

# Комбінації

## Дискретна математика



Лекція 19

## Лекція 19: Комбінації

$$C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n - k)!}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій:

- Нехай ми маємо літери лише двох типів (наприклад символи нуль 0 і одиниця 1), але достатньо багато символів кожного типу. Тоді можна зробити якесь поділ предметів на ящики, що дозволить використовувати комбінації.
- Маємо  $n$  різних предметів і 2 різні ящики, причому перший вміщує  $k$  предметів, а другий —  $(n - k)$  предметів. Тоді це є комбінацією предметів у ящиках.
- Нехай є  $n$  різних ящиків і  $k$  одинакових предметів ( $k \leq n$ ). Тоді це є комбінацією предметів у ящиках.

### Вправа 2.3.16

Скільки  $k$ -елементних підмножин має  $n$ -елементна підмножина  $A$ ,  $k \leq n$ ?

$$C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n - k)!}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій:

- ➊ Нехай ми маємо літери лише двох типів (наприклад символи нуль 0 і одиниця 1), але достатньо багато символів кожного типу, що дозволяє зробити скільки завгодно комбінацій з цих літер. Тоді кількість можливих комбінацій буде  $2^n$ .
- ➋ Маємо  $n$  різних предметів і 2 різні ящики, причому перший вміщує  $k$  предметів, а другий —  $(n - k)$  предметів. Тоді кількість можливих способів розподілу предметів між ящиками буде  $C_n^k$ .
- ➌ Нехай є  $n$  різних ящиків і  $k$  одинакових предметів ( $k \leq n$ ). Тоді кількість способів розподілу предметів між ящиками буде  $C_n^k$ .

## Вправа 2.3.16

Скільки  $k$ -елементних підмножин має  $n$ -елементна підмножина  $A$ ,  $k \leq n$ ?

## Лекція 19: Комбінації

$$C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n - k)!}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій:

- ➊ Нехай ми маємо літери лише двох типів (наприклад символи нуль 0 і одиниця 1), але достатньо багато символів кожного типу. Тоді  $C_n^k$  — це кількість слів довжини  $n$ , у яких рівно  $k$  символів першого типу та  $(n - k)$  символів другого типу.
- ➋ Маємо  $n$  різних предметів і 2 різні ящики, причому перший вміщує  $k$  предметів, а другий —  $(n - k)$  предметів. Тоді  $C_n^k$  — це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.
- ➌ Нехай є  $n$  різних ящиків і  $k$  одинакових предметів ( $k \leq n$ ). Тоді  $C_n^k$  — це кількість різних розміщень  $k$  предметів у ці  $n$  ящики, по одному в кожен.

### Вправа 2.3.16

Скільки  $k$ -елементних підмножин має  $n$ -елементна підмножина  $A$ ,  $k \leq n$ ?

$$C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n - k)!}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій:

- ➊ Нехай ми маємо літери лише двох типів (наприклад символи нуль 0 і одиниця 1), але достатньо багато символів кожного типу. Тоді  $C_n^k$  – це кількість слів довжини  $n$ , у яких рівно  $k$  символів першого типу та  $(n - k)$  символів другого типу (або кількість послідовностей довжини  $n$ , у яких  $k$  одиниць і  $(n - k)$  нулів).
- ➋ Маємо  $n$  різних предметів і 2 різні ящики, причому перший вміщує  $k$  предметів, а другий –  $(n - k)$  предметів. Тоді  $C_n^k$  – це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.
- ➌ Нехай є  $n$  різних ящиків і  $k$  однакових предметів ( $k \leq n$ ). Тоді  $C_n^k$  – це кількість різних розміщень  $k$  предметів у ці  $n$  ящики, по одному в кожен.

## Вправа 2.3.16

Скільки  $k$ -елементних підмножин має  $n$ -елементна підмножина  $A$ ,  $k \leq n$ ?

$$C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n - k)!}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій:

- ➊ Нехай ми маємо літери лише двох типів (наприклад символи нуль 0 і одиниця 1), але достатньо багато символів кожного типу. Тоді  $C_n^k$  – це кількість слів довжини  $n$ , у яких рівно  $k$  символів першого типу та  $(n - k)$  символів другого типу (або кількість послідовностей довжини  $n$ , у яких  $k$  одиниць і  $(n - k)$  нулів).
- ➋ Маємо  $n$  різних предметів і 2 різні ящики, причому перший вміщує  $k$  предметів, а другий –  $(n - k)$  предметів. Тоді  $C_n^k$  – це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.
- ➌ Нехай є  $n$  різних ящиків і  $k$  однакових предметів ( $k \leq n$ ). Тоді  $C_n^k$  – це кількість різних розміщень  $k$  предметів у ці  $n$  ящики, по одному в кожен.

## Вправа 2.3.16

Скільки  $k$ -елементних підмножин має  $n$ -елементна підмножина  $A$ ,  $k \leq n$ ?

$$C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n - k)!}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій:

- ➊ Нехай ми маємо літери лише двох типів (наприклад символи нуль 0 і одиниця 1), але достатньо багато символів кожного типу. Тоді  $C_n^k$  – це кількість слів довжини  $n$ , у яких рівно  $k$  символів першого типу та  $(n - k)$  символів другого типу (або кількість послідовностей довжини  $n$ , у яких  $k$  одиниць і  $(n - k)$  нулів).
- ➋ Маємо  $n$  різних предметів і 2 різні ящики, причому перший вміщує  $k$  предметів, а другий –  $(n - k)$  предметів. Тоді  $C_n^k$  – це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.
- ➌ Нехай є  $n$  різних ящиків і  $k$  однакових предметів ( $k \leq n$ ). Тоді  $C_n^k$  – це кількість різних розміщень  $k$  предметів у ці  $n$  ящики, по одному в кожен.

## Вправа 2.3.16

Скільки  $k$ -елементних підмножин має  $n$ -елементна підмножина  $A$ ,  $k \leq n$ ?

## Лекція 19: Комбінації

$$C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n - k)!}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій:

- ➊ Нехай ми маємо літери лише двох типів (наприклад символи нуль 0 і одиниця 1), але достатньо багато символів кожного типу. Тоді  $C_n^k$  – це кількість слів довжини  $n$ , у яких рівно  $k$  символів першого типу та  $(n - k)$  символів другого типу (або кількість послідовностей довжини  $n$ , у яких  $k$  одиниць і  $(n - k)$  нулів).
- ➋ Маємо  $n$  різних предметів і 2 різні ящики, причому перший вміщує  $k$  предметів, а другий –  $(n - k)$  предметів. Тоді  $C_n^k$  – це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.
- ➌ Нехай є  $n$  різних ящиків і  $k$  однакових предметів ( $k \leq n$ ). Тоді  $C_n^k$  – це кількість різних розміщень  $k$  предметів у ці  $n$  ящики, по одному в кожен.

### Вправа 2.3.16

Скільки  $k$ -елементних підмножин має  $n$ -елементна підмножина  $A$ ,  $k \leq n$ ?

$$C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n - k)!}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій:

- ➊ Нехай ми маємо літери лише двох типів (наприклад символи нуль 0 і одиниця 1), але достатньо багато символів кожного типу. Тоді  $C_n^k$  – це кількість слів довжини  $n$ , у яких рівно  $k$  символів першого типу та  $(n - k)$  символів другого типу (або кількість послідовностей довжини  $n$ , у яких  $k$  одиниць і  $(n - k)$  нулів).
- ➋ Маємо  $n$  різних предметів і 2 різні ящики, причому перший вміщує  $k$  предметів, а другий –  $(n - k)$  предметів. Тоді  $C_n^k$  – це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.
- ➌ Нехай є  $n$  різних ящиків і  $k$  однакових предметів ( $k \leq n$ ). Тоді  $C_n^k$  – це кількість різних розміщень  $k$  предметів у ці  $n$  ящики, по одному в кожен.

## Вправа 2.3.16

Скільки  $k$ -елементних підмножин має  $n$ -елементна підмножина  $A$ ,  $k \leq n$ ?

$$C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n - k)!}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій:

- ➊ Нехай ми маємо літери лише двох типів (наприклад символи нуль 0 і одиниця 1), але достатньо багато символів кожного типу. Тоді  $C_n^k$  – це кількість слів довжини  $n$ , у яких рівно  $k$  символів першого типу та  $(n - k)$  символів другого типу (або кількість послідовностей довжини  $n$ , у яких  $k$  одиниць і  $(n - k)$  нулів).
- ➋ Маємо  $n$  різних предметів і 2 різні ящики, причому перший вміщує  $k$  предметів, а другий –  $(n - k)$  предметів. Тоді  $C_n^k$  – це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.
- ➌ Нехай є  $n$  різних ящиків і  $k$  одинакових предметів ( $k \leq n$ ). Тоді  $C_n^k$  – це кількість різних розміщень  $k$  предметів у ці  $n$  ящики, по одному в кожен.

## Вправа 2.3.16

Скільки  $k$ -елементних підмножин має  $n$ -елементна підмножина  $A$ ,  $k \leq n$ ?

$$C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n - k)!}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій:

- ➊ Нехай ми маємо літери лише двох типів (наприклад символи нуль 0 і одиниця 1), але достатньо багато символів кожного типу. Тоді  $C_n^k$  – це кількість слів довжини  $n$ , у яких рівно  $k$  символів першого типу та  $(n - k)$  символів другого типу (або кількість послідовностей довжини  $n$ , у яких  $k$  одиниць і  $(n - k)$  нулів).
- ➋ Маємо  $n$  різних предметів і 2 різні ящики, причому перший вміщує  $k$  предметів, а другий –  $(n - k)$  предметів. Тоді  $C_n^k$  – це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.
- ➌ Нехай є  $n$  різних ящиків і  $k$  одинакових предметів ( $k \leq n$ ). Тоді  $C_n^k$  – це кількість різних розміщень  $k$  предметів у ці  $n$  ящики, по одному в кожен.

## Вправа 2.3.16

Скільки  $k$ -елементних підмножин має  $n$ -елементна підмножина  $A$ ,  $k \leq n$ ?

$$C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n - k)!}$$

Нагадаємо моделі для комбінацій:

- ➊ Нехай ми маємо літери лише двох типів (наприклад символи нуль 0 і одиниця 1), але достатньо багато символів кожного типу. Тоді  $C_n^k$  – це кількість слів довжини  $n$ , у яких рівно  $k$  символів першого типу та  $(n - k)$  символів другого типу (або кількість послідовностей довжини  $n$ , у яких  $k$  одиниць і  $(n - k)$  нулів).
- ➋ Маємо  $n$  різних предметів і 2 різні ящики, причому перший вміщує  $k$  предметів, а другий –  $(n - k)$  предметів. Тоді  $C_n^k$  – це кількість різних розміщень предметів у ці ящики.
- ➌ Нехай є  $n$  різних ящиків і  $k$  одинакових предметів ( $k \leq n$ ). Тоді  $C_n^k$  – це кількість різних розміщень  $k$  предметів у ці  $n$  ящики, по одному в кожен.

## Вправа 2.3.16

Скільки  $k$ -елементних підмножин має  $n$ -елементна підмножина  $A$ ,  $k \leq n$ ?

## Приклад 2.3.7

Скільки прямих можна провести через вісім точок, з яких жодні три не лежать на одній прямій?

**Розв'язок.** Пряма визначається двома різними точками, через які вона проходить. Тому шукана кількість прямих дорівнюватиме кількості різних пар точок, які можна скласти з даних восьми точок. При цьому, щоб прямі не збігалися, пари точок повинні відрізнятися хоча б однією точкою. Тому маємо комбінації з восьми елементів по два, тобто маємо

$$C_8^2 = \frac{8!}{2! \cdot (8 - 2)!} = \frac{8!}{2! \cdot (6)!} = \frac{7 \cdot 8}{2} = 28$$

прямих.

## Приклад 2.3.7

Скільки прямих можна провести через вісім точок, з яких жодні три не лежать на одній прямій?

**Розв'язок.** Пряма визначається двома різними точками, через які вона проходить. Тому шукана кількість прямих дорівнюватиме кількості різних пар точок, які можна скласти з даних восьми точок. При цьому, щоб прямі не збігалися, пари точок повинні відрізнятися хоча б однією точкою. Тому маємо комбінації з восьми елементів по два, тобто маємо

$$C_8^2 = \frac{8!}{2! \cdot (8 - 2)!} = \frac{8!}{2! \cdot (6)!} = \frac{7 \cdot 8}{2} = 28$$

прямих.

## Приклад 2.3.7

Скільки прямих можна провести через вісім точок, з яких жодні три не лежать на одній прямій?

*Розв'язок.* Пряма визначається двома різними точками, через які вона проходить. Тому шукана кількість прямих дорівнюватиме кількості різних пар точок, які можна скласти з даних восьми точок. При цьому, щоб прямі не збігалися, пари точок повинні відрізнятися хоча б однією точкою. Тому маємо комбінації з восьми елементів по два, тобто маємо

$$C_8^2 = \frac{8!}{2! \cdot (8 - 2)!} = \frac{8!}{2! \cdot (6)!} = \frac{7 \cdot 8}{2} = 28$$

прямих.

## Приклад 2.3.7

Скільки прямих можна провести через вісім точок, з яких жодні три не лежать на одній прямій?

**Розв'язок.** Пряма визначається двома різними точками, через які вона проходить. Тому шукана кількість прямих дорівнюватиме кількості різних пар точок, які можна скласти з даних восьми точок. При цьому, щоб прямі не збігалися, пари точок повинні відрізнятися хоча б однією точкою. Тому маємо комбінації з восьми елементів по два, тобто маємо

$$C_8^2 = \frac{8!}{2! \cdot (8 - 2)!} = \frac{8!}{2! \cdot (6)!} = \frac{7 \cdot 8}{2} = 28$$

прямих.

## Приклад 2.3.7

Скільки прямих можна провести через вісім точок, з яких жодні три не лежать на одній прямій?

**Розв'язок.** Пряма визначається двома різними точками, через які вона проходить. Тому шукана кількість прямих дорівнюватиме кількості різних пар точок, які можна скласти з даних восьми точок. При цьому, щоб прямі не збігалися, пари точок повинні відрізнятися хоча б однією точкою. Тому маємо комбінації з восьми елементів по два, тобто маємо

$$C_8^2 = \frac{8!}{2! \cdot (8 - 2)!} = \frac{8!}{2! \cdot (6)!} = \frac{7 \cdot 8}{2} = 28$$

прямих.

## Приклад 2.3.7

Скільки прямих можна провести через вісім точок, з яких жодні три не лежать на одній прямій?

**Розв'язок.** Пряма визначається двома різними точками, через які вона проходить. Тому шукана кількість прямих дорівнюватиме кількості різних пар точок, які можна скласти з даних восьми точок. При цьому, щоб прямі не збігалися, пари точок повинні відрізнятися хоча б однією точкою. Тому маємо комбінації з восьми елементів по два, тобто маємо

$$C_8^2 = \frac{8!}{2! \cdot (8 - 2)!} = \frac{8!}{2! \cdot (6)!} = \frac{7 \cdot 8}{2} = 28$$

прямих.

## Приклад 2.3.7

Скільки прямих можна провести через вісім точок, з яких жодні три не лежать на одній прямій?

**Розв'язок.** Пряма визначається двома різними точками, через які вона проходить. Тому шукана кількість прямих дорівнюватиме кількості різних пар точок, які можна скласти з даних восьми точок. При цьому, щоб прямі не збігалися, пари точок повинні відрізнятися хоча б однією точкою. Тому маємо комбінації з восьми елементів по два, тобто маємо

$$C_8^2 = \frac{8!}{2! \cdot (8 - 2)!} = \frac{8!}{2! \cdot (6)!} = \frac{7 \cdot 8}{2} = 28$$

прямих.

## Приклад 2.3.7

Скільки прямих можна провести через вісім точок, з яких жодні три не лежать на одній прямій?

**Розв'язок.** Пряма визначається двома різними точками, через які вона проходить. Тому шукана кількість прямих дорівнюватиме кількості різних пар точок, які можна скласти з даних восьми точок. При цьому, щоб прямі не збігалися, пари точок повинні відрізнятися хоча б однією точкою. Тому маємо комбінації з восьми елементів по два, тобто маємо

$$C_8^2 = \frac{8!}{2! \cdot (8-2)!} = \frac{8!}{2! \cdot (6)!} = \frac{7 \cdot 8}{2} = 28$$

прямих.

## Приклад 2.3.7

Скільки прямих можна провести через вісім точок, з яких жодні три не лежать на одній прямій?

**Розв'язок.** Пряма визначається двома різними точками, через які вона проходить. Тому шукана кількість прямих дорівнюватиме кількості різних пар точок, які можна скласти з даних восьми точок. При цьому, щоб прямі не збігалися, пари точок повинні відрізнятися хоча б однією точкою. Тому маємо комбінації з восьми елементів по два, тобто маємо

$$C_8^2 = \frac{8!}{2! \cdot (8 - 2)!} = \frac{8!}{2! \cdot (6)!} = \frac{7 \cdot 8}{2} = 28$$

прямих.

## Приклад 2.3.8

Скількома способами можна розподілити уроки в шести класах між трьома вчителями, якщо кожен учитель викладатиме у двох класах?

**Розв'язок.** Перший вчитель може вибрати два класи із шести  $C_6^2$  різними способами. Після вибору першого вчителя другий може вибрати два класи з чотирьох, що залишилися,  $C_4^2$  різними способами. Тому ці два вчителі можуть вибрати по два класи  $C_6^2 \cdot C_4^2$  різними способами.

Якщо перші два вчителі зробили вибір, то третій може взяти лише ті два класи, що залишилися. Звідси шукана кількість способів розподілу уроків, що кожен учитель викладатиме у двох класах, дорівнює:

$$C_6^2 \cdot C_4^2 = \frac{6!}{2! \cdot (6-2)!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 15 \cdot 6 = 90.$$

## Приклад 2.3.8

Скількома способами можна розподілити уроки в шести класах між трьома вчителями, якщо кожен учитель викладатиме у двох класах?

**Розв'язок.** Перший вчитель може вибрати два класи із шести  $C_6^2$  різними способами. Після вибору першого вчителя другий може вибрати два класи з чотирьох, що залишилися,  $C_4^2$  різними способами. Тому ці два вчителі можуть вибрати по два класи  $C_6^2 \cdot C_4^2$  різними способами.

Якщо перші два вчителі зробили вибір, то третій може взяти лише ті два класи, що залишилися. Звідси шукана кількість способів розподілу уроків, що кожен учитель викладатиме у двох класах, дорівнює:

$$C_6^2 \cdot C_4^2 = \frac{6!}{2! \cdot (6-2)!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 15 \cdot 6 = 90.$$

## Приклад 2.3.8

Скількома способами можна розподілити уроки в шести класах між трьома вчителями, якщо кожен учитель викладатиме у двох класах?

**Розв'язок.** Перший вчитель може вибрати два класи із шести  $C_6^2$  різними способами. Після вибору першого вчителя другий може вибрати два класи з чотирьох, що залишилися,  $C_4^2$  різними способами. Тому ці два вчителі можуть вибрати по два класи  $C_6^2 \cdot C_4^2$  різними способами.

Якщо перші два вчителі зробили вибір, то третій може взяти лише ті два класи, що залишилися. Звідси шукана кількість способів розподілу уроків, що кожен учитель викладатиме у двох класах, дорівнює:

$$C_6^2 \cdot C_4^2 = \frac{6!}{2! \cdot (6-2)!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 15 \cdot 6 = 90.$$

## Приклад 2.3.8

Скількома способами можна розподілити уроки в шести класах між трьома вчителями, якщо кожен учитель викладатиме у двох класах?

**Розв'язок.** Перший вчитель може вибрати два класи із шести  $C_6^2$  різними способами. Після вибору першого вчителя другий може вибрати два класи з чотирьох, що залишилися,  $C_4^2$  різними способами. Тому ці два вчителі можуть вибрати по два класи  $C_6^2 \cdot C_4^2$  різними способами.

Якщо перші два вчителі зробили вибір, то третій може взяти лише ті два класи, що залишилися. Звідси шукана кількість способів розподілу уроків, що кожен учитель викладатиме у двох класах, дорівнює:

$$C_6^2 \cdot C_4^2 = \frac{6!}{2! \cdot (6-2)!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 15 \cdot 6 = 90.$$

## Приклад 2.3.8

Скількома способами можна розподілити уроки в шести класах між трьома вчителями, якщо кожен учитель викладатиме у двох класах?

**Розв'язок.** Перший вчитель може вибрати два класи із шести  $C_6^2$  різними способами. Після вибору першого вчителя другий може вибрати два класи з чотирьох, що залишилися,  $C_4^2$  різними способами. Тому ці два вчителі можуть вибрати по два класи  $C_6^2 \cdot C_4^2$  різними способами.

Якщо перші два вчителі зробили вибір, то третій може взяти лише ті два класи, що залишилися. Звідси шукана кількість способів розподілу уроків, що кожен учитель викладатиме у двох класах, дорівнює:

$$C_6^2 \cdot C_4^2 = \frac{6!}{2! \cdot (6-2)!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 15 \cdot 6 = 90.$$

## Приклад 2.3.8

Скількома способами можна розподілити уроки в шести класах між трьома вчителями, якщо кожен учитель викладатиме у двох класах?

**Розв'язок.** Перший вчитель може вибрати два класи із шести  $C_6^2$  різними способами. Після вибору першого вчителя другий може вибрати два класи з чотирьох, що залишилися,  $C_4^2$  різними способами. Тому ці два вчителі можуть вибрати по два класи  $C_6^2 \cdot C_4^2$  різними способами.

Якщо перші два вчителі зробили вибір, то третій може взяти лише ті два класи, що залишилися. Звідси шукана кількість способів розподілу уроків, що кожен учитель викладатиме у двох класах, дорівнює:

$$C_6^2 \cdot C_4^2 = \frac{6!}{2! \cdot (6-2)!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 15 \cdot 6 = 90.$$

## Приклад 2.3.8

Скількома способами можна розподілити уроки в шести класах між трьома вчителями, якщо кожен учитель викладатиме у двох класах?

**Розв'язок.** Перший вчитель може вибрати два класи із шести  $C_6^2$  різними способами. Після вибору першого вчителя другий може вибрати два класи з чотирьох, що залишилися,  $C_4^2$  різними способами. Тому ці два вчителі можуть вибрати по два класи  $C_6^2 \cdot C_4^2$  різними способами.

Якщо перші два вчителі зробили вибір, то третій може взяти лише ті два класи, що залишилися. Звідси шукана кількість способів розподілу уроків, що кожен учитель викладатиме у двох класах, дорівнює:

$$C_6^2 \cdot C_4^2 = \frac{6!}{2! \cdot (6-2)!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 15 \cdot 6 = 90.$$

## Приклад 2.3.8

Скількома способами можна розподілити уроки в шести класах між трьома вчителями, якщо кожен учитель викладатиме у двох класах?

**Розв'язок.** Перший вчитель може вибрати два класи із шести  $C_6^2$  різними способами. Після вибору першого вчителя другий може вибрати два класи з чотирьох, що залишилися,  $C_4^2$  різними способами. Тому ці два вчителі можуть вибрати по два класи  $C_6^2 \cdot C_4^2$  різними способами.

Якщо перші два вчителі зробили вибір, то третій може взяти лише ті два класи, що залишилися. Звідси шукана кількість способів розподілу уроків, що кожен учитель викладатиме у двох класах, дорівнює:

$$C_6^2 \cdot C_4^2 = \frac{6!}{2! \cdot (6-2)!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 15 \cdot 6 = 90.$$

## Приклад 2.3.8

Скількома способами можна розподілити уроки в шести класах між трьома вчителями, якщо кожен учитель викладатиме у двох класах?

**Розв'язок.** Перший вчитель може вибрати два класи із шести  $C_6^2$  різними способами. Після вибору першого вчителя другий може вибрати два класи з чотирьох, що залишилися,  $C_4^2$  різними способами. Тому ці два вчителі можуть вибрати по два класи  $C_6^2 \cdot C_4^2$  різними способами.

Якщо перші два вчителі зробили вибір, то третій може взяти лише ті два класи, що залишилися. Звідси шукана кількість способів розподілу уроків, що кожен учитель викладатиме у двох класах, дорівнює:

$$C_6^2 \cdot C_4^2 = \frac{6!}{2! \cdot (6-2)!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 15 \cdot 6 = 90.$$

### Приклад 2.3.8

Скількома способами можна розподілити уроки в шести класах між трьома вчителями, якщо кожен учитель викладатиме у двох класах?

**Розв'язок.** Перший вчитель може вибрати два класи із шести  $C_6^2$  різними способами. Після вибору першого вчителя другий може вибрати два класи з чотирьох, що залишилися,  $C_4^2$  різними способами. Тому ці два вчителі можуть вибрати по два класи  $C_6^2 \cdot C_4^2$  різними способами.

Якщо перші два вчителі зробили вибір, то третій може взяти лише ті два класи, що залишилися. Звідси шукана кількість способів розподілу уроків, що кожен учитель викладатиме у двох класах, дорівнює:

$$C_6^2 \cdot C_4^2 = \frac{6!}{2! \cdot (6-2)!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 15 \cdot 6 = 90.$$

## Лекція 19: Комбінації

### Приклад 2.3.9

Скільки різних добутків, кратних числу 10, можна отримати з чисел

$$2, 3, 5, 7, 11, 13?$$

**Розв'язок.** Будемо складати добутки, кратні 10, у вигляді  $2 \cdot 5 \cdot n$ , де  $n$  — всі можливі добутки з чисел 3, 7, 11, 13. У число  $n$  можуть включатися від 0 до 4 множників.

Отже, всіх можливих добутків, що задовольняють умову, буде

$$\begin{aligned} C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 &= \\ = 1 + \frac{4!}{1!(4-1)!} + \frac{4!}{2!(4-2)!} + \frac{4!}{3!(4-3)!} + \frac{4!}{4!(4-4)!} &= \\ = 1 + \frac{4!}{1 \cdot 3!} + \frac{4!}{2! \cdot 2!} + \frac{4!}{3! \cdot 1!} + \frac{4!}{4! \cdot 0!} &= \\ = 1 + 4 + 3 + 4 + 1 &= \\ = 13. & \end{aligned}$$

## Лекція 19: Комбінації

### Приклад 2.3.9

Скільки різних добутків, кратних числу 10, можна отримати з чисел

2, 3, 5, 7, 11, 13?

**Розв'язок.** Будемо складати добутки, кратні 10, у вигляді  $2 \cdot 5 \cdot n$ , де  $n$  — всі можливі добутки з чисел 3, 7, 11, 13. У число  $n$  можуть включатися від 0 до 4 множників.

Отже, всіх можливих добутків, що задовольняють умову, буде

$$\begin{aligned} C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 &= \\ = 1 + \frac{4!}{1!(4-1)!} + \frac{4!}{2!(4-2)!} + \frac{4!}{3!(4-3)!} + \frac{4!}{4!(4-4)!} &= \\ = 1 + \frac{4!}{1! \cdot 3!} + \frac{4!}{2! \cdot 2!} + \frac{4!}{3! \cdot 1!} + \frac{4!}{4! \cdot 0!} &= \\ = 1 + 4 + 3 + 4 + 1 &= \\ = 13. \end{aligned}$$

## Лекція 19: Комбінації

### Приклад 2.3.9

Скільки різних добутків, кратних числу 10, можна отримати з чисел  
2, 3, 5, 7, 11, 13?

**Розв'язок.** Будемо складати добутки, кратні 10, у вигляді  $2 \cdot 5 \cdot n$ , де  $n$  — всі можливі добутки з чисел 3, 7, 11, 13. У число  $n$  можуть включатися від 0 до 4 множників.

Отже, всіх можливих добутків, що задовольняють умову, буде

$$\begin{aligned} C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 &= \\ = 1 + \frac{4!}{1!(4-1)!} + \frac{4!}{2!(4-2)!} + \frac{4!}{3!(4-3)!} + \frac{4!}{4!(4-4)!} &= \\ = 1 + \frac{4!}{1! \cdot 3!} + \frac{4!}{2! \cdot 2!} + \frac{4!}{3! \cdot 1!} + \frac{4!}{4! \cdot 0!} &= \\ = 1 + 4 + 3 + 4 + 1 &= \\ = 13. \end{aligned}$$

## Лекція 19: Комбінації

### Приклад 2.3.9

Скільки різних добутків, кратних числу 10, можна отримати з чисел  
2, 3, 5, 7, 11, 13?

**Розв'язок.** Будемо складати добутки, кратні 10, у вигляді  $2 \cdot 5 \cdot n$ , де  $n$  — всі можливі добутки з чисел 3, 7, 11, 13. У число  $n$  можуть включатися від 0 до 4 множників.

Отже, всіх можливих добутків, що задовольняють умову, буде

$$\begin{aligned} C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 &= \\ = 1 + \frac{4!}{1!(4-1)!} + \frac{4!}{2!(4-2)!} + \frac{4!}{3!(4-3)!} + \frac{4!}{4!(4-4)!} &= \\ = 1 + \frac{4!}{1! \cdot 3!} + \frac{4!}{2! \cdot 2!} + \frac{4!}{3! \cdot 1!} + \frac{4!}{4! \cdot 0!} &= \\ = 1 + 4 + 3 + 4 + 1 &= \\ = 13. \end{aligned}$$

## Лекція 19: Комбінації

### Приклад 2.3.9

Скільки різних добутків, кратних числу 10, можна отримати з чисел  
2, 3, 5, 7, 11, 13?

**Розв'язок.** Будемо складати добутки, кратні 10, у вигляді  $2 \cdot 5 \cdot n$ , де  $n$  — всі можливі добутки з чисел 3, 7, 11, 13. У число  $n$  можуть включатися від 0 до 4 множників.

Отже, всіх можливих добутків, що задовольняють умову, буде

$$\begin{aligned} C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 &= \\ = 1 + \frac{4!}{1!(4-1)!} + \frac{4!}{2!(4-2)!} + \frac{4!}{3!(4-3)!} + \frac{4!}{4!(4-4)!} &= \\ = 1 + \frac{4!}{1! \cdot 3!} + \frac{4!}{2! \cdot 2!} + \frac{4!}{3! \cdot 1!} + \frac{4!}{4! \cdot 0!} &= \\ = 1 + 4 + 3 + 4 + 1 &= \\ = 13. \end{aligned}$$

## Лекція 19: Комбінації

### Приклад 2.3.9

Скільки різних добутків, кратних числу 10, можна отримати з чисел  
2, 3, 5, 7, 11, 13?

**Розв'язок.** Будемо складати добутки, кратні 10, у вигляді  $2 \cdot 5 \cdot n$ , де  $n$  — всі можливі добутки з чисел 3, 7, 11, 13. У число  $n$  можуть включатися від 0 до 4 множників.

Отже, всіх можливих добутків, що задовольняють умову, буде

$$\begin{aligned} C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 &= \\ = 1 + \frac{4!}{1!(4-1)!} + \frac{4!}{2!(4-2)!} + \frac{4!}{3!(4-3)!} + \frac{4!}{4!(4-4)!} &= \\ = 1 + \frac{4!}{1! \cdot 3!} + \frac{4!}{2! \cdot 2!} + \frac{4!}{3! \cdot 1!} + \frac{4!}{4! \cdot 0!} &= \\ = 1 + 4 + 3 + 4 + 1 &= \\ = 13. \end{aligned}$$

## Лекція 19: Комбінації

### Приклад 2.3.9

Скільки різних добутків, кратних числу 10, можна отримати з чисел  
2, 3, 5, 7, 11, 13?

**Розв'язок.** Будемо складати добутки, кратні 10, у вигляді  $2 \cdot 5 \cdot n$ , де  $n$  — всі можливі добутки з чисел 3, 7, 11, 13. У число  $n$  можуть включатися від 0 до 4 множників.

Отже, всіх можливих добутків, що задовольняють умову, буде

$$\begin{aligned} C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 &= \\ = 1 + \frac{4!}{1!(4-1)!} + \frac{4!}{2!(4-2)!} + \frac{4!}{3!(4-3)!} + \frac{4!}{4!(4-4)!} &= \\ = 1 + \frac{4!}{1! \cdot 3!} + \frac{4!}{2! \cdot 2!} + \frac{4!}{3! \cdot 1!} + \frac{4!}{4! \cdot 0!} &= \\ = 1 + 4 + 3 + 4 + 1 &= \\ = 13. \end{aligned}$$

## Лекція 19: Комбінації

### Приклад 2.3.9

Скільки різних добутків, кратних числу 10, можна отримати з чисел  
2, 3, 5, 7, 11, 13?

**Розв'язок.** Будемо складати добутки, кратні 10, у вигляді  $2 \cdot 5 \cdot n$ , де  $n$  — всі можливі добутки з чисел 3, 7, 11, 13. У число  $n$  можуть включатися від 0 до 4 множників.

Отже, всіх можливих добутків, що задовольняють умову, буде

$$\begin{aligned} C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 &= \\ = 1 + \frac{4!}{1!(4-1)!} + \frac{4!}{2!(4-2)!} + \frac{4!}{3!(4-3)!} + \frac{4!}{4!(4-4)!} &= \\ = 1 + \frac{4!}{1! \cdot 3!} + \frac{4!}{2! \cdot 2!} + \frac{4!}{3! \cdot 1!} + \frac{4!}{4! \cdot 0!} &= \\ = 1 + 4 + 3 + 4 + 1 &= \\ = 13. \end{aligned}$$

## Лекція 19: Комбінації

### Приклад 2.3.10

Скільки різних дільників має число 2310?

Розв'язок. Оскільки

$$2310 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11,$$

то його дільником буде лише таке натуральне число, яке є добутком різних чисел з множини чисел

$$\{2, 3, 5, 7, 11\},$$

вибираючи не більше одного числа з цієї множини. Складемо всіможливі різні добутки з цих чисел (вони містять від 1-го до 5-и множників) і додамо 1, як дільник даного числа.

Отже, число 2310 має

$$\begin{aligned}1 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 &= \\&= 1 + 5 + \frac{5!}{2!(5-2)!} + \frac{5!}{3!(5-3)!} + \frac{5!}{4!(5-4)!} + 1 = \\&= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot 3!} + \frac{5!}{3! \cdot 2!} + \frac{5!}{4! \cdot 1!} + 1 = \\&= 1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = \\&= 32\end{aligned}$$

дільники.

# Лекція 19: Комбінації

## Приклад 2.3.10

Скільки різних дільників має число 2310?

*Розв'язок.* Оскільки

$$2310 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11,$$

то його дільником буде лише таке натуральне число, яке є добутком різних чисел з множини чисел

$$\{2, 3, 5, 7, 11\},$$

вибираючи не більше одного числа з цієї множини. Складемо всеможливі різні добутки з цих чисел (вони містять від 1-го до 5-и множників) і додамо 1, як дільник даного числа.

Отже, число 2310 має

$$\begin{aligned}1 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 &= \\&= 1 + 5 + \frac{5!}{2!(5-2)!} + \frac{5!}{3!(5-3)!} + \frac{5!}{4!(5-4)!} + 1 = \\&= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot 3!} + \frac{5!}{3! \cdot 2!} + \frac{5!}{4! \cdot 1!} + 1 = \\&= 1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = \\&= 32\end{aligned}$$

дільники.

# Лекція 19: Комбінації

## Приклад 2.3.10

Скільки різних дільників має число 2310?

*Розв'язок.* Оскільки

$$2310 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11,$$

то його дільником буде лише таке натуральне число, яке є добутком різних чисел з множини чисел

$$\{2, 3, 5, 7, 11\},$$

вибираючи не більше одного числа з цієї множини. Складемо всеможливі різні добутки з цих чисел (вони містять від 1-го до 5-и множників) і додамо 1, як дільник даного числа.

Отже, число 2310 має

$$\begin{aligned}1 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 &= \\&= 1 + 5 + \frac{5!}{2!(5-2)!} + \frac{5!}{3!(5-3)!} + \frac{5!}{4!(5-4)!} + 1 = \\&= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot 3!} + \frac{5!}{3! \cdot 2!} + \frac{5!}{4! \cdot 1!} + 1 = \\&= 1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = \\&= 32\end{aligned}$$

дільники.

# Лекція 19: Комбінації

## Приклад 2.3.10

Скільки різних дільників має число 2310?

**Розв'язок.** Оскільки

$$2310 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11,$$

то його дільником буде лише таке натуральне число, яке є добутком різних чисел з множини чисел

$$\{2, 3, 5, 7, 11\},$$

вибираючи не більше одного числа з цієї множини. Складемо всеможливі різні добутки з цих чисел (вони містять від 1-го до 5-и множників) і додамо 1, як дільник даного числа.

Отже, число 2310 має

$$\begin{aligned}1 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 &= \\&= 1 + 5 + \frac{5!}{2!(5-2)!} + \frac{5!}{3!(5-3)!} + \frac{5!}{4!(5-4)!} + 1 = \\&= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot 3!} + \frac{5!}{3! \cdot 2!} + \frac{5!}{4! \cdot 1!} + 1 = \\&= 1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = \\&= 32\end{aligned}$$

дільники.

# Лекція 19: Комбінації

## Приклад 2.3.10

Скільки різних дільників має число 2310?

**Розв'язок.** Оскільки

$$2310 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11,$$

то його дільником буде лише таке натуральне число, яке є добутком різних чисел з множини чисел

$$\{2, 3, 5, 7, 11\},$$

вибираючи не більше одного числа з цієї множини. Складемо всеможливі різні добутки з цих чисел (вони містять від 1-го до 5-и множників) і додамо 1, як дільник даного числа.

Отже, число 2310 має

$$\begin{aligned}1 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 &= \\&= 1 + 5 + \frac{5!}{2!(5-2)!} + \frac{5!}{3!(5-3)!} + \frac{5!}{4!(5-4)!} + 1 = \\&= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot 3!} + \frac{5!}{3! \cdot 2!} + \frac{5!}{4! \cdot 1!} + 1 = \\&= 1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = \\&= 32\end{aligned}$$

дільники.

# Лекція 19: Комбінації

## Приклад 2.3.10

Скільки різних дільників має число 2310?

**Розв'язок.** Оскільки

$$2310 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11,$$

то його дільником буде лише таке натуральне число, яке є добутком різних чисел з множини чисел

$$\{2, 3, 5, 7, 11\},$$

вибираючи не більше одного числа з цієї множини. Складемо всеможливі різні добутки з цих чисел (вони містять від 1-го до 5-и множників) і додамо 1, як дільник даного числа.

Отже, число 2310 має

$$\begin{aligned}1 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 &= \\&= 1 + 5 + \frac{5!}{2!(5-2)!} + \frac{5!}{3!(5-3)!} + \frac{5!}{4!(5-4)!} + 1 = \\&= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot 3!} + \frac{5!}{3! \cdot 2!} + \frac{5!}{4! \cdot 1!} + 1 = \\&= 1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = \\&= 32\end{aligned}$$

дільники.

# Лекція 19: Комбінації

## Приклад 2.3.10

Скільки різних дільників має число 2310?

**Розв'язок.** Оскільки

$$2310 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11,$$

то його дільником буде лише таке натуральне число, яке є добутком різних чисел з множини чисел

$$\{2, 3, 5, 7, 11\},$$

вибираючи не більше одного числа з цієї множини. Складемо всеможливі різні добутки з цих чисел (вони містять від 1-го до 5-и множників) і додамо 1, як дільник даного числа.

Отже, число 2310 має

$$\begin{aligned}1 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 &= \\&= 1 + 5 + \frac{5!}{2!(5-2)!} + \frac{5!}{3!(5-3)!} + \frac{5!}{4!(5-4)!} + 1 = \\&= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot 3!} + \frac{5!}{3! \cdot 2!} + \frac{5!}{4! \cdot 1!} + 1 = \\&= 1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = \\&= 32\end{aligned}$$

дільники.

## Лекція 19: Комбінації

### Приклад 2.3.10

Скільки різних дільників має число 2310?

**Розв'язок.** Оскільки

$$2310 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11,$$

то його дільником буде лише таке натуральне число, яке є добутком різних чисел з множини чисел

$$\{2, 3, 5, 7, 11\},$$

вибираючи не більше одного числа з цієї множини. Складемо всіможливі різні добутки з цих чисел (вони містять від 1-го до 5-и множників) і додамо 1, як дільник даного числа.

Отже, число 2310 має

$$\begin{aligned}1 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 &= \\&= 1 + 5 + \frac{5!}{2!(5-2)!} + \frac{5!}{3!(5-3)!} + \frac{5!}{4!(5-4)!} + 1 = \\&= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot 3!} + \frac{5!}{3! \cdot 2!} + \frac{5!}{4! \cdot 1!} + 1 = \\&= 1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = \\&= 32\end{aligned}$$

дільники.

## Лекція 19: Комбінації

### Приклад 2.3.10

Скільки різних дільників має число 2310?

**Розв'язок.** Оскільки

$$2310 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11,$$

то його дільником буде лише таке натуральне число, яке є добутком різних чисел з множини чисел

$$\{2, 3, 5, 7, 11\},$$

вибираючи не більше одного числа з цієї множини. Складемо всіможливі різні добутки з цих чисел (вони містять від 1-го до 5-ти множників) і додамо 1, як дільник даного числа.

Отже, число 2310 має

$$\begin{aligned}1 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 &= \\&= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot (5-2)!} + \frac{5!}{3! \cdot (5-3)!} + \frac{5!}{4! \cdot (4-1)!} + 1 = \\&= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot 3!} + \frac{5!}{3! \cdot 2!} + \frac{5!}{4! \cdot 1!} + 1 = \\&= 1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = \\&= 32\end{aligned}$$

дільники.

# Лекція 19: Комбінації

## Приклад 2.3.10

Скільки різних дільників має число 2310?

**Розв'язок.** Оскільки

$$2310 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11,$$

то його дільником буде лише таке натуральне число, яке є добутком різних чисел з множини чисел

$$\{2, 3, 5, 7, 11\},$$

вибираючи не більше одного числа з цієї множини. Складемо всеможливі різні добутки з цих чисел (вони містять від 1-го до 5-и множників) і додамо 1, як дільник даного числа.

Отже, число 2310 має

$$\begin{aligned}1 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 &= \\&= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot (5-2)!} + \frac{5!}{3! \cdot (5-3)!} + \frac{5!}{4! \cdot (4-1)!} + 1 = \\&= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot 3!} + \frac{5!}{3! \cdot 2!} + \frac{5!}{4! \cdot 1!} + 1 = \\&= 1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = \\&= 32\end{aligned}$$

дільники.

## Лекція 19: Комбінації

### Приклад 2.3.10

Скільки різних дільників має число 2310?

**Розв'язок.** Оскільки

$$2310 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11,$$

то його дільником буде лише таке натуральне число, яке є добутком різних чисел з множини чисел

$$\{2, 3, 5, 7, 11\},$$

вибираючи не більше одного числа з цієї множини. Складемо всеможливі різні добутки з цих чисел (вони містять від 1-го до 5-и множників) і додамо 1, як дільник даного числа.

Отже, число 2310 має

$$\begin{aligned}1 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 &= \\&= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot (5-2)!} + \frac{5!}{3! \cdot (5-3)!} + \frac{5!}{4! \cdot (4-1)!} + 1 = \\&= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot 3!} + \frac{5!}{3! \cdot 2!} + \frac{5!}{4! \cdot 1!} + 1 = \\&= 1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = \\&= 32\end{aligned}$$

дільники.

## Приклад 2.3.10

Скільки різних дільників має число 2310?

**Розв'язок.** Оскільки

$$2310 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11,$$

то його дільником буде лише таке натуральне число, яке є добутком різних чисел з множини чисел

$$\{2, 3, 5, 7, 11\},$$

вибираючи не більше одного числа з цієї множини. Складемо всеможливі різні добутки з цих чисел (вони містять від 1-го до 5-ти множників) і додамо 1, як дільник даного числа.

Отже, число 2310 має

$$\begin{aligned}1 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 &= \\&= 1 + 5 + \frac{5!}{2!(5-2)!} + \frac{5!}{3!(5-3)!} + \frac{5!}{4!(5-4)!} + 1 = \\&= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot 3!} + \frac{5!}{3! \cdot 2!} + \frac{5!}{4! \cdot 1!} + 1 = \\&= 1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = \\&= 32\end{aligned}$$

дільники.

## Лекція 19: Комбінації

### Приклад 2.3.10

Скільки різних дільників має число 2310?

**Розв'язок.** Оскільки

$$2310 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11,$$

то його дільником буде лише таке натуральне число, яке є добутком різних чисел з множини чисел

$$\{2, 3, 5, 7, 11\},$$

вибираючи не більше одного числа з цієї множини. Складемо всеможливі різні добутки з цих чисел (вони містять від 1-го до 5-ти множників) і додамо 1, як дільник даного числа.

Отже, число 2310 має

$$\begin{aligned}1 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 &= \\&= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot (5-2)!} + \frac{5!}{3! \cdot (5-3)!} + \frac{5!}{4! \cdot (4-1)!} + 1 = \\&= 1 + 5 + \frac{5!}{2! \cdot 3!} + \frac{5!}{3! \cdot 2!} + \frac{5!}{4! \cdot 1!} + 1 = \\&= 1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = \\&= 32\end{aligned}$$

дільники.

# Лекція 19: Комбінації

## Приклад 2.3.11

З офісу фірми, у якій працює 20 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо директор, його заступник і секретар одночасно їхати не можуть?

**Розв'язок.** Кількість усіх можливих варіантів формування групи співробітників офісу у відрядження дорівнює  $C_{20}^5$ . Проте не всі ці варіанти можливі. Підрахуємо кількість варіантів вибору групи, які не задовольняють умову поїздки у відрядження. При цьому три вакансії займуть директор, його заступник і секретар, а решту дві можуть бути сформовані  $C_{17}^2$  способами.

Отже, можливих варіантів буде

$$C_{20}^5 - C_{17}^2.$$

## Вправа 2.3.17

З офісу фірми, у якій працює 25 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо може їхати не більше одного члена з керівництва? Керівництво офісу складається з директора та його двох заступників.

# Лекція 19: Комбінації

## Приклад 2.3.11

З офісу фірми, у якій працює 20 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо директор, його заступник і секретар одночасно їхати не можуть?

**Розв'язок.** Кількість усіх можливих варіантів формування групи співробітників офісу у відрядження дорівнює  $C_{20}^5$ . Проте не всі ці варіанти можливі. Підрахуємо кількість варіантів вибору групи, які не задовольняють умову поїздки у відрядження. При цьому три вакансії займуть директор, його заступник і секретар, а решту дві можуть бути сформовані  $C_{17}^2$  способами.

Отже, можливих варіантів буде

$$C_{20}^5 - C_{17}^2.$$

## Вправа 2.3.17

З офісу фірми, у якій працює 25 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо може їхати не більше одного члена з керівництва? Керівництво офісу складається з директора та його двох заступників.

# Лекція 19: Комбінації

## Приклад 2.3.11

З офісу фірми, у якій працює 20 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо директор, його заступник і секретар одночасно їхати не можуть?

**Розв'язок.** Кількість усіх можливих варіантів формування групи співробітників офісу у відрядження дорівнює  $C_{20}^5$ . Проте не всі ці варіанти можливі. Підрахуємо кількість варіантів вибору групи, які не задовольняють умову поїздки у відрядження. При цьому три вакансії займуть директор, його заступник і секретар, а решту дві можуть бути сформовані  $C_{17}^2$  способами.

Отже, можливих варіантів буде

$$C_{20}^5 - C_{17}^2.$$

## Вправа 2.3.17

З офісу фірми, у якій працює 25 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо може їхати не більше одного члена з керівництва? Керівництво офісу складається з директора та його двох заступників.

# Лекція 19: Комбінації

## Приклад 2.3.11

З офісу фірми, у якій працює 20 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо директор, його заступник і секретар одночасно їхати не можуть?

**Розв'язок.** Кількість усіх можливих варіантів формування групи співробітників офісу у відрядження дорівнює  $C_{20}^5$ . Проте не всі ці варіанти можливі. Підрахуємо кількість варіантів вибору групи, які не задовольняють умову поїздки у відрядження. При цьому три вакансії займуть директор, його заступник і секретар, а решту дві можуть бути сформовані  $C_{17}^2$  способами.

Отже, можливих варіантів буде

$$C_{20}^5 - C_{17}^2.$$

## Вправа 2.3.17

З офісу фірми, у якій працює 25 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо може їхати не більше одного члена з керівництва? Керівництво офісу складається з директора та його двох заступників.

# Лекція 19: Комбінації

## Приклад 2.3.11

З офісу фірми, у якій працює 20 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо директор, його заступник і секретар одночасно їхати не можуть?

**Розв'язок.** Кількість усіх можливих варіантів формування групи співробітників офісу у відрядження дорівнює  $C_{20}^5$ . Проте не всі ці варіанти можливі. Підрахуємо кількість варіантів вибору групи, які не задовольняють умову поїздки у відрядження. При цьому три вакансії займуть директор, його заступник і секретар, а решту дві можуть бути сформовані  $C_{17}^2$  способами.

Отже, можливих варіантів буде

$$C_{20}^5 - C_{17}^2.$$

## Вправа 2.3.17

З офісу фірми, у якій працює 25 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо може їхати не більше одного члена з керівництва? Керівництво офісу складається з директора та його двох заступників.

# Лекція 19: Комбінації

## Приклад 2.3.11

З офісу фірми, у якій працює 20 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо директор, його заступник і секретар одночасно їхати не можуть?

**Розв'язок.** Кількість усіх можливих варіантів формування групи співробітників офісу у відрядження дорівнює  $C_{20}^5$ . Проте не всі ці варіанти можливі. Підрахуємо кількість варіантів вибору групи, які не задовольняють умову поїздки у відрядження. При цьому три вакансії займуть директор, його заступник і секретар, а решту дві можуть бути сформовані  $C_{17}^2$  способами.

Отже, можливих варіантів буде

$$C_{20}^5 - C_{17}^2.$$

## Вправа 2.3.17

З офісу фірми, у якій працює 25 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо може їхати не більше одного члена з керівництва? Керівництво офісу складається з директора та його двох заступників.

## Лекція 19: Комбінації

### Приклад 2.3.11

З офісу фірми, у якій працює 20 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо директор, його заступник і секретар одночасно їхати не можуть?

**Розв'язок.** Кількість усіх можливих варіантів формування групи співробітників офісу у відрядження дорівнює  $C_{20}^5$ . Проте не всі ці варіанти можливі. Підрахуємо кількість варіантів вибору групи, які не задовольняють умову поїздки у відрядження. При цьому три вакансії займуть директор, його заступник і секретар, а решту дві можуть бути сформовані  $C_{17}^2$  способами.

Отже, можливих варіантів буде

$$C_{20}^5 - C_{17}^2.$$

### Вправа 2.3.17

З офісу фірми, у якій працює 25 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо може їхати не більше одного члена з керівництва? Керівництво офісу складається з директора та його двох заступників.

# Лекція 19: Комбінації

## Приклад 2.3.11

З офісу фірми, у якій працює 20 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо директор, його заступник і секретар одночасно їхати не можуть?

**Розв'язок.** Кількість усіх можливих варіантів формування групи співробітників офісу у відрядження дорівнює  $C_{20}^5$ . Проте не всі ці варіанти можливі. Підрахуємо кількість варіантів вибору групи, які не задовольняють умову поїздки у відрядження. При цьому три вакансії займуть директор, його заступник і секретар, а решту дві можуть бути сформовані  $C_{17}^2$  способами.

Отже, можливих варіантів буде

$$C_{20}^5 - C_{17}^2.$$

## Вправа 2.3.17

З офісу фірми, у якій працює 25 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо може їхати не більше одного члена з керівництва? Керівництво офісу складається з директора та його двох заступників.

## Лекція 19: Комбінації

### Приклад 2.3.11

З офісу фірми, у якій працює 20 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо директор, його заступник і секретар одночасно їхати не можуть?

**Розв'язок.** Кількість усіх можливих варіантів формування групи співробітників офісу у відрядження дорівнює  $C_{20}^5$ . Проте не всі ці варіанти можливі. Підрахуємо кількість варіантів вибору групи, які не задовольняють умову поїздки у відрядження. При цьому три вакансії займуть директор, його заступник і секретар, а решту дві можуть бути сформовані  $C_{17}^2$  способами.

Отже, можливих варіантів буде

$$C_{20}^5 - C_{17}^2.$$

### Вправа 2.3.17

З офісу фірми, у якій працює 25 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо може їхати не більше одного члена з керівництва? Керівництво офісу складається з директора та його двох заступників.

## Лекція 19: Комбінації

### Приклад 2.3.11

З офісу фірми, у якій працює 20 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо директор, його заступник і секретар одночасно їхати не можуть?

**Розв'язок.** Кількість усіх можливих варіантів формування групи співробітників офісу у відрядження дорівнює  $C_{20}^5$ . Проте не всі ці варіанти можливі. Підрахуємо кількість варіантів вибору групи, які не задовольняють умову поїздки у відрядження. При цьому три вакансії займуть директор, його заступник і секретар, а решту дві можуть бути сформовані  $C_{17}^2$  способами.

Отже, можливих варіантів буде

$$C_{20}^5 - C_{17}^2.$$

### Вправа 2.3.17

З офісу фірми, у якій працює 25 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо може їхати не більше одного члена з керівництва? Керівництво офісу складається з директора та його двох заступників.

# Лекція 19: Комбінації

## Приклад 2.3.11

З офісу фірми, у якій працює 20 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо директор, його заступник і секретар одночасно їхати не можуть?

**Розв'язок.** Кількість усіх можливих варіантів формування групи співробітників офісу у відрядження дорівнює  $C_{20}^5$ . Проте не всі ці варіанти можливі. Підрахуємо кількість варіантів вибору групи, які не задовольняють умову поїздки у відрядження. При цьому три вакансії займуть директор, його заступник і секретар, а решту дві можуть бути сформовані  $C_{17}^2$  способами.

Отже, можливих варіантів буде

$$C_{20}^5 - C_{17}^2.$$

## Вправа 2.3.17

З офісу фірми, у якій працює 25 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо може їхати не більше одного члена з керівництва? Керівництво офісу складається з директора та його двох заступників.

## Лекція 19: Комбінації

### Приклад 2.3.11

З офісу фірми, у якій працює 20 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо директор, його заступник і секретар одночасно їхати не можуть?

**Розв'язок.** Кількість усіх можливих варіантів формування групи співробітників офісу у відрядження дорівнює  $C_{20}^5$ . Проте не всі ці варіанти можливі. Підрахуємо кількість варіантів вибору групи, які не задовольняють умову поїздки у відрядження. При цьому три вакансії займуть директор, його заступник і секретар, а решту дві можуть бути сформовані  $C_{17}^2$  способами.

Отже, можливих варіантів буде

$$C_{20}^5 - C_{17}^2.$$

### Вправа 2.3.17

З офісу фірми, у якій працює 25 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо може їхати не більше одного члена з керівництва? Керівництво офісу складається з директора та його двох заступників.

## Лекція 19: Комбінації

### Приклад 2.3.11

З офісу фірми, у якій працює 20 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо директор, його заступник і секретар одночасно їхати не можуть?

**Розв'язок.** Кількість усіх можливих варіантів формування групи співробітників офісу у відрядження дорівнює  $C_{20}^5$ . Проте не всі ці варіанти можливі. Підрахуємо кількість варіантів вибору групи, які не задовольняють умову поїздки у відрядження. При цьому три вакансії займуть директор, його заступник і секретар, а решту дві можуть бути сформовані  $C_{17}^2$  способами.

Отже, можливих варіантів буде

$$C_{20}^5 - C_{17}^2.$$

### Вправа 2.3.17

З офісу фірми, у якій працює 25 осіб, п'ятеро співробітників мають їхати у відрядження. Скільки може бути різних складів цієї групи, якщо може їхати не більше одного члена з керівництва? Керівництво офісу складається з директора та його двох заступників.

# Лекція 19: Комбінації

## Приклад 2.3.12

У речовій лотерей розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

1) всі предмети будуть різними.

*Розв'язок.*

Все відбувається за принципом послідовного вибору.

1) вибір першого предмета:

— можливостей  $C_{100}^1 = 100$  (один з 100 квитків)

2) вибір другого предмета:

— можливостей  $C_{99}^1 = 99$  (один з 99 квитків)

3) вибір третього предмета:

— можливостей  $C_{98}^1 = 98$  (один з 98 квитків)

4) вибір четвертого предмета:

— можливостей  $C_{97}^1 = 97$  (один з 97 квитків)

5) вибір п'ятого предмета:

— можливостей  $C_{96}^1 = 96$  (один з 96 квитків)

6) вибір шостого предмета:

— можливостей  $C_{95}^1 = 95$  (один з 95 квитків)

7) вибір сьомого предмета:

— можливостей  $C_{94}^1 = 94$  (один з 94 квитків)

8) вибір осьмого предмета:

— можливостей  $C_{93}^1 = 93$  (один з 93 квитків)

9) вибір дев'ятого предмета:

— можливостей  $C_{92}^1 = 92$  (один з 92 квитків)

10) вибір десятого предмета:

— можливостей  $C_{91}^1 = 91$  (один з 91 квитка)

# Лекція 19: Комбінації

## Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

- (1) рівно два з них були виграшними;
- (2) принаймені два з них були виграшними?

### Розв'язок.

- (1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами.

- (2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^1 \cdot C_{92}^4 + C_8^0 \cdot C_{92}^5$$

# Лекція 19: Комбінації

## Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

- (1) рівно два з них були виграшними;
- (2) принаймні два з них були виграшними?

### Розв'язок.

(1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами.

(2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^1 \cdot C_{92}^4 + C_8^0 \cdot C_{92}^5$$

# Лекція 19: Комбінації

## Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

- (1) рівно два з них були виграшними;
- (2) принаймні два з них були виграшними?

### Розв'язок.

(1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами.

(2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^1 \cdot C_{92}^4 + C_8^0 \cdot C_{92}^5$$

# Лекція 19: Комбінації

## Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

(1) рівнодвадцять з них були виграшними;

(2) принайменні два з них були виграшними?

### Розв'язок.

(1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами.

(2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^1 \cdot C_{92}^4 + C_8^0 \cdot C_{92}^5$$

# Лекція 19: Комбінації

## Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

- (1) рівно два з них були виграшними;
- (2) принаймні два з них були виграшними?

*Розв'язок.*

- (1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами.

- (2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^1 \cdot C_{92}^4 + C_8^0 \cdot C_{92}^5$$

# Лекція 19: Комбінації

## Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

- (1) рівно два з них були виграшними;
- (2) принаймні два з них були виграшними?

*Розв'язок.*

- (1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами.

- (2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^1 \cdot C_{92}^4 + C_8^0 \cdot C_{92}^5$$

# Лекція 19: Комбінації

## Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

- (1) рівно два з них були виграшними;
- (2) принаймні два з них були виграшними?

*Розв'язок.*

(1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами.

(2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^1 \cdot C_{92}^4 + C_8^0 \cdot C_{92}^5$$

# Лекція 19: Комбінації

## Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

- (1) рівно два з них були виграшними;
- (2) принаймні два з них були виграшними?

### Розв'язок.

(1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами.

(2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^1 \cdot C_{92}^4 + C_8^5$$

# Лекція 19: Комбінації

## Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

- (1) рівно два з них були виграшними;
- (2) принаймні два з них були виграшними?

### Розв'язок.

- (1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами.

- (2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами; якщо три виграшні і два невиграшні, то це можна отримати

$$C_8^3 \cdot C_{92}^2$$

способами; якщо чотири виграшній один невиграшний, то це можна отримати

$$C_8^4 \cdot C_{92}^1$$

способами; якщо всі п'ять виграшних, то це можна отримати

$$C_8^5$$

способами.

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^4 \cdot C_{92}^1 + C_8^5.$$

# Лекція 19: Комбінації

## Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

- (1) рівно два з них були виграшними;
- (2) принаймні два з них були виграшними?

### Розв'язок.

- (1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами.

- (2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами; якщо три виграшні і два невиграшні, то це можна отримати

$$C_8^3 \cdot C_{92}^2$$

способами; якщо чотири виграшній один невиграшний, то це можна отримати

$$C_8^4 \cdot C_{92}^1$$

способами; якщо всі п'ять виграшних, то це можна отримати

$$C_8^5$$

способами.

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^4 \cdot C_{92}^1 + C_8^5.$$

# Лекція 19: Комбінації

## Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

- (1) рівно два з них були виграшними;
- (2) принаймні два з них були виграшними?

### Розв'язок.

- (1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами.

- (2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами; якщо три виграшні і два невиграшні, то це можна отримати

$$C_8^3 \cdot C_{92}^2$$

способами; якщо чотири виграшній один невиграшний, то це можна отримати

$$C_8^4 \cdot C_{92}^1$$

способами; якщо всі п'ять виграшних, то це можна отримати

$$C_8^5$$

способами.

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^4 \cdot C_{92}^1 + C_8^5.$$

# Лекція 19: Комбінації

## Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

- (1) рівно два з них були виграшними;
- (2) принаймні два з них були виграшними?

### Розв'язок.

- (1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами.

- (2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами; якщо три виграшні і два невиграшні, то це можна отримати

$$C_8^3 \cdot C_{92}^2$$

способами; якщо чотири виграшній один невиграшний, то це можна отримати

$$C_8^4 \cdot C_{92}^1$$

способами; якщо всі п'ять виграшних, то це можна отримати

$$C_8^5$$

способами.

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^4 \cdot C_{92}^1 + C_8^5.$$

# Лекція 19: Комбінації

## Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

- (1) рівно два з них були виграшними;
- (2) принаймні два з них були виграшними?

### Розв'язок.

- (1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами.

- (2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами; якщо три виграшні і два невиграшні, то це можна отримати

$$C_8^3 \cdot C_{92}^2$$

способами; якщо чотири виграшній один невиграшний, то це можна отримати

$$C_8^4 \cdot C_{92}^1$$

способами; якщо всі п'ять виграшних, то це можна отримати

$$C_8^5$$

способами.

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^4 \cdot C_{92}^1 + C_8^5.$$

# Лекція 19: Комбінації

## Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

- (1) рівно два з них були виграшними;
- (2) принаймні два з них були виграшними?

### Розв'язок.

- (1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами.

- (2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами; якщо три виграшні і два невиграшні, то це можна отримати

$$C_8^3 \cdot C_{92}^2$$

способами; якщо чотири виграшній один невиграшний, то це можна отримати

$$C_8^4 \cdot C_{92}^1$$

способами; якщо всі п'ять виграшних, то це можна отримати

$$C_8^5$$

способами.

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^4 \cdot C_{92}^1 + C_8^5.$$

# Лекція 19: Комбінації

## Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

- (1) рівно два з них були виграшними;
- (2) принаймні два з них були виграшними?

### Розв'язок.

- (1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами.

- (2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами; якщо три виграшні і два невиграшні, то це можна отримати

$$C_8^3 \cdot C_{92}^2$$

способами; якщо чотири виграшній один невиграшний, то це можна отримати

$$C_8^4 \cdot C_{92}^1$$

способами; якщо всі п'ять виграшних, то це можна отримати

$$C_8^5$$

способами.

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^4 \cdot C_{92}^1 + C_8^5.$$

# Лекція 19: Комбінації

## Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

- (1) рівно два з них були виграшними;
- (2) принаймні два з них були виграшними?

### Розв'язок.

- (1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами.

- (2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами; якщо три виграшні і два невиграшні, то це можна отримати

$$C_8^3 \cdot C_{92}^2$$

способами; якщо чотири виграшній один невиграшний, то це можна отримати

$$C_8^4 \cdot C_{92}^1$$

способами; якщо всі п'ять виграшних, то це можна отримати

$$C_8^5$$

способами.

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^4 \cdot C_{92}^1 + C_8^5.$$

# Лекція 19: Комбінації

## Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

- (1) рівно два з них були виграшними;
- (2) принаймні два з них були виграшними?

### Розв'язок.

- (1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами.

- (2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами; якщо три виграшні і два невиграшні, то це можна отримати

$$C_8^3 \cdot C_{92}^2$$

способами; якщо чотири виграшній один невиграшний, то це можна отримати

$$C_8^4 \cdot C_{92}^1$$

способами; якщо всі п'ять виграшних, то це можна отримати

$$C_8^5$$

способами.

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^4 \cdot C_{92}^1 + C_8^5.$$

# Лекція 19: Комбінації

## Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

- (1) рівно два з них були виграшними;
- (2) принаймні два з них були виграшними?

### Розв'язок.

- (1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами.

- (2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами; якщо три виграшні і два невиграшні, то це можна отримати

$$C_8^3 \cdot C_{92}^2$$

способами; якщо чотири виграшній один невиграшний, то це можна отримати

$$C_8^4 \cdot C_{92}^1$$

способами; якщо всі п'ять виграшних, то це можна отримати

$$C_8^5$$

способами.

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^4 \cdot C_{92}^1 + C_8^5.$$

# Лекція 19: Комбінації

## Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

- (1) рівно два з них були виграшними;
- (2) принаймні два з них були виграшними?

### Розв'язок.

- (1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами.

- (2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами; якщо три виграшні і два невиграшні, то це можна отримати

$$C_8^3 \cdot C_{92}^2$$

способами; якщо чотири виграшній один невиграшний, то це можна отримати

$$C_8^4 \cdot C_{92}^1$$

способами; якщо всі п'ять виграшних, то це можна отримати

$$C_8^5$$

способами.

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^4 \cdot C_{92}^1 + C_8^5.$$

# Лекція 19: Комбінації

## Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

- (1) рівно два з них були виграшними;
- (2) принаймні два з них були виграшними?

### Розв'язок.

- (1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами.

- (2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами; якщо три виграшні і два невиграшні, то це можна отримати

$$C_8^3 \cdot C_{92}^2$$

способами; якщо чотири виграшній один невиграшний, то це можна отримати

$$C_8^4 \cdot C_{92}^1$$

способами; якщо всі п'ять виграшних, то це можна отримати

$$C_8^5$$

способами.

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^4 \cdot C_{92}^1 + C_8^5.$$

# Лекція 19: Комбінації

## Приклад 2.3.12

У речовій лотереї розігруються вісім предметів. Усього в урні 100 квитків. Виймається п'ять квитків. Скількома способами їх можна вийняти так, щоб:

- (1) рівно два з них були виграшними;
- (2) принаймні два з них були виграшними?

### Розв'язок.

- (1) Два виграшні й три невиграшні, відповідно, квитки можна вибрати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами.

- (2) Якщо серед п'яти квитків буде два виграшні і три невиграшні, то це можна отримати

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3$$

способами; якщо три виграшні і два невиграшні, то це можна отримати

$$C_8^3 \cdot C_{92}^2$$

способами; якщо чотири виграшній один невиграшний, то це можна отримати

$$C_8^4 \cdot C_{92}^1$$

способами; якщо всі п'ять виграшних, то це можна отримати

$$C_8^5$$

способами.

За правилом суми загальна кількість способів дорівнює

$$C_8^2 \cdot C_{92}^3 + C_8^3 \cdot C_{92}^2 + C_8^4 \cdot C_{92}^1 + C_8^5.$$

## Вправа 2.3.18

Скількома способами можна розділити колоду із 36 карт порівну так, щоб в кожній частині було по два тузи?

### Вправа 2.3.18

Скількома способами можна розділити колоду із 36 карт порівну так, щоб в кожній частині було по два тузи?

Дякую за увагу!!!

Дякую за увагу!!!