb{N}$ і $\mathbb{N}_0$ не є замкненими стосовно операції віднімання. Розширивши множину натуральних чисел $\mathbb{N}$ до множини $\mathbb{N}_0$ за допомогою дії

$$n - n = 0 \qquad \text{для всіх} \quad n \in \mathbb{N},$$

ми можемо розширити множину $\mathbb{N}_0$ до множини цілих чисел, ввівши *від'ємні цілі числа* так:

$$-n = 0 - n \qquad \text{для всіх} \quad n \in \mathbb{N}.$$

Ми ввели множину

$$\{\ldots, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \ldots\},$$

яку будемо називати множиною *цілих чисел* і позначатимемо її так $\mathbb{Z}$. Очевидно, що множина цілих чисел замкнена стосовно операції віднімання чисел.

Елементи теорії чисел

З курсу шкільної математики нам відомо, що множини $\mathbb{N}$ і $\mathbb{N}_0$ замкнені стосовно операції додавання та множення, тобто:

(i) якщо $a, b \in \mathbb{N}$, то $a + b \in \mathbb{N}$ і $a \cdot b \in \mathbb{N}$;

(ii) якщо $a, b \in \mathbb{N}_0$, то $a + b \in \mathbb{N}_0$ і $a \cdot b \in \mathbb{N}_0$.

Однак, з $a, b \in \mathbb{N}_0$ не випливає, що $a - b \in \mathbb{N}_0$, наприклад $1 - 2 \notin \mathbb{N}_0$. Тобто множини $\mathbb{N}$ і $\mathbb{N}_0$ не є замкненими стосовно операції віднімання. Розширивши множину натуральних чисел $\mathbb{N}$ до множини $\mathbb{N}_0$ за допомогою дії

$$n - n = 0 \qquad \text{для всіх} \quad n \in \mathbb{N},$$

ми можемо розширити множину $\mathbb{N}_0$ до множини цілих чисел, ввівши *від'ємні цілі числа* так:

$$-n = 0 - n \qquad \text{для всіх} \quad n \in \mathbb{N}.$$

Ми ввели множину

$$\{\ldots, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \ldots\},$$

яку будемо називати множиною *цілих чисел* і позначатимемо її так $\mathbb{Z}$. Очевидно, що множина цілих чисел замкнена стосовно операції віднімання чисел.

З курсу шкільної математики нам відомо, що множини $\mathbb{N}$ і $\mathbb{N}_0$ замкнені стосовно операції додавання та множення, тобто:

(i) якщо $a, b \in \mathbb{N}$, то $a + b \in \mathbb{N}$ і $a \cdot b \in \mathbb{N}$;

(ii) якщо $a, b \in \mathbb{N}_0$, то $a + b \in \mathbb{N}_0$ і $a \cdot b \in \mathbb{N}_0$.

Однак, з $a, b \in \mathbb{N}_0$ не випливає, що $a - b \in \mathbb{N}_0$, наприклад $1 - 2 \notin \mathbb{N}_0$. Тобто множини $\mathbb{N}$ і $\mathbb{N}_0$ не є замкненими стосовно операції віднімання. Розширивши множину натуральних чисел $\mathbb{N}$ до множини $\mathbb{N}_0$ за допомогою дії

$$n - n = 0 \qquad \text{для всіх} \quad n \in \mathbb{N},$$

ми можемо розширити множину $\mathbb{N}_0$ до множини цілих чисел, ввівши *від'ємні цілі числа* так:

$$-n = 0 - n \qquad \text{для всіх} \quad n \in \mathbb{N}.$$

Ми ввели множину

$$\{\ldots, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \ldots\},$$

яку будемо називати множиною *цілих чисел* і позначатимемо її так $\mathbb{Z}$. Очевидно, що множина цілих чисел замкнена стосовно операції віднімання чисел.

З курсу шкільної математики нам відомо, що множини $\mathbb{N}$ і $\mathbb{N}_0$ замкнені стосовно операції додавання та множення, тобто:

(*i*) якщо $a, b \in \mathbb{N}$, то $a + b \in \mathbb{N}$ і $a \cdot b \in \mathbb{N}$;
(*ii*) якщо $a, b \in \mathbb{N}_0$, то $a + b \in \mathbb{N}_0$ і $a \cdot b \in \mathbb{N}_0$.

Однак, з $a, b \in \mathbb{N}_0$ не випливає, що $a - b \in \mathbb{N}_0$, наприклад $1 - 2 \notin \mathbb{N}_0$. Тобто множини $\mathbb{N}$ і $\mathbb{N}_0$ не є замкненими стосовно операції віднімання. Розширивши множину натуральних чисел $\mathbb{N}$ до множини $\mathbb{N}_0$ за допомогою дії

$$n - n = 0 \qquad \text{для всіх} \quad n \in \mathbb{N},$$

ми можемо розширити множину $\mathbb{N}_0$ до множини цілих чисел, ввівши *від'ємні цілі числа* так:

$$-n = 0 - n \qquad \text{для всіх} \quad n \in \mathbb{N}.$$

Ми ввели множину

$$\{\ldots, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \ldots\},$$

яку будемо називати множиною *цілих чисел* і позначатимемо її так $\mathbb{Z}$. Очевидно, що множина цілих чисел замкнена стосовно операції віднімання чисел.

З курсу шкільної математики нам відомо, що множини $\mathbb{N}$ і $\mathbb{N}_0$ замкнені стосовно операції додавання та множення, тобто:

(i) якщо $a, b \in \mathbb{N}$, то $a + b \in \mathbb{N}$ і $a \cdot b \in \mathbb{N}$;

(ii) якщо $a, b \in \mathbb{N}_0$, то $a + b \in \mathbb{N}_0$ і $a \cdot b \in \mathbb{N}_0$.

Однак, з $a, b \in \mathbb{N}_0$ не випливає, що $a - b \in \mathbb{N}_0$, наприклад $1 - 2 \notin \mathbb{N}_0$. Тобто множини $\mathbb{N}$ і $\mathbb{N}_0$ не є замкненими стосовно операції віднімання. Розширивши множину натуральних чисел $\mathbb{N}$ до множини $\mathbb{N}_0$ за допомогою дії

$$n - n = 0 \qquad \text{для всіх} \quad n \in \mathbb{N},$$

ми можемо розширити множину $\mathbb{N}_0$ до множини цілих чисел, ввівши *від'ємні цілі числа* так:

$$-n = 0 - n \qquad \text{для всіх} \quad n \in \mathbb{N}.$$

Ми ввели множину

$$\{\ldots, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \ldots\},$$

яку будемо називати множиною *цілих чисел* і позначатимемо її так $\mathbb{Z}$. Очевидно, що множина цілих чисел замкнена стосовно операції віднімання чисел.

З курсу шкільної математики нам відомо, що множини $\mathbb{N}$ і $\mathbb{N}_0$ замкнені стосовно операції додавання та множення, тобто:

(i) якщо $a, b \in \mathbb{N}$, то $a + b \in \mathbb{N}$ і $a \cdot b \in \mathbb{N}$;
(ii) якщо $a, b \in \mathbb{N}_0$, то $a + b \in \mathbb{N}_0$ і $a \cdot b \in \mathbb{N}_0$.

Однак, з $a, b \in \mathbb{N}_0$ не випливає, що $a - b \in \mathbb{N}_0$, наприклад $1 - 2 \notin \mathbb{N}_0$. Тобто множини $\mathbb{N}$ і $\mathbb{N}_0$ не є замкненими стосовно операції віднімання. Розширивши множину натуральних чисел $\mathbb{N}$ до множини $\mathbb{N}_0$ за допомогою дії

$$n - n = 0 \qquad \text{для всіх} \quad n \in \mathbb{N},$$

ми можемо розширити множину $\mathbb{N}_0$ до множини цілих чисел, ввівши *від'ємні цілі числа* так:

$$-n = 0 - n \qquad \text{для всіх} \quad n \in \mathbb{N}.$$

Ми ввели множину

$$\{\ldots, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \ldots\},$$

яку будемо називати множиною *цілих чисел* і позначатимемо її так $\mathbb{Z}$. Очевидно, що множина цілих чисел замкнена стосовно операції віднімання чисел.

З курсу шкільної математики нам відомо, що множини $\mathbb{N}$ і $\mathbb{N}_0$ замкнені стосовно операції додавання та множення, тобто:

(i) якщо $a, b \in \mathbb{N}$, то $a + b \in \mathbb{N}$ і $a \cdot b \in \mathbb{N}$;
(ii) якщо $a, b \in \mathbb{N}_0$, то $a + b \in \mathbb{N}_0$ і $a \cdot b \in \mathbb{N}_0$.

Однак, з $a, b \in \mathbb{N}_0$ не випливає, що $a - b \in \mathbb{N}_0$, наприклад $1 - 2 \notin \mathbb{N}_0$. Тобто множини $\mathbb{N}$ і $\mathbb{N}_0$ не є замкненими стосовно операції віднімання. Розширивши множину натуральних чисел $\mathbb{N}$ до множини $\mathbb{N}_0$ за допомогою дії

$$n - n = 0 \qquad \text{для всіх} \quad n \in \mathbb{N},$$

ми можемо розширити множину $\mathbb{N}_0$ до множини цілих чисел, ввівши *від'ємні цілі числа* так:

$$-n = 0 - n \qquad \text{для всіх} \quad n \in \mathbb{N}.$$

Ми ввели множину

$$\{\ldots, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \ldots\},$$

яку будемо називати множиною *цілих чисел* і позначатимемо її так $\mathbb{Z}$. Очевидно, що множина цілих чисел замкнена стосовно операції віднімання чисел.

З курсу шкільної математики нам відомо, що множини $\mathbb{N}$ і $\mathbb{N}_0$ замкнені стосовно операції додавання та множення, тобто:

(i) якщо $a, b \in \mathbb{N}$, то $a + b \in \mathbb{N}$ і $a \cdot b \in \mathbb{N}$;
(ii) якщо $a, b \in \mathbb{N}_0$, то $a + b \in \mathbb{N}_0$ і $a \cdot b \in \mathbb{N}_0$.

Однак, з $a, b \in \mathbb{N}_0$ не випливає, що $a - b \in \mathbb{N}_0$, наприклад $1 - 2 \notin \mathbb{N}_0$. Тобто множини $\mathbb{N}$ і $\mathbb{N}_0$ не є замкненими стосовно операції віднімання. Розширивши множину натуральних чисел $\mathbb{N}$ до множини $\mathbb{N}_0$ за допомогою дії

$$n - n = 0 \qquad \text{для всіх} \quad n \in \mathbb{N},$$

ми можемо розширити множину $\mathbb{N}_0$ до множини цілих чисел, ввівши *від'ємні цілі числа* так:

$$-n = 0 - n \qquad \text{для всіх} \quad n \in \mathbb{N}.$$

Ми ввели множину

$$\{\ldots, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \ldots\},$$

яку будемо називати множиною *цілих чисел* і позначатимемо її так $\mathbb{Z}$. Очевидно, що множина цілих чисел замкнена стосовно операції віднімання чисел.

З курсу шкільної математики нам відомо, що множини $\mathbb{N}$ і $\mathbb{N}_0$ замкнені стосовно операції додавання та множення, тобто:

(i) якщо $a, b \in \mathbb{N}$, то $a + b \in \mathbb{N}$ і $a \cdot b \in \mathbb{N}$;

(ii) якщо $a, b \in \mathbb{N}_0$, то $a + b \in \mathbb{N}_0$ і $a \cdot b \in \mathbb{N}_0$.

Однак, з $a, b \in \mathbb{N}_0$ не випливає, що $a - b \in \mathbb{N}_0$, наприклад $1 - 2 \notin \mathbb{N}_0$. Тобто множини $\mathbb{N}$ і $\mathbb{N}_0$ не є замкненими стосовно операції віднімання. Розширивши множину натуральних чисел $\mathbb{N}$ до множини $\mathbb{N}_0$ за допомогою дії

$$n - n = 0 \qquad \text{для всіх} \quad n \in \mathbb{N},$$

ми можемо розширити множину $\mathbb{N}_0$ до множини цілих чисел, ввівши *від'ємні цілі числа* так:

$$-n = 0 - n \qquad \text{для всіх} \quad n \in \mathbb{N}.$$

Ми ввели множину

$$\{\ldots, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \ldots\},$$

яку будемо називати множиною *цілих чисел* і позначатимемо її так $\mathbb{Z}$. Очевидно, що множина цілих чисел замкнена стосовно операції віднімання чисел.

З курсу шкільної математики нам відомо, що множини $\mathbb{N}$ і $\mathbb{N}_0$ замкнені стосовно операції додавання та множення, тобто:

(i) якщо $a, b \in \mathbb{N}$, то $a + b \in \mathbb{N}$ і $a \cdot b \in \mathbb{N}$;
(ii) якщо $a, b \in \mathbb{N}_0$, то $a + b \in \mathbb{N}_0$ і $a \cdot b \in \mathbb{N}_0$.

Однак, з $a, b \in \mathbb{N}_0$ не випливає, що $a - b \in \mathbb{N}_0$, наприклад $1 - 2 \notin \mathbb{N}_0$. Тобто множини $\mathbb{N}$ і $\mathbb{N}_0$ не є замкненими стосовно операції віднімання. Розширивши множину натуральних чисел $\mathbb{N}$ до множини $\mathbb{N}_0$ за допомогою дії

$$n - n = 0 \qquad \text{для всіх} \quad n \in \mathbb{N},$$

ми можемо розширити множину $\mathbb{N}_0$ до множини цілих чисел, ввівши *від'ємні цілі числа* так:

$$-n = 0 - n \qquad \text{для всіх} \quad n \in \mathbb{N}.$$

Ми ввели множину

$$\{\ldots, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \ldots\},$$

яку будемо називати множиною *цілих чисел* і позначатимемо її так $\mathbb{Z}$.
Очевидно, що множина цілих чисел замкнена стосовно операції віднімання чисел.

З курсу шкільної математики нам відомо, що множини $\mathbb{N}$ і $\mathbb{N}_0$ замкнені стосовно операції додавання та множення, тобто:

(*i*) якщо $a, b \in \mathbb{N}$, то $a + b \in \mathbb{N}$ і $a \cdot b \in \mathbb{N}$;
(*ii*) якщо $a, b \in \mathbb{N}_0$, то $a + b \in \mathbb{N}_0$ і $a \cdot b \in \mathbb{N}_0$.

Однак, з $a, b \in \mathbb{N}_0$ не випливає, що $a - b \in \mathbb{N}_0$, наприклад $1 - 2 \notin \mathbb{N}_0$. Тобто множини $\mathbb{N}$ і $\mathbb{N}_0$ не є замкненими стосовно операції віднімання. Розширивши множину натуральних чисел $\mathbb{N}$ до множини $\mathbb{N}_0$ за допомогою дії

$$n - n = 0 \qquad \text{для всіх} \quad n \in \mathbb{N},$$

ми можемо розширити множину $\mathbb{N}_0$ до множини цілих чисел, ввівши *від'ємні цілі числа* так:

$$-n = 0 - n \qquad \text{для всіх} \quad n \in \mathbb{N}.$$

Ми ввели множину

$$\{\ldots, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \ldots\},$$

яку будемо називати множиною *цілих чисел* і позначатимемо її так $\mathbb{Z}$. Очевидно, що множина цілих чисел замкнена стосовно операції віднімання чисел.

Однак множина цілих чисел не є замкненою стосовно операції ділення. Зауважимо, що в математиці можна ділити лише на число, відмінне від нуля. Тому розширимо множину цілих чисел $\mathbb{Z}$ до множини раціональних чисел

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \mid m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Введення поняття дійсного числа є достатньо складним і громіздким, тому ми просто пригадаємо зі шкільного курсу математики, як там вводиться дійсне число. Наочно поняття дійсного числа можна уявити за допомогою числової прямої. Якщо на прямій обрати напрямок, початкову точку та одиницю довжини для вимірювання відрізків, то кожному дійсному числу можна поставити у відповідність єдину точку на цій прямій, і навпаки, кожна точка зображатиме єдине дійсне число. Через цю відповідність, термін числова пряма зазвичай використовується як синонім множини дійсних чисел (див. рис.).

Множину дійсних чисел стандартно позначають $\mathbb{R}$.

Елементи теорії чисел

Однак множина цілих чисел не є замкненою стосовно операції ділення. Зауважимо, що в математиці можна ділити лише на число, відмінне від нуля. Тому розширимо множину цілих чисел $\mathbb{Z}$ до множини раціональних чисел

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \mid m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Введення поняття дійсного числа є достатньо складним і громіздким, тому ми просто пригадаємо зі шкільного курсу математики, як там вводиться дійсне число. Наочно поняття дійсного числа можна уявити за допомогою числової прямої. Якщо на прямій обрати напрямок, початкову точку та одиницю довжини для вимірювання відрізків, то кожному дійсному числу можна поставити у відповідність єдину точку на цій прямій, і навпаки, кожна точка зображатиме єдине дійсне число. Через цю відповідність, термін числова пряма зазвичай використовується як синонім множини дійсних чисел (див. рис.).

Множину дійсних чисел стандартно позначають $\mathbb{R}$.

Однак множина цілих чисел не є замкненою стосовно операції ділення. Зауважимо, що в математиці можна ділити лише на число, відмінне від нуля. Тому розширимо множину цілих чисел $\mathbb{Z}$ до множини раціональних чисел

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \mid m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Введення поняття дійсного числа є достатньо складним і громіздким, тому ми просто пригадаємо зі шкільного курсу математики, як там вводиться дійсне число. Наочно поняття дійсного числа можна уявити за допомогою числової прямої. Якщо на прямій обрати напрямок, початкову точку та одиницю довжини для вимірювання відрізків, то кожному дійсному числу можна поставити у відповідність єдину точку на цій прямій, і навпаки, кожна точка зображатиме єдине дійсне число. Через цю відповідність, термін числова пряма зазвичай використовується як синонім множини дійсних чисел (див. рис.).

Множину дійсних чисел стандартно позначають $\mathbb{R}$.

Однак множина цілих чисел не є замкненою стосовно операції ділення. Зауважимо, що в математиці можна ділити лише на число, відмінне від нуля. Тому розширимо множину цілих чисел $\mathbb{Z}$ до множини раціональних чисел

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \mid m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Введення поняття дійсного числа є достатньо складним і громіздким, тому ми просто пригадаємо зі шкільного курсу математики, як там вводиться дійсне число. Наочно поняття дійсного числа можна уявити за допомогою числової прямої. Якщо на прямій обрати напрямок, початкову точку та одиницю довжини для вимірювання відрізків, то кожному дійсному числу можна поставити у відповідність єдину точку на цій прямій, і навпаки, кожна точка зображатиме єдине дійсне число. Через цю відповідність, термін числова пряма зазвичай використовується як синонім множини дійсних чисел (див. рис.).

Множину дійсних чисел стандартно позначають $\mathbb{R}$.

Елементи теорії чисел

Однак множина цілих чисел не є замкненою стосовно операції ділення. Зауважимо, що в математиці можна ділити лише на число, відмінне від нуля. Тому розширимо множину цілих чисел $\mathbb{Z}$ до множини раціональних чисел

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \mid m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Введення поняття дійсного числа є достатньо складним і громіздким, тому ми просто пригадаємо зі шкільного курсу математики, як там вводиться дійсне число. Наочно поняття дійсного числа можна уявити за допомогою числової прямої. Якщо на прямій обрати напрямок, початкову точку та одиницю довжини для вимірювання відрізків, то кожному дійсному числу можна поставити у відповідність єдину точку на цій прямій, і навпаки, кожна точка зображатиме єдине дійсне число. Через цю відповідність, термін числова пряма зазвичай використовується як синонім множини дійсних чисел (див. рис.).

Множину дійсних чисел стандартно позначають $\mathbb{R}$.

Елементи теорії чисел

Однак множина цілих чисел не є замкненою стосовно операції ділення. Зауважимо, що в математиці можна ділити лише на число, відмінне від нуля. Тому розширимо множину цілих чисел $\mathbb{Z}$ до множини раціональних чисел

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \mid m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Введення поняття дійсного числа є достатньо складним і громіздким, тому ми просто пригадаємо зі шкільного курсу математики, як там вводиться дійсне число. Наочно поняття дійсного числа можна уявити за допомогою числової прямої. Якщо на прямій обрати напрямок, початкову точку та одиницю довжини для вимірювання відрізків, то кожному дійсному числу можна поставити у відповідність єдину точку на цій прямій, і навпаки, кожна точка зображатиме єдине дійсне число. Через цю відповідність, термін числова пряма зазвичай використовується як синонім множини дійсних чисел (див. рис.).

Множину дійсних чисел стандартно позначають $\mathbb{R}$.

Елементи теорії чисел

Однак множина цілих чисел не є замкненою стосовно операції ділення. Зауважимо, що в математиці можна ділити лише на число, відмінне від нуля. Тому розширимо множину цілих чисел $\mathbb{Z}$ до множини раціональних чисел

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \mid m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Введення поняття дійсного числа є достатньо складним і громіздким, тому ми просто пригадаємо зі шкільного курсу математики, як там вводиться дійсне число. Наочно поняття дійсного числа можна уявити за допомогою числової прямої. Якщо на прямій обрати напрямок, початкову точку та одиницю довжини для вимірювання відрізків, то кожному дійсному числу можна поставити у відповідність єдину точку на цій прямій, і навпаки, кожна точка зображатиме єдине дійсне число. Через цю відповідність, термін числова пряма зазвичай використовується як синонім множини дійсних чисел (див. рис.).

Множину дійсних чисел стандартно позначають $\mathbb{R}$.

Елементи теорії чисел

Однак множина цілих чисел не є замкненою стосовно операції ділення. Зауважимо, що в математиці можна ділити лише на число, відмінне від нуля. Тому розширимо множину цілих чисел $\mathbb{Z}$ до множини раціональних чисел

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \mid m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

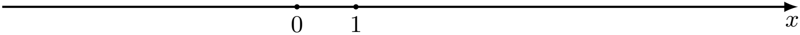
Введення поняття дійсного числа є достатньо складним і громіздким, тому ми просто пригадаємо зі шкільного курсу математики, як там вводиться дійсне число. Наочно поняття дійсного числа можна уявити за допомогою числової прямої. Якщо на прямій обрати напрямок, початкову точку та одиницю довжини для вимірювання відрізків, то кожному дійсному числу можна поставити у відповідність єдину точку на цій прямій, і навпаки, кожна точка зображатиме єдине дійсне число. Через цю відповідність, термін числова пряма зазвичай використовується як синонім множини дійсних чисел (див. рис.).

Множину дійсних чисел стандартно позначають $\mathbb{R}$.

Однак множина цілих чисел не є замкненою стосовно операції ділення. Зауважимо, що в математиці можна ділити лише на число, відмінне від нуля. Тому розширимо множину цілих чисел $\mathbb{Z}$ до множини раціональних чисел

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \mid m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Введення поняття дійсного числа є достатньо складним і громіздким, тому ми просто пригадаємо зі шкільного курсу математики, як там вводиться дійсне число. Наочно поняття дійсного числа можна уявити за допомогою числової прямої. Якщо на прямій обрати напрямок, початкову точку та одиницю довжини для вимірювання відрізків, то кожному дійсному числу можна поставити у відповідність єдину точку на цій прямій, і навпаки, кожна точка зображатиме єдине дійсне число. Через цю відповідність, термін числова пряма зазвичай використовується як синонім множини дійсних чисел (див. рис.).



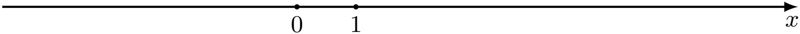
Множину дійсних чисел стандартно позначають $\mathbb{R}$.

Елементи теорії чисел

Однак множина цілих чисел не є замкненою стосовно операції ділення. Зауважимо, що в математиці можна ділити лише на число, відмінне від нуля. Тому розширимо множину цілих чисел $\mathbb{Z}$ до множини раціональних чисел

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \mid m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Введення поняття дійсного числа є достатньо складним і громіздким, тому ми просто пригадаємо зі шкільного курсу математики, як там вводиться дійсне число. Наочно поняття дійсного числа можна уявити за допомогою числової прямої. Якщо на прямій обрати напрямок, початкову точку та одиницю довжини для вимірювання відрізків, то кожному дійсному числу можна поставити у відповідність єдину точку на цій прямій, і навпаки, кожна точка зображатиме єдине дійсне число. Через цю відповідність, термін числова пряма зазвичай використовується як синонім множини дійсних чисел (див. рис.).

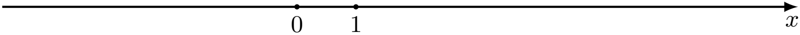


Множину дійсних чисел стандартно позначають $\mathbb{R}$.

Однак множина цілих чисел не є замкненою стосовно операції ділення. Зауважимо, що в математиці можна ділити лише на число, відмінне від нуля. Тому розширимо множину цілих чисел $\mathbb{Z}$ до множини раціональних чисел

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \mid m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Введення поняття дійсного числа є достатньо складним і громіздким, тому ми просто пригадаємо зі шкільного курсу математики, як там вводиться дійсне число. Наочно поняття дійсного числа можна уявити за допомогою числової прямої. Якщо на прямій обрати напрямок, початкову точку та одиницю довжини для вимірювання відрізків, то кожному дійсному числу можна поставити у відповідність єдину точку на цій прямій, і навпаки, кожна точка зображатиме єдине дійсне число. Через цю відповідність, термін числова пряма зазвичай використовується як синонім множини дійсних чисел (див. рис.).



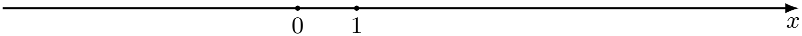
Множину дійсних чисел стандартно позначають $\mathbb{R}$.

Елементи теорії чисел

Однак множина цілих чисел не є замкненою стосовно операції ділення. Зауважимо, що в математиці можна ділити лише на число, відмінне від нуля. Тому розширимо множину цілих чисел $\mathbb{Z}$ до множини раціональних чисел

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \mid m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Введення поняття дійсного числа є достатньо складним і громіздким, тому ми просто пригадаємо зі шкільного курсу математики, як там вводиться дійсне число. Наочно поняття дійсного числа можна уявити за допомогою числової прямої. Якщо на прямій обрати напрямок, початкову точку та одиницю довжини для вимірювання відрізків, то кожному дійсному числу можна поставити у відповідність єдину точку на цій прямій, і навпаки, кожна точка зображатиме єдине дійсне число. Через цю відповідність, термін числова пряма зазвичай використовується як синонім множини дійсних чисел (див. рис.).



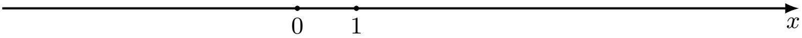
Множину дійсних чисел стандартно позначають $\mathbb{R}$.

Елементи теорії чисел

Однак множина цілих чисел не є замкненою стосовно операції ділення. Зауважимо, що в математиці можна ділити лише на число, відмінне від нуля. Тому розширимо множину цілих чисел $\mathbb{Z}$ до множини раціональних чисел

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \mid m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Введення поняття дійсного числа є достатньо складним і громіздким, тому ми просто пригадаємо зі шкільного курсу математики, як там вводиться дійсне число. Наочно поняття дійсного числа можна уявити за допомогою числової прямої. Якщо на прямій обрати напрямок, початкову точку та одиницю довжини для вимірювання відрізків, то кожному дійсному числу можна поставити у відповідність єдину точку на цій прямій, і навпаки, кожна точка зображатиме єдине дійсне число. Через цю відповідність, термін числова пряма зазвичай використовується як синонім множини дійсних чисел (див. рис.).



Множину дійсних чисел стандартно позначають $\mathbb{R}$.

З погляду сучасної математики, множина дійсних чисел утворює неперервне впорядковане поле. Це означає, що дійсні числа можна додавати, віднімати, множити та ділити (окрім ділення на нуль), і для них справджуються всі звичні властивості арифметичних дій (комутативність і асоціативність додавання та множення, дистрибутивність додавання та віднімання відносно множення тощо), їх можна порівнювати між собою (відомо котре з двох дійсних чисел більше, а котре менше чи вони рівні між собою), а також, що на числовій прямій немає "дірок" — між будь-якими дійсними числами знайдеться дійсне число.
Очевидно, що множина дійсних чисел $\mathbb{R}$ замкнена стосовно розв'язування лінійних рівнянь, тобто розв'язок рівняння

$$a \cdot x = b,$$

де $a, b \in \mathbb{R}$ і $a \neq 0$, є дійсним число. Однак, вже розв'язки квадратного рівняння

$$ax^2 + bx + c = 0, \qquad a \neq 0,$$

можуть і не бути дійсними числами. Наприклад, рівняння $x^2 + 1 = 0$ не має дійсних коренів. Більшу множину чисел, над якою всі квадратні рівняння мають розв'язки, а саме множину комплексних чисел, ми введемо в наступній лекції.

З погляду сучасної математики, множина дійсних чисел утворює неперервне впорядковане поле. Це означає, що дійсні числа можна додавати, віднімати, множити та ділити (окрім ділення на нуль), і для них справджуються всі звичні властивості арифметичних дій (комутативність і асоціативність додавання та множення, дистрибутивність додавання та віднімання відносно множення тощо), їх можна порівнювати між собою (відомо котре з двох дійсних чисел більше, а котре менше чи вони рівні між собою), а також, що на числовій прямій немає "дірок" — між будь-якими дійсними числами знайдеться дійсне число.
Очевидно, що множина дійсних чисел $\mathbb{R}$ замкнена стосовно розв'язування лінійних рівнянь, тобто розв'язок рівняння

$$a \cdot x = b,$$

де $a, b \in \mathbb{R}$ і $a \neq 0$, є дійсним число. Однак, вже розв'язки квадратного рівняння

$$ax^2 + bx + c = 0, \qquad a \neq 0,$$

можуть і не бути дійсними числами. Наприклад, рівняння $x^2 + 1 = 0$ не має дійсних коренів. Більшу множину чисел, над якою всі квадратні рівняння мають розв'язки, а саме множину комплексних чисел, ми введемо в наступній лекції.

З погляду сучасної математики, множина дійсних чисел утворює неперервне впорядковане поле. Це означає, що дійсні числа можна додавати, віднімати, множити та ділити (окрім ділення на нуль), і для них справджуються всі звичні властивості арифметичних дій (комутативність і асоціативність додавання та множення, дистрибутивність додавання та віднімання відносно множення тощо), їх можна порівнювати між собою (відомо котре з двох дійсних чисел більше, а котре менше чи вони рівні між собою), а також, що на числовій прямій немає "дірок" — між будь-якими дійсними числами знайдеться дійсне число.
Очевидно, що множина дійсних чисел $\mathbb{R}$ замкнена стосовно розв'язування лінійних рівнянь, тобто розв'язок рівняння

$$a \cdot x = b,$$

де $a, b \in \mathbb{R}$ і $a \neq 0$, є дійсним число. Однак, вже розв'язки квадратного рівняння

$$ax^2 + bx + c = 0, \qquad a \neq 0,$$

можуть і не бути дійсними числами. Наприклад, рівняння $x^2 + 1 = 0$ не має дійсних коренів. Більшу множину чисел, над якою всі квадратні рівняння мають розв'язки, а саме множину комплексних чисел, ми введемо в наступній лекції.

З погляду сучасної математики, множина дійсних чисел утворює неперервне впорядковане поле. Це означає, що дійсні числа можна додавати, віднімати, множити та ділити (окрім ділення на нуль), і для них справджуються всі звичні властивості арифметичних дій (комутативність і асоціативність додавання та множення, дистрибутивність додавання та віднімання відносно множення тощо), їх можна порівнювати між собою (відомо котре з двох дійсних чисел більше, а котре менше чи вони рівні між собою), а також, що на числовій прямій немає "дірок" — між будь-якими дійсними числами знайдеться дійсне число.
Очевидно, що множина дійсних чисел $\mathbb{R}$ замкнена стосовно розв'язування лінійних рівнянь, тобто розв'язок рівняння

$$a \cdot x = b,$$

де $a, b \in \mathbb{R}$ і $a \neq 0$, є дійсним число. Однак, вже розв'язки квадратного рівняння

$$ax^2 + bx + c = 0, \qquad a \neq 0,$$

можуть і не бути дійсними числами. Наприклад, рівняння $x^2 + 1 = 0$ не має дійсних коренів. Більшу множину чисел, над якою всі квадратні рівняння мають розв'язки, а саме множину комплексних чисел, ми введемо в наступній лекції.

З погляду сучасної математики, множина дійсних чисел утворює неперервне впорядковане поле. Це означає, що дійсні числа можна додавати, віднімати, множити та ділити (окрім ділення на нуль), і для них справджуються всі звичні властивості арифметичних дій (комутативність і асоціативність додавання та множення, дистрибутивність додавання та віднімання відносно множення тощо), їх можна порівнювати між собою (відомо котре з двох дійсних чисел більше, а котре менше чи вони рівні між собою), а також, що на числовій прямій немає “дірок” — між будь-якими дійсними числами знайдеться дійсне число.

Очевидно, що множина дійсних чисел $\mathbb{R}$ замкнена стосовно розв'язування лінійних рівнянь, тобто розв'язок рівняння

$$a \cdot x = b,$$

де $a, b \in \mathbb{R}$ і $a \neq 0$, є дійсним число. Однак, вже розв'язки квадратного рівняння

$$ax^2 + bx + c = 0, \qquad a \neq 0,$$

можуть і не бути дійсними числами. Наприклад, рівняння $x^2 + 1 = 0$ не має дійсних коренів. Більшу множину чисел, над якою всі квадратні рівняння мають розв'язки, а саме множину комплексних чисел, ми введемо в наступній лекції.

З погляду сучасної математики, множина дійсних чисел утворює неперервне впорядковане поле. Це означає, що дійсні числа можна додавати, віднімати, множити та ділити (окрім ділення на нуль), і для них справджуються всі звичні властивості арифметичних дій (комутативність і асоціативність додавання та множення, дистрибутивність додавання та віднімання відносно множення тощо), їх можна порівнювати між собою (відомо котре з двох дійсних чисел більше, а котре менше чи вони рівні між собою), а також, що на числовій прямій немає "дірок" — між будь-якими дійсними числами знайдеться дійсне число.

Очевидно, що множина дійсних чисел $\mathbb{R}$ замкнена стосовно розв'язування лінійних рівнянь, тобто розв'язок рівняння

$$a \cdot x = b,$$

де $a, b \in \mathbb{R}$ і $a \neq 0$, є дійсним число. Однак, вже розв'язки квадратного рівняння

$$ax^2 + bx + c = 0, \qquad a \neq 0,$$

можуть і не бути дійсними числами. Наприклад, рівняння $x^2 + 1 = 0$ не має дійсних коренів. Більшу множину чисел, над якою всі квадратні рівняння мають розв'язки, а саме множину комплексних чисел, ми введемо в наступній лекції.

З погляду сучасної математики, множина дійсних чисел утворює неперервне впорядковане поле. Це означає, що дійсні числа можна додавати, віднімати, множити та ділити (окрім ділення на нуль), і для них справджуються всі звичні властивості арифметичних дій (комутативність і асоціативність додавання та множення, дистрибутивність додавання та віднімання відносно множення тощо), їх можна порівнювати між собою (відомо котре з двох дійсних чисел більше, а котре менше чи вони рівні між собою), а також, що на числовій прямій немає "дірок" — між будь-якими дійсними числами знайдеться дійсне число.
Очевидно, що множина дійсних чисел $\mathbb{R}$ замкнена стосовно розв'язування лінійних рівнянь, тобто розв'язок рівняння

$$a \cdot x = b,$$

де $a, b \in \mathbb{R}$ і $a \neq 0$, є дійсним число. Однак, вже розв'язки квадратного рівняння

$$ax^2 + bx + c = 0, \qquad a \neq 0,$$

можуть і не бути дійсними числами. Наприклад, рівняння $x^2 + 1 = 0$ не має дійсних коренів. Більшу множину чисел, над якою всі квадратні рівняння мають розв'язки, а саме множину комплексних чисел, ми введемо в наступній лекції.

З погляду сучасної математики, множина дійсних чисел утворює неперервне впорядковане поле. Це означає, що дійсні числа можна додавати, віднімати, множити та ділити (окрім ділення на нуль), і для них справджуються всі звичні властивості арифметичних дій (комутативність і асоціативність додавання та множення, дистрибутивність додавання та віднімання відносно множення тощо), їх можна порівнювати між собою (відомо котре з двох дійсних чисел більше, а котре менше чи вони рівні між собою), а також, що на числовій прямій немає "дірок" — між будь-якими дійсними числами знайдеться дійсне число.

Очевидно, що множина дійсних чисел $\mathbb{R}$ замкнена стосовно розв'язування лінійних рівнянь, тобто розв'язок рівняння

$$a \cdot x = b,$$

де $a, b \in \mathbb{R}$ і $a \neq 0$, є дійсним число. Однак, вже розв'язки квадратного рівняння

$$ax^2 + bx + c = 0, \qquad a \neq 0,$$

можуть і не бути дійсними числами. Наприклад, рівняння $x^2 + 1 = 0$ не має дійсних коренів. Більшу множину чисел, над якою всі квадратні рівняння мають розв'язки, а саме множину комплексних чисел, ми введемо в наступній лекції.

З погляду сучасної математики, множина дійсних чисел утворює неперервне впорядковане поле. Це означає, що дійсні числа можна додавати, віднімати, множити та ділити (окрім ділення на нуль), і для них справджуються всі звичні властивості арифметичних дій (комутативність і асоціативність додавання та множення, дистрибутивність додавання та віднімання відносно множення тощо), їх можна порівнювати між собою (відомо котре з двох дійсних чисел більше, а котре менше чи вони рівні між собою), а також, що на числовій прямій немає "дірок" — між будь-якими дійсними числами знайдеться дійсне число.
Очевидно, що множина дійсних чисел $\mathbb{R}$ замкнена стосовно розв'язування лінійних рівнянь, тобто розв'язок рівняння

$$a \cdot x = b,$$

де $a, b \in \mathbb{R}$ і $a \neq 0$, є дійсним число. Однак, вже розв'язки квадратного рівняння

$$ax^2 + bx + c = 0, \qquad a \neq 0,$$

можуть і не бути дійсними числами. Наприклад, рівняння $x^2 + 1 = 0$ не має дійсних коренів. Більшу множину чисел, над якою всі квадратні рівняння мають розв'язки, а саме множину комплексних чисел, ми введемо в наступній лекції.

З погляду сучасної математики, множина дійсних чисел утворює неперервне впорядковане поле. Це означає, що дійсні числа можна додавати, віднімати, множити та ділити (окрім ділення на нуль), і для них справджуються всі звичні властивості арифметичних дій (комутативність і асоціативність додавання та множення, дистрибутивність додавання та віднімання відносно множення тощо), їх можна порівнювати між собою (відомо котре з двох дійсних чисел більше, а котре менше чи вони рівні між собою), а також, що на числовій прямій немає "дірок" — між будь-якими дійсними числами знайдеться дійсне число.
Очевидно, що множина дійсних чисел $\mathbb{R}$ замкнена стосовно розв'язування лінійних рівнянь, тобто розв'язок рівняння

$$a \cdot x = b,$$

де $a, b \in \mathbb{R}$ і $a \neq 0$, є дійсним число. Однак, вже розв'язки квадратного рівняння

$$ax^2 + bx + c = 0, \qquad a \neq 0,$$

можуть і не бути дійсними числами. Наприклад, рівняння $x^2 + 1 = 0$ не має дійсних коренів. Більшу множину чисел, над якою всі квадратні рівняння мають розв'язки, а саме множину комплексних чисел, ми введемо в наступній лекції.

З погляду сучасної математики, множина дійсних чисел утворює неперервне впорядковане поле. Це означає, що дійсні числа можна додавати, віднімати, множити та ділити (окрім ділення на нуль), і для них справджуються всі звичні властивості арифметичних дій (комутативність і асоціативність додавання та множення, дистрибутивність додавання та віднімання відносно множення тощо), їх можна порівнювати між собою (відомо котре з двох дійсних чисел більше, а котре менше чи вони рівні між собою), а також, що на числовій прямій немає "дірок" — між будь-якими дійсними числами знайдеться дійсне число.
Очевидно, що множина дійсних чисел $\mathbb{R}$ замкнена стосовно розв'язування лінійних рівнянь, тобто розв'язок рівняння

$$a \cdot x = b,$$

де $a, b \in \mathbb{R}$ і $a \neq 0$, є дійсним число. Однак, вже розв'язки квадратного рівняння

$$ax^2 + bx + c = 0, \qquad a \neq 0,$$

можуть і не бути дійсними числами. Наприклад, рівняння $x^2 + 1 = 0$ не має дійсних коренів. Більшу множину чисел, над якою всі квадратні рівняння мають розв'язки, а саме множину комплексних чисел, ми введемо в наступній лекції.

Елементи теорії чисел

З погляду сучасної математики, множина дійсних чисел утворює неперервне впорядковане поле. Це означає, що дійсні числа можна додавати, віднімати, множити та ділити (окрім ділення на нуль), і для них справджуються всі звичні властивості арифметичних дій (комутативність і асоціативність додавання та множення, дистрибутивність додавання та віднімання відносно множення тощо), їх можна порівнювати між собою (відомо котре з двох дійсних чисел більше, а котре менше чи вони рівні між собою), а також, що на числовій прямій немає "дірок" — між будь-якими дійсними числами знайдеться дійсне число.
Очевидно, що множина дійсних чисел $\mathbb{R}$ замкнена стосовно розв'язування лінійних рівнянь, тобто розв'язок рівняння

$$a \cdot x = b,$$

де $a, b \in \mathbb{R}$ і $a \neq 0$, є дійсним число. Однак, вже розв'язки квадратного рівняння

$$ax^2 + bx + c = 0, \qquad a \neq 0,$$

можуть і не бути дійсними числами. Наприклад, рівняння $x^2 + 1 = 0$ не має дійсних коренів. Більшу множину чисел, над якою всі квадратні рівняння мають розв'язки, а саме множину комплексних чисел, ми введемо в наступній лекції.

З погляду сучасної математики, множина дійсних чисел утворює неперервне впорядковане поле. Це означає, що дійсні числа можна додавати, віднімати, множити та ділити (окрім ділення на нуль), і для них справджуються всі звичні властивості арифметичних дій (комутативність і асоціативність додавання та множення, дистрибутивність додавання та віднімання відносно множення тощо), їх можна порівнювати між собою (відомо котре з двох дійсних чисел більше, а котре менше чи вони рівні між собою), а також, що на числовій прямій немає “дірок” — між будь-якими дійсними числами знайдеться дійсне число.
Очевидно, що множина дійсних чисел $\mathbb{R}$ замкнена стосовно розв'язування лінійних рівнянь, тобто розв'язок рівняння

$$a \cdot x = b,$$

де $a, b \in \mathbb{R}$ і $a \neq 0$, є дійсним число. Однак, вже розв'язки квадратного рівняння

$$ax^2 + bx + c = 0, \qquad a \neq 0,$$

можуть і не бути дійсними числами. Наприклад, рівняння $x^2 + 1 = 0$ не має дійсних коренів. Більшу множину чисел, над якою всі квадратні рівняння мають розв'язки, а саме множину комплексних чисел, ми введемо в наступній лекції.

З погляду сучасної математики, множина дійсних чисел утворює неперервне впорядковане поле. Це означає, що дійсні числа можна додавати, віднімати, множити та ділити (окрім ділення на нуль), і для них справджуються всі звичні властивості арифметичних дій (комутативність і асоціативність додавання та множення, дистрибутивність додавання та віднімання відносно множення тощо), їх можна порівнювати між собою (відомо котре з двох дійсних чисел більше, а котре менше чи вони рівні між собою), а також, що на числовій прямій немає "дірок" — між будь-якими дійсними числами знайдеться дійсне число.
Очевидно, що множина дійсних чисел $\mathbb{R}$ замкнена стосовно розв'язування лінійних рівнянь, тобто розв'язок рівняння

$$a \cdot x = b,$$

де $a, b \in \mathbb{R}$ і $a \neq 0$, є дійсним число. Однак, вже розв'язки квадратного рівняння

$$ax^2 + bx + c = 0, \qquad a \neq 0,$$

можуть і не бути дійсними числами. Наприклад, рівняння $x^2 + 1 = 0$ не має дійсних коренів. Більшу множину чисел, над якою всі квадратні рівняння мають розв'язки, а саме множину комплексних чисел, ми введемо в наступній лекції.

З погляду сучасної математики, множина дійсних чисел утворює неперервне впорядковане поле. Це означає, що дійсні числа можна додавати, віднімати, множити та ділити (окрім ділення на нуль), і для них справджуються всі звичні властивості арифметичних дій (комутативність і асоціативність додавання та множення, дистрибутивність додавання та віднімання відносно множення тощо), їх можна порівнювати між собою (відомо котре з двох дійсних чисел більше, а котре менше чи вони рівні між собою), а також, що на числовій прямій немає “дірок” — між будь-якими дійсними числами знайдеться дійсне число.
Очевидно, що множина дійсних чисел $\mathbb{R}$ замкнена стосовно розв'язування лінійних рівнянь, тобто розв'язок рівняння

$$a \cdot x = b,$$

де $a, b \in \mathbb{R}$ і $a \neq 0$, є дійсним число. Однак, вже розв'язки квадратного рівняння

$$ax^2 + bx + c = 0, \qquad a \neq 0,$$

можуть і не бути дійсними числами. Наприклад, рівняння $x^2 + 1 = 0$ не має дійсних коренів. Більшу множину чисел, над якою всі квадратні рівняння мають розв'язки, а саме множину комплексних чисел, ми введемо в наступній лекції.

З погляду сучасної математики, множина дійсних чисел утворює неперервне впорядковане поле. Це означає, що дійсні числа можна додавати, віднімати, множити та ділити (окрім ділення на нуль), і для них справджуються всі звичні властивості арифметичних дій (комутативність і асоціативність додавання та множення, дистрибутивність додавання та віднімання відносно множення тощо), їх можна порівнювати між собою (відомо котре з двох дійсних чисел більше, а котре менше чи вони рівні між собою), а також, що на числовій прямій немає "дірок" — між будь-якими дійсними числами знайдеться дійсне число.
Очевидно, що множина дійсних чисел $\mathbb{R}$ замкнена стосовно розв'язування лінійних рівнянь, тобто розв'язок рівняння

$$a \cdot x = b,$$

де $a, b \in \mathbb{R}$ і $a \neq 0$, є дійсним число. Однак, вже розв'язки квадратного рівняння

$$ax^2 + bx + c = 0, \qquad a \neq 0,$$

можуть і не бути дійсними числами. Наприклад, рівняння $x^2 + 1 = 0$ не має дійсних коренів. Більшу множину чисел, над якою всі квадратні рівняння мають розв'язки, а саме множину комплексних чисел, ми введемо в наступній лекції.

З погляду сучасної математики, множина дійсних чисел утворює неперервне впорядковане поле. Це означає, що дійсні числа можна додавати, віднімати, множити та ділити (окрім ділення на нуль), і для них справджуються всі звичні властивості арифметичних дій (комутативність і асоціативність додавання та множення, дистрибутивність додавання та віднімання відносно множення тощо), їх можна порівнювати між собою (відомо котре з двох дійсних чисел більше, а котре менше чи вони рівні між собою), а також, що на числовій прямій немає "дірок" — між будь-якими дійсними числами знайдеться дійсне число.
Очевидно, що множина дійсних чисел $\mathbb{R}$ замкнена стосовно розв'язування лінійних рівнянь, тобто розв'язок рівняння

$$a \cdot x = b,$$

де $a, b \in \mathbb{R}$ і $a \neq 0$, є дійсним число. Однак, вже розв'язки квадратного рівняння

$$ax^2 + bx + c = 0, \qquad a \neq 0,$$

можуть і не бути дійсними числами. Наприклад, рівняння $x^2 + 1 = 0$ не має дійсних коренів. Більшу множину чисел, над якою всі квадратні рівняння мають розв'язки, а саме множину комплексних чисел, ми введемо в наступній лекції.

З погляду сучасної математики, множина дійсних чисел утворює неперервне впорядковане поле. Це означає, що дійсні числа можна додавати, віднімати, множити та ділити (окрім ділення на нуль), і для них справджуються всі звичні властивості арифметичних дій (комутативність і асоціативність додавання та множення, дистрибутивність додавання та віднімання відносно множення тощо), їх можна порівнювати між собою (відомо котре з двох дійсних чисел більше, а котре менше чи вони рівні між собою), а також, що на числовій прямій немає "дірок" — між будь-якими дійсними числами знайдеться дійсне число.
Очевидно, що множина дійсних чисел $\mathbb{R}$ замкнена стосовно розв'язування лінійних рівнянь, тобто розв'язок рівняння

$$a \cdot x = b,$$

де $a, b \in \mathbb{R}$ і $a \neq 0$, є дійсним число. Однак, вже розв'язки квадратного рівняння

$$ax^2 + bx + c = 0, \qquad a \neq 0,$$

можуть і не бути дійсними числами. Наприклад, рівняння $x^2 + 1 = 0$ не має дійсних коренів. Більшу множину чисел, над якою всі квадратні рівняння мають розв'язки, а саме множину комплексних чисел, ми введемо в наступній лекції.

Означення 1.2.1

Якщо a і b — цілі числа, $b \neq 0$, і якщо $a = kb$ для деякого цілого числа k, то ми будемо говорити, що b *ділить* a і, що b є *дільником* числа a. У цьому випадку ми писатимемо $b|a$.

Означення 1.2.2

Натуральне число p більше за 1, цілими дільниками якого є ± 1 або $\pm p$ називається *первинним числом*[a]. Два цілих числа a і b називаються *взаємно первинними*, якщо ± 1 — єдині їхні спільні дільники. Для фіксованих ненульових цілих чисел $n_1, n_2, \ldots, n_k$, *найбільшим спільним дільником* цих чисел, позначається через $\gcd(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ або просто (n_1, n_2) у випадку $k = 2$, називається найбільше ціле число, яке ділить всі числа $n_1, n_2, \ldots, n_k$, і *найменше спільне кратне* цих чисел, позначається через $\operatorname{lcm}(n_1, n_2, \ldots, n_k)$, визначається як найменше невід'ємне ціле число m таке, що кожне з $n_1, n_2, \ldots, n_k$ ділить m.

[a] Первинні числа в теорії чисел також називаються *простими*.

Означення 1.2.1

Якщо a і b — цілі числа, $b \neq 0$, і якщо $a = kb$ для деякого цілого числа k, то ми будемо говорити, що b *ділить* a і, що b є *дільником* числа a. У цьому випадку ми писатимемо $b|a$.

Означення 1.2.2

Натуральне число p більше за 1, цілими дільниками якого є ± 1 або $\pm p$ називається *первинним числом*[a]. Два цілих числа a і b називаються *взаємно первинними*, якщо ± 1 — єдині їхні спільні дільники. Для фіксованих ненульових цілих чисел $n_1, n_2, \ldots, n_k$, *найбільшим спільним дільником* цих чисел, позначається через $\gcd(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ або просто (n_1, n_2) у випадку $k = 2$, називається найбільше ціле число, яке ділить всі числа $n_1, n_2, \ldots, n_k$, і *найменше спільне кратне* цих чисел, позначається через $\operatorname{lcm}(n_1, n_2, \ldots, n_k)$, визначається як найменше невід'ємне ціле число m таке, що кожне з $n_1, n_2, \ldots, n_k$ ділить m.

[a] Первинні числа в теорії чисел також називаються *простими*.

Означення 1.2.1

Якщо a і b — цілі числа, $b \neq 0$, і якщо $a = kb$ для деякого цілого числа k, то ми будемо говорити, що b *ділить* a і, що b є *дільником* числа a. У цьому випадку ми писатимемо $b|a$.

Означення 1.2.2

Натуральне число p більше за 1, цілими дільниками якого є ± 1 або $\pm p$ називається *первинним числом*[a]. Два цілих числа a і b називаються *взаємно первинними*, якщо ± 1 — єдині їхні спільні дільники. Для фіксованих ненульових цілих чисел $n_1, n_2, \ldots, n_k$, *найбільшим спільним дільником* цих чисел, позначається через $\gcd(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ або просто (n_1, n_2) у випадку $k = 2$, називається найбільше ціле число, яке ділить всі числа $n_1, n_2, \ldots, n_k$, і *найменше спільне кратне* цих чисел, позначається через $\operatorname{lcm}(n_1, n_2, \ldots, n_k)$, визначається як найменше невід'ємне ціле число m таке, що кожне з $n_1, n_2, \ldots, n_k$ ділить m.

[a] Первинні числа в теорії чисел також називаються *простими*.

Означення 1.2.1

Якщо a і b — цілі числа, $b \neq 0$, і якщо $a = kb$ для деякого цілого числа k, то ми будемо говорити, що b *ділить* a і, що b є *дільником* числа a. У цьому випадку ми писатимемо $b|a$.

Означення 1.2.2

Натуральне число p більше за 1, цілими дільниками якого є ± 1 або $\pm p$ називається *первинним числом*[a]. Два цілих числа a і b називаються *взаємно первинними*, якщо ± 1 — єдині їхні спільні дільники. Для фіксованих ненульових цілих чисел $n_1, n_2, \ldots, n_k$, *найбільшим спільним дільником* цих чисел, позначається через $\gcd(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ або просто (n_1, n_2) у випадку $k = 2$, називається найбільше ціле число, яке ділить всі числа $n_1, n_2, \ldots, n_k$, і *найменше спільне кратне* цих чисел, позначається через $\operatorname{lcm}(n_1, n_2, \ldots, n_k)$, визначається як найменше невід'ємне ціле число m таке, що кожне з $n_1, n_2, \ldots, n_k$ ділить m.

[a] Первинні числа в теорії чисел також називаються *простими*.

Означення 1.2.1

Якщо a і b — цілі числа, $b \neq 0$, і якщо $a = kb$ для деякого цілого числа k, то ми будемо говорити, що b *ділить* a і, що b є *дільником* числа a. У цьому випадку ми писатимемо $b|a$.

Означення 1.2.2

Натуральне число p більше за 1, цілими дільниками якого є ± 1 або $\pm p$ називається *первинним числом*[a]. Два цілих числа a і b називаються *взаємно первинними*, якщо ± 1 — єдині їхні спільні дільники. Для фіксованих ненульових цілих чисел $n_1, n_2, \ldots, n_k$, *найбільшим спільним дільником* цих чисел, позначається через $\gcd(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ або просто (n_1, n_2) у випадку $k = 2$, називається найбільше ціле число, яке ділить всі числа $n_1, n_2, \ldots, n_k$, і *найменше спільне кратне* цих чисел, позначається через $\operatorname{lcm}(n_1, n_2, \ldots, n_k)$, визначається як найменше невід'ємне ціле число m таке, що кожне з $n_1, n_2, \ldots, n_k$ ділить m.

[a] Первинні числа в теорії чисел також називаються *простими*.

Означення 1.2.1

Якщо a і b — цілі числа, $b \neq 0$, і якщо $a = kb$ для деякого цілого числа k, то ми будемо говорити, що b *ділить* a і, що b є *дільником* числа a. У цьому випадку ми писатимемо $b|a$.

Означення 1.2.2

Натуральне число p більше за 1, цілими дільниками якого є ± 1 або $\pm p$ називається *первинним числом*[a]. Два цілих числа a і b називаються *взаємно первинними*, якщо ± 1 — єдині їхні спільні дільники. Для фіксованих ненульових цілих чисел $n_1, n_2, \ldots, n_k$, *найбільшим спільним дільником* цих чисел, позначається через $\gcd(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ або просто (n_1, n_2) у випадку $k = 2$, називається найбільше ціле число, яке ділить всі числа $n_1, n_2, \ldots, n_k$, і *найменше спільне кратне* цих чисел, позначається через $\operatorname{lcm}(n_1, n_2, \ldots, n_k)$, визначається як найменше невід'ємне ціле число m таке, що кожне з $n_1, n_2, \ldots, n_k$ ділить m.

[a] Первинні числа в теорії чисел також називаються *простими*.

Елементи теорії чисел

Означення 1.2.1

Якщо a і b — цілі числа, $b \neq 0$, і якщо $a = kb$ для деякого цілого числа k, то ми будемо говорити, що b *ділить* a і, що b є *дільником* числа a. У цьому випадку ми писатимемо $b|a$.

Означення 1.2.2

Натуральне число p більше за 1, цілими дільниками якого є ± 1 або $\pm p$ називається *первинним числом*[a]. Два цілих числа a і b називаються *взаємно первинними*, якщо ± 1 — єдині їхні спільні дільники. Для фіксованих ненульових цілих чисел $n_1, n_2, \ldots, n_k$, *найбільшим спільним дільником* цих чисел, позначається через $\gcd(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ або просто (n_1, n_2) у випадку $k = 2$, називається найбільше ціле число, яке ділить всі числа $n_1, n_2, \ldots, n_k$, і *найменше спільне кратне* цих чисел, позначається через $\operatorname{lcm}(n_1, n_2, \ldots, n_k)$, визначається як найменше невід'ємне ціле число m таке, що кожне з $n_1, n_2, \ldots, n_k$ ділить m.

[a] Первинні числа в теорії чисел також називаються *простими*.

Означення 1.2.1

Якщо a і b — цілі числа, $b \neq 0$, і якщо $a = kb$ для деякого цілого числа k, то ми будемо говорити, що b *ділить* a і, що b є *дільником* числа a. У цьому випадку ми писатимемо $b|a$.

Означення 1.2.2

Натуральне число p більше за 1, цілими дільниками якого є ± 1 або $\pm p$ називається *первинним числом*[a]. Два цілих числа a і b називаються *взаємно первинними*, якщо ± 1 — єдині їхні спільні дільники. Для фіксованих ненульових цілих чисел $n_1, n_2, \ldots, n_k$, *найбільшим спільним дільником* цих чисел, позначається через $\gcd(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ або просто (n_1, n_2) у випадку $k = 2$, називається найбільше ціле число, яке ділить всі числа $n_1, n_2, \ldots, n_k$, і *найменше спільне кратне* цих чисел, позначається через $\operatorname{lcm}(n_1, n_2, \ldots, n_k)$, визначається як найменше невід'ємне ціле число m таке, що кожне з $n_1, n_2, \ldots, n_k$ ділить m.

[a] Первинні числа в теорії чисел також називаються *простими*.

Означення 1.2.1

Якщо a і b — цілі числа, $b \neq 0$, і якщо $a = kb$ для деякого цілого числа k, то ми будемо говорити, що b *ділить* a і, що b є *дільником* числа a. У цьому випадку ми писатимемо $b|a$.

Означення 1.2.2

Натуральне число p більше за 1, цілими дільниками якого є ± 1 або $\pm p$ називається *первинним числом*[a]. Два цілих числа a і b називаються *взаємно первинними*, якщо ± 1 — єдині їхні спільні дільники. Для фіксованих ненульових цілих чисел $n_1, n_2, \ldots, n_k$, *найбільшим спільним дільником* цих чисел, позначається через $\gcd(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ або просто (n_1, n_2) у випадку $k = 2$, називається найбільше ціле число, яке ділить всі числа $n_1, n_2, \ldots, n_k$, і *найменше спільне кратне* цих чисел, позначається через $\operatorname{lcm}(n_1, n_2, \ldots, n_k)$, визначається як найменше невід'ємне ціле число m таке, що кожне з $n_1, n_2, \ldots, n_k$ ділить m.

[a] Первинні числа в теорії чисел також називаються *простими*.

Означення 1.2.1

Якщо a і b — цілі числа, $b \neq 0$, і якщо $a = kb$ для деякого цілого числа k, то ми будемо говорити, що b *ділить* a і, що b є *дільником* числа a. У цьому випадку ми писатимемо $b|a$.

Означення 1.2.2

Натуральне число p більше за 1, цілими дільниками якого є ± 1 або $\pm p$ називається *первинним числом*[a]. Два цілих числа a і b називаються *взаємно первинними*, якщо ± 1 — єдині їхні спільні дільники. Для фіксованих ненульових цілих чисел $n_1, n_2, \ldots, n_k$, *найбільшим спільним дільником* цих чисел, позначається через $\gcd(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ або просто (n_1, n_2) у випадку $k = 2$, називається найбільше ціле число, яке ділить всі числа $n_1, n_2, \ldots, n_k$, і *найменше спільне кратне* цих чисел, позначається через $\operatorname{lcm}(n_1, n_2, \ldots, n_k)$, визначається як найменше невід'ємне ціле число m таке, що кожне з $n_1, n_2, \ldots, n_k$ ділить m.

[a] Первинні числа в теорії чисел також називаються *простими*.

Означення 1.2.1

Якщо a і b — цілі числа, $b \neq 0$, і якщо $a = kb$ для деякого цілого числа k, то ми будемо говорити, що b *ділить* a і, що b є *дільником* числа a. У цьому випадку ми писатимемо $b|a$.

Означення 1.2.2

Натуральне число p більше за 1, цілими дільниками якого є ± 1 або $\pm p$ називається *первинним числом*[a]. Два цілих числа a і b називаються *взаємно первинними*, якщо ± 1 — єдині їхні спільні дільники. Для фіксованих ненульових цілих чисел $n_1, n_2, \ldots, n_k$, *найбільшим спільним дільником* цих чисел, позначається через $\gcd(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ або просто (n_1, n_2) у випадку $k = 2$, називається найбільше ціле число, яке ділить всі числа $n_1, n_2, \ldots, n_k$, і *найменше спільне кратне* цих чисел, позначається через $\operatorname{lcm}(n_1, n_2, \ldots, n_k)$, визначається як найменше невід'ємне ціле число m таке, що кожне з $n_1, n_2, \ldots, n_k$ ділить m.

[a] Первинні числа в теорії чисел також називаються *простими*.

Означення 1.2.1

Якщо a і b — цілі числа, $b \neq 0$, і якщо $a = kb$ для деякого цілого числа k, то ми будемо говорити, що b *ділить* a і, що b є *дільником* числа a. У цьому випадку ми писатимемо $b|a$.

Означення 1.2.2

Натуральне число p більше за 1, цілими дільниками якого є ± 1 або $\pm p$ називається *первинним числом*[a]. Два цілих числа a і b називаються *взаємно первинними*, якщо ± 1 — єдині їхні спільні дільники. Для фіксованих ненульових цілих чисел $n_1, n_2, \ldots, n_k$, *найбільшим спільним дільником* цих чисел, позначається через $\gcd(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ або просто (n_1, n_2) у випадку $k = 2$, називається найбільше ціле число, яке ділить всі числа $n_1, n_2, \ldots, n_k$, і *найменше спільне кратне* цих чисел, позначається через $\operatorname{lcm}(n_1, n_2, \ldots, n_k)$, визначається як найменше невід'ємне ціле число m таке, що кожне з $n_1, n_2, \ldots, n_k$ ділить m.

[a]Первинні числа в теорії чисел також називаються *простими*.

Означення 1.2.1

Якщо a і b — цілі числа, $b \neq 0$, і якщо $a = kb$ для деякого цілого числа k, то ми будемо говорити, що b *ділить* a і, що b є *дільником* числа a. У цьому випадку ми писатимемо $b|a$.

Означення 1.2.2

Натуральне число p більше за 1, цілими дільниками якого є ± 1 або $\pm p$ називається *первинним числом*[a]. Два цілих числа a і b називаються *взаємно первинними*, якщо ± 1 — єдині їхні спільні дільники. Для фіксованих ненульових цілих чисел $n_1, n_2, \ldots, n_k$, *найбільшим спільним дільником* цих чисел, позначається через $\gcd(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ або просто (n_1, n_2) у випадку $k = 2$, називається найбільше ціле число, яке ділить всі числа $n_1, n_2, \ldots, n_k$, і *найменше спільне кратне* цих чисел, позначається через $\operatorname{lcm}(n_1, n_2, \ldots, n_k)$, визначається як найменше невід'ємне ціле число m таке, що кожне з $n_1, n_2, \ldots, n_k$ ділить m.

[a]Первинні числа в теорії чисел також називаються *простими*.

Означення 1.2.1

Якщо a і b — цілі числа, $b \neq 0$, і якщо $a = kb$ для деякого цілого числа k, то ми будемо говорити, що b *ділить* a і, що b є *дільником* числа a. У цьому випадку ми писатимемо $b|a$.

Означення 1.2.2

Натуральне число p більше за 1, цілими дільниками якого є ± 1 або $\pm p$ називається *первинним числом*[a]. Два цілих числа a і b називаються *взаємно первинними*, якщо ± 1 — єдині їхні спільні дільники. Для фіксованих ненульових цілих чисел $n_1, n_2, \ldots, n_k$, *найбільшим спільним дільником* цих чисел, позначається через $\gcd(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ або просто (n_1, n_2) у випадку $k = 2$, називається найбільше ціле число, яке ділить всі числа $n_1, n_2, \ldots, n_k$, і *найменше спільне кратне* цих чисел, позначається через $\operatorname{lcm}(n_1, n_2, \ldots, n_k)$, визначається як найменше невід'ємне ціле число m таке, що кожне з $n_1, n_2, \ldots, n_k$ ділить m.

[a]Первинні числа в теорії чисел також називаються *простими*.

Означення 1.2.1

Якщо a і b — цілі числа, $b \neq 0$, і якщо $a = kb$ для деякого цілого числа k, то ми будемо говорити, що b *ділить* a і, що b є *дільником* числа a. У цьому випадку ми писатимемо $b|a$.

Означення 1.2.2

Натуральне число p більше за 1, цілими дільниками якого є ± 1 або $\pm p$ називається *первинним числом*[a]. Два цілих числа a і b називаються *взаємно первинними*, якщо ± 1 — єдині їхні спільні дільники. Для фіксованих ненульових цілих чисел $n_1, n_2, \ldots, n_k$, *найбільшим спільним дільником* цих чисел, позначається через $\gcd(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ або просто (n_1, n_2) у випадку $k = 2$, називається найбільше ціле число, яке ділить всі числа $n_1, n_2, \ldots, n_k$, і *найменше спільне кратне* цих чисел, позначається через $\operatorname{lcm}(n_1, n_2, \ldots, n_k)$, визначається як найменше невід'ємне ціле число m таке, що кожне з $n_1, n_2, \ldots, n_k$ ділить m.

[a] Первинні числа в теорії чисел також називаються *простими*.

Означення 1.2.1

Якщо a і b — цілі числа, $b \neq 0$, і якщо $a = kb$ для деякого цілого числа k, то ми будемо говорити, що b *ділить* a і, що b є *дільником* числа a. У цьому випадку ми писатимемо $b|a$.

Означення 1.2.2

Натуральне число p більше за 1, цілими дільниками якого є ± 1 або $\pm p$ називається *первинним числом*[a]. Два цілих числа a і b називаються *взаємно первинними*, якщо ± 1 — єдині їхні спільні дільники. Для фіксованих ненульових цілих чисел $n_1, n_2, \ldots, n_k$, *найбільшим спільним дільником* цих чисел, позначається через $\gcd(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ або просто (n_1, n_2) у випадку $k = 2$, називається найбільше ціле число, яке ділить всі числа $n_1, n_2, \ldots, n_k$, і *найменше спільне кратне* цих чисел, позначається через $\operatorname{lcm}(n_1, n_2, \ldots, n_k)$, визначається як найменше невід'ємне ціле число m таке, що кожне з $n_1, n_2, \ldots, n_k$ ділить m.

[a] Первинні числа в теорії чисел також називаються *простими*.

Теорема 1.2.3

Якщо a і b — цілі числа та d — їх найбільший спільний дільник, то існують цілі числа s і t такі, що

$$sa + tb = d.$$

Доведення. Доведення теореми 1.2.3 випливає з алгоритму Евкліда для цілих чисел.

Справді, алгоритм Евкліда діє знаходженням послідовності лишків r_1, r_2, r_3, і т.д., аж поки одне з цих чисел стане найбільшим спільним дільником чисел a і b. Ми доведемо математичною індукцією, що кожен лишок r_i є лінійною комбінацією чисел a і b. Припустимо, що $a > b$ і нехай $r_0 = a$ і $r_1 = b$. Тоді r_0 і r_1 є лінійною комбінацією чисел a і b, що є базою нашої індукції. Повторний крок у алгоритмі Евкліда визначає r_{n+2} так, що $r_n = qr_{n+1} + r_{n+2}$ або $r_{n+2} = r_n - qr_{n+1}$. З припущення індукції r_n і r_{n+1} є лінійною комбінацією чисел a і b, а отже число r_{n+2} є лінійною комбінацією чисел a і b. ∎

Теорема 1.2.3

Якщо a і b — цілі числа та d — їх найбільший спільний дільник, то існують цілі числа s і t такі, що
$$sa + tb = d.$$

Доведення. Доведення теореми 1.2.3 випливає з алгоритму Евкліда для цілих чисел.
Справді, алгоритм Евкліда діє знаходженням послідовності лишків r_1, r_2, r_3, і т.д., аж поки одне з цих чисел стане найбільшим спільним дільником чисел a і b. Ми доведемо математичною індукцією, що кожен лишок r_i є лінійною комбінацією чисел a і b. Припустимо, що $a > b$ і нехай $r_0 = a$ і $r_1 = b$. Тоді r_0 і r_1 є лінійною комбінацією чисел a і b, що є базою нашої індукції. Повторний крок у алгоритмі Евкліда визначає r_{n+2} так, що $r_n = qr_{n+1} + r_{n+2}$ або $r_{n+2} = r_n - qr_{n+1}$. З припущення індукції r_n і r_{n+1} є лінійною комбінацією чисел a і b, а отже число r_{n+2} є лінійною комбінацією чисел a і b. ∎

Теорема 1.2.3

Якщо a і b — цілі числа та d — їх найбільший спільний дільник, то існують цілі числа s і t такі, що
$$sa + tb = d.$$

Доведення. Доведення теореми 1.2.3 випливає з алгоритму Евкліда для цілих чисел.

Справді, алгоритм Евкліда діє знаходженням послідовності лишків r_1, r_2, r_3, і т.д., аж поки одне з цих чисел стане найбільшим спільним дільником чисел a і b. Ми доведемо математичною індукцією, що кожен лишок r_i є лінійною комбінацією чисел a і b. Припустимо, що $a > b$ і нехай $r_0 = a$ і $r_1 = b$. Тоді r_0 і r_1 є лінійною комбінацією чисел a і b, що є базою нашої індукції. Повторний крок у алгоритмі Евкліда визначає r_{n+2} так, що $r_n = qr_{n+1} + r_{n+2}$ або $r_{n+2} = r_n - qr_{n+1}$. З припущення індукції r_n і r_{n+1} є лінійною комбінацією чисел a і b, а отже число r_{n+2} є лінійною комбінацією чисел a і b. ∎

Теорема 1.2.3

Якщо a і b — цілі числа та d — їх найбільший спільний дільник, то існують цілі числа s і t такі, що

$$sa + tb = d.$$

Доведення. Доведення теореми 1.2.3 випливає з алгоритму Евкліда для цілих чисел.

Справді, алгоритм Евкліда діє знаходженням послідовності лишків r_1, r_2, r_3, і т.д., аж поки одне з цих чисел стане найбільшим спільним дільником чисел a і b. Ми доведемо математичною індукцією, що кожен лишок r_i є лінійною комбінацією чисел a і b. Припустимо, що $a > b$ і нехай $r_0 = a$ і $r_1 = b$. Тоді r_0 і r_1 є лінійною комбінацією чисел a і b, що є базою нашої індукції. Повторний крок у алгоритмі Евкліда визначає r_{n+2} так, що $r_n = qr_{n+1} + r_{n+2}$ або $r_{n+2} = r_n - qr_{n+1}$. З припущення індукції r_n і r_{n+1} є лінійною комбінацією чисел a і b, а отже число r_{n+2} є лінійною комбінацією чисел a і b. ∎

Теорема 1.2.3

Якщо a і b — цілі числа та d — їх найбільший спільний дільник, то існують цілі числа s і t такі, що
$$sa + tb = d.$$

Доведення. Доведення теореми 1.2.3 випливає з алгоритму Евкліда для цілих чисел.

Справді, алгоритм Евкліда діє знаходженням послідовності лишків r_1, r_2, r_3, і т.д., аж поки одне з цих чисел стане найбільшим спільним дільником чисел a і b. Ми доведемо математичною індукцією, що кожен лишок r_i є лінійною комбінацією чисел a і b. Припустимо, що $a > b$ і нехай $r_0 = a$ і $r_1 = b$. Тоді r_0 і r_1 є лінійною комбінацією чисел a і b, що є базою нашої індукції. Повторний крок у алгоритмі Евкліда визначає r_{n+2} так, що $r_n = qr_{n+1} + r_{n+2}$ або $r_{n+2} = r_n - qr_{n+1}$. З припущення індукції r_n і r_{n+1} є лінійною комбінацією чисел a і b, а отже число r_{n+2} є лінійною комбінацією чисел a і b. ∎

Теорема 1.2.3

Якщо a і b — цілі числа та d — їх найбільший спільний дільник, то існують цілі числа s і t такі, що
$$sa + tb = d.$$

Доведення. Доведення теореми 1.2.3 випливає з алгоритму Евкліда для цілих чисел.

Справді, алгоритм Евкліда діє знаходженням послідовності лишків r_1, r_2, r_3, і т.д., аж поки одне з цих чисел стане найбільшим спільним дільником чисел a і b. Ми доведемо математичною індукцією, що кожен лишок r_i є лінійною комбінацією чисел a і b. Припустимо, що $a > b$ і нехай $r_0 = a$ і $r_1 = b$. Тоді r_0 і r_1 є лінійною комбінацією чисел a і b, що є базою нашої індукції. Повторний крок у алгоритмі Евкліда визначає r_{n+2} так, що $r_n = qr_{n+1} + r_{n+2}$ або $r_{n+2} = r_n - qr_{n+1}$. З припущення індукції r_n і r_{n+1} є лінійною комбінацією чисел a і b, а отже число r_{n+2} є лінійною комбінацією чисел a і b. ∎

Теорема 1.2.3

Якщо a і b — цілі числа та d — їх найбільший спільний дільник, то існують цілі числа s і t такі, що

$$sa + tb = d.$$

Доведення. Доведення теореми 1.2.3 випливає з алгоритму Евкліда для цілих чисел.

Справді, алгоритм Евкліда діє знаходженням послідовності лишків r_1, r_2, r_3, і т.д., аж поки одне з цих чисел стане найбільшим спільним дільником чисел a і b. Ми доведемо математичною індукцією, що кожен лишок r_i є лінійною комбінацією чисел a і b. Припустимо, що $a > b$ і нехай $r_0 = a$ і $r_1 = b$. Тоді r_0 і r_1 є лінійною комбінацією чисел a і b, що є базою нашої індукції. Повторний крок у алгоритмі Евкліда визначає r_{n+2} так, що $r_n = qr_{n+1} + r_{n+2}$ або $r_{n+2} = r_n - qr_{n+1}$. З припущення індукції r_n і r_{n+1} є лінійною комбінацією чисел a і b, а отже число r_{n+2} є лінійною комбінацією чисел a і b.

Теорема 1.2.3

Якщо a і b — цілі числа та d — їх найбільший спільний дільник, то існують цілі числа s і t такі, що
$$sa + tb = d.$$

Доведення. Доведення теореми 1.2.3 випливає з алгоритму Евкліда для цілих чисел.
Справді, алгоритм Евкліда діє знаходженням послідовності лишків r_1, r_2, r_3, і т.д., аж поки одне з цих чисел стане найбільшим спільним дільником чисел a і b. Ми доведемо математичною індукцією, що кожен лишок r_i є лінійною комбінацією чисел a і b. Припустимо, що $a > b$ і нехай $r_0 = a$ і $r_1 = b$. Тоді r_0 і r_1 є лінійною комбінацією чисел a і b, що є базою нашої індукції. Повторний крок у алгоритмі Евкліда визначає r_{n+2} так, що $r_n = qr_{n+1} + r_{n+2}$ або $r_{n+2} = r_n - qr_{n+1}$. З припущення індукції r_n і r_{n+1} є лінійною комбінацією чисел a і b, а отже число r_{n+2} є лінійною комбінацією чисел a і b. ∎

Теорема 1.2.3

Якщо a і b — цілі числа та d — їх найбільший спільний дільник, то існують цілі числа s і t такі, що
$$sa + tb = d.$$

Доведення. Доведення теореми 1.2.3 випливає з алгоритму Евкліда для цілих чисел.

Справді, алгоритм Евкліда діє знаходженням послідовності лишків r_1, r_2, r_3, і т.д., аж поки одне з цих чисел стане найбільшим спільним дільником чисел a і b. Ми доведемо математичною індукцією, що кожен лишок r_i є лінійною комбінацією чисел a і b. Припустимо, що $a > b$ і нехай $r_0 = a$ і $r_1 = b$. Тоді r_0 і r_1 є лінійною комбінацією чисел a і b, що є базою нашої індукції. Повторний крок у алгоритмі Евкліда визначає r_{n+2} так, що $r_n = qr_{n+1} + r_{n+2}$ або $r_{n+2} = r_n - qr_{n+1}$. З припущення індукції r_n і r_{n+1} є лінійною комбінацією чисел a і b, а отже число r_{n+2} є лінійною комбінацією чисел a і b. ∎

Теорема 1.2.3

Якщо a і b — цілі числа та d — їх найбільший спільний дільник, то існують цілі числа s і t такі, що
$$sa + tb = d.$$

Доведення. Доведення теореми 1.2.3 випливає з алгоритму Евкліда для цілих чисел.
Справді, алгоритм Евкліда діє знаходженням послідовності лишків r_1, r_2, r_3, і т.д., аж поки одне з цих чисел стане найбільшим спільним дільником чисел a і b. Ми доведемо математичною індукцією, що кожен лишок r_i є лінійною комбінацією чисел a і b. Припустимо, що $a > b$ і нехай $r_0 = a$ і $r_1 = b$. Тоді r_0 і r_1 є лінійною комбінацією чисел a і b, що є базою нашої індукції. Повторний крок у алгоритмі Евкліда визначає r_{n+2} так, що $r_n = qr_{n+1} + r_{n+2}$ або $r_{n+2} = r_n - qr_{n+1}$. З припущення індукції r_n і r_{n+1} є лінійною комбінацією чисел a і b, а отже число r_{n+2} є лінійною комбінацією чисел a і b. ∎

Теорема 1.2.3

Якщо a і b — цілі числа та d — їх найбільший спільний дільник, то існують цілі числа s і t такі, що
$$sa + tb = d.$$

Доведення. Доведення теореми 1.2.3 випливає з алгоритму Евкліда для цілих чисел.
Справді, алгоритм Евкліда діє знаходженням послідовності лишків r_1, r_2, r_3, і т.д., аж поки одне з цих чисел стане найбільшим спільним дільником чисел a і b. Ми доведемо математичною індукцією, що кожен лишок r_i є лінійною комбінацією чисел a і b. Припустимо, що $a > b$ і нехай $r_0 = a$ і $r_1 = b$. Тоді r_0 і r_1 є лінійною комбінацією чисел a і b, що є базою нашої індукції. Повторний крок у алгоритмі Евкліда визначає r_{n+2} так, що $r_n = qr_{n+1} + r_{n+2}$ або $r_{n+2} = r_n - qr_{n+1}$. З припущення індукції r_n і r_{n+1} є лінійною комбінацією чисел a і b, а отже число r_{n+2} є лінійною комбінацією чисел a і b. ∎

Теорема 1.2.3

Якщо a і b — цілі числа та d — їх найбільший спільний дільник, то існують цілі числа s і t такі, що
$$sa + tb = d.$$

Доведення. Доведення теореми 1.2.3 випливає з алгоритму Евкліда для цілих чисел.
Справді, алгоритм Евкліда діє знаходженням послідовності лишків r_1, r_2, r_3, і т.д., аж поки одне з цих чисел стане найбільшим спільним дільником чисел a і b. Ми доведемо математичною індукцією, що кожен лишок r_i є лінійною комбінацією чисел a і b. Припустимо, що $a > b$ і нехай $r_0 = a$ і $r_1 = b$. Тоді r_0 і r_1 є лінійною комбінацією чисел a і b, що є базою нашої індукції. Повторний крок у алгоритмі Евкліда визначає r_{n+2} так, що $r_n = qr_{n+1} + r_{n+2}$ або $r_{n+2} = r_n - qr_{n+1}$. З припущення індукції r_n і r_{n+1} є лінійною комбінацією чисел a і b, а отже число r_{n+2} є лінійною комбінацією чисел a і b. ∎

Теорема 1.2.3

Якщо a і b — цілі числа та d — їх найбільший спільний дільник, то існують цілі числа s і t такі, що
$$sa + tb = d.$$

Доведення. Доведення теореми 1.2.3 випливає з алгоритму Евкліда для цілих чисел.
Справді, алгоритм Евкліда діє знаходженням послідовності лишків r_1, r_2, r_3, і т.д., аж поки одне з цих чисел стане найбільшим спільним дільником чисел a і b. Ми доведемо математичною індукцією, що кожен лишок r_i є лінійною комбінацією чисел a і b. Припустимо, що $a > b$ і нехай $r_0 = a$ і $r_1 = b$. Тоді r_0 і r_1 є лінійною комбінацією чисел a і b, що є базою нашої індукції. Повторний крок у алгоритмі Евкліда визначає r_{n+2} так, що $r_n = qr_{n+1} + r_{n+2}$ або $r_{n+2} = r_n - qr_{n+1}$. З припущення індукції r_n і r_{n+1} є лінійною комбінацією чисел a і b, а отже число r_{n+2} є лінійною комбінацією чисел a і b. ■

Теорема 1.2.3

Якщо a і b — цілі числа та d — їх найбільший спільний дільник, то існують цілі числа s і t такі, що
$$sa + tb = d.$$

Доведення. Доведення теореми 1.2.3 випливає з алгоритму Евкліда для цілих чисел.
Справді, алгоритм Евкліда діє знаходженням послідовності лишків r_1, r_2, r_3, і т.д., аж поки одне з цих чисел стане найбільшим спільним дільником чисел a і b. Ми доведемо математичною індукцією, що кожен лишок r_i є лінійною комбінацією чисел a і b. Припустимо, що $a > b$ і нехай $r_0 = a$ і $r_1 = b$. Тоді r_0 і r_1 є лінійною комбінацією чисел a і b, що є базою нашої індукції. Повторний крок у алгоритмі Евкліда визначає r_{n+2} так, що $r_n = qr_{n+1} + r_{n+2}$ або $r_{n+2} = r_n - qr_{n+1}$. З припущення індукції r_n і r_{n+1} є лінійною комбінацією чисел a і b, а отже число r_{n+2} є лінійною комбінацією чисел a і b.

Теорема 1.2.3

Якщо a і b — цілі числа та d — їх найбільший спільний дільник, то існують цілі числа s і t такі, що
$$sa + tb = d.$$

Доведення. Доведення теореми 1.2.3 випливає з алгоритму Евкліда для цілих чисел.
Справді, алгоритм Евкліда діє знаходженням послідовності лишків r_1, r_2, r_3, і т.д., аж поки одне з цих чисел стане найбільшим спільним дільником чисел a і b. Ми доведемо математичною індукцією, що кожен лишок r_i є лінійною комбінацією чисел a і b. Припустимо, що $a > b$ і нехай $r_0 = a$ і $r_1 = b$. Тоді r_0 і r_1 є лінійною комбінацією чисел a і b, що є базою нашої індукції. Повторний крок у алгоритмі Евкліда визначає r_{n+2} так, що $r_n = qr_{n+1} + r_{n+2}$ або $r_{n+2} = r_n - qr_{n+1}$. З припущення індукції r_n і r_{n+1} є лінійною комбінацією чисел a і b, а отже число r_{n+2} є лінійною комбінацією чисел a і b. ∎

Теорема 1.2.3

Якщо a і b — цілі числа та d — їх найбільший спільний дільник, то існують цілі числа s і t такі, що
$$sa + tb = d.$$

Доведення. Доведення теореми 1.2.3 випливає з алгоритму Евкліда для цілих чисел.
Справді, алгоритм Евкліда діє знаходженням послідовності лишків r_1, r_2, r_3, і т.д., аж поки одне з цих чисел стане найбільшим спільним дільником чисел a і b. Ми доведемо математичною індукцією, що кожен лишок r_i є лінійною комбінацією чисел a і b. Припустимо, що $a > b$ і нехай $r_0 = a$ і $r_1 = b$. Тоді r_0 і r_1 є лінійною комбінацією чисел a і b, що є базою нашої індукції. Повторний крок у алгоритмі Евкліда визначає r_{n+2} так, що $r_n = qr_{n+1} + r_{n+2}$ або $r_{n+2} = r_n - qr_{n+1}$. З припущення індукції r_n і r_{n+1} є лінійною комбінацією чисел a і b, а отже число r_{n+2} є лінійною комбінацією чисел a і b. ∎

Означення 1.2.4

Нехай m — ціле число. Будемо говорити, що два цілі числа a і b є *конгруентними за модулем* m, або за $\mod m$, якщо число m ділить різницю $a - b$, що еквівалентно рівності $a = b + km$ для деякого цілого числа k. У цьому випадку ми писатимемо

$$a \equiv b (\mathrm{mod}\, m).$$

Означення 1.2.5

Нехай a і m — цілі числа. Якщо $(a, m) = 1$, то число a називається *квадратично залишковим* за модулем m, якщо рівняння

$$x^2 \equiv a (\mathrm{mod}\, m)$$

має розв'язок, а в протилежному випадку *квадратично незалишковим* за модулем m.

Означення 1.2.4

Нехай m — ціле число. Будемо говорити, що два цілі числа a і b *є конгруентними за модулем* m, або за $\mod m$, якщо число m ділить різницю $a - b$, що еквівалентно рівності $a = b + km$ для деякого цілого числа k. У цьому випадку ми писатимемо

$$a \equiv b (\mathrm{mod}\, m).$$

Означення 1.2.5

Нехай a і m — цілі числа. Якщо $(a, m) = 1$, то число a називається *квадратично залишковим* за модулем m, якщо рівняння

$$x^2 \equiv a (\mathrm{mod}\, m)$$

має розв'язок, а в протилежному випадку *квадратично незалишковим* за модулем m.

Означення 1.2.4

Нехай m — ціле число. Будемо говорити, що два цілі числа a і b *є конгруентними за модулем* m, або за $\mod m$, якщо число m ділить різницю $a - b$, що еквівалентно рівності $a = b + km$ для деякого цілого числа k. У цьому випадку ми писатимемо

$$a \equiv b (\mod m).$$

Означення 1.2.5

Нехай a і m — цілі числа. Якщо $(a, m) = 1$, то число a називається *квадратично залишковим* за модулем m, якщо рівняння

$$x^2 \equiv a (\mod m)$$

має розв'язок, а в протилежному випадку *квадратично незалишковим* за модулем m.

Означення 1.2.4

Нехай m — ціле число. Будемо говорити, що два цілі числа a і b *є конгруентними за модулем* m, або за $\mod m$, якщо число m ділить різницю $a-b$, що еквівалентно рівності $a = b + km$ для деякого цілого числа k. У цьому випадку ми писатимемо

$$a \equiv b (\mod m).$$

Означення 1.2.5

Нехай a і m — цілі числа. Якщо $(a, m) = 1$, то число a називається *квадратично залишковим* за модулем m, якщо рівняння

$$x^2 \equiv a (\mod m)$$

має розв'язок, а в протилежному випадку *квадратично незалишковим* за модулем m.

Означення 1.2.4

Нехай m — ціле число. Будемо говорити, що два цілі числа a і b *є конгруентними за модулем* m, або за $\mod m$, якщо число m ділить різницю $a - b$, що еквівалентно рівності $a = b + km$ для деякого цілого числа k. У цьому випадку ми писатимемо

$$a \equiv b (\mod m).$$

Означення 1.2.5

Нехай a і m — цілі числа. Якщо $(a, m) = 1$, то число a називається *квадратично залишковим* за модулем m, якщо рівняння

$$x^2 \equiv a (\mod m)$$

має розв'язок, а в протилежному випадку *квадратично незалишковим* за модулем m.

Означення 1.2.4

Нехай m — ціле число. Будемо говорити, що два цілі числа a і b *є конгруентними за модулем* m, або за $\mod m$, якщо число m ділить різницю $a - b$, що еквівалентно рівності $a = b + km$ для деякого цілого числа k. У цьому випадку ми писатимемо

$$a \equiv b (\mathrm{mod}\, m).$$

Означення 1.2.5

Нехай a і m — цілі числа. Якщо $(a, m) = 1$, то число a називається *квадратично залишковим* за модулем m, якщо рівняння

$$x^2 \equiv a (\mathrm{mod}\, m)$$

має розв'язок, а в протилежному випадку *квадратично незалишковим* за модулем m.

Означення 1.2.4

Нехай m — ціле число. Будемо говорити, що два цілі числа a і b *є конгруентними за модулем* m, або за $\mod m$, якщо число m ділить різницю $a-b$, що еквівалентно рівності $a = b + km$ для деякого цілого числа k. У цьому випадку ми писатимемо

$$a \equiv b (\mod m).$$

Означення 1.2.5

Нехай a і m — цілі числа. Якщо $(a, m) = 1$, то число a називається *квадратично залишковим* за модулем m, якщо рівняння

$$x^2 \equiv a (\mod m)$$

має розв'язок, а в протилежному випадку *квадратично незалишковим* за модулем m.

Означення 1.2.4

Нехай m — ціле число. Будемо говорити, що два цілі числа a і b *є конгруентними за модулем* m, або за $\mod m$, якщо число m ділить різницю $a-b$, що еквівалентно рівності $a=b+km$ для деякого цілого числа k. У цьому випадку ми писатимемо

$$a \equiv b (\mod m).$$

Означення 1.2.5

Нехай a і m — цілі числа. Якщо $(a,m)=1$, то число a називається *квадратично залишковим* за модулем m, якщо рівняння

$$x^2 \equiv a (\mod m)$$

має розв'язок, а в протилежному випадку *квадратично незалишковим* за модулем m.

Означення 1.2.4

Нехай m — ціле число. Будемо говорити, що два цілі числа a і b *є конгруентними за модулем* m, або за $\mod m$, якщо число m ділить різницю $a-b$, що еквівалентно рівності $a=b+km$ для деякого цілого числа k. У цьому випадку ми писатимемо

$$a \equiv b (\mathrm{mod}\, m).$$

Означення 1.2.5

Нехай a і m — цілі числа. Якщо $(a,m)=1$, то число a називається *квадратично залишковим* за модулем m, якщо рівняння

$$x^2 \equiv a (\mathrm{mod}\, m)$$

має розв'язок, а в протилежному випадку *квадратично незалишковим* за модулем m.

Означення 1.2.4

Нехай m — ціле число. Будемо говорити, що два цілі числа a і b *є конгруентними за модулем* m, або за $\mod m$, якщо число m ділить різницю $a - b$, що еквівалентно рівності $a = b + km$ для деякого цілого числа k. У цьому випадку ми писатимемо

$$a \equiv b (\mod m).$$

Означення 1.2.5

Нехай a і m — цілі числа. Якщо $(a, m) = 1$, то число a називається *квадратично залишковим* за модулем m, якщо рівняння

$$x^2 \equiv a (\mod m)$$

має розв'язок, а в протилежному випадку *квадратично незалишковим* за модулем m.

Означення 1.2.4

Нехай m — ціле число. Будемо говорити, що два цілі числа a і b *є конгруентними за модулем* m, або за $\mod m$, якщо число m ділить різницю $a - b$, що еквівалентно рівності $a = b + km$ для деякого цілого числа k. У цьому випадку ми писатимемо

$$a \equiv b (\bmod m).$$

Означення 1.2.5

Нехай a і m — цілі числа. Якщо $(a, m) = 1$, то число a називається *квадратично залишковим* за модулем m, якщо рівняння

$$x^2 \equiv a (\bmod m)$$

має розв'язок, а в протилежному випадку *квадратично незалишковим* за модулем m.

Означення 1.2.4

Нехай m — ціле число. Будемо говорити, що два цілі числа a і b *є конгруентними за модулем* m, або за $\mod m$, якщо число m ділить різницю $a - b$, що еквівалентно рівності $a = b + km$ для деякого цілого числа k. У цьому випадку ми писатимемо

$$a \equiv b (\mod m).$$

Означення 1.2.5

Нехай a і m — цілі числа. Якщо $(a, m) = 1$, то число a називається *квадратично залишковим* за модулем m, якщо рівняння

$$x^2 \equiv a (\mod m)$$

має розв'язок, а в протилежному випадку *квадратично незалишковим* за модулем m.

Означення 1.2.4

Нехай m — ціле число. Будемо говорити, що два цілі числа a і b *є конгруентними за модулем* m, або за $\mod m$, якщо число m ділить різницю $a - b$, що еквівалентно рівності $a = b + km$ для деякого цілого числа k. У цьому випадку ми писатимемо

$$a \equiv b (\mod m).$$

Означення 1.2.5

Нехай a і m — цілі числа. Якщо $(a, m) = 1$, то число a називається *квадратично залишковим* за модулем m, якщо рівняння

$$x^2 \equiv a (\mod m)$$

має розв'язок, а в протилежному випадку *квадратично незалишковим* за модулем m.

Означення 1.2.4

Нехай m — ціле число. Будемо говорити, що два цілі числа a і b *є конгруентними за модулем* m, або за $\mod m$, якщо число m ділить різницю $a - b$, що еквівалентно рівності $a = b + km$ для деякого цілого числа k. У цьому випадку ми писатимемо

$$a \equiv b (\mod m).$$

Означення 1.2.5

Нехай a і m — цілі числа. Якщо $(a, m) = 1$, то число a називається *квадратично залишковим* за модулем m, якщо рівняння

$$x^2 \equiv a (\mod m)$$

має розв'язок, а в протилежному випадку *квадратично незалишковим* за модулем m.

Дякую за увагу!