

ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ І МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА

ПИТАННЯ НА КОЛОКВІУМ

4 питання: 1-е – з першої групи; 2-е – з другої групи; 3-є – з третьої групи; 4-е – з четвертої групи.

З доведенням – лише питання четвертої групи.

ПЕРША ГРУПА (2 бали)

1. Статистичне означення ймовірності.
2. Означення суми двох подій.
3. Означення елементарної події та простору елементарних подій.
4. Означення протилежної події.
5. Закони де Моргана.
6. Означення алгебри подій.
7. Теорема додавання ймовірностей.
8. Означення несумісних подій і теорема додавання для них.
9. Класичне означення ймовірності.
10. Означення геометричної ймовірності.
11. Умовна ймовірність (формула).
12. Теорема множення ймовірностей для двох подій.
13. Теорема множення ймовірностей для незалежних подій.
14. Формула повної ймовірності та формули Байеса.
15. Означення незалежних випробувань та випробувань за схемою Бернуллі.
16. Біномна формула та пояснення до неї.
17. Формула для функції Гаусса.
18. Функція Лапласа (формула).
19. Означення функції розподілу випадкової величини.
20. Означення дискретної випадкової величини.
21. Поняття про біномний закон розподілу.
22. Поняття про закон розподілу Пуассона.

ДРУГА ГРУПА (3 бали), ТРЕТЯ ГРУПА (4 бали, жирний шрифт)

23. Означення повної групи подій.
24. **Аксіоматичне означення ймовірності.**
25. **Наслідки з аксіом теорії ймовірностей.**
26. Формула множення ймовірностей для n подій.
27. Властивості ймовірностей для незалежних подій.
28. Означення незалежності в сукупності для n подій.
29. Теорема про найімовірнішу кількість успіхів у випробуваннях за схемою Бернуллі.
30. **Гранична теорема Пуассона.**
31. Наближена формула Пуассона та умови її застосування.
32. Локальна формула Муавра-Лапласа та умови її застосування.
33. **Інтегральна теорема Муавра-Лапласа.**
34. Наближена формула для $P\{k_1 \leq \mu_n \leq k_2\}$ для $n > 100$, $np \geq 30$, $npq \geq 10$.
35. Властивості функції Лапласа.
36. **Теорема Бернуллі про стійкість відносних частот.**
37. Наближена формула для $P\left\{\left|\frac{\mu_n}{n} - p\right| \leq \varepsilon\right\}$ для великих n .
38. **Властивості функції розподілу випадкової величини.**
39. Формула для функції розподілу ймовірностей дискретної випадкової величини.
40. Формула для функції розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини.
41. Формула для функції розподілу ймовірностей рівномірно розподіленої випадкової величини.
42. Формула для щільності розподілу ймовірностей нормально розподіленої випадкової величини.
43. Означення незалежності випадкових величин.
44. **Означення математичного сподівання дискретної та неперервної випадкової величини.**
45. Математичне сподівання та дисперсія біномно розподіленої випадкової величини.
46. **Властивості математичного сподівання.**
47. Означення дисперсії випадкової величини.
48. **Властивості дисперсії.**
49. Означення коваріації випадкових величин.

50. Означення коефіцієнта кореляції.
51. Властивості коефіцієнта кореляції.
 52. Означення прямої регресії Y на X .
 53. Формули для α, β у рівнянні прямої регресії Y на X .
 54. Означення збіжності послідовності випадкових величин за ймовірністю.
55. Теорема Маркова (закон великих чисел).
56. Теорема Чебишова (закон великих чисел).

ЧЕТВЕРТА ГРУПА (6 балів)

57. Довести твердження: **А)** $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$. **Б)** $P(\emptyset) = 0$. **В)** $\forall A \quad 0 \leq P(A) \leq 1$.
58. $\forall A, B \quad P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$. Довести.
59. Довести твердження: **А)** $P(A+B) \leq P(A) + P(B)$. **Б)** $A \subset B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$.
60. Довести формулу повної імовірності та формули Байеса.
61. $P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$. Довести.
62. $P\{k_1 \leq \mu_n \leq k_2\} \approx \Phi\left(\frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}\right) - \Phi\left(\frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}\right)$. Довести.
63. $\forall \varepsilon > 0 \quad \lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{\left|\frac{\mu_n}{n} - p\right| \leq \varepsilon\right\} = 1$. Довести.
64. $P\left\{\left|\frac{\mu_n}{n} - p\right| \leq \varepsilon\right\} \approx 2\Phi\left(\varepsilon \sqrt{\frac{n}{pq}}\right)$. Довести.
65. Довести твердження: **А)** $P\{a \leq X < b\} = F(b) - F(a)$. **Б)** $F(x)$ – неспадна функція.
66. $D(X) = E(X^2) - (E(X))^2$. Довести.
67. Довести твердження: **А)** $\text{cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$. **Б)** $D(X+Y) = D(X) + 2\text{cov}(X, Y) + D(Y)$.
68. $|\rho(X, Y)| \leq 1$. Довести.
69. $X \geq 0 \Rightarrow P\{X \geq 1\} \leq E(X)$. Довести.
70. Довести другу форму нерівності Чебишова.
71. Довести твердження $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{\left|\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n E(X_k)\right| < \varepsilon\right\} = 1$ теореми Маркова.
72. Довести твердження $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{\left|\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n E(X_k)\right| < \varepsilon\right\} = 1$ теореми Чебишова.